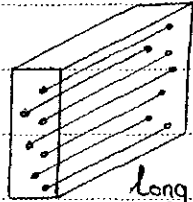
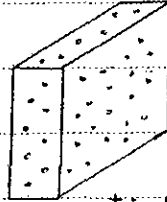


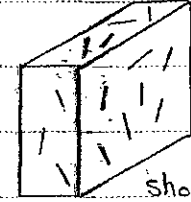
مکانیک مواد مرکب :
دکتر محمد مهرداد شکر



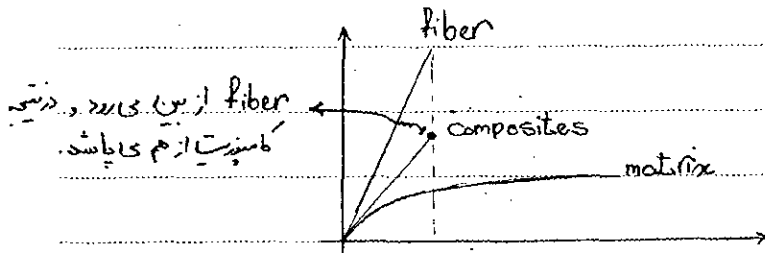
long fiber



particulate



short fiber



Laminated Composite : $[0_3 / 45 / -45 / 90]_5$

Composites :

Polymer Matrix Composites (PMC) 95%

Resins: Thermo sets → در اثر حرارت دایمری می شود

Thermo plastics → با حرارت نرم می شود و یکن از آن دوباره استفاده کرد.

Fibers: Glass, Carbon, Aramid, Basalt, ...

Green Composites : از الیاف طبیعی در آنها استفاده می شود

Metal Matrix Composites

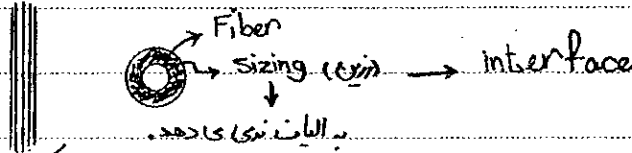
Ceramic Matrix Composites

PAPCO

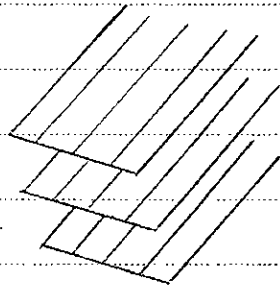
Subject

Date

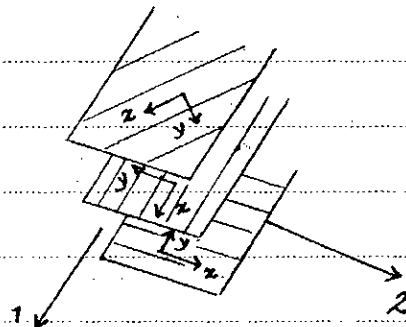
GRP : Glass Reinforcement Plastic



به الیاف رزین می دهند.
چسبندگی الیاف به رزین را تقویت می کند. (با واکنش شیمیایی)



= Lamina



= laminate

* لایه چینی ها از چابین انجام می شود. (برای حالت جلا [45-90, 0])

x - y on axis coordinate sys.

1 - 2 off axis coordinate sys.

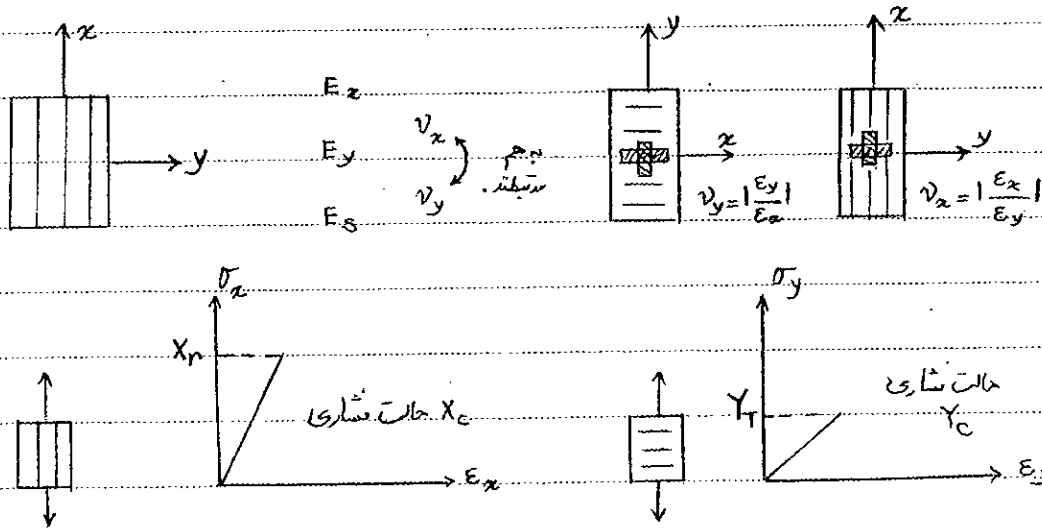
Int. to composite mat.'s (1980.)

Comp design (1987.)

Theory of comp design (1992.)

S.W. Ts i

Classical lamination theory:



- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| $\sigma_{xx} \rightarrow \sigma_x$ | $\sigma_{11} \rightarrow \sigma_1$ |
| $\sigma_{yy} \rightarrow \sigma_y$ | $\sigma_{22} \rightarrow \sigma_2$ |
| $\sigma_{zz} \rightarrow \sigma_z$ | $\sigma_{33} \rightarrow \sigma_3$ |
| $\sigma_{yz} \rightarrow \sigma_q$ | $\sigma_{23} \rightarrow \sigma_4$ |
| $\sigma_{zx} \rightarrow \sigma_r$ | $\sigma_{31} \rightarrow \sigma_5$ |
| $\sigma_{xy} \rightarrow \sigma_s$ | $\sigma_{12} \rightarrow \sigma_6$ |

2-D

on axis off axis

- | | |
|------------|------------|
| σ_x | σ_1 |
| σ_y | σ_2 |
| σ_z | σ_3 |

Subject

Date

Generalized Hook's Law : $\sigma_{pq} = C_{pqrs} \epsilon_{rs}$

	ϵ_{11}	ϵ_{22}	ϵ_{33}	ϵ_{32}	...
σ_{11}	C_{1111}	C_{1122}	...		
σ_{22}	C_{2211}	C_{2222}			
σ_{33}	...				
σ_{32}	...				
...					

	ϵ_1	ϵ_2	...
σ_1	C_{11}	C_{12}	...
σ_2	C_{12}	C_{22}	
...	...		
			C_{66}

Tri-clinic

21 مؤلفه مستقل

$C_{ij} = C_{ji}$

	ϵ_1	ϵ_2	ϵ_3	ϵ_4	ϵ_5	ϵ_6
σ_1	C_{11}	C_{12}	C_{13}	0	0	C_{16}
σ_2	C_{21}	C_{22}	C_{23}	0	0	C_{26}
σ_3	C_{31}	C_{32}	C_{33}	0	0	C_{36}
σ_4	0	0	0	C_{44}	C_{45}	0
σ_5	0	0	0	C_{45}	C_{55}	0
σ_6	C_{61}	C_{62}	C_{63}	0	0	C_{66}

Mono-clinic

صفتی $Z=0$ ، صفتی $Z=0$ ، صفتی $Z=0$ است.

$\pm Z$

13 مؤلفه مستقل

تقریباً 1 و 2 جزایرهای صفتی ظاهر شد ← اثبات کنید. (در $Z=0$ صفتی معادل باشد.)

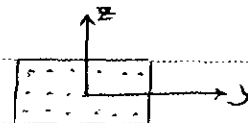
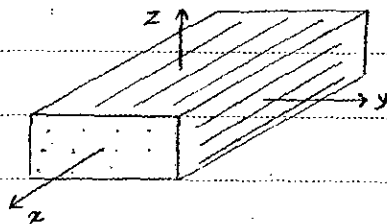
	ϵ_1	ϵ_2	ϵ_3	ϵ_4	ϵ_5	ϵ_6	
σ_1	C_{11}	C_{12}	C_{13}	.	.	.	orthotropic
σ_2	C_{21}	C_{22}	C_{23}	.	.	.	صندها $y=0, z=0, z=0$
σ_3	C_{31}	C_{32}	C_{33}	.	.	.	صندهای تقارن هستند
σ_4	.	.	.	C_{44}	.	.	و متوالیه مستقل
σ_5	C_{55}	.	
σ_6	C_{66}	

	ϵ_1	ϵ_2	ϵ_3	ϵ_4	ϵ_5	ϵ_6	
σ_1	C_{11}	C_{12}	C_{13}	.	.	.	Transversely orthotropic
σ_2	C_{21}	C_{22}	C_{23}	.	.	.	صندهای $y=0, x=0, z=0$
σ_3	C_{31}	C_{32}	C_{33}	.	.	.	صندهای تقارن هستند
σ_4	.	.	$\frac{C_{22} - C_{33}}{2}$.	.	.	علاوه بر آن خواص در راستای محور Z مشابه
σ_5	C_{66}	.	خواص در راستای محور y است
σ_6	C_{66}	و متوالیه مستقل

$C_{22} = C_{33}$

$C_{55} = C_{66}$

$C_{21} = C_{31}$



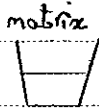
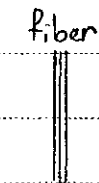
Subject _____

Date _____

	ϵ_1	ϵ_2	ϵ_3	ϵ_4	ϵ_5	ϵ_6
σ_1	C_{11}	C_{12}	C_{12}	.	.	.
σ_2	C_{12}	C_{11}	C_{12}	.	.	.
σ_3	C_{12}	C_{12}	C_{11}	.	.	.
σ_4	.	.	.	$\frac{C_{11} - C_{12}}{2}$.	.
σ_5	$\frac{C_{11} - C_{12}}{2}$.
σ_6	$\frac{C_{11} - C_{12}}{2}$

Isotropic

مادة متجانسة



E_f, ν_f, G_f

E_m, ν_m, G_m

ν_f
fiber volume fraction

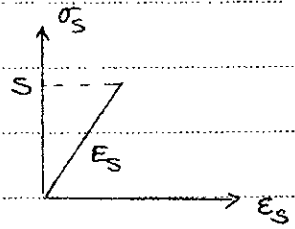
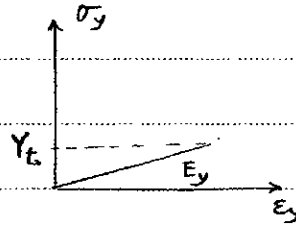
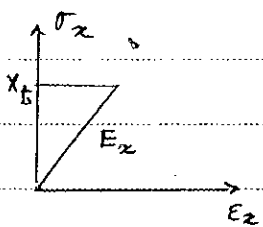
micromechanics

U.D



E_x, ν_x

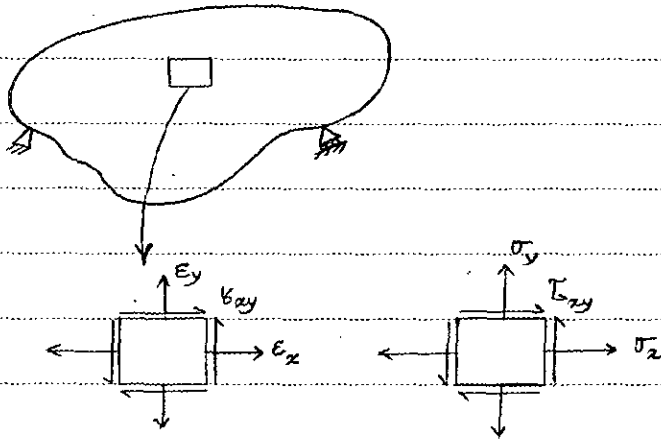
E_y, E_s



E_x, E_y, E_s, ν_x

حسابات:

x_t, x_c, y_t, y_c, s



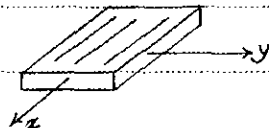
γ_{xy} : Eng. shear strain

ϵ_{xy} : tensorial shear strain

$\gamma_{xy} = 2 \epsilon_{xy}$

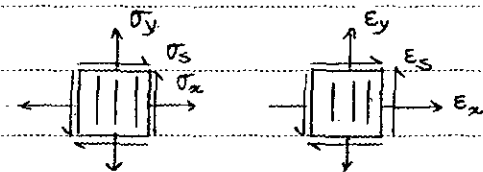
	σ_x	σ_y	τ_{xy}
ϵ_x	$\frac{1}{E}$	$\nu \frac{1}{E}$	0
ϵ_y	$\nu \frac{1}{E}$	$\frac{1}{E}$	0
γ_{xy}	0	0	$\frac{1}{G}$

U-D ply :

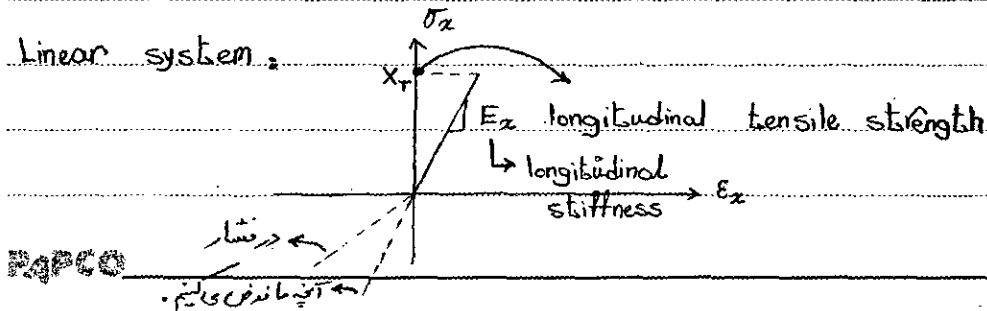


on-axis coordinate system : (x-y-z)

point :



Linear system :



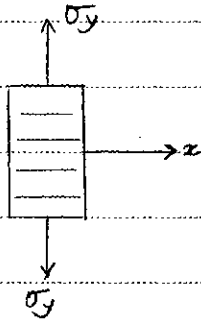
FRPC

Subject

Date

$\nu_x = \left| \frac{E_y}{E_x} \right|$ major poisson ratio

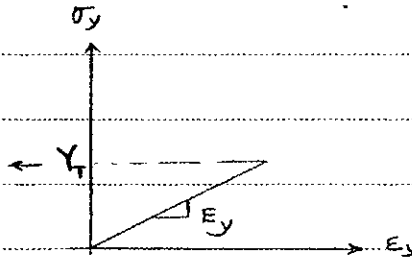
$\epsilon_x^I = \frac{1}{E_x} \sigma_x$, $\epsilon_y^I = -\nu_x \epsilon_x^I = -\frac{\nu_x}{E} \sigma_x$



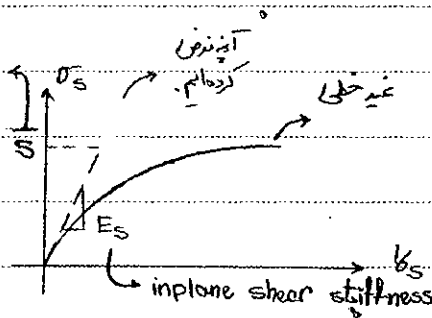
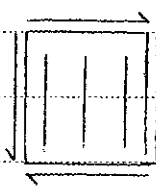
$\epsilon_y^I = \frac{1}{E_y} \sigma_y$ E_y : transverse stiffness

$\epsilon_x^II = -\frac{\nu_y}{E_y} \sigma_y$ ν_y : transverse poissions Ratio (major poissions ratio)

Transverse tensile strength



inplane shear strength



$\epsilon_s^III = \frac{1}{E_s} \sigma_s$

Tsai-Hahn: $\gamma_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + \alpha \sigma_s^3$

اگر سه آرایش نیرو را همان با هم اجام دهیم:

$\epsilon_x = \epsilon_x^I + \epsilon_x^II = \frac{1}{E_x} \sigma_x - \frac{\nu_y}{E_y} \sigma_y$

$\epsilon_y = \epsilon_y^I + \epsilon_y^II = -\frac{\nu_x}{E_x} \sigma_x + \frac{1}{E_y} \sigma_y$

$\epsilon_s = \frac{1}{E_s} \sigma_s$

Generalized Hook's Law for unidirectional ply under 2.D plane stress cond's for on-axis coordinate system

Subject _____
Date _____

	σ_x	σ_y	σ_s
ϵ_x	$\frac{1}{E_x}$	$\frac{\nu_y}{E_y}$	0
ϵ_y	$\frac{\nu_x}{E_x}$	$\frac{1}{E_y}$	0
ϵ_s	0	0	$\frac{1}{E_s}$

Compliance Matrix
[S]

$$\frac{\nu_y}{E_y} = \frac{\nu_x}{E_x} \quad \nu_y = \frac{E_y \nu_x}{E_x}$$

$$\begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & 0 \\ S_{yx} & S_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & S_{ss} \end{bmatrix}$$

	ϵ_x	ϵ_y	ϵ_s
σ_x	Q_{xx}	Q_{xy}	0
σ_y	Q_{yx}	Q_{yy}	0
σ_s	0	0	Q_{ss}

stiffness matrix
[Q]

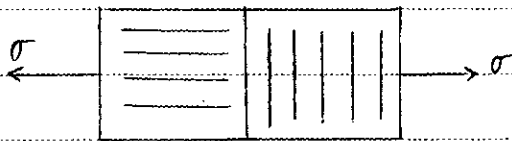
$$Q_{xx} = \frac{E_x}{1 - \nu_x \nu_y} \quad Q_{yy} = \frac{E_y}{1 - \nu_x \nu_y} \quad Q_{xy} = \frac{\nu_y E_x}{1 - \nu_x \nu_y}$$

$$Q_{yx} = \frac{\nu_x E_y}{1 - \nu_x \nu_y} \quad Q_{ss} = E_s$$

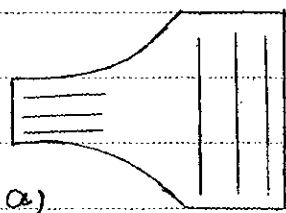
Subject _____

Date _____

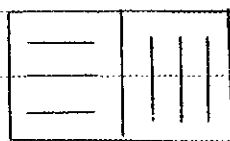
Type	Material	$E_x (GPa)$	$E_y (GPa)$	ν_{xy}	$E_s (GPa)$	ν_{fs}
T300 / 5208 fiber Resin $\rho = 1670 \text{ kg/m}^3$	Carbon/Epoxy	181	10.3	0.28	7.17	0.7
B(4) / 5505	Boron / Epoxy	204	18.5	0.23	5.59	0.5
AS / 3501	Carbon/Epoxy	138	8.96	0.3	7.10	0.66
scotch ply 1002	Glass/Epoxy	38.6	8.27	0.26	4.14	0.45
kevlar 49/Epoxy	Aramid / Epoxy	76.0	5.5	0.34	2.3	0.6



21
تیرچه



a)



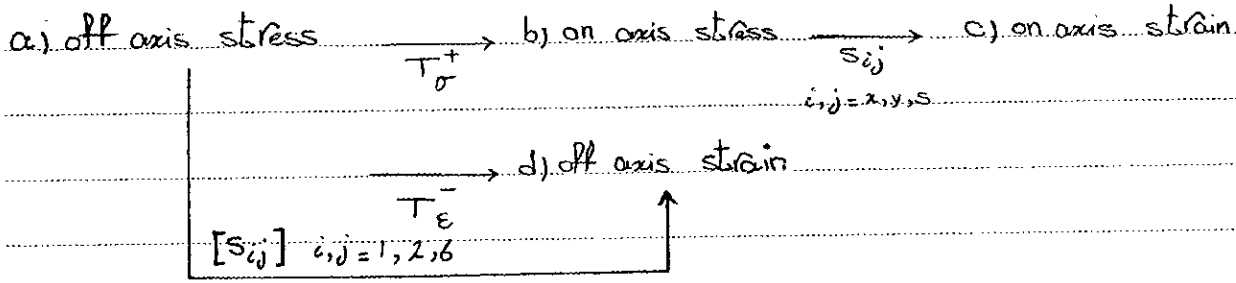
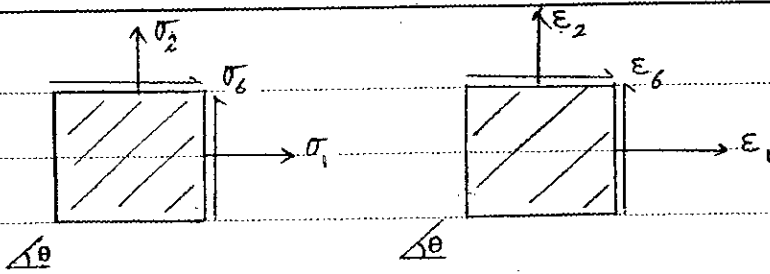
b)



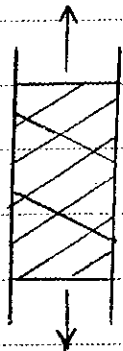
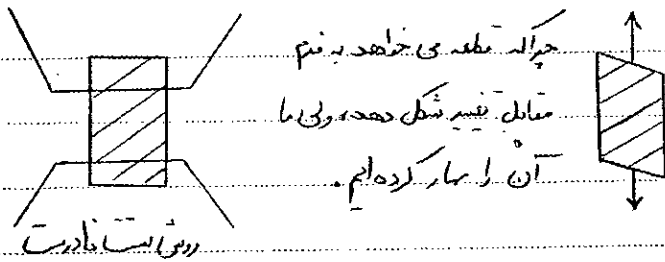
c)

31
تیرچه
425
تیرچه
[Q] ، [S] برای T300 / 5208 جهت آمو
(برای T300 / 5208) جهت آمو ، σ_x ، σ_y ، σ_s

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.001 \\ 0.002 \\ 0.015 \end{bmatrix}$$



$$\{ \epsilon \} = [T_{\epsilon}^{-}] [S] [T_{\sigma}^{+}] \{ \sigma \}$$



C.T. SUN

روشن بستن درست

Subject _____

Date _____

	σ_1	σ_2	σ_6	
σ_2	m^2	n^2	$2mn$	$m = \cos\theta$
σ_y	n^2	m^2	$-2mn$	$n = \sin\theta$
σ_5	$-mn$	mn	$m^2 - n^2$	

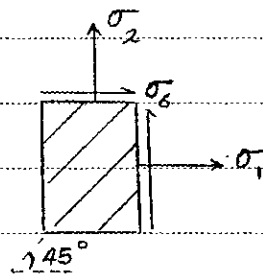
	E_1	E_2	E_6
E_x	m^2	n^2	mn
E_y	n^2	m^2	$-mn$
E_s	$-2mn$	$2mn$	$m^2 - n^2$

جزئی حل مور Z (3-D):

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 0 & 0 & 0 & 2mn \\ n^2 & m^2 & 0 & 0 & 0 & -2mn \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & -n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n & m & 0 \\ -mn & mn & 0 & 0 & 0 & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma'_1 \\ \sigma'_2 \\ \sigma'_3 \\ \sigma'_4 \\ \sigma'_5 \\ \sigma'_6 \end{bmatrix}$$

Laminate Composite

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 300 \\ 250 \\ 170 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$



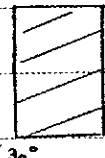
$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_s \end{bmatrix} = P = \begin{bmatrix} 445 \\ 1.5 \\ -25 \end{bmatrix}$$

534 -
تاریخ:

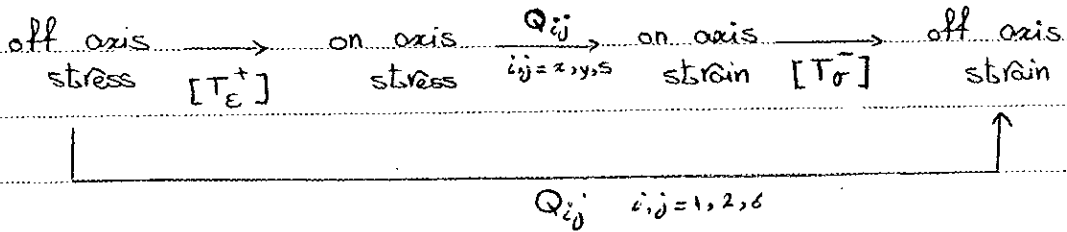
Subject _____

Date _____

64
میرین

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.003 \\ 0.003 \\ 0.001 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_s \end{bmatrix} = P$$


$\theta = 30^\circ$



$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{61} & Q_{62} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_6 \end{bmatrix}$$

Q_{16}, Q_{26} : normal coupling
 Q_{61}, Q_{62} : shear coupling

$$\begin{bmatrix} Q_{11} \\ Q_{22} \\ Q_{12} \\ Q_{66} \\ Q_{16} \\ Q_{26} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m^4 & n^4 & 2m^2n^2 & 4m^2n^2 \\ n^4 & m^4 & 2mn^2 & 4m^2n^2 \\ mn^2 & m^2n^2 & m^4+n^4 & -4mn^2 \\ mn^2 & m^2n^2 & -2mn^2 & m^2-n^2 \\ m^3n & mn^3 & mn^3-nm^3 & 2(mn^3-nm^3) \\ mn^3 & m^3n & m^3-nm^3 & 2(m^3-nm^3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{xx} \\ Q_{yy} \\ Q_{xy} \\ Q_{ss} \end{bmatrix}$$

Multiple angle formulation :

$$m^4 = \frac{1}{8} (3 + 4\cos 2\theta + \cos 4\theta)$$

$$m^3n = \dots$$

$$mn^2 = \dots$$

PAPCO

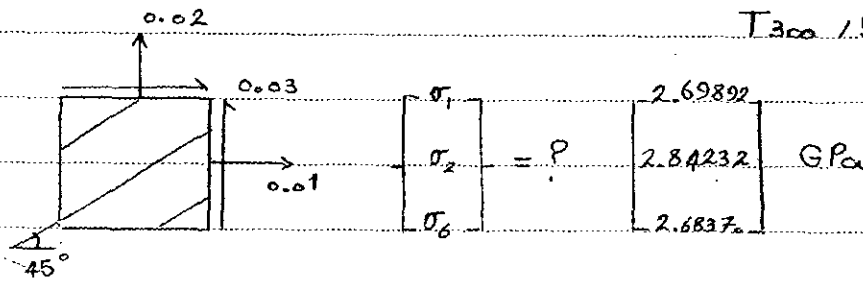
Subject

Date

	1	U_2	U_3
Q_{11}	U_1	$\cos 2\theta$	$\cos 4\theta$
Q_{22}	U_1	$-\cos 2\theta$	$\cos 4\theta$
Q_{12}	U_4	0	$-\cos 4\theta$
Q_{66}	U_5	0	$-\cos 4\theta$
Q_{16}	0	$\frac{1}{2} \sin 2\theta$	$\sin 4\theta$
Q_{26}	0	$\frac{1}{2} \sin 2\theta$	$\sin 4\theta$

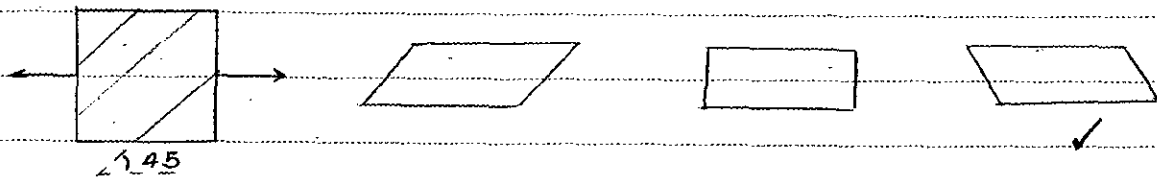
$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{26} \\ S_{61} & S_{62} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}$$

Compliance matrix

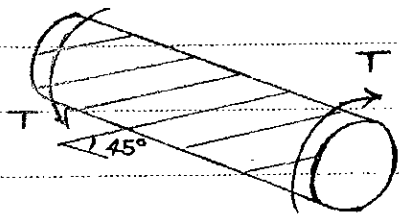


$T_{300} / 152.08$

7/5

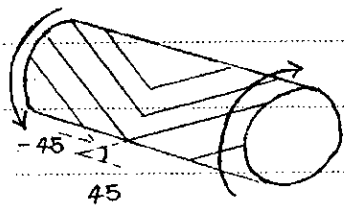


8

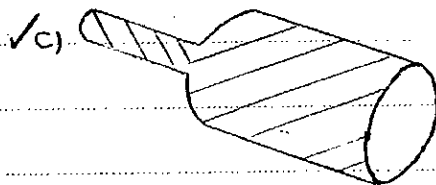
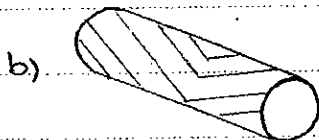
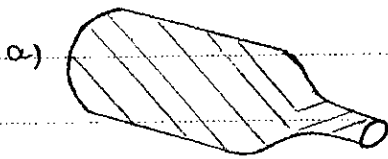


۹۴
تعیین

✓ a) shorter b) longer c) no diff.



۱۰۴
تعیین



ماتریس‌های انیستروپی در ماده یک جهت: E_x, E_y, E_z, ν

off axis Eng const's

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{26} \\ S_{61} & S_{62} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}$$

$\sigma_1 \neq 0, \sigma_2, \sigma_6 = 0$

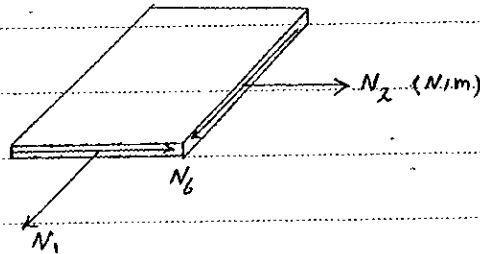
$\epsilon_1 = S_{11} \sigma_1 = \frac{\sigma_1}{E_1} \quad \epsilon_2 = S_{21} \sigma_1 \quad \epsilon_6 = S_{61} \sigma_1$

Subject

Date

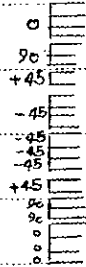
Sym. laminated Composites under in-plane loading:

طول و عرض یکسان



برای صحنه ضخیم ← لایه وستی ←

Code: $[0_3 / 90_2 / +45 / -45_3]_S$
 ↓
 Bottom 18 plies



Assumptions:

$$\theta(z) = \theta(-z) \quad \text{Geom. sym.}$$

$$Q_{ij}(z) = Q_{ij}(-z) \quad \text{mat. sym.}$$

$$t \text{ is small } \sigma_{zx}, \sigma_{zy} = 0, \sigma_z = 0 \quad \sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$$

inplane loading: N_x, N_y, N_6

$\epsilon_i = f(z)$ $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_6$ چون ضخامت رانم در نظر گرفته ایم، کرنش در تمامی لایهها برابرند.
 $i = 1, 2, 6$ تابع z نسبت.

$$\bar{\sigma} = \frac{N_1}{h}$$

→ ave. stress

Subject _____

Date _____

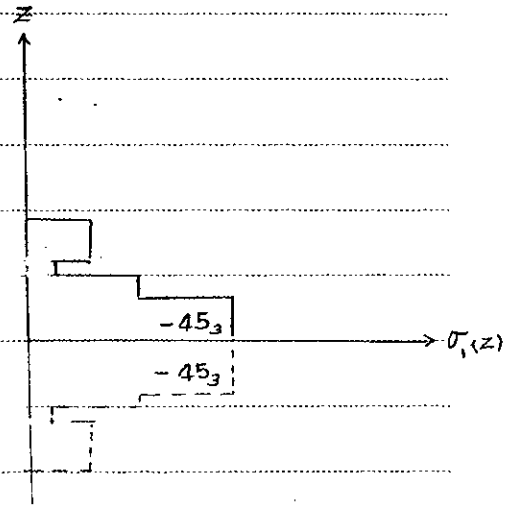
$$[0_3 / 90_2 / +45 / -45_3]_S$$

Avg. stresses:

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_1 dz$$

$$\bar{\sigma}_2 = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_2 dz$$

$$\bar{\sigma}_6 = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_6 dz$$



$$\sigma_1 = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} [Q_{11} \dot{\epsilon}_1 + Q_{12} \dot{\epsilon}_2 + Q_{16} \dot{\epsilon}_6] dz$$

$$= \frac{1}{h} \left[\dot{\epsilon}_1 \int_{-h/2}^{h/2} Q_{11} dz + \dot{\epsilon}_2 \int_{-h/2}^{h/2} Q_{12} dz + \dot{\epsilon}_6 \int_{-h/2}^{h/2} Q_{16} dz \right]$$

$A_{11} \qquad A_{12} \qquad A_{16}$

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{1}{h} [\dot{\epsilon}_1 A_{11} + \dot{\epsilon}_2 A_{12} + \dot{\epsilon}_6 A_{16}]$$

$$\bar{\sigma}_2 = \frac{1}{h} [\dot{\epsilon}_1 A_{21} + \dot{\epsilon}_2 A_{22} + \dot{\epsilon}_6 A_{26}]$$

$$\bar{\sigma}_6 = \frac{1}{h} [\dot{\epsilon}_1 A_{61} + \dot{\epsilon}_2 A_{62} + \dot{\epsilon}_6 A_{66}]$$

→ modulus of a ply (Pa)

$$A_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij} dz$$

↳ Equivalent modulus of a laminate (Pa.m)

Subject _____

Date _____

$$N_1 = \bar{\sigma}_1 h = A_{11} \dot{\epsilon}_1 + A_{12} \dot{\epsilon}_2 + A_{16} \dot{\epsilon}_6$$

$$N_2 = \dots$$

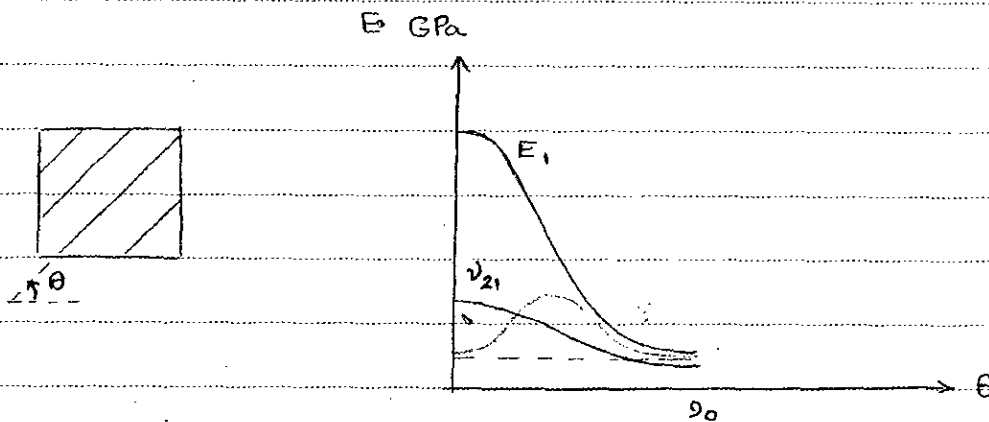
$$N_6 = \dots$$

	$\dot{\epsilon}_1$	$\dot{\epsilon}_2$	$\dot{\epsilon}_6$
N_1	A_{11}	A_{12}	A_{16}
N_2	A_{21}	A_{22}	A_{26}
N_6	A_{61}	A_{62}	A_{66}

Equiv. Modulus of Laminate

	N_1	N_2	N_6
$\dot{\epsilon}_1$	α_{11}	α_{12}	α_{16}
$\dot{\epsilon}_2$	α_{21}	α_{22}	α_{26}
$\dot{\epsilon}_6$	α_{61}	α_{62}	α_{66}

Equiv. Compliance of Laminate



Subject _____

Date _____

Sym. Laminated Composite:

$$\bar{E}_1 = E_1 = \tilde{E}_1$$

$$E_1^0 = \frac{1}{\alpha_{11} h}$$

↳ Long. stiffness

$$E_2^0 = \frac{1}{\alpha_{22} h}$$

↳ Trans. stiff.

$$E_6^0 = \frac{1}{\alpha_{66} h}$$

↳ shear stiff.

$$\nu_{12}^0 = -\frac{\alpha_{12}}{\alpha_{22}}$$

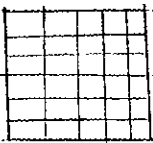
$$\nu_{21}^0 = -\frac{\alpha_{21}}{\alpha_{11}}$$

$$\nu_{16}^0 = \frac{\alpha_{16}}{\alpha_{66}}$$

$$\nu_{61}^0 = -\frac{\alpha_{61}}{\alpha_{66}}$$

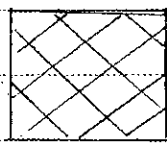
$$\nu_{26}^0 = \frac{\alpha_{26}}{\alpha_{66}}$$

$$\nu_{62}^0 = \frac{\alpha_{62}}{\alpha_{66}}$$



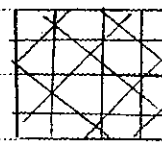
[0, 90]

X-ply
(Cross ply)

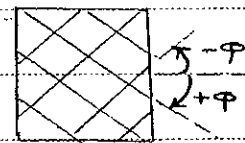
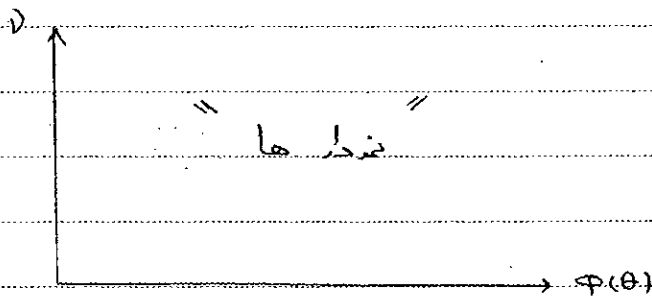


[+theta]

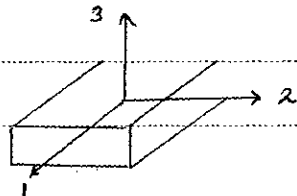
angle ply



quasi-isotropic



$$\nu_{23} = \frac{\nu_{12} (1 - \nu_{12} \frac{E_2}{E_1})}{1 - \nu_{12}}$$



$$A_{11} = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{11} dz = \int [U_1 + U_2 \cos 2\theta + U_3 \cos 4\theta] dz$$

اگر لختیت و صفت Hybrid سازیم، (با دو ستارن باشد) در این صورت تندی انتدلی لیم.
(هر تندی تا جای که جنس ثابت باشد.)

$$A_{11} = U_1 \int_{-h/2}^{h/2} dz + U_2 \int_{-h/2}^{h/2} \cos 2\theta dz + U_3 \int_{-h/2}^{h/2} \cos 4\theta dz$$

$$= U_1 h + U_2 V_{02} + U_3 V_{02}$$

Similarly: A_{22} , A_{66} , A_{12} , A_{16} , A_{26}

$$V_A [1, 2, 3, 4] = \int_{-h/2}^{h/2} [\cos 2\theta, \cos 4\theta, \sin 2\theta, \sin 4\theta] dz$$

$$V_{A1}^* = \frac{V_1}{h} = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} \cos 2\theta dz, \dots$$

$$V_{A1}^* = \frac{2}{h} \int_0^{h/2} \cos 2\theta dz = \frac{2}{h} \sum_{i=1}^{n/2} \cos 2\theta [z_i - z_{i-1}]$$

در ماتریس [A] تباری بین لختیت ستارن، حاصلتاریت: (جانبیت لایها تا تیری نندرد.)

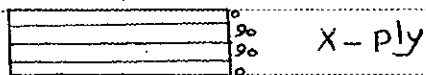
$$\begin{bmatrix} \\ \\ \\ \end{bmatrix} \begin{matrix} 90 \\ 90 \\ 90 \\ 0 \end{matrix} \rightarrow \text{ماتریس A} = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \end{bmatrix} \begin{matrix} 90 \\ 90 \\ 90 \\ 0 \end{matrix}$$

stacking sequence

آیا stacking sequence در لایه ها edge effects مهم است.

Subject _____

Date _____



$$V_{A1}^* = 0$$

$$V_{A2}^* = 1$$

$$V_{A3}^* = V_{A4}^* = 0$$

$$A_{16} = A_{26} = A_{61} = A_{62} = 0 \rightarrow \text{X-ply مورد بررسی نمی خورد!}$$

orthotropic laminate

$$[0/90]_s \quad [0_2/90]_s \quad [0_4/90]_s$$

تقریباً متاسیسه کنه
[A], [a]

$$[\pm 45]_s \quad [\pm 45/-45]_s$$

T300/5508

t_{ply} = 0.125mm

$$[\pm 15]_s \quad [0/90/\pm 45]_s$$

$$[15_2/60]_s \quad D < 0$$

تقریباً ضعیف پالیمری را نسبت آورید

لاهای 45° را با نزدیک 0° قرار دهیم!

لایه [0/90] در میانه dilamination ضعیفتر است [90/0] است.

Edge Effect = stress singularity

Subject

Date

پہلی نسبت : off axis strain \rightarrow on axis strain \rightarrow on axis stress

مثال : $[0.4 \ 1.904]_S$ $[T300 \ 15208]$

$t_{ply} = 0.125 \text{ mm}$ $h = 16 * t_{ply} = 2 \text{ mm}$

$\nu_y = \frac{E_y}{E_x} \nu_x = 0.0159$

$[a] = [A]^{-1}$

$\epsilon_1^0 = 5.21 E-3$

$\epsilon_2^0 = -0.157 E-3 \approx 0$

$\epsilon_3 = \epsilon_6 = 0$ Coupling میں پیش و پیروی (نیٹال) نہ ہونے کی وجہ سے cross ply

0° plies : $\epsilon_x = \epsilon_1^0 = 5.21 E-3$

$\epsilon_y = \epsilon_2^0 = -0.157 E-3$

$\epsilon_3 = \epsilon_6 = 0$

$\underline{\sigma} = \underline{Q} \underline{\epsilon}$

$\sigma_x = 946.7 E6 \text{ Pa}$

$\sigma_y = 13.4 E6 \text{ Pa}$

$\sigma_3 = 0$

cross ply میں دو عمل ہاں، پہلی ہی جگہ

90° plies : $\epsilon_x = \epsilon_2^0 = -0.157 E-3$

$\epsilon_y = \epsilon_1^0 = 5.21 E-3$

$\epsilon_3 = \epsilon_6 = 0$

PAPCO

Subject _____

Date _____

$$\sigma_x = -13.4 \text{ MPa}$$

در راستای 2. اما چون تنش در جهت 2 در

$$\sigma_y = 53.4 \text{ MPa}$$

برقی لایهها (منتهی) کششی و در برقی لایهها (90°) فشاری

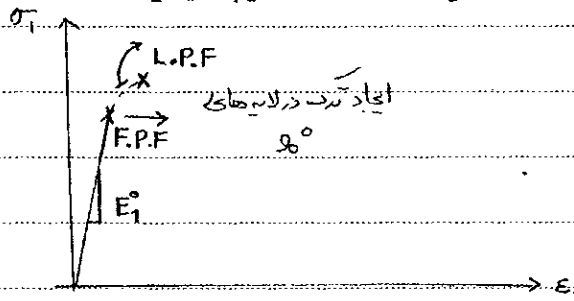
$$\sigma_z = 0$$

interlaminar shear stress ایجاد

خطی است

F.P.F : first ply failure

(nonlinearity due to damage) انباشت و رشد ترکها ، ایجاد پدیده‌های غیر خطی در 90°



$$\bar{\sigma}_1 = \frac{1}{2} (\sigma_x^{90} + \sigma_y^{0}) = 500 \text{ MPa}$$

$$N_1 = \frac{\bar{\sigma}_1}{h} = 1 \text{ M.N/m}$$

$$\bar{\sigma}_2 = \frac{1}{2} (\sigma_y^{90} + \sigma_x^{0}) = 0 \text{ MPa}$$

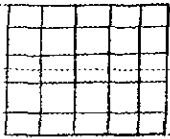
$$\bar{\sigma}_6 = 0$$

$$E_1^0 = \frac{1}{\alpha_{11} h} = 95.97 \text{ GPa} < E_2 = 181 \text{ GPa}$$

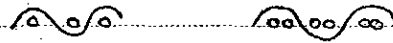
$$E_2^0 = \frac{1}{\alpha_{22} h} = 95.97 \text{ GPa} > E_y = 10.3 \text{ GPa}$$

$$E_6^0 = \frac{1}{\alpha_{66} h} =$$

$$\nu = 0.003 \approx 0$$



plain weaves



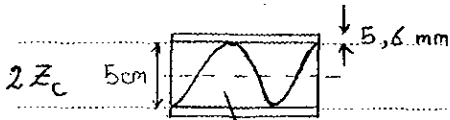
بای حل plain weaves ، لایه را در دست صفحات نسبی کنیم ، نسبی صفحات را هم درجه ، نسبی صفحات را ۹۰° در نظری کنیم

$$[0_2 / 90_2 / \pm 45_4]_S$$

۱۳ ۱۳
تیرین

$$[0_4 / \pm 45_4]_S$$

Sym. Lam's Composites under bending:



core material = Nomex kevlar foam
Honey comb

shear strength بای core material
interlaminar shear strength نسبی داشته باشد

coupling (N , k , b , m , E , sym)

$$E = \alpha N$$

$$k = dM$$

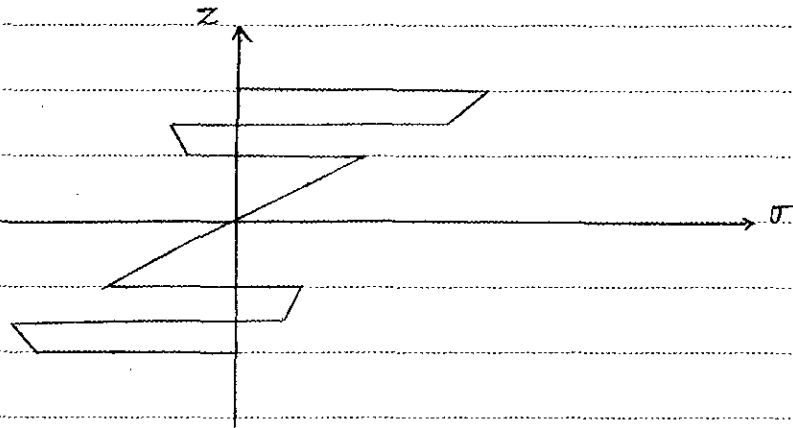
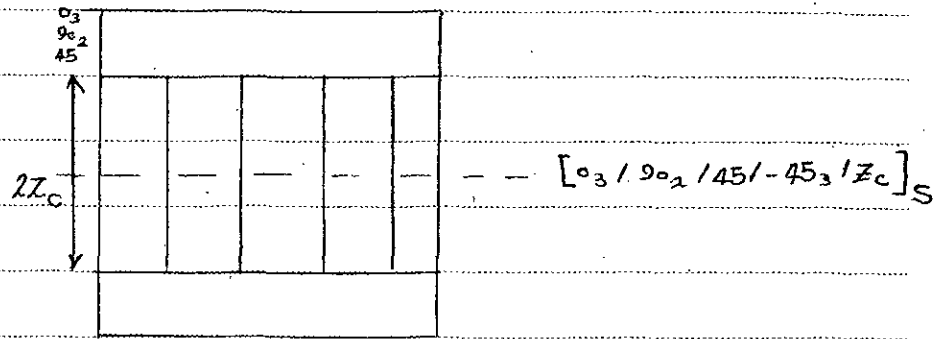
استاندهای در طرف تیر: $\sigma_1 = \sigma_\theta = \frac{Pr}{t}$ و $\sigma_2 = \sigma_L = \frac{Pr}{2t}$ ، $r/t = 20-30 \Rightarrow \sigma_r = -p$ ، $r/t > 30 \Rightarrow \sigma_r = 0$

در طرف باز: $\sigma_L = 0$ ، $\sigma_L = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)$

در بخارن روی: $\sigma_r = \sigma_2 = \frac{Pr}{2t}$ ، $\sigma_r = A \frac{B}{r^2}$ ، $\sigma_\theta = A + \frac{B}{r^2}$

Subject _____

Date _____

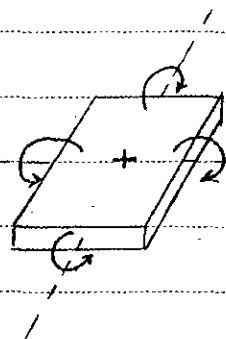


$$M \left[\frac{N \cdot m}{m} = N \right]$$

$$M_1 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_1 z dz$$

$$M_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_2 z dz$$

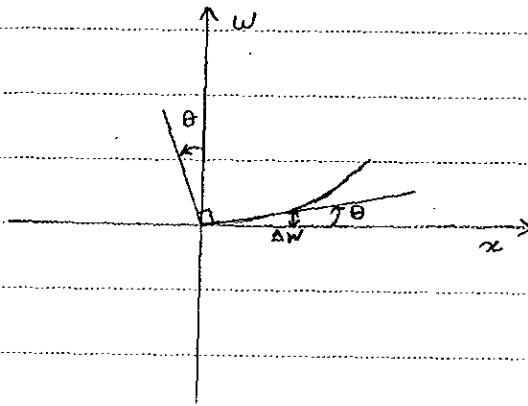
$$M_3 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_3 z dz$$



w تابع z نسبت به این است. جای این که جای
 mid-plane (حساب کنیم) جای نامتناه
 نسبتی است.

Subject _____

Date _____



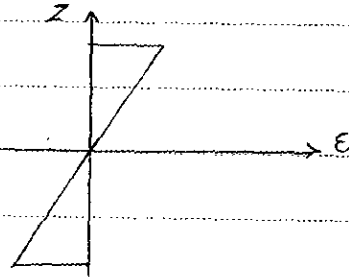
$$\theta = \frac{\Delta w}{\Delta x}$$

* کرنش همه جا یوسته است. و بی تنش جا بیسته!

$$u = -z\theta = -z \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$v = -z \frac{\partial w}{\partial y}$$

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$



$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz = \int_{-h/2}^{h/2} [Q_{11} \epsilon_1 + Q_{12} \epsilon_2 + Q_{16} \epsilon_6] z dz$$

$$= \int_{-h/2}^{h/2} [Q_{11} k_1 + Q_{12} k_2 + Q_{16} k_6] z^2 dz$$

$$= \left[\int_{-h/2}^{h/2} Q_{11} z^2 dz \right] k_1 + \left[\int_{-h/2}^{h/2} Q_{12} z^2 dz \right] k_2 + \left[\int_{-h/2}^{h/2} Q_{16} z^2 dz \right] k_6$$

D_{11} D_{12} D_{16}

flexural matrix

کنارند

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_6 \end{bmatrix}$$

$$\epsilon_1 = z k_1$$

$$\epsilon_2 = z k_2$$

$$\epsilon_6 = z k_6$$

$$k = d M$$

$$d_{ij} = D_{ij}^{-1}$$

Subject

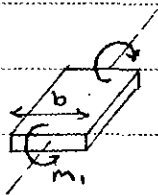
Date

effective flexural Eng. Const's.

$$k_1 = d_{11} M_1$$

$$EI = \frac{M}{k}$$

تدریجی غیر قابل انعطاف



$$M_1 = \frac{M}{b}$$

$$EI = \frac{M}{k_1} = \frac{M_1 b}{k_1} = \frac{M_1 b}{d_{11} M_1} = \frac{b}{d_{11}}$$

$$I = \frac{1}{12} b h^3$$

$$E_{eff} = \frac{12}{h^3 d_{11}}$$

با افتادن رین (لایه‌های مندرج) d_{11} زیاد و E_{eff} کم می‌شود.

$$E_{2\text{ eff}} = \frac{12}{h^3 d_{22}}$$

$$E_{4\text{ eff}} = \frac{12}{h^3 d_{44}}$$

اگر d های غیر مکرر اصلی، غیر مندرج باشند، رفتار خمشی، بطنی/لوبی می‌شوند.
 $d_{12}, d_{16}, d_{21}, d_{26}, d_{41}, d_{62}$

$$D_{11} = U_1 h^* + U_2 V_{D1} + U_3 V_{D2}$$

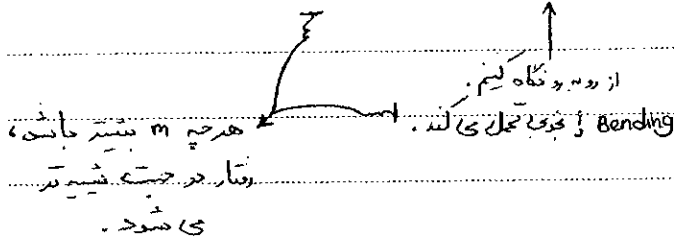
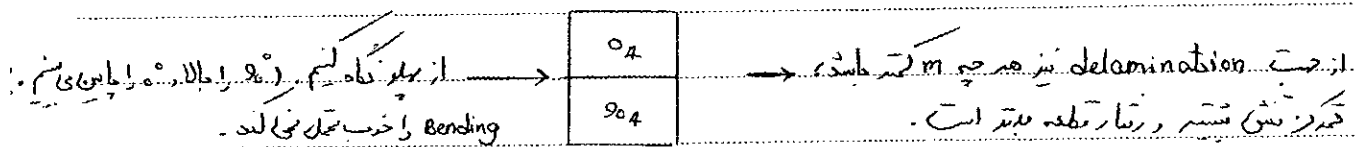
$$V_{D_{1,2,3,4}} = 2 \int_{z_c}^{h/2} [\cos 2\theta, \cos 4\theta, \sin \theta, \sin 4\theta] z^2 dz$$

$$V_{D1} = \frac{2}{3} \sum_{i=0}^{m/2} \cos 2\theta_i [z_i^3 - z_{i+1}^3]$$

$[0_4 / 90_4]_S$ $m = 4$ number of ply group مثال

$[0_2 / 90_2]_{2S} = [0_2 / 90_2 / 0_2 / 90_2]_S$ $m = 8$

$[0 / 90]_{4S}$ $m = 16$



$m = 4$: $D_{11} = 166.9$, $D_{22} = 21.18$ → اختلاف ناچسب
 $D_{16} = D_{26} = 0$ cross ply به همین کاری ندارد.

$m = 8$: $D_{11} = 85.48$, $D_{22} = 42.16$ → اختلاف کمتر شد.

* مجموع D_{11} و D_{22} برای در حالت $m = 4$ و $m = 8$ با هم برابر شد! → اگر از D_{11} کم شود، به همان مقدار D_{22} افزوده می‌شود.

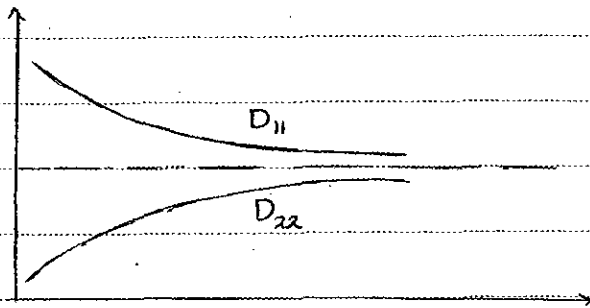
D_{66} نیز هیچ تغییری نمی‌کند!

تغییر m تأثیری در D_{12} ندارد →
 $(D_{12})_{m=4} = (D_{12})_{m=8}$
 اما در d_{12} تأثیر دارد. چون ماتریس M را می‌آوریم شکل کنیم. $k_2 = d_{12} M_1$

$m \rightarrow \infty$: $D_{11} = 64.05$, $D_{22} = 64.05$ → با هم برابر شدند

Subject

Date



$z_c = 4 \text{ ply}$ $2z_c = 1 \text{ mm}$

$m = 4$ $D_{11} = 293.9 \text{ N.m}$

$m = 8$ $D_{11} = 251.9 \text{ N.m}$

$m = 16$ $D_{11} = 229.6 \text{ N.m}$

$m = \infty$ $D_{11} = 208.1 \text{ N.m}$

$[0_6 / 90_2]_S$ D_{ij} b $[0_6 / 90_6]_S$, $[0_2 / 90_2]_S$ $1F$ 2

$[0_2 / 90_2]_S$ b $[0 / 90 / \pm 45]_S$

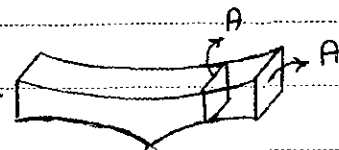
$[\varphi_4 / -\varphi_4]_S$ $m = 4$
 $[\varphi_2 / -\varphi_2]_{2S}$ $m = 8$
 $[\varphi / -\varphi]_{4S}$ $m = 16$

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} 37.77 & 28.21 & \frac{1}{m} 85.73 \\ 28.21 & 37.77 & \frac{1}{m} 85.73 \\ \frac{1}{m} 85.73 & \frac{1}{m} 85.73 & 31.06 \end{bmatrix}$$

$[0]$ متعامد بر سطح

$[0 / 90]$ در سطح

$[\pm 45]$ 45 درجه



PAPCO $[0 / 90 / \pm 45]$ quasiisotropic در تمام سطح ثابت است تا 45° ثابت باشد و در نتیجه خواص الاستیک نمرت در طول ثابت باشد.

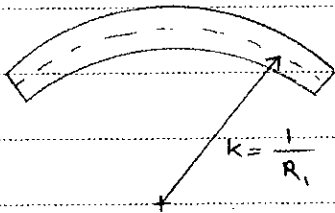
Subject

Date

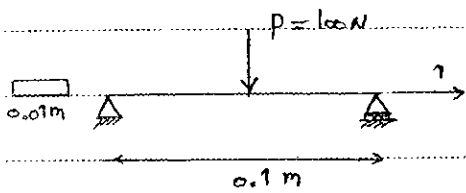
Ply strain and stress Analysis :



$$\epsilon = \epsilon(z) = kZ$$



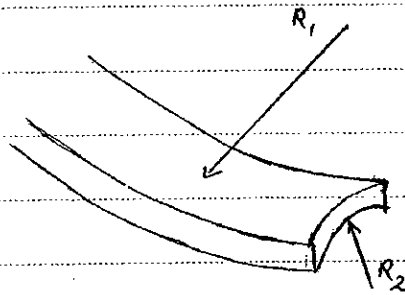
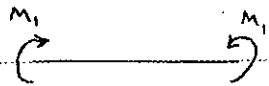
off axis strains → on axis strains → on axis strains



CLPT
↓
plate

مسئله: تئوری

مسئله‌ای که باید عمل چلی کنیم
(تئوری)



$$\sigma_y(0^\circ) = 4.57 \text{ MPa}$$

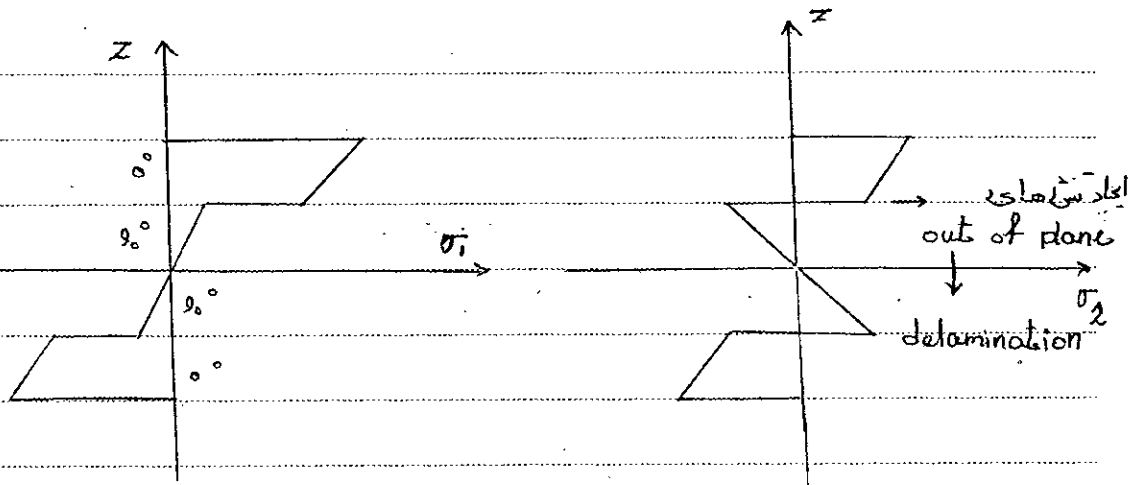
با افزایش جابجایی، $\sigma_y(90^\circ)$ نزدیک به حد انعطاف می‌رسد.

$$\sigma_y(90^\circ) = 17.7 \text{ MP}$$

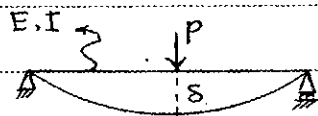
بنابراین، تسلط ابتدا از سمت مای دربره لایه ۹۰ شروع می‌شود.
(تئوری) (interface) (لایه ۹۰ و مابین خارجی که در کشش قرار دارد.)

Subject _____

Date _____



در حالتی که تنش میانی $\sigma - \epsilon$ بود از FPF به دلیل damage propagation است و نه ! plasticity



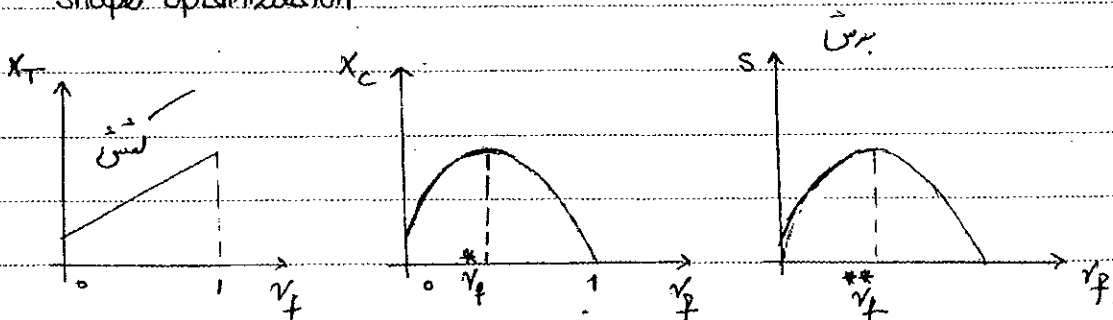
$$\delta = \frac{PL^3}{48EI} \quad EI = \frac{M}{k_1} = \frac{bM_1}{k_1} \quad [k] = [d][m]$$

$$EI = \frac{b}{d_{11}} \rightarrow \delta = \frac{PL^3}{48b} d_{11}$$

در صورتی که حالت \leftarrow به لایه 1 و 2 میزنند و در هم.



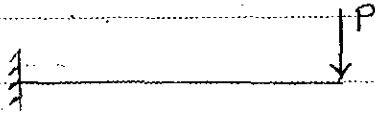
shape optimization



تمرین: سوال قبل را با همان عدد حل کنید. کامپیوترش ← در صورتی نامطلوب از خط جفتی نه دست لایه. گزارش تستی های

همچنین برای $[+45]_{45}$ مدل کنید. $[+45/-45/+45/-45/+45/-45/+45/-45]$ on-axis

تمرین: سوال قبل را برای تیر زیر حل کنید.



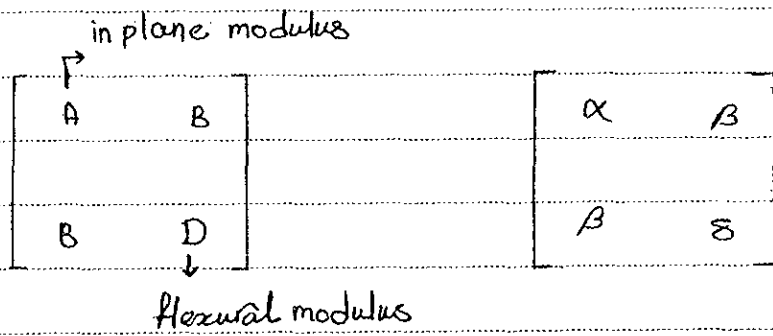
Unsym laminated Composite:

از نظر زوایای معادله بایست، روی جنس متناوبی را با کثرت بیشتر. و یا $[0_4/90_4]$

$$\begin{bmatrix} 0_4 & / & 90_4 & / & 90_4 & / & 0_4 \end{bmatrix}$$

G/E C/E

$[A_{ij}]$, $[D_{ij}]$, $[B_{ij}]$



$N_i = \int \sigma_i dz$ $M_i = \int Q_{ij} \epsilon_j^0 dz$

$A_{ij} = \int Q_{ij} dz$ $N_i = A_{ij} \epsilon_j^0$

$\epsilon_i^0 = \alpha_{ij} N_j$ $M_i = D_{ij} k_j$

Subject

Date

$$k_i = d_{ij} M_j \quad D_{ij} = \int Q_{ij} z^2 dz$$

$$Q_{ij} = Q_{ji} \quad S_{ij} = S_{ji}$$

$$A_{ij} = A_{ji} \quad D_{ij} = D_{ji}$$

$$\alpha_{ij} = \alpha_{ji} \quad d_{ij} = d_{ji}$$

$$E_i(z) = E_i^0 + z k_i$$

$$N_i = \int Q_{ij} E_j dz$$

$$N_1 = \int \{ Q_{11} [E_1^0 + z k_1] + \dots \} dz$$
$$= A_{11} E_1^0 + A_{12} E_2^0 + A_{16} E_6^0 + B_{11} k_1 + B_{12} k_2 + B_{16} k_6$$

$$B_{ij} = \int Q_{ij} z dz \quad \text{Coupling Modulus}$$

sym laminate :

$$B_{ij} = \int Q_{ij} z dz = \int_{-h/2}^0 Q_{ij} z dz + \int_0^{h/2} Q_{ij} z dz$$
$$= - \int_{-h/2}^0 Q_{ij} z dz + \int_0^{h/2} Q_{ij} z dz$$
$$= - \int_0^{h/2} Q_{ij} z dz + \int_0^{h/2} Q_{ij} z dz = 0$$

$$\begin{bmatrix} \epsilon_i^0 \\ k_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\alpha_{ij}] & [\beta_{ij}] \\ [\beta_{ij}] & [\delta_{ij}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_i \\ M_i \end{bmatrix}$$

در بعضی موارد ماتریس D تابع از stacking sequence است. در کتاب

90_8	90_4
0_8	0_4

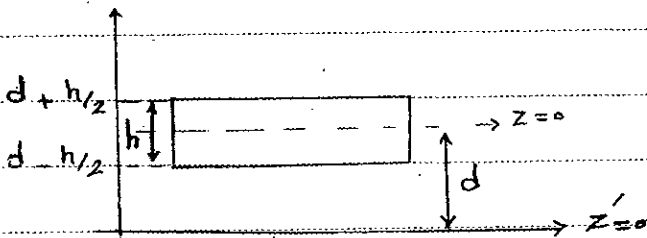
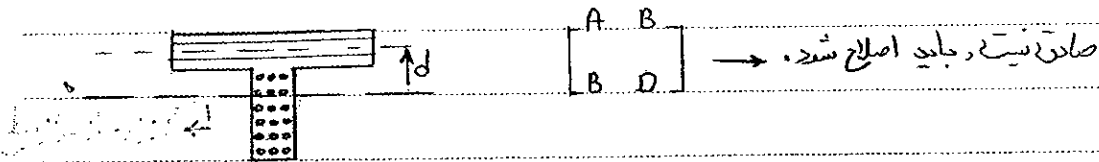
چون در حالت در مورد لایه‌ها در z اسیمتری قرار دارند، ماتریس D برای هر درستی است.

تقریباً: ثابت کنید که در $[0_8 / 90_8]_T$ $B_{12} = B_{16} = B_{26} = B_{66} = 0$ است.

در کامپوزیت‌های Class-ply N_6, M_6 فقط تیرگی ϵ_6^0, k_6 می‌کنند.

$$\epsilon_6^0 = \alpha_{66} N_6$$

$$k_6 = \delta_{66} M_6$$



Subject

Date

$$z = z' - d \quad z' = z + d \quad dz' = dz$$

for sym. lam.

$$N'_i = \int_{d-h/2}^{d+h/2} \sigma'_i dz' = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_i dz = N_i$$

$$M'_i = \int_{d-h/2}^{d+h/2} \sigma'_i z' dz' = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_i (z+d) dz$$

$$= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_i z dz + d \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_i dz = M_i + d \cdot N_i$$

for Gen. lam.

$$N'_i = \int_{d-h/2}^{d+h/2} \sigma'_i dz' = \int_{d-h/2}^{d+h/2} Q_{ij} (\epsilon_j^0 + z' k_j) dz'$$

$$= \epsilon_j^0 \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij} dz + k_j \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij} (z+d) dz$$

$$= A_{ij} \epsilon_j^0 + [B_{ij} + d \cdot A_{ij}] k_j$$

$$N'_i = A_{ij} \epsilon_j^0 + \underbrace{[B_{ij} + d \cdot A_{ij}]}_{B'_{ij}} k_j$$

$$M'_i = \int_{d-h/2}^{d+h/2} \sigma'_i z' dz' = \int_{d-h/2}^{d+h/2} Q_{ij} (\epsilon_j^0 + z' k_j) z' dz'$$

$$= \left[\int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij} (z+d) dz \right] \epsilon_j^0 + \left[\int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij} (z+d)^2 dz \right] k_j$$

$$= [B_{ij} + d \cdot A_{ij}] \epsilon_j^0 + \underbrace{[D_{ij} + 2d \cdot B_{ij} + d^2 \cdot A_{ij}]}_{D'_{ij}} k_j$$

Subject _____

Date _____

$$A'_{ij} = A_{ij}$$

$$B'_{ij} = B_{ij} + d \cdot A_{ij}$$

$$D'_{ij} = D_{ij} + 2d \cdot B_{ij} + d^2 \cdot A_{ij}$$

تمرین ۱۸

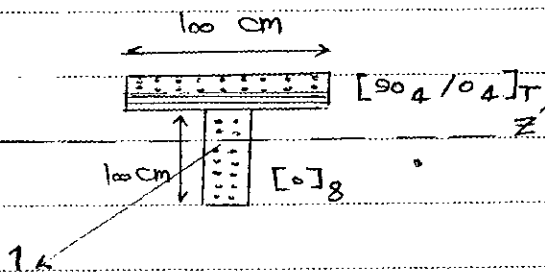
$$[-304/304]_T$$

T300/5208

$$N_1 = 100 \text{ N/m}$$

$$N_2 = N_6 = M_1 = M_2 = M_6 = 0$$

تمرین ۱۹ = ماتریس های A', B', D' را بدست آورید.



Stress Analysis

Failure Analysis

E_x

X_T

E_y

X_C

E_z

Y_T

E_{xy}

Y_C

E_{yz}

Z_T

E_{zx}

Z_C

ν_{xy}

S_{xy}

ν_{yz}

S_{yz}

ν_{zx}

S_{yz}

ماتریس

ماتریس

PAPCO

Subject

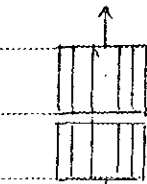
Date

Transversely Isotropic 2-D :

stress	Failure
E_x	X_T
E_y	X_C
E_s	Y_T
ν_x	Y_C
	S_{xy}

→ ۹ پارامتر ←

Failure models :

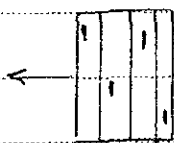


fiber breakage

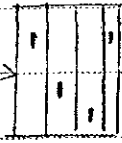


fiber buckling

→ در این دو نوع تخریب باید این را در نظر بگیریم
از لحاظ استاتیستیک
catastrophic



matrix in tension



matrix in compression



Delamination in Tension / Compression

stress Base : بر پایه تنش

Energy Base , strain Base : بر پایه انرژی و کرنش

Subject

Date

max on axis stress failure criteria

$$\sigma_x > 0 \rightarrow \frac{\sigma_x}{X_T} \geq 1 \rightarrow \text{failure}$$

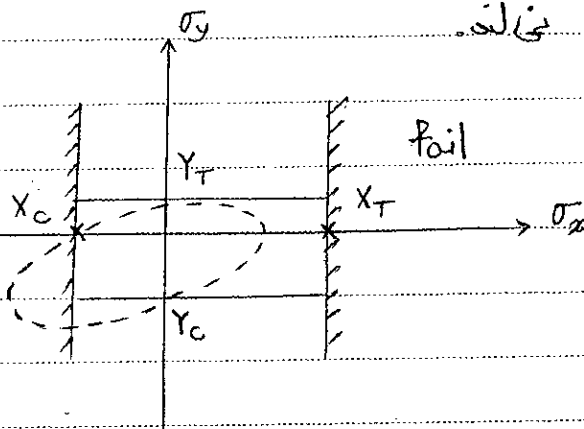
$$\sigma_x < 0 \rightarrow \frac{\sigma_x}{X_C} \geq 1 \rightarrow \text{failure}$$

$$\sigma_y > 0 \rightarrow \frac{\sigma_y}{Y_T} \geq 1 \rightarrow "$$

$$\sigma_y < 0 \rightarrow \frac{\sigma_y}{Y_C} \geq 1 \rightarrow "$$

$$\frac{\sigma_s}{s} \geq 1 \rightarrow "$$

مکانیک سیتم
interaction بین تنش ها در حد میانه



اما هیچ است
failure

Quadratic Failure Criteria : → 2-D
Curve fitting , بوسیلهٔ سامانهٔ آسانگاهی

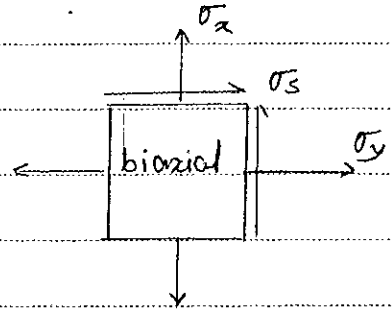
- Hashin

- Tsai - Wu :

$$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_s$$

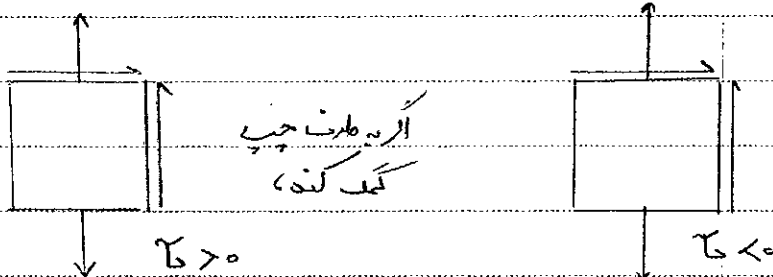
$$F_{ij} \sigma_i \sigma_j + F_i \sigma_i = 1 \quad 2-D$$

$$G_{ij} \epsilon_i \epsilon_j + G_i \epsilon_i = 1$$



$$F_{xx} \sigma_x^2 + 2F_{xy} \sigma_x \sigma_y + F_{yy} \sigma_y^2 + F_{ss} \sigma_s^2 + 2F_{xs} \sigma_x \sigma_s + 2F_{ys} \sigma_y \sigma_s + F_x \sigma_x + F_y \sigma_y + F_s \sigma_s = 1$$

نیاز نیست biaxial



از طرف چپ کشیده

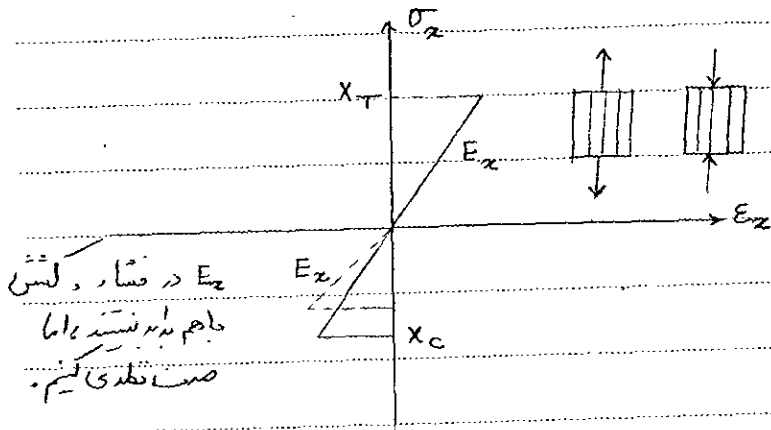
از طرف چپ کشیده

در صورتی که در حالت فوق بیان هستند و σ_s همیشه تنش منفرجه است.
← بنابراین تان های فرد σ_s باید از معادله حذف شوند.

$$F_{xx} \sigma_x^2 + 2F_{xy} \sigma_x \sigma_y + F_{yy} \sigma_y^2 + F_{ss} \sigma_s^2 + F_x \sigma_x + F_y \sigma_y = 1$$

معادله Tsai - Wu برای حالت بی‌جهت در واقع معادله F.P.F. را می‌دهد. باید لایه چپ را حذف کرد. ← معادله کانتاک

معیارها برای بررسی بدین جهت از جنسیتی باشند. "unidirectional ply"



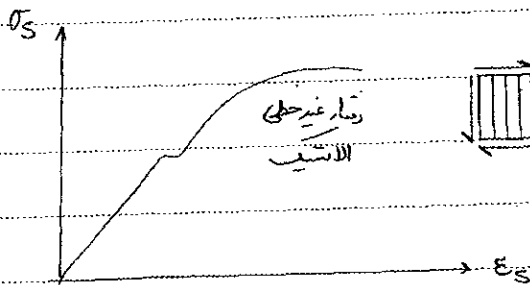
در فشار و کشش
جامد بزرگتر است اما
صفت فکری کنیم.

$$\sigma_x > 0 : F_{xx} x_T^2 + F_{xz} x_T = 1 \rightarrow F_{xx} = \frac{1}{x_c x_T}$$

$$\sigma_x < 0 : F_{xx} x_c^2 - F_{xz} x_c = 1 \rightarrow F_{xz} = \frac{1}{x_T} - \frac{1}{x_c}$$

$$\sigma_y > 0 : F_{yy} = \frac{1}{y_T y_c}$$

$$\sigma_y < 0 : F_{yy} = \frac{1}{y_T} - \frac{1}{y_c}$$



$$F_{ss} = \frac{1}{s^2}$$

Subject

Date

$$F_{xy}^* = \frac{F_{xy}}{\sqrt{F_{xx} F_{yy}}}$$

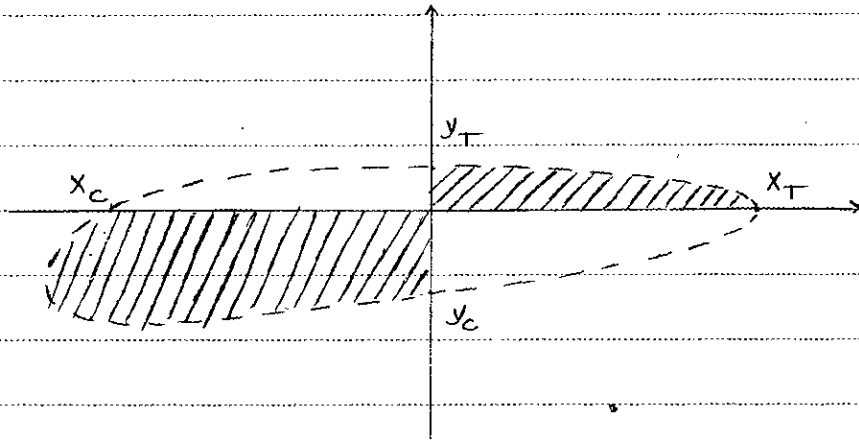
$$-1 < F_{xy}^* < 1 \quad \text{Ellipse}$$

↓
-0.5

$$F_{xy}^* = \pm 1 \quad \text{parallel line}$$

$$F_{xy}^* < -1, F_{xy}^* > 1 \quad \text{hyperbola}$$

$$F_{xy}^* = -\frac{1}{2}$$



اللائحہ دیکھ کر failure سے
 (نہ اتنا) $E_z, E_y, E_s, \gamma_x, \gamma_y$
 لہ ایسے دیکھ کر failure

strength ratio : (R)

$$\frac{\sigma_z}{x_T} = 1 \rightarrow \frac{R\sigma_z}{x_T} = 1 \rightarrow R = \frac{x_T}{\sigma_z}$$

$R=1$: fail. initiation

$R=\infty$: $\sigma_z=0$

$R>1$: safe

$R<1$: after failure!

Subject

Date

$R = P \times M_1 = 1000 \text{ N/m}$

$[0.6 / 90]_s$

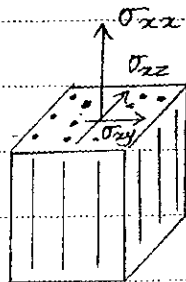
T300 / 5208

سپینال

$N_{critic} = P$

حالت بحرانی

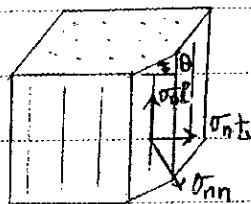
Hashin :



$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{zz}$

→ I) fiber breakage

$\sigma_x \pm$ → II) fiber microbuckling



$\sigma_{nn}, \sigma_{nts}, \sigma_{ntl}$

$\sigma_y, \sigma_{zy}, \sigma_{yz}$

→ III. mats. in tension

$\sigma_y \pm$ → IV. mats. in comp

$\sigma_x > 0$: fiber breakage

3-D : $\left(\frac{\sigma_x}{X_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{zy}}{S_{zy}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{zz}}{S_{zz}}\right)^2 = \frac{2}{2D \sigma_p}$

RAFCO

$\sigma_x < 0$: fiber Buckling (Rosen) ناحیه آمیز

$$\frac{\sigma_x}{X_c} = 1 = e_{fp}^-$$

اگر در حالت فوق دادند، دلیل کار را اطمینان می‌دهیم
چرا که در حالت فوق مدعای ناحیه آمیز هستند.

$\sigma_y > 0$: mats in tension :

$$\left(\frac{\sigma_y}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{xy}}{S_{xy}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{yz}'}{S_{yz}'}\right)^2 = e_{m+}^2$$

2D یی

$\sigma_y < 0$: mats in comp : "اصلاح شده"

$$\left(\frac{\sigma_y}{Y_c}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{xy}}{S_{xy}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{yz}'}{S_{yz}'}\right)^2 = e_{m-}^2$$

2D یی

$\sigma_x < 0$ fiber_mats shearing : Lessard & Chang

$$\left(\frac{\sigma_x}{X_c}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{xy}}{S_{xy}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{xz}}{S_{xz}}\right)^2 = e_{fm}^2$$

ایجاد استفاده از Y_T در حالت $\sigma_y < 0$ فشار است!

$$\sigma_y < 0 : \left(\frac{\sigma_y}{2S_{yz}}\right)^2 + \left[\left(\frac{Y_T}{2S_{yz}}\right)^2 - 1\right] \frac{\sigma_y}{Y_T} + \left(\frac{\sigma_s}{S}\right)^2 = 1$$

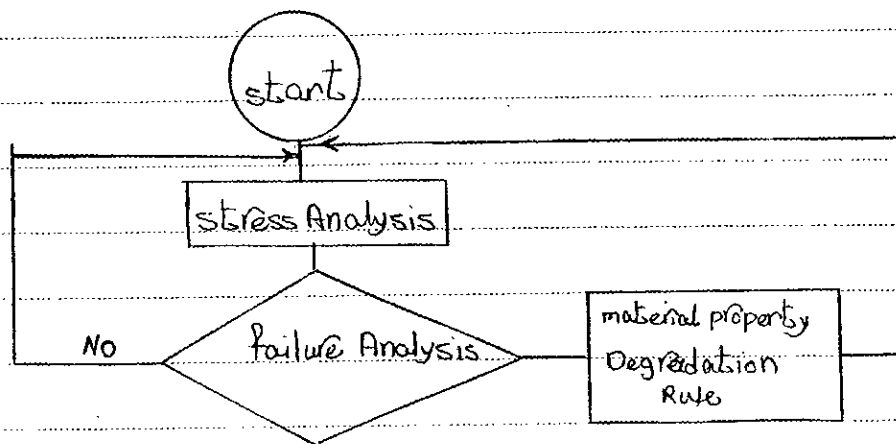
$Y_T < S_{yz}$

ایستادگی S_{yz} برای به بعضی است اما در حالت «بعضی ظاهر شده است»
out of plane

modified \rightarrow $\left(\frac{\sigma_y}{Y_c}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_s}{S}\right)^2 = e_{m-}^2$

$$\sigma_x < 0 : \left(\frac{\sigma_x}{X_c}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{xy}}{S}\right)^2 = e_{fm}^2 \quad (2-D)$$

Stochastic Progressive Damage Modeling : (SPDM)



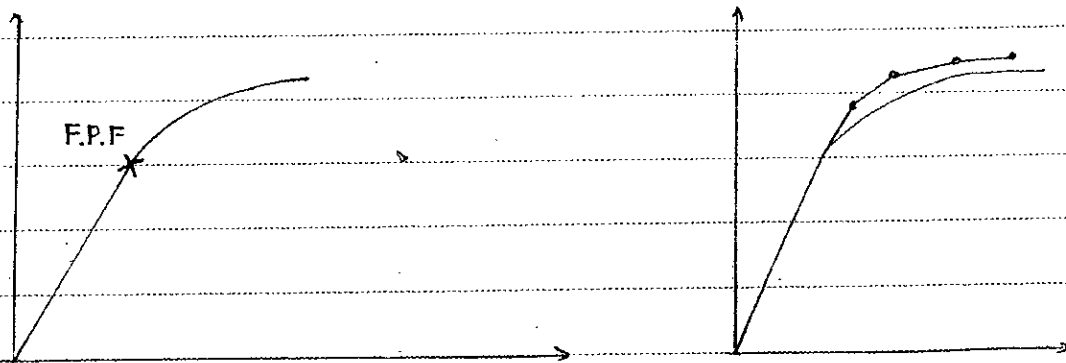
فیلد الاستیک

مادگی $\frac{1}{100}$ ی کنیم. صدمه می کنیم E_x, E_y, E_s, ν و $\sigma_x < 0$ و $\sigma_x > 0$

برای Tsai-Wu، در حالت اول هشتم، باید برای پارامترهای فنن را $\frac{1}{100}$ کنیم.
 برای مد matrix in tension $\sigma_y > 0$ و $E_x, E_y, E_s, \frac{\nu_y}{100}, \nu_x$

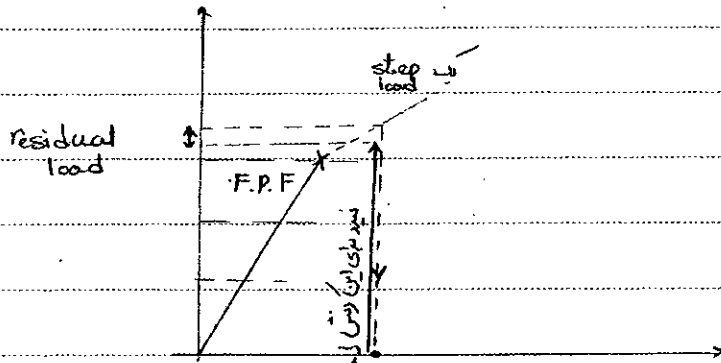
برای مد matrix in comp. $\sigma_y < 0$ و متابع حالت فنن $(\sigma_y > 0)$

برای مد fiber mat shearing $\sigma_x < 0$ و $E_x, E_y, \frac{E_y}{100}, \nu_x$



Subject

Date

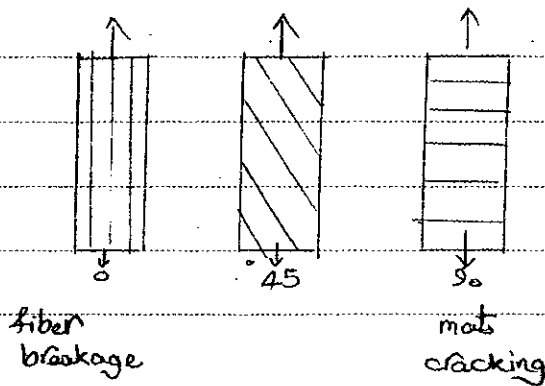
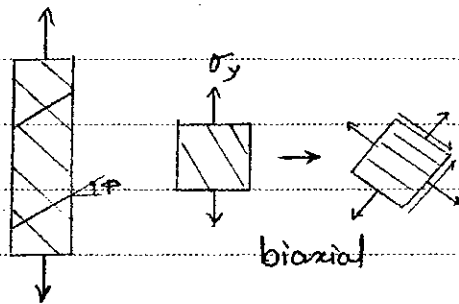


باروش نديون - افسون ، residual load
 تا حد عمل لويك يليم

F, S, E, σ
 باخران تيري
 باخران حديد

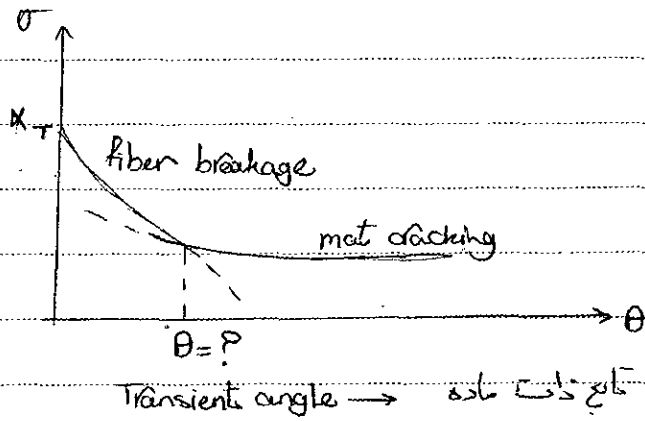
Delamination in Tension : $\sigma_z > 0$: $\left(\frac{\sigma_z}{Z_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{zz}}{S_{zz}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{zy}}{S_{yz}}\right)^2 = e_D^+$

Delamination in Comp. : $\sigma_z < 0$: $\left(\frac{\sigma_z}{Z_C}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{zz}}{S_{zz}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{zy}}{S_{yz}}\right)^2 = e_D^-$



Subject

Date



میزان $\theta_{\text{Transient}}$ برای $T_{300} / 15208$ است ν_f

Micromechanics :

Exp. charact. $\rightarrow \nu_f, E_z, E_y, E_x, \nu \rightarrow$ CLT macromechanics

Fiber & matrix $\rightarrow E_f, E_m, \nu_f, \nu_m, \sigma_f, \sigma_m$ micromechanics

G_f, G_m, s_f, s_m

Analysis and performance of fiber composites, B.D. Agarwal, 1980
L.J. Broutman, 1980

V_v Volume

V_v Volume fraction

$$V_f = \frac{\nu_f \rightarrow w_f}{\nu_c \rightarrow w_c}$$

w_v weight

W_v weight fraction

$$W_f = \frac{w_f}{w_c}$$

PAPCO

ρ_c : Density of Composite

$$m_c = m_f + m_m$$

fiber matrix

$$\rho_c V_c = \rho_f V_f + \rho_m V_m \xrightarrow{\text{تقسیم بر } V_c} \rho_c = \rho_f V_f + \rho_m V_m$$

هنگام فرآیند پلیمریزاسیون، مقداری حباب ایجاد می‌شود، اگر این حباب‌ها بر پایه‌ی تخله خارج نشوند، وزن نمونه کمتری شده، معادله فوق را دچار مشکل می‌کند.

$$\rho_c = \frac{W_f}{\rho_f} + \frac{W_m}{\rho_m}$$

$$W_f = \frac{w_f}{w_c} = \frac{\rho_f V_f}{\rho_c V_c} = \frac{\rho_f}{\rho_c} V_f$$

$$W_m = \frac{\rho_m}{\rho_c} V_m$$

الگوریتمی علاوه بر ماتریس و الیاف شامل اجزای دیگر نیز بود. (m: تعداد اجزاء)
(و یا از چند نوع الیاف استفاده شده بود.)

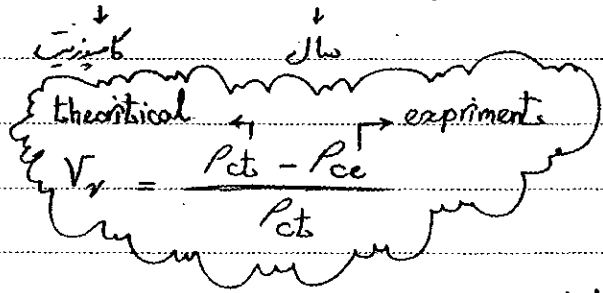
$$\rho_c = \sum_{i=1}^m \rho_i V_i$$

$$\rho_c = \sum_{i=1}^m \frac{W_i}{\rho_i}$$

$$W_i = \frac{\rho_i}{\rho_c} V_i$$

$$V_i = \frac{\rho_c}{\rho_i} W_i$$

ASTM D 2734 - F_0



برای یافتن حجم فضای خالی و
تست رویه‌های آزمایشگاهی
چون آب بسته
استحکام هستگی کمتر
تدریجی ← استحکام کمتر

در صورت هستگی Void باید زیر 1% باشد.

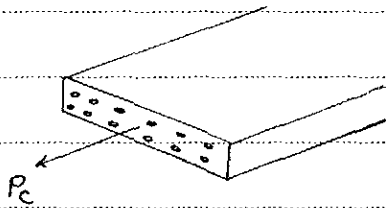
فرضیات:

1. الیاف هم حالت مستقیم (straight)

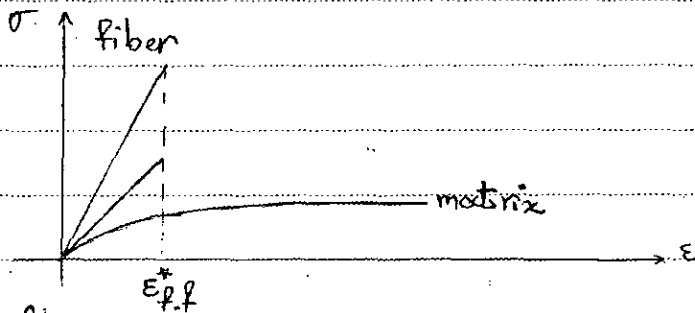
2. هیچ debonding بین الیاف و ماتریس وجود ندارد.

3. Void نداریم.

4. همه الیاف بصورت مستقیم دیده شده اند. (فاصله با الیاف مستقیم با ماتریس مستقیم نداریم.)



strength and stiffness of U-D ply.



← strength to failure fiber کرنش

به دلیل سبب نروق ماده زیاد الیاف نسبت به matrix می توان فرض کرد:

$$\sigma_f = E_f \epsilon_f \quad , \quad \sigma_m = E_m \epsilon_m \quad , \quad \sigma_c = E_c \epsilon_c$$

$$P_f = \sigma_f A_f \quad P_m = \sigma_m A_m$$

$$= E_f \epsilon_f A_f \quad = E_m \epsilon_m A_m$$

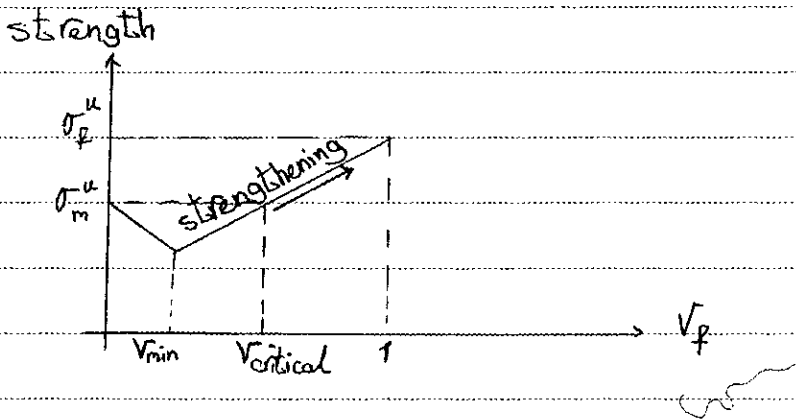
$$P_c = P_f + P_m \quad \rightarrow \quad \sigma_c A_c = \sigma_f A_f + \sigma_m A_m$$

Subject _____

Date _____

$$\sigma_c = \sigma_f \frac{A_f}{A_c} + \sigma_m \frac{A_m}{A_c}$$

$$\sigma_c = \sigma_f V_f + \sigma_m V_m$$



$$E_c \epsilon_c = E_f \epsilon_f V_f + E_m \epsilon_m V_m \rightarrow E_c = E_f V_f + E_m V_m \quad \text{Rule of Mixture}$$

$$\frac{d\sigma_c}{d\epsilon} = \frac{d\sigma_f}{d\epsilon} V_f + \frac{d\sigma_m}{d\epsilon} V_m \rightarrow \text{non linear}$$

$$\sigma_c = \sum_{i=1}^m \sigma_i V_i$$

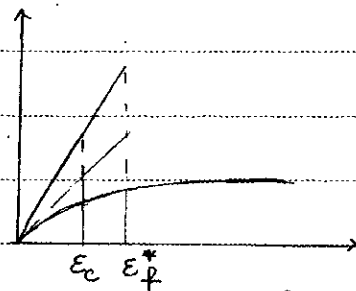
الراتنج نوع البات استلزم منه ليد

$$E_c = \sum_{i=1}^m E_i V_i$$

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_m} = \frac{E_f \epsilon_f}{E_m \epsilon_m} = \frac{E_f}{E_m}$$

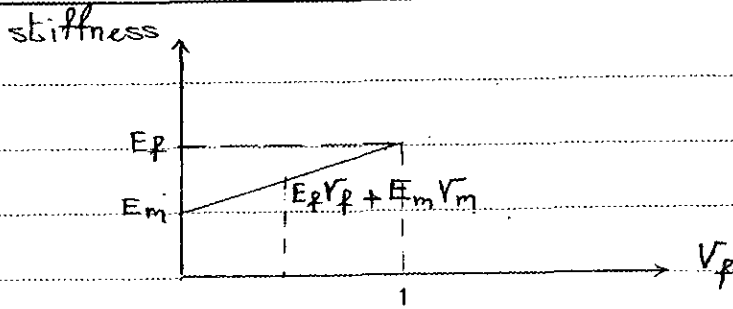
$$\frac{\sigma_f}{\sigma_c} = \frac{E_f}{E_c}$$

$$E_c = E_f V_f + \frac{d\sigma_m}{d\epsilon_m} \bigg|_{\epsilon_c} V_m$$



Subject

Date



من این آرایش متارگی الیاف
 stiffness آرایش یابد
 stiffening!

$$\sigma_c = \sigma_f V_f + \sigma_m V_m$$

$$\sigma_c^u = \sigma_f^u V_f + \sigma_m \left| \frac{\partial \epsilon_f^*}{\partial \epsilon_f^*} \right| (1 - V_f) \quad (I)$$

$$\sigma_c^u = \sigma_f^u V_f + \sigma_m \left| \frac{\partial \epsilon_f^*}{\partial \epsilon_f^*} \right| (1 - V_f) \geq \sigma_m^u : \text{strengthening}$$

$$\sigma_f^u V_{crit} + \sigma_m \left| \frac{\partial \epsilon_f^*}{\partial \epsilon_f^*} \right| (1 - V_{crit}) = \sigma_m^u$$

$$V_{critical} = \frac{\sigma_m^u - \sigma_m \left| \frac{\partial \epsilon_f^*}{\partial \epsilon_f^*} \right|}{\sigma_f^u - \sigma_m \left| \frac{\partial \epsilon_f^*}{\partial \epsilon_f^*} \right|}$$

برای $V_f < V_{critical}$: (چون الیاف نسبی تغییرات نسبت به نسبی تغییرات)

$$\sigma_c^u = \sigma_m^u (1 - V_f) \quad (II)$$

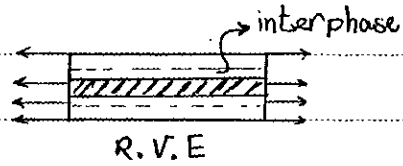
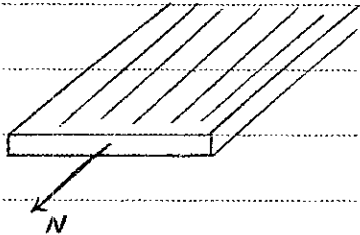
با تلاقی دادن دو معادله (I, II) :

$$\sigma_f V_f + \sigma_m \left| \frac{\partial \epsilon_f^*}{\partial \epsilon_f^*} \right| (1 - V_f) = \sigma_m^u (1 - V_f)$$

Subject _____

Date _____

$$V_{min} = \frac{\sigma_m^u - (\sigma_m / \omega \epsilon_f)}{\sigma_f^u + \sigma_m^u - (\sigma_m / \omega \epsilon_f)}$$

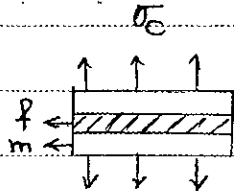
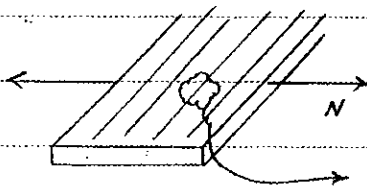


Representative Volume Element

inter face : سطح بین ماتریس و الیاف

inter phase : ماده بین ماتریس و الیاف

Transverse direction : E_T, Y_T



$$\sigma_c = \sigma_f = \sigma_m$$

اما اعراض!

چرا که اگر در حین عملیات گسسته باشیم
حتماً سستگاری رخ خواهد داد.

$$\delta_c = \delta_f + \delta_m$$

t_m : ضخامت ماتریس

t_f : ضخامت الیاف

$$\delta_c = \epsilon_c t_c, \quad \delta_m = \epsilon_m t_m, \quad \delta_f = \epsilon_f t_f$$

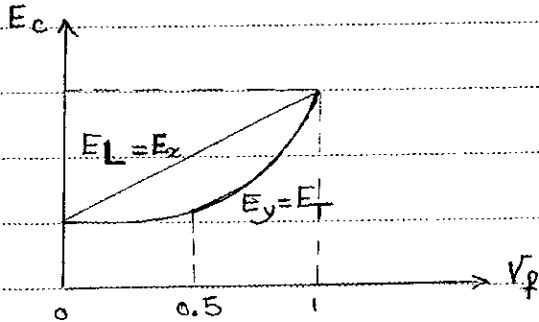
$$\epsilon_c t_c = \epsilon_f t_f + \epsilon_m t_m \rightarrow \epsilon_c = \epsilon_f V_f + \epsilon_m V_m$$

Subject

Date

$$\frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{\sigma_f}{E_f} V_f + \frac{\sigma_m}{E_m} V_m$$

$$E_c = \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m}$$



$$\sigma_u^T = Y_T = \frac{\sigma_m u}{S}$$

↳ stress concentration factor : SCF
stress magnification factor : SMF

از روش نیمه تجربی :

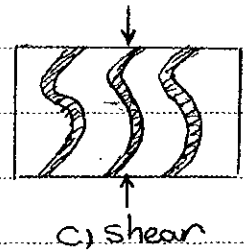
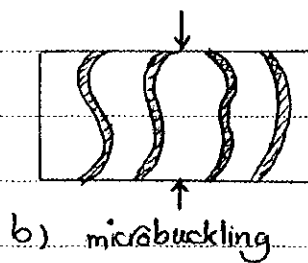
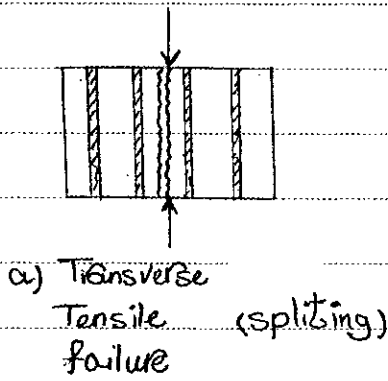
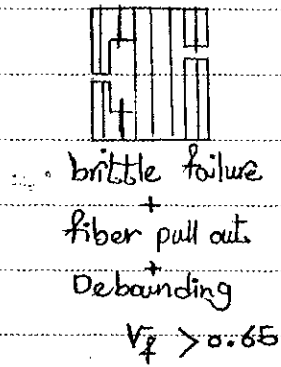
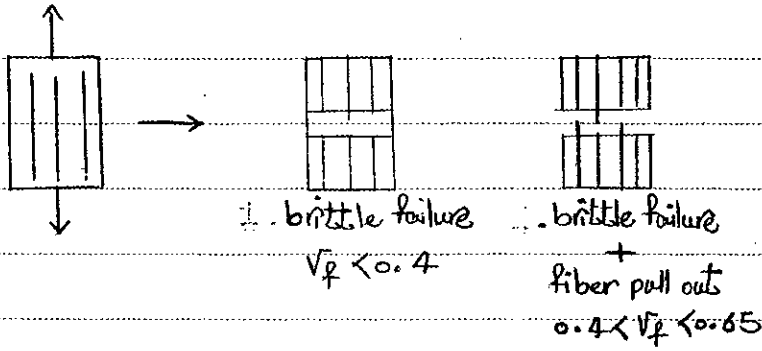
$$SCF = \frac{1 - V_f [1 - E_m/E_f]}{1 - (\frac{4V_f}{\pi})^{1/2} [1 - E_m/E_f]} > 1$$

$$SMF = \frac{1}{1 - (\frac{4V_f}{\pi})^{1/2} [1 - E_m/E_f]} > 1$$

RJPCO

Subject _____

Date _____



c) Rosen : $\sigma'_{Lu} = X_c = \frac{G_m}{1 - V_f}$ → matrix shear stiffness

از σ_c و σ_{Lu} به V_f و V_m به دست می آید:

$$E_T > E_{Tu} \quad \text{ultimate}$$

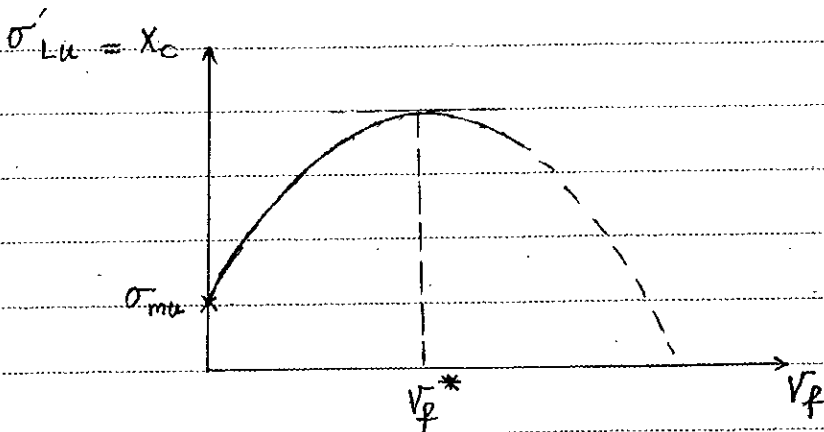
$$E_T = -E_L \nu_{LT} \quad \text{و} \quad E_T = \frac{-\sigma'_L}{E_{L,c}} \nu_{LT}$$

$$\sigma'_{Lu} = \frac{E_{L,c} E_{Tu}}{\nu_{LT}}$$

$$\text{Nielsen: } E_{CB} = E_{mu} (1 - V_f^{1/3})$$

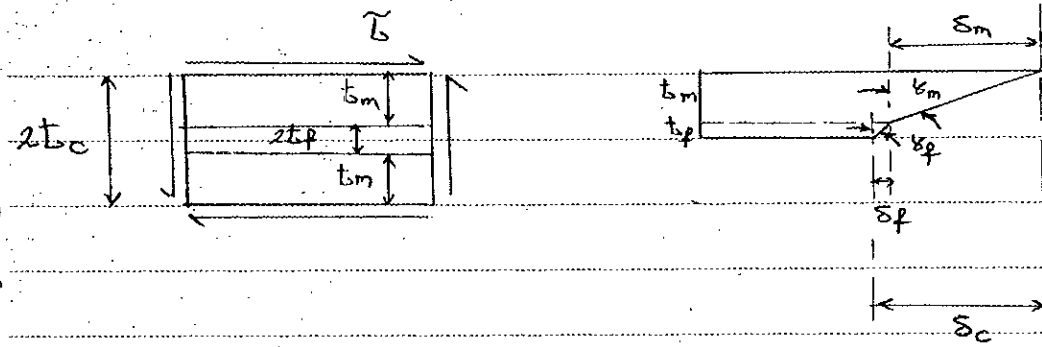
$$\text{چی: } E'_x = E_x = E_f V_f + E_m V_m$$

$$\sigma'_{Lu} = \frac{(E_f V_f + E_m V_m) E_{mu} (1 - V_f^{1/3})}{\nu_f V_f + \nu_m V_m}$$



Subject

Date



$$L_c = L_m = L_f$$

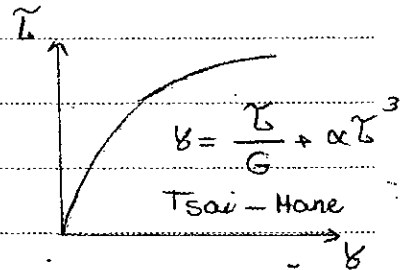
$$\delta_c = \delta_f + \delta_m$$

$$\delta_c = k_c t_c$$

$$\delta_f = k_f t_f$$

$$\delta_m = k_m t_m$$

$$\frac{k_c t_c}{t_c} = \frac{k_f t_f}{t_c} + \frac{k_m t_m}{t_c} \rightarrow k_c = k_f V_f + k_m V_m$$



اما رابطه را بصورت خطی در نظر می آوریم.

$$\frac{L_c}{G_c} = \frac{L_f}{G_f} V_f + \frac{L_m}{G_m} V_m$$

$$\frac{1}{G_c} = \frac{V_f}{G_f} + \frac{V_m}{G_m}$$

تعیین و تست استحکام برشی الیاف را چگونه انجام می دهند؟ چگونه می توان ضریب پارسون الیاف را بدست آورد؟

استاندارد ASTM

Subject

Date

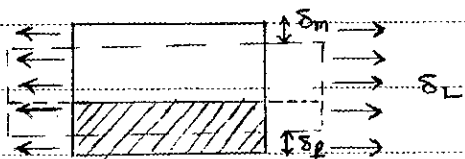
U-D Ply:

Poisson's Ratio

$$\nu_{LT} = \text{major P.R.} = \nu_x$$

$$\nu_{TL} = \text{minor P.R.} = \nu_y$$

R.V.E.



$$\delta_c = \delta_f + \delta_m$$

$$(E_T)_f = -\nu_f (E_L)_f$$

$$(E_T)_m = -\nu_m (E_L)_m$$

$$(E_T)_c = -\nu_c (E_L)_c$$

$$\delta_f = t_f (E_T)_f = -t_f \nu_f (E_L)_f$$

$$\delta_m = t_m (E_T)_m = -t_m \nu_m (E_L)_m$$

$$\delta_c = t_c (E_T)_c = -t_c \nu_c (E_L)_c$$

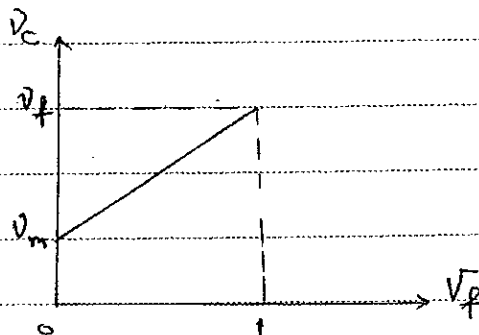
$$\nu_{LT} = \nu_x$$

$$-t_c \nu_c (E/L)_c = -t_f \nu_f (E/L)_f - t_m \nu_m (E/L)_m$$

$$\nu_c = \nu_f \nu_f + \nu_m \nu_m$$

$$\hookrightarrow \nu_x$$

$$\nu_{TL} = \nu_y = \nu_{LT} * \frac{E_y}{E_x}$$



PAPCO

Subject

Date

Manufacturing method:

Filament winding

پیش‌الایف

اولین روشی که استفاده شد

Hand lay up

ساده ترین روش

ابتدا از قطعه یک master می‌گیریم، از سمت بیرونی آن یک mold می‌گیریم، سپس در داخل mold

open mold

شرع به چیدن الایف می‌کنیم.

closed mold

زیرهای cold cure ← در دمای اتاق پخت می‌شوند.

زیرهای hot cure ← در حرارت پخت می‌شوند.

• Hand Lay-up → wet Lay-up → open mold

• Vacuum Bagging: خارج کردن ب.های نامی از پلیمر پس از چکاندن و خارج کردن زیرهای نامی

سلح بطور بسیار متراکم خواهد بود ← ولی در آن قسمت

تعداد سلح های روی سلح بسیار ← کنترل کننده Volume fraction

Bleeders

Curing:

polyester [alcohol 1
acid 2

Epoxy + hardner

oven → قبل از حرارت می‌دهیم

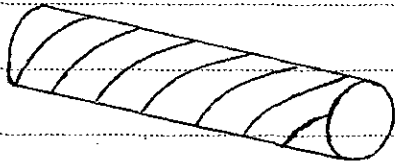
autoclave → علاوه بر حرارت فشار هم کنترل می‌شود.

closed mold ← برای ساخت پرده های تریپل جادی ← از قالب دو تکه استفاده می‌شود

Filaments Winding :

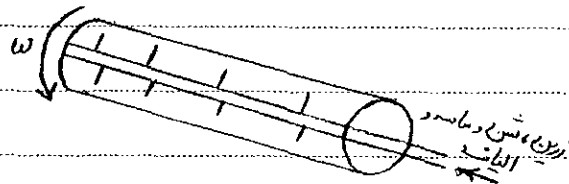
الیاف از داخل رزین عبور کرده و دور Mandrel پیچیده می شوند ← ساخت لوله کپسول
discontinuous filament winding
درجه آزادی 5
درجه آزادی

در ساخت لوله های بلند Mandrel ضرورت است و این نتیجه سرعت بیشتر از ابتدای
Mandrel به ابتدای آن جاری گردد.
continuous filament winding



Centrifugal casting :

در اثر چرخش عمل برآورد صورت
ی پیچیده



Resin Transfer Molding (RTM) → closed mold

قالب نو، ماده، الیاف درون قالب چیده شده است. رزین ابتدا با هاردنر ترکیب شده و سپس به داخل قالب تزریق می شود.

VARTM → Vacuum Assisted Resin Transfer Molding

در نقاط نفوذ و میزان استایون آزاد شده کمتر است.
تغییر تولید در RTM جلا است.

• Spray up

الیاف با یکدیگر آمیخته می شود.

زیرین روی الیاف کوره پاشیده می شود و جام روی قالب اسپری می شود ← Mats

• pultrusion:

الیاف هم در یک راستا هستند.

Roving + mats از داخل زون عبور کرده و خم می گردند و وارد کوره می شوند و از سیمت دیگ کشیده می شوند.

زیرین fast cure مورد نیاز است.

Pul Winding :

بعد از کشیدن یک میله دایره ای و دور آن الیاف می پیچند ← برای ساخت

قطعات عاج دایره مانند مثلگرد کامپوزیتی.

زیرین ابتدا داخل زون زیرین می شود ← جام قطعه به یک زیرین است و قطعه کامپوزیتی را بعد از ساخت یک می زنند.

• sheet molding Compound (SMC)

ترکیب قالب گیری منفی

Cont. SMC

DisCont. SMC

زیرین روی یک لایه پاشیده می شود و الیاف کوره روی آن پاشیده می شود و روی آن یک لایه دیگر کشیده می شود.

می گردند و به شکل دایره وارد کوره می شوند.

در حرارت به کانه ای تنگ می شود که curing به صورت کامل رخ ندهد، خردی pre preg خواهد

بود که می توان از آن استفاده کرد.

Subject

Date

• Compression Molding Compound (CMC)

مانند فرآیند تزریق الاستیک - نقطه انعطاف شیشه هم به صورت خورد شده اعنانه می شود.
ماددهای قوی تر دارند ← بیشتر قطعات برقی

• Injection Molding Compound

مانند CMC، ولی مقادیر آب و بری در آن

Short fibers:

CSM و نمد
↓
chopped strand mat

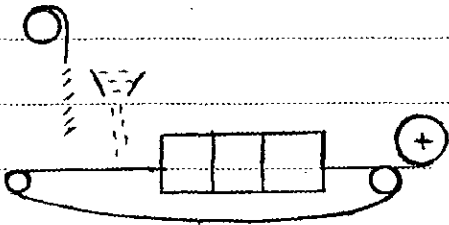
Mat و ممکن است با الیاف کوتاه ساخته شود

یا با الیاف بلند ← Long fiber Thermosets



مثال دیگر باغلی!

خواص در هر دو اساسی است و تفاوتی با هم نیست

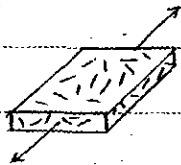


* همیشه الیاف به منظور تقویت استفاده نمی شود، بلکه گاهی به منظور ایزان قیمت در کردن قطعه به آن امان می شود

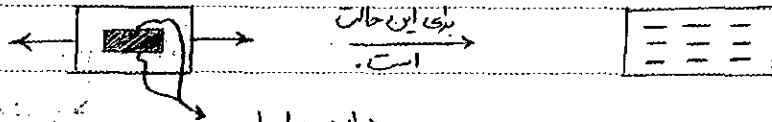
Green fiber

Type	method	Fiber length	orientation
Fiber Reinforced Thermoplastics	Injection Molding	< 1.25 cm	Random oriented
S.M.C. (poly ester) → صنایع کاب سپر ماشین، بدنه قطعات خودرو، بدنه تخازن آب کتب سطلی	Compression Molding	2.5 - 7.5 cm	Random
B.M.C. صنایع نساجی (Bulk Molding Compound) → قطعات برقی	Compression Molding	< 2.5 cm	Random

Theories of stress Transfer



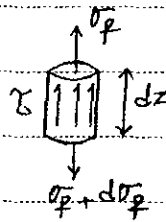
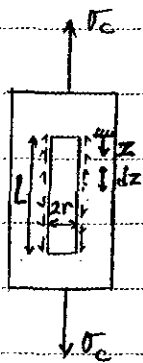
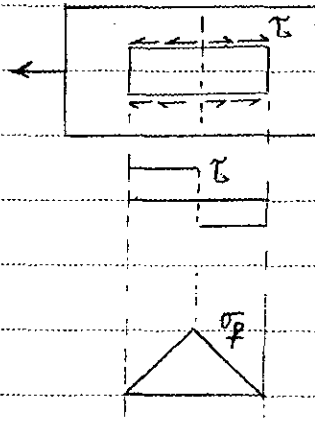
Volume fraction به RVE باید برابر باشد.



روی این حالت است.

در این در سطح باید یک استوفا برشی بسیار خوب وجود داشته باشد.

در interface یک تئوری برای وجود دارد. در نتیجه الیاف تحت بار Normal قرار دارند. وجود الیاف باعث می شود برشها تغییر شکل بزرگی می شود.

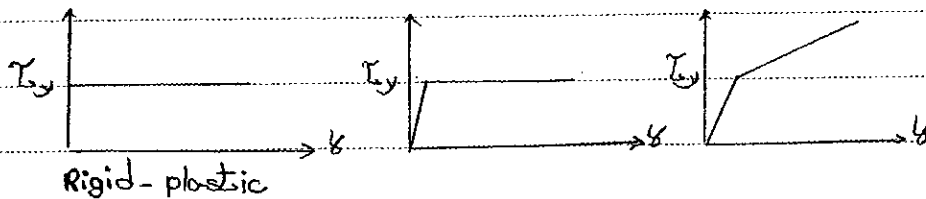
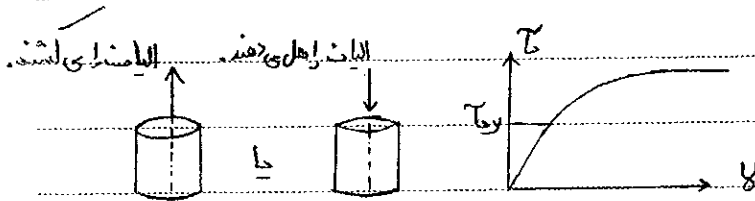


$$(\pi r^2) \sigma_f + (2\pi r dz) \tau = (\pi r^2) (\sigma_f + d\sigma_f) \quad \frac{d\sigma_f}{dz} = \frac{2\tau}{r} \quad \sigma_f \propto \tau$$

$$\sigma_f = \sigma_{f0} + \frac{2}{r} \int_0^z \tau dz$$

$$\sigma_f = \frac{2}{r} \int_0^z \tau dz$$

برای بدست آوردن τ :

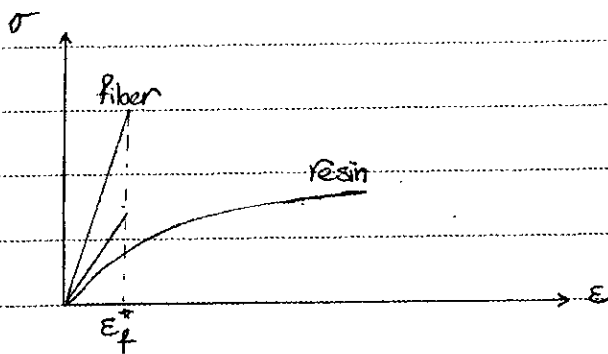


$$\sigma_f = \frac{2\tau_y z}{r}$$

$$\left. \frac{\Delta \sigma_f}{\Delta z} \right|_{z=l/2} = \frac{\tau_y l}{r}$$

$\tau_y \rightarrow$ ثابت

طول را تا جایی تعیین افزایش داد که $\sigma_f^{ultimate}$ به دست آید. طول برای
 اگر σ_f از σ_f^u بگذرد \rightarrow fiber به دو قسمت تقسیم می شود \rightarrow l کاهش می یابد \rightarrow σ_f کاهش
 می یابد.



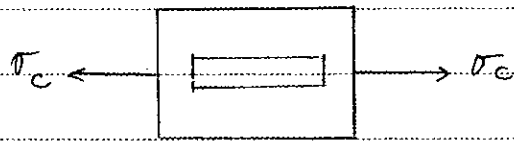
$$\epsilon_f = \epsilon_m = \epsilon_c \rightarrow \frac{\sigma_f}{E_f} = \frac{\sigma_c}{E_c} \rightarrow (\sigma_f)_{max} = \frac{E_f}{E_c} \sigma_c$$

$$\frac{l_t}{d} = \frac{E_f}{E_c} \frac{\sigma_c}{2I_y}$$

$l_t \rightarrow l_c$
↳ critical

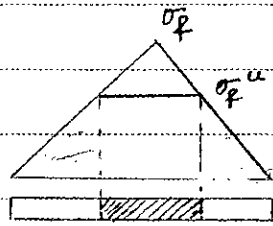
$\hat{\sigma}_f \rightarrow \sigma_f^u$

$$\frac{l_c}{d} = \frac{\sigma_f^u}{2I_y}$$



$$\sigma_c = \bar{\sigma}_f \gamma_f + \sigma_m \gamma_m$$

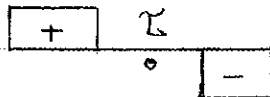
$$\bar{\sigma}_f = \frac{1}{L} \int_0^L \sigma_f dz$$



$$(\sigma_f)_{max} = \frac{I_y l}{r}$$

$$\frac{1}{2} (\sigma_f^u \frac{l_t}{2} + \sigma_f^u (l - l_t))$$

$$\rightarrow \frac{\sigma_f^u}{2} \frac{l_t}{2} + \frac{\sigma_f^u}{2} (l - l_t)$$



$l < l_c \rightarrow$ effective

$l = l_c \checkmark$

$l > l_c \rightarrow$ fail خواهد کرد

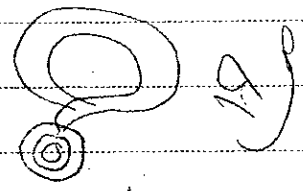
در الیاف به صورت Random جهت گیری کنند، عابلات منابوت خواهد بود.

strength:

$$l < l_c : \bar{\sigma}_f = \frac{1}{2} \hat{\sigma}_f = \frac{\tau_{yl} l}{d}$$

$$l > l_c : \bar{\sigma}_f = \hat{\sigma}_f \left(1 - \frac{l_t}{2l}\right)$$

(جایزه نه تنگ برقی)
 (صنوبریست)
 (دکله پارچه)



$$\sigma_c = \frac{1}{2} \hat{\sigma}_f V_f + \sigma_m V_m \quad ; \quad l < l_c \quad \rightarrow \quad \text{دایره حالت تبدیل: failure الیاتی, matrix cracking}$$

$$\sigma_c = \hat{\sigma}_f \left(1 - \frac{l_t}{2l}\right) V_f + \sigma_m V_m \quad ; \quad l > l_c$$

$$l \gg l_c : \sigma_c = \hat{\sigma}_f V_f + \sigma_m V_m \quad \rightarrow \quad \text{unidirectional ply}$$

$l \rightarrow \infty$
 (تشیخ الیاتی به $\hat{\sigma}_f$ می رسد)
 (دکله الیاتی)

در تشیخ الیاتی (دکله) به failure می رسد، یعنی پارچه الیاتی شکسته می شود، در صورتی که در الیاتی به این صورت نیست.

$$\sigma_c^u = ?$$

$$\hat{\sigma}_f \rightarrow \sigma_f^u \quad \sigma_c \rightarrow \sigma_c^u$$

$$\sigma_c^u = \frac{1}{2} \hat{\sigma}_f V_f + \sigma_m^u V_m$$

σ_m^u ultimate

$$\sigma_c^u = \frac{\tau_{yl} l}{d} V_f + \sigma_m V_m \quad ; \quad l < l_c \quad \text{matrix cracking}$$

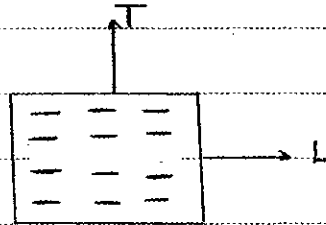
$$\sigma_c^u = \hat{\sigma}_f \left(1 - \frac{l_c}{2l}\right) V_f + \sigma_m V_m \quad ; \quad l > l_c \quad \sigma_m |_{\partial \epsilon_f^*} \approx \sigma_m^u$$

$$\sigma_c^u = \hat{\sigma}_f V_f + \sigma_m |_{\partial \epsilon_f^*} V_m \quad ; \quad l \gg l_c$$

Chamis, Hoshin, Hahn, Rosen, Rothen

: stiffness

Hahn: E_L, E_T (1970)



$$\frac{E_L}{E_m} = \frac{1 + \frac{2l}{d} \eta_L v_f}{1 - \eta_L v_f}$$

$$\frac{E_T}{E_m} = \frac{1 + 2\eta_T v_f}{1 - \eta_T v_f}$$

where: $\eta_L = \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} - 2\frac{l}{d}}$, $\eta_T = \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} + 2}$

برای حالتی که الیاف به صورت ریزم درون ماتریس قرار گیرند:

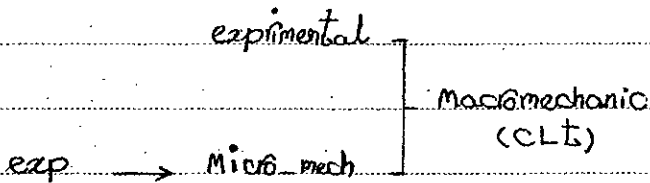
$$E_{Rand} = \frac{3}{8} E_L + \frac{5}{8} E_T$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

بسیاری آید $\nu \rightarrow$

$$G_{Rand} = \frac{1}{8} E_L + \frac{1}{4} E_T$$

که ماده شیب اینترمدیوم است.



Subject

Date

تمرین و برای الایت کتابه :

PROVE :

$$V_{min} = \frac{\sigma_m^u - (\sigma_m)_{\epsilon_f}^*}{\bar{\sigma}_f + \sigma_m^u - (\sigma_m)_{\epsilon_f}^*}$$

$$V_{crit} = \frac{\sigma_m^u - (\sigma_m)_{\epsilon_f}^*}{\bar{\sigma}_f - (\sigma_m)_{\epsilon_f}^*}$$

Material Characterization :

1. material testing : ASTM, Din, ISO, GIS, Coast, oast

پایه ←

↓
کمیته

D 775 - 71

↓
کمیته

↑
مال

2. Element testing :

مثالست بیج و ...
زنجیره

3. Component test :

مثالست بال هواپیمایا

Jan, Far

4. full scale test :

مثال ط هواپیمایا راستی کنیم

Boeing

RAPCO

Subject

Date

Unidirectional :

2D T. Iso. : $E_x, E_y, E_z, \nu, X_T, X_C, Y_T, Y_C, S$

D 3039 - 76

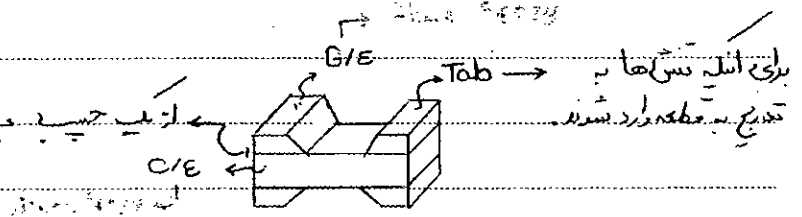
standard test method for tensile properties of fiber resin composites.

* $E > 20 \text{ GPa}$

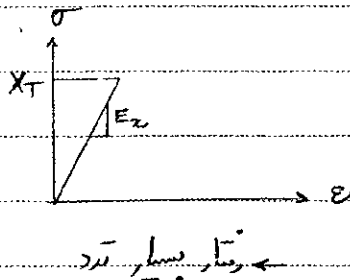
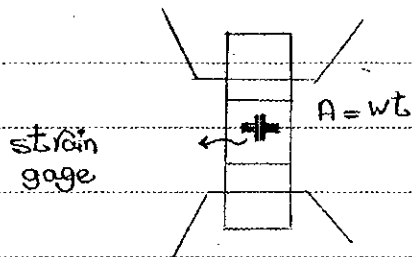
* Continuous and discontinuous fibers

* $0^\circ, 90^\circ, 0/90$

toughness بالاتر نسبت به زبری
خرد تکه استاده یک تکه تا برش آید.



Tab را محو از تعدادی نمونه از ماده مورد آزمایش می سازند.



$$D_x = \frac{|E_y|}{E_x}$$

مقدار آرایشها

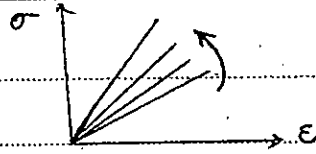
$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

$$s.d. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1}}$$

s.d. < 10% قابل قبول

$$v = \frac{100 \text{ s.d.}}{\bar{X}} \text{ Coefficient of Variation}$$

$\dot{\epsilon}$ → strain rate



← ماده. دسلو الاستیج است
 نرخ کرنش هم است.

* قطعه 90° نیاز به Tab نما و می تواند به طور متتیم آزمایش شود.

باید شرایط آزمایشی در تولید manufacture مانند دما... و کرنش شود.
 باید مد failure نیز کرنش شود. (قطعه را جابجاسته است.)

عمل خطی باید alignments قطعه جلب شود. (در دستگاه.)

D 3479 - 76

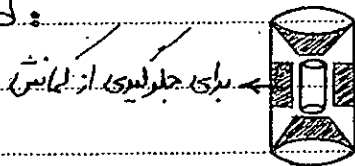
Tension - Tension Fatigue of oriented Fiber / Resin matrix Composite.

Compressive Properties of unidirectional and crossply fiber resin

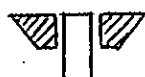
Composites: D3410-87

E > 21 GPa 0, 90, 0/90

End load:



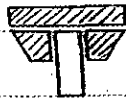
Friction load:



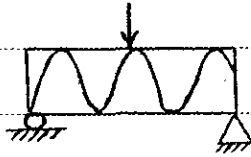
Subject

Date

mixed load:

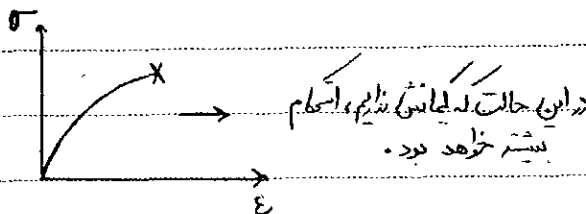
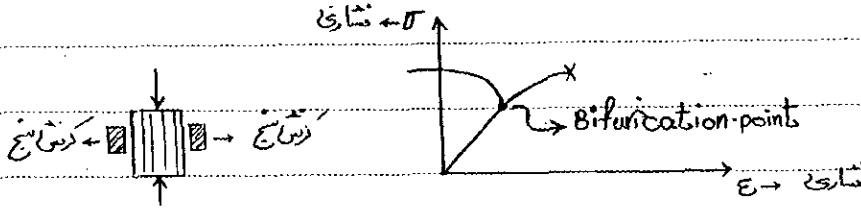


Bending load:



اگر قطعه از جوی لرزیده باشد، End effect خامی داشته.

برای تشخیص این که قطعه توسط Buckling می‌شکند یا تحت فشار، از دو روش شرح استاده می‌کنیم:



• End load

I. ASTM D 695

modified ASTM D 695

R.A.E

Monthop

• Friction load

II. Celanese

IITRI

Wyoming IITRI

Hydraulic grip

PAPCO

• mixed load

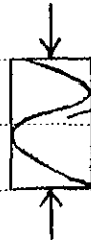
III. Atmore

ICSTM

RAE modified celanese

• Bending load

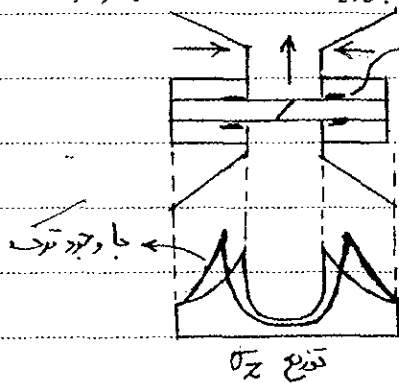
IV. 4 point bending
Sandwich panel



بوی جگرگی از
Buckling

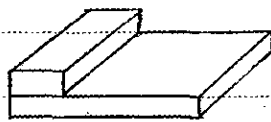
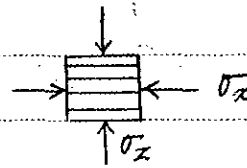
Hydraulic grip

با زاویه 45° می کنند رزین، تدر



در بنای مهندسی ایجاد می کنند
اثر singularity به داخل
grip منتقل شود.

$X_c \rightarrow$ 60% افزایش



Tab هم موجب انتقال singularity

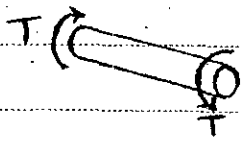
به داخل grip می شود.

← می توان stiffness بیشتری را نیز از این روش بدست آورد، اما باید مینی خورد.

Subject

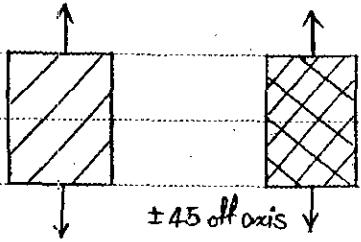
Date

In plane shear :

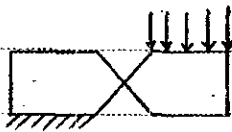
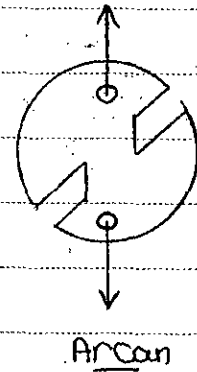
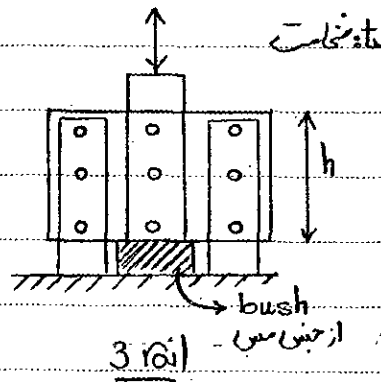
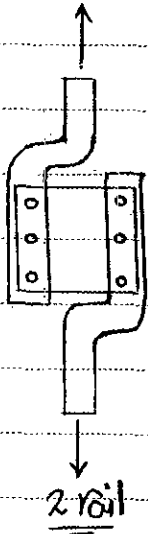


الربطة Rod باسد ← برمه Torsion

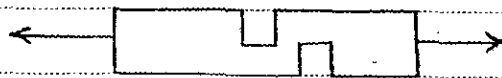
با استفاده از تست کشش



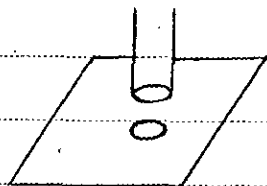
دلیل delamination مناسب است.



Iosipescu

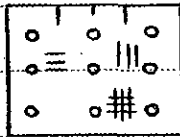


Double notch



Punch

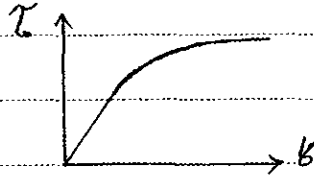
ترک شروع می شود.



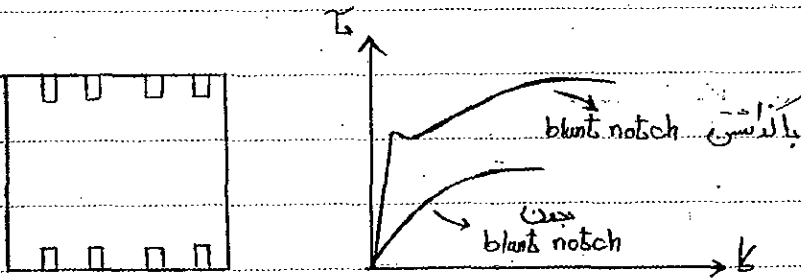
$$\sigma \begin{matrix} \uparrow \\ \downarrow \end{matrix} = \sigma \begin{matrix} \uparrow \\ \downarrow \end{matrix}$$

$E_s, s \qquad E_s, s$

صنفر درجه یا ۹۰ درجه بگذاریم، نیروی می زنند.
 بنابراین صنفر ۹۰ می گذاریم که چابک تر است.



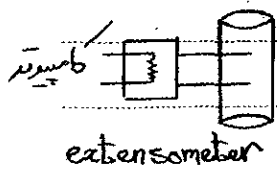
ترک های ایجاد شده در لبه بالا به سرعت تا پایین رشدی کنند و قطعه را دچار Failure می کنند. باید توجه
 این ترک ها را شناسایی کنیم و به جای sharp crack، یک blunt crack آبی تری دهیم.



tsai Hohns $\sigma_{ay} = \frac{\tau_{ay}}{G} + \alpha \tau_{ay}^3$

$$\sigma = \frac{F}{2th}$$

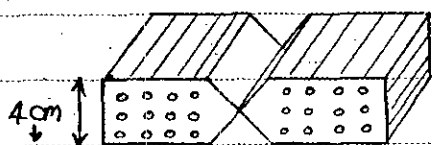
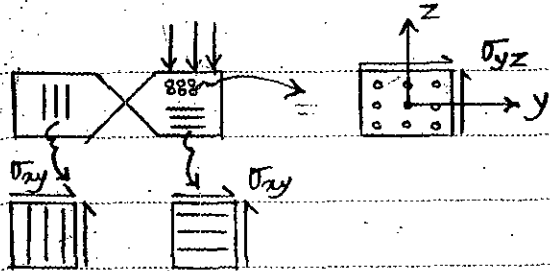
در تست استاتیکی از strain gage استفاده می کنیم.
 ولی در تست Fatigue چون سطح بسیار ناهمواری شده، نمی توانیم strain gage بگذاریم ← جابج
 از extensometer استفاده کنیم.



* سوراخ ها را با sand blast کنیم.
 * از فشریح در سوراخ ها استفاده کنیم.

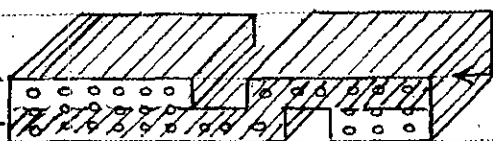
Subject

Date



تعداد لایه‌ها زیاد است در برخی نواحی از برش دینی استفاده کرد.

مقطع با برش
پالترژون ساخته
ی نشود. $S_{zy} = S_{yz}$
استحکام‌های out of plane.

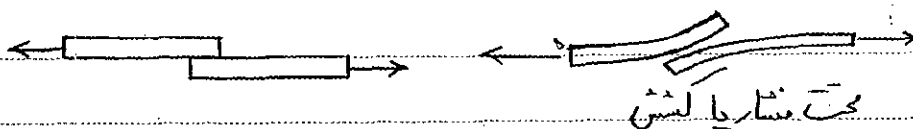


در اصل قطعه‌ها
به این شکل است.

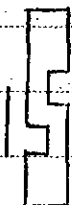
Double notch

با روش دینی ساخته می‌شود.

حالت تنش در برخی دیم چون Y_+ خیلی کوچک است
اما $Y_0 > S_{yz}$



حالت فشار یا کشش



تجهیزات آزمایشگاهی
برای جلوگیری از
حالت نعل

