

Subject : 1

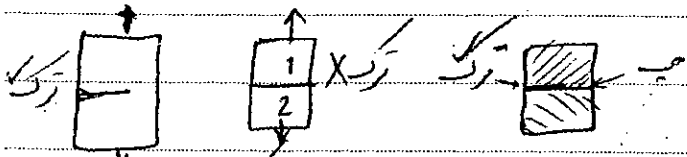
Year .

Month .

Date .

93/2/29

ترک هرگاه در سطح دیک جسم روی آن قرار می‌دهند و بهم متصل نباشند، هم این ناموس یک ترک گفته می‌شود



فهرست مطالب درس

- 1- مقدماتی بر تازگیه & 2- کاربرد مکانیک شکست در صنایع مختلف & 3 عوامل ایستادگی و نحوه مقابله با آن
- 4 حالات مختلف بارگذاری یک قطعه ترک دار (مود I، مود II و مود III بارگذاری)
- 5 تنش‌های الاستیک در صفحات ترک دار & 6- فریب شدت تنش در قطعه ترک دار و اهمیت آن
- 7 روابط مربوط به فریب شدت تنش در چند قطعه ترک دار متداول
- 8- روش‌های تجربی جهت تعیین فریب شدت تنش & 9- نکات اساسی در زمینه ایستادگی اجزا که در صفحات ترک دار
- 10- تعیین فریب شدت تنش بزرگ در زمینه ایستادگی اجزا
- 11- روش‌های مختلف مکانیک شکست بر حسب نوع بارگذاری
- 12- فراتر از روش‌های (شکست نگاری) و آشنایی با مکرر مکانیزم‌های شکست ترک
- 13- شکست ترد در شرایط مکانیک شکست الاستیک خطی (لاستیک و پلاستیک)
- 14- آشنایی با مفهوم حجمی شکست & 15- بدلهای موجود در ناحیه پلاستیک اطراف ترک
- 16- شکست ترد در حالتی اندازه ناحیه پلاستیک (اطراف ترک) کوچک باشد در 13 از ناحیه پلاستیک منظور شده است
- 17- روش استاندارد جهت تعیین حجمی شکست فلزات الاستیک ترد در بارگذاری ترک آیر II (کس درش)
- 19- بررسی تأثیر تنش آروی شکست I و II & 20- تنش‌های موجود در ناحیه پلاستیک اطراف ترک (مدل HRR)
- 21- شکست ترد در مکانیک شکست الاستیک - پلاستیک (ناتوانی)
- 22- شکست نرم " " " " (تدریجی)
- 23- معنی R و نحوه تعیین آن بزرگ آزمون و نحوه استفاده از آن
- 24- روش ترک بر اثر بارگذاری خمشی: الف) مدل‌های اساسی، ب) تأثیر تنش متوسط، ج) تأثیر ناحیه پلاستیک

References

1. Fracture Mechanics, T.L. Anderson

2. Mechanical behavior of Materials, N.E. Dowling

پهناش رفیع‌عقوبی و داورین کاکلی - رفتار مکانیک مواد (نگارخانه و مدل‌سازی)

Subject :

Year . Month . Date .

3. Elementary Engineering Fracture Mechanics , David Broek مکانیک شکست

4. Metal Fatigue in Engineering , R.I. Stephens, R.R. Stephens دکتر حرفه‌ای  
Fatemi , fuchs

نحوه دانلود در صفحه 1 → My Computer → Add. bar : ftp.mech.iust.ac.ir → user : iust  
pass : فد

→ فولاد Asatid → Ayatollahi → anderson.pdf 14 فر

ارزیابی : پایان ترم + تاین + پروژه FEM

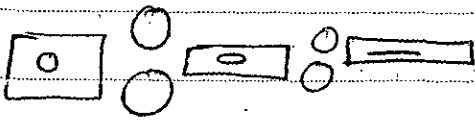
6 فر

عوامل ایجاد ترک در سازه

الف) ترک‌هایی که در فرآیند ساخت مواد اولیه بوجود می‌آیند

مثلاً حوضه ، لگوخ‌هایی که در ماده اولیه فرآیند نورد وجود دارد

لگوخ‌ها معمولاً برده‌شده (مثل تله آجر)



ب) ترک‌هایی که در طول عمر سازه به تدریج ایجاد می‌شود. مثلاً ترک‌های کششی که در بارگذاری

خستگی تبدیل به ترک می‌شوند همانند سازه‌ها دریایی ، هوایی

ج) عوامل محیطی مانند اثرات رطوبت یا گرم و سرد شدن‌ها متوالی یا خوردگی [نیز اثر شتر خوردگی است]

مثلاً سطح خراش خورده‌ای که بر اثر عوامل شیمیایی ، هم قسمتی از نماند خورده می‌شود که به سوراخ ترک تبدیل می‌شود

تنگ آسفالت به سرد شدن ، خوردگی بتن ، رگه‌های آهنی در سلهای کوهی بر اثر باران (رشته)

د) ترک‌ها یا پاره‌ها در محل اتصال قطعات مهندسی به مثلاً جوشکاری ، جوشکاری

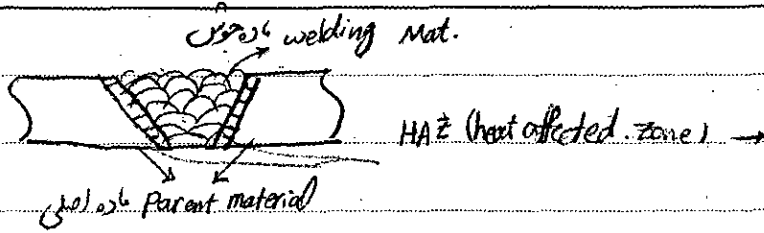
Subject : 3

Year .

Month .

Date .

آخر شهریور ۱۳۹۳ (تاریخ)



ترک های احتمالی در محل جوشکاری

در این ناحیه دما نسبت بالاتر است  
بنابراین نواحی جدا بر روی خود  
ترک های ۳ درجه تقسیم می شوند:

Hot cracking (1) ترک های در فرآیند انقباض در مایه جوش ایجاد می شود

خصوصاً برای فولادها کم مقاومت (یعنی جنس آلومینوم خوب انتخاب نشده است)

Cold cracking (2) معمولاً در محل اتصال مایه جوش در HAZ اتفاق می افتد چون در مایه جوش به هم پیوستن خواص اتفاق

نیفتاده و در هنگام سرد شدن این نواحی ترک خواهیم داشت

Hydrogen cracking (3)

دو نوع متبل قابل ملاحظه می شود، و این عامل شیمیایی است. در مایه جوش فعل و انفعال شیمیایی انجام می گیرد  
و می تواند ناپیوستگی هایی را در نواحی صغیر شده ایجاد نماید.

یعنی سولفید و فوسفید مخراب، ایجاد ترک در زمان سرد شدن است. مثل ادوات انجاری که باید بعد از انجماد به چندین  
بار تقسیم شود. یا فنجان مثال دیگر، در نواحی نرسیده و در زمان است که ترک زدن ایجاد می کنند؛ نکته ای که در مراحلی مثل  
و نگهداری مشکل ایجاد می کند. فرآیند سرد شدن ترک، ایجاد و ترک همراه است. برش فلزات نیز با شروع در سرد کردن همراه است.

روش های غیر ترمیم جهت تشخیص وجود ترک در یک سازه نهندی

این روش در نقاطی که بر مبنای تجربه و محاسبات، احتمال وجود ترک وجود دارد، مورد استفاده قرار می گیرد.  
\* در سازه های آرمیته ها مکانیسم

الف) مخرب: قطعه بعد از آزمون، خراب شده و قابل استفاده نیست (مثل تست کشش)

ب) غیر مخرب: قطعه پس از آزمون، دچار خرابی مکانیکی نمی شود

ج) نیمه مخرب: آسیب های موضعی و جزئی ایجاد می شود و پس از خرابی مکانیکی نمی شود مثل indentation

indentation (micro indentation): برای بررسی سختی (اعمال نفوذ روی سطح به کمک نفوذ)

Nano-indention: هم سختی و هم مدول را می توان به دست آورد. میزان نفوذ در این مورد زیر 1 μm است

Nano-scratch: نفوذ عمودی که به صورت لایه و خراش ایجاد می کند. مناسب برای اصطکاک

و خراش عمودی با این تست صورت می گیرد

Subject :

Year .

Month .

Date .

### روشهای تشخیص ترک :

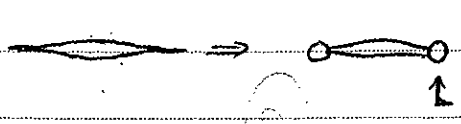
- 1) مشاهده چشمی Visual observation : ابتدائی ترکدوش ممکن
- 2) مایع نفوذگر Penetrating liquid : روش کلی روش اولیـ سطح با مایع بازنگر هاشموی پوشش می دهند و بعد از آن ، با تمیز کردن سطح ، مایع نفوذگر در ترک ، محل ترک نشان می دهد
- 3) اولتراسونیک (فراصوتی) : فراصوت به ماده اعمال شده ، از انعکاس صوت ، وجود یا عدم وجود ترک و محل آن مشخص می شود . ( کاربرد : در صنایع دلی و راه آهن )
- 4) رادیوگرافی (X-ray) : ارسال اشعه به جسم و ثبت پلات زنگ خردی که محل وجود ترک ، بزرگ جزئیات نشان می دهد . ( کاربرد : صنایع فولاد سازی در محل جوشکاری )
- 5) الکترومغناطیسی : تغییر field الکترومغناطیسی در محل ترک در میدان الکترومغناطیسی اعمال شده به جسم .
- 6) روش های سنجش رفتار ارتعاشی : بیشتر برای اجزای دوار مطرح است . ترک جسم با تغییر می دهد و سطح ارتعاشی می کند ؛ در نتیجه با وجود ترک ، ولتاژ ها و رفتار ارتعاشی ماده عوض می شود .

هدف اصلی این درس ، با شرح به این سوال است چه ترک در سازه هست ، آیا سازه قابلیت استفاده دارد ؟ یا اینکه جیر ترک هایی مشکل ساز هستند و جیر ترک هایی مشکلی ندارند .

### روش ها معاینه با ترک های بحرانی :

### ترک بحرانی : ترک که قابل اغماض نیست .

- 1) نفوذنی قطعه : ساده ترین روش اما هزینه بر است ( هزینه خود قطعه + هزینه سرویس + در دسترس نبودن )
- 2) کاهش تمرکز تنش : روش موقتی است . تمرکز تنش شدید در قطعه کاهش داده می شود .



↑ stop drill hole سوراخ کاهش دهنده شدت ترک

بعد از آن ، مدت بیشتری طول می کشد تا در سطح راداری ، ترک ایجاد شود (در نتیجه ، سوراخ راه به درستی خرتی ای ای نگار)

### 3) روش های ترمیمی : در شدت ترک باید تا آخری اندازد : (الف) جوشکاری

( ب ) حذف ترک و جوشکاری مجدد (به طو خاص در فلزات) : ( ج ) وصلکاری : انتقال و صلد کل ترک

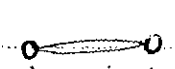
Subject: 5

تنگ در یک دیوار در صورتی که ترک وجود داشته باشد به سختی می‌تواند تغییر کند و گاهی پس از آن تغییر می‌کند.

در بعضی از مواقع ممکن است که ترک وجود داشته باشد اما از جهت نباشد و قطعه‌ای که پاره شده است بر سر است. ترک در قطعه است و آن قطعه ترک دارد اما ترکان استفاده کرد یا خیر؟

اوشن‌های متوالی با ترک‌های دیواری:

① بگویند قطعه: این روش ساده اما از نظر اقتصادی مقرون به صرفه نیست. در صورتی که هزینه‌های مابقی تعویض زیاد باشد خوب نیست ولی اگر در دسترس باشد و آن مورد نیاز صورت است.

② گاهی هم تعمیرات بیشتر است. مثلاً زمانی که در یک قطعه ترک وجود دارد در نوک ترک  Stop drill hole می‌توانید مثلاً در شیشه‌های یا شیشه‌های شیشه‌ها ایجاد می‌کنیم که اصطلاحاً به آن Stop drill hole می‌گویند. مثلاً در شیشه‌های یا شیشه‌های شیشه‌ها ایجاد می‌کنیم که اصطلاحاً به آن Stop drill hole می‌گویند. مثلاً در شیشه‌های یا شیشه‌های شیشه‌ها ایجاد می‌کنیم که اصطلاحاً به آن Stop drill hole می‌گویند.

③ روش‌های ترکیبی: چسب کاری: در این روش چسب می‌زنند و با ابزار در آن ترک را پر می‌کنند و بعد از آن تمیز کردن تحت فشار زیاد قرار می‌گیرند.

حد فاصل ترک و جوش کاری کرد (به طور کلی در فواصل): در جاهایی که فاصله زیاد است از این روش استفاده می‌شود. در این فواصل کم‌سود می‌آید اما جوش کاری می‌کنیم. در این صورت ترک را به صورت یک Match می‌بینیم که می‌تواند بود آن را با جوش کاری می‌کنند.

وصفہ کاری: میل روشن پنخیز لیری یا مثلاً دو پینہر کا جھوپیا  
 درجہ اولیٰ کہ ترک وجود دارد بین وصفہ قرار دہم کہ این وصفہ  
 فلز کا ایک معیور نہیں ہے۔ وی راتن این است کہ تیروی ہنر از ہنر کشش بر وصفہ  
 منتقل ہو سکتا ہے۔ فلز کا در این جا از جنس خود قطع ہوا و صلہ کا جیسا کہ در تیرت میں ان کا ہے  
 کہ وہ تیرت کے جیسے ہوں۔ بڑا ان اب کا واقعہ میں ان کا سطح زیریں میں ان کا  
 کا پینہر تیرت کا درجہ اولیٰ ہے۔ ہر دو طرفہ (تیرت کا سطح زیریں خود را ہی تیرت  
 دی ہنر ان کا طرز ان کا سطح زیریں اختلاف دارد۔ ان کا تیرت کے دونوں تیرت ان کا ہے کہ ان کا ہے  
 در صورت ہنر جنس بنا کہ میں ان کا تیرت کا پینہر ایسا ہے کہ تیرت کے صورت حسب سطح کاری  
 میں جیسا کہ وہ ہے۔ عیب ان میں ہے کہ ان کا  $tiffness$  بالائی دارد۔ ہم تیرت کے  
 ان کا سطح زیریں خود را داشته ہا ہے۔

روشنی کا ایک معیور نہیں ہے۔ تیرت ہنر اور تیرت کے ہنر ہے۔

مثلاً در روشن وصفہ کاری کہ فلز ان کا ہے کہ وصفہ کاری کا اسلوب اتقا از روشن ہنر ہنر کشش  
 استفادہ ہو سکتا ہے۔

HIP (Hot Isostatic Pressing) : یہ وصفہ کاری دارد ان کا در داخل  
 تیرت کے تحت ہنر درجہ اولیٰ و دیا ہنر کا ہم ان کا ہے کہ درجہ اولیٰ ان کا ہے کہ  
 تیرت کے تیرت ہنر ہنر کا ہے کہ چون تیرت کے ہنر ہنر کا ہے کہ تیرت کے  
 شکل ہنر کا ہے کہ تیرت کے ہنر ہنر کا ہے کہ تیرت کے ہنر ہنر کا ہے کہ

اجاد ہنر کا ہے کہ ہنر ہنر کا ہے کہ ہنر ہنر کا ہے کہ ہنر ہنر کا ہے کہ ہنر ہنر کا ہے کہ  
 (Shutpiining) کہ وہ ان تیرت کے ہنر ہنر کا ہے کہ ہنر ہنر کا ہے کہ ہنر ہنر کا ہے کہ ہنر ہنر کا ہے کہ  
 تیرت کے ہنر ہنر کا ہے کہ ہنر ہنر کا ہے کہ ہنر ہنر کا ہے کہ ہنر ہنر کا ہے کہ ہنر ہنر کا ہے کہ  
 ہنر ہنر کا ہے کہ ہنر ہنر کا ہے کہ ہنر ہنر کا ہے کہ ہنر ہنر کا ہے کہ ہنر ہنر کا ہے کہ  
 ہنر ہنر کا ہے کہ ہنر ہنر کا ہے کہ ہنر ہنر کا ہے کہ ہنر ہنر کا ہے کہ ہنر ہنر کا ہے کہ

کتابخانه مفید است  
Subject: 7

Date:

در بعضی مواقع برای ترک کار موجود هم سعی کنند که با ایجاب نشن با یک بیخودت در ترک کار  
به تازگی بافتند

قبل از خروج نزن مدت برای کار که از همه وقت استغفا کنند در این با 5 یا 10 دقیقه در هر روز آن است که  
افتد برای این که با اینم این ترک دارد و اخیراً در این ترک وجود داشته باشد که در این استغفا به دلیل کمبود این است  
و بعضی از مباحث به دلیل این که این استغفا که ماده ترک استغفا و این استغفا که ماده بهتر می شود که در این  
مواقع در زمان یک سینه با اینه این ترک Warm pro stressing است و انجام ال دهند و با این  
تشنه که با اینه این ترک آن را برای کار در این استغفا بهر دو آماده کنند

6) اولین کار که ترک کن: مثلاً در بعضی از مواقع بعد از کاهش تمرین با بعضی از کارهای بر روی سطح دایره  
تشنه بیخودت ترک کار که در این استغفا با وارد کردن یک جسم که دایره را به حالت یک استغفا برساند انجام  
می دهند Cold working استغفا از این دست است

کاربرد از یک تکنیک شکست: چون کار که در این استغفا عمل ایجاد ترک باشد

صنایع دریایی شترخ و اسلحه ها و ...

صنعت کجوا و صنایع دریایی: در این صنایع باید در این استغفا بهر دو در این استغفا بهر دو  
هستند و افزایش احتمال ترک و این استغفا در این استغفا  
در صورتی که ترک باعث شکست شود تلفات جانی و مالی زیادی را به همراه آورد. در این استغفا بهر دو  
که تکنیک شکست به صورتی که استغفا بهر دو

صنعت و سازه که در آن بر پایه سازه زیاد برای تحقیقات تکنیک شکست هرگز نیست  
در این صنایع در صورتی که ترک باعث شکست شود باعث آلودگی شدن خواهد شد و تلفات  
جانی و مالی هم خواهد داشت

Subject :

Date

موضوع: اصول و فنون حفرت  
مقدار: ۱۰  
اجزای ماشین

زیرزمین خرابی زدگی در معیاری سبب و جزئیات آن  
در سند

در زمینه نفت (oil reservoir production enhance<sup>ment</sup>) روشی که برای افزایش  
نفت از طریق مواد شیمیایی ۲. عبور سیالات ۳. ایجاد شکستگی  
مصنوعی برای نفوذ نفت به سمت تولید آن با استفاده از این چهار روش است  
نزدیک به هم قرار گرفته است.

اهمیت اقتصادی صنعت : هزینه های مربوطه جزیره ای و جوامع بسیار زیاد است



Subject : 9

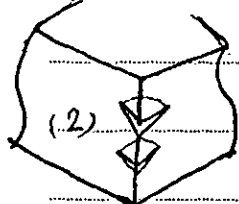
Year .

Month .

Date .

۹۲، ۷، ۷ (روز شنبه)

نمایش ترک : تمام ترک ها در اصل 3-D هستند و در برداری می توان 2D مدل کرد  
 ترک 2D : هیچ نقطه ای در راستای ضخامت تقریباً ثابت ندهد و از لحاظ بارگذاری نیز در جهت ضخامت، شرایط یکسان باشد  
 مدل  $plane\ stress$  ،  $plane\ strain$  در الاستیسیته



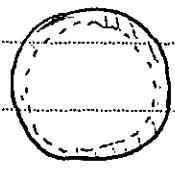
مزیت مدلسازی 2D، کاهش ضخامت است  
 ترک 3D : در جهت عمق هندسه تغییر کند و یا بارگذاری متفاوت باشد. (مثل ترک گوشه ای)  
 حتی اگر ترک گوشه ای به صورت مربع هم باشد (شکل روبرو)، 3D است، زیرا باید با انبساطی ضخامت قطعه از آن داشته باشد

Crack Tip (نوک ترک) : انتهایی که در وضعیت 2D هم می بینند، یک نقطه است  
 در ترک ها روئیدی

Crack Edge (لبه ترک) : به دو خطی که سطح ترک را نمایش می دهند  
 در ترک ها سه روئیدی

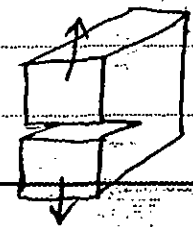
Crack Front (جبهه ترک) : جایی که دو سطح اجزا را بهم می پیوند  
 Crack Flanks OR Crack faces (وجه ترک)  
 (شکل 2) فوق، اجبه ترک یک گمان ربع دایره ای است

به عنوان دیگر ترک 3D، بارگذاری حثلی (دورانی) محور است که تمام سطح بالا و پایین یک فشار روکش هستند  
 Crack Flanks یا لبه ها هستند و Crack Front خط یک دایره خواهد بود



حالت های مختلف بارگذاری یک قطعه ترک دار  
 Modes of loading  
 سه حالت بارگذاری برای قطعه ترک دار در نظر گرفته می شود که آنها، مودها بارگذاری هستند

مود I بارگذاری بر اثر بارها اعمالی، وجه ترک فقط از بلندتر بازاری شوند و همچون تفرقی نسبت بهم نداشته باشند



Mode I loading

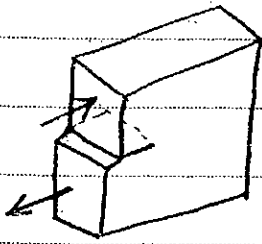
Subject :

Year .

Month .

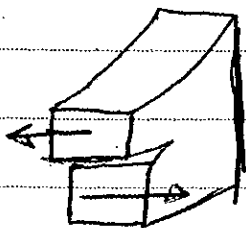
Date .

مورد II : حالتی که لبه ترک (وجه ترک) در داخل صفحه لغزش داشته باشند به عبارت دیگر، لغزش عمود بر Crack front خواهد بود



Mode II loading

مورد III بارگذاری : در این حالت لغزش در کم که لغزش خدج از عمود بر موازی Crack front نباشد. در حالت II و III وجه ترک از یکدیگر باز نماندگی ندارند

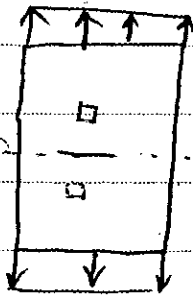


Mode III loading

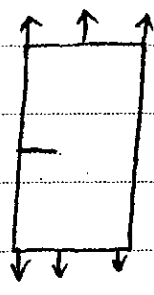
مثال الف) ورق ترک دار یک بارکشی (ترک مرکزی) (بارکشی)

مورد I

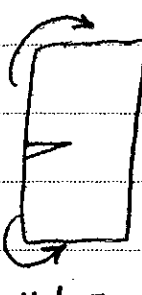
(چون) بارگذاری کشی



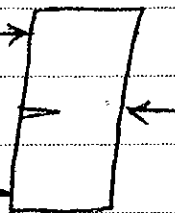
Mode I  
(الف)



Mode I  
(ب)



Mode I  
(ج)

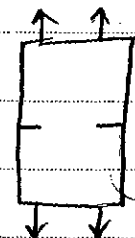


Mode I  
(د)

\* در ترک های داخلی یا مرکزی (internal or center crack)

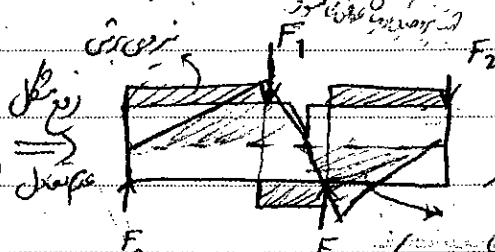
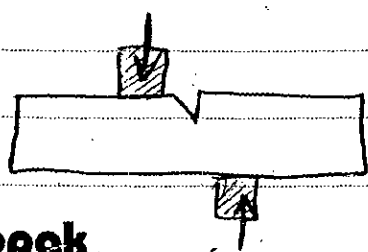
دو تانوک ترک وجود دارد

و ترک های لبه ای Edge crack تنها یک نوک ترک داریم



اینجا ترک لبه ای است (نوک) و ۲ نوک داریم

- در مورد I هندسه قطعه و بارگذاری نسبت به امتداد ترک دارای تقارن است و این تقارن باعث می شود که توزیع تنش نیز درون قطعه متقارن باشد (نسبت به امتداد ترک)



مثالهای از مورد II

$F_2 < F_1$

سند - مائری

Poopak

تقابل استاتیکی ندارد

تقابل استاتیکی دارد

پرسنگاری

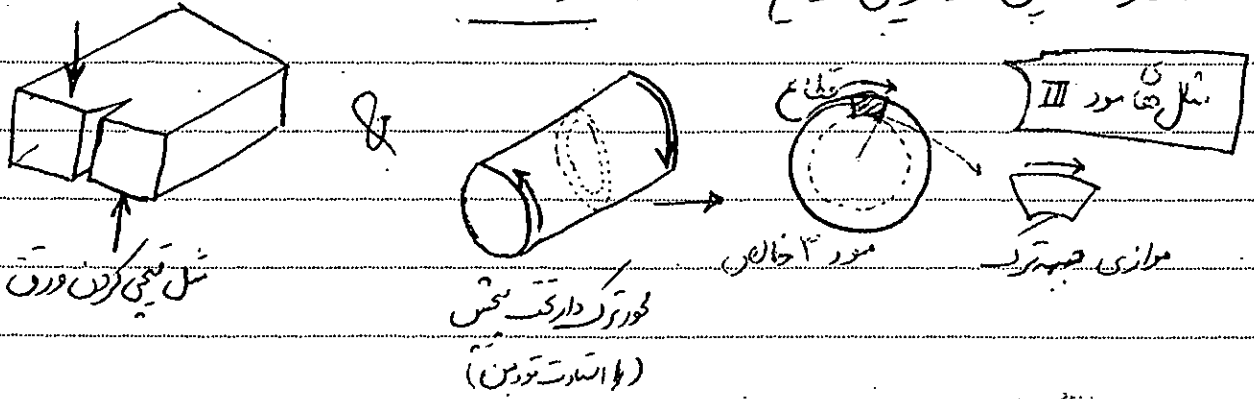
Subject : 11

Year .

Month .

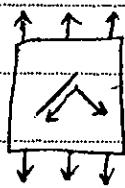
Date .

در شکل فوق، هم‌اندازگی تنش در محل ترک هست که طبق نمودار همان تنش، ملاحظه می‌شود که همان در ترک  
صفحات پس مود ترکیبی خواهیم داشت و فقط مود II است.



Mixed mode loading

موردها ترکیبی (با اندازه‌گیری ترک با ترکیبی)



این دو این حالت  
چون  
این دو این حالت

ترکیبی از جدایی آنها از موردها را داشته باشیم  
الف) در ترک با ترک زاویه دار است به یادآوری  
شکل ترک در جوشکاری 45 درجه‌های اتصال نفت (spiral welding)

مرب I, II



چون 45 درجه

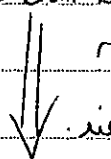
(در حالت 45 درجه تنش زوال نیز از حالت افقی است)

Brazilian Disc

چون ترک

۱- درک برزیلی: برای بدست آوردن استحکام کششی مواد ترد

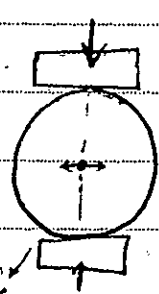
از این وسیله استفاده می‌شود (مثل سنگ، سرامیک)



چون مواد ترد در کشش ضعیفتر از فشار هستند، بنابراین تنش غیر مستقیم انجام می‌دهند

یعنی بارگذاری فشاری است و کشش به دلیل کشش است

(شکل تنش)  
آثار داخلی زیاد



بارگذاری فشاری را اعمال می‌کنند و بار مرکز بار هم تنش کششی خواهیم داشت که با دور شدن

از مرکز از شدت آن کاهش می‌یابد (جهت کشش عمود جهت فشار است)

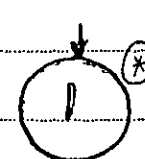
بارگذاری را آهسته زیاد می‌کنند تا درک از وسط به دو نیم تقسیم شود و اطراف بین بارها

وتنش در مرکز وجود دارد

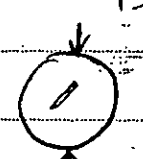
جهت کشش ترک در امتداد نیرو است

و به سمتی که هم تنش در راستای عمود بار است

شکل ضروری هندوانه یا صدف  
تفاوت بین دروا  
بارگذاری است



Mode I



Mode II

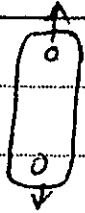
Poopak

واماندگی failure

گشایش fracture, disintegration

Subject :

Year . Month . Date .



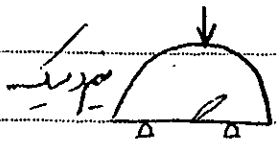
دشواریت

در مواد ترد امکان تست کشش بدلیل دشواریت سوراخکاری بندرت اتفاق می افتد

در دوام برزلی ترک در زاویه ای مشاهده شده تا زاویه ۳۰ تا ۴۵ درجه

ترک بازمی شود و بیشتر از آن ترک تحت فشار بودن دیده می شود (موجید برش هنوز داریم)

اگر ترک افقی در دوام برزلی برآورد داشته باشد ترک بر اثر فشار بسته می شود و گشایشی خواهیم داشت گشایشی بر اثر ترک نخواهد بود و بر اثر فشار خود ماده گشیده خواهد شد



Semi-Circular Disc

مثال دیگر: بارگذاری مرکب مورد I و II

علت درگیری شکل بودن نمونه های تحت آرایش: بعنوان نمونه

وقتی از اعماق زمین نمونه استوانه ای با جهت استیصال می شود (فروز راه های دور) به دلیل نداشتن

بریت و زنده نیازی است تا آرایش نگه دار شود پس اولاً به صورت دایره ای بریده شده و نهایتاً تقوین آرایش می شود و در این نمونه حدود 50 برش خالص داریم

۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰

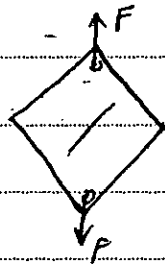
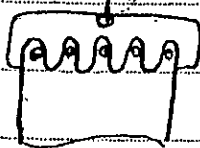
مدرسه مکانیک مورد II آبرشی می توان فرض نمود

بارگذاری مرکب (مورد I و II)

مثال در خطوط لوزی شکل تحت بارکشی نقطه ای در اکثر مکان ها به مرکز اعمال کرد نمونه ای از اکا بارگذاری سرد

اکا در بارگذاری سرد در آرایشگاه ساده نسبت (مثال الف)

در مثال (د) بار در آرایش و لوله اعمال می شود



DLSP

Made I & II

برای مواد نرم تست کشش بهتر از فشار است

در مثال (الف) : مورد II خالص ایجاد نمی شود (در عمل)

چون ترک تمرکز تنش را ایجاد نمی کند و در مثال (د) زاویه حدود 50-45 برش خالص خواهیم داشت

در لوزی | قابل برداشتن | قابل باز شدن | پس جایی (زاویه حدود 50) است که این باز شده شدن

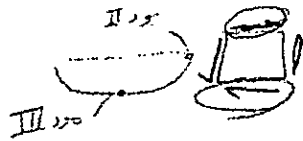
تأثیر جوشی شده و برش خالص ایجاد می شود

Subject : 13

Year .

Month .

Date .



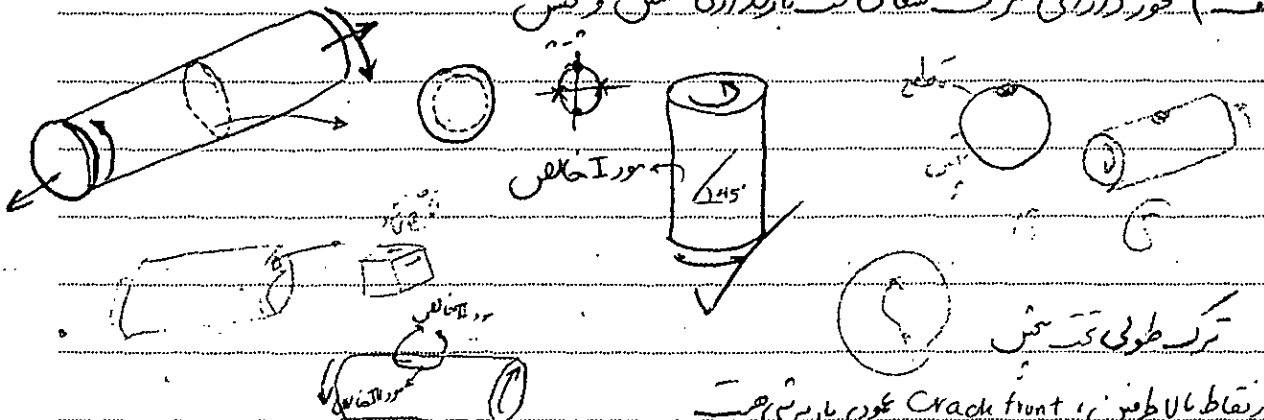
در حالت لوزی شکل و در سطح سطح ، در قسمت مین حجم ماده شتر است ، علت اثرات پراکنی در قسمت جمع شدن شتری خواصم دلت

(از در نقطه قرار)

در مثل (الف) چون حجم ماده در طرفین در درازای طول یکسان است ، ترک مین جمع شده ندارد ، صورت الان محدود ثابت می شود

بارگذاری بر حسب موردها I و III

(الف) محور دارای ترک شعاعی تحت بارگذاری کشش و فشار

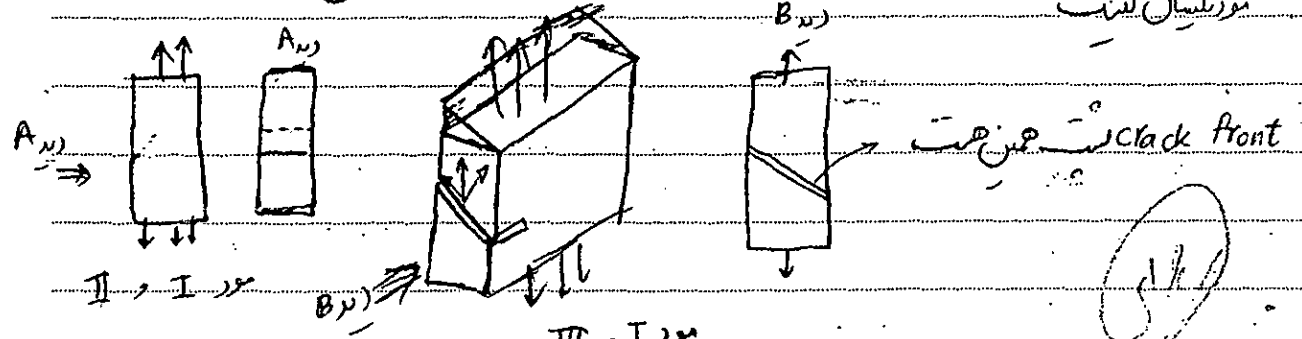


در نقاط بالا طرفین ، Crack front محور باربری است

این مورد II خلاص است . در نقطه پایین Crack front موازی برش است پس مورد III خلاص است

برای نقاط مابین اینها ترکیب II و III است

در این مثال Crack front شعاعی است و برای ماکزیمم Crack مورگیان است



Crack front شعاعی است

برش زاویه دار است

Subject :

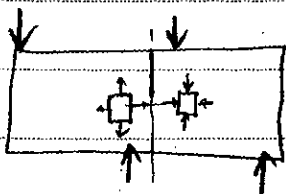
Year .

Month .

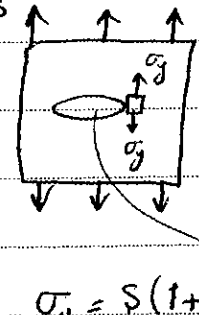
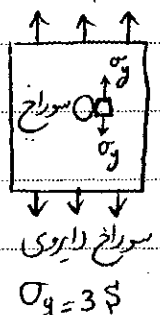
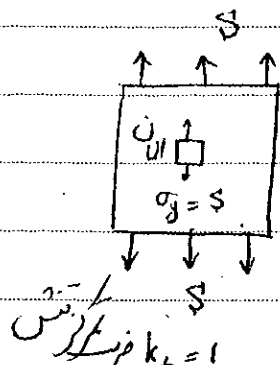
Date .

توزیع  
 - چهاره در مورد I خط ترک ، خط معادن هندسی و بارگذاری است پس تنش نیز معادن است  
 و بالعکس : یعنی اگر قطعه ای باشد که توزیع تنش در آن نسبت به ترک معادن باشد بدون  
 اطلاع از بارگذاری می توان فهمید که مد I خالص بوده است

- در دو حالت مورد II خالص ، معادله تنش در نقاط مناظر از ترک باید برابر و با مختلف علامه هندسه  
 عبارت دیگر شرایط antisymmetric تنش را خواهم داشت

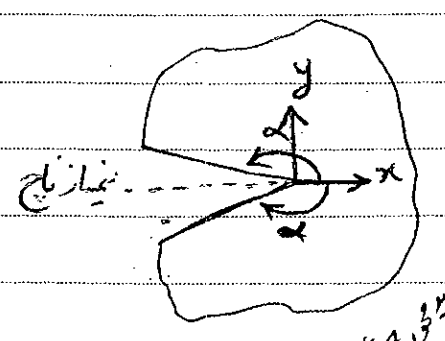


- توزیع تنش در حالت تنبک در اطراف ترک



سوراخ بیضی  
 با قطر نزدیک عمود بر بارگذاری  
 تنش در لب ترک

هرچه d کوچکتر شود  $k_t$  بزرگتر شود  
 if  $d \rightarrow 0$  ;  $k_t \rightarrow \infty$  و  $\sigma_y \rightarrow \infty$   
 به عبارت دیگر در لب ترک تنش بی نهایت می شود (به صورت تئوری) و مرکز تنش  $\infty$  می شود

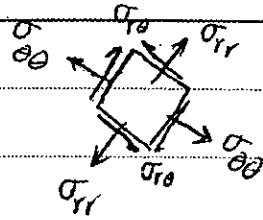
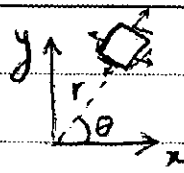


سیستم مختصات مربوط به خطوط ناچ دار یا ترک دار  
 در نوک ترک شعاع افقانی قرص می کنیم و نوک آن را از حالت  
 مبدأ مختصات در نوک ناچ است به موازات نیمه  
 ناچ ، مختصات x و عمود بر آن در راسته مختصات  
 تعریف می کنیم  
 در ترک  $\alpha = 180^\circ$  می باشد

$$\nabla^4 \phi = \frac{\partial^4}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \frac{\partial^3}{\partial r^3} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial^4}{\partial r^2 \partial \theta^2} + \frac{2}{r^3} \frac{\partial^3}{\partial r \partial \theta^2} + \frac{4}{r^4} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^4} \frac{\partial^4}{\partial \theta^4}$$

Subject : 15

Year . Month . Date .



مؤلفه‌های تنش در مختصات قطبی :

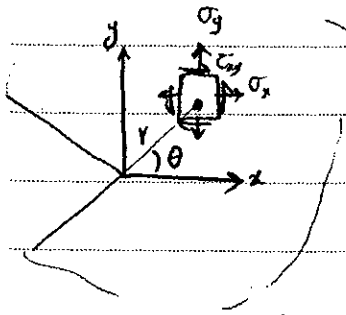
معادله حاکم در الاستیسیته دو بعدی :

رغبت بار مجزی : چهارم ، الاستیسیته

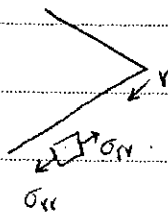
$$\nabla^2 (\nabla^2 \phi) = 0 \quad (1)$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

$\phi(r, \theta)$  : Airy stress Function



$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \quad \sigma_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) \quad \sigma_{rr} = +\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \quad (2)$$



روی سطح آزاد ناحیه تنش  $\sigma_{r\theta}$  و  $\sigma_{\theta r}$  صفر است و در  $r=0$  تنش می‌تواند وجود داشته باشد

$$B.C.s : \left\{ \begin{array}{l} \text{at } \theta = \pm \alpha \rightarrow \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{r\theta} = 0 \end{array} \right.$$

برای حل مسئله باید تابعی پیدا کنیم که شرط Biharmonic بودن هم شرایط را برآورده کند ، لذا در سال 1956 تابع زیر توسط Williams پیشنهاد شد

$$\phi(r, \theta) = r^{\lambda+1} f(\theta) \quad (3)$$

علت انتخاب این فرم از آنجاست که باید مثبت باشد و در  $r=0$  تنش صفر است

با قرار دادن (3) در (1) داریم

$$\frac{d^4 f}{d\theta^4} + 2(\lambda^2 + 1) \frac{d^2 f}{d\theta^2} + (\lambda^2 - 1)^2 f = 0 \quad (4)$$

$$\frac{d\theta^4}{d\theta^2} \rightarrow \beta = \frac{-2(\lambda^2 + 1) \pm \sqrt{4(\lambda^2 + 1)^2 - 4(\lambda^2 - 1)^2}}{2} \left\{ \begin{array}{l} \beta = -(\lambda + 1)^2 = s^2 \\ \beta = -(\lambda - 1)^2 = -s^2 \end{array} \right.$$

تابع عمومی معادله دیفرانسیل ODE فوق (4) عبارت خواهد بود

$$f(\theta) = f(\theta) = C_1 \cos(\lambda - 1)\theta + C_2 \sin(\lambda - 1)\theta + C_3 \cos(\lambda + 1)\theta + C_4 \sin(\lambda + 1)\theta \quad (5)$$

$$\text{با توجه به شرایط } \left\{ \begin{array}{l} \theta = \pm \alpha \rightarrow \sigma_{\theta\theta} = 0 \\ \theta = \pm \alpha \rightarrow \sigma_{r\theta} = 0 \end{array} \right. \quad (6)$$

Subject :

Year . Month . Date .

از روابط (2) و (6) داریم

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{\theta\theta} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} = \lambda(\lambda+1) r^{\lambda-1} f(\theta) \Big|_{\theta=\pm\alpha} = 0 &\rightarrow f(\theta) \Big|_{\pm\alpha} = 0 \\ \sigma_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial \theta} \right) \Big|_{\theta=\pm\alpha} = 0 &\rightarrow \frac{df(\theta)}{d\theta} \Big|_{\theta=\pm\alpha} = 0 \end{aligned} \right. \quad (7)$$

با توجه به معادلات حل در (7) داریم

$$f(\alpha) = 0, f(-\alpha) = 0, \frac{df(\alpha)}{d\theta} = 0, \frac{df(-\alpha)}{d\theta} = 0 \quad (8)$$

با قرار دادن (8) در روابط (5) خواهیم داشت: (در معادله اول باید که در معادله دوم را هم در نظر بگیریم و  $c_2$  و  $c_4$  حذف می‌شوند) (9)

$$\begin{bmatrix} \cos(\lambda-1)\alpha & \cos(\lambda+1)\alpha \\ (\lambda-1)\sin(\lambda-1)\alpha & (\lambda+1)\sin(\lambda+1)\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

(در معادله اول دو در معادله دوم را از هم کم نموده  $c_2$  و  $c_4$  حذف می‌شوند؛ (b) حاصل می‌شود)

$$\begin{bmatrix} \sin(\lambda-1)\alpha & \sin(\lambda+1)\alpha \\ (\lambda-1)\cos(\lambda-1)\alpha & (\lambda+1)\cos(\lambda+1)\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_2 \\ c_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (b)$$

در اینجا 5 مجهول داریم که اسم جزء مجهولات است

برای داشتن جواب غیر صفر، باید در میان ماتریس فریب صفر باشد (چون معادلات نامعین باشند)

$$\begin{aligned} (9.a) \rightarrow (\lambda+1)\cos(\lambda-1)\alpha \cdot \sin(\lambda+1)\alpha - (\lambda-1)\cos(\lambda+1)\alpha \cdot \sin(\lambda-1)\alpha &= \lambda [\cos t \cdot \sin t - \cos t \cdot \sin t] + [\cos t \cdot \sin t + \cos t \cdot \sin t] \\ & \quad t = \alpha(\lambda-1), t' = \alpha(\lambda+1) \\ \left\{ \begin{aligned} 9.a \rightarrow \lambda \sin 2\alpha + \sin 2\lambda\alpha &= 0 \\ 9.b \rightarrow -\lambda \sin 2\alpha + \sin 2\lambda\alpha &= 0 \end{aligned} \right. \quad (10) \end{aligned}$$

تا این جا کار معادلات برای ناچیز است. لازم نیست  $\alpha = n\pi$  قرار داده و مسئله برای "الترک" حل خواهد شد. (حل می‌شود برای ناچیز هم وجود دارد)

$$\text{if } \alpha = n\pi \rightarrow \text{بر روابط 10 تبدیل به یک معادله می‌شوند} \Rightarrow \sin 2\pi\lambda = 0 \rightarrow 2\pi\lambda = n\pi$$

$$\lambda = \frac{n}{2}$$

$n$  یک عدد طبیعی است

Poopak

$$\begin{cases} n < 0 \\ n = 0 \end{cases} \rightarrow \text{عقود} \rightarrow$$

زکاتوری کوشی همان وقت باید باشد



Subject : 17

Year .

Month .

Date .

س ۸ مشخص کنید یک عدد مثبت باشد در نهایت پاسخ برای اعداد که بر از برای دو کد را از آنجا یک جواب برای  $C_4$  و  $C_3$  خواهد بود که عملی آنجا جواب  $n$  خواهند بود.

اگر  $\lambda = n$  و  $\alpha = n$  در روابط (9.a) و (9.b) قرار دهیم، از حل دستگاهها، روابط زیر حاصل خواهند شد

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{از رابطه 9.ب} \\ C_{3n} = -\frac{n-2}{n+2} C_{1n} \quad \text{و} \quad C_{4n} = -\frac{C_{2n}}{2n} \quad ; \quad n=1, 3, 5, 7, \dots \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{از رابطه 9.ا} \\ C_{3n} = -C_{1n} \quad ; \quad C_{4n} = -\frac{n-2}{n+2} C_{2n} \quad ; \quad n=2, 4, 6, 8, \dots \end{array} \right.$$

پس با داشتن  $n$  اعداد مجهول - در نهایت خواهد بود  $\phi_n(r, \theta) = r^{\frac{n+1}{2}} f_n(\theta)$  (3)  $\xrightarrow{\lambda \rightarrow n}$  (5)  $f_n(\theta)$

$$\phi(r, \theta) = \sum_{n=1, 3, 5, \dots} r^{1+\frac{n}{2}} \left\{ C_{1n} \left[ \cos \frac{n-2}{2} \theta - \frac{n-2}{n+2} \cos \frac{n+2}{2} \theta \right] + C_{2n} \left[ \sin \frac{n-2}{2} \theta - \sin \left( \frac{n+2}{2} \theta \right) \right] \right\}$$

$$+ \sum_{n=2, 4, 6} r^{1+\frac{n}{2}} \left\{ C_{1n} \left[ \cos \frac{n-2}{2} \theta - \cos \frac{n+2}{2} \theta \right] + C_{2n} \left[ \sin \frac{n-2}{2} \theta - \frac{n-2}{n+2} \sin \frac{n+2}{2} \theta \right] \right\}$$

پس در اینجا تابع تنش است آنگاه خود تابع تنش مفهوم فیزیکی ندارد و فقط تابع گس ریاضی است و تنش ها از روی آن است می آیدم چندترم اول  $\phi$  و تنش ها به صورت زیر در می آید:

$$\begin{aligned} \phi(r, \theta) = & r^{3/2} \left[ C_{11} \left( \frac{\cos \theta}{2} + \frac{1}{3} \cos \frac{3\theta}{2} \right) - C_{21} \left( \frac{\sin \theta}{2} + \frac{\sin 3\theta}{2} \right) \right] \\ & + r^2 \left[ C_{12} (1 - \cos 2\theta) + C_{22} (0) \right] + r^{5/2} \left[ C_{13} \left( \frac{\cos \theta}{2} - \frac{1}{5} \cos \frac{5\theta}{2} \right) + \right. \\ & \left. + C_{23} \left( \frac{\sin \theta}{2} - \sin \frac{5\theta}{2} \right) \right] + O(r^3) \end{aligned}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} = \frac{3}{4} r^{-1/2} \left[ C_{11} \left( \frac{\cos \theta}{2} + \frac{1}{3} \cos \frac{3\theta}{2} \right) - C_{21} \left( \frac{\sin \theta}{2} + \frac{\sin 3\theta}{2} \right) \right]$$

$$+ 2 \left[ C_{12} (1 - \cos 2\theta) + C_{22} (0) \right] + \frac{15}{4} r^{1/2} \left[ C_{13} \left( \frac{\cos \theta}{2} - \frac{1}{5} \cos \frac{5\theta}{2} \right) \right.$$

Poopak

$$\left. + C_{23} \left( \frac{\sin \theta}{2} - \sin \frac{5\theta}{2} \right) \right] + O(r)$$

Subject :

Year .

Month .

Date .

۱۰۰

$$\sqrt{\sigma_{r\theta}} = \frac{-2}{r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) = \frac{1}{2\sqrt{r}} \left[ c_{11} \left( \frac{1}{2} \frac{\sin \theta}{2} + \frac{1}{2} \frac{\sin 3\theta}{2} \right) + c_{21} \left[ \frac{1}{2} \frac{\cos \theta}{2} + \frac{3}{2} \frac{\cos 3\theta}{2} \right] \right]$$

$$+ \left[ (-2 c_{12} \sin 2\theta) \right] - \frac{3}{2} \sqrt{r} \left[ c_{13} \left( -\frac{1}{2} \frac{\sin \theta}{2} + \frac{1}{2} \frac{\sin 5\theta}{2} \right) + c_{23} \left( \frac{1}{2} \frac{\cos \theta}{2} - \frac{5}{2} \frac{\cos 5\theta}{2} \right) \right]$$

$$+ o(r)$$

$$\sqrt{\left| \sigma_{rr} - \nabla^2 \phi - \sigma_{\theta\theta} \right|} = r^{-1/2} \left[ c_{11} \left( \frac{5}{4} \frac{\cos \theta}{2} - \frac{1}{4} \frac{\cos 3\theta}{2} \right) - c_{21} \left( \frac{5}{4} \frac{\sin \theta}{2} - \frac{3}{4} \frac{\sin 3\theta}{2} \right) \right]$$

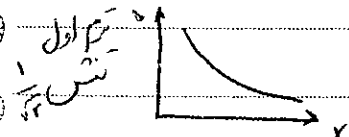
$$+ 2c_{12} (1 + \cos 2\theta) + r^{1/2} \left[ c_{13} \left( \frac{9}{4} \frac{\cos \theta}{2} + \frac{3}{4} \frac{\cos 5\theta}{2} \right) + c_{23} \left( \frac{9}{4} \frac{\sin \theta}{2} + \frac{15}{4} \frac{\sin 5\theta}{2} \right) \right]$$

$$+ o(r)$$

لا توزیع تنش هم ترم دارد هم ترک یعنی هر دو است  
 ✓ × توزیع تنش با حد  $\frac{1}{\sqrt{r}}$  شروع شده و با  $\sqrt{r}$  تغییرات اداس می یابد

- ضرایب در روابط تنش وجود دارند که وابسته به هندسه قطعه و نوع بارگذاری می باشند چیزی که در آنجا اثر است این است که در وجود ترک و سطح آن، آنرا از تنش است

- ترم اول در تنش ها تک ترم Singular است (برای نقاط نزدیک ترک که  $r \rightarrow 0$  و  $\sigma \rightarrow \infty$  میل کنند در این نقاط فقط این ترم در نظر گرفته شود) و بالعکس یعنی در نقاط دور از نوک ترک ترم اول اثر چندانی ندارد



- با زیاد شدن تعداد ترم ها، پاسخ دقیقتری برای توزیع تنش بدست خواهد آمد  
 × تنش ها نوک ترک برای ما اهمیت دارد، زیرا در نوک ترک از نوک ترک شروع می شود و در بسیاری از مواقع فقط ترم Singular را در نظر می گیرند

✓ × ترم اول در نوک ترک زیاد است و با دور شدن از آن کم می شود & ترم دوم همواره نسبت به ۲ ثابت است  
 ترم ها بعدی با دور شدن از نوک ترک، افزایش می یابند  
 $o(r^2 \dots)$

Subject : 19

Year .

Month .

Date .

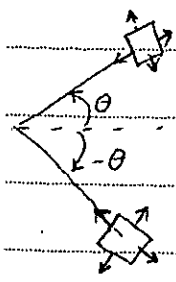
در راجع مکانیک نند تنش ها اطراف ترک اصولاً به صورت ساده شده در نشان می دهند

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \theta \left[ k_I \left( 1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) + k_{II} \left( \frac{3}{2} \sin \theta - 2 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \right) \right] + T \cos^2 \theta + O(r^{1/2})$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \theta \left[ k_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} k_{II} \sin \theta \right] + T \sin^2 \theta + O(r^{1/2})$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \theta \left[ k_I \sin \theta + k_{II} (3 \cos \theta - 1) \right] - T \sin \theta \cos \theta + O(r^{1/2})$$

در هر کدام از ترم ها تنش ها نرنگ تم مقارن در ترم پاراستقارن داریم که میتوان گفت تم مقارن مربوط به مورد I و ترم پاراستقارن مربوط به Mode II است



$$\sigma_{rr} \text{ در } r = \frac{\cos \theta/2}{\sqrt{2\pi r}} \left[ \left( k_{11} + \frac{3}{2} c_{21} \right) + \left( \frac{c_{11}}{2} - \frac{3}{2} c_{21} \right) \sin^2 \theta/2 + \left( \frac{1}{4} c_{11} - \frac{3}{4} c_{21} \right) \operatorname{tg} \theta/2 \cdot \sin \theta - \frac{5}{4} c_{21} \operatorname{tg} \theta/2 \right]$$



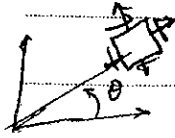
وابسته به هندسه و نوع بارگذاری و مقدار بار  $k_I$  و  $k_{II}$

Subject : 21

Year . Month . Date .

۱۹/۷/۹۳

روابط حلقه پیش در دستگاه قطعی بود، هدف بدست آوردن روابط در مختصات کارتزین است  
 اگر این قطعی در زاویه  $\theta$  را به اندازه  $\theta$  دوران دهم (دایره مو)، مولفه‌های تنش در سیستم مختصات کارتزین  
 حاصل می‌شود



$$\sigma_{xx}(r, \theta) = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \theta \left[ 1 - \frac{\sin \theta}{2} \cdot \frac{\sin 3\theta}{2} \right] + T$$

$$- \frac{k_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \theta \left[ 2 + \frac{\cos \theta}{2} \cdot \frac{\cos 3\theta}{2} \right] + O(r^{1/2})$$

نمای ارتزی  $\sqrt{r}$

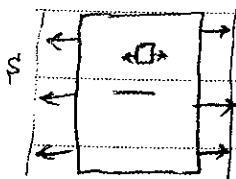
$$\sigma_{yy}(r, \theta) = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \theta \cdot \beta + \frac{k_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \theta \frac{\cos 3\theta}{2} \frac{\cos \theta}{2} + O(\sqrt{r}) \quad (16)$$

$$\sigma_{xy}(r, \theta) = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\cos \theta}{2} \frac{\sin \theta}{2} \frac{\cos 3\theta}{2} + \frac{k_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \theta \left[ 1 - \frac{\sin \theta}{2} \cdot \frac{\sin 3\theta}{2} \right] + O(r^{1/2})$$

بر خلاف مختصات قطعی که  $T$  در بر ۲ مولفه تنش وجود داشت؛ عبارت دیگر در مختصات کارتزین  $T$  فقط موازات ترک است

تمرین: ثابت کنید که ترم دوم (T-stress) در سیستم مختصات کارتزین فقط در مولفه  $\sigma_{xx}$  ظاهر می‌شود و مقدار آن در زاویه  $\theta$  و  $\theta + \pi$  همواره صفر است (برای روابط دایره مو و همان نتیجه‌ای که روابط قطعی داشته است).

روابط که ارائه شده برای حوزی ترک با بارگذاری in-plane برقرار است



چون تنش موازی ترک  $\sigma_{xx}$  هیچ تغییری روی  $k_I$  و  $k_{II}$  ندارد پس باید روی ترم  $T$  نیز اثر کند  
 در شکل در دو درجه تمام نقاط به یک مولفه تنش داریم؛ چون ترک درون می‌باشد  
 بی اثر است (مثل قطعه بدون ترک است)



برای این مثال  $k_I = k_{II} = O(r^{1/2})$  صفر هستند نه با هم وجود  $T$  خواهد بود  
 در این حالت اگر ترک ایده‌آل باشد (سلح در زیر بار خنثی تنش برداشته باشد)،  $\sigma_{xx}$  هم نداریم  
 در شکل در دو چون نه با هم  $I$  خالص وجود دارد پس  $k_{II}$  صفر است

در قطعه ترک داره همایش  $k_I$  و  $k_{II}$  خصوصاً در ترک ترک که  $\theta = 90^\circ$  می‌باشد است

Subject :

Year .

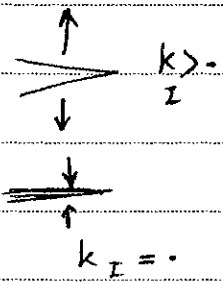
Month .

Date .

ترکیبهای استیلوار با درجه شدن از نوک ترک کوچکتر شوند و  $O(\sqrt{a})$  با درجه شدن بیشتر، قابل صرف نظر کردن است

دیمانسیون  $k_I$  و  $k_{II}$   $Pa \cdot \sqrt{m}$  است و واحد  $T$ ، بانکال  $(Pa)$  است.

تکسین مثبت یا منفی بودن  $k_I$  و  $k_{II}$

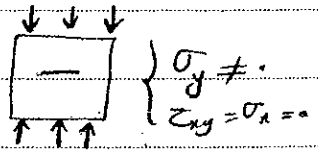


اگر ترک تحت بار باز شوند باشد،  $k_I$  وجود دارد و  $k_I > 0$  خواهد بود

از آنجا که تحت بار فشاری،  $k_I$  وجود ندارد، بنابراین  $k_I > 0$  است

چون وجه ترکیبی تواند از هم عبور کند

این مسئله در تحلیل الان محدود باید بین (وسطح، Contact elem، تعریف شود. (درگزین  $k_I$  میدهد که غلط است)

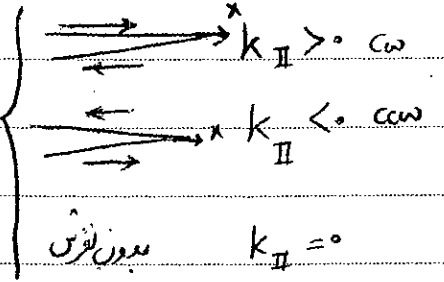


$k_I$  در میزان باز شدن ترک از کد دیگر

معد  $II$ ، میزان لغزش وجه نسبت به یکدیگر است

اگر نوع بارگذاری به گونه ای باشد که بر اثر لغزش، وجه بالایی و وجه پایینی در جهت عقربه های ساعت بچرخد

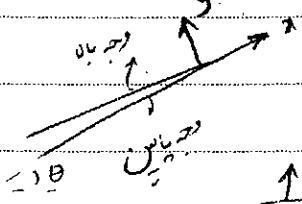
$k$  مثبت است



درگزین در خلاف جهت عقربه های ساعت،  $k_{II}$  منفی خواهد بود

پس علامت  $k$  در جهت لغزش وجه بالایی و وجه پایینی وابسته است

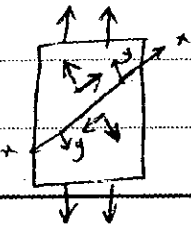
دقت کنید که سیستم مختصات باید بر روی برای ترک تعریف شود



ترک زاویه دار

کمانی برای هر دو نوک ترک،  $k_{II} > 0$  است

تکسین  $k_I$  و  $k_{II}$  برای هر نوک ترک جدا تعریف می شود

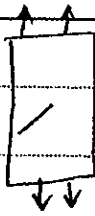


Subject : 23

Year .

Month .

Date .



از کدرت به قطر باشد،  $k$  در هر دو نوبت ترک متفاوت خواهد بود (به مقدارش در علائم)

- بار داشتن تنش، می توان با قانون هوک کرنش ها را بدست آورد

با حصول کرنش، جایابی یا بدستی آید. قطعی کارترین

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{zz} = \nu' (\sigma_x + \sigma_y) = \nu' (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) \\ \nu' = 0 \quad \text{Plane stress} \\ \nu' = \nu \quad \text{Plane strain} \end{array} \right.$$

کرنش های راسته موازی  $\sigma_{zz}$  می باشد. تنش های  $\sigma_{zz}$  منفرد.

✓ تنش های خارج از صفحه

$$\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_{rz} = \sigma_{\theta z} = 0$$

(for both plane stress and plane strain)

پارامتر جایابی در بعضی معادله ها ریدرک استقاروی شود

$$\left. \begin{array}{l} u_x(r, \theta) = \frac{k_I}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left\{ (1+\nu) \left[ (2k-1) \frac{\cos \theta}{2} - \frac{\cos 3\theta}{2} \right] \right\} \\ + \frac{k_I}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left\{ (1+\nu) \left[ (2k+3) \frac{\sin \theta}{2} + \frac{\sin 3\theta}{2} \right] \right\} + O(r) \\ u_y(r, \theta) = \frac{k_I}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left\{ (1+\nu) \left[ (2k+1) \frac{\sin \theta}{2} - \frac{\sin 3\theta}{2} \right] \right\} + \frac{k_I}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left\{ (1+\nu) \left[ (2k-3) \frac{\cos \theta}{2} + \frac{\cos 3\theta}{2} \right] \right\} \\ + O(r) \end{array} \right\}$$

$$k = \frac{3-\nu}{1+\nu} \quad \text{Plane stress} \quad \& \quad k = 3-4\nu \quad \text{Plane strain}$$

معمایابی برخلاف تنش و کرنش، در  $r=0$ ، سگولو لایته ندارم. زیرا برای رسیدن از کرنش به جایابی

باید استرال گرفت. (از جایابی در نوبت ترک  $r=0$ ،  $\nu$  می شود، بد چیزی می بردند " )

\* در نوبت ترک  $T$ ، از برتبه  $r$  است کدر  $O(r)$  به راه سگولو لایته شده است.

در اصل طای جایابی

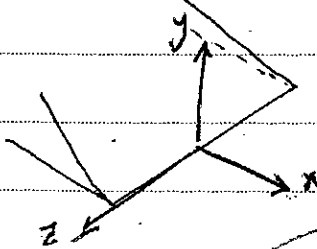
Subject :

Year .

Month .

Date .

مورد III - مبدأ مختصات وسط crack front - خود در بیرون ترک ، آن محور x بر گویای جهت خوردگی



$$\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{zz} = 0$$

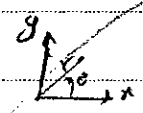
$$\sigma_{r\theta} = 0 = \tau_{r\theta}$$

در حالت بارگذاری مورد III خالص

(1) همگونی مؤلفه نرمالی نداریم

(2) بیش از همه (70) نداریم

(3)  $\frac{1}{\sqrt{2\pi r}}$



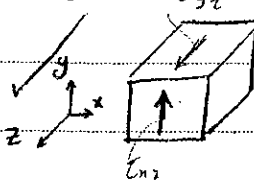
$$\sigma_{rz} = \frac{k_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \left( -\frac{\sin\theta}{2} \right)$$

$$\sigma_{\theta z} = \frac{k_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \left( \frac{\cos\theta}{2} \right)$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = 0 \text{ و } \sigma_{xy} = 0$$

نشان از این است که این تنش ها در جهت z زیاد نمی شوند

که در همه جهت های تنش برقی  $\sigma_{\theta z}$  و  $\sigma_{rz}$  قطبی  $\theta$  داریم که این تنش ها زیاد شوند



در حالت بارگذاری ترکیب مورد I ، II و III ، رابطه عمومی تنش بصورت

نویس باید:

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r}} (f_{ij}(\theta))_I + \frac{k_{II}}{\sqrt{2\pi r}} (f_{ij}(\theta))_{II} + \frac{k_{III}}{\sqrt{2\pi r}} (f_{ij}(\theta))_{III} + o(r^\circ)$$

به  $k_I$  و  $k_{III}$  Stress Intensity factor (SIF) گویند که واحد آن  $Pa \cdot \sqrt{m}$  است که برای جلوگیری از بزرگ شدن بر حسب  $MPa \cdot \sqrt{m}$  نوشته می شود ضرب شدت تنش

SIF نباید با فریب تمرکز تنش (Stress Concentration Factor) اشتباه گرفته شود

SCF برای هر نوع عامل تغییر سطح مقطع در هم تعریف می شود و SIF فقط برای ترک است

نتیجه است

من آنند SCF بدون فاکتور است

SIF پارامتری است که در توصیف تنش در نزدیکی نوک ترک نقش اساسی دارد



(Handwritten notes in Urdu, partially obscured)

$$P_{max} = \sigma_{t,1,2}$$

Handwritten notes in Urdu, possibly defining variables for the stress analysis.

Handwritten notes in Urdu, likely describing the geometry or loading conditions of the component.

Handwritten notes in Urdu, possibly a reference or title for the diagram.

Handwritten notes in Urdu, providing context or a list of items related to the diagrams.

Handwritten notes in Urdu, possibly a sub-heading or section marker.

Handwritten notes in Urdu, possibly a sub-heading or section marker.

Handwritten notes in Urdu, possibly a sub-heading or section marker.

1. Stress Analysis of Cracks Handbook, Tada, Paris, Irwin (Handwritten notes in Urdu)

2. Stress Intensity Factors Handbook for researchers and engineers, Murakami

3. Handbook of stress intensity factor, George Sih

$$k_I = \sigma \sqrt{\pi a}$$

Handwritten notes in Urdu, explaining the relationship between stress intensity factor and crack length.

Handwritten notes in Urdu, possibly defining the geometry factor 'Y'.

Handwritten notes in Urdu, possibly defining the crack configuration factor 'k'.

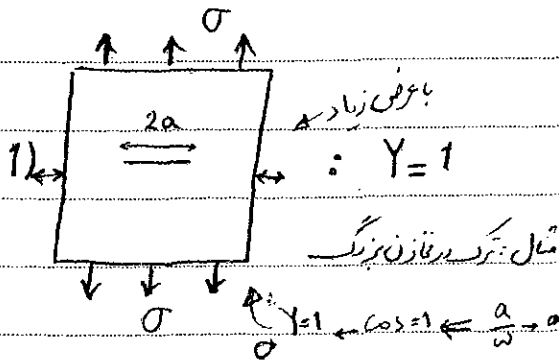
ccf. crack configuration factor :  $k_I = Y \cdot \sigma \sqrt{\pi a}$

Subject :

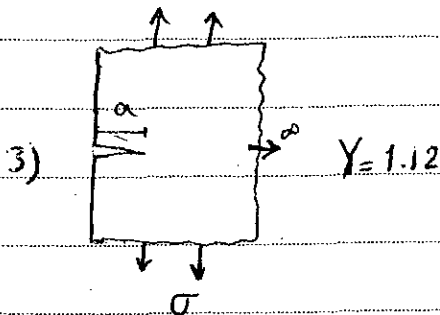
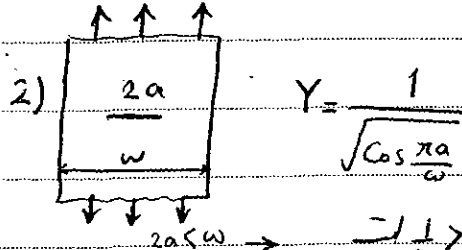
Year .

Month .

Date .



حالت اول: ترک مرزی تحت بار کششی  
(2) ترک مرزی در تقاطع با عرض کم در



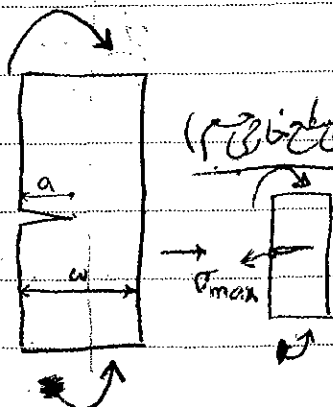
(3) ترک لبه‌ای (در تقاطع نهایی):

(4) ترک لبه‌ای با عرض کم در

$a/w$	$Y$
0 (یعنی بزرگ)	1.12
0.2	1.37
0.4	2.11
0.5	2.83

با عرض کوچک و یا در محل بزرگ است

برای سایر مقادیر  $a/w$  کفایت مایه‌های با بر و مایه‌های انجام شود. مقدار بزرگتر  $a/w = 0.5$ ، ترک اندازه بزرگ است که ملاحظه باری خود را از دست داده و بررسی و تحلیل آن ضروری ندارد.



(5) ترک لبه‌ای با عرض کم در تحت بار خمشی

برای تعیین  $\sigma$  در رابطه  $k_I$ ، مقدار  $k_I$  عمیق‌ترش را در نقطه لبه ترک (روی سطح خارجی جسم) جایگزین می‌کنیم

$$k_I = \sigma_{max} \cdot Y \cdot \sqrt{\pi a}$$

$$\sigma_{max} = \frac{My}{I}$$

$a/w$	0	0.2	0.4	0.5	0.6
$Y$	1	1.06	1.32	1.62	2.1

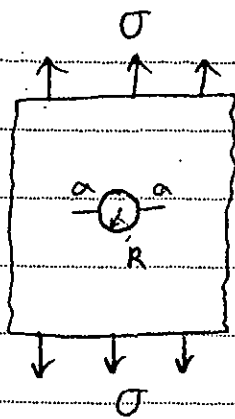
کتاب مشرف به مکتوبات کتب مشرف به مکتوبات

Subject : 27

Year .

Month .

Date .



6) قطعه با سوراخ دایره‌ای در مرکز باید با دورتر اطراف سوراخ  
مثال عملی ترک اطراف سوراخهای برجکای

$a/R$	$Y$ (دورتر)	$Y$ (یک ترک)
0	3.36	3.36
0.1	2.73	2.73
0.2	2.41	2.3
0.4	1.96	1.86
0.6	1.71	1.69
0.8	1.58	1.47
1	1.45	1.32
1.5	1.29	1.18
$\infty$	1	0.71

$Y_2 > Y_1$   
2 Cracks > 1 Crack

در حالتی که دورتر از نام

صلب قطعه کمتر شده و جایابی

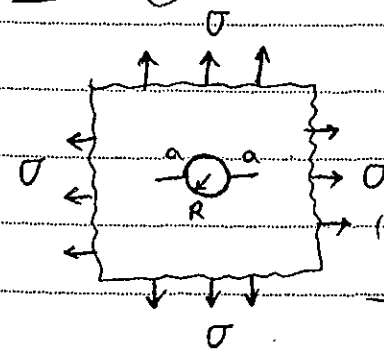
افزایش می‌یابد

افزایش جایابی با افزایش  $k_I$

رابطه مستقیم دارد ( $k_I$  نیز با  $\sqrt{a}$  رابطه خطی مستقیم دارد)

\* جدول فوق حالت نزدیکی دارد. درست است که با افزایش  $\frac{a}{R}$  (افزایش طول ترک)  $k_I$  بیشتر می‌شود و در نتیجه  $k_I$  نسبت به  $\sqrt{a}$  هم‌جهت که اثر گذار است

$\frac{a}{R} \rightarrow \infty \rightarrow R=0 \rightarrow$  بدون سوراخ  $\rightarrow$  حالت 1  $\rightarrow Y=1$



7) قطعه با سوراخ مرکزی تحت بار دور محوره

$a/R$	0	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.5	$\infty$
$Y$ (یک ترک)	2.24	1.98	1.82	1.58	1.42	1.32	1.26	1.06	0.71
$Y$ دورتر	2.24	1.98	1.83	1.61	1.52	1.43	1.34	1.26	1

$Y_2 > Y_1$   
2-crack > 1-crack

کلیه  $Y$ های کس در محوره کمتر از  $Y$ ها پس یک محوره است  
علت آن است که در حالت دور محوره یکی از بار گذارها معنی در است ترک دارد

Subject :

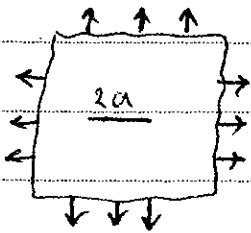
Year .

Month .

Date .

با بار موازی ترک روی خرابی تنش اثر نداشته و تنها اثر آن بر روی تنش  $T$  است

نیابراین برای حالت  $a = \infty$  ، مقدار  $\gamma$  حالت تنش یک محوره و  $\gamma$  محوره  
 با هم برابر است . (دقت کنید نکته حالت یک ترک و دو ترک است)

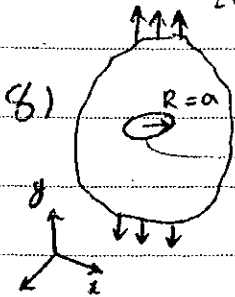


(Penny Shape) سه ترک 3D است و در سوراخ 2D

(8) ترک 3 بعدی دایره‌ای

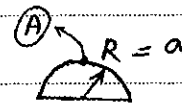
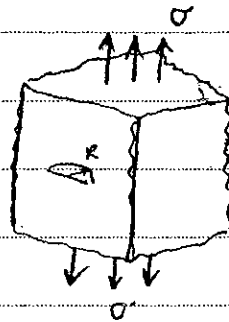
$\gamma = 0.64$

اگر با گذاری عمود بر سطح ترک باشد



ترک دایره‌ای  
 3 بعدی

(9) ترک نیمه بی نهایت 3 بعدی



دیوار بالا :

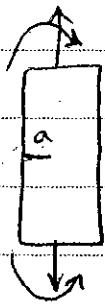
$\gamma = 0.717$

در عمق این نقطه ترک نقطه A

با گذاری عمود بر سطح ترک

(10) ترک بار خمشی دایره‌ای در مورد I

اصل سوپرپوزیشن بر اثر هنجار با گذاری ، میدان تنش ها همسو است با هم جمع کرد (در حالتی که در حوزه الاستیک باشد)



$\sigma_{ij}^{tot} = \sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{ij}^{(2)}$

$\sigma_{ij}^{(1)} = \frac{k_{I(1)}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta)$

$\sigma_{ij}^{(2)} = \frac{k_{I(2)}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta)$

چون  $f_{ij}$  در  $\sqrt{2\pi r}$  مرتب با نوع ماده است (در اینجا هر دو ماده I هستند پس دو برابرند)

در  $\sigma_{ij}^{(2)}$  با هم برابرند

$\sigma_{ij}^{tot} = \frac{f_{ij}(\theta)}{\sqrt{2\pi r}} (k_{I(1)} + k_{I(2)}) \Rightarrow \boxed{k_I = k_{I(1)} + k_{I(2)}}$

در حالت ترکیبی با گذاری ها مورد I ، می توان از اصل سوپرپوزیشن استفاده کرد

دقت کنید اصل سوپرپوزیشن برای  $k_I$  برقرار است (در حالت کلی) و نه  $\gamma$



Subject :

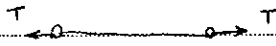
Year .

Month .

Date .

### Strain gage

1. روش های استفاده از کرنش سنج



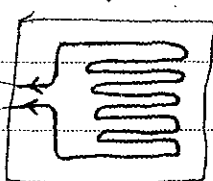
این روش تلفیقی از روش مکانیکی و الکتریکی است

ماده تحت کش سب کاهش سطح مقطع و افزایش طول آن می شود. هم افزایش طول  $A$  سب افزایش  $R$  می شود

اساس این روش بر اساس تغییر مقاومت الکتریکی سیم ، تعداد تغییر طول در کل اندازه گیری است

که در صورت طول سیم بلند باشد ، امکان دارد تغییر طول نقاط مختلف با یکدیگر متفاوت باشد بنابراین به صورت ماریجی و کوتاه شده می شود

به صورت ماریجی ساختن سیم می شود تغییر طول به صورت متفاوتی نشان داده شود تا بارگاه ها با خاصیت های عادی تر



تبدیل تغییر طول را سنجید. (در نهایت باید دقت کنید که جنس ماریجی وجود دارد)

سرد ضایع خصوصاً هواپیما سازی از کرنش سنج ها و نیامینی (قابل ثبت داده بر حسب ثانیه)

نیز استفاده می شود.

### 2. Optical Method

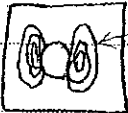
2. روش های نوری

انواع مختلفی دارد از قبیل فتوالاستیسیته (photoelasticity) ، فتواستریس (photo stress) ،

مویر (Moire) ، برش نگاری (sheargraphy)

فتوالاستیسیته : نمونه ای از جنس شفاف با خاصیت شکست مواضع نور (Double defraction) کجای نمونه اصلی مشاهده

هنگامی که تحت بار قرار گرفته و تغییر شکل میدهد ، خاصیت Double defraction فعال شده و طیف های برت



می آید. با ارتباط طیف ها با میدان مکانیکی ، تنش ها قابل سنجی می دهد

توزیع تنش مستقل از جنس است (اگر ماده چگلی و انبساطی باشد) ، بنابراین سطح نمونه فتوالاستیسیته از سیم

$$\sigma = \frac{My}{I}$$

می تواند نتایج جنس های دیگر نمونه اصلی را به دست دهد

به شرط آنکه بارگذاری به صورت نزدیکی باشد و نه جایگامی

زیرا کرنش به جنس ماده ارتباط پیدا می کند (  $\sigma = E\epsilon$  )

فتواترس ، تفاوت این روش با روش فتووالاستیکه این است که در این روش ، نمونه اصلی با جنس اصلی است و پوششی از ماده پلیمری بر آن دراز می شود در حالیکه در روش فتووالاستیک نمونه از جنس پلیمر است

مزیت : قطعه واقعی استفاده می شود (بعضی اوقات مثل قطعات اکتادار ، سخت قطعه با پلیمر شکل است )  
عیب : طیف های رنگی ، واضح و متغایر نیستند چون نور از کل ماده عبور نمی کند

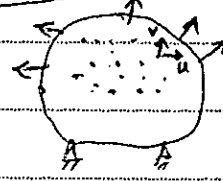


مویزه : نور به شکلهائی تابانده می شود ، زیر لکه عبور روش ها نوری است

روش جدیدی که استفاده می شود ، Digital Image Correlation (DIC) است که اخیراً (مد 5 سال)

استفاده می شود

اندازه تعداد نقاط زیادی نقاط سیاه رنگی یا سیاه می شود ، بر اثر اعمال بار بر نقطه محل جدیدی انتقال می یابد با استفاده از دوربین دیجیتال می توان تغییر مکان (u و v) نقاط مختلف را ثبت کرد با داشتن میدان جایابی در هر نقطه میدان کرنش و تنش بدست می آید

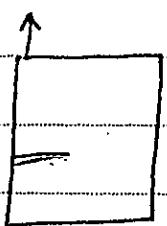


مزیت : نیاز به ماده نوری ندارد ، می تواند in situ نیز باشد (قطعه اصلی در حالت بار)  
برای اندازه گیری جایابی ها خارج از صفحه ، باید دوربین در جهات مختلف قرار داده شود

### Brittle Coating

3 روش پوشش شکننده

لایه نازکی از جنس ماده ای شکننده روی جسم اصلی کشیده می شود ، تا تغییر شکل ماده اصلی ، ترک های در پوشش برد ایجاد شود با تحلیل الگوی ترک ها اندازه گیری می شود و پوشش برد می توان میدان تنش را یافت  
جایگاه و اندازه ترک



ارتباط روش جایابی با فریب شدت تنش در نقاط نزدیک نوک ترک ، کرنش سطحی (بر صورت زوایه نازکی) منفی می شود

$$\epsilon_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} [f(\theta)]$$

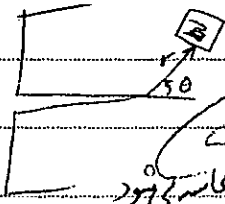
1) استفاده از کرنش سطحی

Subject :

Year .

Month .

Date .



فصل نصب کرنش پنج معلوم است پس  $\theta$  معلوم هستند  
 $\epsilon_{rr}$  ،  $\epsilon_{\theta\theta}$  ،  $\epsilon_{r\theta}$  هم اندازه گیری شده  
 $f(\theta)$  نیز یک عدد معلوم است آنها مجموع روابط همفریب  $k_I$  است و باید ضرورت گامی بود

نکات عملی : 1) چون در نزدیک نوک که تغییرات کرنش و تنش زیاد است ، بنابراین امکان جدا شدن آن از قطعه وجود دارد . پس آنکه امکان دارد اگر این کرنش در نقاط مختلف کرنش پنج متفاوت باشد که

نتایج صحیحی را نمی دهد  
 نتایج آنکه کرنش پنج با فاصله ای از نوک ترک قرار داده می شود

همچنین با دور شدن از نوک ترک نرم ها دیگری که وابسته به  $r$  هستند ، مقدار کوچکی خواهند داشت ، بنابراین باید اثرات آن ها در نظر گرفته شود ( مثلاً نرم های دوم و سوم و ششتری را اجلی  $f_2(\theta)$  باید در نظر بگیریم )  
 در نظر گرفتن نرم های بیشتر

مب افزایش تعداد مجهولات می شود پس لازم است تعداد کرنش پنج ها بیشتر نصب شود تا به حل دستگاه معادلات ، مجهولات  $k_I$  می باشد شود

$$\epsilon_{rr1} = k_I \cdot f_1(r, \theta) + T \cdot f_2(r, \theta) + A_2 \cdot f_3(r, \theta)$$

مجهولات

$\epsilon_{rr2}$  ،  $\epsilon_{rr3}$  →

با افزایش تعداد استرن گنج ،  $k_I$  بیشتر می شود  
 استفاده از  $k_I$  بیشتر می شود

2) روش قبولالاستیته برای تعیین تجربی  $k_I$   
 اساس روش قبولالاستیته برچ کرنش است

رابطه بین میدان مکانیک و میدان نوری در روش قبولالاستیته : در هر نقطه رابط زیر قرار است

$$\epsilon_2 - \epsilon_1 = \frac{N_f \cdot f_\epsilon}{h} \quad N_f \text{ - Fringe Number}$$

$h$  : ضخامت قطعه  
 $f_\epsilon$  : پارامتری که در داخل نوری جسم بدست می آید و به آن وابسته است

$$\sqrt{2\sigma_{max}} = \sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N_f \cdot f_\sigma}{h} \quad \text{و} \quad f_\epsilon = \frac{1+\nu}{E} f_\sigma$$

شکاف  
 $\nu$  و  $E$  : خواص ماده پلیمری

Poopak

توزیع تنش بدست آمده برای هوای پلیمری است ، توزیع تنش در هر دو ناحیه پلیمری نیز به همین صورت خواهد بود

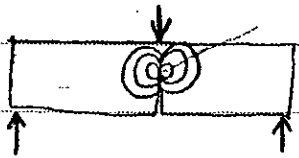


Subject : 33

Year .

Month .

Date .

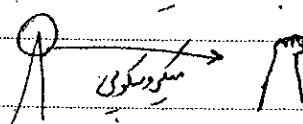


نمودار علمی ساخته شده و بارگذاری مطابق بارگذاری اصلی انجام می شود.

روش تنش فیلد <sup>Method</sup> full field روشی است که در آن تنش در تمام نقاط یک جسم تحت بارگذاری مشخص شده می تواند اندازه گیری شود.

یعنی در کل حوزه حجم میدان تنش بدست می آید و روش تنش یعنی فقط در همان ناحیه ای که تنش می خیزد، میدان تنش را خواهم داشت.

محدودیت : 1. در روش تنش فیلد، علت آنکه در تولید ترک حالت ایده آل (نوبه تری) را نداریم و در نوک ترک مرکز تنشانی داریم، در نتیجه حریف ها نوک ترک ما از این مرکز تنش ها خواهد بود پس می توانیم از نوک ترک میدان و طرف ها را بررسی کنیم



T-stress معادله است

$$\sigma_{\theta\theta} = k_I g_1(r, \theta) + T g_2(\theta) + A_3 g_3(r, \theta)$$

برای تعیین \$k\_I\$ باید در ۳ نقطه اطلاعات را فراهم کنیم

overdetermined system of Equations

\* حالتی که اطلاعات را در ۲۰ نقطه داشته باشیم و ۳ متر مجهول داشته باشیم، در این حالت داریم (یعنی تعداد معادلات از تعداد مجهولات بیشتر است) باروشنی least square می توان به ۳ معادله و ۳ مجهول رسید. اما باید توجه کنیم که خطا را با این روش می توان کاهش داد.

روش DIC هم بر عین کار تعیین \$k\_I\$ می تواند استفاده شود این روش نیز full field Method است

- روش فیلد تنش فقط برای ناحیه ای که می خواهیم میدان تنش بگیریم مناسب است فولاد بقیه داره اگر در ناحیه پلاستیک میوم به علت رفتار غیر خطی و متفاوت بودن رفتار مواد مختلف در فاز پلاستیک نمی توان نتایج فیلد تنش را به سایر مواد بقیه داره این \$k\_I\$ با نتایج مختلف است

Subject :

Year .

Month .

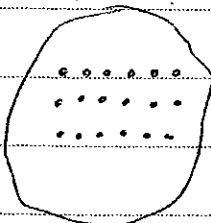
Date .

- روش های عددی تقسین ضرب از روش :  
معایب روش تجربی : گرانقیمت بودن ، خطاهای ساخت و آزمایشگاهی

مدرسه عمده عددی : (روش های عددی در کنترل مسائل مهندسی) Finite Difference Method

1) روش تفاضلات محدود (FDM) : معادله دیفرانسیلی برای کل یک دامنه صادق است از جمله نقاطی که خود را تقسین میکنند

ایراتورها مشتق را می توان بر حسب جیبی نقاط مجاور نوشت . پس معادله دیفرانسیل



$$[F] \{x\} = [P]$$

به معادله جبری تبدیل می شود.

به علت گویایی بودن معادلات ، باید دستگاه معادله حل شود

ماتریس معادله نقطه معلوم را  $\rightarrow$  دستگاه معادله جبری  $\rightarrow$  حل (ماتریس)  $\rightarrow$  یک معادله دیفرانسیل خواهم داشت

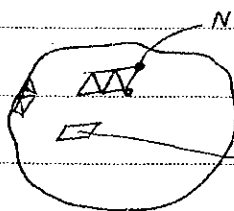
- شرایط مرزی لا نیز بر آورده می شود . در نقطه مرزی از روابط بین نقاط در نظر گرفته شود ، امکان دارد نقطه خارج از ناحیه باشد که معادله دیفرانسیل بر آن حاکم نیست . پس در نقاط نزدیک مرزی به علت تقریب روابط با سایر نقاط داخل حوزه ، روابط پیچیده می شوند

پس روش تفاضلات محدود برای مرزها پیچیده ، دشوار شده و نیاز به با بالایی برد . این روش فقط در نقاط معلوم اولیه داده ها میدهد



2) روش المان محدود (FEM) Finite Element Method

دامنه را به اجزای کوچکتر با هندسه ها ساده تقسیم می کنیم . در این روش بجای نقطه هندسه کوچکتری با در نظر گرفتن محیط این روش نیز به حل دستگاه معجز می شود



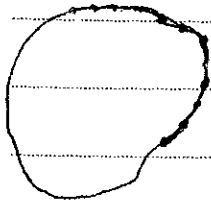
نزد FEM نسبت به FDM :

- 1) در اینجا مشکل مرزها برطرف می شود (با بزرگ یا کوچک کردن المانها در مرزها)
- 2) در FEM هر چند جوا دارد Nodes است می آید و می توان معادله مجهول را داخل المان نیز نوشت (آمدن با استفاده از shape function)

Shape function را طبق معادله در هر یک و هر نقطه داخل المان را تقسین می کنند

### Boundary Element Method (BEM)

(3) روش اجزای مرزی

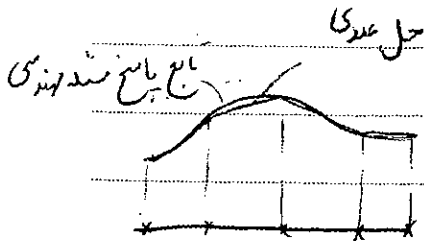


در این روش بجای اینکه کل دامنه تقسیم بندی شود، فقط مرز ناحیه الان بندی می شود.  
الان های مرزی بصورت پاره خط هایی خواهند بود. تعداد معادلات و اندازه  
دستگاه معادلات این روش از روش قبلی کمتر خواهد بود و حجم محاسبات کمتر می شود.

روابط است که

مقاوم بودن ناحیه مرز مرتب می کند (توسط تابع گرین که داخل دامنه را با آروی مرز مرتب می کند)

- ماتریس  $[k]$  در FEM مقادیر است و در BEM، نامعادلات است (خود همین مسئله است افزایش هزینه محاسباتی می شود)



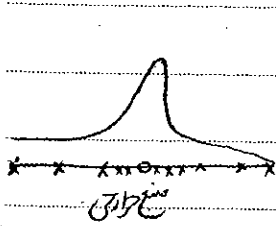
۹۳، ۸، ۱۵

نگاهی در زمینه مدل سازی اجزاء محدود

افزایش های افزایش وقت تابع اجزای محدود

$$\{k\} [x] = \{F\} \text{ (h-Method)}$$

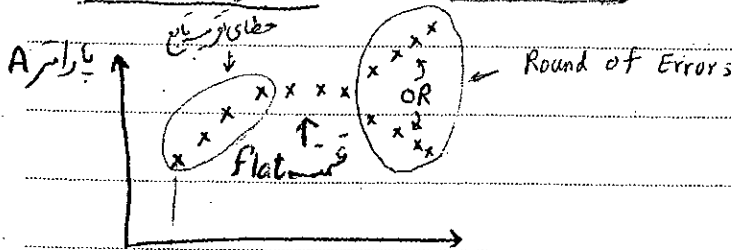
ماتریس  $[k]$  در FEM مقادیر است و در BEM، نامعادلات است (خود همین مسئله است افزایش هزینه محاسباتی می شود)



(2-1) افزایش تعداد الان ها در اطراف نقاط دارای حساسیت (تمرکز تنش، منبع حرارتی)

تا حجم محاسباتی می مورد افزایش نیاید (افزایش تعداد الان ها بصورت هوشمند)

(3) الزاماً افزایش تعداد الان ها بصورت تابع نمی شود. زیرا روش اجزای محدود بصورت خطی عددی (مثل روش المان)



می شود

A پارامتری که تعیین آن برای ما مهم است

تعداد الان  
حل حسابی به تعداد الان

Mesh sensitivity Analysis

Subject :

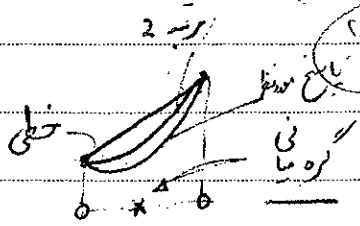
Year .

Month .

Date .

روش ② افزایش وقت محاسبات استفاده از المان‌ها متباعدتر (P-Method)

(زیاد کردن تابع توپ مربوط به المان)



دقت کنید که افزایش ریز المان نیز همیشه بهبود نتایج نمی‌شود

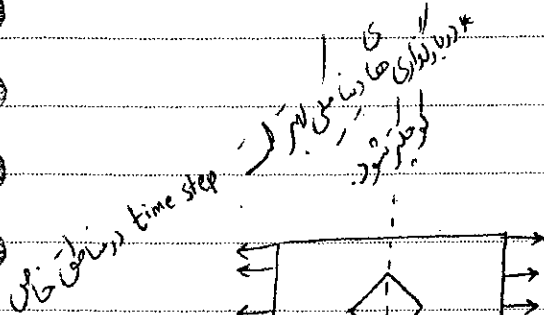
روش ترکیبی (Mixed Method) : هم تعداد المان و هم از المان‌ها مرتبه‌ها با استفاده می‌شود یک المان

که این روش بیشتر در نواحی دارای تغییرات اعمال می‌شود.

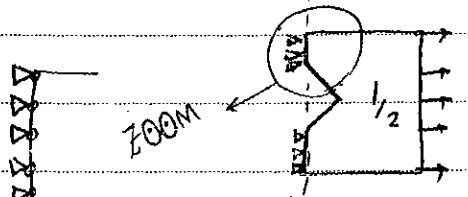
بسیار استفاده در خاصیت تقارن در مدل‌سازی اجزا مجرود

تقارن : تقارن هندسی + تقارن در بارگذاری

↓  
تصور عمودی هر نقطه است  
نقطه تقارن، برخط تقارن  
مشابه نقطه اول می‌شود



time step در مناطق خاص



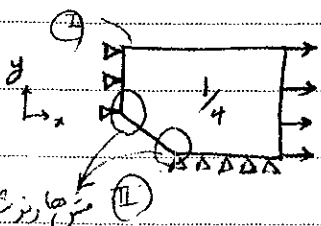
که در هر نقطه سطح تقارن هست : عمود بر سطح تقارن

دقت کنید که تمام گره‌ها در سطح تقارن مقید شوند (و نه تعداد گره‌ها)

علت : در این نقاط سطح میانی همگونی جایابی در مدل اصلی ندارند

تمام گره‌ها

سؤال : تقارن این گره که مقید نشده‌اند؟؟؟ با توجه به تابع تعریف Shape func در مرتبه المان اسکالی بودن

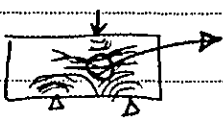


المان‌ها ناحیه II، نیاز حرکت در راستای x و y دارند و در حرکت  
حرکتی نمی‌تواند داشته باشند

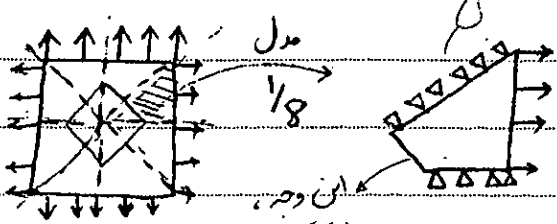
\* در مورد II خالص، لغزش نسبی وجود ترک وجود ندارد (و نه حرکت جداگانه وجود ترک)

دقت کنید که بارگذاری در مدل  $\frac{1}{4}$  ، تغییر نسبت بر مدل کامل ندارد ، ضمن آنکه نتایج حاصل شده برای مدل  $\frac{1}{4}$  ، صرفاً همان نتایج مدل کامل است (نباید اعداد در 4 ضرب یا تقسیم شود)

- در مواردی می توان ابتدا مش ریزی اولیه انجام داد ، اما مشاهده نتایج حاصله تصمیم گرفت که در کدام نواحی تمرکز هست در بدلسازی مجدد مش ریزی را در آن نقاط ریز نمود (تمرکزش می تواند ناشی از بارگذاری نیز باشد مثل نواحی که در قوا الاستیکه ، تلف ها هم می رسند )

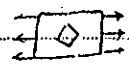
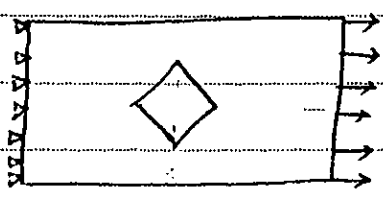


- ورق مربعی شکل با سوراخ لوزی در وسط



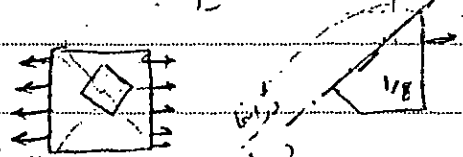
در مدل  $\frac{1}{8}$  ، هرگونه بارگذاری یا تغییر لوله باید قرار داده شود

اگر اطلاعاتی (مثل تنش) را در نقطه ای بخواهم که محضات آن خارج از مدل معادلان است ، کافی است با محضات مناظر آن در مدل معادلان یا نت و اطلاعات را بخواهم



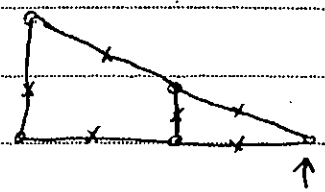
مشده روبرو را در نظر بگیرید  
میدان تنش در مشده روبرو مانند قلی لبیان است  
میدان جایابی این در مشده متفاوت است (در مشده روبرو جایابی در برابر مشده قلی است) جایابی به محل مبداء وابسته است و کرنش و سپس تنش به محل مبداء وابسته نیست چون کرنش تحت local است

سؤال : آیا میتوان از تعداد در مشده آخر استفاده کرد ؟ اگر حرف بردی تنش باشد ، آیدام شده فوق را با مشده قبل (با بارگذاری در درونها) جایگزین کرده و سپس از تعداد استفاده می کنیم پس می توان !



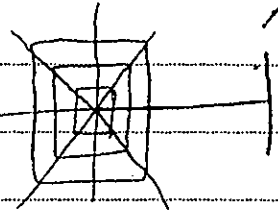
\* مدل  $\frac{1}{8}$  می توان استفاده کرد

Abacus Error  
برای

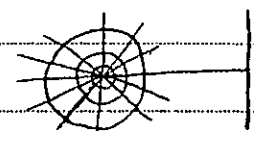


Integral = 1/2 \* (b1 + b2) \* h  
در این صورت که در این حالت  
در این صورت که در این حالت

Free Mesh  
در این صورت که در این حالت  
در این صورت که در این حالت

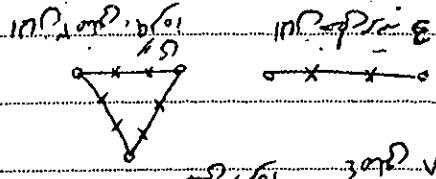


در این صورت که در این حالت  
در این صورت که در این حالت

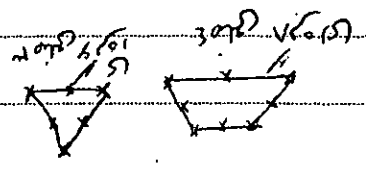


در این صورت که در این حالت  
در این صورت که در این حالت

در این صورت که در این حالت  
در این صورت که در این حالت



در این صورت که در این حالت  
در این صورت که در این حالت



(Mixed Node)  
در این صورت که در این حالت  
در این صورت که در این حالت

در این صورت که در این حالت  
در این صورت که در این حالت

Free Mesh  
در این صورت که در این حالت  
در این صورت که در این حالت

Subject : 39

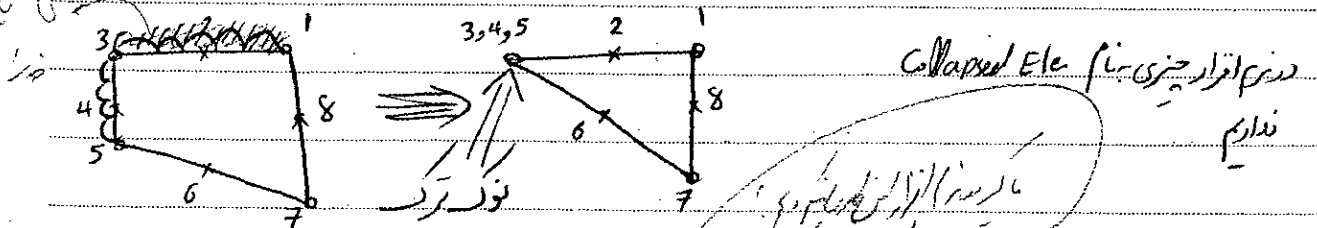
Year .

Month .

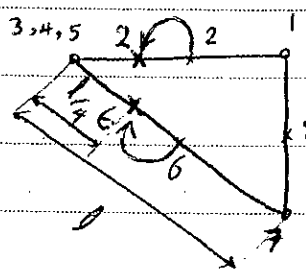
Date .

برای رفع این مشکل باید از الانها Collapsed element استفاده کرد.

بین صورت ~~که~~ ~~نوع~~ ~~نمای~~ ~~المان~~ ~~که~~ ~~ای~~ ~~به~~ ~~بلند~~ ~~منطق~~ ~~می~~ ~~شوند~~ ~~مانند~~ ~~المان~~ ~~صلبی~~ ~~در~~ ~~ظایر~~ ~~ایجاد~~ ~~شود~~



راه دیگر برای افزایش دقت ، نقاط و نره ها میانی در اصل صلبی به نوبت ترک را از وسط به  $\frac{1}{4}$  ~~و~~ ~~کامل~~ ~~صلب~~ از نوک ترک منتقل می کنند ( نزدیک شدن به نوک ترک )



اینکار فقط برای مسائل ترک توصیه و استفاده می شود و در موارد دیگر تنش این مورد توصیه نشده است.

از قبل می دانیم تنش ها در اطراف نوک ترک ، سینولاریته در جهت شعاعی  $\sigma_r \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$  برقرار است از لحاظ ریاضی ثابت می شود با انتقال گره میانی به  $\frac{1}{4}$  ما منته (از نوک ترک) ، تابع تومی که از نودهای گذر تنسی متناسب با  $\frac{1}{\sqrt{r}}$  را ایجاد می کند و سبب افزایش دقت می شود.

به عبارت دیگر سینولاریته ایجاد شده در واقع با ستوان با کار فون در صلب عددی تر لحاظ کرد به همین دلیل به این الانها ، الان تنگ Singular Element گویند.

تمام نکات فوق برای این است که بتوان با تعداد الان کم تر به بالاترین دقت ممکن در صلب عددی رسید.

Singular Elem. →  $\frac{1}{4}$  است

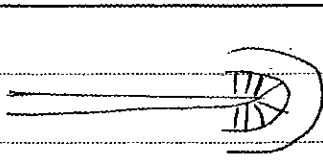
Collapse Elem. →  $\frac{2}{4}$  صلبی

Subject :

Year .

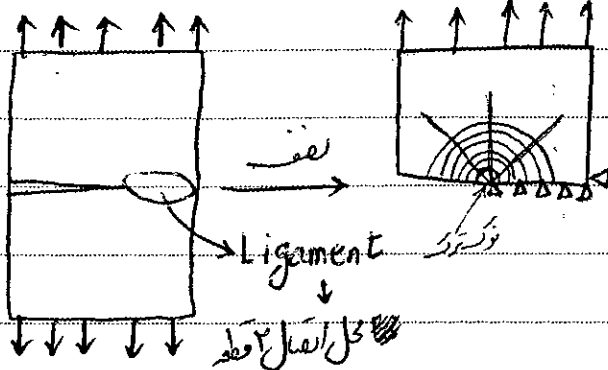
Month .

Date .



از ترک را بصورت خطی مدل نموده بصورت خط بازم افزاری

در مورد روبرو شکل کدام قرارداد است الان ۳ منحنی و ۲ صاف وجود ندارد  
(هم الان هاء مثل این)



\* استفاده از تقارن :

فقط در محل Ligament

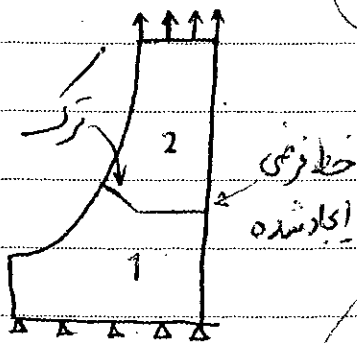
باید جهت عمود بر سطح تقارن معین شود

ضمناً برای پایداری نمونه

در راستای افقی ، یک الان را در راستای افقی

مقدم می کنیم

تفاوتی ندارد که این الان معین شده در راستای افقی را با یک در نظر بگیریم ، چون توزیع کرنش یکسان خواهد بود



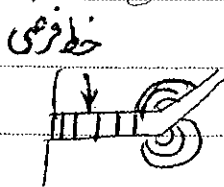
- نرم افزارهایی که قابلیت تعریف ۲ نقطه در یک مکان را ندارند ، با استفاده از خط فرضی ، مدل باید ۲ قسمت تبدیل کرد

و بر قسمت ۱ با نرم افزار فرضی کنیم در نهایت در خط فرضی ایجاد شده ، الان ها merge می کنیم ( در وجود ترک نباید merge کرد)

باید مراقب بود که تعداد الان ها و گروه ها در خط فرضی در سمت بالا و پایین باید برابر باشد

merge کردن یعنی اینکه برای نرم افزار تعریف شود که جایگامی های افقی و عمودی

گرفته روی خط فرضی با بلند بگر برابر است

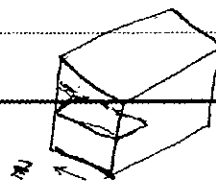
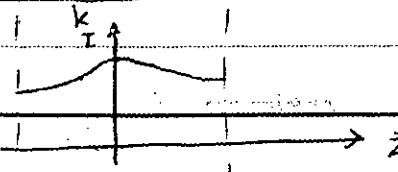


- حالت 3D :

تفاوت 2D با 3D : در جهت ضخامت نیز ، الان خواص دانست ، الان ها محلی هستند

- تفاوت دوم ، در حالت 3D برای هر گروه و ناحیه شده در Crack Front ، امکان تفاوت  $k_I$  با گروه ها مجاور

Poopak



وجود دارد

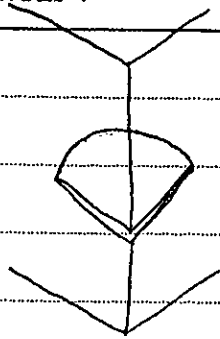
در واقع هم اینک ثابت



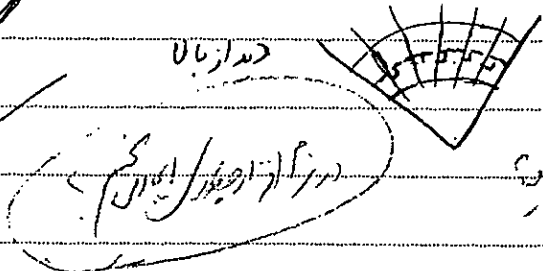
در هر قطعه ترک دارد بر خلاف آن یک  $k_I$  دارد

Subject : 41

Year . Month . Date .



حالتی که Crack front صاف باشد بر خلاف حالتی که مسطح بود (خط صاف بود)



باید در نقطه  $\sigma$  لایحه بود بر Crack Front باشد

در نقاط دور از Front جفتی مهم نیست

علت از لحاظ ریاضی ثابت شده که در صورت برقراری شرط تعادل (رد لسانی)، توزیع تنش با در مدل 3D می توان از مدل 2D استفاده کرد (لازمی)

در ارتباط با این مفهوم در عمل نیز  $k_I$  در وسط ترک مشربست و خرابی میولا از وسط ترک شروع می شود

۱۷، ۸، ۹۳، ۱ دی ۱۳۸۱

تشنه فرایند تنش : کششی ، فشرشی ، غلظی

① stress based Method

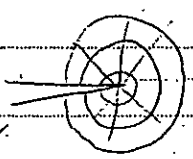
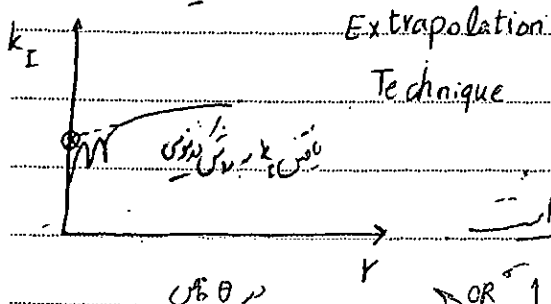
$$\sqrt{2\pi r} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \end{Bmatrix} = k_I \begin{Bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} (1 - \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2}) \\ \cos \frac{\theta}{2} (1 + \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2}) \end{Bmatrix}$$

نکته : یادداشت کردن از نوک ترک ها زرات با آن تر نیز هم می توانیم

لایحه فوق برای  $k_I$  ترید بهتر می شود

2: دلیل Singularity در اطراف ترک، خطها عددی در FEM موجود است

با در نظر گرفتن آنکه فوق بودار  $k_I$  با رجب  $r$  رسم کردن و با بردنایی مقدار  $k_I$  در  $r=0$  می یابیم



نوشته است (مدلی) نمودار بود و در دلیل خطهای عددی در نوک ترک است

Subject :

Year .

Month .

Date .

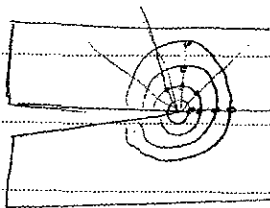
### ② Displacement-based Method

اجزایی که باید ساده از حل آن/فردی برای تعیین  $k_I$  استفاده شود

$$2E \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} = k_I \begin{Bmatrix} (1+\nu) \left[ (2k-1) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right] \\ (1+\nu) \left[ (2k+1) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \right] \end{Bmatrix}$$

ناید وجه اختلاف  $k_I$  حال از روش ① و ② قابل توجه باشد و گرنه مشکل در دستاوردی وجود دارد.  
 - یا از  $u_x$  یا از  $u_y$  برای تعیین  $k_I$  استفاده کنند!  
 - در اینجا نیز باید از یونیتهای استفاده کرد / روابط مادر این درس برای این تروپ قابل استفاده است

\* بدلیل اینکه الترمز افزارها افزای محدود، بر پایه جایگاهی هستند و ایند اجزایی  $k_I$  مناسبی ندارند پس  $k_I$  ها را  
 نیاز این امکان بالا رفتن در حد خطای عددی در محاسبه تنش من از جایگاهی است.  
 نتیجه آنست برای تعیین  $k_I$ ، روش دوم بهتر است.



\* شبیه روش بیان شده در قبلاست. میتوان با روش های عددی تنش کمترین برهان  
 با مقدار زیادی داده  $k_I$  و  $k_{II}$  و هم ها مراتب بالاتر را بدست شری کاسه کرد.

### \* محاسبه فریب تنش در Mixed Mode

$$2E \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} = k_I \begin{Bmatrix} (1+\nu) \left[ (2k-1) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right] \\ (1+\nu) \left[ (2k+1) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \right] \end{Bmatrix} + k_{II} \begin{Bmatrix} (1+\nu) \left[ (2k+3) \sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\ -(1+\nu) \left[ (2k+3) \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right] \end{Bmatrix}$$

در اینجا  $k_I$  و  $k_{II}$  باید ۲ معادله برای تعیین  $k_I$  و  $k_{II}$  در  $\theta$  معین داد. میتوان برای بدست  
 $u_x$  و  $u_y$  شکل داد و برای انتقال نقطه  $u_x$  و  $u_y$  شکل داد.

برای برهان از کاسه ۲ معادله و  $k_I$  و  $k_{II}$  معین  $\theta$  هائی با ثابت  $\theta$   $f(\theta)$  جدولی  $k_{II}$  همفر شود

Subject : 43

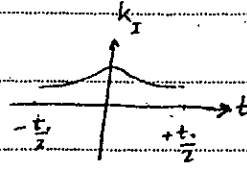
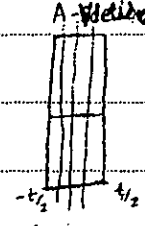
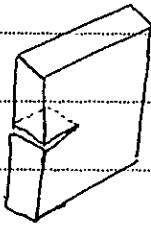
Year .

Month .

Date .

for  $u_x$   $\left\{ \begin{array}{l} \theta=0 \rightarrow f(\theta)|_{k_{II}} = 0 \rightarrow k_I \text{ بسته آید} \\ \theta=\pi \rightarrow f(\theta)|_{k_I} = 0 \rightarrow k_{II} \text{ بسته آید} \end{array} \right.$  در این حالت نیز باید با برونیای  $k_I$  عددی دادید  
 آمد (همچنین  $k_{II}$ )

for  $u_y$   $\left\{ \begin{array}{l} \theta=\pi \rightarrow f(\theta)|_{k_{II}} = 0 \rightarrow k_I \checkmark \\ \theta=0 \rightarrow f(\theta)|_{k_I} = 0 \rightarrow k_{II} \checkmark \end{array} \right.$

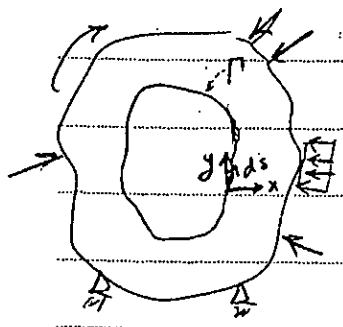


- مدلسازی 3 بعدی

ترکها 3D که تغییرات 2D باشند  
 اکثر اوقات  $k$  در وسط ضوابط بیشتر است (روند هست) امکان دارد برای چندین ها تکلیف ترک  $k_I$  در وسط ترک نیز  
 شود پس روند خاصی ندارد.

③ J-Integral (سومین روش تعین SIF روش عددی)

در مسائل الاستیک، برای حسی تحت بارگذاری دلخواه، مسیر دلخواه بسته اولیه  $\Gamma$ ، پس از تغییر شکل نقاط مختلف این مسیر جابجا میشوند و انرژی کرنشی درون مسیر ذخیره می شود.



$$J = \oint_{\Gamma} (\omega^* dy - \vec{t} \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} ds) = 0$$

$\omega^*$ : Strain Energy Density (انرژی کرنشی) اسکالاریت

$\vec{t}$ : Traction vector بردار است

$\vec{u}$ : Displacement vector بردار است

$ds$ : مماس بر مسیر  $\vec{t}$  و  $\vec{u}$  مربوط به نقاط روی مسیر،  $\omega^*$  مربوط به حجم داخل مسیری است

$\omega^* dy$ : انرژی کرنشی ذخیره شده در مسیر

$\vec{t} \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} ds$ : کارهای آمده

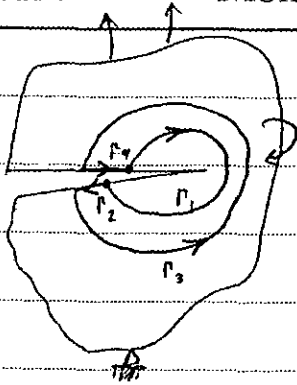
از این بحث در مسائل مکانیک نیز استفاده می شود.

Subject :

Year .

Month .

Date .



حال قطع ترک داری را در نظر بگیریم. مسیر بسته در این حالت مشکل از ۴ سمت است.

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$

$$J_{tot} = J_1 + J_2 + J_3 + J_4 = 0$$

عبارت دیگر مسیر بسته ای شکل می‌دهد

از آنجا که به ترک سطح آزاد است پس  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$  (ترکش) در سطح (بسته) ترک صفر است پس تمام انتگرال  $J$  صفر خواهد بود.

از طرف دیگر برداری عمود بر جهت ترک تعریف می‌شود. درجه برای مسیرها ۲ و ۴،  $dy = 0$  است. با در نظر گرفتن دو نکته فوق:

$$J_2 \text{ و } J_4 \text{ برابر صفر است}$$

$$J_1 + J_3 = 0$$

$$-J_3 = +J_1$$

$$J_1 - J_3 = 0 \rightarrow J_1 = J_3$$

از ریاضی (۲) یاد داریم که اگر جهت مسیر عوض شود، حاصل قرینه خواهد شد یعنی

خسکی می‌دهی

Path-independent  $J$ -integral

در مسائل ترک، انتگرال  $J$  مستقل از مسیر خواهد بود.

این مقادیر چه به نوک ترک نزدیک یا فاصله دور باشد، تفاوتی نخواهد داشت.

برای تعیین ضریب شدت تنش با استفاده از روش انتگرال  $J$  (بدون آنتی) داریم

$$K_I = \sqrt{J \cdot E'} \quad , \quad E' = \begin{cases} E & \text{تنش صفی} \\ \frac{E}{1-\nu^2} & \text{گرنش صفی} \end{cases} \quad [J]: \text{Pa.m}$$

حال باید مقدار  $J$  را بیابیم.

۱) روش اول: استفاده از رابطه کلی انتگرال صغیر. اگر از جید کاتنور حسیده به نوک ترک مر نظر کنیم

(بدلیل خطای عددی)، مقدار  $J$  محاسبه از سایر کاتنورها یکسان خواهد بود.

توصیفی می‌شود مش ریزی اولیه منظم باشد تا کاتنور در این منظم باشد.

چون در مسائل ترک، مسیر بسته نیست،  $J$  مقداری غیر از صفر دارد.

$k = \sigma \sqrt{k} a \rightarrow$  هر قطعه بر خطار، یک  $k$  دارد  
و مختص به نقطه خاص نیست.

Subject : 45

Year .

Month .

Date .

مقادیر  $k_I$  باید در حد انحراف  $J$  نسبت به  $J$  در حد قبلی ارجح است  
علت آنست که در این روش میتوان از هر دو از نوک ترک استفاده کرد و خطاهای عددی ناشی از singularity  
در نوک ترک پرهیز کرد.  $J$  نسبت از هر دو  
روش دوم

Virtual Crack Extension

$J = - \frac{\partial U}{\partial a}$

$U$  : total Potential Energy

$a$  : طول ترک



$J = - \frac{\Delta U}{\Delta a}$

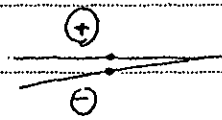
این روش، روش دیگری برای تعیین  $J$  است (در بدلیل وقت و بودن، استفاده نمی کنیم)

Mixed Mode

$J = \frac{k_I^2 + k_{II}^2}{E'}$

رابطه کلی است

در اینجا دو مجهول داریم  $(k_I, k_{II})$  و بنابراین معلوم  $J$  داریم پس به معادله دیگری نیاز است  
پیشنهاد میشود نسبت جابجایی های درجه ۱ و ۲ در جهت  $x$  و  $y$  نسبت  $k_I$  به  $k_{II}$  می باشد (که این روش پیشنهاد  
در قطعه)



$\sqrt{R_k} = \frac{k_{II}}{k_I} = \frac{u_x^+ - u_x^-}{u_y^+ - u_y^-}$

$u_y^+$  : یعنی  $u_y$  در سمت بالا (در سطح بالای ترک)

هر چه اختلاف  $u_x$  ها بیشتر باشد، یعنی اثر  $k_{II}$  بیش از  $k_I$  است و بالعکس

$k_{II} = \sqrt{J E'}$  : مورد II خاص

از رابطه کلی میتوان  $k_I, k_{II}$  استفاده کرد. (بیشتر کاربرد مورخالی باشد)

\* نرم افزار Abaqus قویترین نرم افزار در زمینه مکانیک است (از رابطه  $J$  آن، می توانی  $J$  را بدستی)

Poopak

روز ۳۰

مشتری درستی و تعداد از رشد ترک در این خاکستر

آبگرمی کویل Frank 20 تراژار

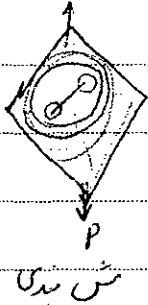
Subject :

Year .

Month .

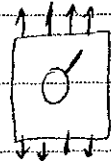
Date .

اول آذر ماه ۹۳ (میلادی)

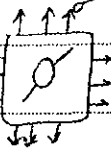


مش بندی

تقویت ترک با انتقال کامپوزیت: چون تقویت خاص کامپوزیت در راستای ضخامت وجود دارد، پس میل 30 ترک در FE مطرح شد است



→



→

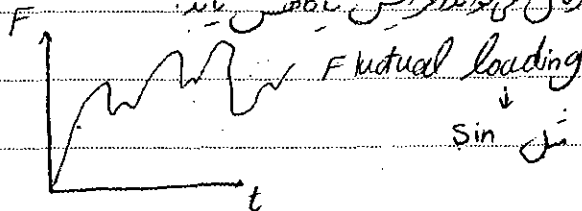
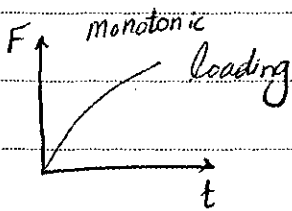
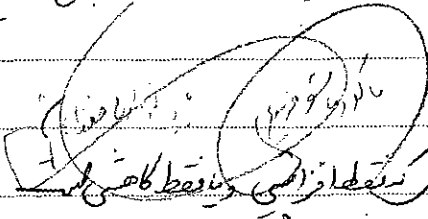
تغییر نسبت بر دو قطر

اگر استپها تبدیل به گره‌هاست با مدل شود، FE مقدار  $K$  را بیشتر از مقدار واقعی میدهد؛ زیرا وقتی ماده با مدل کمتر از مدل کامل است، مدل به واسطه آن نرمی و بدسازگی کرد. اگر استپ بدسازگی،  $\sigma$  و  $\epsilon$  کمتر از مقدار واقعی است.

در حالت mixed mode نرم افزار Abaqus قادر به مدل کردن رشد ترک نیست. پیش بینی رشد ترک بواسطه معیارهای رشد ترک است که در لابراتوار من خواهم پرداخت.

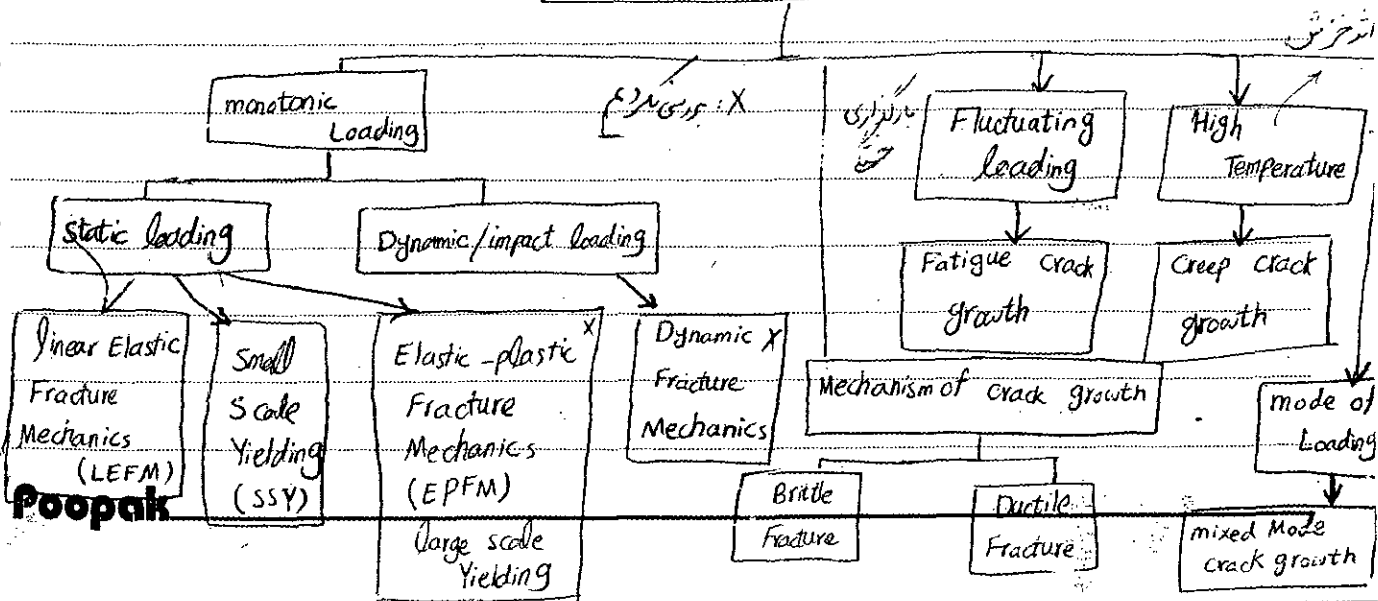
حالات متنوع رشد ترک

Fluctuating (در مقابل بارگذاری توتی)



تغییر حالت ترک شکست

Cracked structure & component

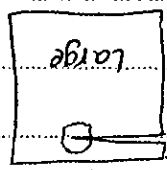
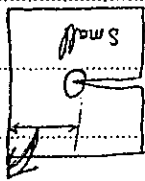
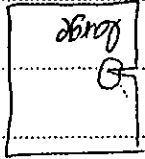


تفاوت بین الاستیسیته و پلاستیکیت

استیسیته: ماده پس از حذف بار به حالت اولیه برمیگردد. پلاستیکیت: ماده پس از حذف بار تغییر دائمی می‌دهد.

در استیسیته، تغییرات طولی و عرضی متناسب است.

در پلاستیکیت، تغییرات طولی و عرضی متناسب نیست.



لیگامان (Ligament): بافتی از بافت همبند است.

در بافت همبند، لیگامانها نقش مهمی در انتقال نیرو دارند.

در بافت همبند، تغییرات طولی و عرضی متناسب است.

در بافت همبند، تغییرات طولی و عرضی متناسب نیست.

در بافت همبند، تغییرات طولی و عرضی متناسب است.

در بافت همبند، تغییرات طولی و عرضی متناسب است.

در بافت همبند، تغییرات طولی و عرضی متناسب است.

در بافت همبند، تغییرات طولی و عرضی متناسب است.

در بافت همبند، تغییرات طولی و عرضی متناسب است.

جانطور که ملاحظه می شود نمی توان رابط کلی را مطرح کرد و ایندراکند که رابطه استقامتی و استه بر این است  
که در کد استقامتی قرار می گیرد

مکانیک ریاضی مثل بار انفجاری  
خزش Creep تغییر شکل دائمی قطعات در جاهای لا و بدت زبان ها زیاد  
50 و 60 درصد تا خوب قطعه

تفکیده Creep Rupture اثرات در بنا مالانیت بلکه افزایش کالی احتمال آزار افزایش می دهد

رنگار و ریختاری رشد ترک Mechanism of crack growth →

۹۳، ۹، ۳ (مجموعه)  
جایگاه مکانیک شکست در طراحی (فلسفه های طراحی) Design Philosophies  
در طراحی های تمبی فرض مانی بوده که در قطعه اولیه ترک وجود ندارد

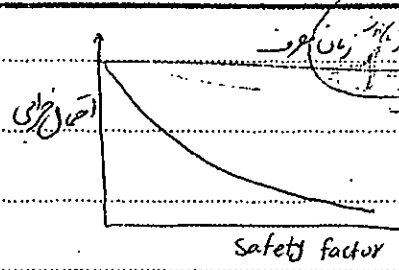
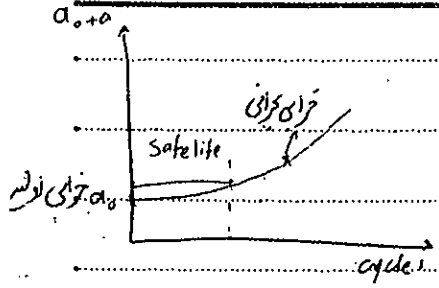
۴ سوال طراحی  
الف عمری نهایت (ب) عمر بسیاری یا عمر سردی (ص) (ج) عمر محدود اولین توقف در نامورد  
طراحی در دوره بسیار  
د) عمر محدود اما نیازمند بازرسی منظم  
a) infinite life ; b) safe life ; c) Fail safe ; d) Damage Tolerance

در a و b فرض سلامت اولیه قطعه ندیم با زوری در طول عمر در حال قطع هیچ اتفاقی نمی افتد  
در c و d: شایه شتری مکانیک شکست دارند چون فرض اولیه احتمال وجود خرابی در سازه است

قطعاتی infinite life طراحی می شوند که اولاً در تری به آنها به راحتی امکان پذیر نیست تا بیا به تدریج امکان پذیر نیست  
فرض نمی توان چند قطعه است - در رسید استقامت کرد  
خرابی برای زندگی

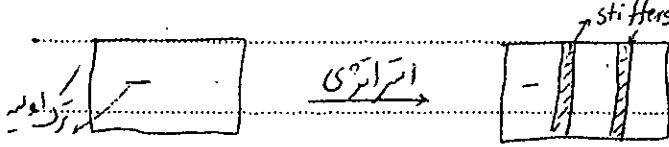
در safe life قطعه طول طراحی می شود که قطعه حتی بعد از عمر اولیه هنوز قابلیت سرویس دهی را دارد  
و اگر در شرایط خاص (مثل بحرم ۱) در NDT موفق بود می توان آنرا تا زمان در نظر تدبیر کرد البته با  
بازرسی های منظم





با افزایش S.F. زمان معروف کاهش می یابد زیرا با عدم اطمینان ها، زمان زندگی معروف کاهش می یابد.

Fail safe: اگر خرابی در قطعه ای اتفاق افتد، کل سازه می تواند تا حدی خود را حفظ کند (هدر رها نشود).



failure اتفاق می افتد و safety عاید می شود.

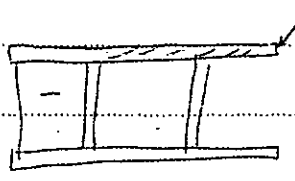
Fail safe ۳ زیر مجموعه دارد:

1. Redundancy: تعدادی از قطعات که مشابه یکدیگرند و می توانند با هم در صورت سازه ای کار کنند. این در شرایطی است که از لحاظ هندسی، قطعات تقسیم قطعات تا به در سازه وجود داشته باشند.

2. Backup: مجموعه رزروی وجود دارد که می تواند در صورت آسیب مجموعه اصلی، جایگزین شود.

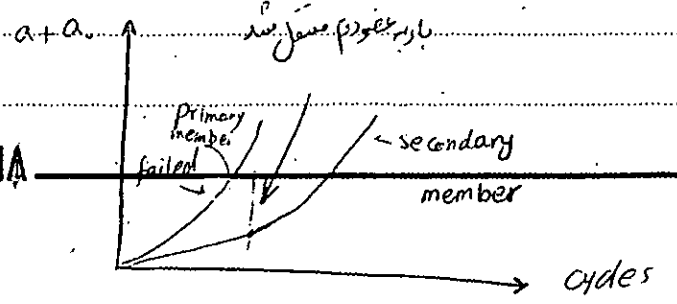
در Redundancy قطعات مشابه در همان محل هستند. اما در Backup قطعات از آنجا که می توانند و عموماً یکی در حالت stand by است. مثلاً Landing گیر اصلی نیویانگ و backup نیویانگ است.

3. Load Dropping: طراحی به گونه ای است که اگر بخشی از قطعه failed کرد، وظیفه بار را آن قسمت دیگر



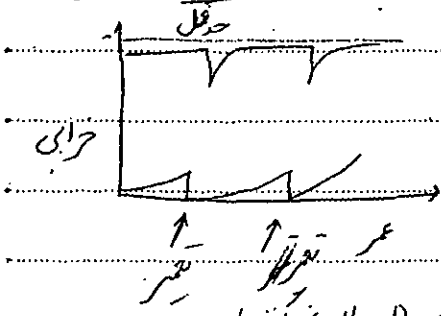
ممت حاصل می شود. در شکل در بر Cap بالا را می بیند و در صورت خرابی بخش دیگر کار بار را به سایر بخش ها منتقل می کند.

در Fail safe، Multiple Load Path داریم. یعنی با خرابی یک بخش، بار به بخش دیگر منتقل می کند.



۳. مورد فنی در اینجا داریم - این عبارت باید بهتر باشد Damage Tolerance

در fail safe منظر failure منظور از این است که اگر ایراد رخ دهد و رشدی کند و باید بازرسی



۴. سوال: کجا؟ کی؟ چه روشی؟ چه آمدنی؟

۱) قطعه باید ظرفیت بازرسی داشته باشد؟ (مثلاً پوست را Dam.Tol. طراحی کنند)

۲) که در دسترس باشد، وزن آن زیاد نباشد

۳) قطعه باید قابلیت تعمیر داشته باشد؟ (هر چه برکت یا اصل قابل تعمیر نیست (و اثربندی))

۴) قطعه طراحی نباشد در برابر قطعات خاص مثل میل لنگ یا Landing گیر هواپیما به این روش طراحی نمی شوند.

۵) طول آرماتور خنک کوچک نباشد (یعنی فاصله بین موقع خرابی تا خرابی مجرانی خیلی کم است)

۶) سخت رشد ترک بالا نباشد - بازرسی باید کوتاه باشد - هزینه بالایی رود در مورد نیست

- اساس فلسفه Dam.Tol. بازرسی ها منظم است پس باید هزینه آن هم به صرفه باشد اگر هزینه بالا نباشد

می توان باطراحی Dam.Tol. بتوان backus طراحی کرد

۷) در قطعات، رشد ترک در اطراف سوراخ ها سریع و بیج می باشد

- اگر بتوان به عنوان اساسی داین فلسفه بررسی پاسخ دارد، این روش به مشکل برخورد با

- استناد دارد که موجود پاسخ به سوالات اصلی هر فلسفه هستند

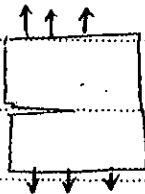
رفتار زیر ناخناری رشد ترک (حالت بارگذاری مونوتونیک)

1- Brittle Fracture: رشد ترک به صورت ناگهانی است و معمولاً در موارد ترد اتفاق می افتد. Cleavage Fracture

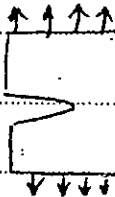
2- Ductile Fracture: یک فرآیند تدریجی رشد ترک است و همراه با رشد ترک تغییر شکل ها شدید پلاستیک در اطراف نوک ترک رخ میدهد. عبارت دیگر معقداری از انزوال در آن است. پلاستیک شدن

مثال: فرآیند پارگی بتن، نابین، بعد از ایجاد ترک اولیه، بازگردد و تغییر رنگ نوک ترک (پلاستیک)

مشاهده چشم در ابتدا ترک تغییر شکل مواد نرم عمدتاً روی نواحی خمی است



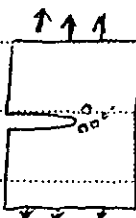
2) توضیح مورد دوم: Blunting (Blunting) مشاهده چشم با افزایش بار در اطراف ناحیه رشدی حفره هایی ایجاد می شود. این حفره ها در نوک ترک



نزدیک است. علت ایجاد این حفره ها، وجود ناخالصی ها در ماده اولیه است. این ناخالصی ها که عمدتاً تردهند تا بل به تغییر شکل زیادند و در اثر افزایش بار از ماده اصلی جدا می شوند و حفره هایی ایجاد می شود.

Blunting

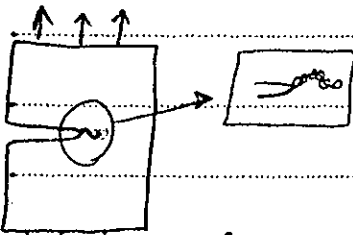
چون در نوک ترک تغییر شکل ها بیشتر است. ایجاد این حفره ها نزدیک می شود.



در مرحله بعد با افزایش بار، حالت لئونی شدن من نوک ترک و حفره ها ایجاد شده

Void Nucleation

که به آن Coalescence گویند (هم پیوستن نوک ترک با حفره ها) به بزرگ شدن



Coalescence

براحل فوق، مراحل رشد ترک در مواد نرم است که با مشاهدات میکروسکوپی به این اطلاعات دست یافته اند. (تدریجی + پلاستیک)

(cleavage) Brittle Fracture ①

تمرکز این موضوع نیز در اول فصول هندسی است در مواد شکننده، رشد ترک به دو صورت اتفاق می افتد:

a) Transgranular رشد ترک درون لایه ای

b) Intergranular رشد ترک بین لایه ای

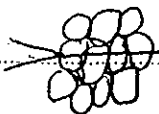
(a) وقتی است که استحکام بین دانه ها خفیف تر و در مرکز تنش بین دانه ها

سب جدا شدن دانه ها از محل اتصال است (از وسط)

و خود دانه ها ضعیف تر از استحکام میانی آنها باشند به این حالت رشد ترک درون لایه ای گویند

(b) حالتی که استحکام میان دانه ها مناسب نبوده و در رشد ترک اکثر دانه ها رخ میدهد

به این حالت رشد بین لایه ای ترک گویند



(a)



(b)

- در دو حالت فوق حالت گردهنده و در انبار

- مثال عملی (b): تاج کردن انبار که جدا شدن میان لایه ای است



- این مواد حالتی است که نیاز به رشد ترک بصورت کنترل شده داریم

- در عمل حالت (a) بیشتر از (b) رخ میدهد

- کلانتر است علاوه بر چسبندگی به دیای کاری نیز دانسته است

نمای

که با ایجاد ترک مصنوعی و ایجاد استسکس ماکرو شکستی، میتوان فهمید که چقدر ترک است یا نرم (تدریجی)

در مرحله باید بصورت میکرو شکستی هم سطح شکست را بررسی کرد باید توجه کرد که ایجاد ترک استسکس باید

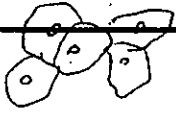
در دمای عملکرد ماده در شرایط کاری صورت پذیرد

لقوور میکرو شکستی ماده نرم شامل رند حفره ها و نازک شدن دیوار حفره ها و در نهایت بهم چسبیدن حفره ها است

وجود حفره ها از بیخهات این مواد است

باید بیشتر در مرکز هر حفره هو ماده ای بصورت نقطه دریده می شود که میتوان بصورت ناخالصی

SARINA



که در این تغییر شکل جدا شده اند تغییر کرد

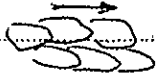
شکل (1)

مواد بسیار ترارش شود : الگوی خرابی + اندازه دانهها + (نوع شکست)

SUBJECT: 53

DATE: / /

در مواردی علاوه بر ductile rupture ، خورده ها در آشنائی کشیده شده اند یعنی ماده تحت بار کشی می خورد است



تصور میکرو مکانیکی ماده شکست در این موارد مشخص است که دانهها از وسط شکست شده اند

این حالت شکست بزرگی است  $\rightarrow$  transgranular

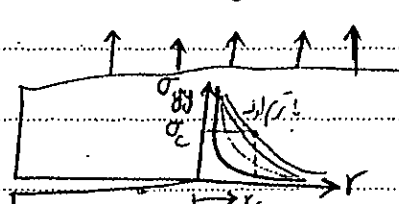
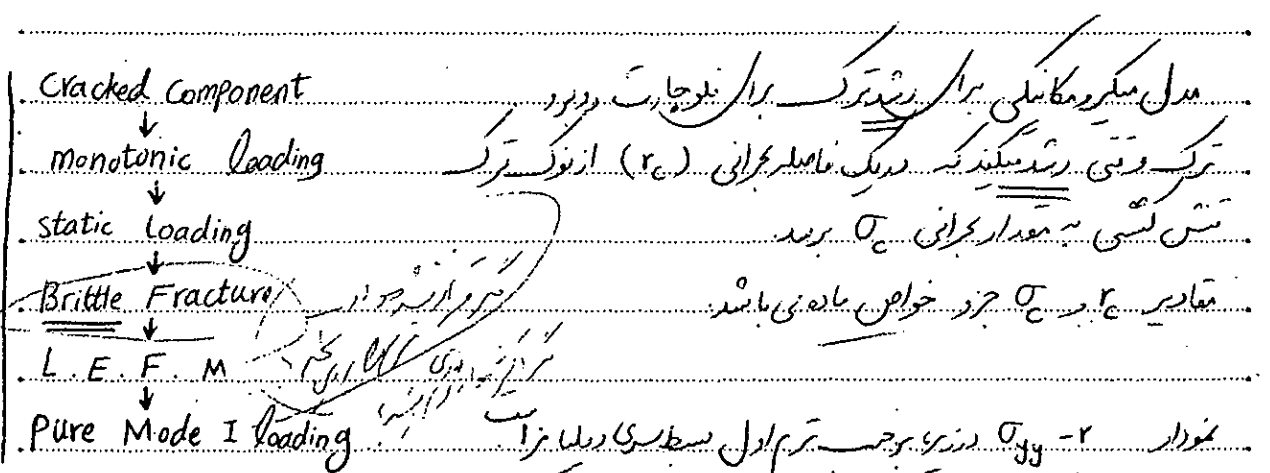
کاملاً منظور سطح بزرگی است

در بعضی موارد امکان وجود ترکیبی شکست ترد در هم به صورت در حد متعادلی وجود دارد. اگر غلبه الگوی شکست از یک نوع

در بعضی مواد در نوک ترک تا چند مانی تری آن (بر اصل او نه در نوک) به صورت ductile باشد نوع شکست در آن خرد است به صورت brittle باشد

شکست ترد intergranular در سطح شکست بصورت لایسی و بلندی دیده می شود (مثل نبات ۱)

بعد از آشنائی با الگوی خرابی ، لامپ شکست روابط شدت ترک ارائه شود



نرم همجنس بصورت singular هست و مقدار  $\sigma_c$  بیشتر شود

در مواد ترد چون رشد ترک در  $\theta = 0$  اتفاق افتاده

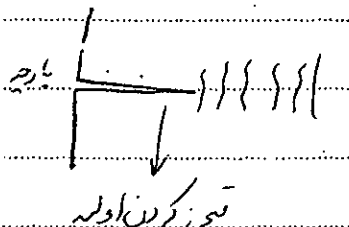
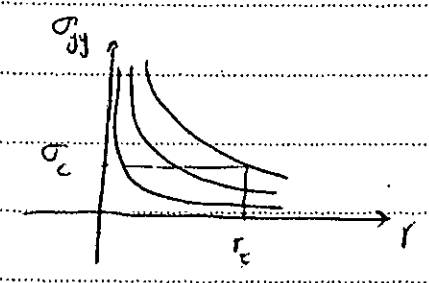
لذا تحلیل تنش برای صورتی که در  $\theta = 0$  اتفاق افتاده است

حالا چه بررسی می شود و نوک ترک بررسی می شود؟ طبق این معیار چون در نوک ترک است و  
 Singular است حتی بالاترین بار نیز  $\sigma$  به  $\sigma_c$  می رسد  
 دلیل دوم این است که در نوک ترک قبل از رشد ترک در ناحیه ای آسیب هایی رشد می کند و وجود  
 می آید که به آن ناحیه آسیب گویند (خوبه هیچی)  
 Process (damage) Zoned: ناحیه ای که زائد رشد ترک ابتدا از آنجا شروع می شود (شروع رشد ترک)  
 مثال علمی در اثر ضربه اول بلکه کند ناحیه برخورد بصورت ناحیه آسیب دیده و گسترده گری آید  
 که این ناحیه استحکامی ندارد (یاد رفتن) چون بارندگی localized است

در قطعات ترک دار، تنش بصورت localized است پس ناحیه آسیب دارم  
 بعد از ناحیه آسیب ماده و ناحیه saturate (اشباع) می شود و بعد از آن است که رشد ترک  
 رخ میدهد که اشباع ناحیه آسیب است (از نوک ترک تا انتها ناحیه آسیب)

که ناحیه آسیب تحمل بار ندارد و حالت پوک مانندی دارد پس باید وسایع برز این ناحیه رفت و رشد ترک  
 را بعد از این ناحیه بررسی کرد

ناحیه آسیب و اجزای  $\sigma_c$  به جنس ماده بستگی دارد هر چه جنس ماده ضعیفتر باشد  $\sigma_c$  بزرگتر است  
 تشخیص  $\sigma_c$  از طریق آزمایش صورت می پذیرد  
 $\sigma_c$  نیز به جنس بستگی دارد یعنی امکان دارد  $\sigma_c$  دو فلز یکی باشد ولی آنها متفاوت خواهد بود  
 هر چه  $\sigma_c$  بالا تر باشد باید نیروی بیشتری اعمال کرد تا ترک رشد کرد



۹۳۹۶۱۰  
 Brittle Fracture  
 Pure Mode I  
 L.E.F.M

جزء الیاف اولیه بر اثر ضربه می گزیند اولی آب دره انداخته SARINA  
 پس نزد تنش الیاف توسط الیاف تحمل نمی شود پس استحکام الیاف در مقابل تحمل

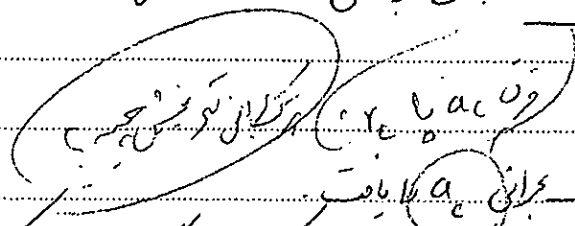
$$\sigma_{yy} = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\theta \left[ 1 - \sin\frac{\theta}{2} \sin\frac{3\theta}{2} \right] \quad \theta = 0 \rightarrow \sigma_{yy} = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r}}$$

با افزایش نیرو،  $k_I$  زیاد شده  
 تا وقتی که  $\sigma_{yy}$  به  $\sigma_c$  برسد  
 آنگاه رشد ترک

این در لحظه شکست،  $k_I$  به مقدار بحرانی خود یعنی  $k_{Ic}$  میرسد  
 از آنجا که  $\sigma_c$  به ذات ماده وابسته است و ثابت هستند پس طبق رابطه  $k_{Ic}$  نیز مقدار ثابتی است

$$\sigma_c = \frac{k_{Ic}}{\sqrt{2\pi r_c}}$$

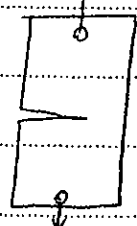
خلاصه ایند در حالت شکست بر دو مورد  $k_{Ic}$  و  $r_c$  شروع می شود  
 این است که  $k_I$  به  $k_{Ic}$  برسد که بر آن چیرگی است **Fracture Toughness** گویند و جزو  
 خواص ذاتی ماده می باشد



ماداش  $k_{Ic}$  میزان طول ترک بحرانی  $a_c$  را می یابد  
 که چقدر می شکست. باین میزان اینجاکا ماده در مقابل رشد ترک در بارگذاری استاتیکی می باشد. هرچه  $k_{Ic}$   
 حس بیشتر باشد، نیروی بیشتری را می تواند قبل از شکست تحمل کند و در نتیجه

$$[k_{Ic}] = Pa \cdot \sqrt{m}$$

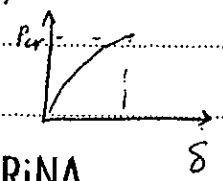
یافتن  $k_{Ic}$  به صورت تجربی  
 قطعه ای ساده شده قطعه در زیر بار کش قرار داده و بار در لحظه شروع ترک (شکست) ثبت می شود



$$k_I = P \sqrt{a} \rightarrow \frac{P}{A} = \sigma_c \rightarrow k_{Ic} = k_{Ic}$$

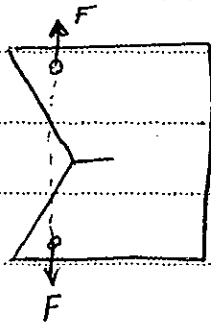
دست کشید در بارده تردی، لحظه رسیدن در اصل همان نسبی و شکست کامل است و ثابت  
 تا آخر کار

در حالت **Brittle Fracture** طول اولیه ترک  $a_0$  طول ترک بحرانی است (؟)

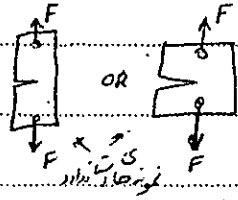


در اصل چیرگی شکست ماده سمات زیر نمودار  $\sigma - \epsilon$  نیست و در بار انرژی  
 بار و اصل آنرا به  $k_{Ic}$  ارتباط می دهند

سمات زیر نمودار  $\sigma - \epsilon$  ماده بدون ترک ← چیرگی ماده



مثال) باید  $k_{IC}$  از مراجع دست و پا به صورت تجربی بدست آورد



$P_{cr} \rightarrow k_{IC}$

در هر دو مورد برای قطعه اصطکاتی بار  $k_I$  بدست می آید (عدسی، کلنگی یا تجربی)

if  $k_I < k_{IC} \rightarrow$  بار کمتر از بار بحرانی است و قطعه دچار شکست نمی شود  
 if  $k_I > k_{IC} \rightarrow$  قطعه دچار شکست می شود

$k_{IC}$  مثل  $\sigma_c$  جزو ذات ماده است و ربطی به هندسه ندارد.  
 $\sigma_c = \frac{k_{IC}}{\sqrt{2\pi a}}$  (مستقل از هندسه)  
 $k_{IC}$  هم جزو ذات ماده است (مستقل از هندسه)

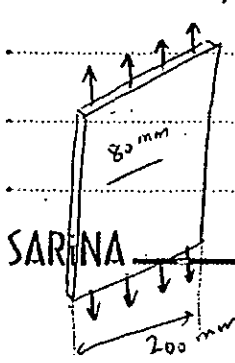
لاظراف کار ما این بود که بدون نیاز به داشتن  $\sigma_c$  و  $k_{IC}$  به عنوان جابجایی این ها در نظریه می بینیم.  
 عبارت دیگر رابطه  $k_{IC} = \sigma_c \sqrt{2\pi a}$  و مدل میکرو مکانیکی  $(\sigma_c)$  را به مدل ماکرو مکانیکی  $(k_{IC})$  بر مبنای

$$\left. \begin{aligned} k_{IC} &= \sqrt{2\pi a} \cdot \sigma_c & (I) \\ k_{IC} &= P_{cr} \cdot \gamma \cdot \sqrt{\pi a} & (II) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \sigma_c : \text{تنش بحرانی ماده} \\ \sigma_c : \text{بار تیر در وضعیت} \end{array}$$

ماده به ذات ماده وابسته به ذات ماده

$k_{IC}$  به هندسه بستنی ندارد (رابطه I) هر چند در رابطه II ظاهر  $a$  به هندسه وابسته است و  $P_{cr}$  هم در شکل به اندازه  $a$  های مختلف مقدار  $P_{cr}$  خواهد بود به گونه ای که شکل  $P_{cr}$  ثابت می ماند در نتیجه  $k_{IC}$  ثابت است

مثال: یک ورق ضخیم از جنس آلومینوم مقاوم، دارای یک ترک مرکزی می باشد طول ترک 80 و عرض ورق 200 mm. Al. با افزایش بار خاجی، طول ترک به 100 mm گسترده می شود.  $k_{IC}$  آلومینوم فوق چقدر است؟ اگر ترکی با همان طول در در حالت زیر وجود داشته باشد، بار شکست را می باشد؟



ب. یک ورق باریک 120 mm



حل: قیمت اولی می‌شود  $\sigma_F = 100 \text{ MPa}$  ,  $k_{IC} = \sigma_F Y \sqrt{\pi a}$

قطعه را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم:  $Y = [\cos(\frac{\pi a}{W})]^{-1/2} = \sqrt{\sec(\frac{\pi a}{W})}$

$2a = 80 \text{ mm} \rightarrow a = 0.04 \text{ m} \rightarrow \frac{a}{W} = 0.2 \rightarrow \sec \frac{\pi a}{W} = 1.236 \Rightarrow Y = \sqrt{1.236}$

$k_{IC} = Y \sigma_F \sqrt{\pi a} = \sigma_F \sqrt{\pi a \sec(\frac{\pi a}{W})} = 39.4 \text{ MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$

قیمت دوم می‌شود: الف)  $Y=1 \rightarrow \sigma_F = \frac{k_{IC}}{Y \sqrt{\pi a}} = \frac{39.4}{\sqrt{0.04\pi}} = 111.1 \text{ MPa}$   
در این حالت

ب)  $W = 120 \text{ mm} = 0.12 \text{ m} \rightarrow \frac{a}{W} = 0.333$  ,  $Y = \sqrt{\sec 0.333\pi} = \sqrt{2}$

$\sigma_F = \frac{39.4}{\sqrt{0.08\pi}} = 78.6 \text{ MPa}$

W	120 mm	60	200 mm	∞
$\sigma_F$ (MPa)	78.6	100	111.1	

در حالت  $W \rightarrow \infty$  ، قیمت  $Y$  با انتهای در طریقی  
در  $W \rightarrow \infty$  ،  $Y$  برابر در میدان ترک ندارد

و اگر عرض کمتر باشد، در میدان تنش اطراف ترک نامرتب دارد و در این حالت Singularity نیز از حالت  $W \rightarrow \infty$  است

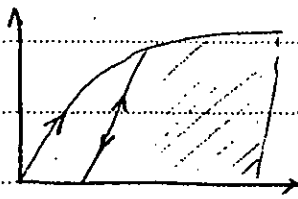
فولاد ساختمانی  $k_{IC} = 50 \text{ MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$  ,  $\sigma_y = 300 \text{ MPa}$

فولاد	$k_{IC}$ (MPa $\cdot\sqrt{\text{m}}$ )	$\sigma_y$ (MPa)	ملاحظات
AISI 1144	66	540	ارتباطی میان $k_{IC}$ و $\sigma_y$ وجود ندارد
ASTM A517-F	187	760	$\sigma_y$ : استحکام در برابر تغییر شکل پلاستیک
300-M (300°C Temper)	65	1740	$k_{IC}$ : استحکام در برابر رشد ترک

هر چند ماده کلی نیست و مواد ترد در برابر ترک رشدی کمتری در مواد ترد  $k_{IC}$  کمتر است  
تردد بودن به  $E$  وابسته است و نه  $\sigma_y$   
- فولاد که toughness بیشتر باشد - Fracture toughness نیز دارند

SUBJECT:

DATE: / /



برای یک ماده در حین خالی وقتی وارد ناحیه پلاستیک شود و بار برداشته شود  
 جذب انرژی و تغییر شکل پلاستیک آن کمتر می شود زیرا بار است در پیکر خود  
 شده است

	$k_{Ic}$ (MPa√m)	$\sigma_y$	پلیمر	$k_{Ic}$ (MPa√m)
Al 2024-T351	34	325	اپوکسی	0.6
7075-T651	29	505	PVC	3.35

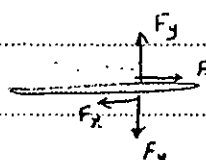
مقدار بحرانی شکست در پلیمرها برایت کمتر از فلزات است این بدان معنی است که وجود ترک  
 در پلیمرها خطرناکتر از فلزات است.  $k_{Ic}$  آلومینوم حدود  $30 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  است  
 Soda lime glass  $0.76 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  سرامیک  
 Alumina  $4.00 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$

سرامیکها (درشتها) نیز سرامت شکسته تر از فلزات هستند

پرونده ورق با ترک مرکزی که بارگذاری در لبه ترک کرده می تواند کمتر یا مترز باشد چنانچه  
 نمی تواند واقعی یا عمود باشد

خلل 2D و 3D انجام دهد خلل 2D یا سطح خلل هم دارد که باید بدان معنی شود در حالت 3D  
 تغییرات  $k_{Ic}$  در طول Crack front رسم کنید. قطعه بزرگ است نسبت به طول ترک

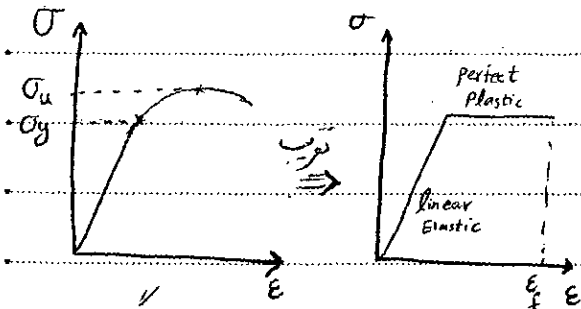
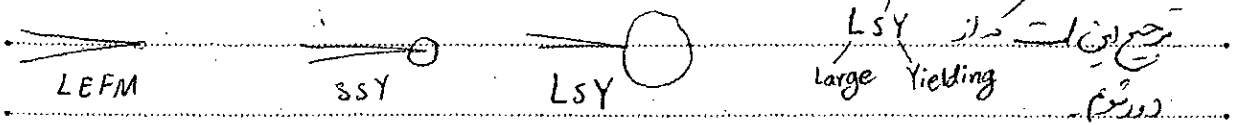
در گزارش مراحل اندازه گیری بریزمان کنید (کدام بار اول، چپ و راست) در سطح نیز ثبت کنید (من بریزان آوردن  
 است 6 دی 60



در این حالت تعادل استاتیکی برقرار است و  $k_{Ic}$  برای لبه ترک  
 نسبت به متفاوت است  
 رابطه closed form داده شده برای لبه ترک است صحیح است

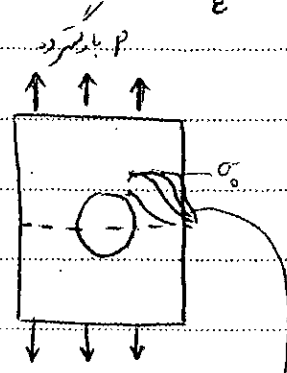
ترتیب هم مهم دارد شود  
 که در بار اول بار اول است

Brittle Fracture, Mode I, Small Scale Yielding scale



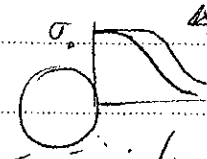
در مواردی که در این حالت زیاد باشد یعنی اختلاف  $\sigma_u$  با  $\sigma_y$  زیاد باشد حالت Perfect Plastic را داریم در نظر میگیرند.

ممنون. در این حالت ایده آل از  $\sigma_y$  بیشتر در نظر نمیگیرند و سعی میکنند با روشی فیزیکی شود.



اگر بار P بیشتر کنیم در جایی  $\sigma = \sigma_y$  تنش تسلیم می رسد چون در مدل ایده آل  $\sigma = \epsilon$ ، تنش کمتر از  $\sigma_y$  نمی رسد با افزایش P، ناحیه بیشتری در اطراف ترک تنش (ترک) - پلاستیک میبرد تا آنکه کل مقطع گسیختگی شود.

$\sigma_0 =$  Yielding Stress

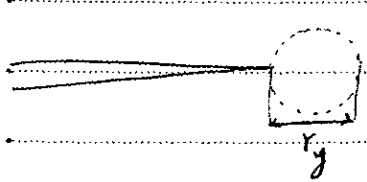


تخمین اندازه ناحیه پلاستیک بر روی ترک

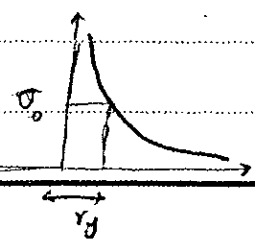
اولاً فرضیات: بار سطحی برود است (سطح اول)، ناحیه "تخمین" ذکر شده یعنی روابط ما بر مبنای فرضیه برقرار هستند.

در جزایده ای در اطراف ترک (بسیار زیاد می شود و در دایره ترک) روابط ارائه نمی شود زیرا اساساً در مورد I

رویداد ترک همگراست. فاصله از نوک ترک تا آن فاصله قطره نصف قطر پلاستیک داده است. (فقط محول است)



با داشتن تنش و فریب تنش، نواحی که تنش در آنها بزرگتر یا مساوی  $\sigma_0$  است.



در نظر میگیرند این روابط فیزیکی است زیرا از روابط حالت پلاستیک استفاده می شود.

P73 In Irwin approach, the elastic stress analysis is used to estimate elastic-plastic boundary

SUBJECT:

DATE: / /

بررسی معادلات و حالت تنش صفحه ای داریم.  
 Plane stress  
 $\tau_{max} = \tau_y$   
 معادله تنش:  $|\sigma_1 - \sigma_3| = \sigma_0$

plane stress:  $\sigma_z = 0$ ,  $\sigma_{xx} = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \theta \left[ 1 + \frac{\sin \theta}{2} + \frac{\sin 3\theta}{2} \right]$   
 $\sigma_{yy} = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \theta \left[ 1 + \frac{\sin \theta}{2} - \frac{\sin 3\theta}{2} \right]$

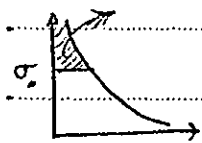
قرار می دهیم  $\theta = 0$  را باید در دو طرف در نظر بگیریم.  
 $\theta = 0 \rightarrow \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r}}$ ,  $\tau_{xy} = 0$   
 در سوراخ  $\sigma = 0$  باشد، تنش ها اصل خواهد بود.

$k_I > r > \sigma_0$   $\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx}, \sigma_{yy} > \sigma_0 \text{ (max. Stress)} \\ \sigma_z = - \text{ (min. Stress)} \end{array} \right. \rightarrow$  رابطه تنش  $|\sigma_{yy} - \sigma_{zz}| = \sigma_0$

$\rightarrow \sigma_{yy} = \sigma_0$  (شرایط تسلیم)  $\rightarrow \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r}} = \sigma_0$   
 یعنی که در آن  $\sigma$  به  $\sigma_0$  رسیده است. اندازه ناحیه پلاستیک در بر روی ترک

$\Rightarrow r_y = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{k_I}{\sigma_0} \right)^2$   
 همین اوله از اندازه ناحیه پلاستیک در بر روی ترک  
 Irwin's Model

در محل تنش کرنش ایده آل، تنش بیشتر از  $\sigma_0$  نمی تواند شود و در حالتی که  $\sigma$  بیشتر از  $\sigma_0$  می شده است  
 و این ناحیه محقق شده در شکل اضافی هست.  
 حل الاستیک



این ناحیه اضافه باید اصلاح شود زیرا تعادل برقرار نیست (یعنی از اطراف دور می نماند)  
 زیرا  $\sigma = \infty$  داریم، باید محدود شود.

در شکل در بر روی برآیند است تعادل استاتیکی با بر روی نمی  
 $\sigma_0 L = \int_0^B \sigma_{yy} dr$   
 مساحت زیر نمودار

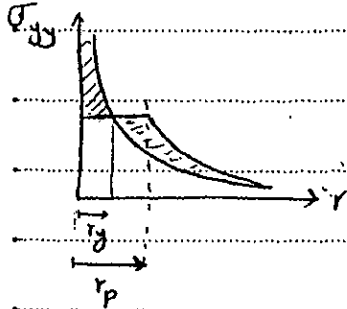
۴c در مدل EEFM در مورد درجه انحراف ناحیه آستین که اشیاع شده و ولتت برابر ندارد

۲y : شعاع ناحیه پلاستیک برآورد

SUBJECT: 67

DATE: 1.1.1

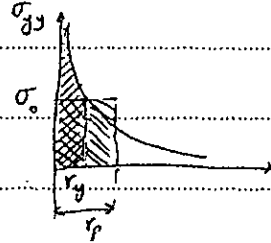
چون  $\sigma_y$  بیشتر از  $\sigma_0$  نمی تواند بیشتر شود بر اساس مقدار معادل ایزوتروپ زنی کرده ناحیه بزرگتر بر ناحیه پلاستیک برسد (به عبارت دیگر در حالتی که  $\sigma_y$  بیشتر از  $\sigma_0$  نیست خط، مساحت نمودار را با حالتی که  $\sigma_y$  همانند بیشتر از  $\sigma_0$  شود برابر کنیم)



با اندکی تغییرات عددی می توان رابطه زیر را اثبات کرد:

$$\int_0^{r_p} \sigma dr = r_p \sigma_0$$

مستطیل



$$\int_0^{r_p} \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r}} dr = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{r_p} \frac{dr}{\sqrt{r}} = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi}} \left[ \frac{\sqrt{r}}{1/2} \right]_0^{r_p}$$

$$k_I = cte = k_I \sqrt{\frac{2r_p}{\pi}} = \sigma_0 \cdot r_p (*)$$

با جایگذاری  $r_p$  از رابطه کین ما داریم در رابطه فوق (\*) مقدار  $r_p$  حاصل خواهیم شد

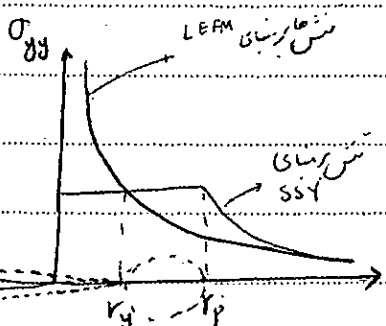
$$r_p = \frac{1}{\pi} \left( \frac{k_I}{\sigma_0} \right)^2$$

تخمین ثانویه اندازه ناحیه پلاستیک در روزی ترک

در مدل کین ثانویه، این نکته که  $\sigma_y$  همانند بیشتر از  $\sigma_0$  شود اثر داده نمی شود است

$$r_p = 2r_y$$

تخمین ثانویه اندازه ناحیه پلاستیک را در برابر کین اولیه بدست می دهد



با اینطور که شاخص جدیدی شود با در نظر گرفتن تغییر شکل پلاستیک

بیک افزایش در تنش ها اطراف ترک مشاهده می شود

(نمودار تقریبی شکل پلاستیک از نمودار آستی است)

این از تنش مبرور از این مقدار است

بنابراین  $k_I$  قدیم باید به  $k_{eff}$  تغییر یابد که  $k_{eff}$  بزرگتر از  $k_I$  است

بر این که این افزایش بر اساس  $k_{eff}$  در نظر گرفته شود، زنی شده که طول ترک اولیه به اندازه  $r_y$  افزایش یابد

و  $a + r_y$  به عنوان طول ترک جدید در روابط LEFM جایگذاری شود

$$k_I = k_{IC} \quad L.E.F.M$$

$$k_{eff} = k_{IC} \quad S.S.Y \quad L.E.F.M$$

لازم بود که با جایگزینی  $k_{eff}$  با  $k_I$  می توان از یک روابط معادل LEFM استفاده کرد

SARINA



L.E.F.M

S.S.Y

$a \rightarrow k_I$

$a + r_y = a_{eff}$

طول ترک برای حالت SSY

$k_I = \sigma \sqrt{\pi a}$

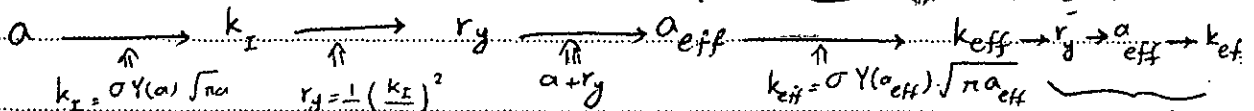
$k_{I,eff} = \sigma \sqrt{\pi a_{eff}}$

$\gamma = \gamma(a)$

$r_y = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{k_I}{\sigma_0} \right)^2$

LEFM مقدار کاسه شده با  $k_I$  در فرمول  $r_y$  جا

و احتمال  $a$  است

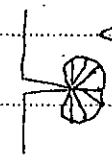


چون در  $r_y$  کاسه شده اولیه  $k_I$  اولیه جانگه دار شدن پس خطای خواهد داشت  
در روند هر توان  $k_{eff}$  فوق را در  $r_y$  جانگه دار کرد و مجدد  $k_{eff}$  را کاسه می کند  
مابقی تا جایی انجام می دهند که زنده اختلاف در  $k_{eff}$  متوالی کاسه شده زیاد نباشد

P.74. No more than 3 or four iterations are required for reasonable convergence.

تا اینجا نویسنده برای L.E.F.M و S.S.Y بیان شد

تمرین سری سوم: مطلوبیت شکل ناحیه پلاستیک دورتر در  $\theta < \pi$  در حالت



نش صفی (بر مبنای تخمین اولیه) (طول رادار 0.5 حال تلف یافته و پس هم وصل کنید)

تمرین سری چهارم

مطلوبیت اندازه ناحیه پلاستیک در اطراف ترک در حالت کرنش صفی برای مقادیر

$\nu = 0.2, 0.3, 0.4$  تلف ضریب پواسون

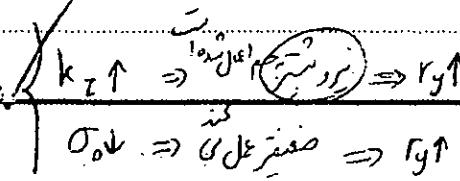
$r_y = \frac{r_y}{\left( \frac{k_I}{\sigma_0} \right)^2}$  اندازه ناحیه پلاستیک در طول ترک

۹۳، ۹، ۱۷ در حالت

برای حل سائل S.S.Y بدون درجه روابط پیچیده طول ترک اصلاح شده ای در نظر گرفته و از

روابط الاستیک استفاده کردم

SARINA



توجه داشته باشید که ما در اینجا در مورد روابط استفاده کردیم

S.S.Y for plane strain (کش صفوای)

$$\theta = 0 \rightarrow \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r}} > 0 \text{ و } \sigma_{xy} = 0 \text{ و } \epsilon_z = 0 \rightarrow \sigma_z = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$$

Tresca criterion:  $|\sigma_1 - \sigma_3| \geq \sigma_0$  در حالت ترک  $\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{zz} = 2\nu \sigma_{yy} \\ 2\nu < 1 \end{array} \right. \rightarrow \sigma_{zz} < \sigma_{yy}$

در این حالت نیز  $\sigma_{zz}$  کوچکترین تنش اصلی است و مقدار آن صفر است.  
 وقت کند که معیار ترک برابر تنش اصلی است و در اینجا نیز  $\sigma_{yy}$  است (در  $\theta = 0$ ) پس  $\sigma_{zz}$ ،  $\sigma_{yy}$ ،  $\sigma_{xx}$  تنش های اصلی هستند.

$$|\sigma_{yy} - \sigma_{zz}| = \sigma_0 \rightarrow \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r_y}} (1-2\nu) = \sigma_0 \rightarrow r_y = \frac{(1-2\nu)^2}{2\pi} \left(\frac{k_I}{\sigma_0}\right)^2$$

تخمین اولیه اندازه ناحیه پلاستیک در برابر ترک در حالت کش صفوای

مقدار اندازه پلاستیک در حالت کش صفوای  
 بیشتر از حالت کش صفوای است

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Plane stress: } r_y = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{k_I}{\sigma_0}\right)^2 \\ \text{Plane strain: } r_y = \frac{(1-2\nu)^2}{2\pi} \left(\frac{k_I}{\sigma_0}\right)^2 \end{array} \right.$$

for  $\nu = 0.3 \rightarrow$  plane strain:  $r_y = \frac{1}{12.5\pi} \left(\frac{k_I}{\sigma_0}\right)^2$

برای  $\nu = 0.3$  مقدار پلاستیک در حالت کش صفوای تقریباً ۶ برابر (تقریباً) کش صفوای است.  
 حالت کش صفوای  $\rightarrow$  ضخامت کم نموده  $\&$  حالت کش صفوای  $\rightarrow$  ضخامت زیاد نموده

✓ چرا اندازه ناحیه پلاستیک در حالت کش صفوای بیشتر از حالت کش صفوای است؟

Stress Triaxiality در هر ناحیه که معیار  $|\sigma_3 - \sigma_1| = \sigma_0$  از حد خود بترسیم رخ میدهد.  
 هر چه اختلاف  $\sigma_1$  و  $\sigma_3$  بیشتر باشد در هر شرطی که برتری شود  $\sigma_3$ : max. principal stress  
 در حالتی که تنش ۳ محوره داشته باشیم و هر ۳ تنش نیز مثبت باشند  $\sigma_1$ : min. principal stress  
 اختلاف تنش ها اصلی کمترین کش از حالت کش صفوای است پس در برابر بترسیم رفته و آن کمتر خواهد بود.

SARINA با افزایش بار تنش ها اصلی بزرگتر میمانند.

ماده ۳۰۰ قانون اساسی (دستور) ۱۱

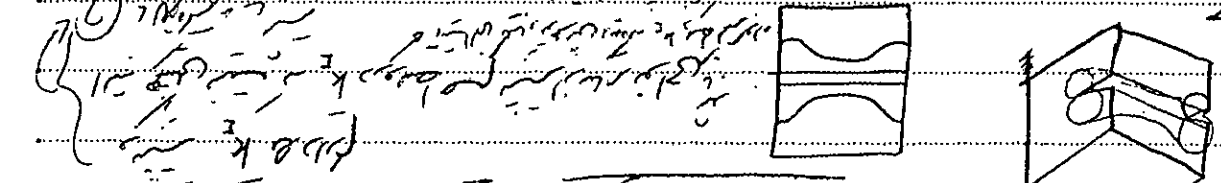
ماده ۳۰۰ قانون اساسی (دستور) ۱۱

ماده ۳۰۰ قانون اساسی (دستور) ۱۱

ماده ۳۰۰ قانون اساسی (دستور) ۱۱

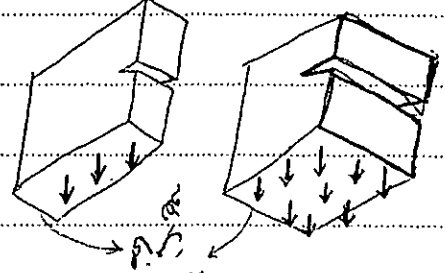
ماده ۳۰۰ قانون اساسی (دستور) ۱۱

ماده ۳۰۰ قانون اساسی (دستور) ۱۱



ماده ۳۰۰ قانون اساسی (دستور) ۱۱

ماده ۳۰۰ قانون اساسی (دستور) ۱۱



ماده ۳۰۰ قانون اساسی (دستور) ۱۱

ماده ۳۰۰ قانون اساسی (دستور) ۱۱

ماده ۳۰۰ قانون اساسی (دستور) ۱۱

ماده ۳۰۰ قانون اساسی (دستور) ۱۱

SARINA (SARINA) ۱۱

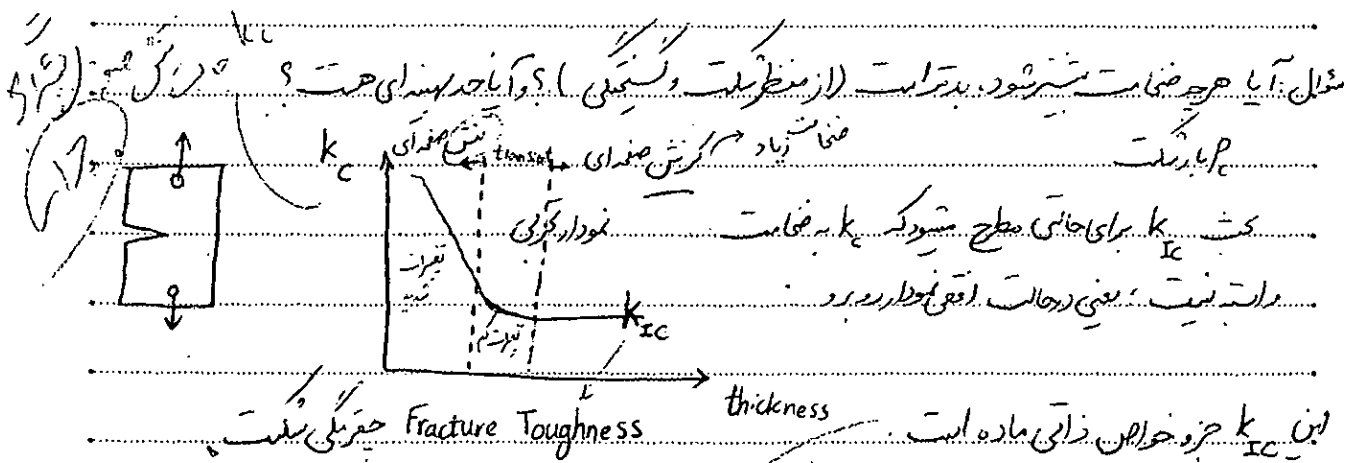
ماده ۳۰۰ قانون اساسی (دستور) ۱۱



\* در ساخت فلزها در کارها خاص، فلزات را مشکل از چید و رون نازک که نیاز داریم قرار می‌دهند، می‌سازند.  
 (کارها را احتمال Plastic collapse کم است. چون ضخامت فلزها با حالتی که یک نوع فرج شده باشد یکسان است)  
 بیم از منظر مکانیک نیست، رشد ترک در اثر انقباض می‌افتد، چون بر صفحه به حالت تنش همگنای تبدیل شده  
 و با افزایش ناحیه پلاستیک، رشد ترک و گسترش در اثر انقباض می‌افتد.  
 ملاحظات با ضخامت کم

با اینکار حالت fail safe هم می‌توان داشت یعنی با وجود ایندگی  
 یکی از صفحات failed نشد و کل مجموعه Safe است  
 (مثل سیم نیکل)

\* در استیلات فوق در حالت Mixed-Mode (I-II) نیز برقرار است. (و تنش صدای ستر از کرنش همگنای است)  
 \* در مورد III تنش صفحه یا کرنش همگنای تنش می‌آید در سطح نسبت Plane strain و Plane stress  
 برای اینکدال ها بدون همگنای سطح است  
 مثلاً برای کرنش این حالت وجود ندارد.



\* مشاهده شده که اگر  $2.5 \left( \frac{k_{IC}}{\sigma_0} \right)^2 > t$  باشد شرایط تنش را می‌توان کرنش همگنای در نظر گرفت  
 Plane strain

\*  $k_I < k_{IC}$  در کرنش همگنای معادله دار  $k_c \cdot t$  در نظر می‌گیرند تا طراحی safe داشته باشیم  
 به عبارتی اندکی از ظرفیت باربری ماده را از دست دادیم.

SARINA

$$k_c = k_{IC} \left[ 1 + \frac{1.4}{t^2} \left( \frac{k_{IC}}{\sigma_0} \right)^4 \right]^{1/2}$$

رابطه  $k_c$  با ضخامت  
 $k_{IC} = k_{IC}$

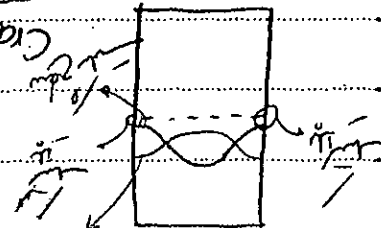
4. مدتی است که ...

3. مدتی است که ...

3. مدتی است که ...  
3. مدتی است که ...  
3. مدتی است که ...

3. مدتی است که ...  
3. مدتی است که ...  
3. مدتی است که ...

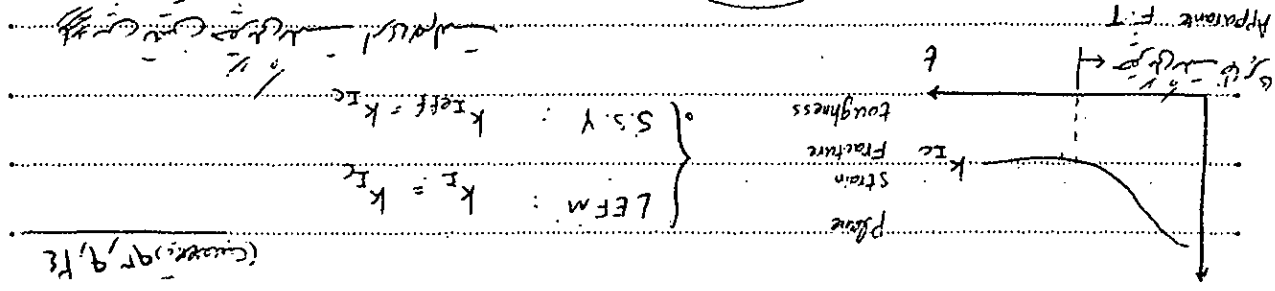
3. مدتی است که ...  
3. مدتی است که ...  
3. مدتی است که ...



3. مدتی است که ...  
3. مدتی است که ...  
3. مدتی است که ...

ASTM - E399 ; BS 5447  
Repeatability

$k_{Ic}$



LEFM :  $k_I = k_{Ic}$   
 S.S.Y :  $k_{Ic}^{eff} = k_{Ic}$

Upper Plastic failed

of

5

Imbrttement

SUBJECT:

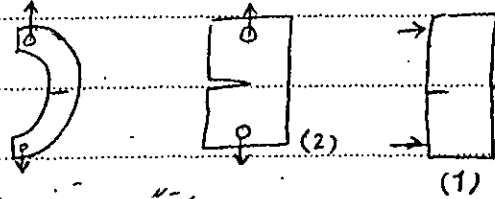
DATE:

ASTM - E 399 : برای آزمایش حفره‌های شکست، نمونه‌ها پیشنهاد می‌دهند

1. Single Edge Notched bend specimen (SENB)

ترک لبه‌ای تحت تنش ۳ نقطه‌ای

2. Compact tension specimen (CT)



3. Arc-shape Specimen

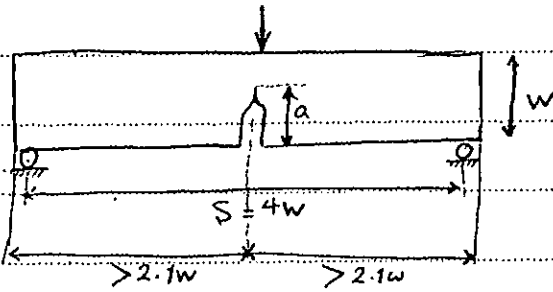
معمولاً در موارد خاصی میل لوله انتقال نفت و گاز مورد بررسی قرار می‌گیرد

مورد اول و دوم کاربرد عمومی تری دارند که در اینجا بیشتر به آن‌ها می‌پردازیم

در صورت استفاده از استاندارد از ۳ هندسه فوق، نتایج نزدیک به هم بدست می‌آید

جزئیات هندسی قطعه SENB

w عرض قطعات که برابر با دینامومتر است



S: Span (فاصله بین آندگاه)

طول کلی قطعه بزرگتر از 4.2w (در صورت مقایسه برزی)

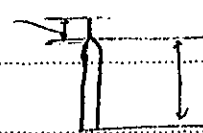


$$B \approx \frac{w}{2}$$

نمای جانبی

مقیاس اولیه قطعه (عمود صاف)

Fatigue Pre-crack



ناح ماسین‌کاری شده

Fatigue Pre-crack: ایجاد ترک طبیعی و بسیار نازک با بارگذاری چگلی

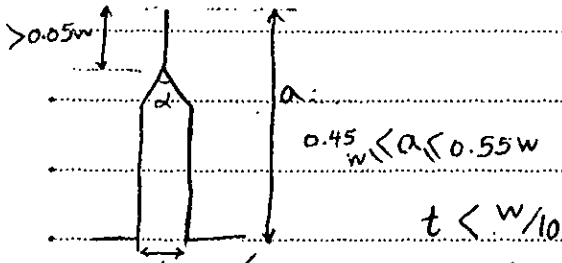
اگر خواص کل ترک را با چگلی ایجاد کنیم، هزینه و زمان افزایش می‌یابد

در موارد دیگر دستگاه چگلی مدترسک نباشد می‌توان از روش EDM یا wire-cut ترک‌های آهسته‌آهسته را بوجود آورد

Electrical Discharge Method

ترک‌های را با Fati. precrack ایجاد می‌کنند تا به ترک واقعی در نزدیکی تبدیل شوند

1



هندسه: PreCrack + Notch

✓ علت تیزی Notch تا لحظی با شیب ترک از نوک ترک  
دستمای خوبی رشد میکند و نه در راستای دیگر

طول ترک Fatigue باید از  $0.05w$  بزرگتر باشد اگر کوچکتر باشد، سبب ایجاد داخل نواحی تمرکز تنش ناشی از  
Notch و PreCrack خواهند شد

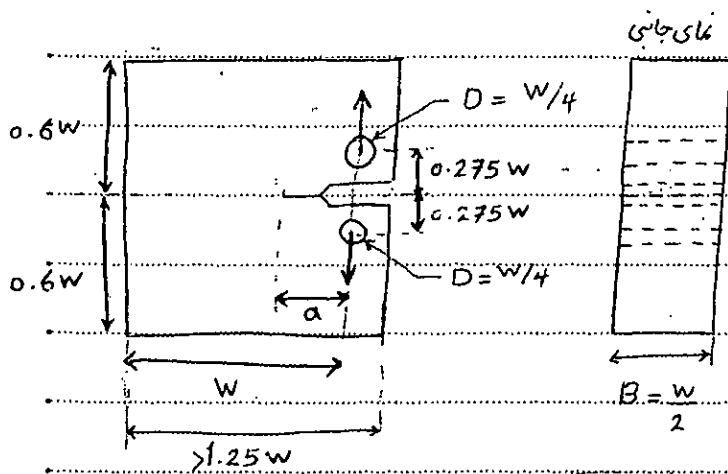
اندازه  $w$  نسبت به هندسه ها هندسی و ابعاد خاصی (1) تعیین می شود

قطعی از جمله تمرکز جدار ضخیم که معنی است

✓ در شرایط حمل و بدون محدودیت  $S=200m$  و  $w$  پیشنهاد می شود

زاویه  $\alpha$  نوک Notch دلخواه است (معمولاً 90° تا 60° درجه)

برای قطعات Notch در بدون ترک روابط و ابعاد دارد (لازم است جدا) متفاوت خواهد بود



خرئیات هندسی قطعه CT

هندسه قطعه تقریباً مربعی است  
 $w$  از مرکز سوراخ باید گذاری تا انتهای قطعه  
 $a$  " " " " نوک ترک

خرئیات هندسی PreCrack و Notch

مشابه قطعه SENB است

در مواردی که از طول ترک و ابعاد و قابل قبول است

فراستد آزمایش

✓ خلاصه: بار آهسته آهسته (بحری) در رابطه حلقی  $k_1$  و  $k_2$  است که  $k_1$  است

نرخ بارگذاری حسی برای PreCrack نباید سریع باشد زیرا سبب ایجاد نواحی پلاستیک اطراف ترک شود که

SARINA

از انجا که این نوع است و روش این را در دسترس

SUBJECT:

حد اکثر بار در خستگی

DATE:

$$k_{max} < 0.6k_{IC}$$

شرط 1

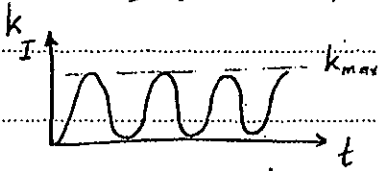
برای بارگذاری خستگی (مرحله ترک اولیه)

اگر  $k_{max}$  بیشتر از  $0.6k_{IC}$  باشد تنش های استاندارد طبقه ایجاد می شود

میزان شدت تنش

بر انداز حد اکثر بار در مرحله

Fatigue Preloading



بارخستگی هم باید آهسته باشد و هم بار P ما داریم از حدی بیشتر نباشد

$k_{IC}$  را نباید هم هدف از این آزمایش حصول آن است پس منظور از  $0.6k_{IC}$  این است که پس

از انجام آزمایش باید این رابطه برقرار گردد

حصول  $k_{IC}$

شرط 2

$$a \geq 2.5 \left( \frac{k_{IC}}{\sigma_0} \right)^2$$

برای طول ترک استاندارد پیشنهاد می دهد که

$$B \geq 2.5 \left( \frac{k_{IC}}{\sigma_0} \right)^2$$

برای ضخامت و ضخیم پیشنهاد شده که

$$W \geq 5 \left( \frac{k_{IC}}{\sigma_0} \right)^2$$

برای عرض و ضخیم

این آداب را چون ناچار بلاستیک اطلاعات ترک را بررسی کنید

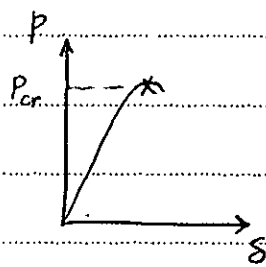
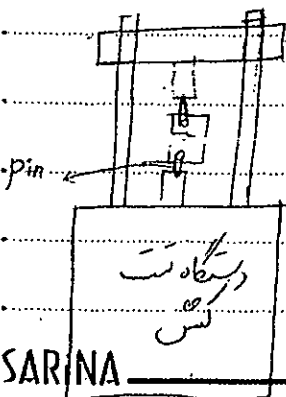
$\sigma_0$  تنش تسلیم

چون  $k_{IC}$  را ابتدا معلوم نیست پس ابتدا حدی را از استاندارد نظر گرفته در آزمایش ها انجام می دهیم و در نهایت باید روابط و شروط

فوق بررسی کرد. اگر برقرار نبود باید مجدداً آداب ایجاد کرد صورت گیرد

پس آداب حصول  $k_{IC}$  باید به صورت معنی و خطا (معمولاً) صورت گیرد

الته داشتن تجربه بدلی در کاهش معنی و خطا معنی است!



در حوض تغییر شکل بلاستیک در نواحی

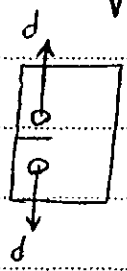
ترک تنش اطراف نواحی پارویی

نیز در نمودار  $P-s$  ناشی می گذارد که برای ما

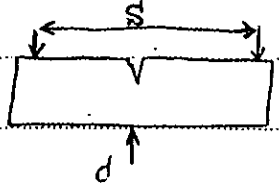
مطلوب نیست و خطا ایجاد میکند

(نمودار معنی می دهد)

SARINA

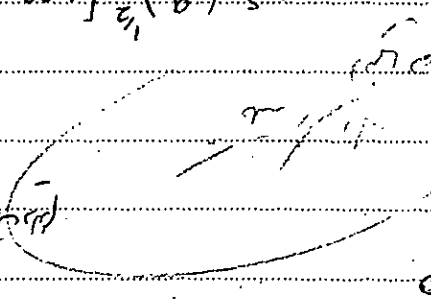


$$f\left(\frac{w}{a}\right) = \frac{(2 + \frac{w}{a}) \left[ 0.886 + 4.64 \left(\frac{w}{a}\right) - 13.32 \left(\frac{w}{a}\right)^2 + 14.72 \left(\frac{w}{a}\right)^3 - 5.6 \left(\frac{w}{a}\right)^4 \right]}{\left(1 - \frac{w}{a}\right)^{3/2}}$$



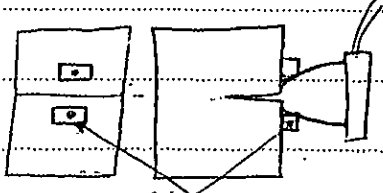
$$f\left(\frac{a}{w}\right) = \frac{3 \frac{w}{a} \left(\frac{w}{a}\right)^{3/2} \left[ 1.99 - \frac{w}{a} \left(1 - \frac{w}{a}\right) (2.15 - 3.93 \left(\frac{w}{a}\right) + 2.7 \left(\frac{w}{a}\right)^2) \right]}{2 \left[ 1 + 2 \left(\frac{w}{a}\right) \right] \left[ 1 - \left(\frac{w}{a}\right) \right]^{3/2}}$$

$$k_{IC} = \frac{P_0}{B \sqrt{W}} f\left(\frac{a}{w}\right)$$



Handwritten notes in Indonesian, including the formula  $k_{IC} = 0.7 \cdot f_{max}$  and other technical terms.

(Gaji) Dugdale (Dugdale)



Handwritten text: "chip gage" and "chip gage" with arrows pointing to the diagram.

Handwritten notes in Indonesian explaining the chip gage method and its application in fracture mechanics.

مشروط  
نیست

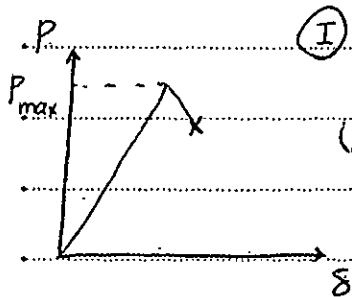
SUBJECT:

DATE:

تعیین بار دلت  $P_\phi$  بر حسب دیاگرام‌های مختلف بار-جابجایی

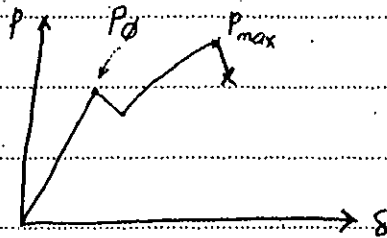
۳ حالت در استاندارد بزرگ شده است

(حالت دوم)



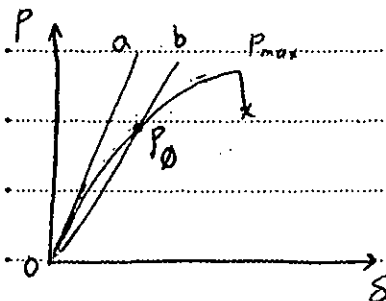
(I)  $P_\phi = P_{max}$

(حالت اول)  
رسم خطی



در حالت دوم حد از انت اولیه... و رفتار stable ندارد

پس استاندارد حکم ماژریم نیرو است اول را عنوان  $P_\phi$  معرفی میکند



(حالت سوم)

در این حالت رفتار غیر خطی در نمودار مشاهده می‌شود

ابتداءً آنس بر نمودار در وقت ابتدائی رسم کردن (0a)

پس خطی به 1/5 آن کمتر از 0a است (0b)

جایی که خط 0b یعنی  $P-\delta$  قطع کند عنوان  $P_\phi$

در نظر گرفته شود

در حالت سوم قوی، استفاده از Clip Gauge (جابجایی‌های کمی با زنده‌ها) اندازه‌گیری می‌شود و جابجایی‌ها (بزرگ)

توصیه‌ای نیست. زیرا در این حالت رفتار ماده بیشتر پلاستیک دارد و امکان ایجاد تغییر شکل پلاستیک

در حوضه اطراف ترک زیاد است

بعد از حصول  $P_\phi$  و  $k_{ic}$  حتماً باید 4 شرط بیان شده در جدول پیش بزرگ شوند

برای شرط 1 که بتوان بار اعمال جنگی را کمتر در نظر بگیریم

معمولاً ایده زنی و شکل و اینکه شرط برقرار باشد بزرگ کردن ابعاد قطعه (Scale کردن قطعه) است

یعنی موافق کل ابعاد در موارد دیگر تنها افزایش یک بعد کافی است



توجه شود که ابعاد زیر بر روی مقادیر (اولیه)  $\alpha$  و  $B$  (بر حسب mm)

توجه شود که ابعاد زیر بر روی مقادیر (اولیه)  $\alpha$  و  $B$  (بر حسب mm) صحیح هستند. با تعداد کمی در خطا افزایش با کاهش مقدار

$\frac{\sigma_0}{E}$	$\min \alpha, B$ (mm)
0.005 - 0.0057	75
0.0057 - 0.0062	63
0.01 - بزرگتر	6.5

$\frac{\sigma_0}{E}$  از نت تست ساده نمونه بدون ترک بدست می آید

علت شکست مفصل روی تعیین  $k_{IC}$  این بود که در اکثر موارد شروع رشد ترک با معیار  $k_{IC}$  (for LEFM) و یا

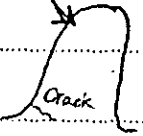
$k_{eff} = k_{IC}$  (for S.S.Y) بررسی می شود

این امر در اولی سستی است

شکست ترد در بارگذاری مرکب I+II

Mixed Mode Brittle Fracture (LEFM)

در حالت محوری  $k_I = k_{IC}$  رسیدیم هدف این است که بار شکست در حالت مرکب I+II بدست آوریم زیرا همواره تقارن در صفحات هندسی وجود ندارد که در مورد I باقیمانده (مثل چرخنده)  $F$



در مورد I، به واسطه تقارن انتظار داریم که رشد ترک در راستای خود ترک باشد و بارگذاری مرکب است. در موضوع در بارگذاری مرکب زاویه (1) زاویه شروع رشد ترک چقدر است؟ (شروع بیان شده: زیرا برای ما شروع هم است و امکان دارد زاویه بعد از شکست هم متفاوت شود)

(2) بار بحرانی ترک چقدر است؟

معیارهای اصلی پیشنهاد شده در بارگذاری مرکب

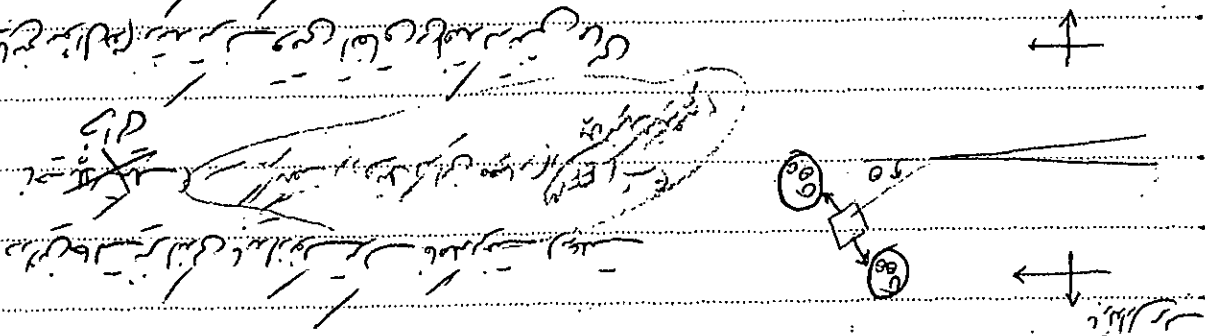
1. معیار حداکثر تنش مماسی maximum tangential stress (MTS) criterion

این معیار در سال 1963 توسط Erdogan & Sih پیشنهاد شد

at  $r=c \rightarrow \sigma_{\theta\theta} = 0$

... (further handwritten notes)

... (further handwritten notes)



MTS criterion  
 ... (further handwritten notes)

... (further handwritten notes)

Maximum Energy Release Rate criterion

3. Maximum Strain Energy Density (SED) criterion

... (further handwritten notes)

2. Maximum Strain Energy Density (SED) criterion

وقت کسید با برحقیقت  $x$  -  $y$  تعریف شده در جهت ترک،  $\theta$  زاویه با راستای ترک اولیه باشد.

SUBJECT: 75

DATE: / /

$$\sigma_{\theta\theta}(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ k_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} k_{II} \sin \theta \right] + \dots$$

$\sigma_{\theta\theta} \Big|_{\max} = ? \rightarrow \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = 0 \leftrightarrow \theta_0 = \theta \Big|_{\max T.S}$  زاویه شروع رشد ترک (ثابت) بر مبنای معیار MTS

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ -\frac{1}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} \left[ k_I \cos^2 \frac{\theta_0}{2} - \frac{3}{2} k_{II} \sin \theta_0 \right] + \cos \frac{\theta_0}{2} \left[ -k_I \cos \theta_0 \sin \frac{\theta_0}{2} - \frac{3}{2} k_{II} \cos \theta_0 \right] \right\} = 0$$

معادله ساده‌سازی  $\rightarrow -\frac{3}{4} \cos \frac{\theta_0}{2} \left\{ k_I \sin \theta_0 + k_{II} (3 \cos \theta_0 - 1) \right\} = 0 \rightarrow$  حالت دارد

این حالت از نظر فیزیکی معنوی ندارد زیرا  $\theta = \pi$  ترک است.

$$\boxed{k_I \sin \theta_0 + k_{II} (3 \cos \theta_0 - 1) = 0} \quad (1)$$

رابطه نهایی معیار MTS

توجه شود که معیار بارگذاری ترک این معیار باید در مورد I خالص هم مورد II خالص در مورد I صادق باشد.

\* در حالت مورد I خالص: رابطه (1) را بر روی  $k_{II}$  می‌نویسیم:

$$k_{II} = 0 \xrightarrow{(1)} k_I \sin \theta_0 = 0 \rightarrow \sin \theta_0 = 0 \rightarrow \theta_0 = 0 \checkmark$$

پس در مورد I خالص، مطابق انتظار زاویه معادل صفر می‌باشد.

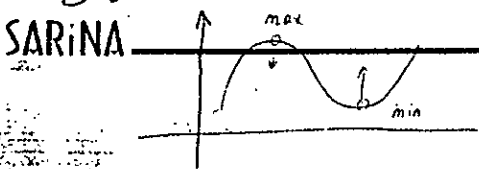
\* در حالت مورد II خالص: زاویه رشد ترک طوری می‌یابیم:

$$k_I = 0 \xrightarrow{(1)} k_{II} (3 \cos \theta_0 - 1) = 0 \rightarrow \cos \theta_0 = \frac{1}{3} \rightarrow \theta_0 = \cos^{-1} \left( \frac{1}{3} \right) \rightarrow \theta_0 = \pm 70.5^\circ$$

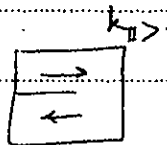
از این دو زاویه فوق‌الذکر  $\max$  تنش را می‌گیریم و در  $\min$  تنش را پس باید  $\frac{\partial^2 \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta^2}$  را بررسی کنیم (آشقر) هر کجا مثبت دوم منفی شد، یا اگر هم تنش مثبت خواهد آمد.

$$\frac{\partial^2 \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta^2} < 0 \rightarrow \theta_0 = -70.5^\circ$$

مقدار بیش‌ترین بر مبنای معیار MTS در حالت مورد II خالص



چون شدت الاستیک خطی است، بار با ضریب شدت تنش رابطه خطی دارند پس هر چند بار شدت را نداریم و می‌توانیم آن را با  $k_I$  و  $k_{II}$  رابطه با  $\sigma_{\theta}$  بیان کنیم. با رابطه (1) می‌توانیم  $\theta$  را بیابیم زیرا با افزایش بار،  $k_I$  و  $k_{II}$  بزرگ‌تر می‌شوند و این ضریب از طرفین معادله (1) حذف می‌شود.



$\theta$  برابر  $70.5^\circ$  - برابر شدت  $k_{II}$  است. اگر  $k_I$  صاف باشد،  $70.5^\circ$  بزرگ‌تر می‌شود.

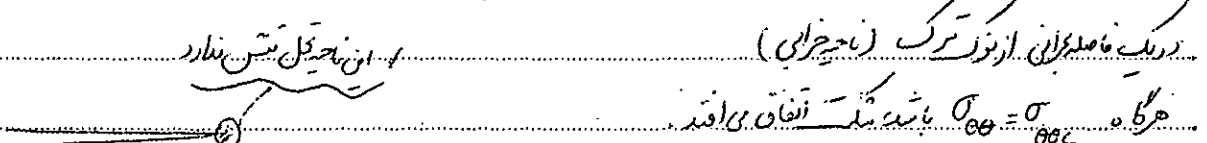
اول زمستان ۹۳ (تعمیر)

ادامه معیار MTS برای بارگذاری مرکب

$$k_I \sin \theta_0 + k_{II} (3 \cos \theta_0 - 1) = 0 \quad (1)$$

only Mode I:  $\theta_0 = 0^\circ$   
 only Mode II:  $\theta_0 = -70.5^\circ$

for mixed mode (when  $k_{II} >$ ):  $-70.5^\circ < \theta_0 < 0^\circ$   
 for mixed mode (when  $k_{II} <$ ):  $0^\circ < \theta_0 < 70.5^\circ$



مقدار بحرانی تنش مایه  $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\theta\theta c}$  در  $r = r_c$  و  $\theta = \theta_0$  رخ می‌دهد. شکست است (درین حالت  $r = r_c$ ،  $\theta = \theta_0$ ،  $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\theta\theta c}$ ،  $\tau = \tau_c$ ).

$$\sigma_{\theta\theta}(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ k_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} k_{II} \sin \theta \right] + O(r^2)$$

$$\sigma_{\theta\theta}(r_c, \theta_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r_c}} \left\{ \cos \frac{\theta_0}{2} \left[ k_I \cos^2 \frac{\theta_0}{2} - \frac{3}{2} k_{II} \sin \theta_0 \right] \right\} = \sigma_{\theta\theta c} \quad (2)$$

$\sigma_{\theta\theta c}$  و  $r_c$  جزء خواص ماده است و با پارامترهای مکرر مکانیکی هستند. سعی داریم تا این پارامترها را بر حسب پارامترهای ماکرو مکانیکی یا ژئومیتری کنیم. درین منظور رابطه (2) را در حالت نقطه مورد I - II نوشته و رابطه را

Made I  $\rightarrow \theta_0 = 0, k_{II} = 0$

رابطه (2) را برای مورد I خالص می نویسیم

$$\sqrt{k_I} = k_{IC}$$

رابطه (2) برای لحظه شکست می باشد

در لحظه شکست  
مورد اول

حامله از معادله فون در (2)  $\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi r_c}} * k_{IC} = \sigma_{\theta\theta c} \rightarrow k_{IC} = \sqrt{2\pi r_c} * \sigma_{\theta\theta c}$  (3)

رنگ روابط (2) و (3) خواهیم داشت

رابطه در معیار MTS  $\rightarrow \cos \frac{\theta_0}{2} \left[ \frac{k_I \cos^2 \theta_0}{2} - \frac{3}{2} \frac{k_{II} \sin \theta_0}{k_{IC}} \right] = k_{IC}$  (4)

رابطه شکست

مثال  $k_I$  و  $k_{II}$  را می بینیم (از روش تحلیلی یا FE) ، از رابطه (1) ،  $\theta_0$  را می یابیم

$$f = \cos \frac{\theta_0}{2} \left[ \frac{k_I \cos^2 \theta_0}{2} - \frac{3}{2} \frac{k_{II} \sin \theta_0}{k_{IC}} \right]$$

با پارامتری (زیرا از آنجا که بار را می توانیم در  $\theta_0$  داده  $\theta_0$  ثابت است)

$k_{IC}$  جز خواص ذاتی ماده است و در سطحی برابر که مورد I باشد یا II ندارد

هندسه قطعه ترک دار  $\rightarrow$   $k_I, k_{II}$   $\rightarrow$  محاسبه زاویه شکست  $\theta_0$   $\rightarrow$  شکل تابع  $f$

فلوجارت  $\rightarrow$  و بارگذاری آن  $\rightarrow$  (از روش تحلیلی برای تطبیق ساده)  $\rightarrow$  رنگ رابطه (1)

معیار MTS  $\rightarrow$  (برای تطبیق مجدد)  $\rightarrow$   $k_{IC}$  از مراجع  $\rightarrow$   $f > k_{IC}$  : قطعه دچار شکست می شود

$f < k_{IC}$  : قطعه سالم باقی می ماند و ترک رشد نمی کند

رابطه (4) را به صورت زیر می توان بررسی کرد:

$$\left[ \frac{k_I \cos^2 \theta_0}{k_{IC}} - \frac{3}{2} \frac{k_{II} \sin \theta_0}{k_{IC}} \right] \cos \frac{\theta_0}{2} = 1 \quad (*)$$

رابطه را برای مورد I خالص بررسی کرد:

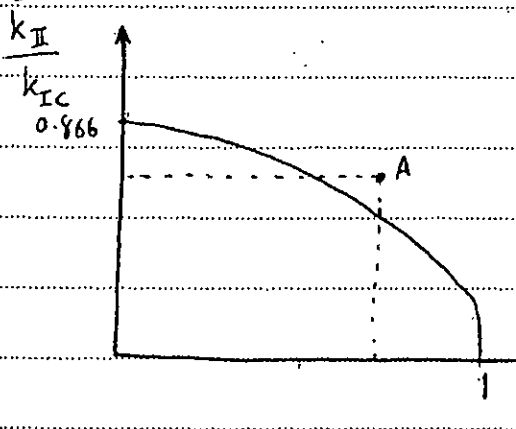
only Mode I:  $\theta_0 = 0, k_{II} = 0 \rightarrow k_I = k_{IC}$

$\theta_0 = -70.5^\circ, k_I = 0, k_{II} = k_{IC} \rightarrow \frac{k_{IIc}}{k_{IC}} = 0.866$

معادله مورد II

✓ با توجه به رابطه  $k_{IC} = 0.866 k_{IC}$  میتوان دریافت که بدون نیاز آزمایش کمزاری مورد II خالص می توان  $k_{II}$  را از آزمایش مورد I خالص  $k_I$  یافت

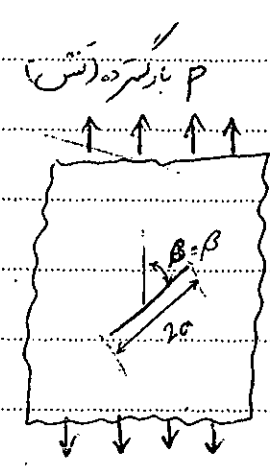
شبه معیار ترک یا وزن بارز که معیار راه صورت ترسی رسم میگردم، در معیار MTS نیز طبق رابطه (\*) صغیر میل اینکار به انجام میدیم.



در لحظه شکست مورد I،  $k_I = k_{IC}$  یعنی  $\frac{k_I}{k_{IC}} = 1$  و برابر مورد II خالص،  $\frac{k_{II}}{k_{IC}} = 0.866$

✓ مزیت استفاده از نمودار در این است معیار I خالص که نیازی به کامپیوتر نیست یعنی با داشتن  $k_I$ ،  $k_{II}$ ،  $k_{IC}$  میتوان دریافت که مدت در قطعه چقدر میدهد یا خیر. \* نواحی داخل نمودار فوق به ناحیه امن در Safe \* نواحی خارج از منحنی فوق به ناحیه نا امن! \* در اول مرتبه به ناحیه آستانه شکست (تقریباً نا امن)

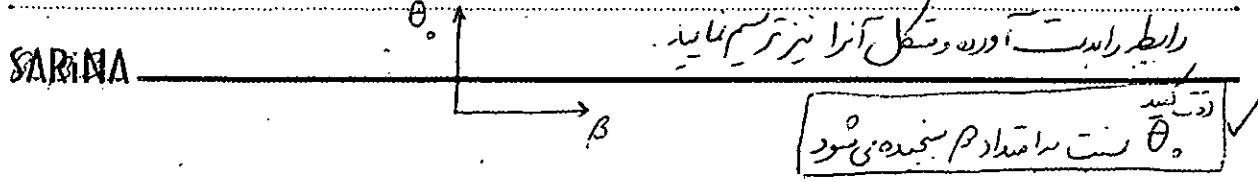
✓ برای نقطه A در منحنی فوق،  $k_I$  کمتر از مقدار بحرانی  $k_{IC}$  و  $k_{II}$  نیز کمتر از مقدار بحرانی  $k_{IC}$  است. و مدت زمان رخ میدهد پس باید همیشه اثر دو ترک را در نظر گرفت



تقریباً سری 6: درون ترک با ترک زاویه دار  $\beta$ : زاویه ترک با استاندارد بارگذاری برای ترک زاویه دار موجود در ورق سید بزرگ، میتوان ثابت کرد که ضرایب شدت تنش مورد I و مورد II از روابط زیر تبعیت می کنند

$$k_I = P\sqrt{\pi a} \sin^2 \beta \quad \text{و} \quad k_{II} = P\sqrt{\pi a} \sin \beta \cos \beta$$

مطلوبت رابطه تغییرات زاویه شکست  $\theta$  بر حسب زوایای مختلف  $\beta$  از صفر تا 90 درجه بر مبنای معیار MTS



رابطه را بدست آورد و شکل آنرا نیز ترسیم نماید.  $\theta$  نسبت به مقدار P سنجیده می شود

SARINA

SED

2 معیار حداقل دانسته انرژی کرنشی

معیار MTS یک معیار Stress base بوده بر مبنای تنش بحرانی و معیار SED بر مبنای انرژی است.

انرژی کرنشی ذخیره شده در المان به حجم  $dv$  با درگاه  $G$  (نرخ آزادسازی انرژی) وجود دارد

$$dw = \left[ \frac{1}{2E} (\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_{xx}\sigma_{yy} + \sigma_{xx}\sigma_{zz} + \sigma_{yy}\sigma_{zz}) + \frac{1}{2\mu} (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) \right] dv$$

با  $\mu = G$  مدول برشی

برای مقاطع ترکدار که بارگذاری مرکب در نزدیکی نوک ترک می توان ثابت کرد که

دانشیه انرژی کرنشی  $\frac{dw}{dv}$  و

$$\frac{dw}{dv} = \frac{S(\theta)}{r} = \frac{1}{r} [\alpha_{11} k_I^2 + 2\alpha_{12} k_I k_{II} + \alpha_{22} k_{II}^2]$$

where:

$$\alpha_{11} = \frac{1}{16\mu} (k - \cos\theta)(1 + \cos\theta) \quad ; \quad \alpha_{12} = \frac{1}{16\mu} (2\cos\theta - k + 1) \sin\theta$$

$$\alpha_{22} = \frac{1}{16\mu} [(k+1)(1 - \cos\theta) + (1 + \cos\theta)(3\cos\theta - 1)] \quad ; \quad k = \begin{cases} \frac{3-4\nu}{1+\nu} & \text{plane strain} \\ \frac{3-\nu}{1+\nu} & \text{plane stress} \end{cases}$$

Strain Energy Density Factor  $S(\theta)$  ضرب  $S$  (Mr. Sih) باید جواب در سوال یافت.

بر مبنای معیار حداقل دانسته انرژی کرنشی:

1. ترک در امتدای رشد میکند دانسته انرژی کرنشی حداقل مقدار خود را داشته باشد (است  $\theta$  ثابت می ماند)
2. شکست وقتی رخ میدهد که ضرب دانسته انرژی کرنشی در امتداد فوق الذکر به مقدار بحرانی  $S_c$  برسد که مقدار  $S_c$  جزو خواص ماده فرض می شود  $S(\theta) = S_c$

به عبارت دیگر معیار انرژی کرنشی یعنی است که هر جسم ظرفیت معینی برای جذب انرژی دارد هر وقت ظرفیت انرژی رسانی خاصی اشباع شود شکست رخ میدهد

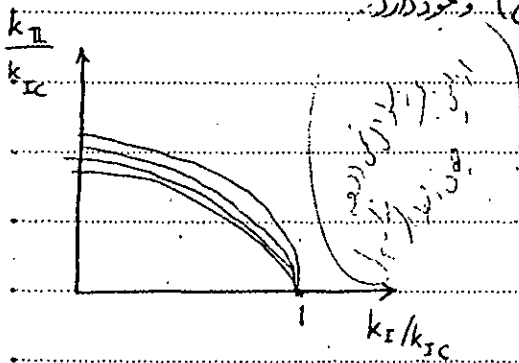
در رابط انرژی کرنشی با المان منفی  $S_c$  به معنی از بیگانه است و هم بر نوع یا هم در اصل حرارتی که تنش ایجاد می کند SARINA بر اساس حرارتی حتما باید قدری باشد تا سبب ایجاد تنش شود تغییرات حرارت در  $S_c$  می تواند تأثیر بگذارد

سؤال چرا کمترین دانسته انحراف کمترین؟ به ظاهر به نظر می رسد ما کمترین دانسته با کمترین دانسته و حل در اول دلیل طرح این معیار ویم خوانی نتایج تجربی با کمترین  $\frac{dw}{dv}$  تطابق داشت و نه ما کمترین  $S(\theta)$  بعداً نشان داده شد که با دانسته شدن  $S(\theta)$  ، انحراف های دیگر را به ما کمترین مقدار خود می رسند (شاید کمترین انحراف کمترین  $dilatation, deviation$  در نتیجه معیار).

i) برناختش اول معیار  $\theta = \theta_0 \rightarrow$  (برناختش  $min$  هم هست)  $\frac{d^2 S}{d\theta^2} > 0$  ,  $\frac{dS}{d\theta} = 0$

ii) برناختش دوم معیار  $S(k_I, k_{II}, \theta_0) = S_C$

نتایج معیار SED بخلاف معیار MTS دانسته جنس ماده نیز هست و در بارها همانند  $\sigma_c$  همانند  $\sigma_c$  تفاوت می باشد زیرا در  $\alpha$  ها، المودول برشی در  $\mu$  و دانسته ضرب می شوند و وجود دارد.



7. اثبات کنید در مهندسی ترک زاویه دار برکزی رابطه بین زاویه شکست  $\theta$  بر حسب زاویه ترک  $\beta$  برناختش معیار SED از رابطه زیر تبعیت می کند

رابطه ضمیمه 1 در صحت است:  $2(1-2\nu) \sin(\theta_0 - 2\beta) - 2 \sin[2(\theta_0 - \beta)] - \sin 2\theta_0 = 0$

در حالت کلی  $\beta$  برابر  $2(1-2\nu)$  یا  $(k-1)$  قرار داده می شود و در این صورت معادله به شکل زیر می آید:

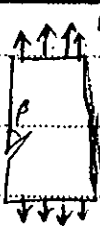
8. مطلوبت رابطه موجود بین معیار بحرانی  $S_C$  و حفره شکست  $k_{IC}$  ماده شیشه قلیان  $k_{II}$  را اخذ کنید (نقطه مورد I)

$k_I \neq 0 ; k_{II} = 0 \rightarrow S = a_{11} k_I^2$  در حالت  $S = a_{11} k_{IC}^2$

$\frac{dS}{d\theta} = 0 \rightarrow \sin\theta [2\cos\theta - (k-1)] = 0$

$$\left. \begin{array}{l} \sin\theta = 0 \rightarrow \theta_0 = 0 \\ 2\cos\theta - (k-1) = 0 \rightarrow \cos\theta = \frac{k-1}{2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} s_{min} = \frac{(k-1)^2 k_{IC}^2}{8\mu} \\ s_{max} = \frac{k_{IC}^2 (k+1)^2}{2} \end{array}$$





با اعمال بار شکست میخورد.  $k_{IF}$  و  $k_{IF}$  را می نامیم  $k_{IF}$  را به دست آورده و  $k_{IF}$  و  $k_{IF}$  را می نامیم

با یکبار تست، محاسبه شد. بار اول نمودار  $k_{II} / k_{IC}$   $k_{II} / k_{IC}$   $k_{II} / k_{IC}$   $k_{II} / k_{IC}$

در این تست، بار اول نمودار  $k_{II} / k_{IC}$   $k_{II} / k_{IC}$   $k_{II} / k_{IC}$   $k_{II} / k_{IC}$

با اینکار می توان بررسی کرد که آیا شکست منتهی است

خوب باید بودن یک معیار (که مطابق آن با نتایج آزمایشگاهی)

ساده در روابط و مطابق با نتایج آزمایشگاهی (دقت معیار) برای طرف وسیع از نقاط بحرین ها و غیره مختلف

در معیار ارزیابی معیارها هستند.

دقت کننده معیارها  $LEEM$  (بارگذار استاتیکی مونت مونیک) هستند (از برای نیرات معیارها میخورد)

صمیم شوند، در از انتظار نیست!  $k_{II} / k_{IC}$   $k_{II} / k_{IC}$   $k_{II} / k_{IC}$   $k_{II} / k_{IC}$

دقت آبی (و چگال) (۱) معاری پیشنهاد کردند بر گونه اصلاح رابطه معیار  $MTS$  است و برای طرف وسیع از مواد

دقت مناسب دارد ← معیار اصلاح شده  $GMTS$  ←  $MTS$

Generalized MTS criterion

معیار دقت ترش معیار منقسم یافته

ایده: در روابط  $\sigma$  علاوه بر  $k_I$  و  $k_{II}$   $T$ -stress  $T$  نیز در نظر گرفته شود

$$\sigma_{\theta\theta}(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[ k_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} k_{II} \sin \theta \right] + T \sin^2 \theta + O(r^{1/2})$$

i)  $\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_0} = 0$   $r=r_c$   $MTS$  معیار  $\left( k_I \sin \theta + k_{II} (3 \cos \theta - 1) \right) - \frac{16}{3} T \sqrt{2\pi r_c} \frac{\sin \theta}{2} \cos \theta = 0$  (1)

$T$  را نیز مانند  $k_I$  و  $k_{II}$  می توان به کمک  $Abaqus$  (R) به دست آورد.

ii)  $at \theta = \theta_0$   $\& r = r_c \rightarrow \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\theta\theta c}$

$\sigma_{\theta\theta c}$  بحرین بار استاتیکی داشته و می تواند اینکار را بکند. میخورد یا به دست

$$\sqrt{2\pi r_c} \sigma_{\theta\theta c} = \cos \frac{\theta_0}{2} \left[ k_I \cos^2 \frac{\theta_0}{2} - \frac{3}{2} k_{II} \sin \theta_0 \right] + \sqrt{2\pi r_c} T \sin^2 \theta_0$$
 (2)

SARINA

$k_{IC} =$

(3)

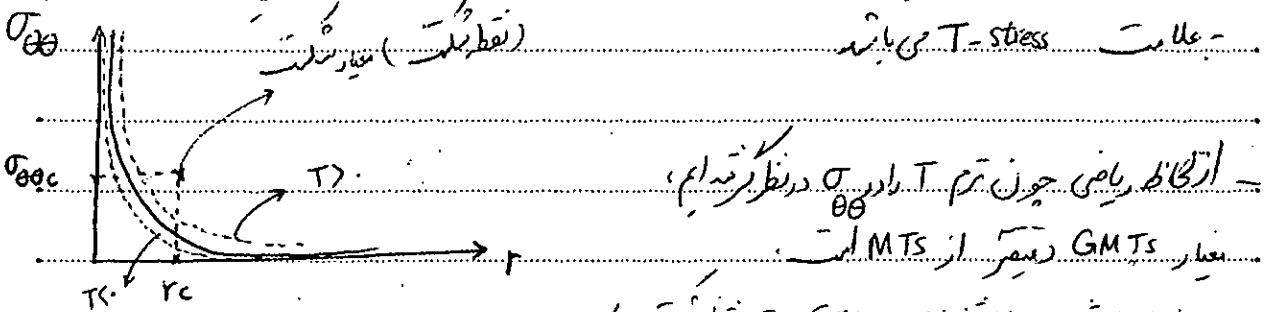
با رابطه سطح آخر صفحه قبل، می توان بار شکست را بدست آورد.

از (1) -  $\sigma$  رابطه و با داشتن  $T, k_I, k_{II}$  می توان از رابطه (3) بار شکست را بدست آورد.

در مورد I خالص -  $\sigma = \sigma_0$  بودن در رابطه (1) - اثر حذف می شود.

پس نرم T در مورد I خالص حذف می شود و برای مورد I خالص، GMTS  $\equiv$  MTS است.

نمودار  $\sigma - \tau$  با احتساب  $T$ ، نهایتاً جایگاهی در راستای محور عمودی دارد که با  $T_0$  یا  $T_c$  بیان می شود و در راستای

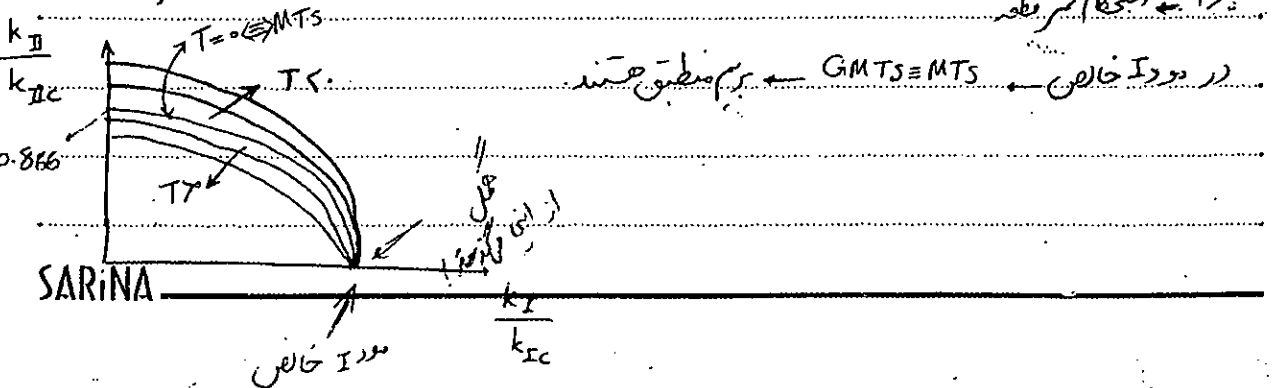


زیرا با افزایش بار و کاهش نمودار، GMTS بر روی نقطه شکست می آید.  
 اگر  $T >$  باشد، GMTS شکست را در مقیاس پس می بیند و اگر  $T <$  باشد، GMTS شکست نقطه  
 را در مقیاس از MTS پس می بیند (یعنی در حالت  $T <$ ، MTS شکست را پس می گیرد و GMTS می نویسد  
 هنوز ستوان با کندی کرد).

علامت  $(+)$  بودن  $T$ ، قابل پیش بینی به صورت کلی (برای همه ها صادق) نیست و حتی باید از FE استفاده کرد.

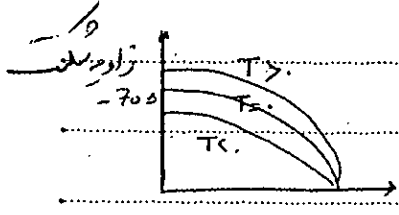
در حال  $T >$ ، استحکام قطعه از نظر GMTS کمتر از MTS است و در حالت  $T <$ ، استحکام قطعه از نظر معیار GMTS بیشتر از MTS است.

$$\left. \begin{matrix} \text{مورد I} \\ T = 0 \end{matrix} \right\} \rightarrow \text{GMTS} \equiv \text{MTS}$$



رابطه معیار GMTS راسته‌ای بعد از نوسان  $k_{rc} = C_0 \theta_0 \left[ \frac{k_I C_0 \theta_0}{2} - \frac{3}{2} k_{II} \sin \theta \right] + \sqrt{2\pi r_c} T \sin^2 \theta$

B.d  $B = \frac{T \sqrt{\pi a}}{\sqrt{k_I^2 + k_{II}^2}}$  ,  $a = \sqrt{\frac{2 r_c}{a}}$   $\frac{r_c}{a} \approx 5$

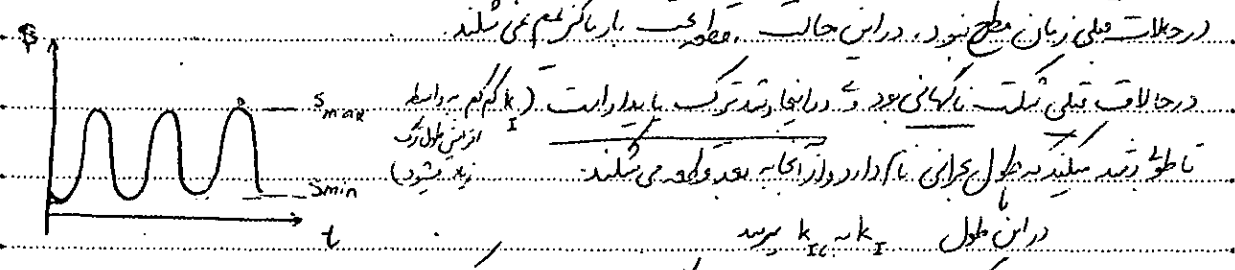


اگر  $T_3$  باشد، زاویه شکست بیشتر از 70.5 درجه خواهد بود و بالعکس. با صاف شدن  $T_1$ ، ناحیه safe گسترش می‌شود.

SED که معیار مشترک MTS و GMTS هستند. نشان داده شده که GMTS هم برای مواد مختلف و هم برای هندسه‌ها مختلف تطابق بهتری با نتایج آزمایشگاهی نسبت به MTS دارد.

۸، ۱۰، ۹۳

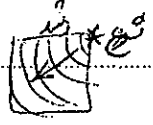
Fatigue Crack Growth



در حالات فلی زمان میخ نورد. در این حالت، قطعه بار کمتر می‌شکند. در حالات فلی شکست ناگهانی بود. در اینجا ترک باید از ابتدا تا طول بقدری بلند می‌شود تا در طول عمری، بار دارد و از اینجا بعد قطعه می‌شکند. در این مدل  $k_{rc} \approx k_I$  برسد.

سوال: چه تعداد سیکل می‌توان قطعه را بارگذاری قرار داد تا شکست اتفاق بیفتد (حالت بحرانی برسد)؟ (عمر قطعه)

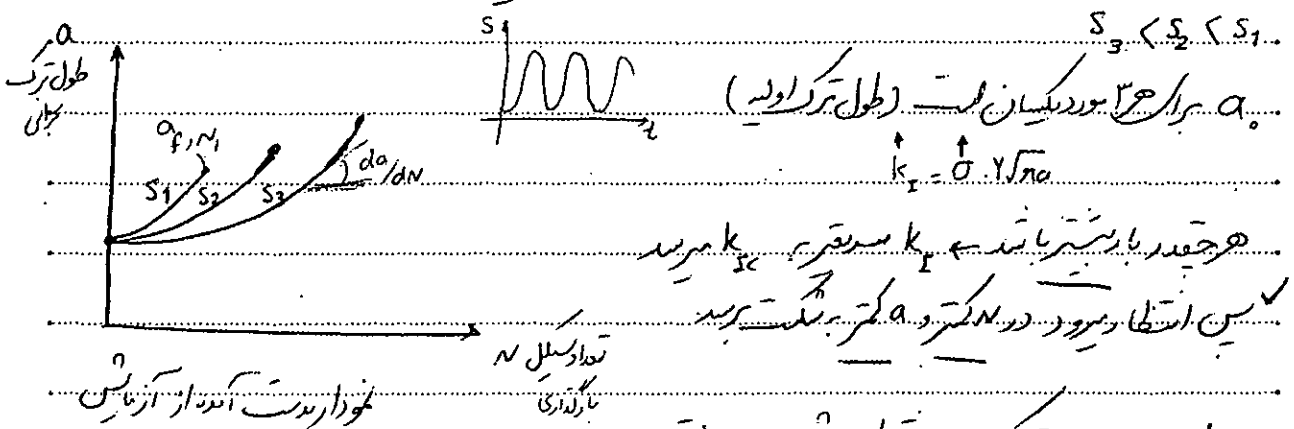
الگوی سطح شکست ناشی از بارگذاری حتمی سطح شکست مولد در دو نیم بار بار استاتیکی فلان دیدیم. حتمی و آیند رشد ترک است پس دو سیکل خط از مقطع failed کرده و به صورت خطوط یوای می‌توان وضعیت رشد ترک را مشخص کرد. خط خطوط جهت ترک به سرحد، من آنکه تا جایی خطوط صورت مخزن هستند و بعد از آن دلیل شکست ناگهانی (عدم شکست ترد) دیگر خطوط وجود ندارد.



ممت مرکز دوار (خطوط)، محل شروع خرابی اولیه است.

یک نمونه بیج قدرت شروع خرابی و ایجا ترک میلل زنگ زدگی بوده است  
 یک بعضی مواقع در میان خطوط رشد ترک خستگی ، سطح جانب شده است که در لیل تاکن در سطح یکدیگر  
 در حین رشد ترک است

رالک تکت نهائی و مقدار بار  
 قطعاتی را در نظر بگیریم که تحت ۳ بار خستگی قرار گرفته باشند که بارها به صورت زیر است



$\frac{da}{dN}$  نرخ رشد ترک در هر نقطه ، شب نمودار فوق  
 نرخ رشد ترک خستگی - Fatigue crack growth rate (FCG rate)

سعی شده تا به نحوی  $\frac{da}{dN}$  را در حین مانده ارتباط دهند (تاریخ از هندسه در یک دایره)

$R = \text{Load (stress) Ratio} = \frac{S_{min}}{S_{max}}$   $\frac{da}{dN}$  به چه پارامترها بستگی دارد؟  
 $\Delta S = S_{max} - S_{min}$   $\Delta S$  بستگی دارد  
 $S_{mean} = \frac{S_{min} + S_{max}}{2}$  هر چه  $\Delta S$  بیشتر باشد  $\frac{da}{dN}$  بیشتر خواهد بود  
 2. به طول ترک هم وابسته است  
 3. هندسه قطعه هم بستگی دارد به  $\gamma$

$\frac{da}{dN} = f(\Delta S, a, \gamma) = f(\Delta k)$   
 اثر هر پارامتر  $\Delta S$  ،  $a$  ،  $\gamma$  در فریب شدت تنش نیز وجود دارد  
 $\Delta k = \Delta k_I = k_{max} - k_{min}$   $\Delta k$  (با مندرج شدت تنش) بستگی دارد

SARINA  
 سارا  
 سارا

geometry Factor

پس میتوان  $\Delta k_I$  را به صورت زیر دراز نویسی کرد:

$$\Delta k_I = S_{max} \sqrt{\pi a} Y - S_{min} \sqrt{\pi a} Y = (S_{max} - S_{min}) \sqrt{\pi a} Y = \Delta S \sqrt{\pi a} Y$$

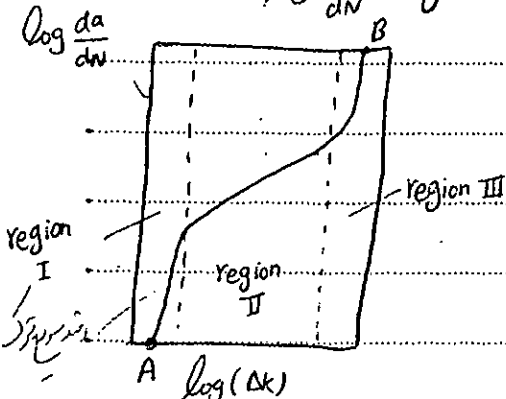
$\sqrt{\pi a}$  در هر شکل ثابت است هر چند از یک شکل به شکل دیگر تغییرات

$\frac{da}{dN}$  واحد  $m/cycle$

نام روابط جنسی برج آزمائش تجربی هستند (مثل بار آسانگینی نیست که بار است و مکانیزم خرابی و روابط کلی وجود داشته باشد)

$\log \frac{da}{dN}$

مشاهده شده که برای هر ماده می توان نمودار بیگانی را به دست آورد. نمودار  $\log \frac{da}{dN} - \log \Delta k$



از  $\Delta k$  تا  $\Delta k_{th}$  ثابت نمودار  $\log \frac{da}{dN}$  است. در منطقه III درجه انباشتگی در شکل درجه انباشتگی درجه  $\Delta k = c_1 c_2 c_3$  است.  $\log \frac{da}{dN}$  نسبت کدرا انباشتگی دارد.

نقطه A در نمودار که با نشانه  $\Delta k_{th}$  (Threshold) نشان داده شده و دامنه شدت تنش آسانگینی نام دارد. نشان می دهد که اگر  $\Delta k$  کمتر از حد باشد، رشد ترک نخواهد داشت (شاید حدوداً در حسی مطرح اجزا).

$\log \frac{da}{dN}$

نمودار در ناحیه ثانویه خطی است /  $S_{min}$  و  $S_{max}$  نشان است.  $a$  از این می باید بکنیم.  $\Delta k$  افزایش میابد در ناحیه سوم، رشد سریع ترک دارد و نقطه شکست می شود. نقطه B مشاطر با طول ترک بحرانی در لحظه شکست است.

at  $a = a_f \rightarrow k_I = k_{Ic}$

فرمت نمودار این نیست به نمودار قبل این است. برای هر ماده نهایت نمودار داریم و به حد نمودار

نکته: بار انباشتگی محدود I مخالف است. نمودار  $\log \frac{da}{dN} - \log \Delta k$  مستقل از هندسه و بارگذاری است. فقط به جنس ماده وابسته است.

۱۲۰

در اینجا فقط از اول ترک دارد (بخلاف مشاطر با طول اجزا)

SARINA

نمودار صحیح قبل از استخوان به صورت کی نزدیکیت آورد شخص

$\frac{da}{dN} = A(\Delta k)^n$  Paris Equation (or Paris-Erdogan Eq.)

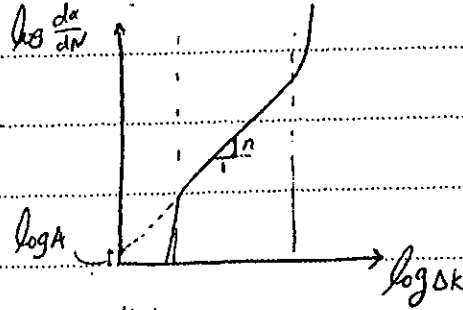
چون ناحیه II عمده عمر و مقدار بیشتر در رابطه فوق برای ناحیه II صحیح است

مضرب استاندارد II

$n$  و  $A$  ضرایب ثابت که فقط جنس ماده بستگی دارند

$\log \frac{da}{dN} = \log A + n \log \Delta k$

شیب منفی در قسمت پایانی



رابطه پاريس برای رشد ترک حتمی بر چرخه (تعداد سیکل زیاد لازم است) معطله failure یعنی برسد) بوده

و نباید مقدار زیاد باشد تا تعداد سیکل زیاد شود و در ادامه باید شرایط LEFM در معادله برقرار باشد

(ناحیه پلاستیک کوچک باشد)

رابطه پاريس برای وقتی صحیح است که اندازه ناحیه پلاستیک برای  $k_{max}$  کم باشد و شرایط LEFM صادق باشد

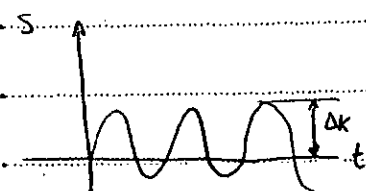
Material	n	A (m/cycle)	نوع ضرایب A و n
Al 7075-T6	3.7	$2.7 \times 10^{-11}$	در معادله پاريس
Ti 62222	3.2	$2.3 \times 10^{-11}$	ASTM-E647

در معادله پاريس که برای طیف گسترده ای از مواد، ضرایب A و n داده است

Damage Tolerant Design Handbook

یا اگر بار کششی  $S_{min}$  منفی شود (بار فشاری باشد)  $k_{min}$  را برابر صفر در نظر گیرند

if  $S_{min} < 0 \rightarrow k_{min} = 0 \rightarrow \Delta k = k_{max}$

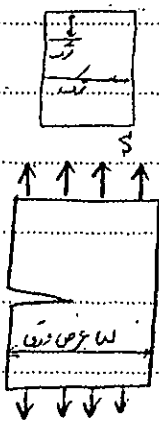


یعنی قسمت فشاری را لحاظ نکنند زیرا بار فشاری منفی بر رشد ترک ندارد

$\Delta k_{th}$  فولاد  $\Delta k_{th} < 10 \text{ MPa}\sqrt{m}$   $\Delta k$  آستانه پراچندمان  
 آلومینیوم  $\Delta k_{th} < 4 \text{ MPa}\sqrt{m}$

\* ترک در ناحیه اولیه رشدی کند تا وارد ناحیه دوم در رابط پارسی شود.  
 چون اندازه آن مشخص نیست به صورت تقریبی فرض می کنند که در ناحیه I و III نیز بر روی پارسی در کل ۳ ناحیه صادق است.

- شرط LEFM جهت استفاده از رابط پارسی
1. بار دور دست - اعمالی کمتر از 80 درصد حد تسلیم ماده باشد.
  2. اندازه ناحیه پلاستیک تعیین اولیه  $r_y$  کمتر از  $\frac{1}{8}$  فاصله نوک ترک تا نزدیکترین سوراخ خارجی باشد.



مثال: قطعه ای تحت بار کششی خستگی قرار دارد. تعداد سیکل بارگذاری تا شکست باید

$S_{max} = 200 \text{ MPa}$  ,  $S_{min} = -50 \text{ MPa}$

تنش نهایی  $S_u = 670 \text{ MPa}$  و تنش تسلیم  $S_y = 630 \text{ MPa}$

$E = 207000 \text{ MPa}$  ,  $k_{sc} = 104 \text{ MPa}\sqrt{m}$

طول ترک اولیه  $a_i = 1 \text{ mm}$  و  $n = 3$  و  $A = 6.9 \times 10^{-12} \text{ m/cycle}$

فرض می شود که در کلیه مراحل بارگذاری تا شکست نهایی طول ترک در مقایسه عرض قطعه کوچک می باشد (برال تا ۲)

حل: ابتدا باید بررسی کرد که LEFM صادق است یا خیر  $a \ll w \rightarrow Y = 1.12$

1)  $200 \text{ MPa} = S_{max} < 0.8 * S_y = 0.8 * 630$  ✓

2 Condition for LEFM:  $k_{max} = S_{max} * Y * \sqrt{\pi a} = 1.12 * 200 \text{ MPa} * \sqrt{\pi * 0.001} = 12.6 \text{ MPa}\sqrt{m}$

فرسندت تنش در از حد کمتر بار اعلا

$2r_y = \frac{1}{\pi} \left( \frac{k}{S_y} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \left( \frac{12.6}{630} \right)^2 = 0.000127 \text{ m} = 0.127 \text{ mm} \rightarrow r_y = 0.0635 \text{ mm} < \frac{a}{8}$  ✓

پس کاربرد استفاده از رابط پارسی صحیح

Since  $S_{min} < 0 \rightarrow \Delta k = k_{max}$

SUBJECT: \_\_\_\_\_

DATE: \_\_\_\_\_

برای  $a_f$  (طول ترک در لحظه شکست) از رابطه  $k_I = k_{IC} = k_{IC}$  استفاده می‌کنیم.

$$a_f = \frac{1}{\pi} \left( \frac{k_{IC}}{S_{max} Y} \right)^2 \leftarrow k_{max} = S_{max} Y \sqrt{\pi a_f} = k_{IC}$$

$$a_f = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{104}{1.12 \times 200} \right]^2 = 68 \text{ mm} \quad (1 \text{ mm} \rightarrow 68 \text{ mm})$$

خل معادله در فرمول یارین:

$$\frac{da}{dN} = A (\Delta k)^n \rightarrow dN = \frac{da}{A (\Delta k)^n}; A (\Delta k)^n = A (\Delta S Y \sqrt{\pi a})^n = A (\Delta S)^n (\pi a)^{n/2} Y^n$$

$$\rightarrow dN = \frac{da}{A (\Delta S)^n Y^n (\pi a)^{n/2}}$$

$$N_f = \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{A (\Delta S)^n Y^n (\pi a)^{n/2}}$$

تعداد سیکل  $N_f$ : تعداد سیکل سناظر با لحظه شکست نهایی

طبق فرض صورت سوال  $n=2$  است. اگر  $n=2$  بود در فرمول  $a$  جایگزینی کرد.

$$N_f = \frac{1}{A \cdot Y^n \cdot \pi^{n/2} (\Delta S)^n} \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{a^{n/2}} = \frac{2}{A \cdot Y^n \cdot \pi^{n/2} (\Delta S)^n (n-2)} \left[ \frac{1}{a_i^{n/2}} - \frac{1}{a_f^{n/2}} \right]$$

$$N_f = 4631 \left[ \frac{1}{0.036} - \frac{1}{0.2608} \right]$$

با جایگزینی مقادیر داده شده در رابطه فوق داریم.

$$N_f = 129000 \text{ cycles}$$

$$k_{IC} = 104 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}} \rightarrow a_f = 68 \text{ mm} \rightarrow N_f = 129,000 \text{ cycles}$$

$$k_{IC} = 208 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}} \rightarrow a_f = 275 \text{ mm} \rightarrow N_f = 138,000 \text{ cycles}$$

$$k_{IC} = 52 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}} \rightarrow a_f = 17 \text{ mm} \rightarrow N_f = 111,000 \text{ cycles}$$

Fracture toughness  $k_{IC}$  فاکتور قابل توصیف در طول ترک شکست دارد و با تغییر قابل توصیف در تعداد سیکل بارگذاری تا شکست ندارد.

$k_{IC}$  در هر عمر حتمی قطعه تاثیر زیادی ندارد چون  $k_{IC}$  تنها در قسمت سوم دیگر از یارین اثر دارد.

SARINA



*[Handwritten signature]*  
93.10.8

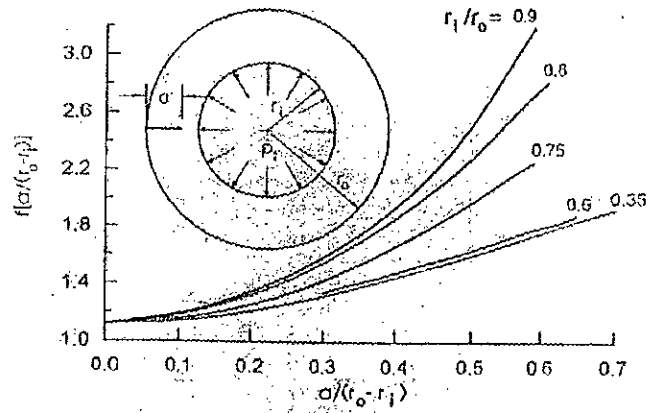
*[Faint handwritten notes]*

$a_c = 5 \text{ mm}$ ,  $k_c = 104$ ,  $68 \text{ mm} = a_f$  →  $N_f = 48000$  cycles

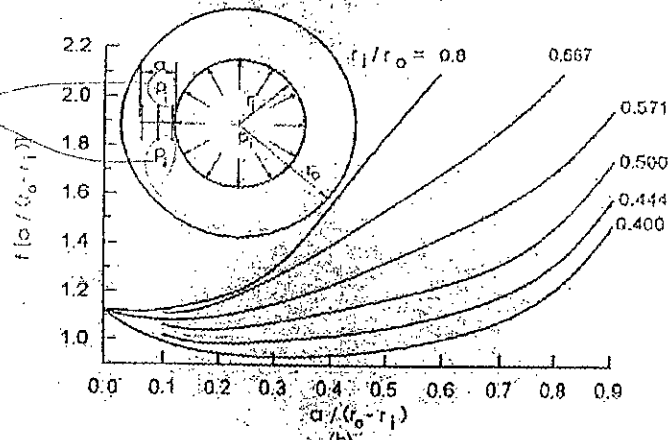
SUBJECT: \_\_\_\_\_

DATE: / /

SARINA \_\_\_\_\_

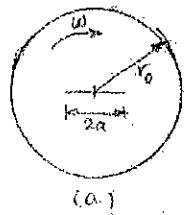


(a)

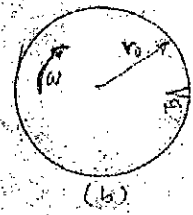


(b)

**FIGURE 9.11** CCFs for pressurized thick-walled cylinder. (a) external radial crack and (b) internal radial crack. (From Rooke, D. P. and Cartwright, D. J., *Compendium of Stress Intensity Factors*, The Hillingdon Press, London, 1976. With permission.)



(a)



(b)

Fig 9.12

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \text{ CCF} = \sigma \sqrt{\pi a} f\left(a/(r_o - r_i)\right) \quad (9.16)$$

where  $f(a/(r_o - r_i))$  is the CCF as obtained from Figure 9.11a<sup>15</sup> for an external radial edge crack depending on the ratio  $r_o/r_i$ . Note that  $\sigma$  in Equation 9.16 is taken as the highest tensile hoop stress  $\sigma_\theta$  at the location of the crack, i.e.,  $\sigma = (\sigma_\theta)_{r=r_o}$  as given by Equation 6.2 namely,

$$\sigma = 2p_i r_i^2 / (r_o^2 - r_i^2)$$

For a pressurized long, thick-walled cylinder with internal radial crack. The configuration factor  $f(a/(r_o - r_i))$  is found from Figure 9.11b depending on the ratio  $r_o/r_i$ . In this case, the stress opening the crack comprises that due to the internal pressure  $(\sigma_\theta)_{r=r_i}$  according to Equations 6.2 together with the pressure as

$$\sigma = p_i \frac{r_o^2 + r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} + p_i$$

or

$$\sigma = 2p_i r_o^2 / (r_o^2 - r_i^2)$$

#### 9.6.6 ROTATING SOLID DISKS AND DRUMS

For a crack of length  $2a$  located at the center of a rotating solid disk of radius  $r_o$  as shown in Figure 9.12(a), the stress intensity factor  $K_I$  is given by

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \text{ CCF}$$

where  $\sigma$  is the crack-opening stress at the center, as given by Equation 6.23 namely,

$$\sigma = \frac{3+\nu}{8} \rho \omega^2 r_o^2 \quad \text{for a solid disk (plane stress)}$$

$$\sigma = \frac{(3-2\nu)}{8(1-\nu)} \rho \omega^2 r_o^2 \quad \text{for a solid drum (plane strain)}$$

The CCF is determined according to the Expression 20:

$$\text{CCF} = 0.997 + 0.1038 \left(\frac{a}{r_o}\right) + 0.6525 \left(\frac{a}{r_o}\right)^2 + 0.7149 \left(\frac{a}{r_o}\right)^3 \quad (9.17a)$$

For a rotating drum with a radial external crack, as shown in Figure 9.12b, CCF may be approximated (for  $\nu = 0.3$ )<sup>\*</sup> by<sup>21</sup>

$$\text{CCF} = 1.134 + 3.465 \left(\frac{a}{r_o}\right) + 2.363 \left(\frac{a}{r_o}\right)^2 - 3.394 \left(\frac{a}{r_o}\right)^3 + 3.848 \left(\frac{a}{r_o}\right)^4 \quad (9.17b)$$

\* Based on the solution of Reference 21 (in adapted form).

(9.9.f) → • Twisting moment  $M$ , causing a net shear stress  $\tau \approx 2M/\pi r^3$ : CCF is approximately equal to that for pure bending.

Note that in the above three cases the stresses are defined with respect to the net cross section, i.e., excluding the crack.

c. External circumferential crack in a long tube: Figure 9.10a, b, and c,<sup>15</sup> subjected to the following:

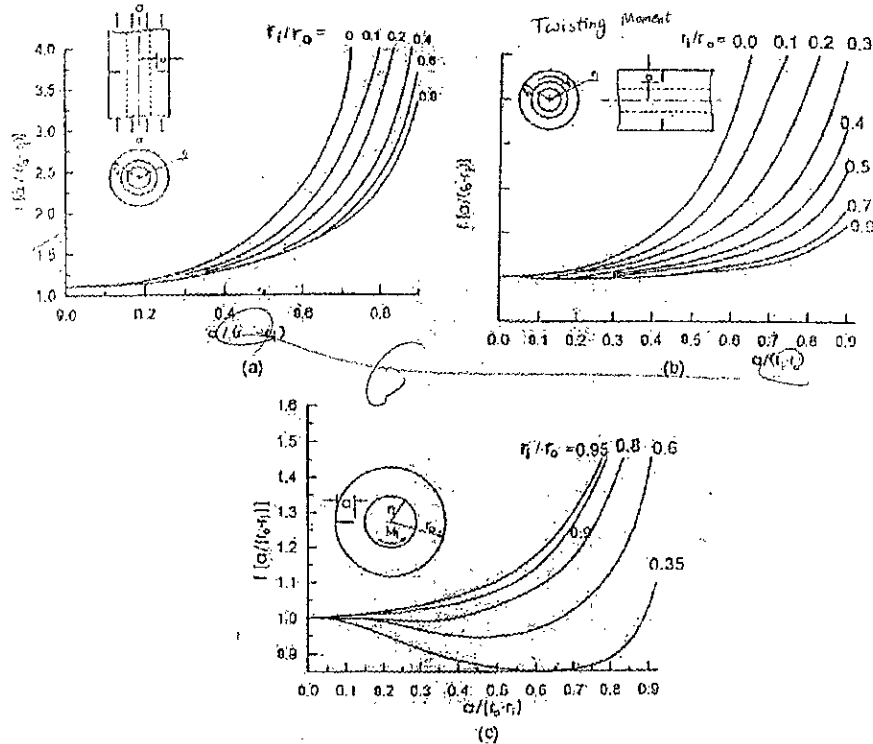
• Uniaxial tensile stress  $\sigma$  applied remote from the crack; CCF is obtained from Figure 9.10a.

• Twisting moment  $M$ , applied, remote from the crack; about the tube axis: CCF is obtained from Figure 9.10b.

d. External radial crack in a long tube subjected to a twisting moment  $M$ ; CCF is obtained from Figure 9.10c.

*Handwritten note:*  $\sigma$  و  $M$

*Handwritten note:*  $\sigma$  و  $M$



**FIGURE 9.10** CCFs for loaded long tubes: (a) circumferential crack under tension, (b) circumferential crack under torsion, and (c) radial crack under torsion. (From Rooke, D. P. and Cartwright, D. J., *Compendium of Stress Intensity Factors*, The Hillingdon Press, London, 1976. With permission.)

**9.6.5 PRESSURIZED THICK-WALLED CYLINDERS**

The stress intensity factors for long, thick-walled cylinder of outside and inside radii  $r_o$  and  $r_i$ , respectively, with radial edge crack of length  $a$ , while being subjected to a uniform internal pressure is given by

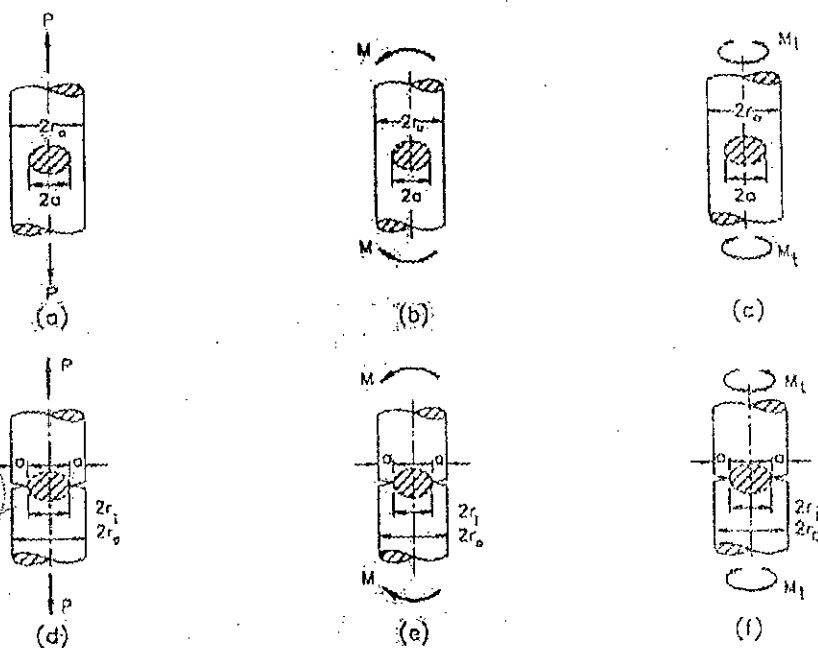


FIGURE 9.9 Cracked circular rods and tubes subjected to different loading.

(9.9.c) → • Twisting moment  $M_t$ , causing a shear stress,  $\tau = 2M_t a / \pi(r_o^3 - a^3)$ , hence, CCF is approximately equal to that for pure bending for cracks of  $(a/r_o)$  up to 0.6.

b. External circumferential crack in a rod of radius  $r_o$ , Figure 9.9d, e, and f, subjected to the following:

• Tensile load  $P$  causing a net tensile stress  $\sigma = P/\pi r_o^2$ ; hence,

$$\text{CCF} = \frac{\sqrt{r_i/E_o}}{2} \left[ 1 + 0.5 \left( \frac{r_i}{r_o} \right) + 0.375 \left( \frac{r_i}{r_o} \right)^2 - 0.363 \left( \frac{r_i}{r_o} \right)^3 + 0.731 \left( \frac{r_i}{r_o} \right)^4 \right]$$

• Pure bending moment  $M$  causing a net stress  $\sigma = 4M/\pi r_o^3$ ; hence,

$$\text{CCF} = \frac{3\sqrt{r_i/E_o}}{8} \left[ 1 + 0.5 \left( \frac{r_i}{r_o} \right) + 0.375 \left( \frac{r_i}{r_o} \right)^2 + 0.313 \left( \frac{r_i}{r_o} \right)^3 + 0.273 \left( \frac{r_i}{r_o} \right)^4 + 0.337 \left( \frac{r_i}{r_o} \right)^5 \right]$$

in Figure 9.7c which indicates a smaller CCF factor for biaxial tensile loading as compared to uniaxial loading.

**9.6.3 PLATES UNDER BENDING**

a. Pure bending for a cracked plate of depth  $W$ , Figure 9.8a<sup>18</sup>:

$$CCF = \left( \frac{2W}{\pi a} \tan \left( \frac{\pi a}{2W} \right) \right) \frac{0.923 + 0.199 \left( 1 - \sin \frac{\pi a}{2W} \right)^4}{\cos \left( \frac{\pi a}{2W} \right)}$$

b. Three-point bending for a cracked plate of  $L/W = 2$ , Figure 9.8b<sup>12</sup>:

$$CCF = f(a/W) = \left[ 1.107 - 2.12 \left( \frac{a}{W} \right) + 7.71 \left( \frac{a}{W} \right)^2 - 13.6 \left( \frac{a}{W} \right)^3 + 14.2 \left( \frac{a}{W} \right)^4 \right]$$

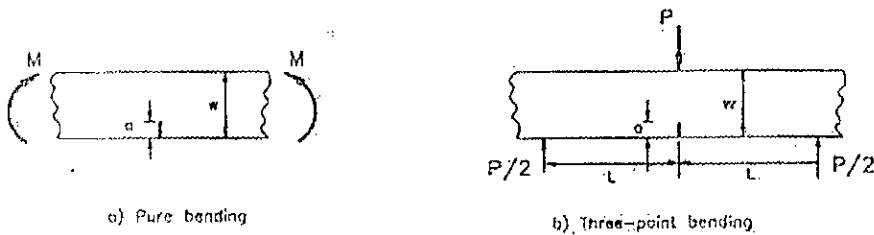


FIGURE 9.8 Cracked bars under bending: (a) pure bending, (b) three-point bending.

**9.6.4 CIRCULAR RODS AND TUBES**

a. Central circular crack in a cylindrical bar of radius  $r_o$ , Figure 9.9a, b, and c,<sup>19</sup> subjected to the following:

- Tensile load  $P$  causing a net average stress  $\sigma = P/\pi(r_o^2 - a^2)$ , hence,

$$CCF = \frac{2\sqrt{1-a/r_o}}{\pi} \left[ 1 + 0.5 \left( \frac{a}{r_o} \right) - 0.625 \left( \frac{a}{r_o} \right)^2 + 0.421 \left( \frac{a}{r_o} \right)^3 \right]$$

- Pure bending moment  $M$  causing a stress  $\sigma = 4M\phi a/\pi(r_o^4 - a^4)$ , hence,

$$CCF = \frac{4\sqrt{1-a/r_o}}{3\pi} \left[ 1 + 0.5 \left( \frac{a}{r_o} \right) + 0.375 \left( \frac{a}{r_o} \right)^2 + 0.313 \left( \frac{a}{r_o} \right)^3 - 0.727 \left( \frac{a}{r_o} \right)^4 + 0.483 \left( \frac{a}{r_o} \right)^5 \right]$$

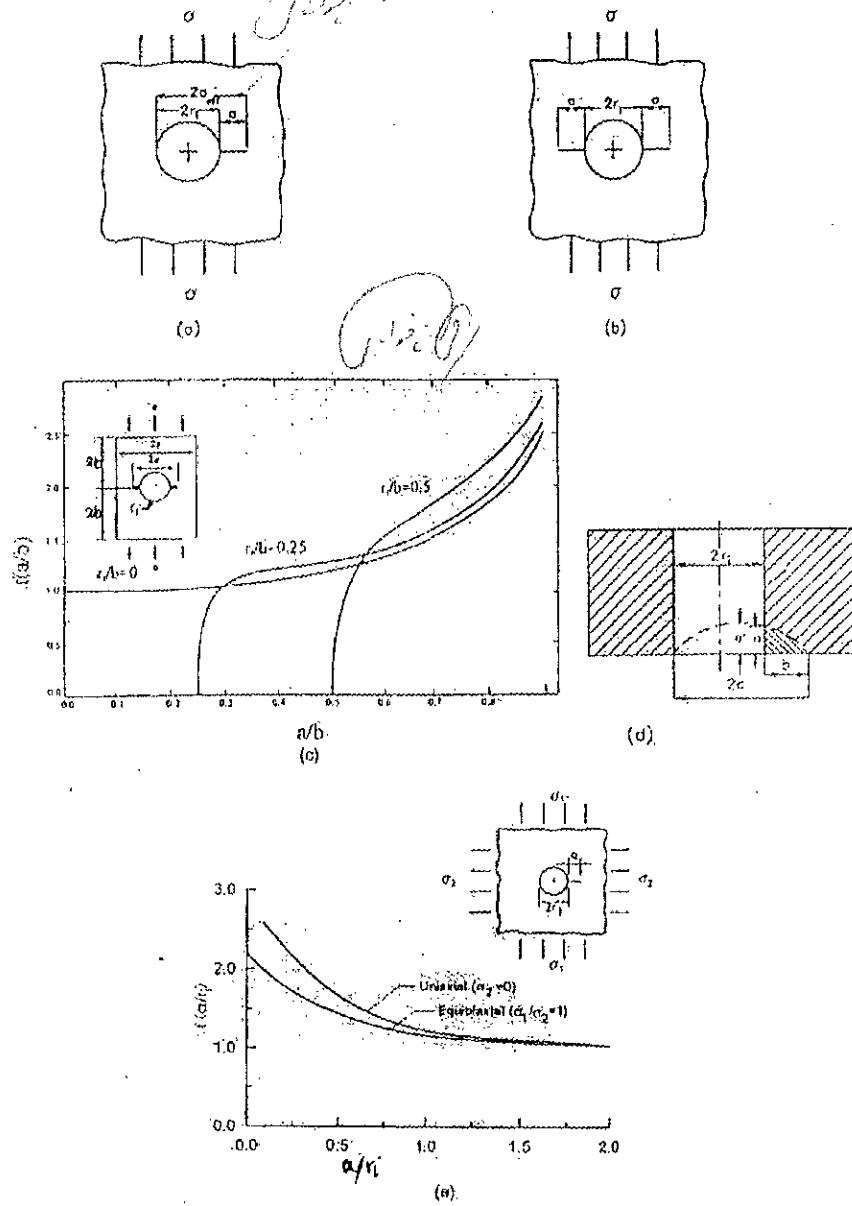


FIGURE 9.7 Graphs for various CCFs. (c, from Rooke, D. P. and Cartwright, D. J., *Compendium of Stress Intensity Factors*, The Hillingdon Press, London, 1976. With permission.)



where  $Q = [\phi^2 - 0.212 (\sigma/Y)^2]$ ,  $Y$  being the yield strength. The parameter  $\phi$  may be determined from Figure 9.6g or using the approximate expression\*

$$\phi \approx \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{2} \left( \frac{a}{2c} \right)^2$$

### 9.6.2 CRACKS EMANATING FROM CIRCULAR HOLES IN INFINITE PLATES

- a. A single crack or a double crack at a circular hole of radius  $r_f$  in the middle of an infinite plate, Figure 9.7a and b, respectively<sup>14</sup>:

$$CCF = \left( \frac{r_f}{a} + \frac{1}{2} \right)^{1/2} \text{ for a single crack } a > 0.12r_f$$

$$\text{and } CCF = \left( \frac{r_f}{a} + 1 \right)^{1/2} \text{ for a symmetric double crack } a > 0.12r_f$$

These are approximate CCFs, where  $a$  is the crack length measured from the edge of the hole having a radius  $r_f$ . The stress  $\sigma$  in Expression 9.15 designates the remote tensile stress perpendicular to the crack. Note that for very small cracks ( $a/r_f \rightarrow 0$ ) in an exact solution the  $CCF = f(a/2r_f) \rightarrow 3$  i.e., three times that for a normal central crack as expected from stress concentration around circular holes.

- b. Two cracks each of length  $a$  at a circular hole of radius  $r_f$  in a plate of finite width, Figure 9.7c<sup>15</sup>. Here CCF is determined from Figure 9.7e, noting that the total crack length includes the hole diameter.
- c. A corner (nonthrough) crack at holes, Figure 9.7d.<sup>14,16</sup> An approximate solution considers the hole as a part of an elliptical surface flaw of a ratio  $a/2c = a/(2\sqrt{2r_f b})$ . The maximum stress intensity factor occurs at point A with CCF as:

$$CCF = \frac{1.2}{\phi} \left\{ 1 + \frac{a^2(2r_f - b)^2}{16r_f^2 b^2} \right\}^{1/4}$$

where  $\phi$  is defined by Figure 9.6. Expression 9.15 is used in conjunction with a crack length  $a$ .

- d. A single radial crack  $a$  at a hole of radius  $r_f$  under equibiaxial tensile loading, Figure 9.7e<sup>17</sup>. The configuration correction factor  $CCF = f(a/W)$  depends on the ratio  $(a/r_f)$  as well as the applied loading. As noted before, the determination of the stress intensity factor is affected only by the crack opening stress.\*\* However, for a crack emanating from a hole, the stress concentration around the hole is known to be dependent on the remote stress field: uniaxial or biaxial. Hence, as previously found in Section 6.4, for an equibiaxial stress system ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ ), the stress concentration factor at the edge of hole is only 2 compared to a value of 3 for a uniaxial stress system. This fact is reflected

\* The dependence of  $Q$  on the ratio of the stress opening the crack to the yield strength of material results from consideration of plasticity at the crack tip. The above CCF has to be multiplied by a correction  $M_1$ , accounting for the proximity of the free surface in front of the crack, dependent on  $a/h$ . For shallow cracks, i.e.,  $a/h \ll 1$  and  $a/2c \rightarrow 0.5$ ;  $M_1 \approx 1$ . However, for  $a/h = 0.6$  and  $a/2c = 0.1$ ,  $M_1$  could attain a value of 2. See Broek,<sup>14</sup> pp. 90-94.

\*\* This is true for an absolutely elastic condition. If plasticity at the crack tip is considered, a transverse stress loading affects the stress intensity factor; it is increased with a compressive stress and decreased with a tensile one.

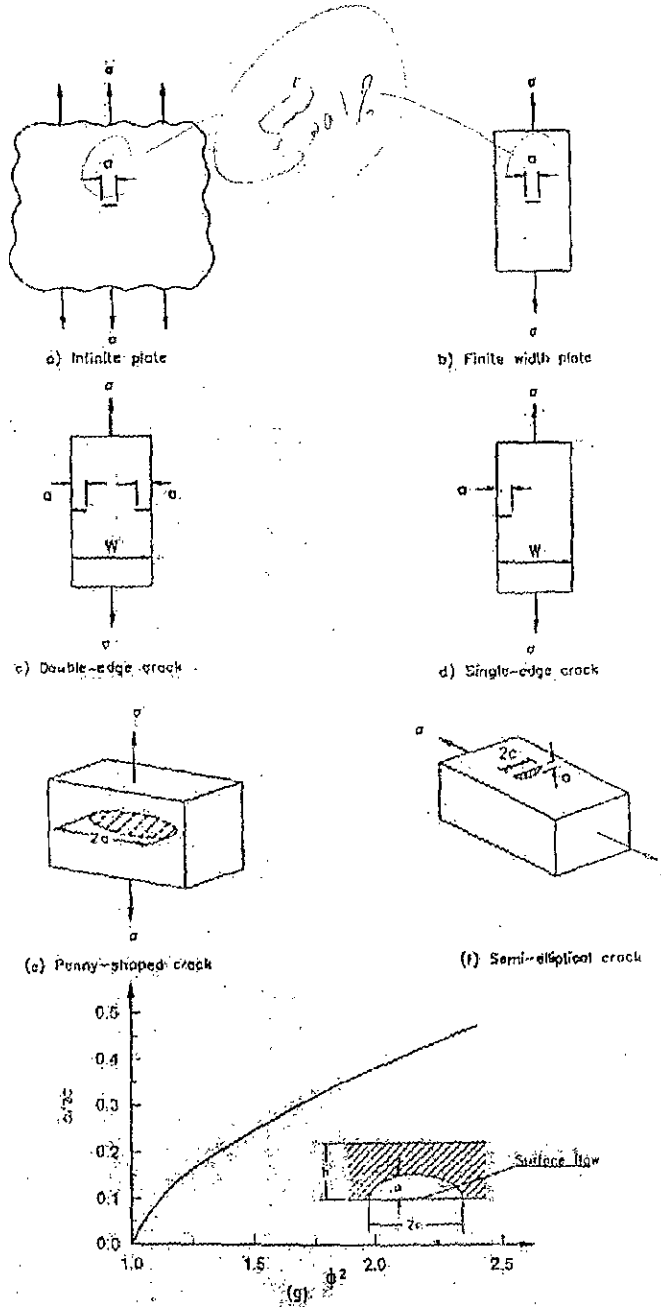


FIGURE 9.6 Configurations of various stress intensity correction factors, CCF. (From Irwin, G. R., Trans. Am. Soc. Mech. Eng., *J. Appl. Mech.*, 651-654, 1962. With permission.)

use of stress functions of complex variables. This analytical method solves only relatively simple geometries of cracked bodies. Other approximate methods are used for complicated geometries.

The results of such methods are presented either graphically or algebraically in the form of polynomials. Below are polynomial expressions and graphical representations for some of the most common configurations. In all cases utmost care must be taken in defining the stress appearing in Equation 9.15 as the one associated with the graphical or algebraic information used to determine the CCF.

### 9.6.1 PLATES UNDER TENSILE LOADING

- a. Crack of length  $2a$ , in the middle of an infinite plate, Figure 9.6a:

$$CCF = f(a/W) = 1$$

- b. Crack of length  $2a$  in a plate of finite width  $W$ , Figure 9.6b<sup>11</sup>:

$$CCF = f(a/W) = \left[ \frac{W}{\pi a} \tan \frac{\pi a}{W} \right]^{1/2} \quad \text{for } a/W \leq 0.25$$

$$\text{or} \quad = \sqrt{\sec \frac{\pi a}{W}} \quad \text{for } a/W \leq 0.4$$

- c. Double edge-cracks, each of length  $a$ , in a plate of finite width  $W$ , Figure 9.6c<sup>12</sup>:

$$CCF = f(a/W) = \left[ \frac{W}{\pi a} \tan \left( \frac{\pi a}{W} \right) + \frac{0.2W}{\pi a} \sin \left( \frac{\pi a}{W} \right) \right]^{1/2}$$

$$\text{or} \quad = \left[ 1.12 + 0.43 \left( \frac{a}{W} \right) - 4.79 \left( \frac{a}{W} \right)^2 + 15.46 \left( \frac{a}{W} \right)^3 \right]^{1/2} \quad (\text{for } a/W > 0.7)$$

- d. A single edge-crack of length  $a$ , in a plate of finite width  $W$ , Figure 9.6d<sup>12</sup>:

$$CCF = f(a/W) = \left[ 1.12 - 0.23 \left( \frac{a}{W} \right) + 10.6 \left( \frac{a}{W} \right)^2 - 21.7 \left( \frac{a}{W} \right)^3 + 30.4 \left( \frac{a}{W} \right)^4 \right]$$

$$\text{for } a/W < 0.7 \quad \text{if } \frac{a}{W} \approx 0 \rightarrow CCF = 1.12$$

- e. A circular internal crack of radius  $a$  (penny-shaped crack) embedded in an infinite solid, Figure 9.6e<sup>5</sup>:

$$CCF = 2/\pi$$

- f. Semielliptical surface flaw of length  $a$  and width  $2c$  in a plate, Figure 9.6f<sup>13,14</sup>:

$$CCF = f(a/2c) = 1.12/\sqrt{Q}$$

where:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q = \phi^2 - 0.212 \left( \frac{a}{Y} \right)^2, \quad Y: \text{yield strength} \\ \phi = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{2} \left( \frac{a}{2c} \right)^2 \end{array} \right.$$

## 9.6 STRESS INTENSITY FACTORS FOR VARIOUS CONFIGURATIONS

By considering the stress distribution in the vicinity of the tip of a crack in the middle of a large plate subjected to a remote tensile stress, Relation 9.14 has been derived, namely,

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \leq K_{Ic} \quad (9.14)$$

Obviously, Relation 9.14 gives the stress intensity factor as a function of the applied stress  $\sigma$  and the crack size  $2a$  for the particular given plate geometry of Figure 9.4. A fracture criterion more general than Relation 9.14 may be written as

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \text{ CCF} \leq K_{Ic} \quad (9.15)$$

where "CCF" is a configuration correction factor depending on the loading and geometry of the cracked body. For instance, for a centrally cracked finite plate loaded in tension as in Figure 9.6b,  $\text{CCF} = f(a/W)$  depends on the ratio of the crack half-length  $a$  to the width  $W$ . For  $a/W \rightarrow 0$ ,  $\text{CCF} = f(a/W) \rightarrow 1$  as may be seen from Equation 9.14 for an infinitely wide plate of Figure 9.6a.

For geometries and loadings other than Figure 9.6a, the CCF must be determined. Several theoretical and experimental methods exist to do this.\* One exact, but rather involved, method makes

\* These include boundary collocation, conformal mapping, integral transforms, and finite element method. See Parker.<sup>1</sup> Experimental techniques such as photoelasticity and interferometry are also used.