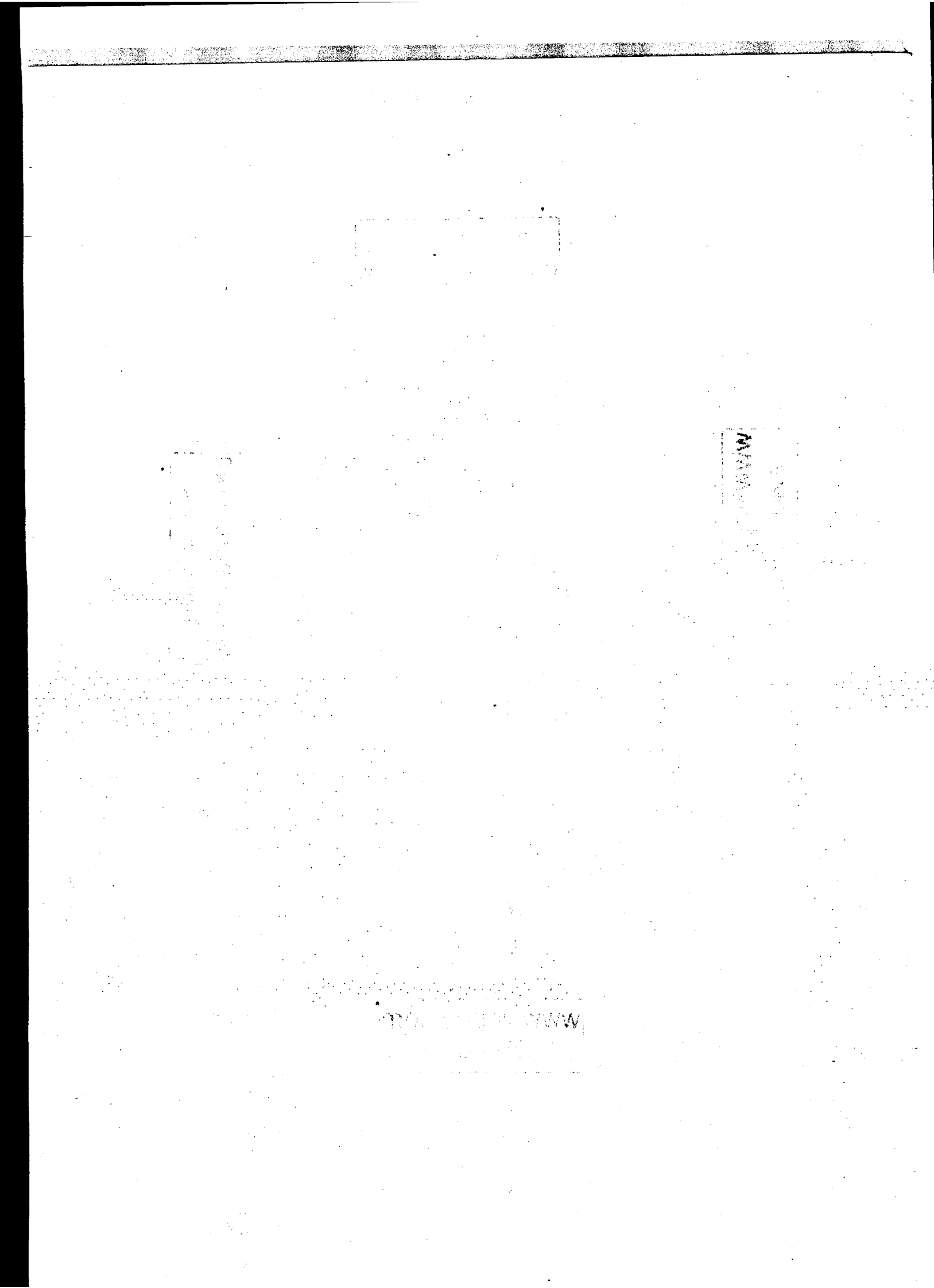
تحلیل ۱

www.vepub.com
Publish Your Mind

www.vepub.com
Publish Your Mind

www.vepub.com
Publish Your Mind

www.vepub.com
Publish Your Mind



www.vepub.com
Publish Your Mind

تحلیل سازه ها ۱

Year. Month. Date.
90481436 [redacted]

تحلیل سازه‌ها:

هدف از تحلیل سازه‌ها تعیین نیروهای داخلی در اعضای سازه، تغییر شکل‌ها، واکنش‌های تکیه‌گاهی و مناسبه‌ی کلیه اطلاعات لازم جهت طراحی آن‌ها می‌باشد.

هدف از تعیین تغییر شکل‌ها:
- تحلیل سازه‌های نامعین
- سرویس دهی خوب

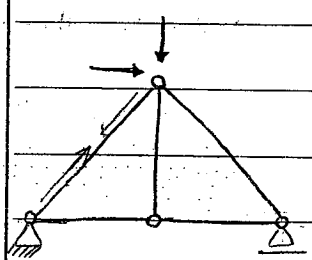
روش‌های تحلیل سازه‌های نامعین:
- نیروها
- حداقل کار
- شیب افت

تعریف سازه: به مجموعه‌ای از عضوها که وظیفه‌ی تحمل بارها و برعهده‌ی آن‌ها و انتقال می‌شود، سازه می‌گوییم.

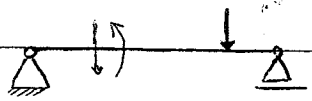
طبقه‌بندی سازه‌ها برحسب کارکرد آن‌ها:

سازه‌های هستوی را می‌توان به سه طبقه تقسیم کرد:

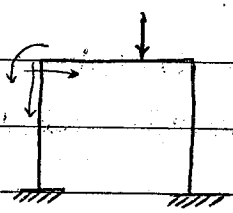
۱) سازه‌ها یا قطعاتی که به نیروی محوری کار می‌کنند. مثل خرپاها.



۲) سازه‌ها یا قطعاتی که به خمش (و یا برش) کار می‌کنند. مثل تیرها.



۳) سازه‌ها یا قطعاتی که هم به خمش (و یا برش) و هم به نیروی محوری کار می‌کنند. مثل قاب‌ها.



تعریف سازه معین:

سازه‌ای معین است که بتوان با نوشتن معادلات تعادل موجود آن را تحلیل کرد. درصورتی که تعداد معادلات تعادل برای تحلیل سازه کافی نباشد، سازه نامعین است.

Yasha

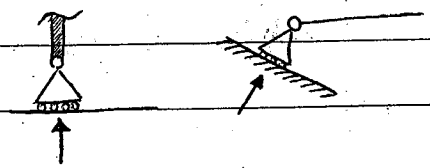
www.vepub.com
Publish Your Mind

Subject:

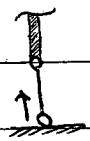
انواع تکیه گاه‌ها:

- تکیه گاه‌های غلتکی:

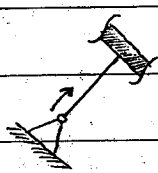
غلتک تکیه گاهی است که در امتداد عمود بر خودش نیرویی به سازه اعمال می‌کند و همین نیرو باعث محدود کردن جابجایی در یک امتداد می‌شود.



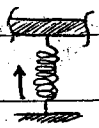
- دوسر مفصل:



- کابل:

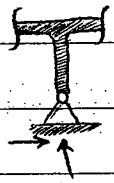


- فنر:



تعداد مجهولات: 1

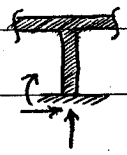
- تکیه گاه مفصلی:



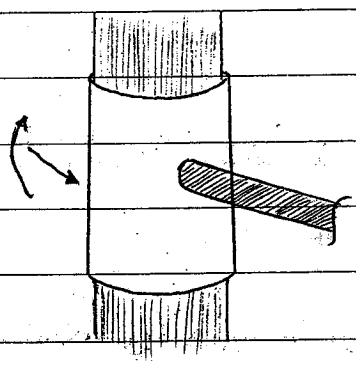
تعداد مجهولات: 2

تکیه گاهی که اجازه‌ی انتقال را در هیچ امتدادی نمی‌دهد، اما می‌تواند جزوی دوران را بگیرد.

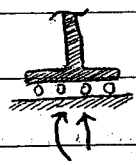
- تکیه گاه گیردار:



تعداد مجهولات: 3



- لغزش:



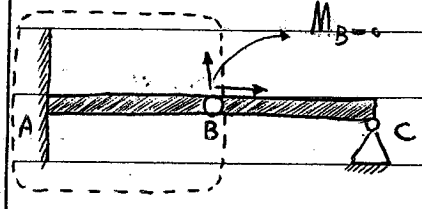
تعداد مجهولات: 2

نکته: اگر عضوی دوسرش مفصل باشد و هیچ نیروی جانبی (عمود به عضو) هم به آن وارد نشود به آن عضو دوسر مفصل می‌گوییم که در آن نیروی برشی وجود ندارد.

www.vepub.com
Publish Your Mind

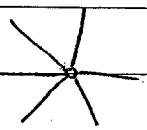
Year. Month. Date. Subject:

معادلات شرطی: به علت عدم ساختار یکپارچه (صلب) در بعضی سازه‌ها، می‌توان علاوه بر نوشتن معادلات تعادل، معادلات اضافی برای آن‌ها نوشت. به چنین معادلاتی، معادلات شرطی می‌گوییم.



$\Sigma M_{B=0}$ ⟸ معادله شرطی

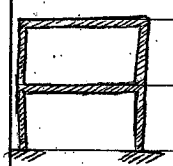
نکته: اگر تعداد n عضو به یک مفصل متصل شده باشد، آن‌گاه تعداد معادلات شرطی $n-1$ خواهد بود.



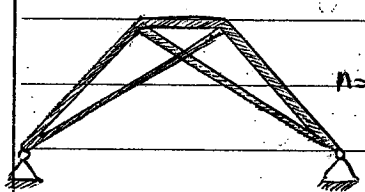
سازه‌های بسته، سازه‌های باز:

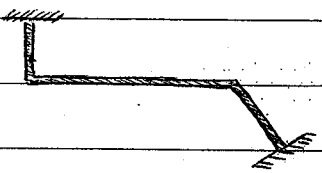
سازه‌ای بسته است که در آن حداقل یک مدار بسته وجود داشته باشد.

n: تعداد حلقه‌ها



سازه‌ای را باز می‌نامیم که هیچ مدار بسته‌ای نداشته باشد.





تعیین درجات نامعینی سازه:

معلومات − مجهولات = درجه نامعینی

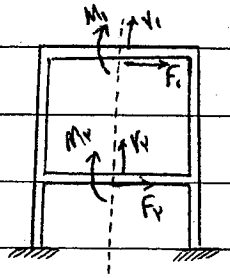
c: تعداد معادلات شرطی — سازه معین ⟹ معلومات = مجهولات

R: تعداد واکنش‌های عکس‌العمل — سازه نامعین ⟹ معلومات < مجهولات

— سازه ناپایدار ⟹ معلومات > مجهولات

n: تعداد مدارهای بسته

مجهولات $= R+3n$ — معلومات $= 3+c$



توضیح در مورد مجهولات:

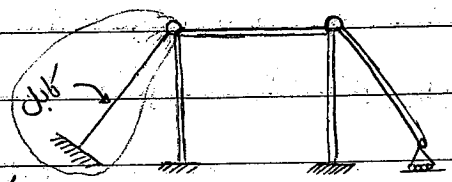
در سازه‌های بسته علاوه بر واکنش‌های تکیه‌گاهی به تعداد $3n$ مجهول اضافه داریم.

مجهول شش: F_1, V_1, M_1 و F_2, V_2, M_2

www.vepub.com
Publish Your Mind

Year. Month. Date. Subject:

مثال:



یک تکیه گاه غلتکی

$R=1$

$C=2$

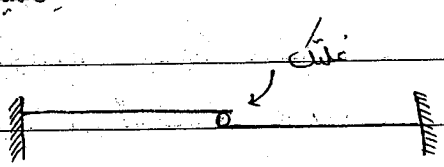
$n=0$

مجهولات: $3n+R=1$

معلومات: $3+C=5$

$D=3$

مثال:

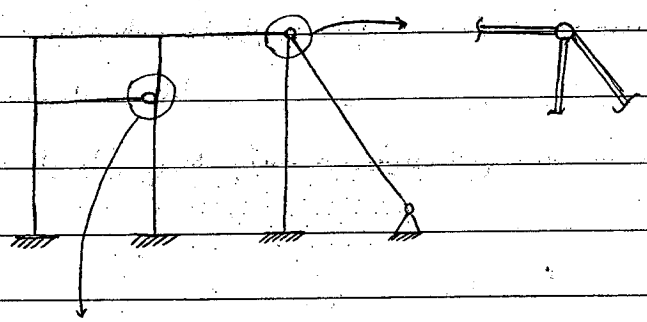


$n=0$ $R=6$

$C=2$

مجهولات $=3n+R=6$ معلومات $=3+C=5$ $D=1$

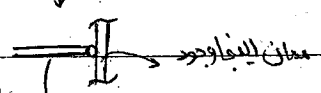
مثال:



$R=11$

$n=1$

$C=3$



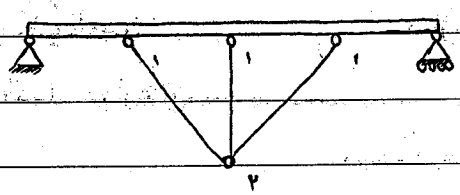
مفصل اینجا وجود دارد

مفصل اینجا صفر است

مجهولات: $R+3n=14$

معلومات: $3+C=6$ $D=8$

مثال:



$R=3$

$C=5$

$n=2$

مجهولات: $R+3n=9$

معلومات: $C+3=8$ $D=1$

www.vepub.com
Publish Your Mind

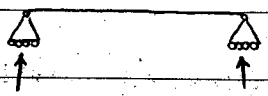
Year. Month. Date. Subject:

- پایداری:

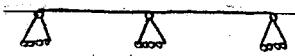
اگر مجهولات کمتر از معلومات باشد، می گوییم سازه ناپایدار است.

اگر سازه‌ای تحت اثر هر نوع بارگذاری ممکن تغییر شکل زیادی بدهد، به آن سازه ناپایدار می گوییم.

ناپایدار ایستایی (استاتیکی) ← معلومات ۲ < مجهولات ۳



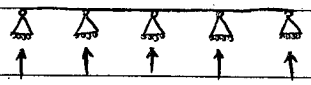
ناپایدار هندسی ← معلومات ۳ < مجهولات ۳



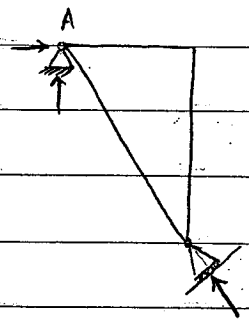
اگر از دیدمان سیاتی یک سازه، به یک رابطه‌ی غیر ممکن رسیدیم، به آن سازه ناپایدار می گوییم. (تحت شرایط مختلف بارگذاری)

حالت‌های خاص:

۱- کلیه عکس العمل‌های تکیه گاه‌ها بر روی سازه، موازی باشند:



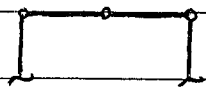
۲- تمامی عکس العمل‌ها در یک نقطه، متقارب (همگرا) باشند:



سازه می تواند حول نقطه‌ی تقارب بچرخد.

اگر نیروها مولی اما یک ممان بر اثر تکیه گاه دهم وجود داشته باشد مثل تکیه گاه لغزشی، این سازه دیگر ناپایدار نیست.

۳- وجود ۳ مفصل در یک راستا:



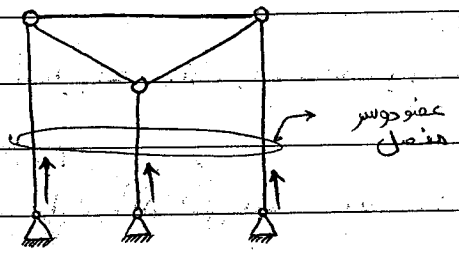
(مفصل میانی نباید به هیچ عضو یا تکیه گاهی متصل باشد)

Yasha

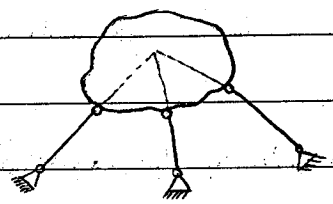
www.vepub.com
Publish Your Mind

Year. Month. Date. Subject:

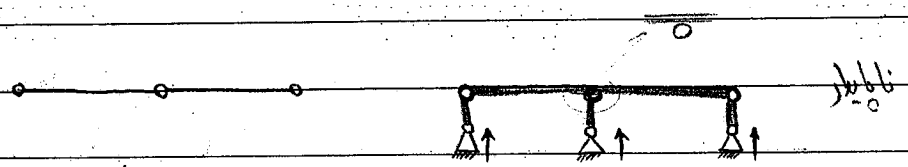
۴. اگر اثر بخشی از سازه بر روی بخش دیگری از سازه هم‌نیروی موازی بود، سازه ناپایدار است.



اگر اثر بخشی از سازه بر روی بخش دیگری از سازه، هم‌نیروی متقارب باشد، سازه ناپایدار است.



مثال:

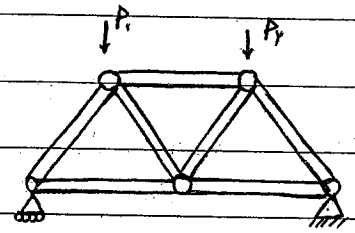


www.vepub.com
Publish Your Mind

Year. Month. Date. Subject:

تحلیل خرپاها:

تعریف خرپا: خرپا سازه‌ای است که کلیه انتقالات آن منفصلی بوده و نیروهای خارجی به‌صورت گره‌ها اثر می‌کنند.



تعیین درجات نامعینی خرپاها:

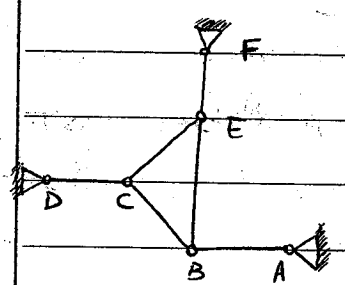
j: تعداد گره‌ها m: تعداد اعضای خرپا r: تعداد واکنش‌های تکیه‌گاه‌ها

برای هر گره دو معادله می‌توانیم بنویسیم: $\Sigma F_x=0$, $\Sigma F_y=0$ ← تعداد روابط: $2j$

$m+r<2j$ ناپایدار $m+r>2j$ نامعین $m+r=2j$ معین

معلومات = تعداد مجهولات ← درجه نامعینی

مثال:

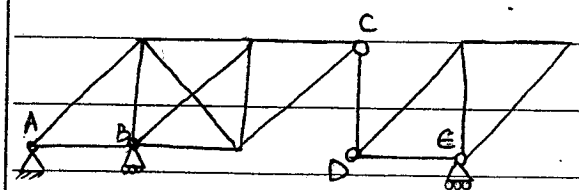


$m=9$ $r=3$ $j=6$

مجهولات $= m+r=12$

معلومات $= 2j=12$

معین $D=12-12=0$



اگر سازه را در مقطع برش از عضو CD، می‌بینیم که تأثیر بخش سمت راست بر روی قسمت سمت چپ دو نیروی موازی است. پس ناپایدار است.

$m=19$ $r=4$ $j=10$ $m+r=2j=20$

Yasha

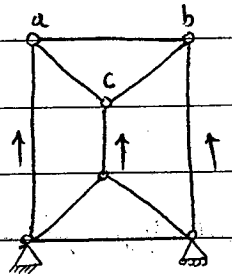
دو نیروی موازی: عکس‌العمل تکیه‌گاهی در غلتک E و نیروی محوری در عضو CD

www.vepub.com
Publish Your Mind

Year. Month. Date. Subject:

قسمت‌هایی از سازه که سمت تر باشند، نیروی داخلی درون بیشتر است.
به عبارتی هرچه تجمع اعضا در قسمتی از سازه بیشتر باشد، نیروی داخلی درون بیشتر است.

مثال:

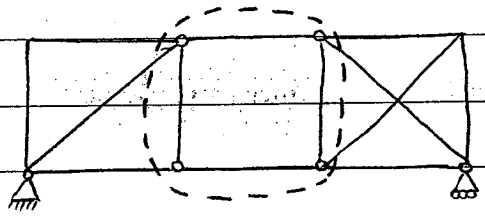


سازه ناپایدار است.

$m=9 \quad r=3 \quad j=6 \quad m+r=2j \Rightarrow 12 \quad D=0$

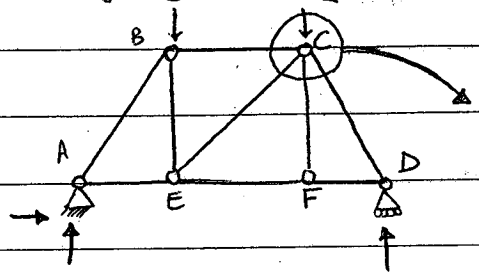
مثلث abc بعلت آنکه مستقل به سه میله قائم است در برابر حرکت افقی مقاومتی ندارد، درنتیجه سازه ناپایدار است.

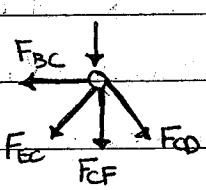
اگر عضو داشته باشیم که المان مزبدی نداشته و به عضو آن‌ها نیز گره متصل نباشد، سازه ناپایدار است.



حل خرپاهای معین به روش گره‌ها:

در این روش دیاگرام آزاد هر گره خرپا را نشان داده و دو معادله‌ی تعادل $\Sigma F_x=0$ و $\Sigma F_y=0$ را برای هر کدام از گره‌ها می‌نویسیم. با حل این معادلات نیروی میله‌های خرپا به دست می‌آید.





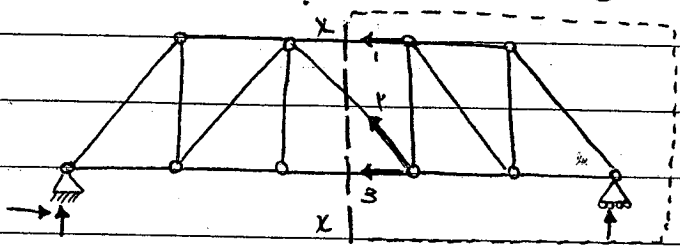
Yasha

www.vepub.com
Publish Your Mind

Year. Month. Date Subject:

حل خرپاهای معین به روش مقاطع:

در این روش با زدن یک مقطع مناسب و بررسی تعادل یک بخش از خرپا مجهولات را به دست می آوریم.



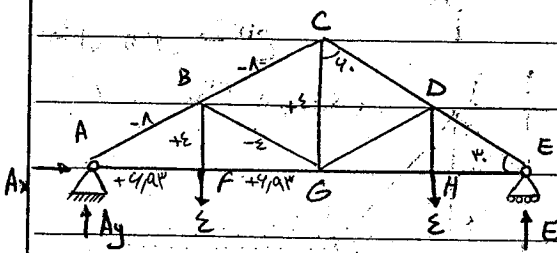
دیاگرام آزاد است

$\Sigma F_x = 0$

$\Sigma F_y = 0$ ⟹ نیروی میله‌های ۱ و ۲ و ۳ تعیین می‌شود.

$\Sigma M = 0$

مثال: روش گره‌ها:



$m = 13$ $r = 3$ $j = 8$

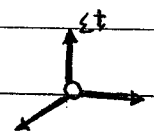
خرپا معین است $r + m = 2j = 16$

$\Sigma F_x = 0$ ← $A_x = 0$

$\Sigma M_A = 0$ ⟹ $E = 4t$, $A_y = 4t$ است

تعادل خرپا

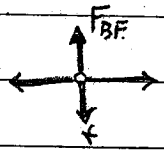
گره A:



$\Sigma F_y = 0$ ⟹ $F_{AB} = A$ عضو فشاری

$\Sigma F_x = 0$ ⟹ $F_{AF} = 4/93$ عضو کششی

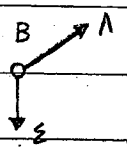
گره F:



$F_{FG} = 4/93$ عضو کششی

$F_{BF} = 4$ عضو کششی

گره B:



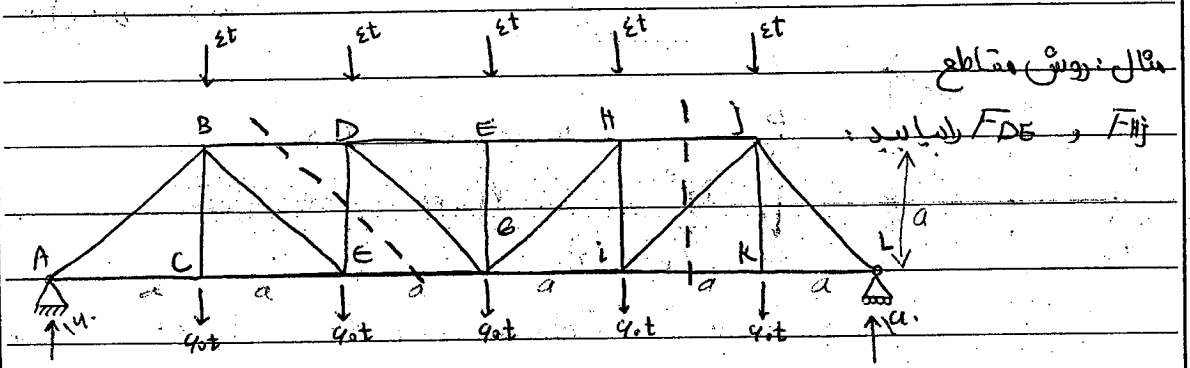
Yasha

Year. Month. Date.

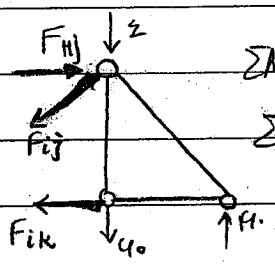
Subject:

www.vepub.com
Publish Your Mind

مثال: روش مقاطع



F_{DE} ، F_{Hj} را بیابید:

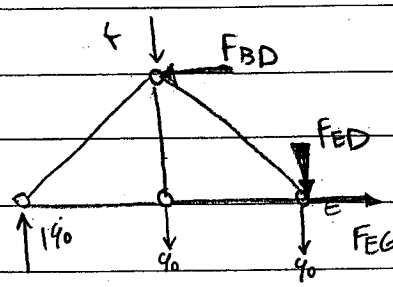


$\sum M_j = 0 \quad F_{ik} = 40$

$\sum F_y = 0 \quad \frac{2}{3}40 + F_{ij} \times \frac{\sqrt{5}}{3} = 40 \longrightarrow F_{ij} = 90\sqrt{5}$

$\sum F_x = 0 \quad F_{ik} + F_{ij} \times \frac{\sqrt{5}}{3} = F_{Hj} \quad 40 + 90 = F_{Hj}$

$F_{Hj} = 130$



$\sum F_y = 0 \longrightarrow F_{ED} + 40 + 40 = 120$

$F_{ED} = 40$

$\sum M_E = 0 \longrightarrow F_{BD} = 80$

$\sum F_x = 0 \longrightarrow F_{EG} = 80$

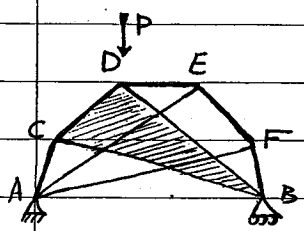
Yasha

www.vepub.com
Publish Your Mind

خرپاهای خاص:

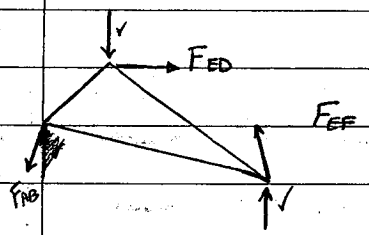
خرپاهایی هستند که با روش گره‌ها و یا مقاطع قابل حل نیستند.

مثال ۱: (روش جداسازی)



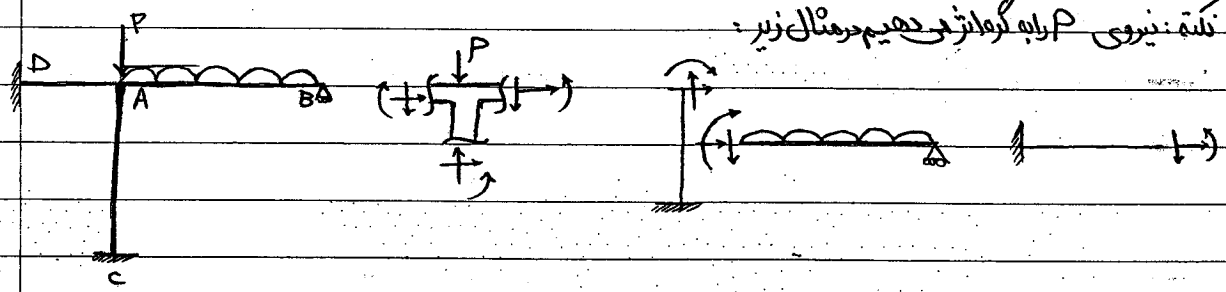
$m=9 \quad r=3 \quad j=6$

$m+r=2j \Rightarrow 12=12$ معین



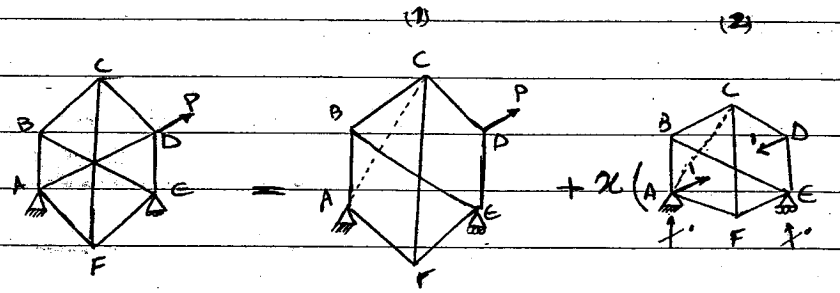
با سه معادله‌ی تعادل نیروهای F_{ED} ، F_{EF} ، F_{AB} به دست می‌آیند.

نکته: نیروی P را به گره‌ها انتقال می‌دهیم در مثال زیر:



مثال ۲:

(روش جایگزینی)



$m=9 \quad r=3 \quad j=6$

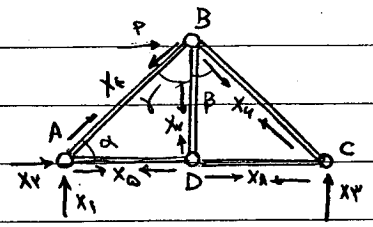
$m+r=2j \Rightarrow 12=12$ معین

$$F_{AC} = F_{AC(1)} + \chi F_{AC(2)} = 0 \qquad \chi = -\frac{F_{AC(1)}}{F_{AC(2)}}$$

حل خرپاهای معین به روش ماتریسی:

در این روش مشابه روش گره‌ها تعادل کلیه گره‌ها بررسی و تمام معادلات به صورت همزمان حل می‌شوند.

www.vepub.com
Publish Your Mind



تعداد مجهولات: $r+m=3+5=8$

تعداد معلومات: $2j=8$

A: $\begin{cases}\Sigma F_x=0 & X_7+X_5+X_4\cos\alpha=0\\ \Sigma F_y=0 & X_1+X_4\sin\alpha=0\end{cases}$ B: $\begin{cases}\Sigma F_x=0 & -X_4\sin\beta+X_6\sin\gamma+P=0\\ & -X_4\cos\beta-X_6\cos\gamma-X_7=0\end{cases}$

به همین شکل برای تمام گره‌ها اطعه می‌دهیم

$\{x\}=-[A]^{-1}\{P\}$ $\quad A\{x\}+\{P\}=\{0\}$

$[A]$: ماتریس ضرایب مجهولات

$\{x\}$: بردار مجهولات

$\{P\}$: بردار نیروهای خارجی

- تغییر شکل‌ها:

۱) روش‌های تعیین تغییر شکل‌ها:

- روش لنگر سطح
- روش بار الاستیک
- روش تیر مزدوج

} روش هندسی

- روش کاستی گلیانو
- روش کار مجازی

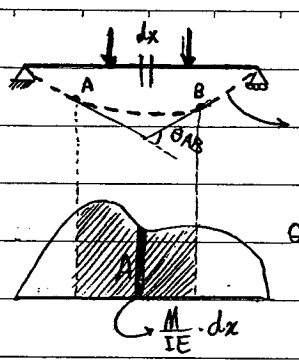
} روش‌های انرژی

روش لنگر سطح:

قضیه اول: زاویه بین دو مماس بر منحنی تغییر شکل یافته قطعه‌ای از یک سازه در دو نقطه از آن، برابر است با مساحت زیر منحنی $\frac{M}{EI}$ بین دو نقطه

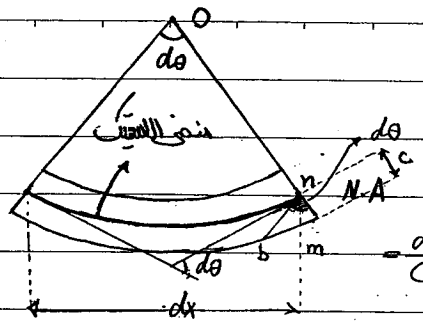
قضیه دوم: فاصله یک نقطه مانند B بر روی منحنی تغییر شکل یافته قطعه‌ای از یک سازه تا مماس بر منحنی در نقطه‌ای دیگر مانند A برابر است با لنگر سطح $\frac{M}{EI}$ محصور بین نقاط A و B نسبت به نقطه‌ی B.

www.vepub.com
Publish Your Mind



منحنى المماس

$\theta_{AB} = A$



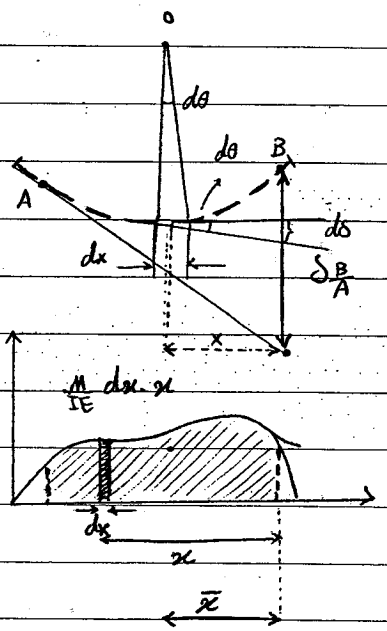
$\tan d\theta \sim d\theta$

$= \frac{bm}{c} = \frac{dx \cdot \varepsilon}{c}$

$= \frac{dx \cdot \sigma}{C \cdot E}$

$= \frac{dx \cdot \frac{MC}{I}}{CE}$

$$d\theta = \frac{M}{IE}\,dx \qquad \theta_{AB} = \int_{AB} \frac{M}{IE}\,dx = A$$



انبساط تقنيه دوم:

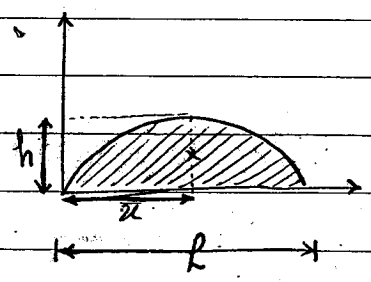
$$\delta_{B/A} = A \cdot \bar{X}$$

$$d\delta = x \cdot d\theta$$

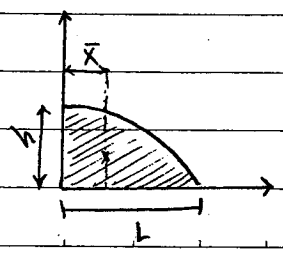
$$d\theta = \frac{M}{IE} \cdot dx \;\Big|\; d\delta = \frac{M}{IE} \cdot x \cdot dx$$

$$\longrightarrow \delta_{\frac{B}{A}} = \int_{AB} \frac{M}{IE} \cdot x\,dx = A \cdot \bar{X}$$

نكتة: مركز سطح سهمي وبيضوي:

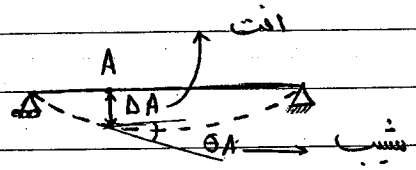


$$\bar{X} = \frac{1}{\mu} L \qquad A = \frac{\gamma}{\mu} L \cdot h$$



$$\bar{X} = \frac{\psi}{\Lambda} L \qquad A = \frac{\gamma}{\psi} h \cdot L$$

www.vepub.com
Publish Your Mind

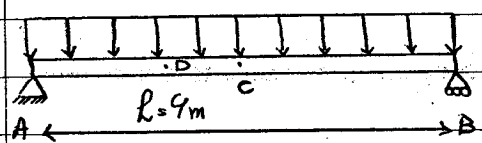


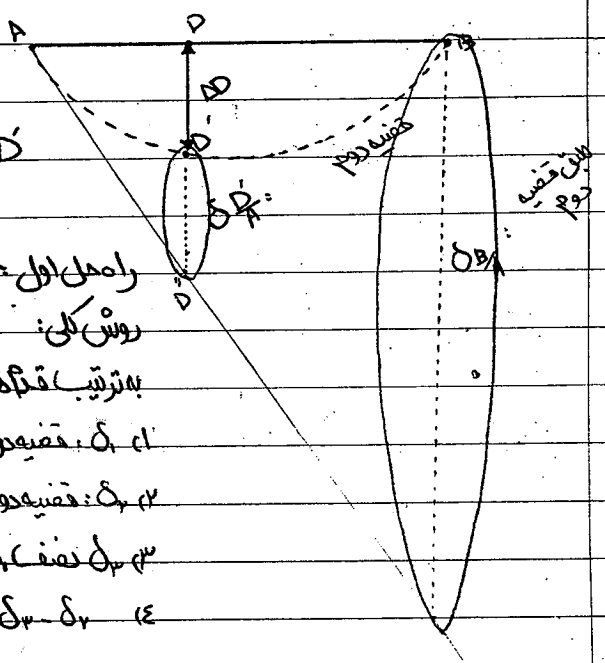
مثال: تعیین شکل تیرها (روش تیر مزدوج)

افت در نقطه‌ی D؟

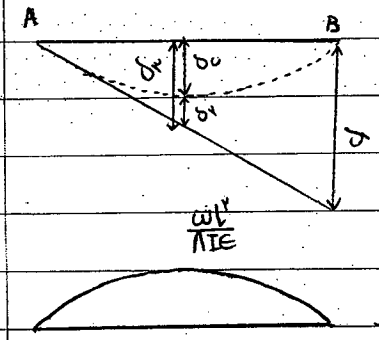
افت وسط تیر؟

$E = 2\times10^{6}\ \frac{kg}{cm^2}$ ، $I = 800\ cm^4$ ، $\omega = 1.5\ \frac{t}{m}$





$\Delta D = D''D' - D''D'$



راه حل اول:

روش کلی:

به ترتیب قدم‌های زیر را اجرا می‌کنیم:

۱) δ_1: تغییر دوم تیر وسط

۲) δ_2: تغییر دوم انتهای تیر

۳) δ_3 نصف δ_2

۴) $\delta_C = \delta_3 - \delta_1$

$$\delta_1 = \frac{2}{3}\times1\times\frac{\omega l^2}{8EI}\times\frac{l}{2} = \frac{\omega l^4}{24EI}$$

$$\delta_2 = \frac{2}{3}\times\frac{l}{2}\times\frac{\omega l^2}{8EI}\times\frac{3}{4}\times\frac{l}{2} = \frac{\omega l^4}{128\,EI}$$

$$\delta_3 = \frac{1}{2}\delta_2 = \frac{\omega l^4}{48EI} \qquad \delta_C = \delta_3 - \delta_1 = \frac{5\omega l^4}{384\,EI} = \frac{5\times(1.5\times(1000/100))\times(6\times10^2)^4}{384\times(2\times10^6)(1000)} = 1.58\ cm$$

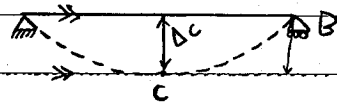
نکته:

$q(x) = -\omega \qquad V(x) = -\omega x + \frac{\omega l}{2}$

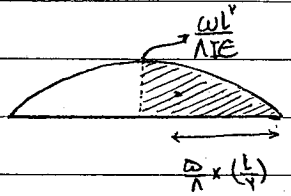
$M(x) = -\frac{\omega}{2}x^2 + \frac{\omega l}{2}x$

www.vepub.com
Publish Your Mind

روش دوم:



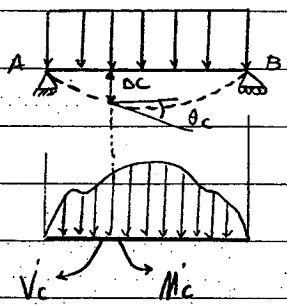
$$\delta_{B/C} = \Delta_C = \frac{2}{3} \times \frac{\omega l^2}{8EI} \times \frac{l}{2} \times \frac{\omega}{8} \times \left(\frac{l}{2}\right) = \frac{\omega l^4}{384EI}$$



- روش بار الاستیک:

* قضیه اول: شیب یک نقطه از منحنی الاستیک از یک تیر ساده برابر است با برش در همان نقطه از یک تیر فرضی با بار $\frac{M}{EI}$

* قضیه دوم: افت یک نقطه از منحنی الاستیک از یک تیر ساده برابر است با لنگر خمشی در همان نقطه از یک تیر فرضی با بار $\frac{M}{EI}$

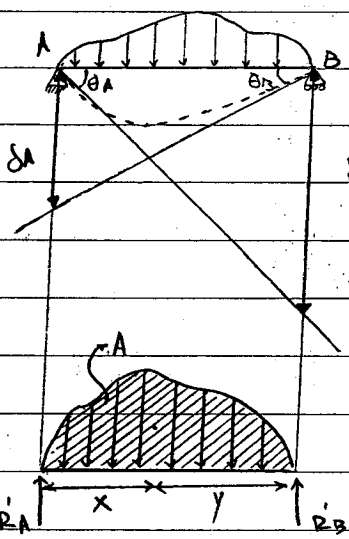


$$\theta_C = V'_C \qquad \Delta C = M'_C$$

نکته: اگر ممان مثبت باشد، بار را از بالا به پایین نمایش می‌دهیم.

- ابتدا ثابت می‌کنیم که: $\theta_A = R'_A$ ، $\theta_B = R'_B$

یعنی شیب در تکیه‌گاه A برابر است با عکس‌العمل تکیه‌گاهی R'_A در تیر فرضی و شیب در تکیه‌گاه B برابر است با عکس‌العمل تکیه‌گاهی R'_B در تیر فرضی



$$\theta_A = \frac{\delta_B}{L} = \frac{A.Y}{L} \qquad \theta_B = \frac{\delta_A}{L} = \frac{A.X}{L}$$

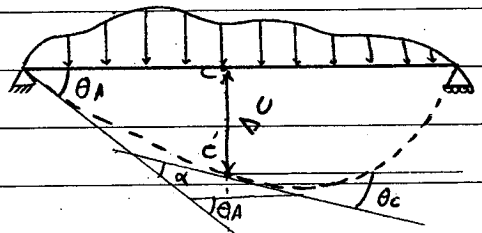
$$\Sigma M_B \circlearrowleft^+ = 0 \quad A.y - R'_A.l = 0 \longrightarrow R'_A = \frac{A.y}{l}$$ دیتیر فرضی

$$\Sigma M_A \circlearrowleft^+ = 0 \quad R'_B \times l - A.x = 0 \longrightarrow R'_B = \frac{A.x}{l}$$

$$\longrightarrow \theta_A = R'_A \quad , \quad \theta_B = R'_B$$

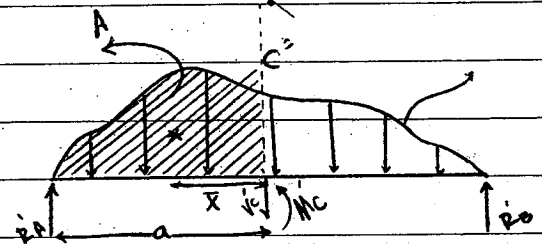
www.vepub.com
Publish Your Mind

اثبات قضیه اول:



$\theta_A = \theta_C + \alpha \rightarrow \theta_C = \theta_A - \alpha = R'_A - \alpha = R'_A \cdot A$

اثبات قضیه دوم:



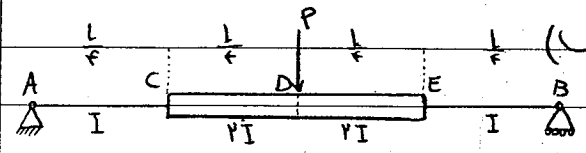
سطح $\frac{M_{01}}{EI}$

طبق قضیه اول سطح

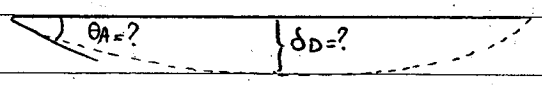
$AC = CC'' - C'C'' = \alpha R'_A \cdot AX - M_C'$

www.vepub.com
Publish Your Mind

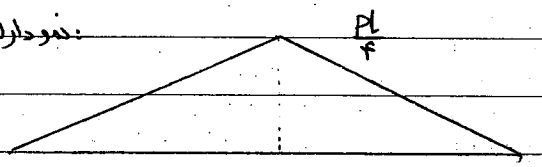
مثال ۳-۲: تغییر شکل تیر هلی ساده (روش بار الاستیک)



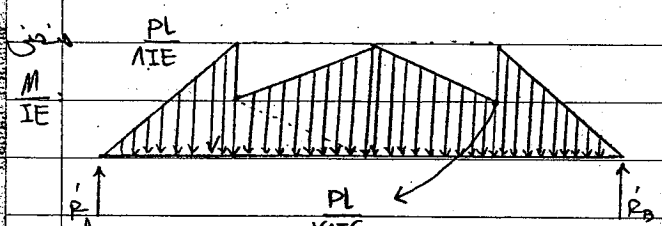
E= ثابت $\theta_A=?$ $\delta_D=?$



$$\theta_A = R'_A = \frac{1}{IE}\left(\frac{1}{2}\times\frac{Pl}{8}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{Pl}{16}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\times\frac{Pl}{8}\right)$$



$$= \frac{5Pl^2}{128\,IE}$$



$$\delta_D = M'_D = \frac{5Pl^2}{128IE}\times\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\times\frac{Pl}{8IE}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{3} -$$

$$\frac{1}{2}\times\frac{Pl}{16IE}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{6} - \frac{1}{2}\times\frac{Pl}{8IE}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{12} =$$

$$\frac{3Pl^3}{256\,IE}$$

نکته:
اگر تیر مورد نظر ممان مثبت بود، جهت نیرو در تیر فرضی از بالا به پایین ↓ است. اگر در تیر فرضی ممان + بود، نیرو به سمت پایین ↓ است. اگر برش تیر فرضی مثبت بود، شیب مثبت است.

نکته: محدودیت روش بار الاستیک آن است که چون ما در اثبات فرمهای بار الاستیک از ساده بودن تیر استفاده کرده‌ایم، روش بار الاستیک فقط برای تیرهای ساده کاربرد دارد.

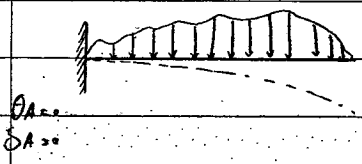
روش تیر مزدوج:

حالت اول:

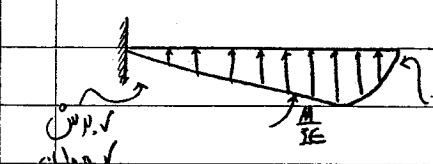
$\theta_A \stackrel{?}{=} V'_A$

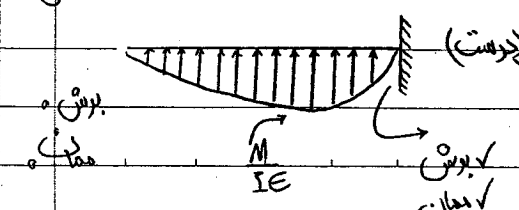
$\theta_B \stackrel{?}{=} V'_B$

$\delta_B \stackrel{?}{=} M'_B$



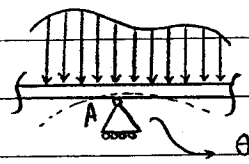
برای آنکه در تیر فرضی برش و ممان داشته باشیم (در نقطه‌ی B) باید یک تکیه‌گاه فرضی در آن نقطه و به صورت گیردار قرار دهیم.





www.vepub.com
Publish Your Mind

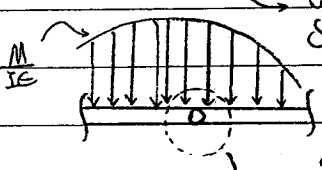
حالت دوم: تکیه‌گاه ساده میانی



$\theta_A \stackrel{?}{=} V'_A$

$\delta_A \stackrel{?}{=} M'_A$

برای آنکه روابط فوق برقرار شوند، لازم است در تیر فرضی ممان صفر باشد. اما برش وجود داشته باشد. یعنی در این نقطه مفصل قرار دهیم.

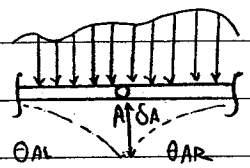


تیر فرضی

برش ✓

ممان = ۰

حالت سوم: مفصل میانی



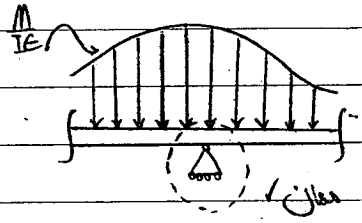
$\theta_{AL} \stackrel{?}{=} V'_{AL}$

$\theta_{AR} \stackrel{?}{=} V'_{AR}$

$\delta_A \stackrel{?}{=} M'_A$

برای آنکه روابط فوق برقرار شوند، باید در تیر فرضی در نقطه‌ی A، برش در سمت چپ A با برش در سمت راست A فرق داشته باشد و ممان در این نقطه وجود داشته باشد.

بنابراین نیاز به تکیه‌گاه ساده داریم.

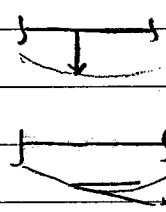


تیر فرضی

برش (سمت راست A) ≠ برش (سمت چپ A)

اگر ممان باشد، یعنی) ← انحنا

اگر برش باشد، یعنی // ← شیب



www.vepub.com
Publish Your Mind

«تیر مجازی» «تیر حقیقی»

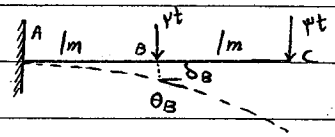
آزاد ← گیردار

گیردار ← آزاد

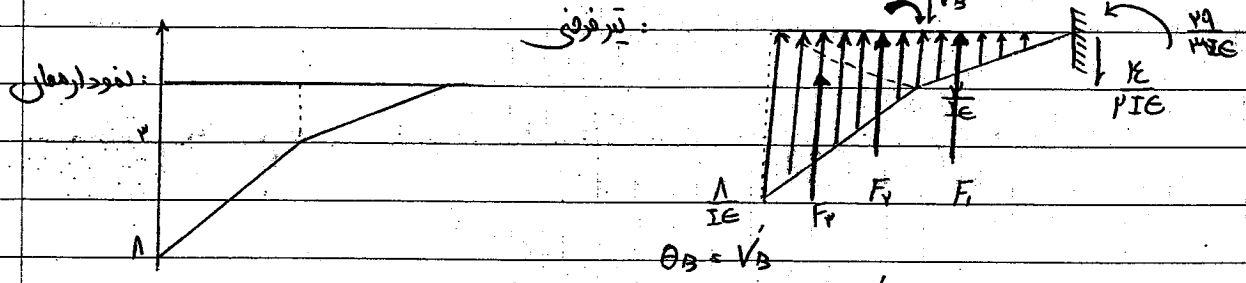
تکیه‌گاه ساده انتهایی ← تکیه‌گاه ساده انتهایی

تکیه‌گاه میانی ← مفصل

مفصل ← تکیه‌گاه میانی



EI = ثابت δ_B=? θ_B=? EXP



$\theta_B = V_B$

$F_1 = \frac{3}{2IE}$ $F_2 = \frac{3}{2IE}$ $F_3 = \frac{8}{2IE}$ $V_B = \frac{53}{IE} = \theta_B$

$M'_B = \frac{+19}{4IE}$

www.vepub.com
Publish Your Mind

- روش کاستی گلیانو: Casti Gliano

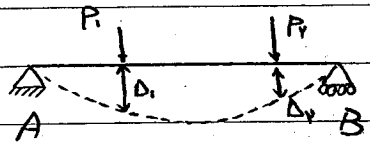
قضیه‌ی کاستی گلیانو:

مشتق انرژی داخلی یک سازه نسبت به نیروی P برابر است با تغییر مکان متناظر اثر نیروی P در امتداد آن.

اثبات:

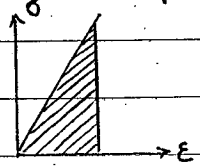
سازه را تحت اثر دو نوع بارگذاری قرار می‌دهیم:

- بارگذاری اول:



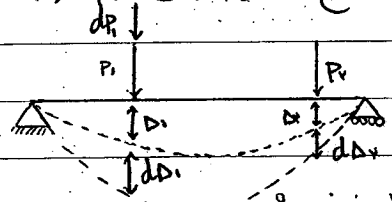
مرحله‌ی اول: نیروهای خارجی $P_1, P_2, \dots, P_n$ را به تدریج به سازه وارد می‌کنیم.

$$W(\text{کار نیروهای خارجی}) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} P_i \cdot \Delta_i$$



نکته: ضریب $\frac{1}{2}$ به این خاطر است که بارگذاری به تدریج صورت گرفته.

مرحله‌ی دوم: بار dP_i را پس از پایان بارگذاری مرحله‌ی اول، به تدریج به سازه اثر می‌دهیم. (با حضور بارها در مرحله‌ی اول)

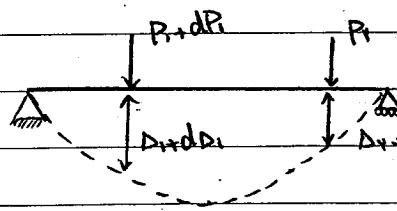


کار انجام شده توسط نیروهای خارجی در مرحله‌ی دوم $: dW = \frac{1}{2} dP_1 \times d\Delta_1 + \sum_{i=1}^{n} P_i\, d\Delta_i$

نکته: از آنجا که بارهای P_i از قبل حضور داشتند و به تدریج وارد شدند، ضریب $\frac{1}{2}$ حذف می‌شود.

کل کار انجام شده در بارگذاری اول $: \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} P_i \Delta_i + \frac{1}{2} dP_1 \times d\Delta_1 + \sum_{i=1}^{n} P_i \times d\Delta_i \quad (I)$

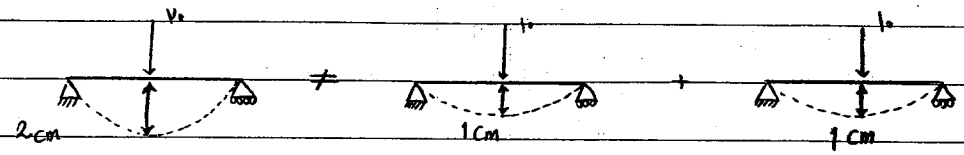
- بارگذاری دوم: بارهای P_1+dP_1، P_2، ... را به تدریج به سازه اثر می‌دهیم.



کار نیروهای خارجی در این مرحله $: \frac{1}{2}(P_1+dP_1)(\Delta_1+d\Delta_1) + \frac{1}{2}(P_2)(\Delta_2+d\Delta_2) + \dots \quad (II)$

www.vepub.com
Publish Your Mind

نکته: جمع ۲ تا برای انرژی برقرار نیست!!



$W = \frac{1}{2} \times 20 \times 2 = 20 \neq W_1 = \frac{1}{2} \times 10 \times 1 = 5 + W_2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 1 = 5$

سمت راست عبارت‌های I و II را مساوی هم قرار می‌دهیم:

$$\frac{1}{2}\sum P_i \Delta i + \frac{1}{2} dP_1 . d\Delta_1 + \sum P_i \times d\Delta i = \frac{1}{2}(P_1 + dP_1)(\Delta_1 + d\Delta_1) + \frac{1}{2} P_2 (\Delta_2 + d\Delta_2) + \dots$$

با صرف‌نظر کردن از جمله‌ی $dP_1 . d\Delta_1$ در رابطه‌ی بالا داریم:

$$\frac{1}{2} P_1 \Delta d_1 + \frac{1}{2} P_2 \Delta d_2 = \frac{1}{2} dP_1 . \Delta_1 \qquad dw_i = dP_i . \Delta_i \Rightarrow \Delta_i = \frac{dw}{dP_i}$$

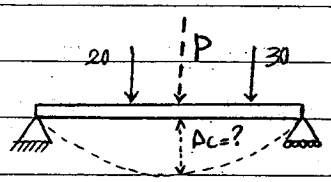
$\frac{1}{2} dw$

$$\Delta = \frac{dW}{dP}$$: تغییرمکان نقطه‌ی اثر نیروی P

قضیه: مشتق انرژی داخلی نسبت به Δ برابر است با نیرویی که در امتداد Δ به سازه اثر کرده:

$$P = \frac{dW}{d\Delta}$$

- روش کاستی گلیانو برای قطعات خمشی:



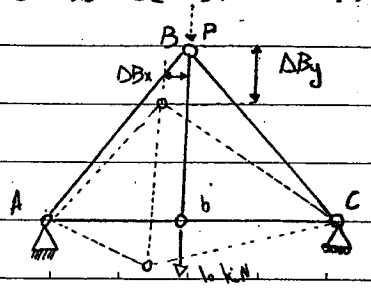
$$W = \frac{1}{2}\int_l \frac{M^2}{IE} dx$$

$$\Delta = \frac{\partial W}{\partial P} = \frac{\partial W}{\partial M} \times \frac{\partial M}{\partial P}$$

$$\Delta = \int_l \frac{M\left(\frac{\partial M}{\partial P}\right)}{IE} dx$$

نکته: اگر در تیر بالا، نمی‌خواهیم ΔC را محاسبه کنیم، می‌دانیم که در نقطه‌ی C لولا وجود دارد، برای این کار یک بار مجازی در نقطه‌ی C قرار می‌دهیم و در ادامه مقدار آن را صفر قرار می‌دهیم.

- روش کاستی گلیانو برای قطعات با نیروی محوری:



$$W = \frac{1}{2}\sum \frac{F^2 l}{AE}$$

$$\Delta = \sum \frac{F\left(\frac{\partial F}{\partial P}\right) l}{AE}$$

$$\Delta = \frac{\partial W}{\partial P} = \frac{\partial W}{\partial F} \times \frac{\partial F}{\partial P}$$

www.vepub.com
Publish Your Mind

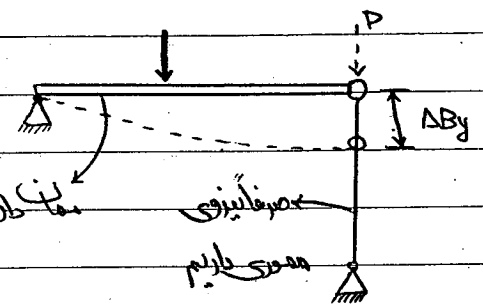
نکته: نیروهای داخلی در خرپا تابعی است از P.

نکته: برای محاسبه‌ی ΔB_x فرض می‌کنیم نیروی افقی مجازی P به نقطه‌ی B وارد می‌شود. Δ را از رابطه‌ی بالا محاسبه کرده و در پایان محاسبات مقدار P را صفر در نظر می‌گیریم.

روش کاستی گلیانو برای قطعاتی که به خمش و نیروی محوری کار می‌کنند:

(P) → (M) → (W) (P) → (F) → (W)

$$W = \frac{1}{2}\int_e \frac{M^2}{IE}\,dx + \frac{1}{2}\sum \frac{F^2 l}{AE}$$



$$\Delta = \frac{\partial W}{\partial P} = \frac{\partial W}{\partial M}\times\frac{\partial M}{\partial P} + \frac{\partial W}{\partial F}\times\frac{\partial F}{\partial P}$$

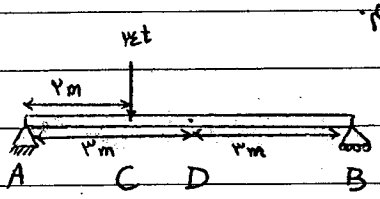
$$\Delta = \int_e \frac{M}{IE}\left(\frac{\partial M}{\partial P}\right)dx + \sum \frac{F\left(\frac{\partial F}{\partial P}\right)l}{AE}$$

* اگر سطح مقطع عضوی داده شده باشد، منظور آن است که در آن عضو نیروی محوری را هم در نظر بگیریم.

* مراحل روش کاستی گلیانو:

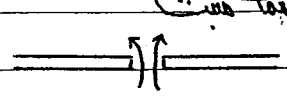
۱) نیروی P را در نقطه‌ای که می‌خواهیم تغییر مکان آن را داشته باشیم در نظر به دست آوریم، اثر دهیم.
۲) ممان و نیروی محوری را عضای مازاد به دست می‌آوریم.
۳) از رابطه‌ی فوق با قرار دادن P=۰ ، Δ را به دست می‌آوریم.

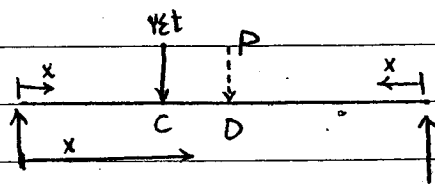
مثال: تغییر شکل تیر را با روش کاستی گلیانو محاسبه کنید.



EI: ثابت $\Delta_D = ?$

نکته: یعنی مثبت





$R_A = 4 + \frac{P}{2}$ $R_B = 4 + \frac{P}{2}$

$$\Delta = \frac{1}{IE}\int_e M\left(\frac{\partial M}{\partial P}\right)dx$$

www.vapub.com
Publish Your Mind

قطعه	مبدأ	حدود	M	$\frac{\partial M}{\partial P}$
AC	A	۰تا۲	$(۱۶+\frac{P}{۲})x$	$\frac{x}{۲}$
CD	A	۲تا۳	$(۱۶+\frac{P}{۲})x-۲۴(x-۲)$	$\frac{x}{۲}$
DB	B	۰تا۳	$(۸+\frac{P}{۲})x$	$\frac{x}{۲}$

اگر در قسمت CD، مبدأ را در نظر میگرفتم ←

$۰<x<۱$ $\quad M=(\frac{P}{۲}+۱۶)(x+۲)-۲۴x$

$$\Delta_D=\frac{1}{IE}\left[\int_0^{۲}۸x^۲dx+\int_{۲}^{۳}۴x^۲+۲۴x\,dx+\int_0^{۳}۴x^۲dx\right]$$

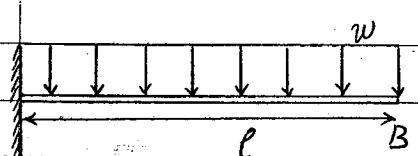
$$\Delta_D=\frac{۱۵۲}{IE}$$

نکته ۱: اگر در مسئله‌ی مذکور می‌خواستیم Δ_C را محاسبه کنیم، به جای ۲۴، P را قرار می‌دادیم و پس در انتهای محاسبات، مقدار P را ۲۴ قرار می‌دادیم.

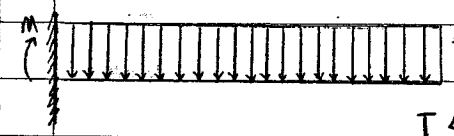
نکته ۲: اگر علامت جواب مثبت باشد بدین معناست که Δ هم‌جهت با بار P است.

نکته: مشتق انرژی داخلی یک سازه نسبت به یک نیروی متمرکز T برابر است با دوران (شیب) نقطه اثر همان نیروی متمرکز T.

مثال: تغییر شکل تیر را با روش کاستیگلیانو محاسبه کنید.



$\theta_B=?$



$$\theta_B=\int\frac{M\left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)}{IE}dx$$

$$M=-\frac{wx^۲}{۲}-T \quad ۰<x<\ell \qquad \frac{\partial M}{\partial T}=-۱ \Rightarrow \theta_B=\frac{۱}{IE}\times\int_0^{\ell}\left(-\frac{wx^۲}{۲}-T\right)(-۱)\,dx$$

با قرار دادن $T=۰$

$$\theta_B=\frac{۱}{IE}\int_0^{\ell}\frac{wx^۲}{۲}dx=\frac{w\ell^۳}{۶IE}$$

مثال ۵-۱۶ صفحه‌ی ۳۱۷ حالا خودتون مطالعه شود.

www.vepub.com
Publish Your Mind

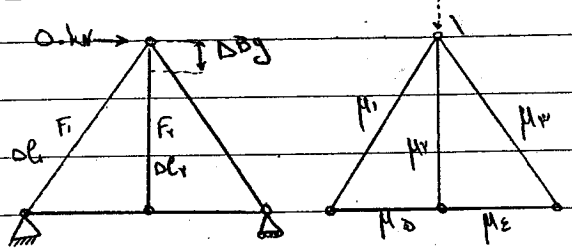
- روش کار مجازی:

تقسیم‌بندی کار مجازی:

در یک سازه‌ی الاستیک در حال تعادل، کار مجازی نیروهای خارجی برابر است با کار مجازی نیروهای داخلی اگر از نیرو و یا تغییر مکان، یکی مجازی بود، کار ایجاد شده را کار مجازی می‌نامیم.

کار انرژی = نیرو × تغییر مکان

در غیاب نیروهای خارجی یک بار واحد در سازه قرار داده و نیروهای محوری مجازی را در اعضای حرکتی در اثر بار واحد مجازی می‌یابیم.



کار مجازی داخلی = کار مجازی خارجی

$1 \times \Delta B_y = \sum \mu \Delta l$

نیروهای مجازی ← μ

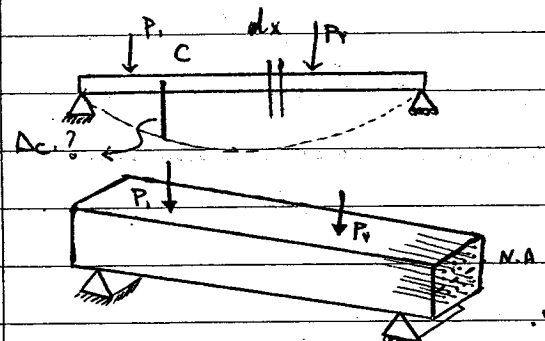
$\Delta B_y = \sum \mu . \Delta l$

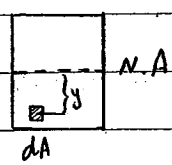
Δl : تغییر طول اعضای سازه در اثر نیروهای خارجی

μ : نیروهای محوری مجازی در اعضای حرکتی در اثر بار واحد مجازی

$$\Delta = \sum \mu \Delta l$$

- روش کار مجازی برای مقطعات خمشی:





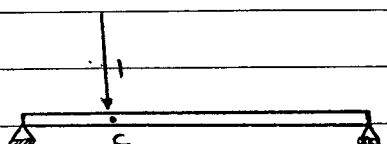
ممان تابی از x است.

محاسبه‌ی μ:

در غیاب نیروهای خارجی، بار واحد را در نقطه‌ی C به تیر اثر می‌دهیم

تنش در $dA = \frac{my}{I}$

m: ممان در طول تیر در اثر بار واحد

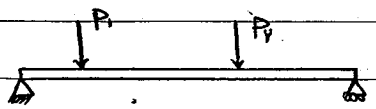


نیروی محوری در تاری از تیر که به فاصله‌ی y از تار خنثی قرار دارد و به سطح dA وارد می‌شود $= \frac{my}{I} dA$

μ

www.vepub.com
Publish Your Mind

محاسبه‌ی ΔL:



با در نظر گرفتن نیروهای خارجی

M: ممان در طول تیر در اثر نیروهای خارجی

تنش در dA = $\frac{My}{I}$

کرنش در قطعه‌ای به طول dx = $\frac{My}{IE}$

تغییر طول بستی قطعه‌ای = $\frac{My}{IE} \times dx$

به طول dx

ΔL

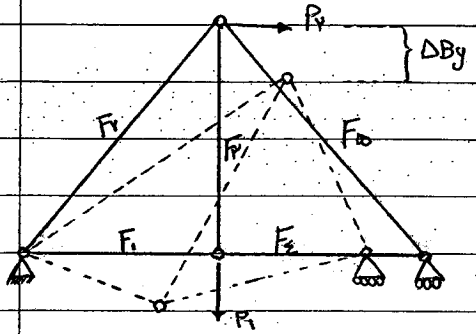
$$\Delta = \int_A \int_L \left(\frac{my}{I} dA\right)\left(\frac{My}{IE} dx\right) \longrightarrow d\Delta = \left(\frac{my}{I} dA\right)\left(\frac{My}{IE} dx\right)$$

رابطه‌ی کار مجازی برای قطعات خمشی

$$\Delta = \int_L \frac{Mm}{IE} dx$$

$$\Delta = \int_L \frac{mM}{I^2 E} dx \cdot \int_A y^2 dA \qquad I$$

روش کار مجازی برای قطعاتی که به نیروی محوری کار می‌کنند:



نیروهای محوری در اعضای خرپا در اثر بارهای خارجی: F_i

$$\Delta l = \frac{FL}{AE}$$

نیروهای محوری در اعضای خرپا در اثر بار واحد: μ_i

رابطه‌ی کار مجازی برای قطعاتی که به نیروی محوری کار می‌کنند

$$\Delta = \frac{\sum F\mu L}{AE}$$

نکته:

$$\mu = \frac{\partial F}{\partial P}$$

روش کاستی گیانو: $\Delta = \sum \frac{F\left(\frac{\partial F}{\partial P}\right)L}{AE}$

روش کار مجازی: $\Delta = \sum \frac{F\mu L}{AE}$

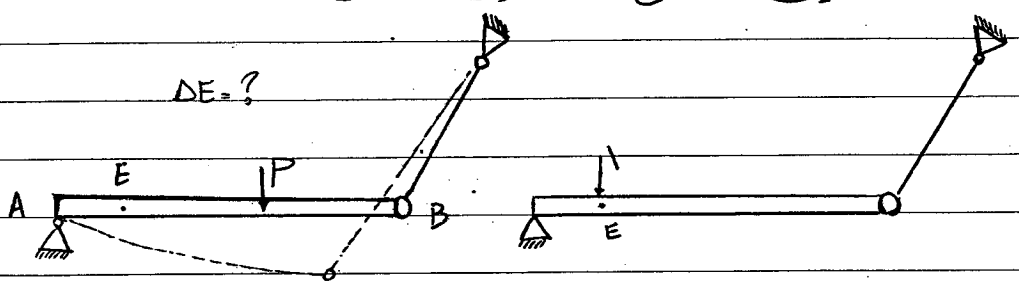
$$m = \frac{\partial M}{\partial P}$$

روش کاستی گیانو: $\Delta = \int_L \frac{M\left(\frac{\partial M}{\partial P}\right)}{IE} dx$

روش کار مجازی: $\Delta = \int_L \frac{Mm}{IE} dx$

www.vepub.com
Publish Your Mind

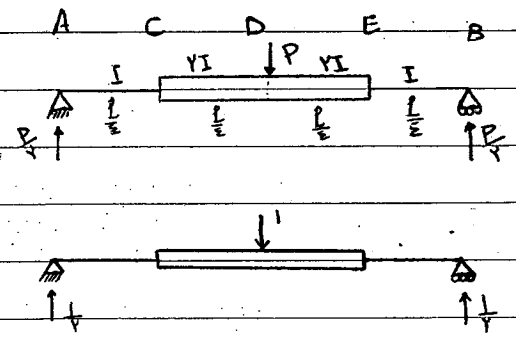
- روش کار مجازی برای سازه‌هایی که هم بهش و هم به نیروی محوری کار می‌کنند:



(M, F) (m, μ)

$$\Delta_E = \sum \frac{F\mu l}{AE} + \int_l \frac{Mm}{IE}\,dx$$

مثال: تغییر شکل تیرها به روش کار مجازی:



$\Delta D = ?$

بطبل تقارن سازه

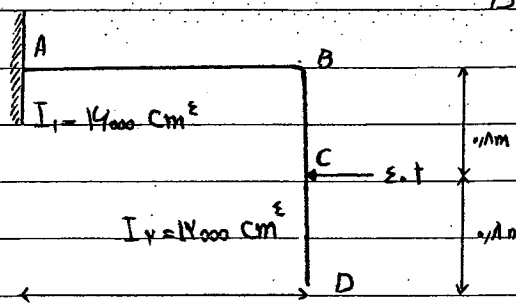
$$\Delta = 2\times\left[\frac{1}{IE}\int_0^{\frac{l}{4}} \frac{Px}{2}\cdot\frac{x}{2}\,dx + \frac{1}{2IE}\int_{\frac{l}{4}}^{\frac{l}{2}} \frac{Px}{2}\cdot\frac{x}{2}\,dx\right]$$

$$\Delta = \frac{3}{256}\,\frac{Pl^3}{IE}$$

AC: $0 < x < \frac{l}{4}$ $\quad M = \frac{P}{2}x$ $\quad m = \frac{1}{2}x$

CD: $\frac{l}{4} < x < \frac{l}{2}$ $\quad M = \frac{P}{2}x$ $\quad m = \frac{1}{2}x$

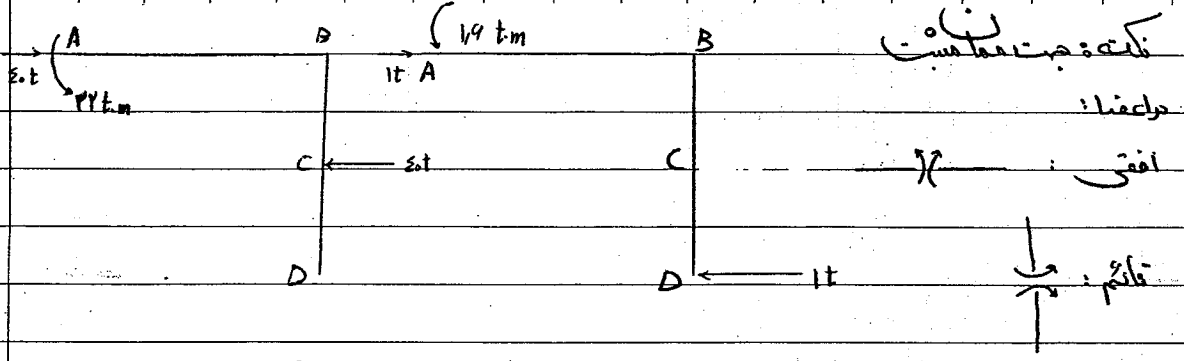
مثال: $E = 2\times10^6\ \frac{kg}{cm^2}$ ، $\Delta D_x = ?$



چون در این مسئله سطح مقطع را نداده از نیروهای محوری صرف نظر می‌کنیم

www.vepub.com
Publish Your Mind

نکته: جهت مهم است



راه‌حل:

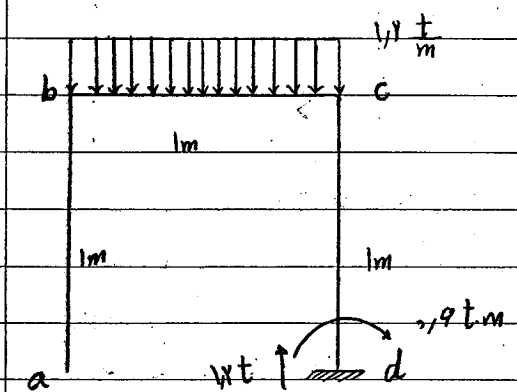
افقی: ←

قائم: ↑

نقطه	مبدأ	حدود	M	m
AB	A	0 تا 2m	-44	-1.4
CD	D	0 تا 0.8m	0	-x
BC	D	0.8m تا 1.4m	-40(x-0.8)	-x

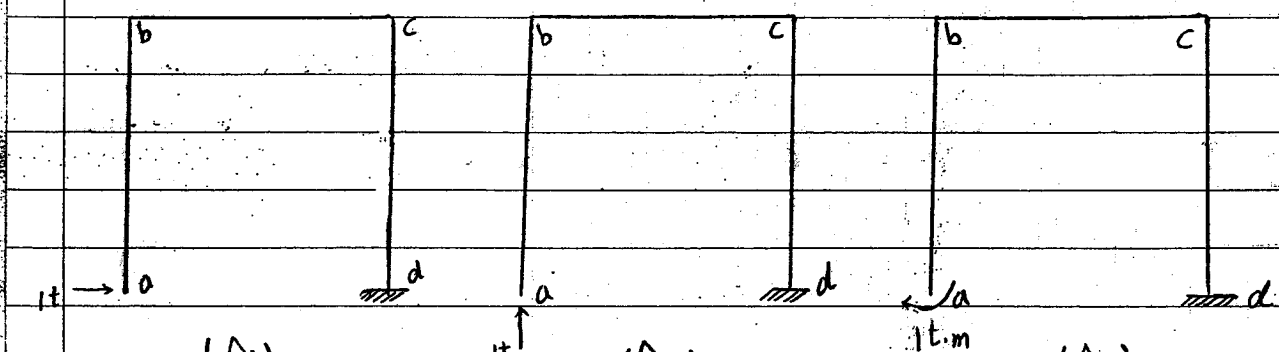
$$\delta_D = \int_L \frac{Mm}{IE}dx = \frac{100^3 \times 1000}{2\times10^6\times14000} \times \int_0^2 -44\times(-1.4)dx + \frac{100^3\times1000}{2\times10^6\times12000}\int_{0.8}^{1.4}(-40x+32)(-x)dx$$

$$\Longrightarrow \delta_D = 3.91\ Cm$$



تغییر شکل قاب به روش کارمجازی: IE: ثابت

تغییر مکان افقی Δ_1 ؟
تغییر مکان قائم Δ_2 ؟ در نقطه a
تغییر زاویه دوران Δ_3 ؟



www.vepub.com
Publish Your Mind

قطعه	مبدأ	محدوده	M	m_1	m_2	m_3
ab	a	0 تا 1	0	$-x$	0	1
bc	b	0 تا 1	$\frac{-1.2x^2}{2}$	-1	x	1
cd	c	0 تا 1	-0.4	$x-1$	1	1

$$\Delta_c = \int_L \frac{M m}{IE} dx$$

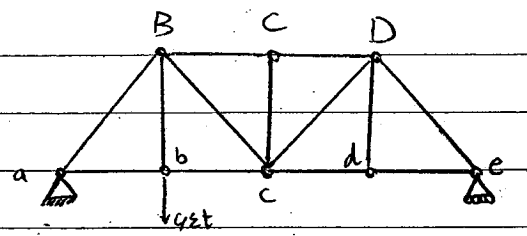
$$\Delta_1 = \int_L \frac{M m_1}{IE} dx = \frac{1}{IE}\left(0 + \int_0^1 \frac{-1.2x^2}{2} x - 1\, dx + \int_0^1 (-0.4)(x-1)\, dx\right) = 0.05 \frac{t.m^3}{I.E}$$

$$\Delta_2 = \int_L \frac{M m_2}{IE} dx = \frac{1}{IE}\left(0 + \int_0^1 \frac{-1.2x^2}{2} x\, dx + \int_0^1 -0.4\, dx\right) = -0.175 \frac{t.m^3}{IE}$$

$$\Delta_3 = \int_L \frac{M m_3}{IE} dx = \frac{1}{IE}\left(0 + \int_0^1 \frac{-1.2x^2}{2} dx + \int_0^1 -0.4\, dx\right) = -0.1 \frac{t.m^3}{IE}$$

تغییرشکل خرپاها به روش کار مجازی:

تغییر مکان قائم نقطه‌ی b را به دست آورید.



نیروی اعضای خرپا در اثر بار $F = 4.4\,t$

نیروی اعضای خرپا در اثر بار واحد $1\,t$ (در نقطه‌ی b)

$4 \times 2.4\,m = 9.9\,m$

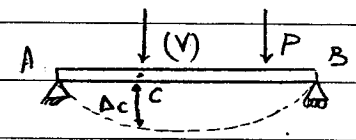
$$\Delta = \frac{\sum FML}{AE} \qquad \Delta = 1.21\ cm$$

این مسئله باید ۳ بار حل شود تا کلاً جابجایی های خرپا معلوم شود. در ۴ گره B، C، D، d، c، b جابجایی افقی و قائم داریم و در گره e فقط جابجایی افقی داریم ← روی هم ۱۳ بار

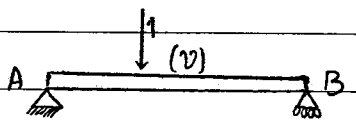
www.vepub.com
Publish Your Mind

روش کار مجازی - انرژی برشی

دربعضی موارد (با ارتفاع کم) تغییرشکل ناشی از برش در مقایسه با تغییرشکل ناشی از خمش ناچیز است.



$$\Delta_c = k\int_l \frac{Vv\,dx}{AG}$$



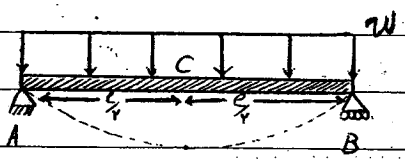
$$W_{\text{برشی}} = \frac{1}{2}k\int \frac{V^2 dx}{AG}$$

k: ضریب شکل برای مقاطع مستطیلی، $k = 1.2$

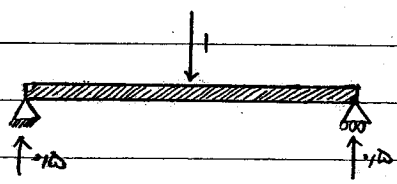
V: برش در اثر بارهای خارجی

v: برش در اثر بار واحد

مثال: Δ_c? ثابت AG ، IE ، k



قطعه	مبدأ	حدود	M	m	V	v
AC	A	$0 \to \frac{l}{2}$	$\frac{wl}{2}x - \frac{w}{2}x^2$	$\frac{x}{2}$	$\frac{wl}{2} - wx$	$\frac{1}{2}$



$$\Delta = \frac{1}{IE}\int_l M.m\,dx + \frac{k}{AG}\int_l Vv\,dx$$

$$\Delta_c = 2\left[\frac{1}{IE}\left(\int_0^{\frac{l}{2}}\left(\frac{wl}{2}x - \frac{wx^2}{2}\right)\left(\frac{x}{2}\right)dx\right) + \frac{k}{AG}\left(\int_0^{\frac{l}{2}}\left(\frac{wl}{2} - wx\right)\left(\frac{1}{2}\right)dx\right)\right]$$

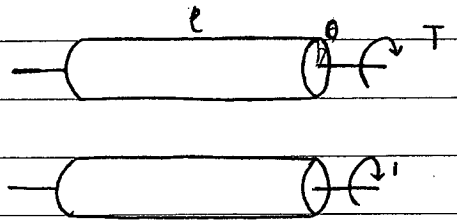
$$= \frac{5wl^4}{384IE}\left(1 + \underbrace{\frac{48kIE}{5AGl^2}}_{\beta}\right) = \frac{5wl^4}{384IE}(1+\beta)$$

می‌توان نشان داد برای یک مقطع مستطیلی با نسبت $\frac{l}{h} = 20$ و مصالح فولاد:

$\beta = 0.009$

www.vepub.com
Publish Your Mind

روش کار مجازی - انرژی پیچشی



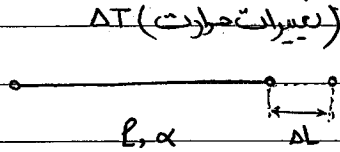
$$W_{\text{پیچشی}} = \frac{1}{2}\int_{l}\frac{T^2 dx}{GJ}$$

T = پیچش در اثر بارهای خارجی

$$\theta = \int_{l}\frac{Tt}{GJ}\,dx$$

t = پیچش در اثر بار واحد مجازی

روش کار مجازی - اثر حرارت بر خرپاها



ممکن است یک یا چند عضو یک خرپا تحت اثر تغییرات دما قرار گیرند. در این صورت آن اعضا تغییر طول می‌دهند. (معادل تغییر طول ناشی از بارهای خارجی)

$$\Delta l = \alpha \cdot l \cdot \Delta T$$

α = ضریب انبساط حرارتی

ΔT = تغییرات حرارت

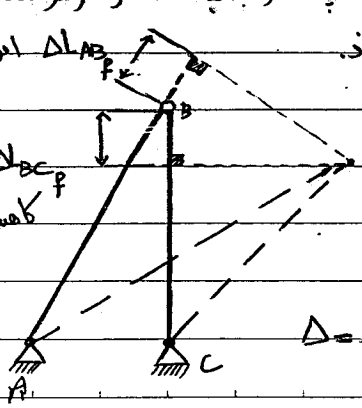
کافی است در رابطه‌ی اصلی کار مجازی $1\times\Delta = \sum \mu\,\Delta l$

μ = نیروی اعضای خرپا در اثر بار واحد مجازی

$$\Delta = \sum \mu(\alpha l \Delta T)$$

روش کار مجازی - اثر ایجاد تغییر طول Fabrication Error در خرپاها

در صورتی که در حین ساخت خرپا، یک یا چند عضو با طولی متفاوت از آنچه که در محاسبات در نظر گرفته شده است، اجرا شود، این تغییر طول‌ها باعث تغییر شکل خرپا می‌شوند.



Δl_{AB} = ازدیاد طول AB

Δ_{BC} = کاهش طول BC

کافی است در رابطه‌ی اصلی کار مجازی، به جای Δl، مقادیر Δl_i را قرار دهیم.

Δl_i = کاهش یا افزایش طول اعضا در اثر اجرا

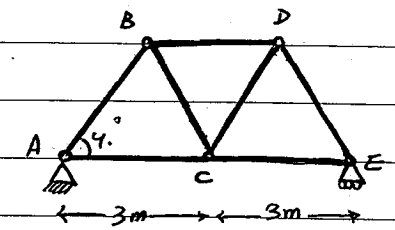
$$\Delta = \sum \mu\,\Delta l_i$$

www.vepub.com
Publish Your Mind

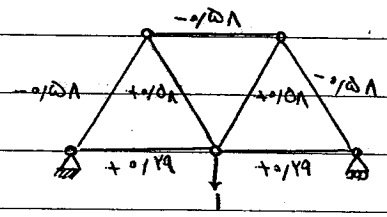
مثال ۱- روش کار مجازی- اثر تغییرات دما در خرپاها

عضو AB و DE، 30° افزایش دما پیدا می‌کنند.

$\Delta_{Cy}=?$



$\alpha = 12\times10^{-6}\ \frac{1}{C}$



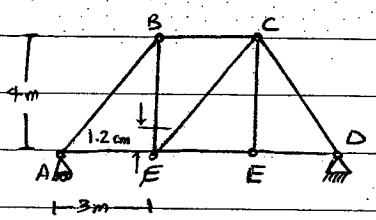
$$\Delta = \sum \mu(L\alpha\Delta T) = 2\left[-0.58\times\left(3\times12\times10^{-6}\times30\right)\right] = -1.252\times10^{-3}\ m$$

افزایش دما معادل کشش است و در رابطه با علامت مثبت در نظر گرفته می‌شود. اما کاهش دما معادل فشار است و در رابطه با علامت منفی در نظر گرفته می‌شود.

مثال ۲- روش کار مجازی- اثر ایجاد تغییر طول در خرپاها

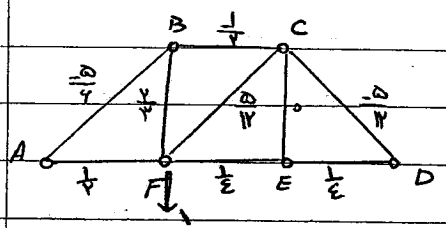
طول هر کدام از اعضای تحتانی خرپا، را چقدر کوتاه کنیم تا گره F را به اندازه‌ی 1.2 cm به سمت بالا جابجا کند؟

فرض کنید: $\Delta^{P}_{f_{AE}} = \Delta^{P}_{f_{EF}} = \Delta^{P}_{f_{FD}}$



$$\Delta = \sum \mu\,\Delta l_f$$

$$-1.2 = \frac{1}{2}\times\Delta l_f(AF) + \frac{1}{2}\Delta l_f(FE) + \frac{1}{2}\Delta l_f(ED)$$

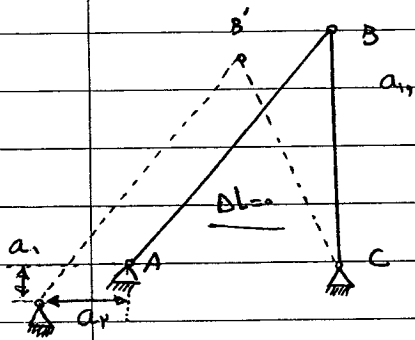


$$-1.2 = \Delta l_f\ cm$$

www.vepub.com
Publish Your Mind

روش کار مجازی - اثر نشست تکیه گاهی (خرپاها یا تیر معین)

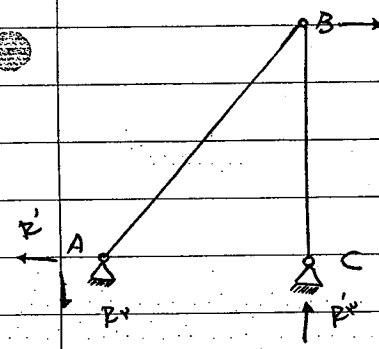
نشست تکیه گاهی عبارت است از جابه جایی تکیه گاه ها در اثر عواملی نظیر بدی اجرا یا ناترالم شدن خاک.



نشست تکیه گاهی a_1, a_2 — $\Delta B_{x=?}$

نشست تکیه گاهی در سازه های معین نیروهای داخلی ایجاد نمی کند ولی می تواند باعث جابه جایی گره ها گردد. بنابراین در رابطه ی اصلی کار مجازی

$$\sum \mu \Delta l = 0$$



اگر نشست تکیه گاهی را هم در نظر بگیریم،

$$1 \times \Delta = \sum \mu \Delta l \rightarrow 1 \times \Delta + \sum R'a = \sum \mu \Delta l$$

R' = عکس العمل های تکیه گاهی در اثر مقطع بار واحد مجازی

a = نشست تکیه گاهی

کار مجازی نیروهای خارجی = ۰

تغییر مکان یک نقطه از سازه منحصرا در اثر نشست تکیه گاهی

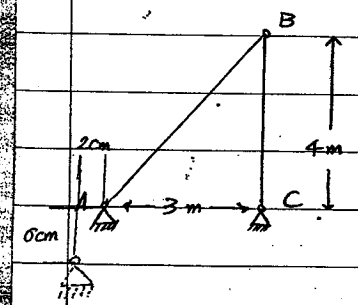
$$\Delta = -\sum R'a$$

۰ = (نشست های تکیه گاهی) (عکس العمل های تکیه گاهی ایجاد شده در اثر بار واحد مجازی) + $1 \times \Delta$

$$\Delta = -\sum R'a$$

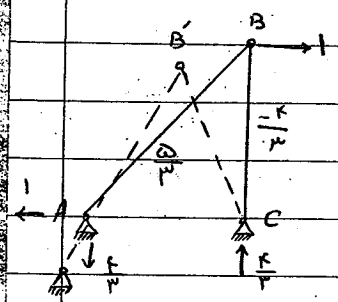
www.vepub.com
Publish Your Mind

مثال: کار مجازی ـ اثر نشست تکیه‌گاهی ـ خربا



$\Delta_{Bx}=?$ $\quad \Delta + (\text{نشست‌های تکیه‌گاهی}) = (\text{واکنش‌های مجازی}) \cdot 0$

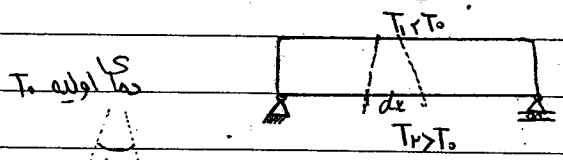
$\Delta = -\sum \bar{R}a$

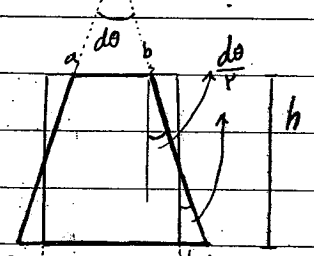


$\Delta = -\left(1\times 2 + 4\times\frac{4}{3}\right) = -10\,cm$ نقطه‌ی B به اندازه 10cm به سمت چپ می‌رود.

کار مجازی ـ اثر تغییرات غیریکنواخت حرارت در تیرها

تغییر درجه حرارت در سازه‌های معین هیچ‌گونه تغییر مکانی ایجاد نمی‌کند. بنابراین تغییرات غیریکنواخت درجه حرارت در تیرها را بررسی می‌کنیم.





طول جدید تار پایین $= dx + \alpha\times(T_2-T_0)\,dx$

طول جدید تار بالا $= dx - \alpha\times(T_0-T_1)\,dx$

اختلاف طول تار بالا و پایین $= \alpha(T_2-T_1)\,dx$

$$\tan\frac{d\theta}{2} \simeq \frac{d\theta}{2} = \frac{\alpha(T_2-T_1)\,dx}{2h} \Longrightarrow d\theta = \frac{\alpha(T_2-T_1)}{h}\,dx$$

می‌دانیم که: $d\theta = \frac{M}{IE}\,dx$ $\quad$ رابطه‌ی کار مجازی برای خمش: $\Delta = \int_L \frac{Mm}{IE}\,dx$

$$\Longrightarrow \Delta = \int_\ell m\,d\theta = \int_\ell m\cdot\frac{\alpha(T_2-T_1)}{h}\,dx$$

با توجه به ثابت بودن $\frac{\alpha(T_2-T_1)}{h}$ در حالت‌های متعارف در طول تیر

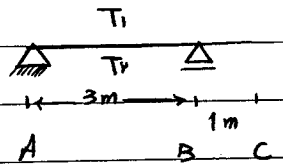
$$\Delta = \frac{\alpha(T_2-T_1)}{h}\int_\ell m\,dx$$

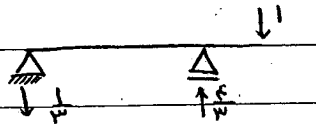
www.vepub.com
Publish Your Mind

مثال - کار مجازی - اثر تغییرات غیریکنواخت حرارت در تیرها

$\Delta_{cy} = ?$

($h = 0.5m$ ارتفاع مقطع)





$$\Delta = \frac{\alpha(T_2 - T_1)}{h} \int_e m\, dx$$

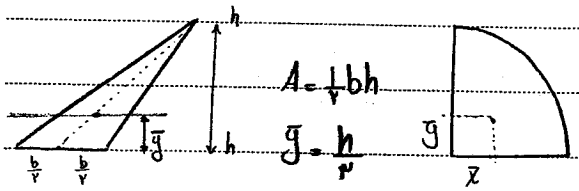
قطعه	مبدأ	حدود	m
AB	A	3m تا 0	$\frac{1}{3}x$
CB	C	1m تا 0	$-x$

استطمیانتم (۷ اردیبهشت)

www.vepub.com
Publish Your Mind

Subject:

Year. Month. Date. ( )



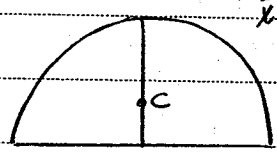
$A = \frac{1}{2}bh$

$\bar{y} = \frac{h}{3}$

$\bar{x} = \frac{4R}{3\pi}$

$\bar{y} = \frac{4R}{3\pi}$

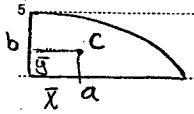
$A = \frac{1}{4}\pi R^2$



$\bar{x} = 0$

$\bar{y} = \frac{4e}{3\pi}$

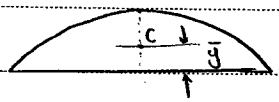
$A = \frac{1}{2}\pi R^2$



$\bar{x} = \frac{4a}{3\pi}$

$\bar{y} = \frac{4b}{3\pi}$

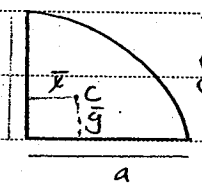
$A = \frac{1}{4}\pi ab$



$\bar{x} = 0$

$\bar{y} = \frac{4b}{3\pi}$

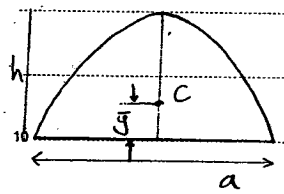
$A = \frac{1}{2}\pi ab$



$\bar{x} = \frac{3a}{8}$

$\bar{y} = \frac{3h}{5}$

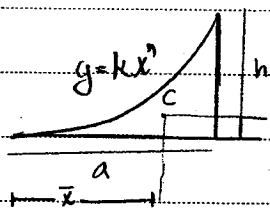
$A = \frac{2}{3}ah$



$\bar{x} = 0$

$\bar{y} = \frac{3h}{8}$

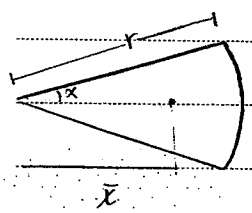
$A = \frac{2}{3}ah$



$\bar{x} = \frac{n+1}{n+2}a$

$\bar{y} = \frac{n+1}{2n+2}h$

$A = \frac{ah}{n+1}$



$\bar{x} = \frac{2r\sin\alpha}{3\alpha}$

$A = \alpha r^2$

15

20

25

Subject:

Year. Month. Date. ( )

5

10

15

20

25

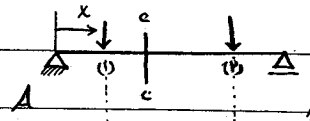
www.vepub.com
Publish Your Mind

فصل چهار — بارهای متحرک، خط تأثیر

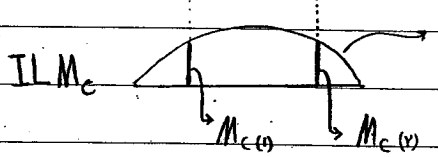
۱- تعریف خط تأثیر:

خط تأثیر یک عامل در یک مقطع از یک سازه، منحنی است که مقدار آن عامل را در مقطع نشان می‌دهد وقتی بار واحدی طول سازه را طی می‌کند.

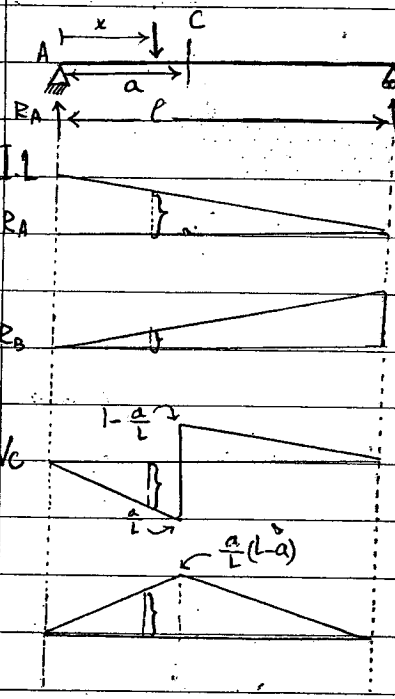
به عنوان مثال:



خط تأثیر مقادیر لنگر خمشی C



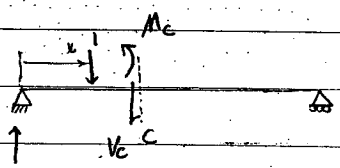
روش خط تأثیر والسن تکیه‌گاه‌ها و مقاطع در تیر ساده



$+\circlearrowleft \Sigma M_B = 0 \quad R_A \cdot l - 1(l-x) \rightarrow R_A = 1 - \frac{x}{l}$

$+\circlearrowleft \Sigma M_A = 0 \quad 1x - R_B l \Rightarrow R_B = \frac{x}{l}$

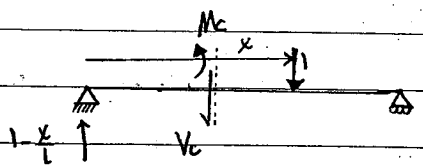
خط تأثیر V_C:



حالت اول $x < a$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow 1 - \frac{x}{l} - 1 - V_C = 0 \rightarrow V_C = \frac{-x}{L}$

حالت دوم $x > a$:



$\Sigma F_y = 0 \quad 1 - \frac{x}{L} - V_C = 0 \rightarrow V_C = 1 - \frac{x}{L}$

خط تأثیر M_C:

حالت اول: $x < a$

$+\circlearrowleft M_C + 1(a-x) - (1-\frac{x}{L})a = 0$

$\hookrightarrow M_C = \frac{x}{L}(1-a)$

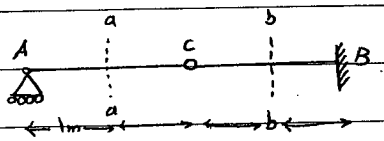
حالت دوم: $x > a$

$M_C = (1-\frac{x}{L})a$

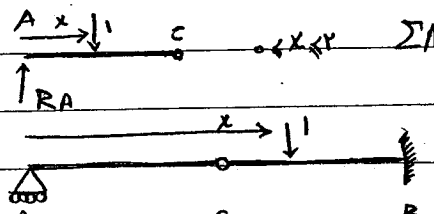
مثال ۱۰۴: خط تأثیر تیرها:

خط تأثیر عوامل زیر را رسم کنید:

R_A V_{a-a} M_{b-b}



R_A:

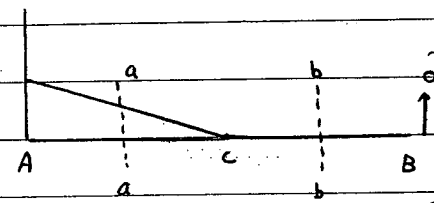


$0 \le x \le 2$ $\quad \Sigma M_C = 0 \quad R_A = 1 - \frac{x}{2}$

$2 \le x \le 4$ $\quad \Sigma M_C = 0 \Rightarrow R_A = 0$

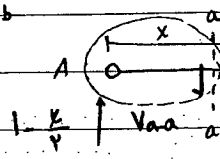
V_{a-a}:

IL R_A



حالت ۱: $0 \le x \le 1$ $\quad \Sigma F_y = 0 \Rightarrow V_{a-a} = \frac{x}{2}$

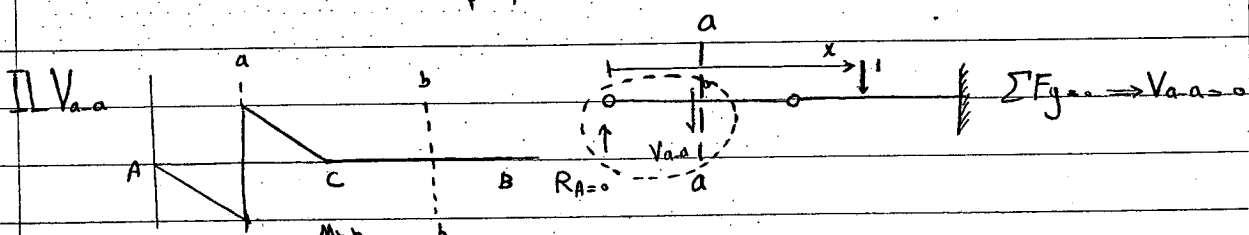
حالت ۲: $1 \le x \le 2$



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow V_{a-a} = 1 - \frac{x}{2}$

حالت ۳: $2 \le x$

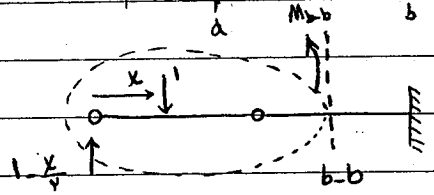
IL V_{a-a}



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow V_{a-a} = 0$

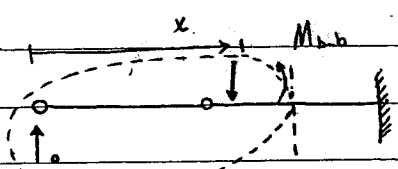
M_{b-b}:

حالت اول: $0 \le x \le 2$



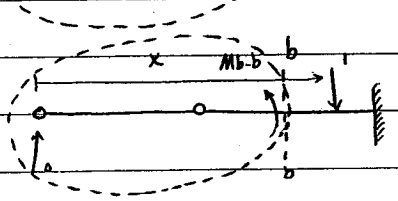
$\Sigma M_{b-b} = 0 \quad M_{b-b} = \frac{-x}{2}$

حالت دوم: $2 \le x \le 3$



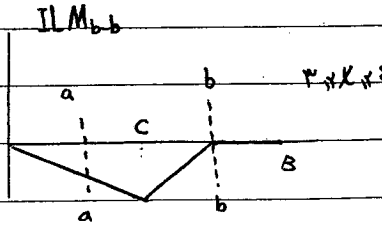
$M_{b-b} = -x + 3$

حالت سوم: $3 \le x \le 4$



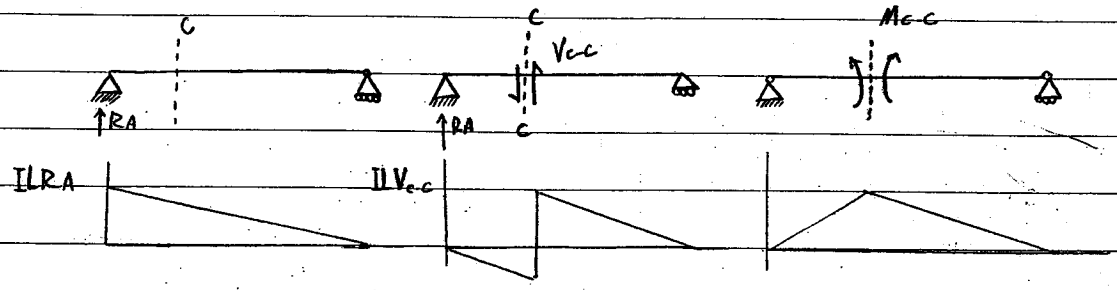
$M_{b-b} = 0$

IL M_{b-b}

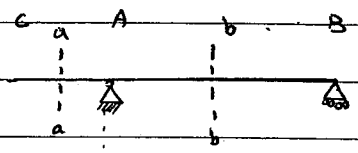


اصل مولر برای تعیین شکل خط تأثیر در تیرها

برای تعیین شکل خط تأثیر یک عامل در یک مقطع از یک تیر کافی است به آن عامل و در آن مقطع اجازه داده شود تا تیر را به حرکت درآورده. شکل تغییر یافته تیر، خط تأثیر آن عامل را مشخص می‌کند.

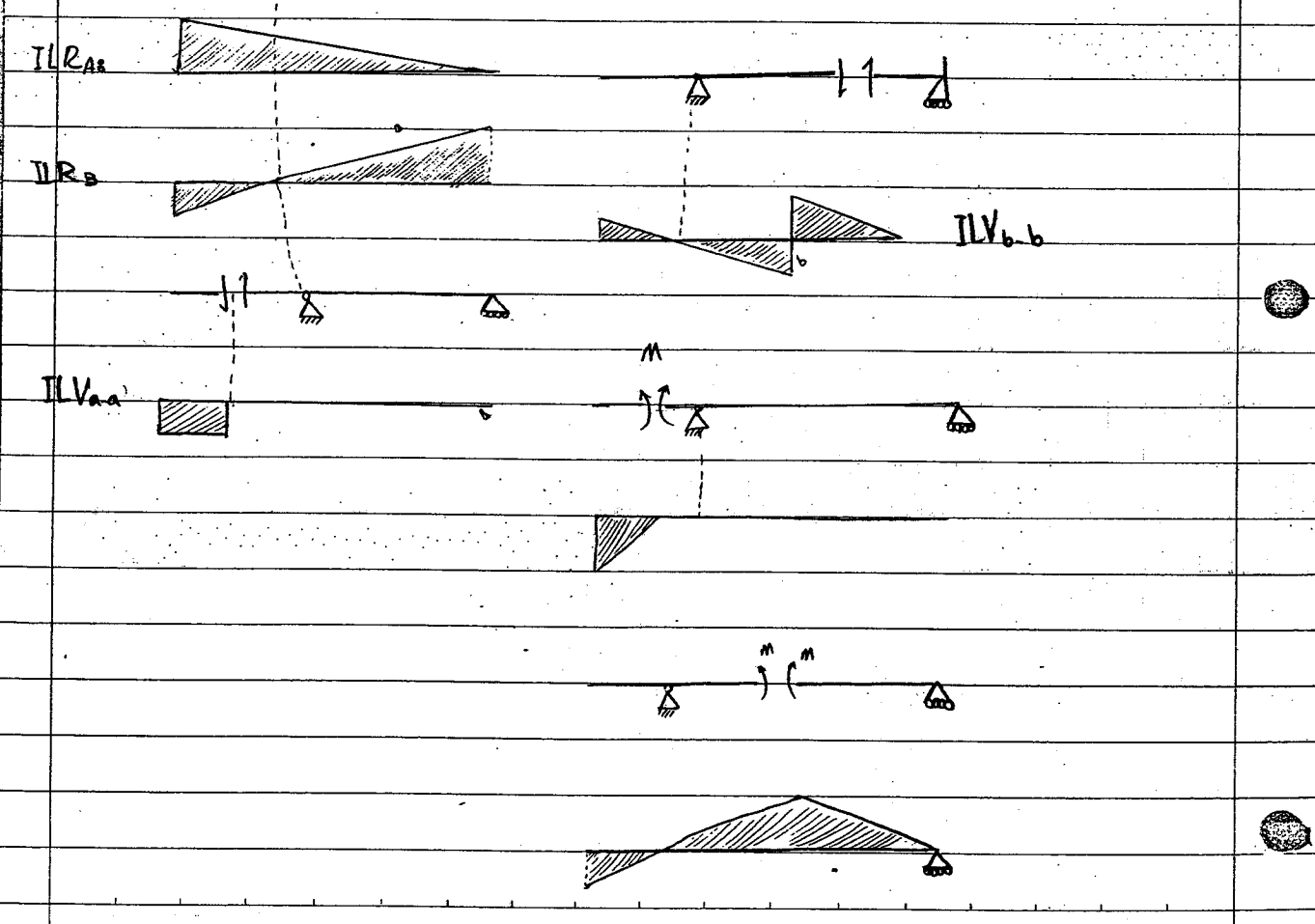


نکته: خط تأثیر سازه‌های معین، از خطوط دست و پنج تشکیل شده و منحنی نیست.
اگر جایی به بوسیدیم منحنی بکشیم، آن را رسم نمی‌کنیم.



مثال ۲.۴: خط تأثیر عامل زیر را با اصل مولر رسم کنید:

$R_A, R_B, V_{a-a}, V_{b-b}, M_{a-a}, M_{b-b}$



www.vepub.com
Publish Your Mind

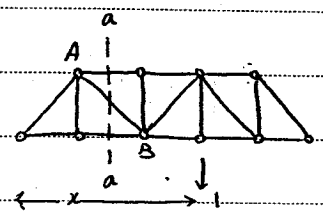
Subject:

Year. Month. Date. ( )

خط تأثیر خرپاهای معین:

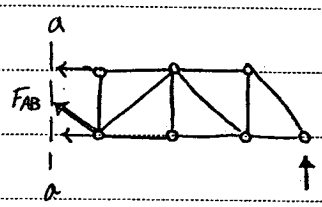
مشابه خط تأثیر تیرها است.

به عنوان مثال $I.L F_{AB}$=?



* حالت اول: بار واحد سمت چپ مقطع باشد.

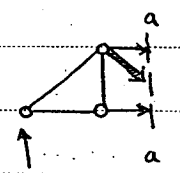
دیاگرام آزاد سمت راست خرپا را بررسی می‌کنیم:



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{AB}$ ✓

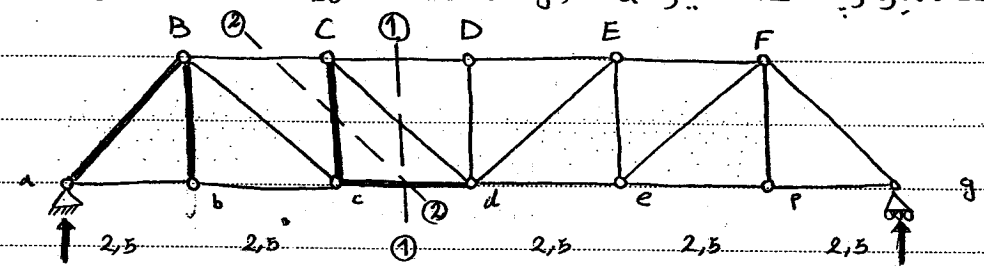
* حالت دوم: بار واحد سمت راست مقطع باشد.

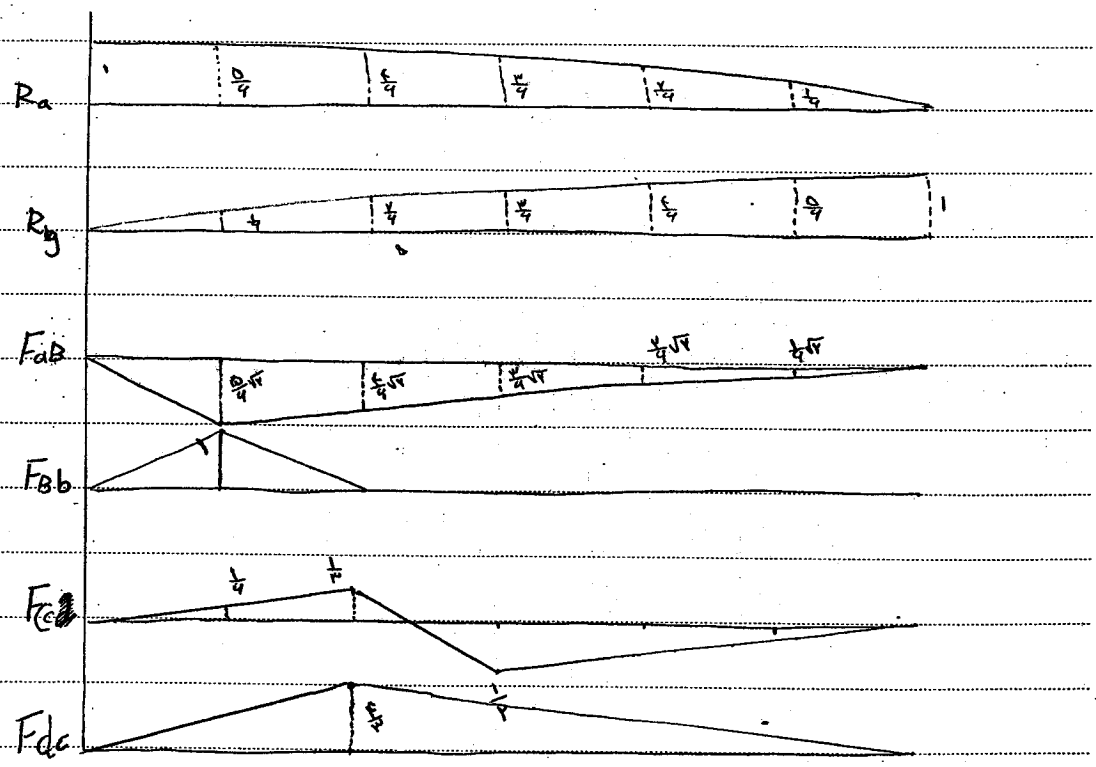
دیاگرام آزاد سمت چپ خرپا را بررسی می‌کنیم.



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{AB}$ ✓

مثال: خط تأثیر خرپاها. خط تأثیر F_{Cc} , F_{cd} , F_{Bb} , F_{aB} , R_g , R_a



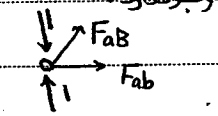


Subject:

Year. Month. Date. ( )

برای رسم F_{aB} دو حالت وجود دارد:

I) اگر بار واحد در a باشد:



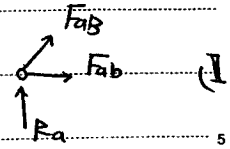
$\Sigma F_y=0 \Leftarrow F_{aB}=0$: F_{bB} رسم

$F_{bB}=0$ اگر بار واحد در a باشد I

$F_{bB}=1$ اگر بار واحد در b باشد II

$F_{bB}=0$ اگر بار واحد در c و به بعد باشد III

II) $\Sigma F_y=0 \Rightarrow F_{aB}=-\sqrt{2}R_a$



برای رسم F_{Cc} از مقطع c استفاده می‌کنیم.

اگر نیروی واحد در سمت چپ مقطع 2-2 باشد، با در نظر گرفتن دیاگرام آزاد سمت راست خروجی داریم:

$\Sigma F_y=0 \quad -F_{cC}+R_g=0 \Rightarrow F_{cC}=R_g$

اگر نیروی واحد سمت راست مقطع 2-2 باشد، با در نظر گرفتن دیاگرام آزاد سمت چپ خروجی داریم:

$\Sigma F_y=0 \quad F_{cC}+R_a=0 \Rightarrow F_{cC}=-R_a$

برای رسم F_{cd} دو حالت وجود دارد:

اگر نیروی واحد سمت چپ مقطع 1-1 باشد، با در نظر گرفتن دیاگرام آزاد سمت راست خروجی داریم.

$\Sigma M_c=0 \Rightarrow F_{cd}(2/5)=R_g(1) \Rightarrow F_{cd}=4R_g$

اگر نیروی واحد سمت راست مقطع 1-1 باشد، با در نظر گرفتن دیاگرام آزاد سمت چپ خروجی داریم.

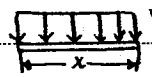
$\Sigma M_c=0 \Rightarrow F_{cd}(2/5)=R_a(5) \Rightarrow F_{cd}=2R_a$

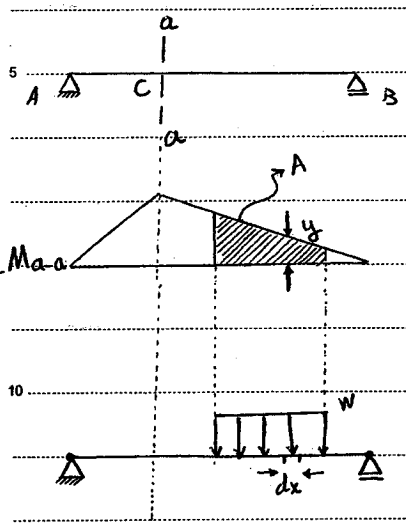
Subject:

Year. Month. Date. ( )

کاربرد خطوط تأثیر:

از استفاده از خط تأثیر برای تعیین حداکثر یک عامل در یک مقطع تیر در اثر بارگسترده یکنواخت با طول متغیر فرض کنید بارگسترده ای با طول متغیر به یک تیر اثر می کند.





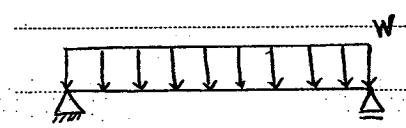
سؤال ۱: این بارگستر به چه طولی از تیر اثر کند تا حداکثر ممان در مقطع a-a به وجود آید.

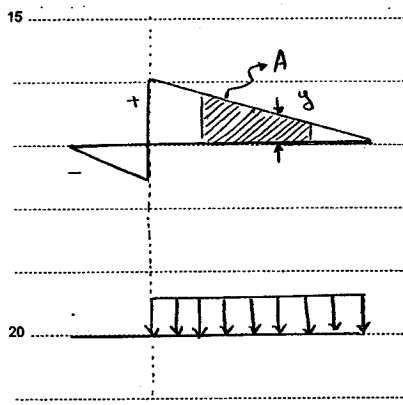
ممان در مقطع a-a در اثر فقط بار $dM_{a-a} = w\,dx$

$$dM_{a-a} = (w\,dx)\cdot y$$

$$M_{a-a} = w\int y\,dx = WA = M_{a-a}$$

حداکثر مقدار وقتی خواهد بود که A افزایش یابد. یعنی کل تیر بارگذاری شود.



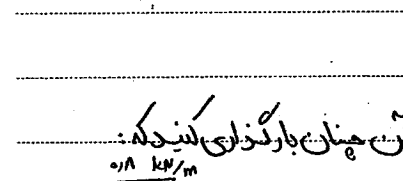


سؤال ۲: این بارگسترده به چه طولی از تیر اثر کند تا حداکثر برش در مقطع a-a ایجاد شود.

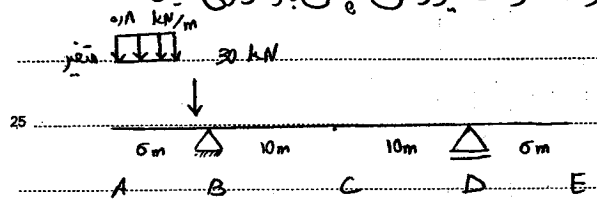
$$dV_{a-a} = (w\,dx)y$$

$$V_{a-a} = w\int y\,dx = WA$$

بنابراین حداکثر مقدار برش زمانی ایجاد می شود که بارگذاری مطابق شکل روبرو باشد. (زیر A max می شود)



مثال: حداکثر لنگر در اثر بارگسترده یکنواخت و بار متمرکز متحرک بر تیر را آن چنان بارگذاری کنید که:



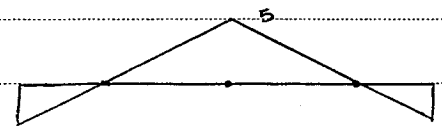
۱) حداکثر ممان مثبت در نقطه ی C ایجاد شود.

۲) حداکثر ممان منفی در نقطه ی C ایجاد شود.

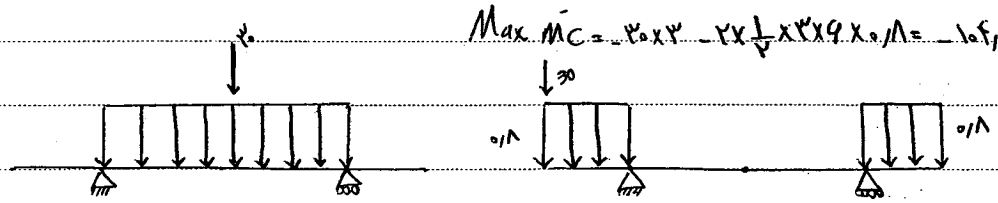
Subject:

Year. Month. Date. ( )

$IL M_{cc}$



$Max\ M_c^+ = 5\times3 + \frac{1}{2}\times20\times5\times0/8 = 190\ kN.m$



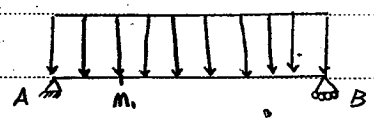
$Max\ M_C^- = -20\times3 - 2\times\frac{1}{2}\times3\times9\times0/8 = -104/4\ kN.m$

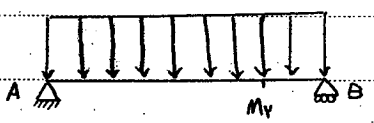
۲) پوش حداکثر ممان و برش در اثر بارهای گسترده یکنواخت با طول متغیر، بار متمرکز متحرک

پوش حداکثر ممان یا برش، منحنی است که مقادیر حداکثر ممان یا برش در طول تیر را نشان می‌دهد.

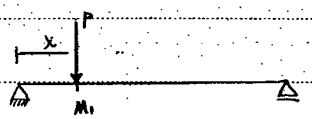
(a) پوش ممان

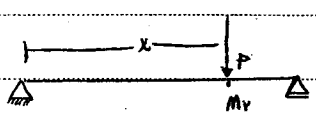
بار گسترده با طول متغیر (W)



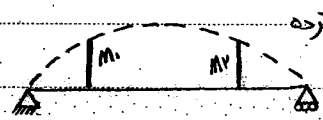


بار متمرکز متحرک (P)



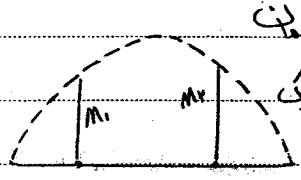


پوش حداکثر ممان در اثر بار گسترده با طول متغیر (دیاگرام ممان)



درجه ۲

پوش حداکثر ممان در اثر بار متمرکز متحرک



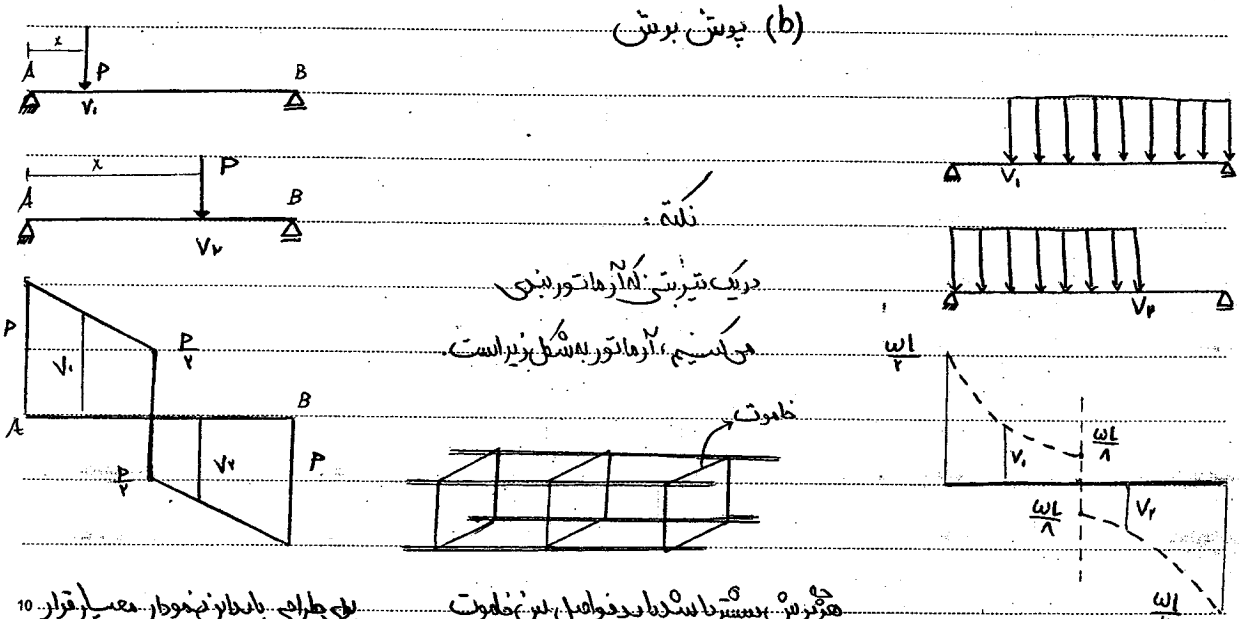
درجه ۲

www.vepuu.com
Publish Your Mind

Subject:

Year. Month. Date. ( )

(b) پوشش برش



نکته:

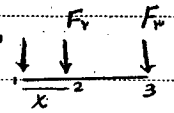
در یک تیر بتنی که آرماتور بندی می‌کنیم، آرماتور به شکل زیر است.

هر چه برش بیشتر باشد باید فواصل بین خاموت‌ها کمتر باشد. خاموت برای تحمل برش به کار می‌رود اما میلگردهای طولی برای تحمل خمش به کار می‌روند.

برای طراحی باید این نمودار معیار قرار گیرد.

(پوشش حداکثر برش در اثر بار متحرک)

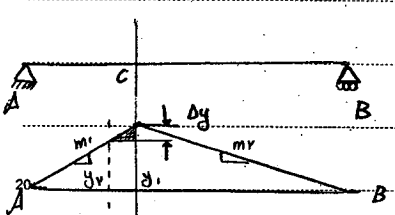
۳) حداکثر ممان در یک مقطع از پل در اثر حرکت وسیله‌ی نقلیه ← روش افزایش - کاهش



* برای آنکه ممان در نقطه‌ی c حداکثر گردد، باید یکی از نیروها در این نقطه قرار گیرد.

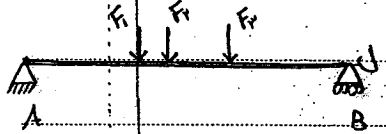
* اساس روش افزایش - کاهش، آزمون و خطا است.

تغییرات ممان در اثر حرکت فقط بار F_1 از مرحله‌ی ۱ تا ۲:



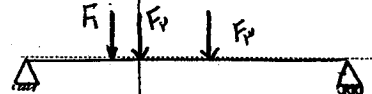
$$\Delta M = F_1(y_1 - y_2) = F_1 \Delta y$$

$$\Delta M = F_1 m_1 x$$



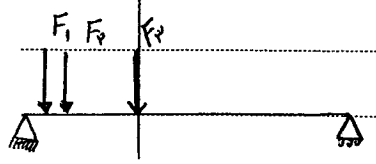
حالت (۱)

$$m_1 = \frac{\Delta y}{x} \Rightarrow \Delta y = m_1 x$$



حالت دوم

* در هر حالت تغییرات ممان را در نقطه‌ی c به دست می‌آوریم و با مرحله‌ی قبل مقایسه می‌کنیم تا به حداکثر برسیم.

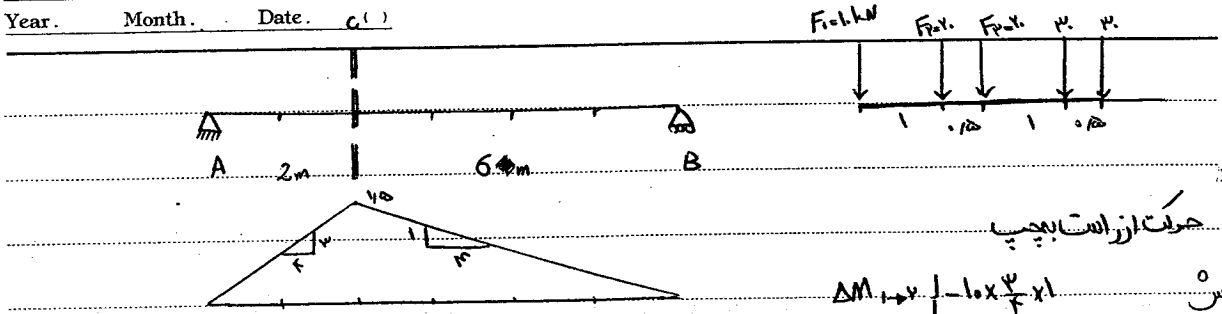


حالت سوم

* حرکت وسیله‌ی نقلیه باید از دو جهت بررسی شود.

Subject:

Year. Month. Date. ۵( )

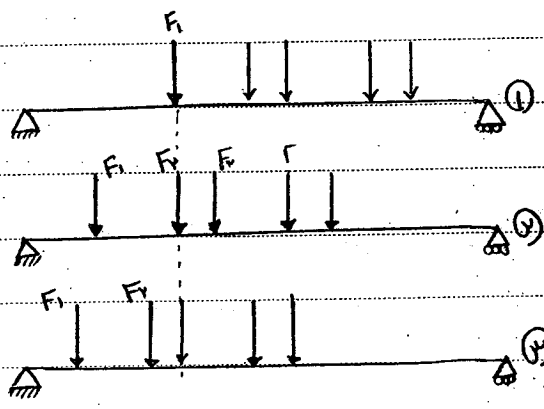


حرکت از راست به چپ

کاهش ۵ $\Delta M_{1\to2} \mid -10\times\frac{3}{4}\times1$

افزایش ۵ $\mid 100\times\frac{1}{4}\times1=25$

حالت اولیه $25-7.5=17.5$



کاهش $\Delta M_{2\to3} \mid -30\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}$

افزایش $\mid 80\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}$

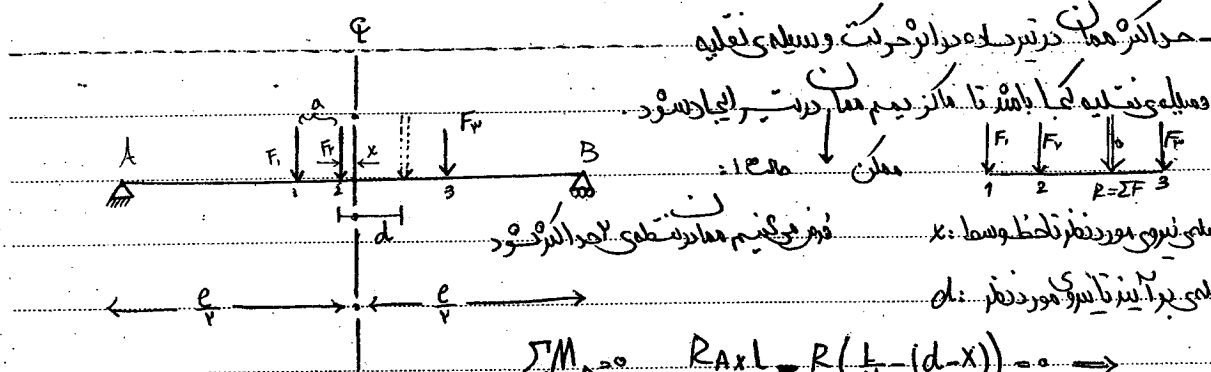
$\frac{90}{8}+\frac{80}{8}=21.25$ ← حالت ۲ برای تر است (حالت قبل)

در حالت ۲: $M_C=128.75$

اگر حرکت از چپ به راست باشد $M_C=139.75$

۴) حداکثر همان در تیر ساده در اثر حرکت وسیله‌ی نقلیه

وسیله‌ی نقلیه کجا باشد تا ماکزیمم همان در تیر ایجاد شود.



فاصله‌ی نیروی مورد نظر تا لحظ وسط: x

فاصله‌ی برآیند تا نیروی مورد نظر: a

فرض می‌کنیم ماکزیمم مطلق ۲ حداکثر شود

$$\Sigma M_B=0 \quad R_A\times L-R\left(\frac{L}{2}-(d-x)\right)=0 \longrightarrow$$

$$M_2=R_A\left(\frac{L}{2}-x\right)-F_1a \qquad \frac{\partial M_2}{\partial x}=0 \Longrightarrow \boxed{x=\frac{d}{2}} \qquad R_A=\frac{R\left(\frac{L}{2}-(d-x)\right)}{L}$$

* همان حداکثر زیر یکی از نقاط اثر نیروها اتفاق می‌افتد.

* اساس این روش آزمون و خطاست.

به عنوان اولین انتخاب فرض می‌کنیم حداکثر همان در نقطه‌ی (۲) اتفاق می‌افتد. در این صورت می‌توان موقعیت وسیله را مشخص کرد.

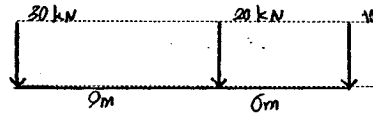
در این حالت حرکت وسیله‌ی نقلیه فقط در یک جهت کافی است.

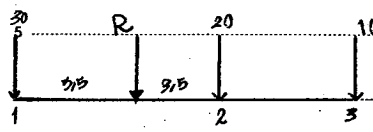
Subject:

Year. Month. Date. ( )

* یعنی اگر ممان حداکثر در نقطه‌ی ۲ ایجاد شود باید وسیله‌ی نقلیه را آنچنان جابه‌جا کنیم که خط وسط فاصله‌برآیند نامبروی مورد نظر را نصف کند. برای جایبرینی‌ها عملیات فوق را تکرار می‌کنیم تا حداکثر ممان تعیین شود.

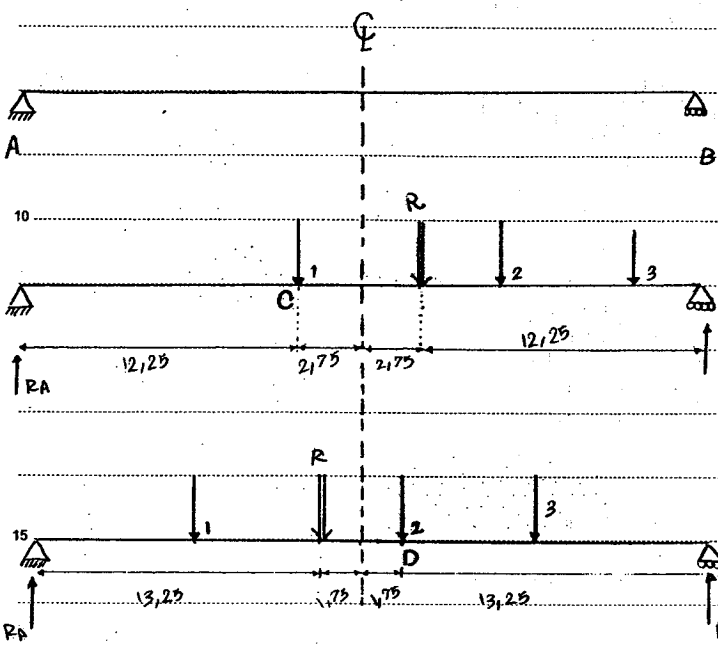
EXP: حداکثر لنگر در اثر حرکت وسیله‌ی نقلیه





$R = 10 + 20 + 30 = 60\ kN$

$\sum M_{1} = 0 \quad R(\bar{x}) = 20(9) + 10(15) \Rightarrow \bar{x} = 5,5m$



* توجه شود که در پیدا کردن عکس‌العمل‌ها هم برآیند را حساب نکنیم و هم نیروها!

$+\circlearrowleft \sum M_B = 0 \quad R_A(30) - 40(12,25) = 0 \Rightarrow R_A = 24,5\ kN$

حالت اول: فرض می‌کنیم ماکزیمم ممان زیر بار 1 باشد.

$M_C = 24,5(12,25) = 300\ kN.m$

در این حالت معمورترین از وسط بار 1 و R_A عبور می‌کند.

حالت دوم: فرض می‌کنیم ماکزیمم ممان زیر بار 2 باشد.

$+\circlearrowleft \sum M_A = 0 \quad -R_B(30) + 40(13,25) = 0 \rightarrow$ در این حالت معمورترین از وسط بار 2 و R_B عبور می‌کند.

$R_B = 24,5\ kN \qquad M_D = 24,5(13,25) - 10(9) = 234,1\ kN.m$

اگر حالت سوم را محاسبه کنیم کمتر از حالت اول است. بنابراین حالت اول جواب مسئله است.

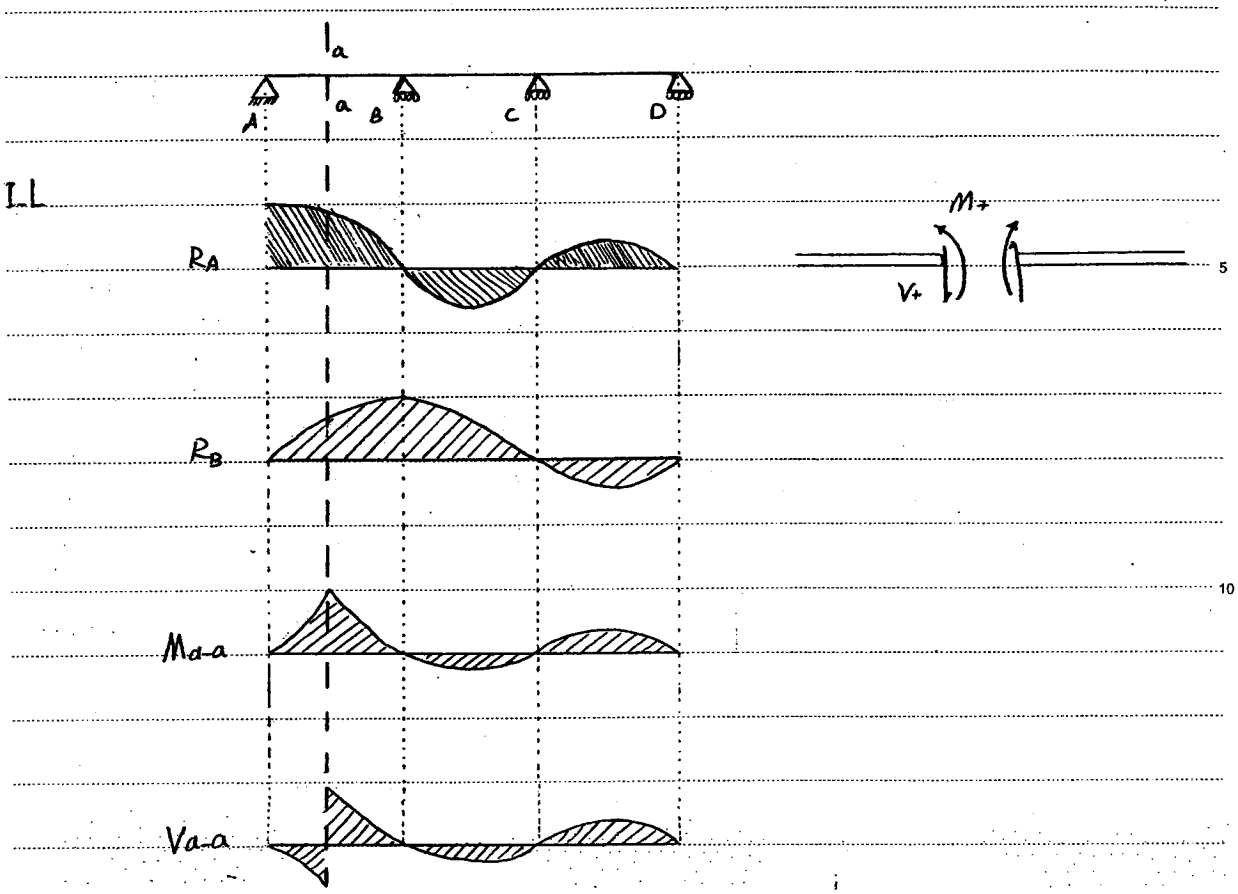
ب) خطوط تأثیر تیرهای نامعین با استفاده از اصل مولر

با اصل مولر می‌توان شکل خط تأثیر تیرهای نامعین را رسم کرد. خط تأثیر سازه‌های نامعین فرمی است

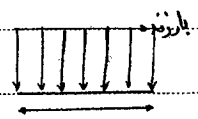
www.vepub.com
Publish Your Mind

Subject:

Year. Month. Date. ( )



۶- استفاده از اصل مولر برای تعیین بحرانی ترین حالت بارگذاری بازنده در تیرهای یکسره.



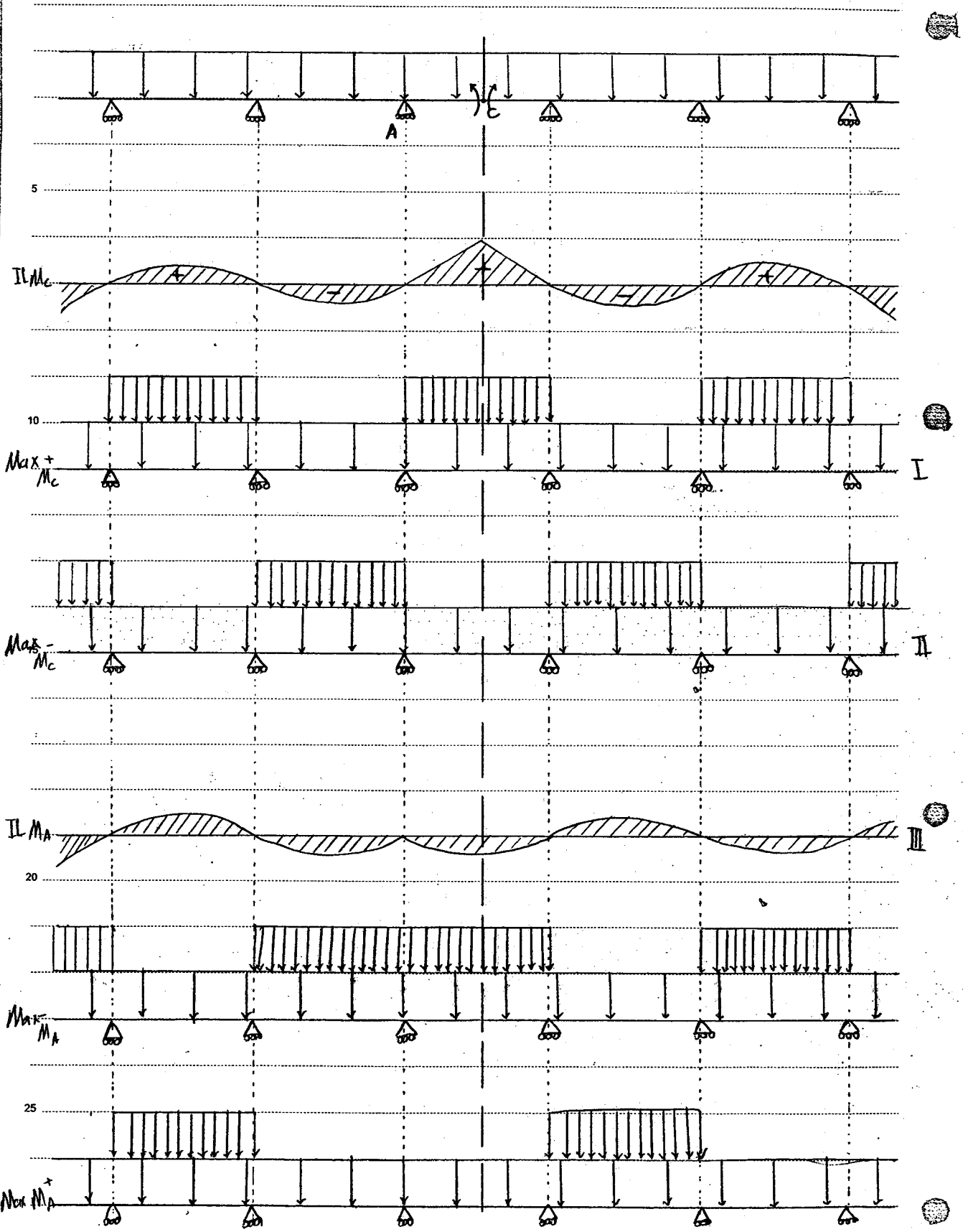
سؤال: $Max\ M_A^+ = ?$ $Max\ M_{C-B}^+ = ?$

$Max\ M_A^- = ?$ $Max\ M_{C-B}^- = ?$

www.vepub.com
Publish Your Mind

Subject:

Year. Month. Date. ( )



Subject:

Year. Month. Date. ( )

I. باید کاری کنیم سطح مثبت Max شود.

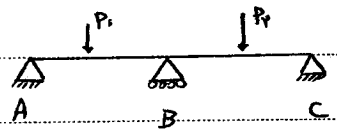
II. از نظر بارزنده ممان منفی Max هست ولی باید بار مرده هم در محاسبات منظور کنیم چون بار مرده هم ممان ایجاد می‌کند.

III. بر A، I.L.M بالاتنی رود چون تکیه‌گاه دارد.

5

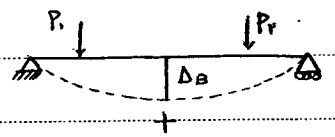
- روش نیروها:

۱) تحلیل سازه‌های یک درجه نامعین:



=

یک درجه نامعین.

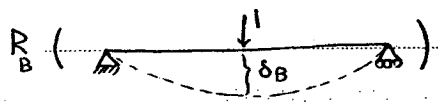


+

مجهول اضافی = $X = R_B$

10

تنها شرط انتخاب مجهول اضافی آن است که باعث ناپایداری سازه نشود. برای مثال نمی‌توانیم تکیه‌گاه A را به عنوان مجهول اضافی معرفی کنیم.



* رابطه‌ی سازگاری تغییر مکان‌ها:

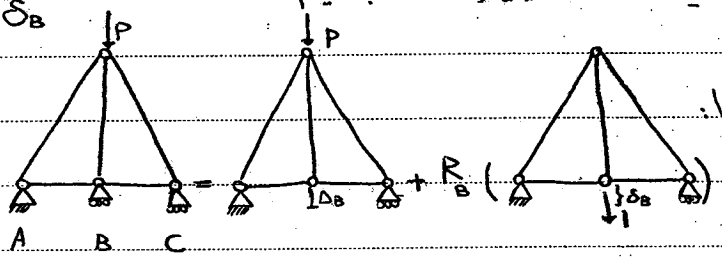
$$\Delta_B + R_B \delta_B = 0$$

$$R_B = \frac{-\Delta_B}{\delta_B}$$

15

زیرا در تیر اصلی در تکیه‌گاه B نباید تغییر مکان داشته باشیم.

همچنین در مورد خرپاها:

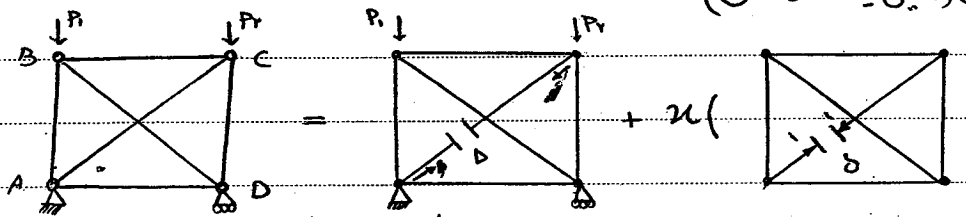


20

رابطه‌ی سازگاری = $\Delta_B + R_B \delta_B = 0 \Longrightarrow R_B = \frac{-\Delta_B}{\delta_B}$ — مجهول اضافی = R_B

تغییر مکان‌ها

خرپای یک درجه نامعین (به دلیل یک عضو اضافی)



$F_{AC} = X$

مجهول اضافی ( )

نکته: نیرو در عضو AC که واحد است، باید در محاسبات منظور شود.

رابطه‌ساز گاری تغییر مکان‌ها $\Delta + x\delta = 0 \Longrightarrow x = \frac{-\Delta}{\delta}$

اگر نیرو در عضو AC کششی باشد $-$ و اگر فشاری باشد $+$ خواهد بود. (پس از کامل کردن)

PqPCO

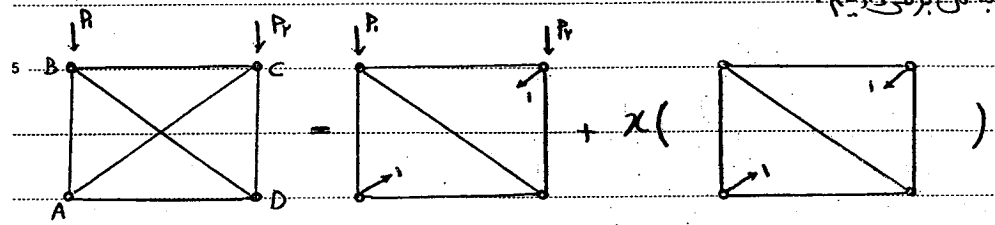
Subject:

Year. Month. Date. ( )

روش معادلی Δ و δ: $\delta = \sum \frac{\mu' l}{AE}$ $\Delta = \sum \frac{\mu F l}{AE}$ (۴)

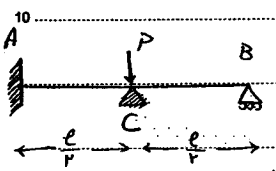
μ: نیروی داخلی در اعضای خرپای ۳ در اثر ۱ واحد μ': نیروی داخلی در اعضای خرپا در اثر ۱ واحد نشان داده شده

روش دوم: عضو AC را به کل برمی داریم.



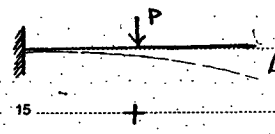
δ از نظر عدد با روش قبل فرق دارد ولی از نظر روش معادلی یکی است. زیرا یک عضو نسبت به حالت قبل کم شده

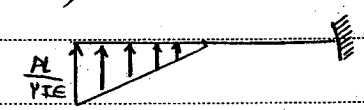
مثال: تیر یک سر درجه نامعین. تحلیل به روش نیروها



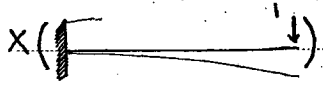
مجهول اضافی: $R_B = X$

$= \Delta_B + X\delta_B = 0$ ← رابطه‌ی سازگاری تغییر مکان‌ها

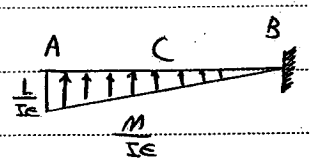




$$\Delta_B = \frac{1}{2}\left(\frac{l}{2}\right)\left(\frac{Pl}{2EI}\right)\left(\frac{l}{2}+\frac{2}{3}\left(\frac{l}{2}\right)\right) = \frac{5Pl^3}{48EI}$$



$$\delta_B = \frac{1}{2} \times L \times \left(\frac{1}{EI}\right) \times \frac{2}{3} \times L = \frac{l^3}{3EI}$$

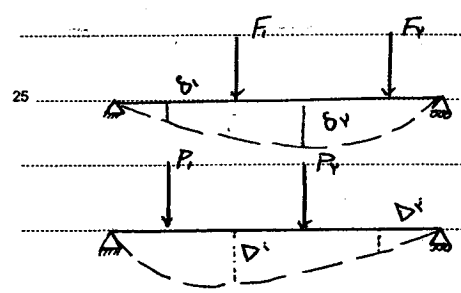


$$X = \frac{-\Delta_B}{\delta_B} = \frac{-5}{16}P$$ یعنی در خلاف جهت بار واحد

تعمیم ماکسول:

در سازمانی که تحت تأثیر دو نوع بارگذاری $(F_1, F_2, \ldots)$ یا $(P_1, P_2, \ldots)$ قرار داده شود، کارهای F در اثر تغییر مکان‌های ناشی از نیروی P برابر است با کار نیروهای P در اثر تغییر مکان‌های ناشی از نیروهای F.

(در صورتی که تکیه گاه‌ها نیز تغییر داده شوند و کار انجام دهند باید در محاسبات دو نظر گرفته شوند)



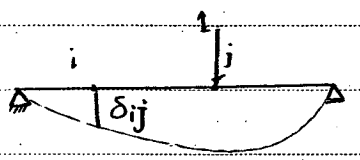
$$F_1\Delta_1 + F_2\Delta_2 = P_1\delta_1 + P_2\delta_2$$

Subject:

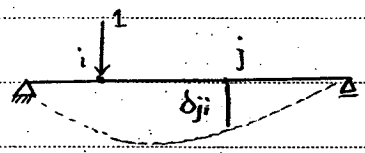
Year. Month. Date. ( ) .

* حالت خاص:

مقدار δ_{ij} عبارتست از تغییر مکان در نقطه یا (امتداد) i و تحت بار واحد در نقطه (امتداد) j به سازه وارد می‌کند.

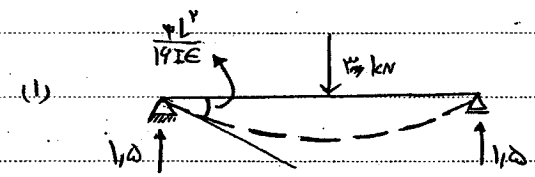


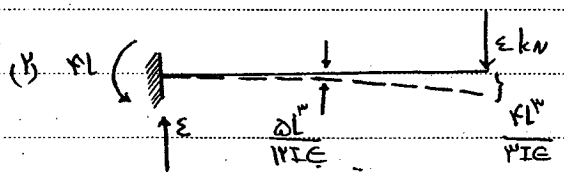
$1 \times \delta_{ji} = 1 \times \delta_{ij} \rightarrow \delta_{ij} = \delta_{ji}$



مثال: صحت قضیه ماکسول را کنترل کنید:

ثابت $= EI$

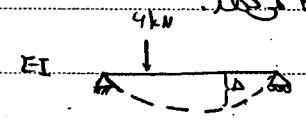




کار نیروهای تیر شماره (1) بعلت تغییر مکان تیر شماره (2) $= 3 \times \frac{5L^3}{12EI} - 1.5 \times \frac{4L^3}{3EI} = \frac{-3L^3}{4EI}$

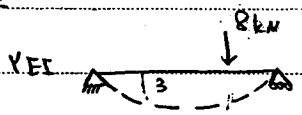
نکته: هرچه در سازه‌ای EI کمتر باشد یعنی سازه نرم‌تر است و راحت‌تر تغییر مکان می‌دهد.

کار نیروهای تیر شماره (2) بعلت تغییر مکان‌های تیر شماره (1) $= -4L \times \frac{3L^2}{16EI} = \frac{-3L^3}{4EI}$



$6 \times 9 = 8 \times \Delta$

$\Delta = 6.75$



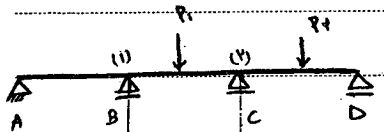
Subject:

Year. Month. Date. ( )

- تحلیل سازه‌های چند درجه نامعین:

سازه دو درجه نامعین:

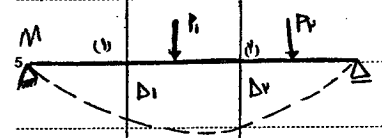
مجهولات اضافی: $R_B = X_1$ $R_C = X_2$

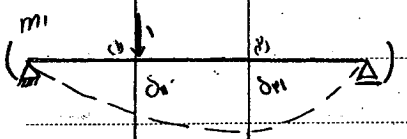


روابط سازگاری: تغییر مکان‌ها

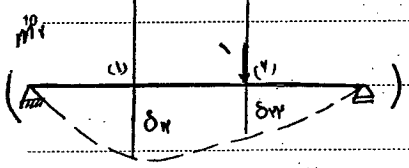
طبق قضیه ماکسول، $\delta_{12} = \delta_{21}$ است.

$$\begin{cases} \Delta_1 + X_1\delta_{11} + X_2\delta_{12} = 0 \\ \Delta_2 + X_1\delta_{21} + X_2\delta_{22} = 0 \end{cases}$$





اگر سازه n درجه نامعین باشد، روابط سازگاری تغییر مکان‌ها به صورت زیر نوشته می‌شود.



$$\begin{cases} \Delta_1 + X_1\delta_{11} + X_2\delta_{12} + \cdots + X_n\delta_{1n} = 0 \\ \Delta_2 + X_1\delta_{21} + X_2\delta_{22} + \cdots + X_n\delta_{2n} = 0 \\ \vdots \\ \Delta_n + X_1\delta_{n1} + X_2\delta_{n2} + \cdots + X_n\delta_{nn} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \cdots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \cdots & \delta_{2n} \\ \vdots & & & \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \cdots & \delta_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \vdots \\ \Delta_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$\delta_{ij} = \delta_{ji}$ همواره

هرچه بیشتر باشد، حل زمان‌تر است.

بنابراین [F] ماتریس نرمی (متقارن) می‌نامیم. ∴ ماتریس نرمی $[F]$ $\{X\}$ $\{\Delta\}$

$$[F]\{X\} = -\{\Delta\} \Longrightarrow \{X\} = -[F]^{-1}\{\Delta\}$$

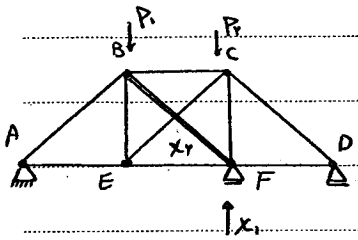
$[F]^{-1}$ = ماتریس سختی

Subject:

Year. Month. Date. ( )

خرپا دو درجه نامعین:

مجهولات اضافی X_1, X_2: $X_1 = R_F$ $X_2 = F_{BF}$

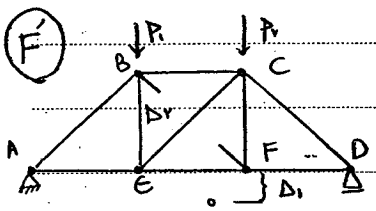


روابط سازگاری تغییر مکان‌ها:

$$\Delta_1 + X_1\delta_{11} + X_2\delta_{12} = 0$$

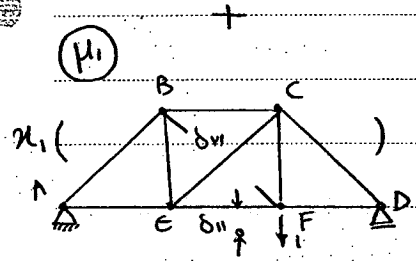
$$\Delta_2 + X_1\delta_{21} + X_2\delta_{22} = 0$$

Δ_2: تغییر طول BF



$$\Delta_1 = \sum \frac{F'\mu_1 \ell}{AE} \qquad \Delta_2 = \sum \frac{F'\mu_2 L}{AE}$$

+



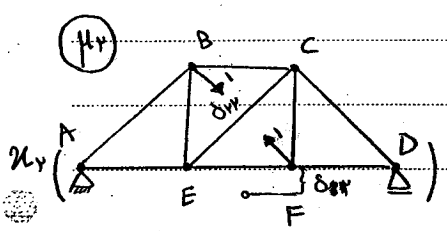
δ_{21}: تغییر طول اعضا در اثر بار واحد در نقطه‌ی 1

$$\delta_{11} = \sum \frac{\mu_1^2 L}{AE} \qquad \delta_{12} = \delta_{21} = \sum \frac{\mu_1\mu_2 L}{AE}$$

+

$$\delta_{22} = \sum \frac{\mu_2^2 L}{AE}$$

به طور کلی $\delta_{ij} = \sum \frac{\mu_i\mu_j L}{AE}$

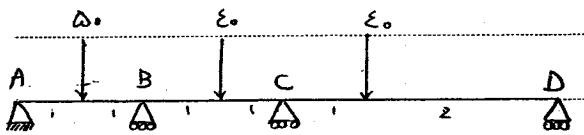


در مورد تیرها و قاب‌ها $\delta_{ij} = \int \frac{m_i m_j}{IE} dx$

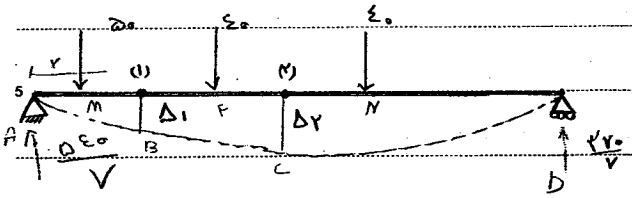
Subject:

Year. Month. Date. ( )

۲-۶ تحلیل تیر دو درجه نامعین بارونش تیروها:



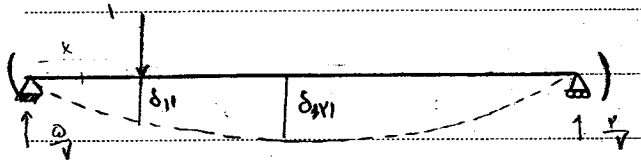
مجهولات اضافی را $R_C = X_2$ ، $R_B = X_1$ در نظر می‌گیریم.



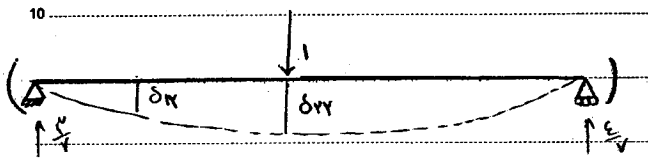
رابطه‌ی سازگاری تغییر مکان‌ها:

$$\Delta_1 + X_1\delta_{11} + X_2\delta_{12} = 0$$

$$\Delta_2 + X_1\delta_{21} + X_2\delta_{22} = 0$$



$$۵۱۴/۳۵۰ + ۴/۷۴۵\,X_1 + ۵/۱۴۰\,X_2 = ۰$$



$$۴۲۵/۳۰۰ + ۵/۱۴۰\,X_1 + ۶/۸۲۰\,X_2 = ۰$$

$X_1 = R_B = -۴۹/۲$

$X_2 = R_C = -۵۴/۴$

معادلات فوق را می‌توان به شکل ماتریسی نیز نوشت و حل کرد.

15

$$\begin{bmatrix} ۴/۷۴۵ & ۵/۱۴۰ \\ ۵/۱۴۰ & ۶/۸۲۰ \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} ۵۱۴/۳۵۰ \\ ۴۲۵/۳۰۰ \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} ۴/۷۴۵ & ۵/۱۴۰ \\ ۵/۱۴۰ & ۶/۸۲۰ \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} ۵۱۴/۳۵۰ \\ ۴۲۵/۳۰۰ \end{Bmatrix}$$

مثال ۶-۳ دوباره با همین روش مسئله‌ی سؤالات مطالعه شود.

نکته: اگر سفتی را به یک نسبت بالا ببریم یا پایین بیاوریم (یعنی اگر ضرایب EI را تغییر دهیم) تغییری در جواب مسئله نخواهد بود.

20

مثال ۶-۴ مطالعه شود. مثال ۶-۵ $\Leftarrow$ $\Delta_1 = \sum F'\mu_1 \left(\frac{l}{AE}\right)$ $\Delta_2 = \sum F'\mu_2 \left(\frac{l}{AE}\right)$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \sum \frac{\mu_1\mu_2 l}{AE} \qquad \delta_{11} = \sum \frac{\mu_1^2 l}{AE} \qquad \delta_{22} = \sum \frac{\mu_2^2 l}{AE}$$

$$-۱۰/۹۱ + X_1(۴) + X_2(۵) = ۰ \qquad -۱۰/۹۱ + X_1(۵) + X_2(۴) = ۰$$

25

$$X_1 = X_2 = ۲/۳۵۶$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

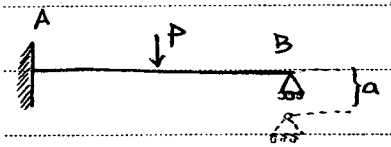
اثر نشست تکیه گاهی در سازه های نامعین:

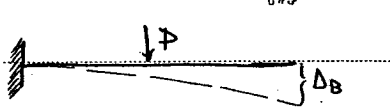
اثر نشست تکیه گاهی عبارت است از جابه جایی تکیه گاه ها در اثر عواملی غیر از نشست خاک. تفاوت در معادلات در رابطه سازگاری تغییر مکان ها نشان داده می شود.

نشست تکیه گاهی در سازه های نامعین باعث ایجاد نیروهای داخلی می شود.

به عنوان مثال فرض کنید تکیه گاه B به اندازه a cm نشست دارد.

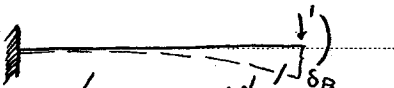
اگر $R_B = X$ به عنوان مجهول اضافی انتخاب شود، رابطه ی سازگاری تغییر مکان ها به صورت زیر نوشته می شود:



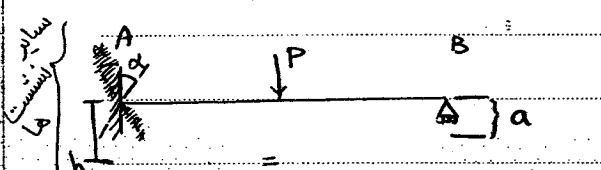


$$\Delta_B + x\,\delta_B = a$$

$$\Rightarrow x = \frac{a - \Delta_B}{\delta_B}$$

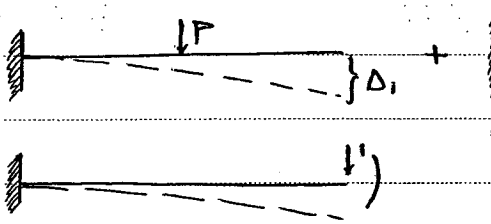


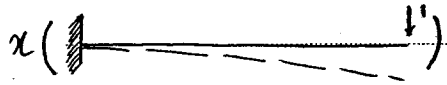
حالتی که مجهول اضافی در حل نشست تکیه گاهی انتخاب می شود یا نشست تکیه گاهی بیش از یک مورد باشد:



مجهول اضافی $R_B = X$

نکته: از سازه معین است در اثر نشست های Δ_2 و Δ_3 نیروی داخلی در اعضا بوجود نمی آید.



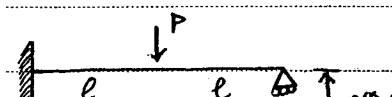


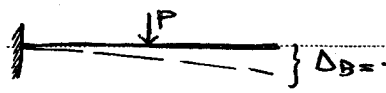
Δ_B = شامل تغییر Δ_1 (ناشی از نیروهای خارجی) + Δ_3 (به علت دوران تکیه گاه a) + Δ_2 (به علت انتقال تکیه گاه A)

$$\Delta_B + x\,\delta_B = a$$

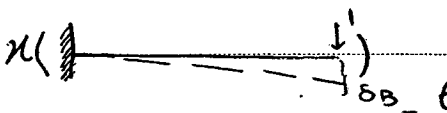
مثال ۱: فرض کنید تکیه گاه B به اندازه ۰٫۵ cm نشست کند.

برای نشست تکیه باید علامت مناسب منظور شود. نکته





$$\Delta_B + x\,\delta_B = +0.5$$



$$\frac{5Pl^3}{48IE} + x\,\frac{l^3}{3IE} = -0.5 \longrightarrow$$

$$X = \frac{115\,IE}{l^3} - \frac{5P}{16}$$

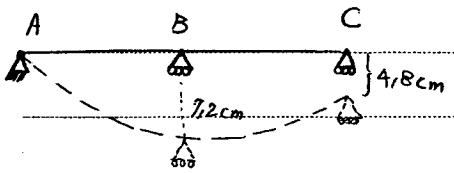
www.vepub.com
Publish Your Mind

Subject:

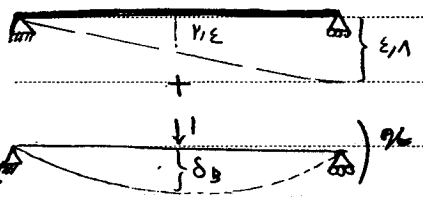
Year. Month. Date. ( )

مثال ۲: فرض کنید تکیه‌گاه B به اندازه‌ی ۷٫۲cm و تکیه‌گاه C به اندازه‌ی ۴٫۸cm نشست کند. $R_B = ?$

بعنوان اضافی $R_B = X$



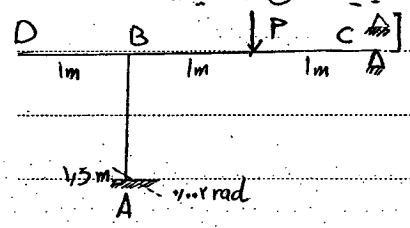
$$\delta_B = \frac{P^3}{48EI}$$



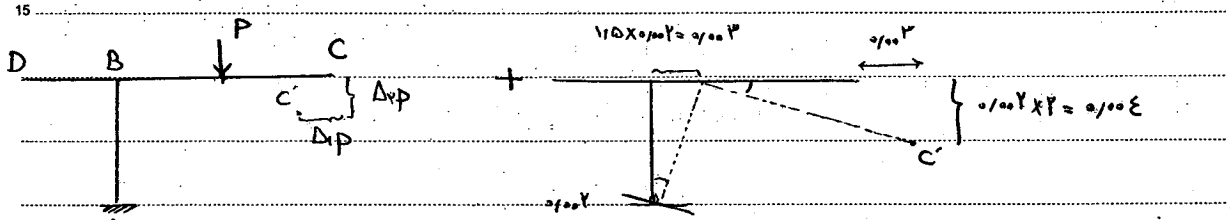
$\Delta_B = 2.4$ $\qquad 2.4 + X\left(\frac{L^3}{48EI}\right) = 7.2$

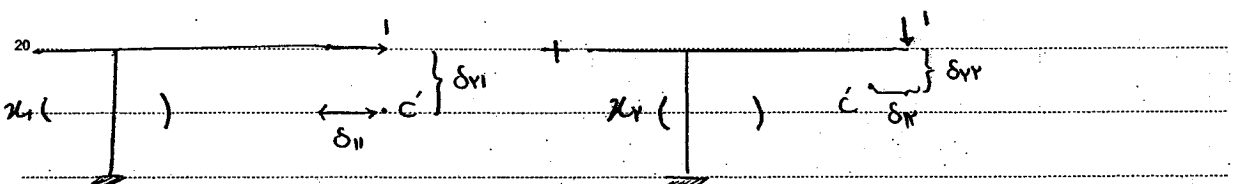
$\Delta_B + X\delta_B = 7.2$ $\qquad X = \frac{2430 EI}{L^3}$

مثال: فرض کنید تکیه‌گاه A به اندازه‌ی ۰٫۰۰۲ rad دوران عقربه‌های ساعت و تکیه‌گاه C به اندازه‌ی 5cm به سمت بالا نشیمن بردارد. روابط سازگاری تغییر مکان‌ها را بدون احتساب تغییر شکل‌ها بنویسید.



دو درجه نامعین. مجهولات اضافی $R_{cx} = X_1$ ، $R_{cy} = X_2$





$\Delta_1 = \Delta_{1P} + 0.003$ $\qquad \Delta_{1P} + 0.003 + X_1\delta_{11} + X_2\delta_{12} = 0$

$\Delta_2 = \Delta_{2P} + 0.004$ $\qquad \Delta_{2P} + 0.004 + X_1\delta_{21} + X_2\delta_{22} = -0.005$

WWW.CIVILGO.IR

Subject:

Year. Month. Date. ( )

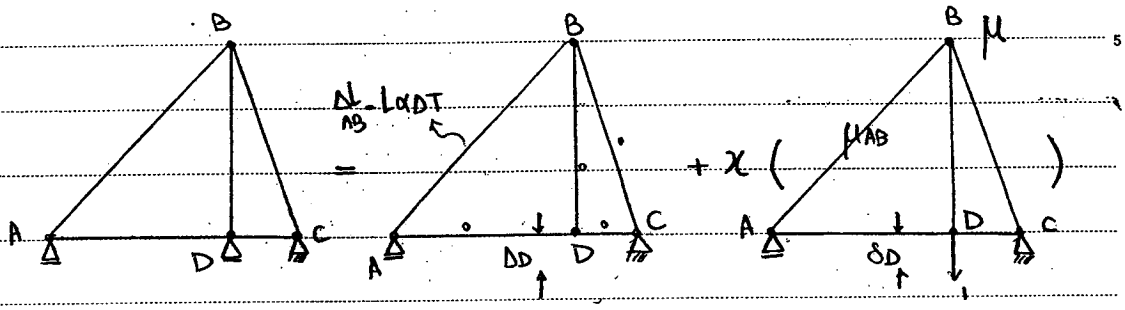
ایجاد

اثر تغییرات درجه حرارت یا تغییر طول در خرپاهای نامعین:

* اثر تغییرات درجه حرارت:

فرض کنید درجه حرارت عضو AB به اندازه ΔT افزایش یابد.

خرپای یک درجه نامعین، مجهول اضافی $R_D = X$



$$\Delta_D = \sum \mu_D \Delta L \Rightarrow \Delta_D = \sum \mu (\alpha L \Delta T) = \mu_{AB}(\alpha L_{AB} \Delta T)$$

$$\delta_D = \sum \frac{\mu^2 L}{AE} \qquad \Delta_D + X\delta_D = 0 \Longrightarrow X = \frac{-\Delta_D}{\delta_D}$$

* اثر ایجاد تغییر طول:

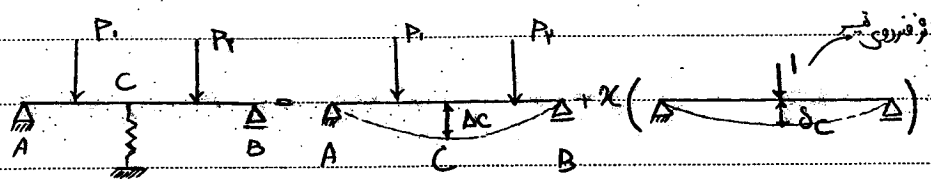
فرض کنید در خرپای فوق عضو AB به اندازه a cm با تغییر طول اجرا شود.

$$\Delta_D = \mu_{AB} \cdot a \qquad \delta_D = \sum \frac{\mu^2 L}{AE} \qquad \Delta_D + X\delta_D = 0 \Longrightarrow X = \frac{-\Delta_D}{\delta_D}$$

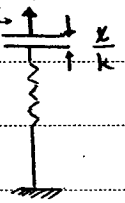
اثر تکیه گاه های الاستیک (فنرها) در سازهای نامعین:

اثر تکیه گاه های الاستیک (فنرها) مشابه اثر نشست تکیه گاهی است.

تیر یک درجه نامعین. $R_C = X$ مجهول اضافی



افزایش طول فنر. اثر تیروی فنر



$$\Delta_C + X\delta_C = \frac{-X}{k}$$ رابطه سازگاری تغییر مکان در مقطع C

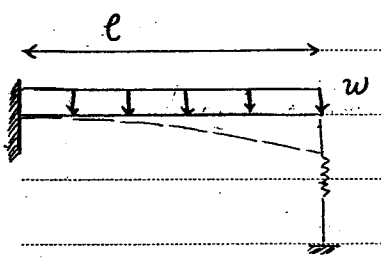
www.vepub.com
Publish Your Mind

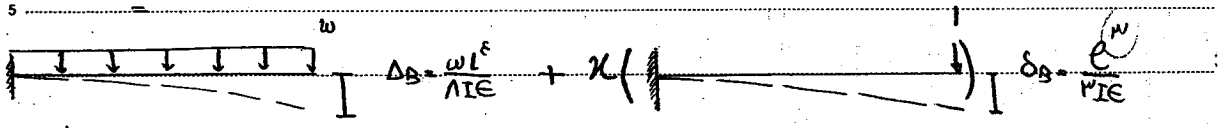
Subject:

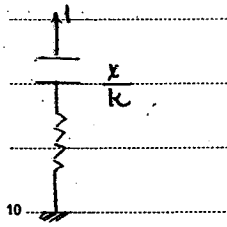
Year. Month. Date. ( )

مثال: $R_B = ?$ (ریشه و دهانه) $EI =$ ثابت

یک درجه نامعین ← مجهول اضافه $R_B = X$







$$\frac{wl^4}{8IE} + X\frac{l^3}{3IE} = \frac{-X}{K} \Rightarrow X\left(\frac{l^3}{3IE} + \frac{1}{K}\right) = \frac{-wl^4}{8IE}$$

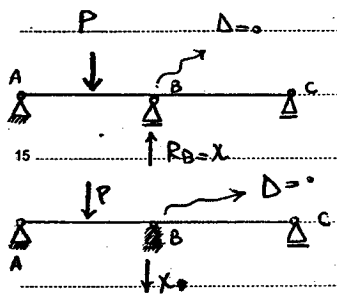
$$\Rightarrow X = -\frac{3wKl^4}{24IE + 8K}$$

- روش حداقل کار:

۱- سازه‌ی یک درجه نامعین

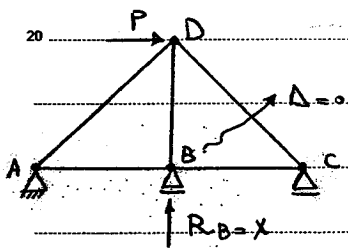
تبدیل یک درجه نامعین ← مجهول اضافی $R_B = X$

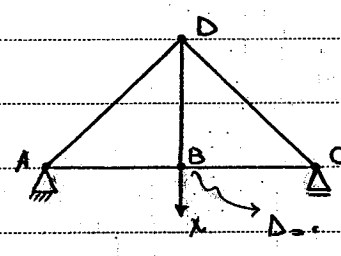
در این روش نیز شکل‌ها را به روش گایانو به دست می‌آوریم.



$$\Delta_B = \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \Rightarrow \int_l \frac{M\left(\frac{\partial M}{\partial x}\right)}{IE} dx = 0 \Rightarrow X \checkmark$$

خروجی یک درجه نامعین ← مجهول اضافی $R_B = X$





$$\Delta_B = \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\sum F\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)L}{AE} = 0 \rightarrow X \checkmark$$

Subject.

Year. Month. Date. ( )

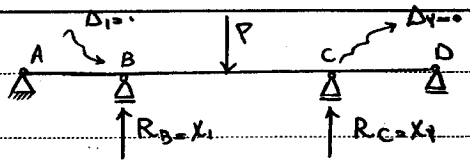
سازه‌های چندرجه‌نامعین

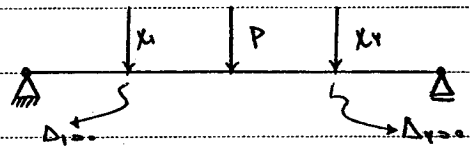
درجه‌نامعین: ۲

تیر دودرجه‌نامعین ← مجهولات اضافی

$R_B = X_1$

$R_C = X_2$





$$\Delta_1 = \frac{\partial W}{\partial X_1} = 0 \Longrightarrow \int_{\ell} \frac{M\left(\frac{\partial M}{\partial X_1}\right) dx}{IE} = 0$$

$$\Delta_2 = \frac{\partial W}{\partial X_2} = 0 \Longrightarrow \int_{\ell} \frac{M\left(\frac{\partial M}{\partial X_2}\right) dx}{IE} = 0$$

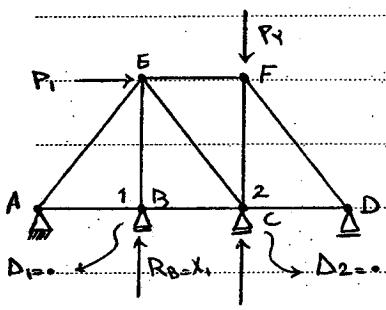
⋮

$$\Delta_n = \frac{\partial W}{\partial X_n} = 0 \Longrightarrow \int_{\ell} \frac{M\left(\frac{\partial M}{\partial X_n}\right) dx}{IE} = 0$$

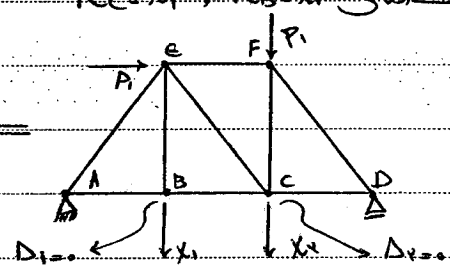
اگر سازه n درجه نامعین بود، n معادله، n مجهول

$X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$

خرپای دودرجه نامعین ← مجهولات اضافی $R_B = X_1$ ، $R_C = X_2$



=



$$\Delta_1 = \frac{\partial W}{\partial X_1} = 0 \Longrightarrow \sum \frac{F\left(\frac{\partial F}{\partial X_1}\right) L}{AE} = 0$$

$$\Delta_2 = \frac{\partial W}{\partial X_2} = 0 \Longrightarrow \sum \frac{F\left(\frac{\partial F}{\partial X_2}\right) L}{AE} = 0$$

⋮

$$\Delta_n = \frac{\partial W}{\partial X_n} = 0 \Longrightarrow \sum \frac{F\left(\frac{\partial F}{\partial X_n}\right) L}{AE} = 0$$

* اگر مجهول اضافی نیرو در یکی از میله‌ها انتخاب شود، باید آن میله در محاسبه‌ی Δ منظور شود.

اگر سازه n درجه نامعین باشد ←

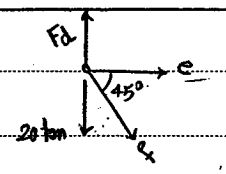
www.vepub.com
Publish Your Mind

Subject:

Year. Month. Date. ( )

حل حرفی:

F.B.D 1

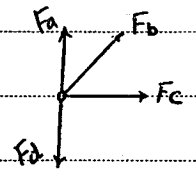


$\sum F_y = 0 \quad -F_p\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + F_d - 20 = 0$

$F_p = -28,28 + 1,414 F_d$

$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_e + F_p\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0 \longrightarrow F_e = 20 - F_d$

F.B.D 2

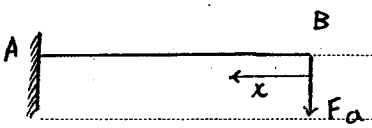


$\sum F_y = 0 \quad F_a - F_d + F_b\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0$

$F_b = -1,414 F_a + 1,414 F_d$

$\sum F_x = 0 \quad F_b\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + F_c = 0 \Longrightarrow F_c = F_a - F_d$ اطلاعی جواب دو اشکال جزوه سوال ۵

حل تیر:



$M = -Fa \cdot x$

$\begin{cases} \frac{\partial M}{\partial Fa} = -x \\ \frac{\partial M}{\partial Fd} = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} \int \frac{M}{I}\left(\frac{\partial M}{\partial Fa}\right)dx = \int_0^{300} \frac{-Fa\,x\,(-x)\,dx}{300} = 1212,5\,Fa \ \frac{t}{m} \\ \int \frac{M}{I}\left(\frac{\partial M}{\partial Fd}\right)dx = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 100\,(22,47\,Fa - 17,42\,Fd) + 1212,5\,Fa = 0 \\ 100\,(-17,42\,Fa + 22,11\,Fd - 20,18) = 0 \end{cases}$

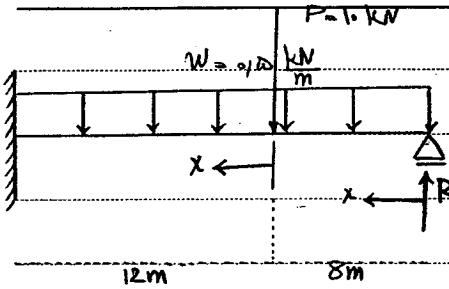
$\Longrightarrow Fa = 0,09\ ton \qquad Fd = 9,6\ ton$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

EXP 8: تیر یک دهانه نامعین.

مجهول اضافی R_B



$$\Delta_B = \int \frac{M\left(\frac{\partial M}{\partial x}\right)}{IE} dx = 0$$

خط	مبدأ	حدود	M	$\frac{\partial M}{\partial R_B}$
BC	B	$0<x<8$	$R_B(x) - 0.5\frac{x^2}{2}$	x
CA	C	$0<x<12$	$R_B(x+8) - \frac{0.5(x+8)^2}{2} - 10x$	$x+8$

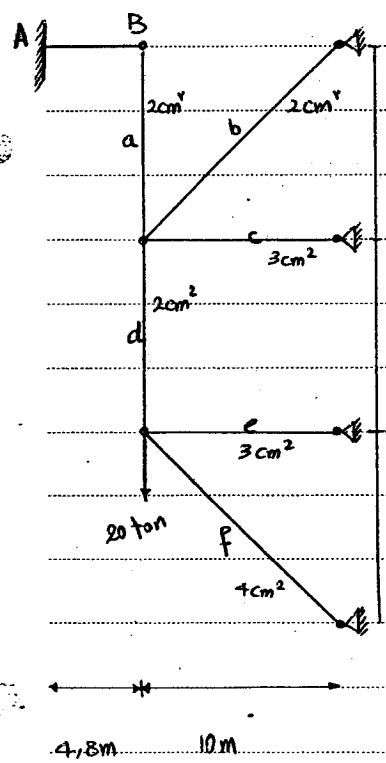
* نکته: دستگاهی که مربوط به نشست تکیه‌گاهی، اثر دما، اثر ابعاد تغییر طول و ... است، بهتر است با روش نیروها مسئله را حل کنیم.

$$\Delta_B = \int M\left(\frac{\partial M}{\partial R_B}\right) dx = \int_0^8 \left(R_B x - \frac{0.5x^2}{2}\right) x\, dx + \int_0^{12} \left[R_B(x+8) - \frac{0.5(x+8)^2}{2} - 10x\right](x+8)\, dx = 0$$

$$226 R_B - 21520 = 0 \Longrightarrow R_B = 8.1 \text{ ton}$$

EXP 9: تحلیل سازه مرکب با روش حداقل کار.

نیروهای محوری در میله‌های a، d را به دست آورید.



E = ثابت $\quad R = 11 \quad C = 9$

تعداد معلومات $= 3 + C = 9$

تعداد مجهولات $= 11 \quad D = 2$

تعداد شرط‌های اضافی

تعداد خروجی‌های درجه‌ی سیستم $= \frac{\partial w}{\partial P} = \sum F\left(\frac{\partial F}{\partial P}\right)\frac{L}{AE} + \int_L \frac{1}{IE} M\left(\frac{\partial M}{\partial P}\right) dx = 0$

$$\begin{cases} \frac{\partial w}{\partial F_a} = \sum F\left(\frac{\partial F}{\partial F_a}\right) \times \frac{L}{AE} + \int_L \frac{1}{IE} M\left(\frac{\partial M}{\partial F_a}\right) dx = 0 \\ \frac{\partial w}{\partial F_d} = \sum F\left(\frac{\partial F}{\partial F_d}\right) \times \frac{L}{AE} + \int_L \frac{1}{IE} M\left(\frac{\partial M}{\partial F_d}\right) dx = 0 \end{cases}$$

www.vepub.com
Publish Your Mind

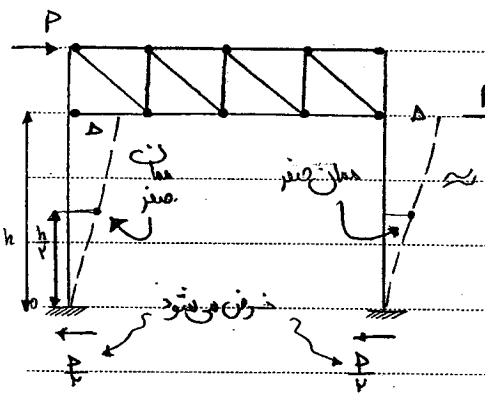
Subject:

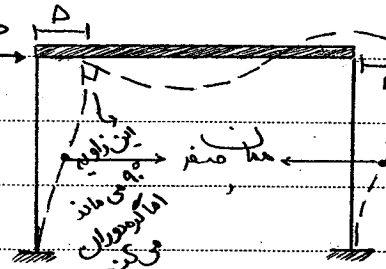
Year. Month. Date. ( )

تحلیل تقریبی سازه‌های نامعین:

تحلیل تقریبی سازه‌ها تحلیلی است که براساس فرضیات تقریبی انجام می‌گیرد. به علل زیر تحلیل تقریبی حائز اهمیت است.

* کنترل سریع جواب‌های دقیق
* عدم امکان تحلیل دقیق به سهولت
* وجود پیچیدگی‌هایی در سازه

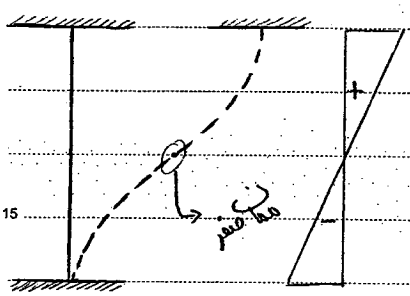




قاب خرپا در برابر بار جانبی P به درجه نامعین

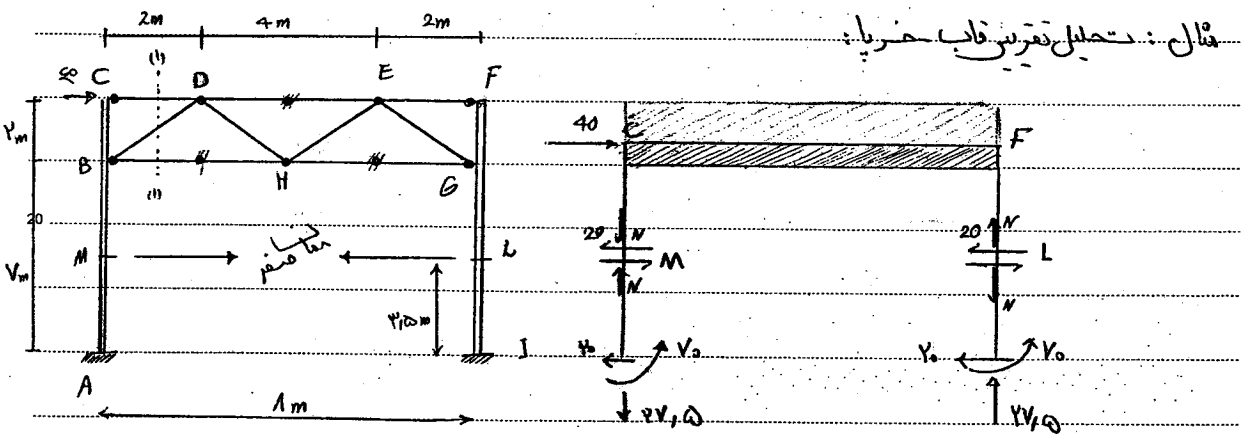
ممان دقیقاً در وسط عضوی که دوران نیز دارد است

اما دوران یک تیر همان نسبی به اندازه Δ دارند صفر است.



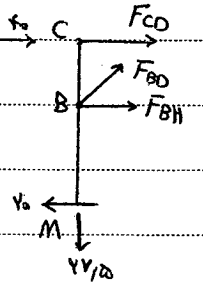
نامعین ۳ همارهٔ شرطی | ممان وسط ستون‌ها صفر است
برش ستون‌ها برابر (عکس العمل افقی تیرها)

مثال: تحلیل تقریبی قاب خرپا:



$\sum_M M$ (AM حول نقطه) $= 0 \quad 20 \times 3/5 - MA = 0 \Rightarrow MA = 70\ kN.m$

$\sum_L M$ (MCFL) $= 0 \quad 40 \times 5/5 - N(8) = 0 \Rightarrow N = 27/5\ kN$ ؟؟؟



$\sum M_B = 0 \Rightarrow F_{CD} = -25\ kN \qquad \sum F_y = 0 \Rightarrow F_{BD} = 32/9\ kN$

$\sum M_D = 0 \Rightarrow F_{BH} = 27/5\ kN$

PqPCO

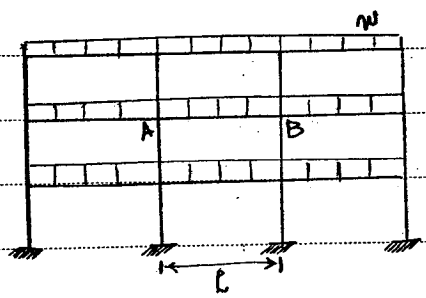
Subject:

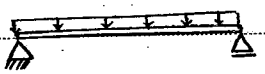
Year. Month. Date. ( )

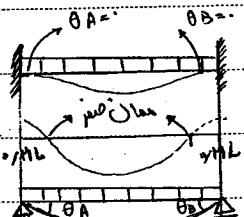
تحلیل قاب ها در اثر بارهای قائم (گسسترده یکنواخت)

قاب ۲۷ درجه نامعین است.

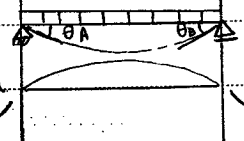
رفتار تیر AB را بررسی می‌کنیم.



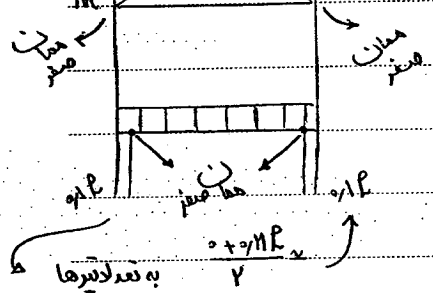




تیر دوسر گیردار

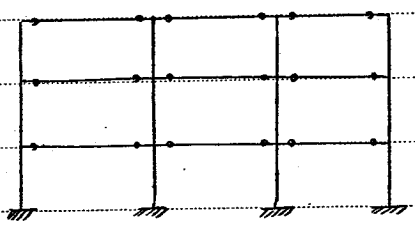


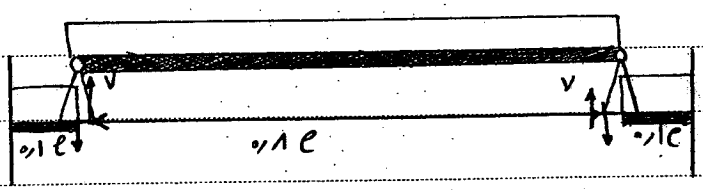
تیر ساده



فرضیات: ۱) ممان مثبت در $0.1L$ در هر دو انتهای تیر

۲) نیروی محوری در تیرها صفر است





ممان در وسط و دو انتهای تیر:

$$V = \frac{1}{2} \times w(0.8L) = 0.4wL$$

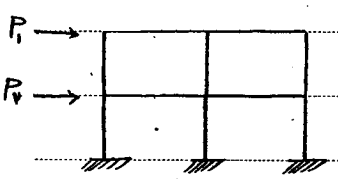
$$M(CD \text{ تیر وسط}) = \frac{w(0.8L)^2}{8} = \frac{wL^2}{12.5}$$

$$M_A = -0.4wL(0.1L) - \frac{w(0.1L)^2}{2} = \frac{-wL^2}{22.22}$$

www.vepub.com
Publish Your Mind

Subject:

Year. Month. Date. ( )



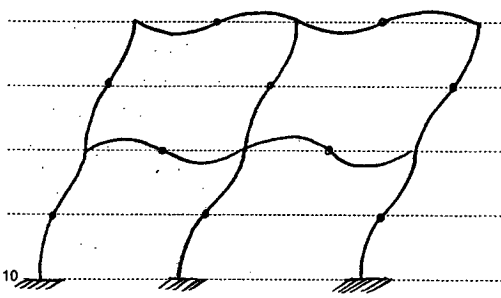
تحلیل قاب ها در اثر نیروهای جانبی در زلزله ـ روش پرتال

قاب ۱۲ درجه نامعین است.

* خصوصیات روش پرتال:

ـ ستون های میانی دو برابر ستون های کناری برش تحمل می کنند.

ـ عمان در وسط تیرها و ستون ها صفر است.



مراحل روش پرتال:

۱ـ نیروهای برش در ستون ها را حساب می کنیم. با نوشتن $\Sigma F_x = 0$ در هر طبقه

۲ـ عمان در وسط ستون ها را حساب می کنیم. با نوشتن $\Sigma M = 0$ در هر گره

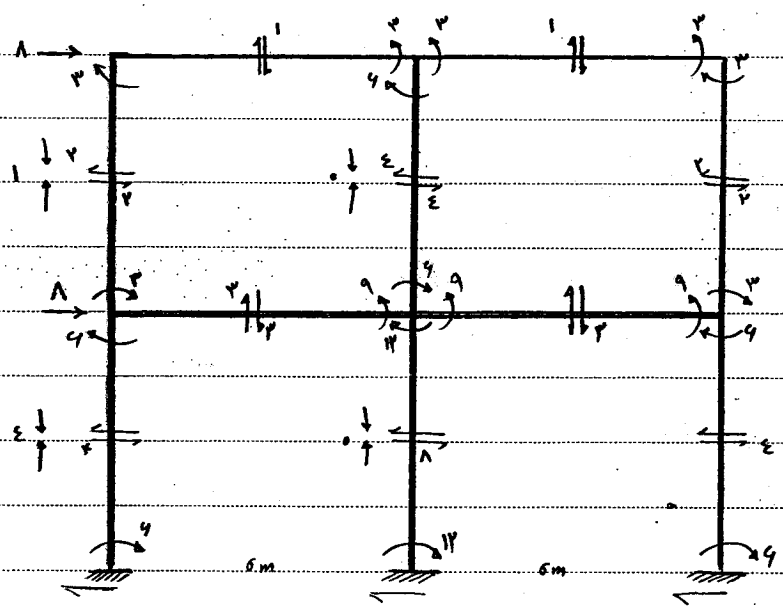
۳ـ عمان و برش تیرها را تعیین می کنیم. با نوشتن $\Sigma M = 0$ $\Sigma F_y = 0$ نیروی محوری در ستون

M
V

۴ـ نیروی محوری در ستون ها را به دست می آوریم.

$\Sigma F_y = 0$ در هر گره

* تمامی اتصالات صلب گره است



Subject:

Year. Month. Date. ( )

5

10

15

20

25

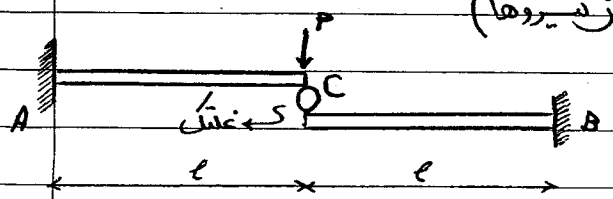
P4PCO

www.vepub.com
Publish Your Mind

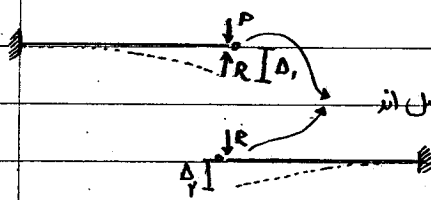
(۷)

نمونه سؤال پایانترم: M_A و M_B را حساب کنید (از روش نیروها)

یک درجه نامعین



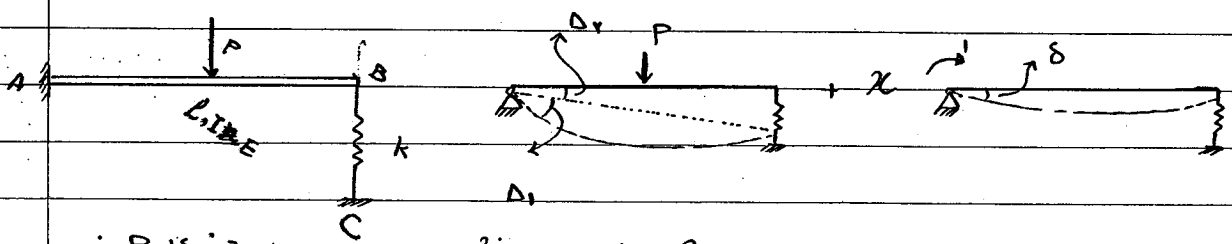
$$\Delta_1 = \frac{(P-R)\ell^3}{3IE} \qquad \Delta_2 = \frac{R\ell^3}{3IE} \Longrightarrow R = \frac{P}{2}$$



بر خود تکیه به هم متقل اند و به یک اندازه جابه جا می شوند

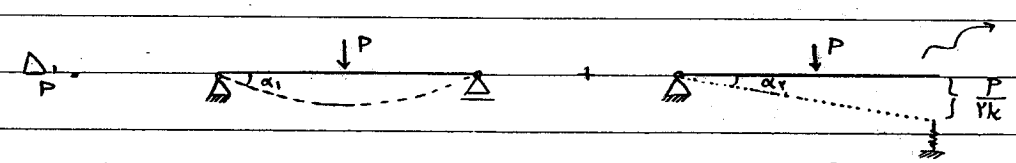
$$M_A = M_B = \frac{PL}{2}$$

مثال: تکیه گاه C به اندازه a cm نشست می کند. M_A را حساب کنید. معمول اضافه را M_A در نظر بگیرید.



به علت نشست $\Delta_2 = \frac{a}{L}$ — به علت نیروی P و فنر

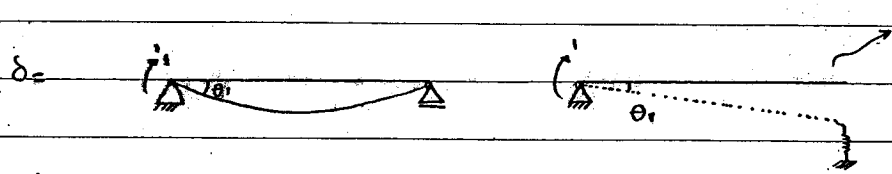
$$\Delta = \Delta_{1P} + \Delta_{2\text{نشست}}$$



به علت فنر — به علت متعلق P

$$\alpha_2 = \frac{P}{2kL}$$

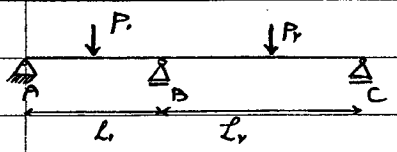
$$\Delta_{1P} = \alpha_1 + \alpha_2$$

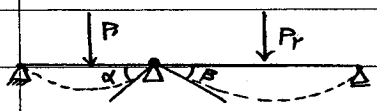


$$\delta = \theta_1 + \theta_2$$

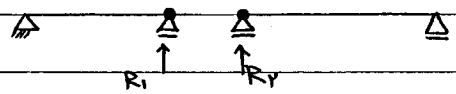
www.vepub.com
Publish Your Mind

سئوال : M_B را بصورت اضافه ان خواب کرده و آن را بدست آورید :





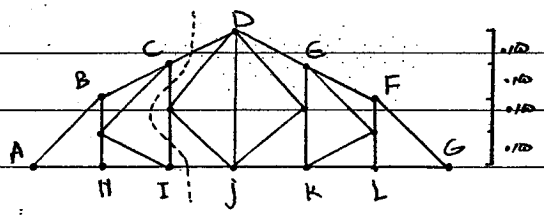
$\Delta_B = \theta_B = \alpha + \beta$ =



$\Delta_B + X\delta_B = 0$ $\quad R_B = R_1 + R_2$

$\delta_B = \delta_1 + \delta_2$

مثال : خط تأثیر F_{IG} را رسم کنید :

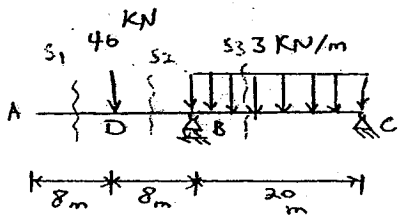


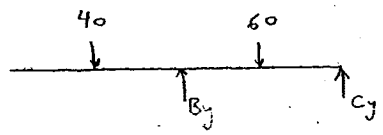
$\sum M_C = 0$

$F_{JJ'} = \frac{1}{4}$

تمرینات شماره ۱

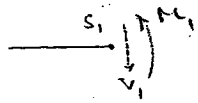
سوال ۱ – دیاگرام لنگرخمشی را با استفاده از قانون جمع آثار، رسم کنید.





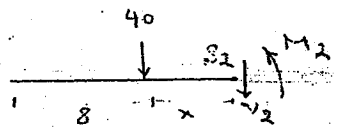
$\Sigma M_B = 0 \rightarrow 40\times 8 - 60\times 10 + 20\times C_y = 0 \rightarrow C_y = 14$ KN

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow B_y + C_y - 40 - 60 = 0 \rightarrow B_y = 86$ KN



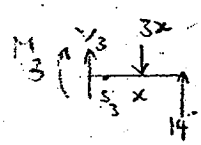
$\Sigma M_{S1} = 0 \rightarrow M_1 = 0$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow V_1 = 0$



$\Sigma M_{S2} = 0 \rightarrow M_2 + 40x = 0 \rightarrow M_2 = -40x$

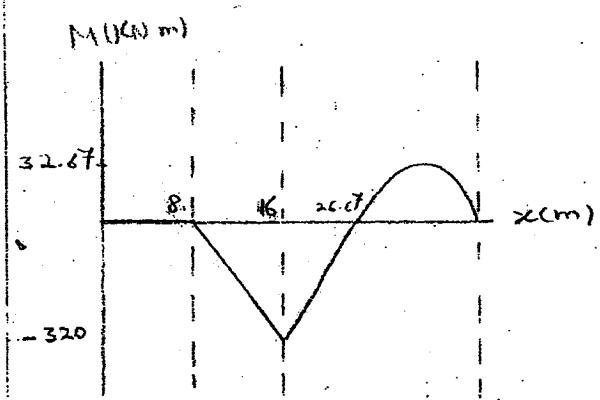
$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -40 - V_2 = 0 \rightarrow V_2 = -40$



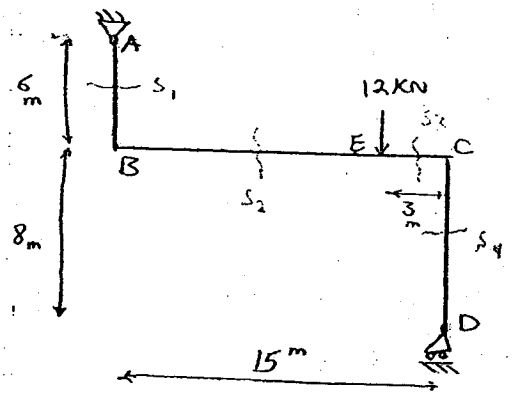
$\Sigma M_{S3} = 0 \rightarrow -M_3 - \frac{x}{2}\,3x + x(14) = 0$

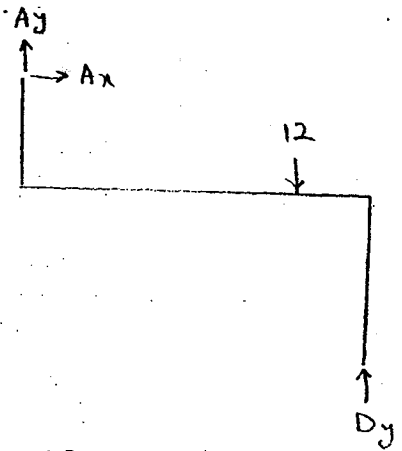
$\rightarrow M_3 = -\frac{3}{2}x^2 + 14x$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow V_3 + 14 - 3x = 0 \rightarrow V_3 = 3x - 14$



سوال 2 – لنگر خمشی را در مقطعات خواسته شده حساب کنید و نتایج را در یک جدول نشان دهید.





$\Sigma M_A = 0 \rightarrow -12 \times (15-3) + D_y \times 15 = 0 \rightarrow D_y = 9.6\ kN$

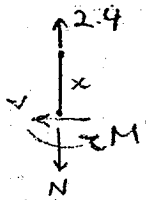
$\Sigma F_y = 0 \rightarrow A_y - 12 + 9.6 = 0 \rightarrow A_y = 2.4\ kN$

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow A_x = 0$

$\Sigma M_{S1} = 0 \rightarrow M - Vx = 0 \quad (1)$

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow V = 0 \quad (2)$

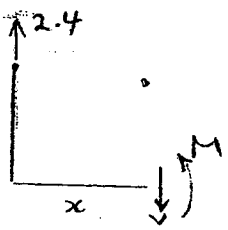
$(1), (2) \rightarrow M = 0$



$\Sigma F_y = 0 \rightarrow 2.4 - V = 0 \rightarrow V = 2.4$

$\Sigma M_A = 0 \rightarrow M - 2.4x = 0$

$\rightarrow M = 2.4x$



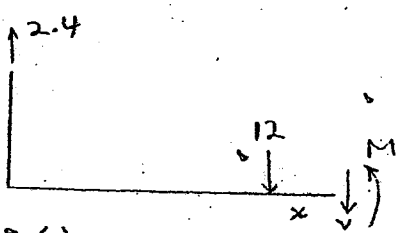
$\Sigma F_y = 0 \rightarrow 2.4 - 12 - V = 0$

$\rightarrow V = -9.6$

$\Sigma M_A = 0 \rightarrow -12 \times 12 - (12+x)V + M = 0$

$\rightarrow M = +144 + 12(-9.6) + (-9.6)x$

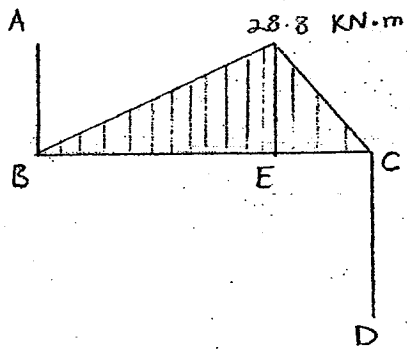
$= 28.8 - 9.6x$



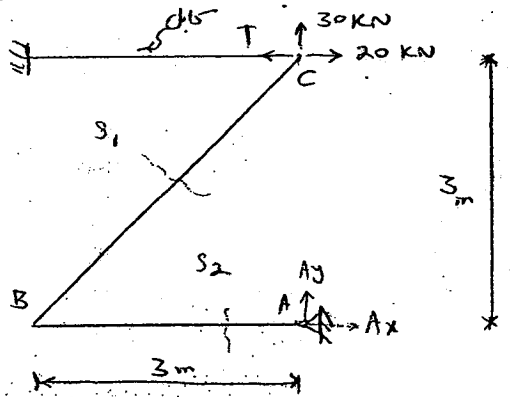
$\Sigma F_x = 0 \rightarrow V = 0$

$\Sigma M_{S4} = 0 \rightarrow M = 0$

قطعه	مبدا	حدود	M
AB	A	$0-6^m$	0
BE	B	$0-12^m$	$2.4x$
EC	E	$0-3^m$	$28.8-9.6x$
CD	D	$0-8^m$	0



سوال 3- لنگر خمشی را در قطعات سازه، حساب کنید و نتایج را در جدول مشابه جدول زیر بنویسید.



نقطه	مبدا	حدود	M
AB	A	$0-3^m$	...
BC	C	$0-4^m$	...

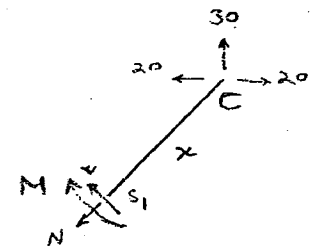
$\Sigma M_C = 0 \longrightarrow A_x = 0$

$\Sigma F_x = 0 \longrightarrow A_x - T + 20 = 0 \longrightarrow T = 20\ KN$

$\Sigma F_y = 0 \longrightarrow A_y + 30 = 0 \longrightarrow A_y = -30\ KN$

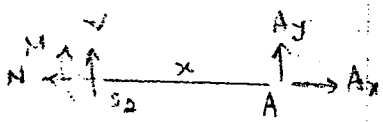
$\Sigma M_{S1}=0 \rightarrow -M + 30 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

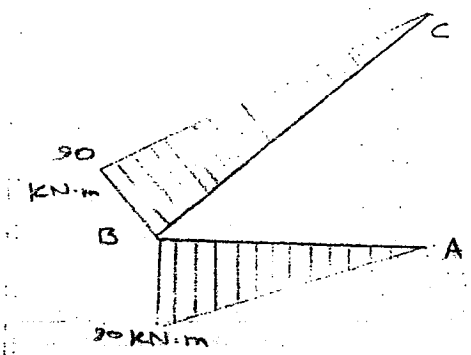
$\rightarrow M = 15\sqrt{2}\, x$



$\Sigma M_{S2}=0 \rightarrow -M + (-30)x = 0$

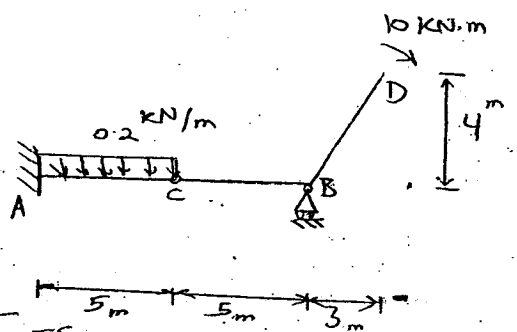
$\rightarrow M = -30x$

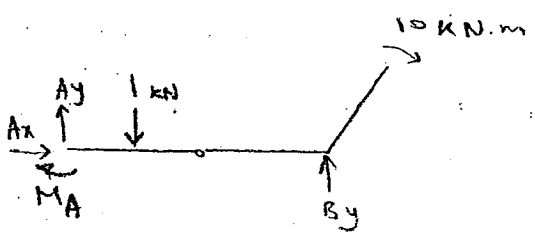




نقطه	بازه	بردار	M
AB	A	←	$-30x$
BC	C	↓	$15\sqrt{2}\,x$

سوال 4- لنگر خمشی را در مقطعات سازه حساب کنید و نتایج را در جدولی نشان دهید.
سپس لنگرگیری را A و B و D در نظر بگیرید.

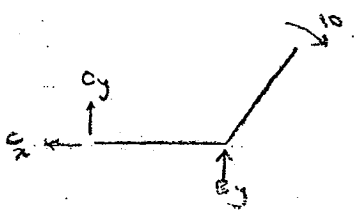




برای کل $\Sigma F_x = 0 \rightarrow A_x = 0$

$\Sigma M_C = 0 \rightarrow 5B_y - 10 = 0$

$\rightarrow B_y = 2\,KN$



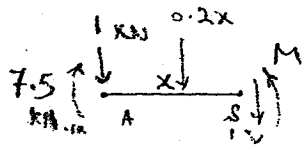
برای کل $\Sigma F_y = 0 \rightarrow A_y - 1 + 2 = 0 \rightarrow A_y = -1\,KN$

برای کل $\Sigma M_A = 0 \rightarrow -M_A - 2.5 + 20 - 10 = 0 \rightarrow M_A = +7.5\,KN.m$

www.vepub.com
Publish Your Mind

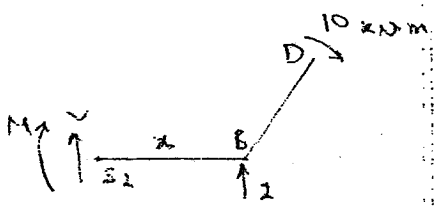
$\Sigma M_{S1}=0 \rightarrow M+x-7.5+0.2\frac{x}{2}^2$

$\rightarrow M=-x+7.5-0.1x^2$



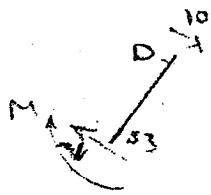
$\Sigma M_{S2}=0 \rightarrow -M+2x-10=0$

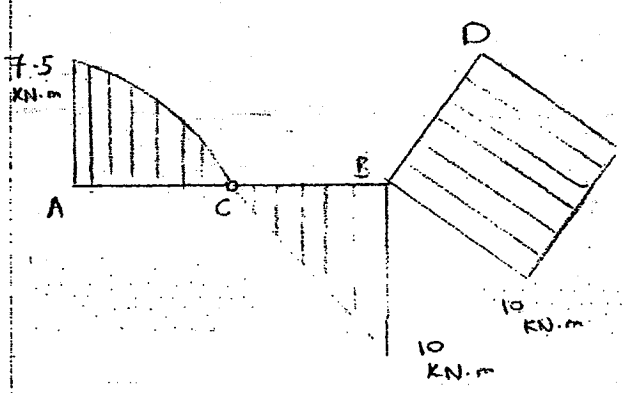
$\rightarrow M=2x-10$



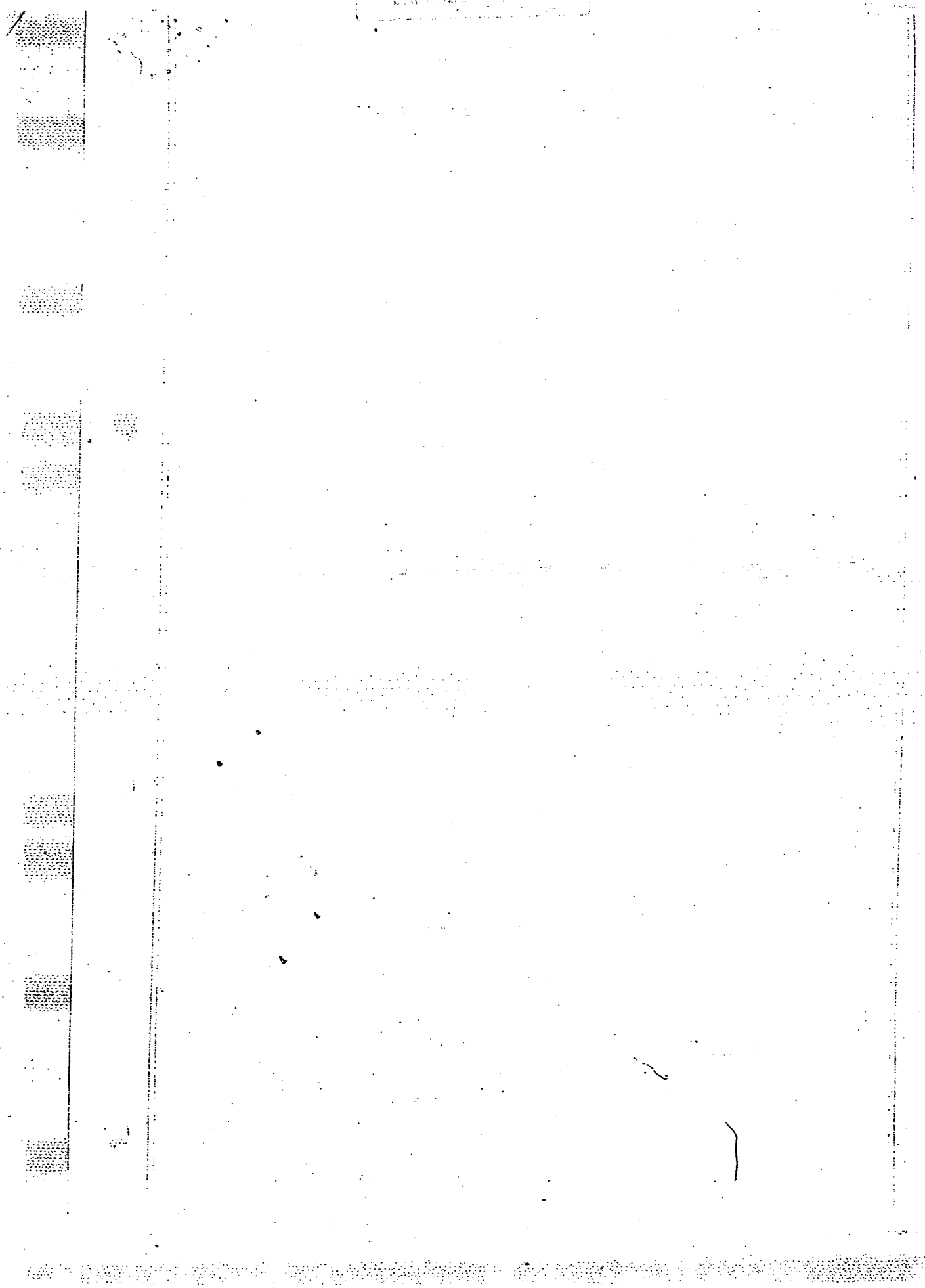
$\Sigma M_{S3}=0 \rightarrow -M-10=0$

$\rightarrow M=-10$ KN.m





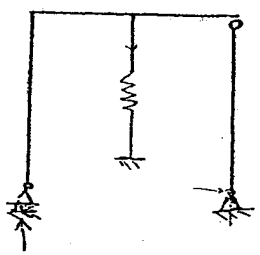
تابع	سبوا	حدود	M
AC	A	0-5m	$-0.1x^2-x+7.5$
CB	B	0-5m	$2x-10$
BD	D	0-5m	-10



www.vepub.com
Publish Your Mind

سوال - درجات نامعینی سازه های زیر را مشخص کنید

1.

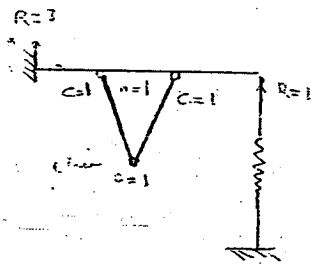


3 تا معادله تعادل کلی
2 تا معادله شرطی علتک
4 عکس العمل تکیه گاه ها

درجات نامعینی = 4 - 3 - 2 = -1

سازه ناپایدار هم هست. مکانیسم است.

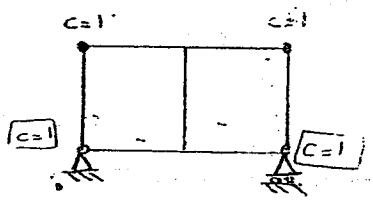
2.



درجات نامعینی = R + 3n - C - 3
= 4 + 3 - 3 - 3 = 1

سازه پایدار هم هست.

3.



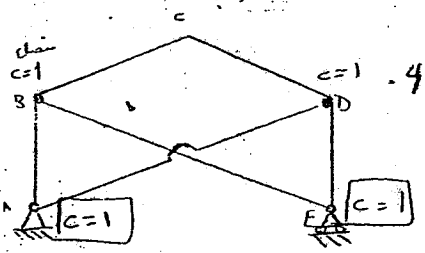
2 کادر سه 2x3 مجهول
2 مجهول برای تکیه گاه مفصلی
1 مجهول برای تکیه گاه علتکی
3 معادله تعادل
4 معادله شرطی

7 2

درجات نامعینی = 9 - 5 = 4

سازه هم پایدار است. معین خارجی، نامعین داخلی

4.



2 کادر سه 2x3 مجهول
1 مجهول تکیه گاه علتکی
2 مجهول تکیه گاه مفصلی
3 معادله تعادل

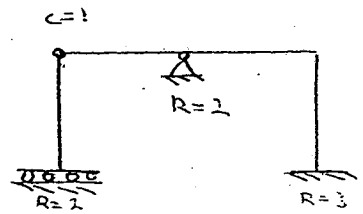
4

4 تا مفصل داخلی سه معادله شرطی

درجات نامعینی = 9 - 5 = 4
7 2

معین خارجی، نامعین داخلی
سازه پایدار است، چون سازه ABCDE پایدار است

5.



3 مجهول تکیه‌گاه ثابت

2 مجهول تکیه‌گاه چرخ

2 مجهول تکیه‌گاه غلتکی

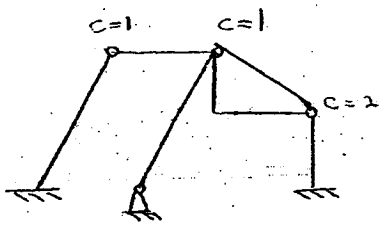
3 معادله اصلی

1 معادله شرطی

درجه نامعینی = 7 - 4 = 3

سازه یک بار است.

6.



2 مجهول تکیه‌گاه مفصلی

4 مجهول در تکیه‌گاه ثابت

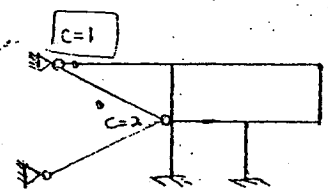
3 مجهول ← کادر بسته

3 معادله تعادل

4 معادله شرطی

درجه نامعینی = 11 - 7 = 4

7.



2 کادر ← 6 مجهول

2 تکیه‌گاه ثابت ← 6 مجهول

2 تکیه‌گاه مفصلی ← 4 مجهول

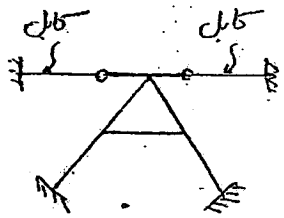
3 معادله تعادل

3 معادله شرطی

درجه نامعینی = 16 - 6 = 10

سازه یک بار است.

8.



1 کادر ← 3 مجهول

2 تکیه‌گاه ثابت ← 6 مجهول

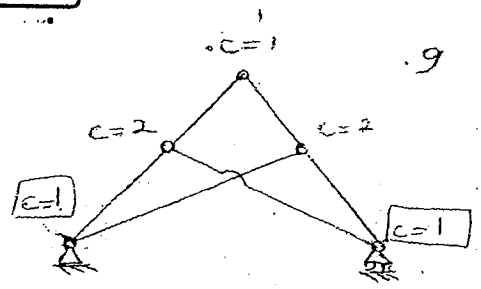
2 کابل ← 2 مجهول

3 معادله تعادل

درجه نامعینی = 11 - 3 = 8

www.vepub.com
Publish Your Mind

9.



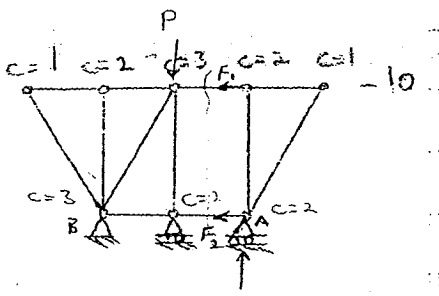
2 کادر ← 6 مجهول
تکیه‌گاه مفصلی ← 2 مجهول
تکیه‌گاه غلتکی ← 1 مجهول
معادلات تعادل ← 3 معلوم
معادلات شرطی ← 1 معلوم

درجه نامعینی = 9 − 8 = 1

سیستم یک بار است. معین خارجی، نامعین داخلی

ناپایدار

10.



5 کادر ← 15 مجهول
2 تکیه‌گاه غلتکی ← 2 مجهول
1 تکیه‌گاه مفصلی ← 2 مجهول
معادلات شرطی ← 1 معلوم
معادلات تعادل ← 3 معلوم

درجه نامعینی = 19 − 19 = 0

سیستم پایدار است.

?

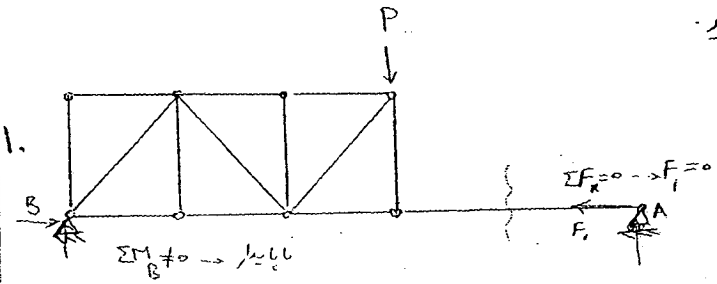
$\Sigma M_A = 0 \rightarrow F_1 = 0$ سمت راست سطح

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_2 = 0$ سمت راست سطح

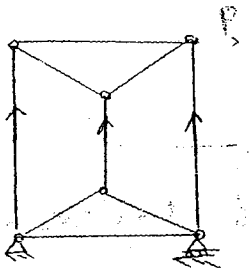
اگر تکیه‌گاه وسطی نبود، ΣM_B صفر می‌شد (سمت چپ سطح) و سازه ناپایدار می‌شد. اما تکیه‌گاه وسطی کار را خراب کرده یعنی سازه پایدار است.

تمرینات شماره 3

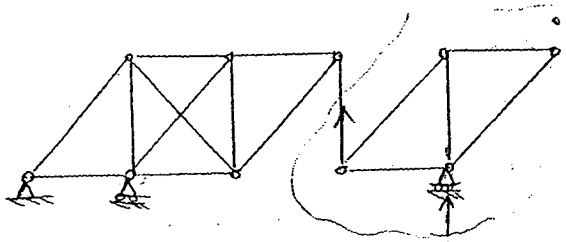
* پایداری سازه های زیر را بررسی کنید.

1. 

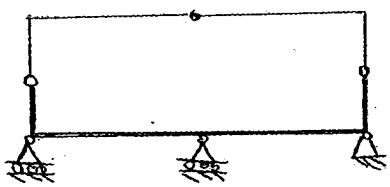
ناپایدار

*2. 

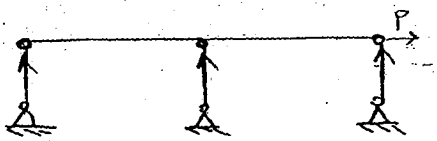
ناپایدار $\Sigma F_x \neq 0$

3. 

ناپایدار

4. 

پایدار

5. 

ناپایدار

تمرینات شماره 4

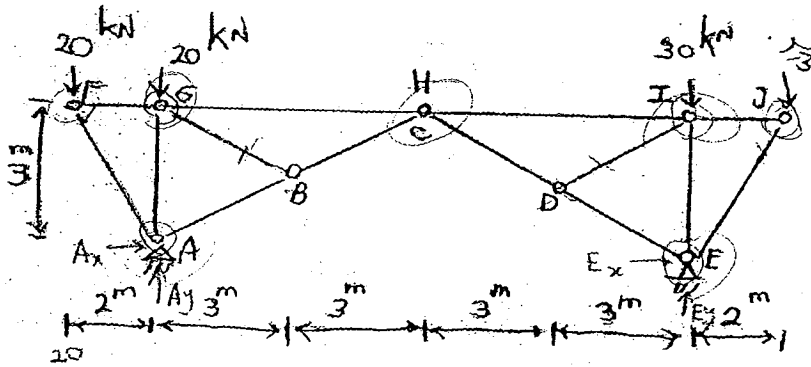
سوال ۱ – خرپا را حل کنید.

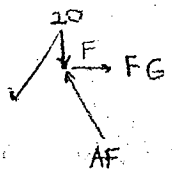
دگره ← 18 عضو

تکیه‌گاه‌ها ← 4 مجهول

تعداد مفصل‌ها ← 14 مجهول

خرپا معین ← معادلات = مجهولات





$\Sigma F_y = 0 \rightarrow AF \frac{3}{\sqrt{13}} = 20 \rightarrow AF = 24.04$ kN فشاری

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow FG = AF \frac{2}{\sqrt{13}} \rightarrow FG = 13.33$ kN کششی

برای کل خرپا $\Sigma M_A = 0 \rightarrow 20\times 2 - 30\times 12 - 30\times 14 + 12 E_y = 0$

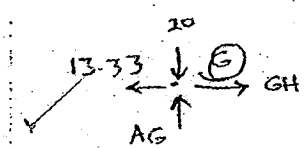
$\rightarrow E_y = 61.67$ kN

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow A_y - 20 - 20 - 30 - 30 + 61.67 = 0$

$\rightarrow A_y = 38.33$ kN

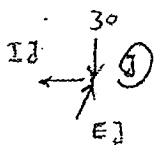
$\Sigma F_x = 0 \rightarrow A_x + E_x = 0$

دقت کنید میله‌های GB , ID تحت هیچ نیرویی نیستند.



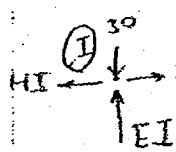
$\Sigma F_x = 0 \rightarrow GH = 13.33$ kN کششی

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow AG = 20$ فشاری



$\Sigma F_y = 0 \rightarrow EJ \frac{3}{\sqrt{13}} = 30 \rightarrow EJ = 36.06$ kN فشاری

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow IJ = 36.06 \frac{2}{\sqrt{13}} \rightarrow IJ = 20$ kN کششی

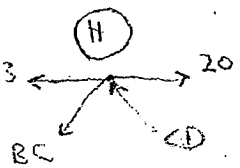


$\Sigma F_x = 0 \rightarrow HI = 20$ کششی

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow EI = 30$ فشاری

www.vepub.com
Publish Your Mind

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow -13.33 + 20 - BC\frac{6}{\sqrt{45}} - CD\frac{6}{\sqrt{45}} = 0$



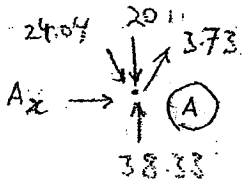
$\rightarrow BC = 4.CD = 4.46$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow BC = CD$

$\rightarrow BC = CD = 5.73$ KN (فشاری کششی)

$GB = 0 \rightarrow AB = 3.73$ KN (کششی)

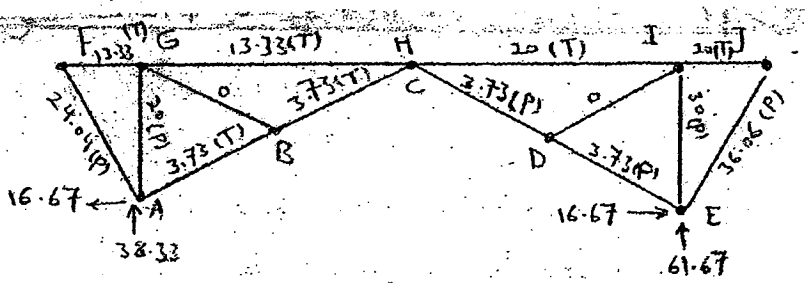
$DI = 0 \rightarrow DE = 3.73$ KN (فشاری)



$\Sigma F_x = 0 \rightarrow A_x + 24.04\frac{2}{\sqrt{13}} + 3.73\frac{6}{\sqrt{45}} = 0$

$\rightarrow A_x = -16.67$ KN

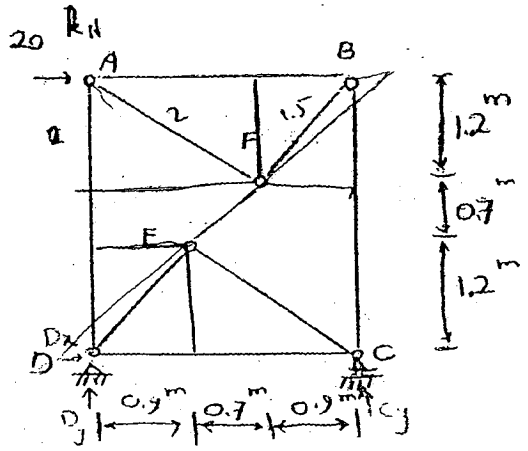
کل $\Sigma F_x = 0 \rightarrow E_x = +16.67$ KN



توجه کنید که اگرچه هر دو تکیه‌گاه A و E مفصلی است و شما باید اول بگویید 3 مجهول پس نامعین خارجی، اما توجه کنید که این حرف شما زمانی درست است که لولای داخلی نداشته باشیم. (اینجا H لولای داخلی است.)

www.vspub.com

سوال 2- خرپا را حل کنید.



$\Sigma M_D = 0 \rightarrow -20(3.1) + C_y(2.5) = 0$

$\rightarrow C_y = 24.8$ KN

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow D_x + 20 = 0 \rightarrow D_x = -20$ KN

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow D_y + 24.8 = 0 \rightarrow D_y = -24.8$ KN

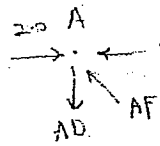
$r = 3$

$m = 9$

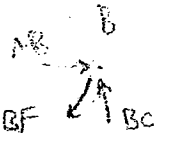
$J = 6$

$m + r = 2J$

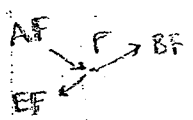
خرپا معین است.



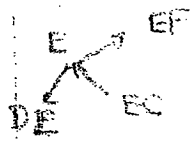
$$\begin{cases} AB + AF\ \frac{1.6}{2} = 20 \\ AF\ \frac{1.2}{2} = AD \end{cases}$$



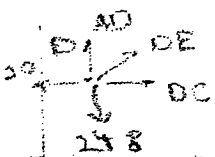
$$\begin{cases} AB = BF\ \frac{0.9}{1.5} \\ BC = BF\ \frac{1.2}{1.5} \end{cases}$$



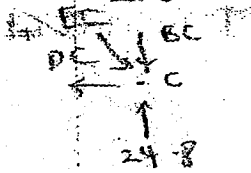
$$\begin{cases} AF\ \frac{1.2}{2} + EF\ \frac{0.7}{1} = BF\ \frac{1.2}{1.5} \\ AF\ \frac{1.6}{2} + BF\ \frac{0.9}{1.5} = EF\ \frac{0.7}{1} \end{cases}$$



$$\begin{cases} EF\ \frac{0.7}{1} + EC\ \frac{1.2}{2} = DE\ \frac{1.2}{1.5} \\ EF\ \frac{0.7}{1} = EC\ \frac{1.6}{2} + DE\ \frac{0.9}{1.5} \end{cases}$$

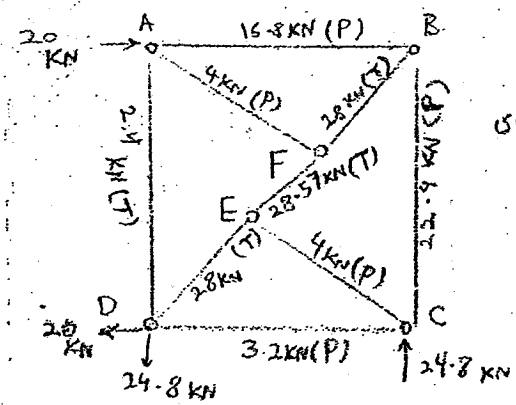


$$\begin{cases} DC + DE\ \frac{0.9}{1.5} = 20 \quad (1) \\ AD + DE\ \frac{1.2}{1.5} = 24.8 \quad (2) \end{cases}$$



$$\begin{cases} 24.8 = BC + EC\ \frac{1.2}{2} \quad (3) \\ DC = EC\ \frac{1.6}{2} \end{cases}$$

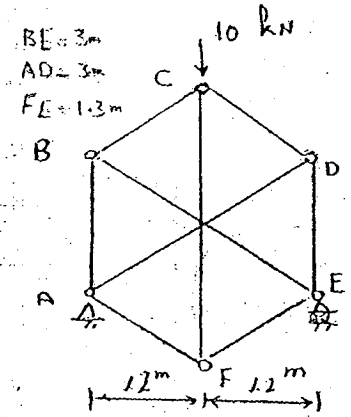
12 معادله و مجهول - امّا درحقیقت 3 معادله ناوابسته وجود دارد. یعنی اگر D_x و D_y و C_y را از ابتدا محاسبه می‌کردیم، اینجا بدست می‌آوردیم. بنابراین معادله 1 و 2 و 3 تکراری هستند. ثمه حل مجهولات می‌شود:

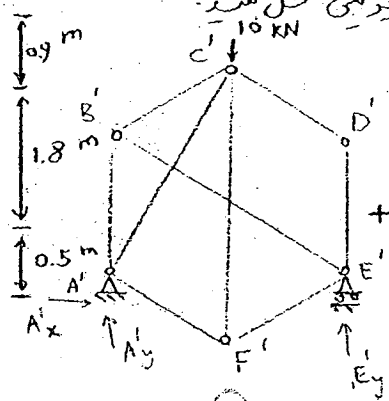


به طور کلی، 3 معادله تعادل کل سیستم، مستقل از معادلات تعادل گره‌ها نیستند. این موضوع از آنجا ناشی می‌شود که اگر کل گره‌های یک خرپا در حال تعادل باشند، خودِ آن خرپا نیز باید در حال تعادل باشد.

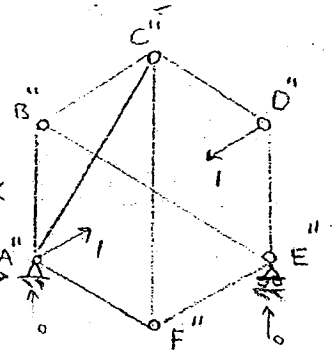
www.vepub.com
Publish Your Mind

سوال 3 - خرپا را با روش جانگیری حل کنید.





+ X

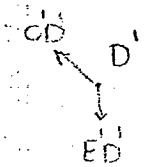


① ② ②

① : $\Sigma M_A = 0 \rightarrow -1.2\times10 + 2.4\,E'_y = 0 \rightarrow E'_y = 5\ KN$

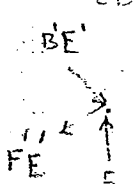
$\Sigma F_y = 0 \rightarrow A'_y + 5 - 10 = 0 \rightarrow A'_y = 5\ KN$

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow A'_x = 0$



$\Sigma F_x = 0 \rightarrow C'D' = 0$

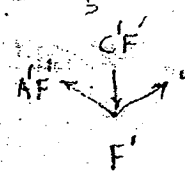
$\Sigma F_y = 0 \rightarrow E'D' = 0$



$\Sigma F_x = 0 \rightarrow B'E'\ \frac{2.4}{3} - F'E'\ \frac{1.2}{1.3} = 0$

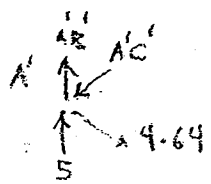
$\Sigma F_y = 0 \rightarrow B'E'\ \frac{1.8}{3} - F'E'\ \frac{0.5}{1.3} + 5 = 0$

$\rightarrow \begin{cases} B'E' = 5.36\ KN\ (P) \\ F'E' = 4.64\ KN\ (T) \end{cases}$



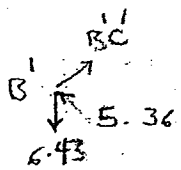
$\Sigma F_x = 0 \rightarrow A'F' = 4.64\ KN\ (T)$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow 2\times4.64\ \frac{0.5}{1.3} - C'F' = 0 \rightarrow C'F' = 3.57\ KN\ (P)$



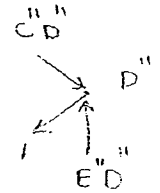
$\Sigma F_x = 0 \rightarrow 4.64\ \frac{1.2}{1.3} - A'C'\ \frac{1.2}{\sqrt{1.2^2+2.7^2}} = 0 \rightarrow A'C' = 10.55\ KN\ (P)$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow 5 + A'B' - 10.55\ \frac{2.7}{\sqrt{1.2^2+2.7^2}} - 4.64\ \frac{0.5}{1.3} = 0 \rightarrow A'B' = 6.43\ KN\ (T)$



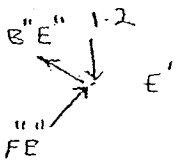
$\Sigma F_x = 0 \rightarrow B'C'\ \frac{1.2}{\sqrt{1.2^2+2.7^2}} - 5.36\ \frac{2.4}{3} = 0 \rightarrow B'C' = 5.36\ KN\ (T)$

Imaging Service
Request



$\Sigma F_x = 0 \rightarrow C''D'' \frac{1.2}{\sqrt{1.2^2+0.9^2}} - 1 \frac{2.4}{3} = 0 \rightarrow C''D'' = 1 \text{ KN}$ (P)

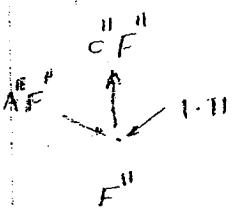
$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -C''D'' \frac{0.9}{\sqrt{1.2^2+0.9^2}} - 1 \frac{1.8}{\sqrt{2.4^2+1.8^2}} + E''D'' = 0 \rightarrow E''D'' = 1.2 \text{ KN}$ (P)



$\Sigma F_x = 0 \rightarrow -B''E'' \frac{2.4}{3} + F''E'' \frac{1.2}{1.3} = 0$

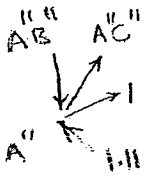
$\Sigma F_y = 0 \rightarrow B''E'' \frac{1.8}{3} - 1.2 + F''E'' \frac{0.5}{1.3} = 0$

$\rightarrow \begin{cases} B''E'' = 1.29 \text{ (T)} \\ F''E'' = 1.11 \text{ KN (P)} \end{cases}$



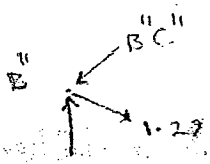
$\Sigma F_x = 0 \rightarrow A''F'' = 1.11 \text{ KN}$ (P)

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow C''F'' - 2 \times 1.11 \frac{0.5}{1.3} = 0 \rightarrow C''F'' = 0.85 \text{ KN}$ (T)



$\Sigma F_x = 0 \rightarrow -1.11 \frac{1.2}{1.3} + 1 \times \frac{2.4}{3} + A''C'' \frac{1.2}{\sqrt{1.2^2+2.7^2}} = 0 \rightarrow A''C'' = 0.55 \text{ KN}$ (T)

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow 1.11 \frac{0.5}{1.3} + 1 \times \frac{1.8}{3} + 0.55 \frac{2.7}{\sqrt{1.2^2+2.7^2}} - A''B'' = 0 \rightarrow A''B'' = 1.53 \text{ KN}$ (P)



$\Sigma F_x = 0 \rightarrow B''C'' = 1.29 \text{ KN}$ (P)

	F'	F''	$F'+XF''$
AB	+6.43	−1.53	−22.92
BC	+5.36	−1.29	−19.38
CD	0	−1	−19.18
DE	0	−1.2	−23.02
EF	+4.64	−1.11	−16.65
FA	+4.64	−1.11	−16.65
AD	0	+1	+19.18
BE	−5.36	+1.29	+19.38
CF	−3.57	+0.85	+12.73
AC	−10.55	+0.55	0

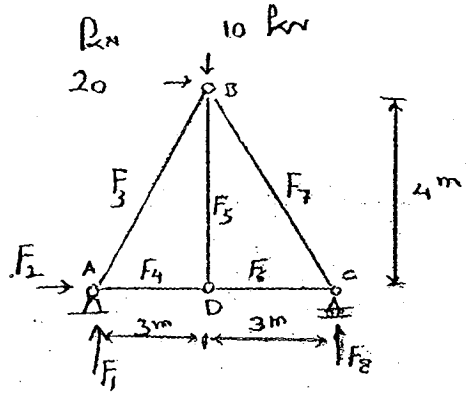
بعد $F'+XF''$ ها ←

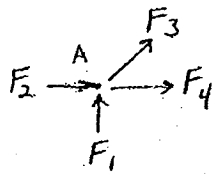
→ $X = 19.18$ اول × دوم را می‌کنم

۱۵×۱۵×۱۵

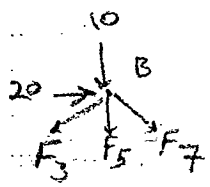
طول لوله
250 kg/cm²

سوال ۴ـ با استفاده از روش ماتریسی خرپا ، رابطه $AX+P=0$ تشکیل دهید.



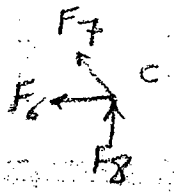


$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \rightarrow F_2 + F_4 + F_3\left(\frac{3}{5}\right) = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \rightarrow F_1 + F_3\left(\frac{4}{5}\right) = 0 \end{cases}$$

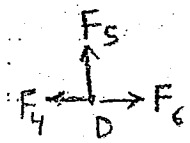


$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow 20 - F_3\left(\frac{3}{5}\right) + F_7\left(\frac{3}{5}\right) = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -10 - F_3\left(\frac{4}{5}\right) - F_5 - F_7\left(\frac{4}{5}\right) = 0$$



$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \rightarrow F_6 + F_7\left(\frac{3}{5}\right) = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \rightarrow F_7\left(\frac{4}{5}\right) + F_8 = 0 \end{cases}$$



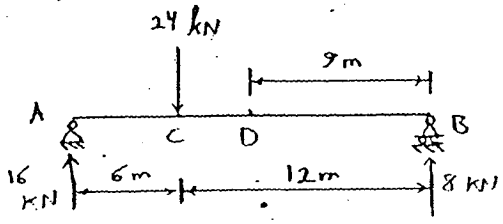
$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \rightarrow F_6 - F_4 = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \rightarrow F_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0.6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.6 & 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0 & -0.8 & 0 & -1 & -0.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \\ F_7 \\ F_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ +20 \\ -10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

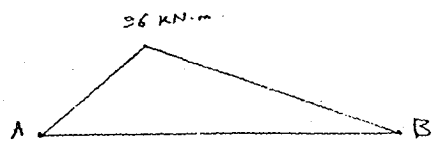
مصطفی صالحیان
88481272

روش بار الاستیک - تیر مزدوج — تمرینات شماره 5

سوال ۱ - با استفاده از روش بار الاستیک Δ_{max} ، Δ_D ، θ_B و θ_A را حساب کنید.
(EI = ثابت)

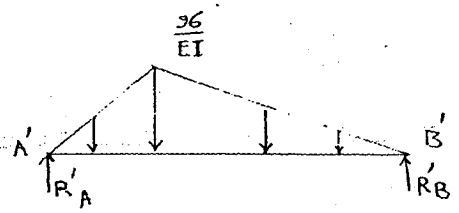


① اول دیاگرام لنگر تیر را رسم می‌کنیم:



② حال دیاگرام $\frac{M}{EI}$ را رسم می‌کنیم.

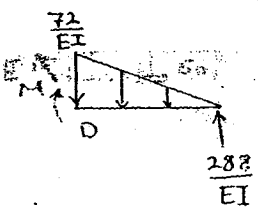
③ عکس العمل‌های تیر مزدوج را محاسبه می‌کنیم:



$$\Sigma M'_A = 0 \rightarrow -\left(\frac{36}{EI} \times \frac{18}{2}\right) \times \frac{18}{3} + 18\,R'_B = 0 \rightarrow R'_B = \frac{288}{EI} \rightarrow \boxed{\theta_B = \frac{288}{EI}}$$

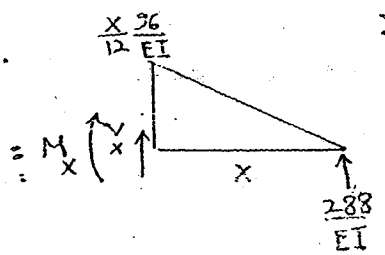
$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow R'_A + R'_B - \frac{1}{2}\,\frac{36}{EI}\,18 = 0 \rightarrow R'_A = \frac{576}{EI} \rightarrow \boxed{\theta_A = \frac{576}{EI}}$$

$$\Sigma M_D = 0 \rightarrow -M_D - \frac{1}{2}\frac{72}{EI} \times 9 \times \frac{9}{3} + \frac{288}{EI} \times 9 = 0$$



$$\rightarrow M_D = \frac{1620}{EI} \rightarrow \boxed{\Delta_D = \frac{1620}{EI}\ (m)}$$

در نقطه‌ای که، حداکثر است آن نیز همواره شیب صفر است. پس یعنی برش در تیر مزدوجی، در آن نقطه صفر است.



$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow V_X + \frac{288}{EI} - \frac{1}{2}\,\frac{X}{12}\,\frac{36}{EI}\,X = 0$$

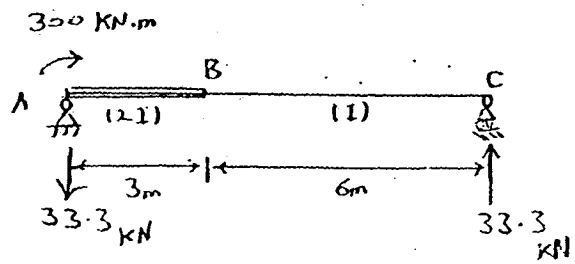
$$\rightarrow V_X = \frac{1}{EI}\left(4X^2 - 288\right) = 0$$

$$\rightarrow X = \sqrt{\frac{288}{4}} = 6\sqrt{2}$$

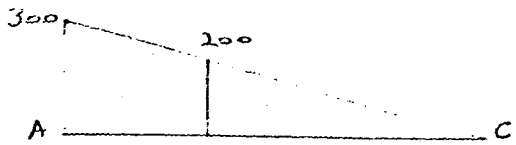
$$\Sigma M_x = 0 \rightarrow -M_x - \frac{1}{2}\left(\frac{X}{12}\,\frac{36}{EI}\right) \times \frac{X}{3} + \frac{288}{EI}\,X = 0 \rightarrow M_X = \frac{1152\sqrt{2}}{EI} \rightarrow \boxed{\Delta_{max} = \frac{1152\sqrt{2}}{EI}}$$

www.vepub.com
Publish Your Mind

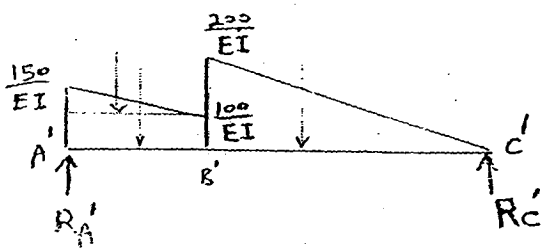
سوال ۲ - با استفاده از روش بار الاستیک Δ_B را حساب کنید. (EI=ثابت)



① نمودار ممان تیر را رسم می‌کنیم



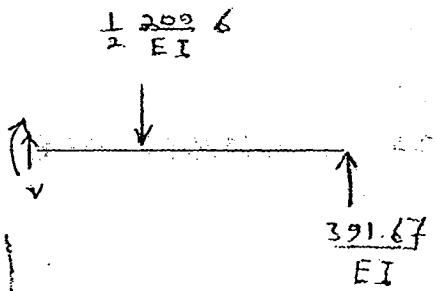
② سپس نمودار بارگذاری تیر مزدوجی را رسم می‌کنیم



③ ممان در نقطه B' را بدست می‌آوریم

$$\sum M_{A'}=0 \rightarrow -\left(\frac{1}{2}\frac{50}{EI}3\right)\left(\frac{1}{3}3\right)-\left(3\times\frac{100}{EI}\right)\left(\frac{1}{2}3\right)-\left(\frac{1}{2}\frac{200}{EI}6\right)(5)+9R'_C=0$$

$$\rightarrow R'_C=\frac{391.67}{EI}$$

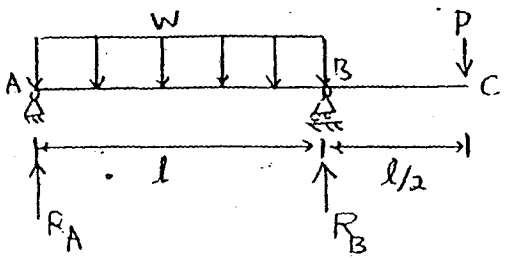


$$\sum M_{B'}=0 \rightarrow -M_{B'}-2\left(\frac{1}{2}\frac{200}{EI}6\right)+\left(\frac{391.67}{EI}6\right)=0$$

$$\rightarrow M_{B'}=\frac{1150}{EI} \rightarrow \boxed{\Delta_B=\frac{1150}{EI}\ (m)}$$

www.vepub.com
Publish Your Mind

سوال 3 . با استفاده از روش تیر مزدوج
$EI=$ ثابت Δ_C را تعیین کنید.



راه اول:

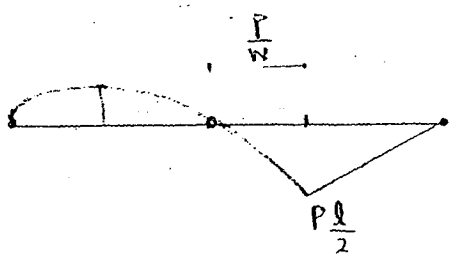
$$\Sigma M_A=0 \rightarrow -(WL)\frac{L}{2}+LR_B-P\,\frac{3}{2}l=0$$

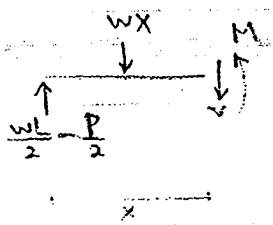
$$\rightarrow \boxed{R_B=\frac{3}{2}P+\frac{WL}{2}}$$

$$\Sigma F_y=0 \rightarrow R_A+R_B-WL-P=0$$

$$\rightarrow R_A+\frac{3}{2}P+\frac{WL}{2}-WL-P=0 \rightarrow \boxed{R_A=\frac{WL}{2}-\frac{P}{2}}$$

① نمودار ممان تیر را رسم می کنیم.





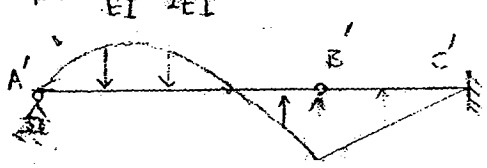
$$\Sigma M=0 \rightarrow -\left(\frac{WL}{2}-\frac{P}{2}\right)X+WX\,\frac{X}{2}+M=0 \rightarrow M=\frac{X}{2}(-WX+WL-P)$$

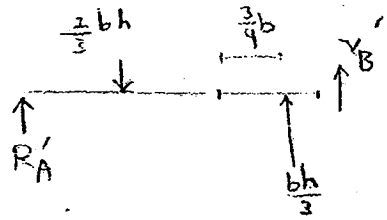
$$\xrightarrow{M=0} -WX+WL-P=0 \rightarrow X=L-\frac{P}{W}=\frac{K}{W}$$

$$K=WL-P$$

② تیر مزدوج را با بار $\frac{M}{EI}$ بارگذاری می کنیم.
برای بدست آوردن Δ_C باید ممان در C را بدست آوریم.

$$\frac{M}{EI}=\frac{X}{2EI}(-WX+K)$$





$$\Sigma M_A'=0 \rightarrow -\frac{2}{3}\left(l-\frac{P}{W}\right)\frac{1}{2}\left(\frac{K}{2W}\right)\left(-W\frac{K}{2W}+K\right)\frac{l}{2}\,\frac{1}{EI}$$

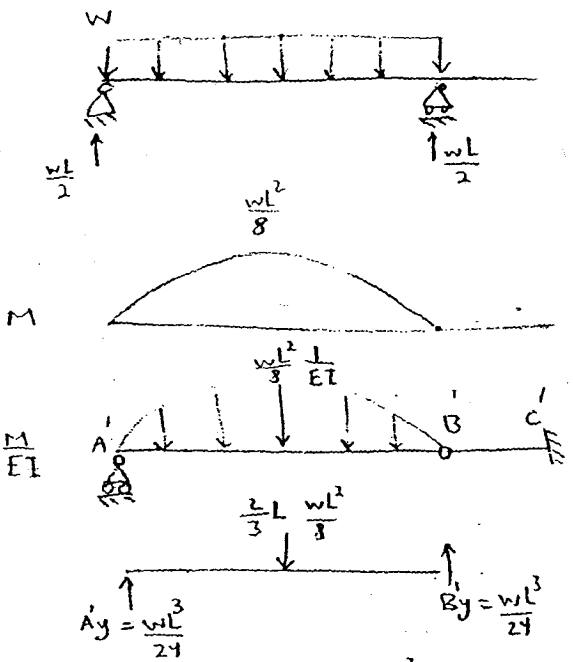
$$+\frac{P}{W}\left(P\frac{l}{2}\right)\frac{1}{2}\,\frac{1}{EI}\left(l-\frac{P}{W}+\frac{3}{4}\frac{P}{W}\right)$$

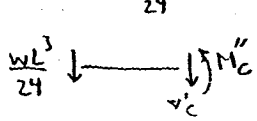
$$+\theta_B' l=0$$

می بینید که پیدا کردن θ_B' و بعد M_C'، مشکل است. به همین دلیل، این راه توصیه نمی شود.

راه دوم: با استفاده از اصل جمع آثار، نیروی گسترده w و نیروی متمرکز P را جدا وارد می‌کنیم.
نهایتاً، افت نقطه C برابر می‌شود با مجموع افت‌های C در هر حالت بالا.

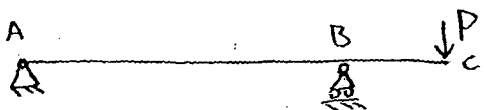
① ابتدا نیروی گسترده را اثر می‌دهیم. مراحل همان مراحل اصلی است برای همین تنها خلاصه می‌نویسم.

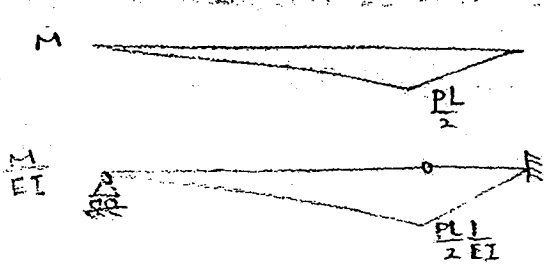


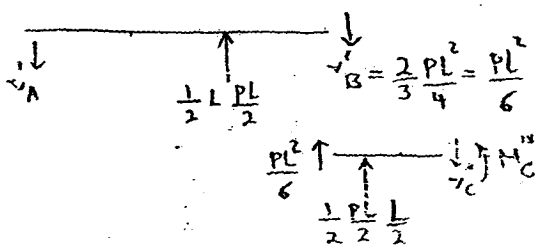


$$M''_C \to \frac{wL^3}{24}\frac{L}{2} = 0 \to \boxed{M''_C = -\frac{wL^4}{48EI}}$$

② حالا بار متمرکز را اثر می‌دهیم.







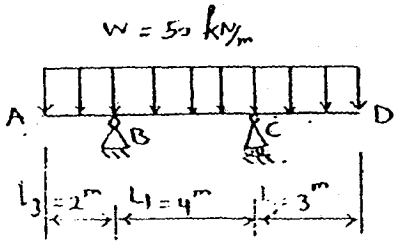
$$M''_C - \frac{PL^2}{6}\frac{L}{2} - \frac{PL^2}{8}\frac{2}{3}\frac{L}{2} = 0$$

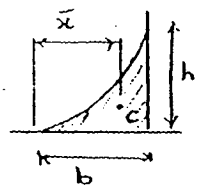
$$\to \boxed{M''_C = \frac{3}{24}\frac{PL^3}{EI}}$$

$$\to M'_C = M''_C + M'''_C = \frac{6P - wL}{48EI}L^3 \to \boxed{\Delta_C = \frac{6P - wL}{48EI}L^3}$$

سوال ۴ : با استفاده از روش تیر مزدوج Δ_D را حساب کنید.

$EI = 10^5\ kN\cdot m^2$





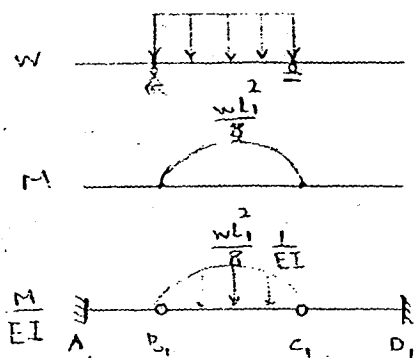
$A = \frac{1}{3}bh$

$\bar{x} = \frac{3}{4}b$

مشخصات تیر مزدوج

اینجا تیر اگر تیرها را جداگانه حساب کنیم، بهتر است.

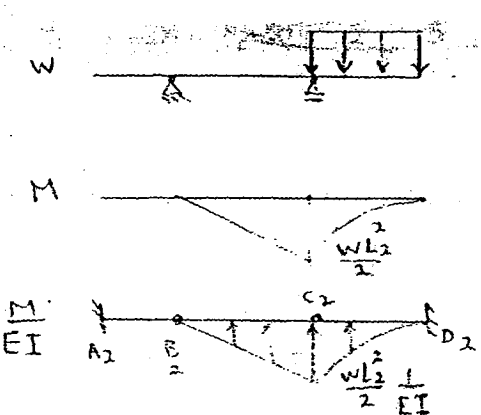
① تیری که C در آن است :



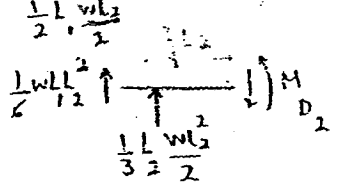
$$V_{C_1} = \frac{1}{24}wL_1^3$$

$$M_{D_1} = -\frac{wL_1^3}{24}\frac{L_2}{EI}$$

② تیری که C و D در آن است :



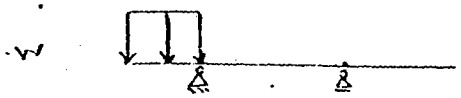
$$V_{C_2} = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}L_1\frac{wL_2^2}{2}\right) = \frac{1}{6}wL_1L_2^2$$

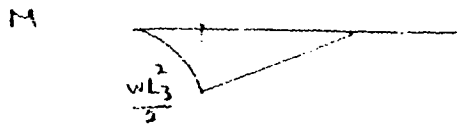


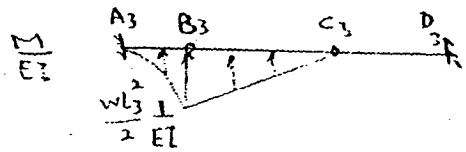
$$M_{D_2} - \left(\frac{1}{6}wL_1L_2^2\right)L_2 - \left(\frac{1}{8}wL_2^3\right)\frac{3}{4}L_2 = 0$$

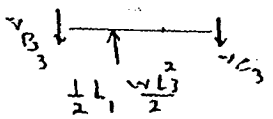
$$\rightarrow M_{D_2} = \frac{1}{6}wL_1L_2^3 + \frac{1}{8}wL_2^4 = \frac{wL_2^3}{2}\left(\frac{L_1}{3} + \frac{L_2}{4}\right)\frac{1}{EI}$$

③ تیر وی بین A و B

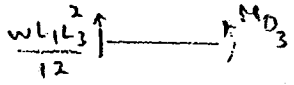








$$v_{C_3} = \frac{1}{3}\left(\frac{wL_1L_3^2}{4}\right)$$



$$M_{D_3} = \frac{wL_1L_3^2}{12}L_2 \longrightarrow \boxed{M_{D_3} = \frac{wL_1L_2L_3^2}{12EI}}$$

$$\longrightarrow M = M_{D_1} + M_{D_2} + M_{D_3} = -\frac{wL_1^3L_2}{24EI} + \frac{wL_2^3}{2}\left(\frac{L_1}{3}+\frac{L_2}{4}\right)\frac{1}{EI} + \frac{wL_1L_2L_3^2}{12EI}$$

$$= 0.012 \longrightarrow \boxed{\Delta_D = 0.012\,m}$$

www.vepub.com
Publish Your Mind

مصطفی صانعیان
88481272

روش کاستی گیری

تمرینات شماره 6

(1)

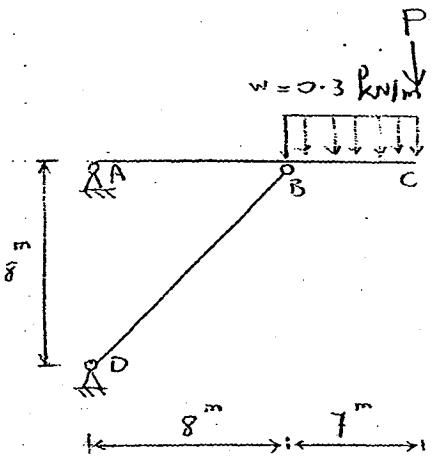
سوال 1 - تغییر مکان قائم نقطه C را حساب کنید.

اثر نیروی محوری را فقط در میله BD در نظر بگیرید

$I = 7.5 \times 10^6\ mm^4$

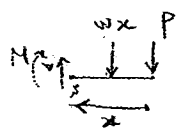
$A = 0.005\ m^2$

$E = 2 \times 10^5\ \frac{N}{mm^2}$



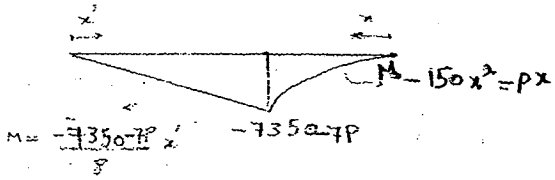
1- چون تغییر مکان قائم نقطه C را می خواهیم، یک نیروی فرضی P به صورت قائم، رو به پایین در C وارد می کنیم

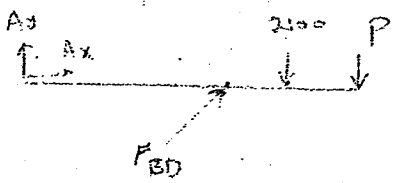
2- حال را در اعضای (AC) و نیروی محوری در عضو BD را برحسب P تعیین می کنیم



$\Sigma M_s = 0 \rightarrow\leftarrow M - wx(\frac{x}{2}) - Px = 0$

$\rightarrow M = -\frac{w}{2}x^2 - Px \quad (7 > x > 0)$





$\Sigma M_A = 0 \rightarrow + F_{BD}(8 \sin 45) - 2100(8 + 3.5) - 15P = 0 \rightarrow F_{BD} = 4270 + 2.65P$

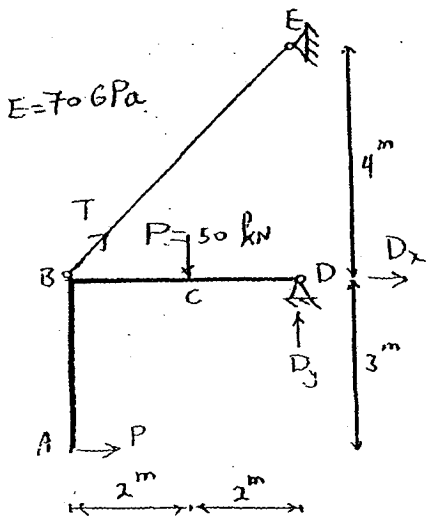
3- پاسخ Δ را بدست می آوریم

$$\Delta = \frac{1}{EI}\int_l M \frac{\partial M}{\partial P}\,dx + \sum \frac{F(\frac{\partial F}{\partial P})l}{AE}$$

$$= \frac{1}{EI}\int_0^8 \frac{-735x}{8}\cdot\frac{-7x}{8}\,dx + \frac{1}{EI}\int_0^7 (-150x^2)(-x)\,dx$$

$$+ \frac{(4.27)(2.65)8\sqrt{2}}{AE} = 0.1516\ m \rightarrow \boxed{\Delta_{cy} = 0.1516\ m}$$

سوال ۲ - قاب ABCD بوسیله کابل BE مهارشده است. Δ_{Ax} و Δ_{Cy} را حساب کنید. اثر نیروی محوری را در نظر بگیرید.



قاب
$I = 15\times10^{7}\ mm^4$
$A_1 = 2000\ mm^2$
A_2 (کابل) $= 500\ mm^2$

الف) برای محاسبه Δ_{Ax} بترتیب زیر عمل می‌کنیم:

① یک نیروی افقی P در نقطه A وارد می‌کنیم.

② عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی را محاسبه می‌کنیم.

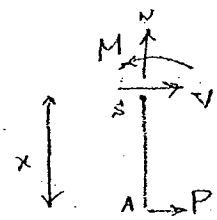
$$\Sigma M_D = 0 \rightarrow P(3) + 50\times10^{3}\times2 - T(4\sin45^\circ) = 0$$

$$\rightarrow T = 1.061P + 35355 \checkmark$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow T\sin45^\circ + D_y = 0 \rightarrow D_y = -0.75P + 25000 \checkmark$$

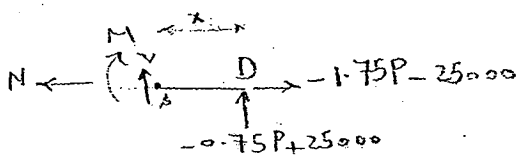
$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow P + T\cos45 + D_x = 0 \rightarrow D_x = -P - T\cos45 = -1.75P - 25000 \checkmark$$

③ نیروهای محوری و برشی در اعضاء AB و BD را محاسبه می‌کنیم.



$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N = 0$$

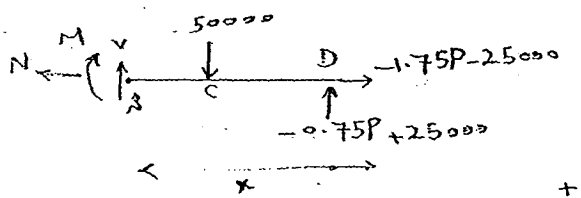
$$\Sigma M_S = 0 \rightarrow +M + Px = 0 \rightarrow M = -Px \quad (0 < x < 3)$$



$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow N = -1.75P - 25000$$

$$\Sigma M_S = 0 \rightarrow -M + x(-0.75P + 25000) = 0$$

$$\rightarrow M = (-0.75P + 25000)x \quad 0 < x < 2$$



$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow N = -1.75P - 25000$$

$$\Sigma M_S = 0 \rightarrow -M - 50000(x-2) + (-0.75P + 25000)x = 0 \rightarrow M = (-25000 - 0.75P)x + 10^{5}$$

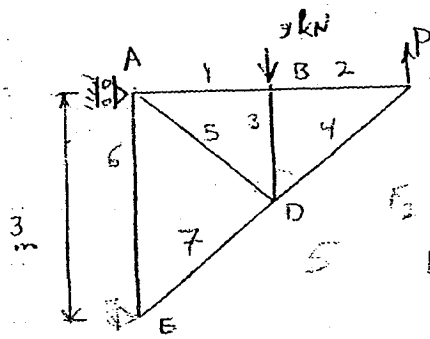
(3)

$$\Delta_{cy} = \frac{1}{EI}\int M\frac{\partial M}{\partial P}\,dx + \sum \frac{FL}{AE}\left(\frac{\partial F}{\partial P}\right) = 0.0125\ \text{m}$$ جواب

سوال 3: مقدار P را چنان انتخاب کنید که تغییر مکان قائم نقطه C برابر صفر گردد.

سپری داخلی تمام اعضا را بر حسب P تعیین می‌کنیم

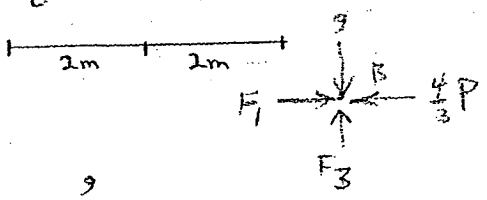
سپس از رابطه $\sum \frac{FL}{EA}\frac{\partial F}{\partial P} = 0$ مقدار P را تعیین می‌کنیم



$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_4 \frac{3}{5} = P \rightarrow F_4 = \frac{5}{3}P$

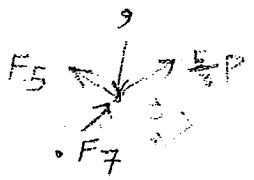
$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_2 - (\frac{5}{3}P)\frac{4}{5} = 0$

$\rightarrow F_2 = \frac{4}{3}P$



$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_3 = 9$

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_1 = \frac{4}{3}P$



$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -9 \frac{2}{2.5} + F_5 (0.96) = 0 \rightarrow F_5 = 7.5$

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow -\frac{5}{3}P + 9\frac{1.5}{2.5} + 7.5 \times 0.28 - F_7 = 0$

$\rightarrow F_7 = -\frac{5}{3}P + 7.5$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_6 = 7.5\frac{1.5}{2.5} \rightarrow F_6 = 4.5$

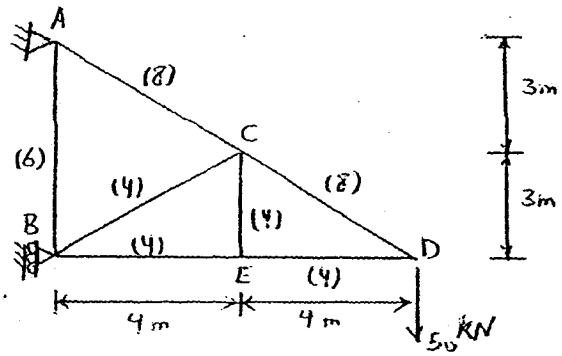
عضو	F	$\partial F/\partial P$	L	$LF\frac{\partial F}{\partial P}$
AB	$-\frac{4}{3}P$	$-4/3$	2	$3.556P$
BC	$-4/3\,P$	$-4/3$	2	$3.556P$
CD	$5/3\,P$	$5/3$	2.5	$6.94\,P$
AD	7.5	0	2.5	0
ED	$\frac{5}{3}P - 7.5$	5/3	2.5	$6.94\,P - 31.25$
AE	-4.5	0	3	0
BD	-9	0	1.5	0

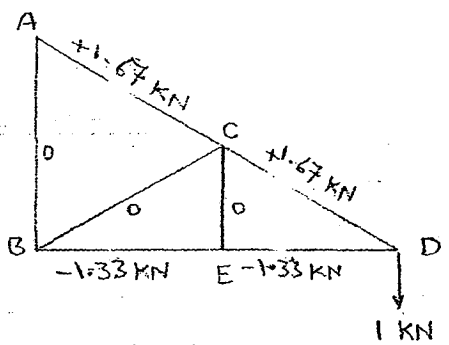
$21P - 31.25 = 0 \rightarrow P = 1.488$

www.vepub.com
Publish Your Mind

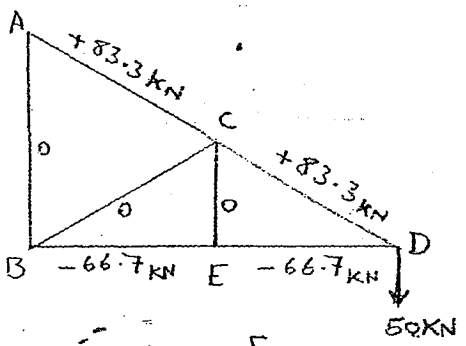
تمرینات شماره 7 — روش کار مجازی — (۱) مصطفی صالحیان 88481272

سوال ۱ - تغییر مکان قائم نقطه D را حساب کنید. اعداد نوشته شده داخل پرانتز، سطح مقطع میله ها بر حسب cm^2 میباشد.





نیروهای مجازی ۴



نیروهای حقیقی F

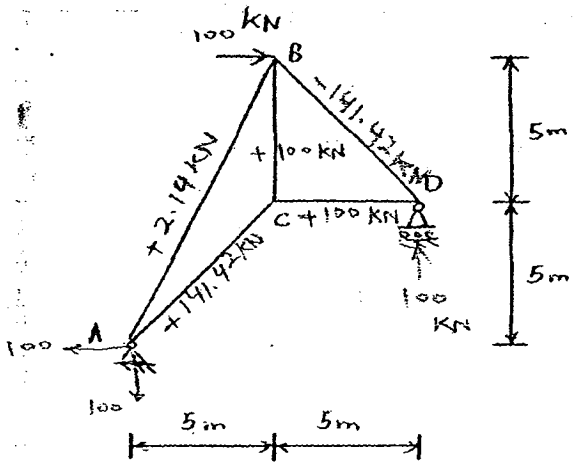
عضو	L(m)	A (cm^2)	F (KN)	f (KN)	$\frac{FfL}{A}$ ($\frac{KN^2 m}{cm^2}$)
AB	6	6	0	0	0
BC	5	4	0	0	0
CD	5	8	+83.3	+1.67	+86.94
DE	4	4	-66.7	-1.33	+88.71
EB	4	4	-66.7	-1.33	+88.71
CE	3	4	0	0	0
AC	5	8	+83.3	+1.67	+86.94
					351.4

$$1\left(\Delta_{Dy}\right) = \frac{1}{E}\sum\frac{FfL}{A} \rightarrow (1\,KN)\,\Delta_{Dy} = \frac{1}{E}\,351.4\,\frac{KN^2 m}{cm^2} \rightarrow \boxed{\Delta_{DJ} = \frac{3.514\times10^{9}}{E(Pa)}\,(m)}$$

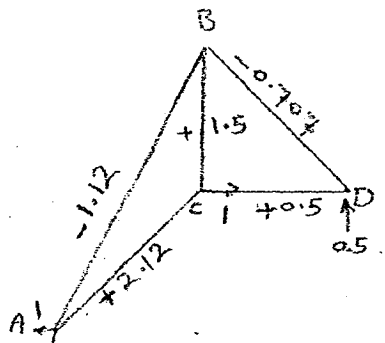
سوال 2- تغییر مکان افقی و قائم نقطه C را تعیین کنید.

$\frac{l}{A} = 5000\ m^{-1}$

$E = 200 \times 10^6\ \frac{kN}{m^2}$

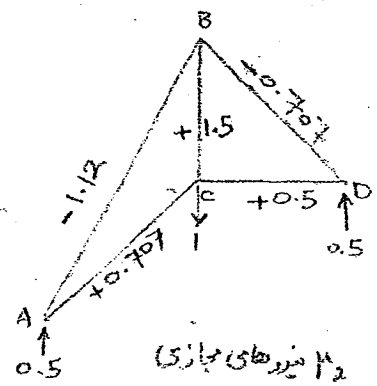


نیروهای F



نیروهای مجازی μ_1

به ازای بار مجازی واحد اعمالی در C



نیروهای مجازی μ_2

به ازای بار مجازی واحد اعمالی در C

عضو	L(m)	A(m^2)	F(KN)	μ_1	μ_2	$\frac{F\mu_1 L}{A}$ ($\frac{KN}{m}$)	$\frac{F\mu_2 L}{A}$ ($\frac{KN}{m}$)
AB	11.18	2.24×10^{-3}	+2.14	-1.12	-1.12	-11962.6	-11962.6
AC	7.07	1.41×10^{-3}	+141.42	+2.12	+0.707	1503304.6	501338
BC	5	10^{-3}	+100	+1.5	+1.5	750000	750000
CD	5	10^{-3}	+100	+0.5	+0.5	250000	250000
BD	7.07	1.41×10^{-3}	-141.42	-0.707	-0.707	501338	501338
						2992680	1990713

$$\rightarrow \Delta_{xC} = \sum \frac{F\mu_1 L}{AE} = \frac{2992680 \times 10^3}{200 \times 10^9} = 0.015\ m = \boxed{1.5\ cm}$$

$$\Delta_{yC} = \sum \frac{F\mu_2 L}{AE} = \frac{1990713 \times 10^3}{200 \times 10^9} = 0.01 = \boxed{1\ cm}$$

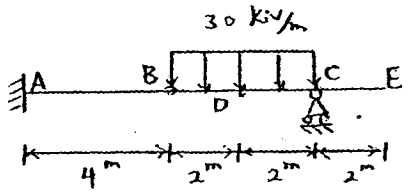
www.vepub.com
Publish Your Mind

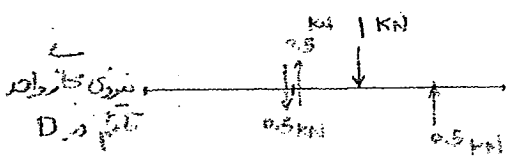
۵

سوال 3 – تغییرمکان قائم نقطه D را حساب کنید.

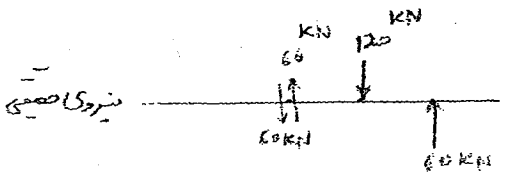
$I = 50 \times 10^{6}\ mm^4$

$E = 200 \times 10^{6}\ KN/m^2$

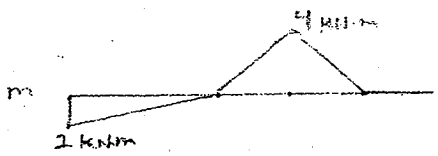


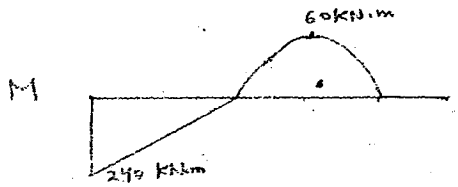


نیروی خارجی واحد در D



نیروی اصلی

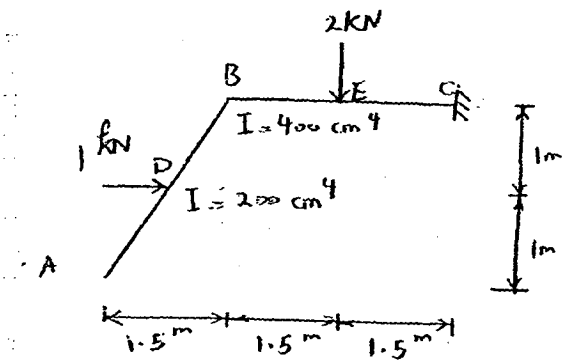


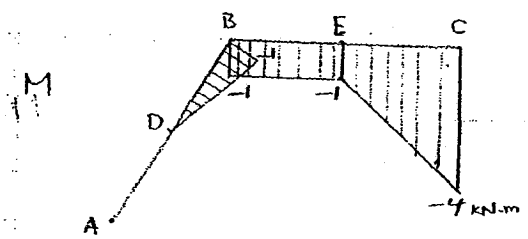


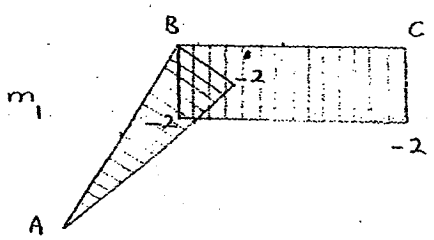
قطعه	مبدا	بازه قطعه (m)	m (KN.m)	M (KN.m)	mM ($KN^2.m^2$)	$\int mM dx$ ($KN^2 m^3$)
AB	B	$0 \to 4$	$-0.5x$	$-60x$	$30x^2$	$\frac{30x^3}{3}\Big\|_0^4 = 640$
BD	B_0	$0 \to 2$	$2x$	$60x - 15x^2$	$120x^2 - 30x^3$	$\left(40x^3 - \frac{30}{4}x^4\right)\Big\|_0^2 = 200$
DC	C	$0 \to 2$	$2x$	$60x - 15x^2$	$120x^2 - 30x^3$	200
CE	—	—	0	0	0	0
						1040

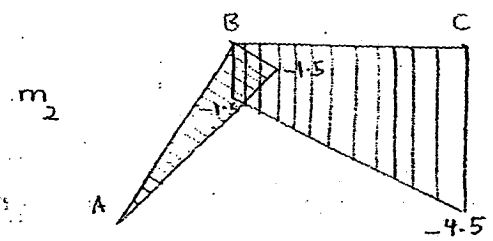
$$1\ KN \times \Delta_C = \frac{1040\ KN^2 m^3}{200 \times 10^3 \frac{KN}{m^2} \times 50 \times 10^{-6} m^4} \longrightarrow \boxed{\Delta_C = 0.104\ (m)}$$

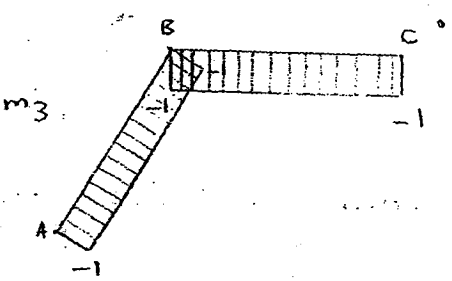
سوال 4 - تغییر مکان افقی، قائم و دورانی نقطه A را بدست آورید.











در حالت M، گسستا در حاصل از نیروهای خارجی را بدست آوردیم

در حالت m_1، " " " نیروی واحد افقی مجازی در نقطه A را بدست آوردیم

در حالت m_2، " " " نیروی واحد عمود مجازی در نقطه A را بدست آوردیم

در حالت m_3، " " " لنگر واحد پادساعتگرد مجازی " " " "

www.vepub.com
Publish Your Mind

6

نطاق	مبدأ	(m) بازه مکان	m_1 (kN.m)	m_2 (kN.m)	m_3 (kN.m)
AD	A	0-1.25	$-\frac{2x}{2.5}$	$-\frac{1.5x}{2.5}$	-1
DB	D	0-1.25	$-1-\frac{2x}{2.5}$	$-0.75-\frac{1.5x}{2.5}$	-1
BE	B	0-1.5	-2	$-1.5-x$	-1
EC	E	0-1.5	-2	$-3-x$	-1

M (kN.m)	m_1M ($kN^2.m^2$)	m_2M ($kN^2.m^2$)	m_3M ($kN^2.m^2$)	I ($\times10^{-8}$ m^4)	$\int m_1M\,dx$
0	0	0	0	200	0
$-\frac{2x}{2.5}$	$\frac{2x}{2.5}+\frac{4x^2}{6.25}$	$\frac{1.5x}{2.5}+\frac{3x^2}{6.25}$	$\frac{2x}{2.5}$	200	$\frac{x^2}{2.5}+\frac{4x^3}{18.75}$
-1	2	$1.5+x$	1	400	$2x$
$-1-2x$	$2+4x$	$3+7x+2x^2$	$1+2x$	400	$2x+2x^2$

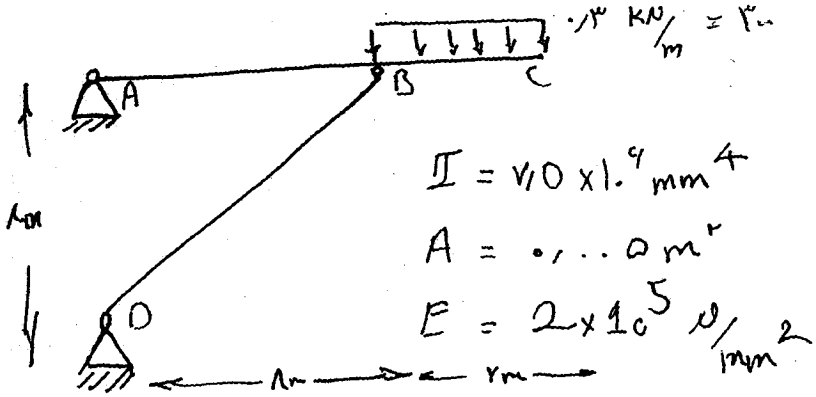
$\int m_2M\,dx$	$\int m_3M\,dx$	$\int m_1M\,dx$	$\int m_2M\,dx$	$\int m_3M\,dx$	$\frac{\int m_1M\,dx}{I}$
0	0	0	0	0	0
$\frac{1.5x^2}{5}+\frac{x^3}{6.25}$	$\frac{x^2}{2.5}$	1.042	0.78	0.625	521000
$1.5x+\frac{x^2}{2}$	x	3	3.375	1.5	750000
$3x+\frac{7x^2}{2}+\frac{2x^3}{3}$	$x+x^2$	7.5	14.625	3.75	1875000
					3146000

$\frac{\int m_2M\,dx}{I}$	$\frac{\int m_3M\,dx}{I}$
0	0
390000	312500
843750	375000
3656250	937500
4890000	1625000

$$1kN\times\Delta_{Ax}=\sum\frac{\int m_1M\,dx}{IE}=\frac{3146000}{E\left(\frac{kN}{m^2}\right)}\rightarrow\boxed{\Delta_{Ax}(m)=\frac{3146000}{E\left(\frac{kN}{m^2}\right)}}$$

$$1kN\times\Delta_{Ay}=\sum\frac{\int m_2M\,dx}{IE}=\frac{4890000}{E\left(\frac{kN}{m^2}\right)}\rightarrow\boxed{\Delta_{Ay}(m)=\frac{4890000}{E\left(\frac{kN}{m^2}\right)}}$$

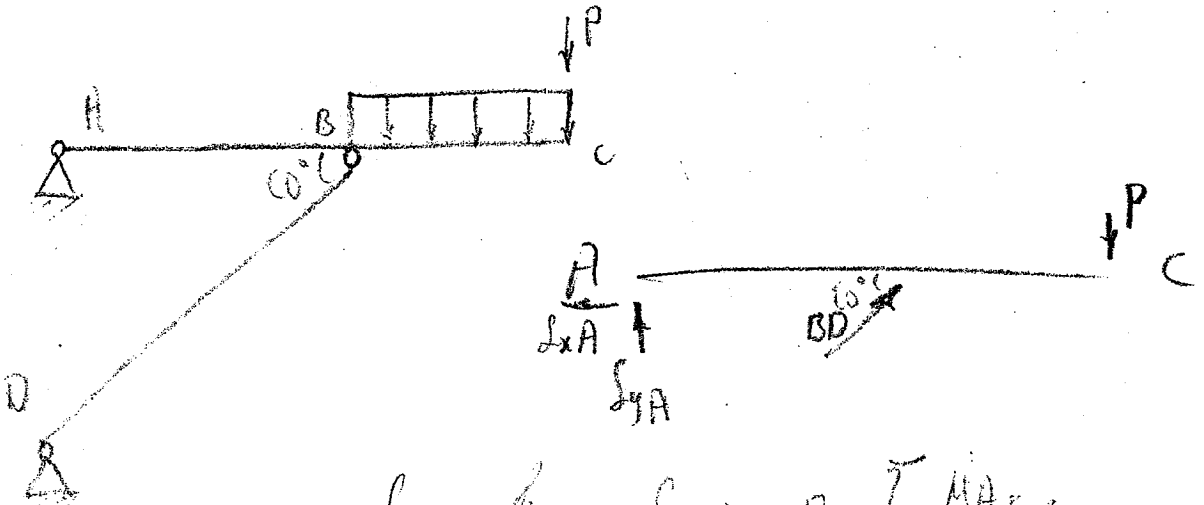
$$1kN.m\times\theta_A=\sum\frac{\int m_3M\,dx}{IE}=\frac{1625000}{E\left(\frac{kN}{m^2}\right)}\rightarrow\boxed{\theta_A(rad)=\frac{1625000}{E\left(\frac{kN}{m^2}\right)}}$$



$I = 710 \times 10^{-6}\ m^4$

$A = 0.005\ m^2$

$E = 2 \times 10^5\ N/mm^2$

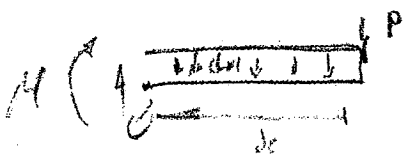


$S_{BD} \sin 60 = S_{yA} + P \quad \sum M_A = 0$

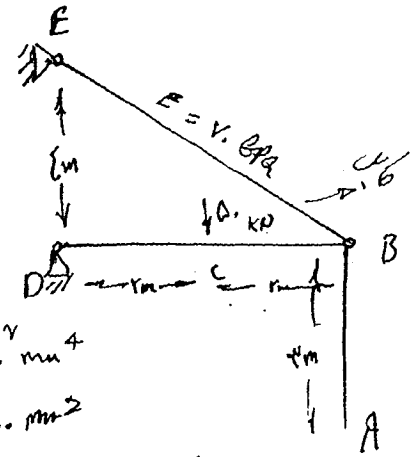
$S_{BD} \cos 60 = S_{xA} \qquad S_{BD} \cdot \cos 60 \cdot 4 = P \times 10$

$+ 20 \times 10/2$

$S_{BD} = 57.74 + 4.10\,P$



$\sum M_J = PX + 20 x^2/2 + M = 0 \qquad M = -Px - 10.x^2$



$\Delta_x(A) = ?$

$\Delta_y(C) = ?$

$I = 10 \times 10^{7}\ mm^4$

$A = 2 \times 10^{3}\ mm^2$

$A_{(AB)} = 3 \times 10^{3}\ mm^2$

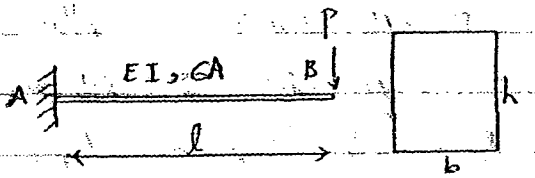
www.vepub.com
Publish Your Mind

مصطفی صاحبخیال
۸۸۴۸۱۲۷۲

تمرینات سری ۸

روش کار مجازی (اثر برش، حرارت و ...)

سوال ۱ ـ تغییر مکان قائم نقطه B را بدست آورید. اثر انرژی خمشی و برشی را در حدود حالت زیر:



① $l = h$

② $l = 10h$

$\frac{E}{G} = 2.5$ فرض کنید

در حدود حالت چیست $\frac{\Delta_B}{\Delta_B}$ (با در نظر گرفتن انرژی برشی) / (بدون در نظر گرفتن انرژی برشی) را محاسبه کنید

(x از سر آزاد تیر) $M = -Px$ $V = +P$ برش و ممان در اثر بار خارجی

واحد " " $m = -x$ $v = +1$

$$\Delta_B \text{ با برش} = K\int_l \frac{VV}{AG}dx + \int_l \frac{Mm}{EI}dx$$

$$= 1.2\int_l \frac{P\,dx}{AG} + \int_l \frac{Px^2}{EI}dx = 1.2\frac{Pl}{AG} + \frac{P}{EI}\frac{l^3}{3}$$

$I = \frac{bh^3}{12}$ ، $E = 2.5G$ ، $A = bh$ ، $l = h$ با فرضیات روبرو

$$\Delta_B \text{ با برش} = \frac{1.2Ph}{bhG} + \frac{Ph^3}{2.5G\frac{bh^3}{12}3} = 2.8\frac{P}{bG}$$

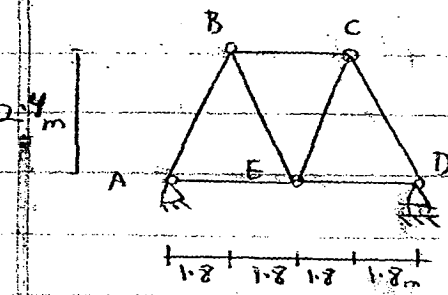
Δ_B بی برش $= 1.6\frac{P}{bG}$ طریق مشابه

$$\frac{\Delta_B \text{ (با برش)}}{\Delta_B \text{ (بی برش)}} = \frac{2.8}{1.6} = 1.75$$ در حالت $l = h$

طریق مشابه

$$\frac{\Delta_B \text{ (با برش)}}{\Delta_B \text{ (بی برش)}} = \frac{1612}{1600} = 1.00075$$ در حالت $l = 10h$

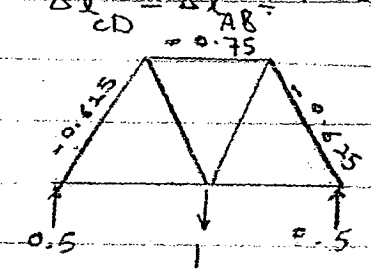
سوال 2 - میلهای اعضای AB، BC و CD به اندازه $30^{\circ}C$ افزایش دما می‌دهد. Δ_{EJ} را محاسبه کنید. $\alpha = 11.7 \times 10^{-6}\ 1/^{\circ}C$



$$\Delta l_{AB} = l_{AB} \times \Delta\theta = \sqrt{2.4^2 + 1.8^2} \times 11.7 \times 10^{-6} \times 30 = 1.053 \times 10^{-3}\ (m)$$

$$\Delta l_{BC} = l_{BC} \times \Delta\theta = 2 \times 1.8 \times 11.7 \times 10^{-6} \times 30 = 1.264 \times 10^{-3}\ (m)$$

$$\Delta l_{CD} = \Delta l_{AB} = 1.053 \times 10^{-3}\ (m)$$

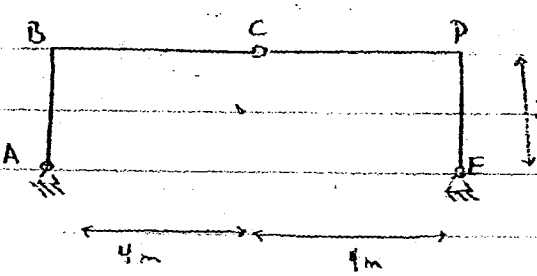


$$\Delta_{EJ} = \sum F \Delta l = (-0.625 \times 1.053 \times 10^{-3}) + (-0.75 \times 1.264 \times 10^{-3})$$

$$\Delta_{EJ} = -2.264 \times 10^{-3}\ m$$

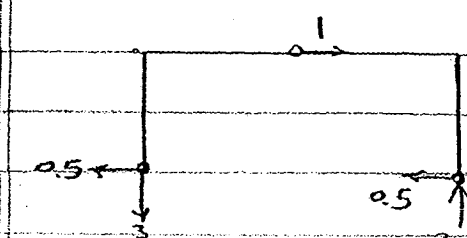
به سمت بالا

سوال 3 - اگر فاصله AE به اندازه 2^{cm} جهت ساخت، اضافه اجرا گردد و تکیه‌گاه E به اندازه 1^{cm} در امتداد قائم به سمت بالا جابجا شود، تغییر مکان افقی و قائم نقطه C را حساب کنید.

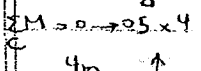


توضیح: گفته شده فاصله AE به اندازه 2_{cm} اضافه اجرا شده. لذا گفته شده که کدام تکیه‌گاه 2_{cm} جابجا اجرا شده. برای حل مسئله، فرض می‌کنیم که تکیه‌گاه E، 2_{cm} اخراف به راست دارد.

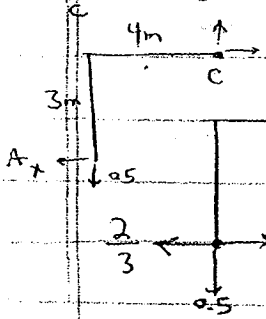
www.vepub.com
Publish Your Mind



$$\Delta_{cx} = -\Sigma \bar{R} a = -\frac{3}{8}\times 0.01 - (-0.5)\times 0.02$$

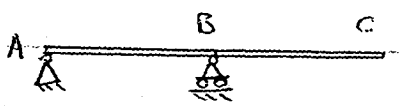


$$\Delta_{cx} = 0.00625\,(m)$$ به راست



$$\Delta_{cy} = -\Sigma \bar{R} a = -(-0.5)0.01 - \left(\frac{2}{3}\times 0.02\right)$$

$$\Delta_{cy} = -0.008\,(m)$$ به پایین



سوال ۴- درجه حرارت بالای تیر $T_t = 200^\circ C$ و درجه حرارت پایین تیر $T_b = 30^\circ C$ میباشد Δ_{cy} را تعیین کنید

$$\alpha = 12\times 10^{-6}\ 1/^\circ C \qquad h = 350\ mm$$

راه حل:

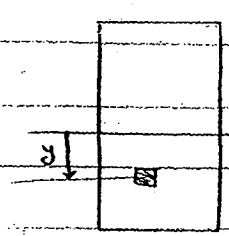
توضیح: در رابطه $\Delta = \Sigma \mu_t \Delta l$ ، Δ جابجایی نقطه مورد نظر در راستای نیروی واحد است. μ_t نیروهای داخلی تیر در اثر بار واحد و Δl نیز تغییر طول این تیر در اثر تغییرات دماست. در کل به Δl علاوه بر دمای ثانویه (داده شده)، دمای اولیه در زمان اجرای تیر نیز نیاز است که داده نشده است. بنابراین برای حل این مسئله فرض می‌کنیم که دمای تیر در حین ساخت $20^\circ C$ بوده است.

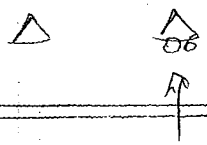
$$\mu_t = +\frac{my}{I}\,dA$$

$$\Delta l = (dx)\,\alpha\,\Delta\theta$$

$$\Delta\theta = 115 - \frac{170^\circ C}{0.35\,m}\,y$$

$$\rightarrow \Delta = \Sigma \mu_t \Delta l = \int_l \int_A \frac{my}{I}\,dA \times \alpha\left(115 - \frac{170}{0.35}y\right)dx$$

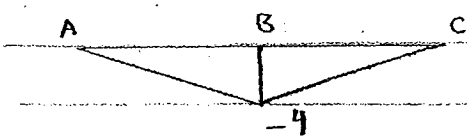




$$= \alpha\left(\int_A \frac{-170}{0.35} y^2 dA + \int_A 115 y\, dA\right) \int_l \frac{m\,dx}{I}$$

$$= \alpha\left(\frac{-170}{0.35} I\right)\int_l \frac{m\,dx}{I} \longrightarrow \Delta = \frac{-170}{0.35}\alpha \int_l m\,dx$$

دیاگرام m (همان تیر در اثر بار واحد کاهم روی میانبین (در نقطه C)



$$\Delta = \frac{-170}{0.35} \times 12\times10^{-6} \times \frac{-8\times4}{2} = +0.093\ (m)$$

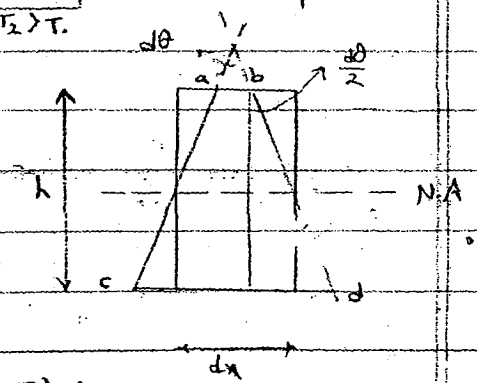
یعنی نقطه C به پایین می‌رود.

اثر دوم:

$$ab = dx - \alpha(T_0 - T_1)dx$$

$$cd = dx + \alpha(T_2 - T_0)dx$$

$$\frac{d\theta}{2} = \frac{cd - ab}{2h} = \frac{\alpha(T_2 - T_1)h}{2h} \quad (1)$$



$$\left.\begin{aligned}\Delta &= \int_l \frac{M m\,dx}{EI} \\ d\theta &= \frac{M\,dx}{EI}\end{aligned}\right\} \longrightarrow \Delta = \int_l m\,d\theta$$

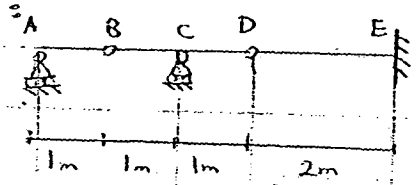
$$(1) \rightarrow \Delta = \int_l \frac{m\alpha(T_2 - T_1)dx}{h} = \frac{\alpha(T_2 - T_1)}{h}\int_l m\,dx$$

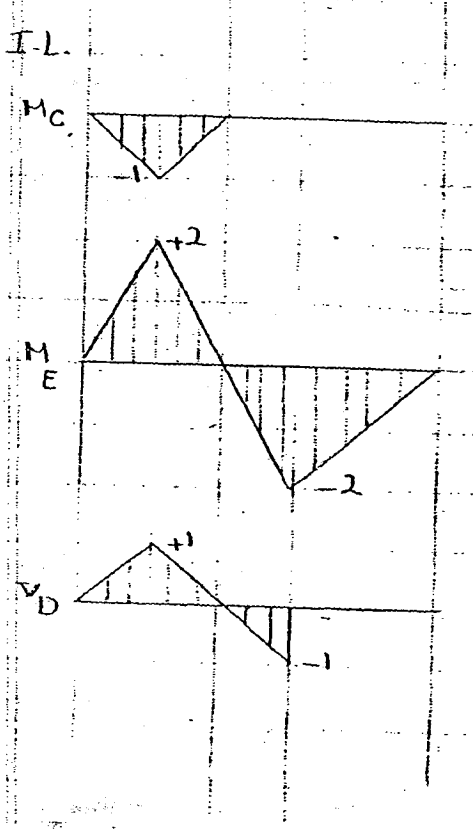
$$\rightarrow \Delta = \frac{12\times10^{-6}\times(30-20^\circ)}{0.35} \times \frac{-8\times4}{2} = +0.093(m)$$

www.vepub.com
Publish Your Mind

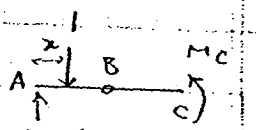
مصطفی صاحبان
۸۸۴۸۱۲۷۲

سوال ۱ ـ خط تاثیر M_C، M_E، V_D را رسم کنید.





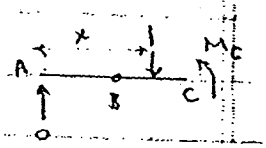
خط تاثیر M_C را بدست می آوریم:



$\sum_C M = 0$

$\rightarrow M_C + 1\times(2-x) - 2(1-x) = 0$

$\rightarrow M_C = -x \quad 1 < x < 1$

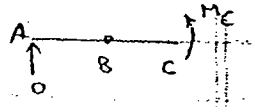


$\sum_C M = 0$

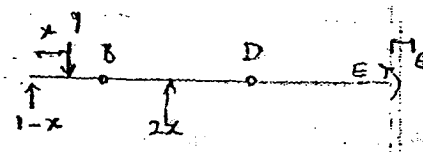
$\rightarrow M_C + 1\times(2-x) = 0$

$\rightarrow M_C = x-2 \quad 1 < x < 2$

$M_C = 0 \quad 2 < x < 5$



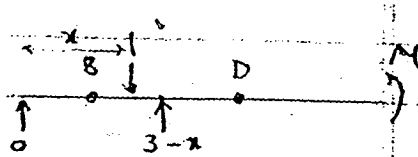
خط تاثیر M_E را بدست می آوریم:



$\sum_E M = 0$

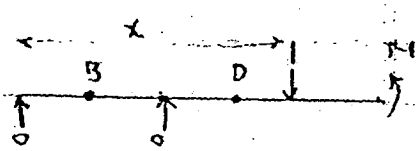
$\rightarrow -5(1-x) + 1\times(5-x) - 2x(3) + M_E = 0$

$\rightarrow M_E = 2x \quad (-1 < x < 1)$



$\sum_E M = 0 \rightarrow +1\times(5-x) - (3-x)\times 3 + M_E = 0$

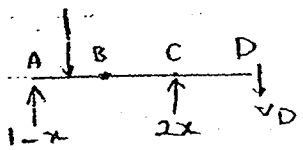
$\rightarrow M_E = -2x + 4 \quad (1 < x < 3)$



$\sum_E M = 0 \rightarrow M_E + 1\times(5-x) = 0$

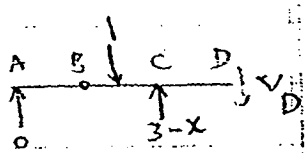
$\rightarrow M_E = x-5 \quad (3 < x < 5)$

خط تاثیر V_D را رسم می‌کنیم



$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow 1 - x + 2x - V_D - 1 = 0$$

$$\rightarrow V_D = x \quad (0 < x < 1)$$



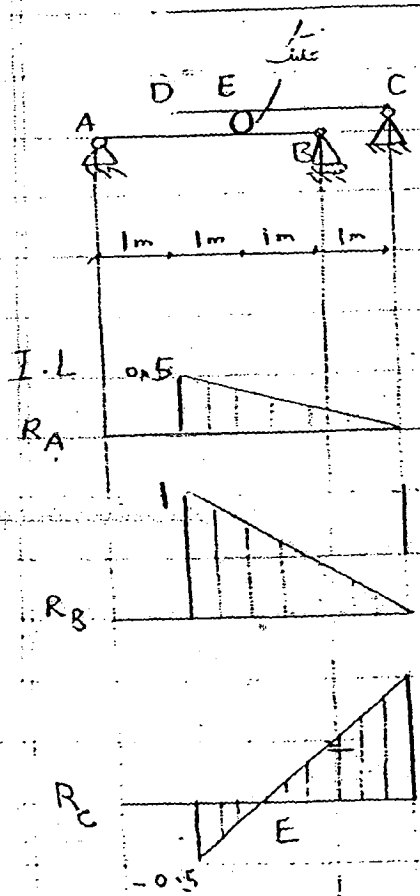
$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -1 + 3 - x - V_D = 0$$

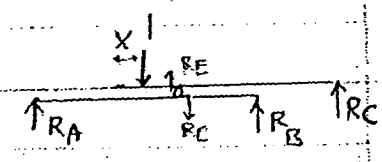
$$\rightarrow V_D = -x + 2 \quad (1 < x < 3)$$

از روش مولر-برسلو همین خط تاثیرها مورد انتظار هستند.

سوال 2 – خط تاثیر R_A، R_B و R_C را رسم کنید.

با رواحد از C تا D یعنی تیر DC جابجا می‌شود.





برای تیر بالا $\sum_C M = 0 \rightarrow +1 \times (3-x) - R_E(2) = 0$

$$\rightarrow R_E = 1.5 - \frac{x}{2}$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -1 + 1.5 - \frac{x}{2} + R_C = 0$$

$$\rightarrow R_C = \frac{x}{2} - 0.5$$

برای تیر پایین $\sum_A M = 0 \rightarrow -(1.5 - \frac{x}{2}) \times 2 + R_B \times 3 = 0$

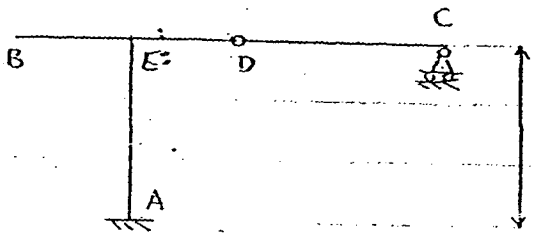
$$\rightarrow R_B = 1 - \frac{x}{3}$$

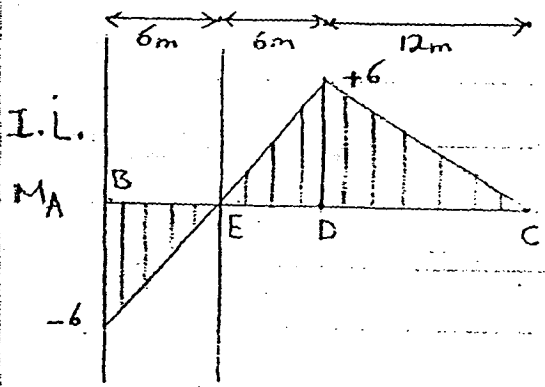
برای تیر پایین $\Sigma F_y = 0 \rightarrow R_A - (1.5 - \frac{x}{2}) + (1 - \frac{x}{3}) = 0$

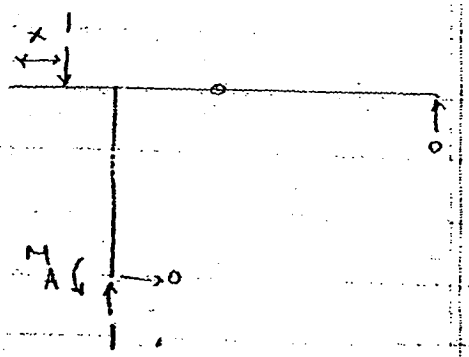
$$\rightarrow R_A = 0.5 - \frac{x}{6}$$

www.vepub.com
Publish Your Mind

سوال 3) خط تاثیر M_A را رسم کنید.
بار واحد در طول BC جابجا می‌شود.





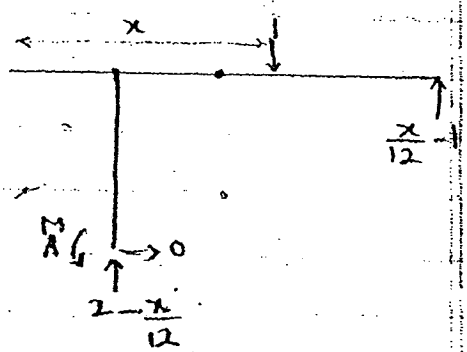


$\sum_A M = 0 \rightarrow M_A - 1 \times (x-6) = 0$

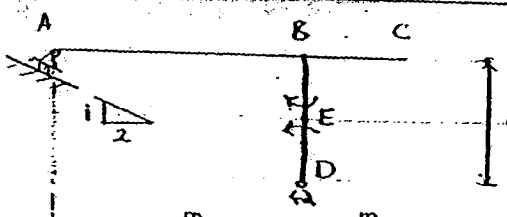
$\rightarrow M_A = x - 6 \quad 0 < x < 12$

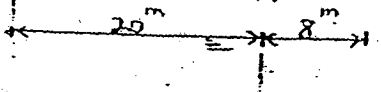
$\sum_A M = 0 \rightarrow M_A - (x-6) + 18\left(\frac{x}{12} - 1\right) = 0$

$\rightarrow M_A = \frac{-x}{2} + 12 \quad 12 < x < 24$

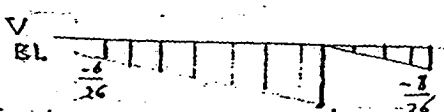


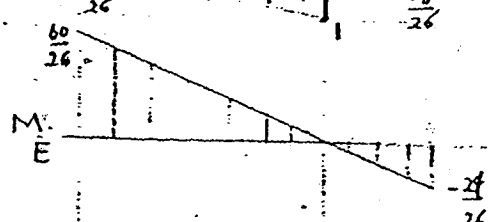
سوال 4- خط تاثیر نیروی برشی در سمت چپ نقطه B و لنگر در وسط سوال BD را رسم کنید.
بار واحد در طول AC جابجا می‌شود.

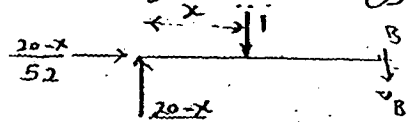




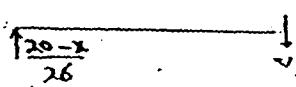
I.L







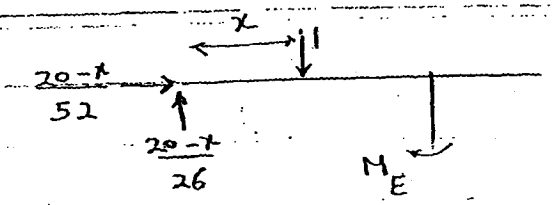
$\sum F_y = 0 \rightarrow V_B = \frac{-6-x}{26} \quad (0 < x < 20)$



$\sum F_y = 0 \rightarrow V_B = \frac{20-x}{26} \quad (20 < x < 28)$

www.vepub.com
Publish Your Work

$\sum_E M = 0$



$$\rightarrow -M_E - \left(\frac{20-x}{52} \times 6\right) - \left(\frac{20-x}{26} \times 20\right) + 1 \times (20-x) = 0$$

$$\rightarrow \underline{M_E = \frac{3}{26}(20-x)}$$

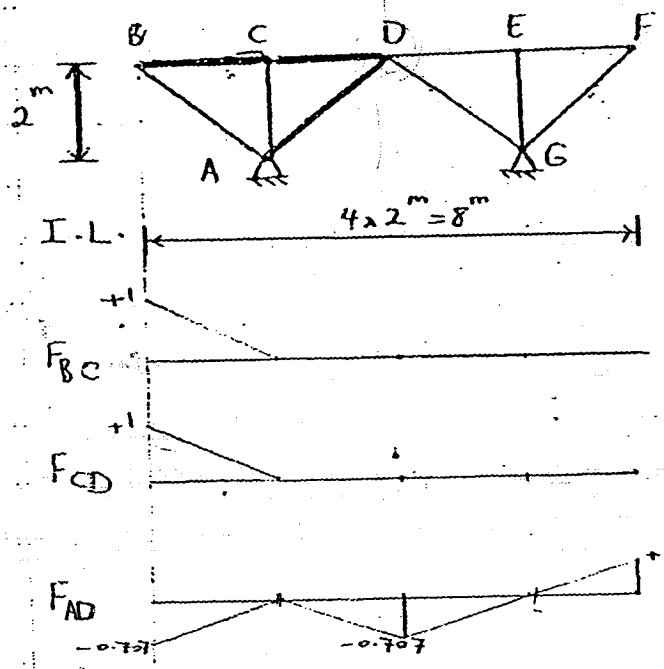
www.vepub.com
Publish Your Mind

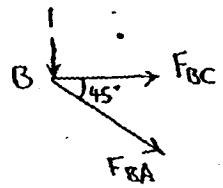
مسطر رضا کیان
۸۸۴۸۱۲۷۲

حلوط تاثیر خرپاها

تمرینات شماره ۱۵

سوال ۱ - خطوط تاثیر :
F_{AD} ، F_{CD} ، F_{BC}
را رسم کنید.





$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -1 - F_{BA}\sin 45 = 0$

$\rightarrow F_{BA} = \frac{-1}{\sin 45}$

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_{BC} + F_{BA}\cos 45 = 0$

$\rightarrow F_{BC} - \cot 45 = 0$

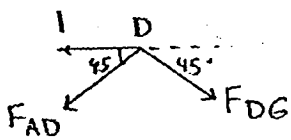
$\rightarrow F_{BC} = 1$

بار واحد در B وارد شده

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_{AD}\sin 45 + F_{DG}\sin 45 = 0$ (1)

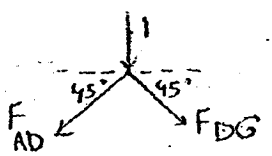
$\Sigma F_x = 0 \rightarrow -1 - F_{AD}\cos 45 + F_{DG}\cos 45 = 0$

$\xrightarrow{(1)} -1 - 2F_{AD}\cos 45 = 0 \rightarrow F_{AD} = -0.707$



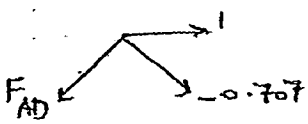
$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -1 - 2F_{AD}\sin 45 = 0$

$\rightarrow F_{AD} = -0.707$



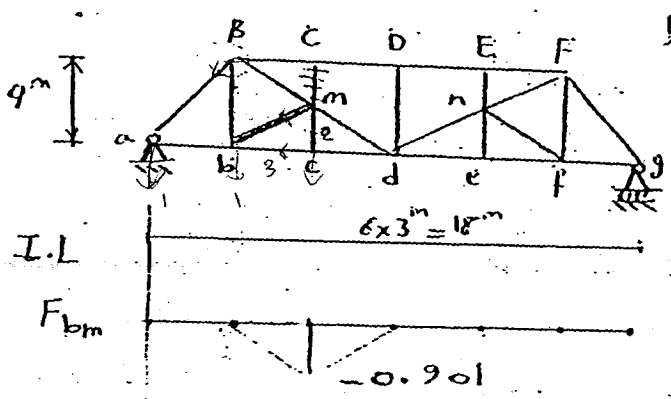
$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -F_{AD}\sin 45 - (-0.707)\sin 45 = 0$

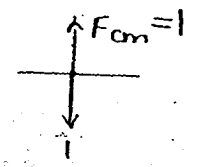
$\rightarrow F_{AD} = +0.707$

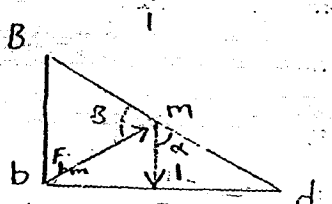


تعیین حالت ها، صرفنظر.

سوال 2 – خط تاثیر میله bm را رسم کنید.
بار واحد از a تا g تغییر مکان میدهد.
عضو mC هیچ نیروئی ندارد.







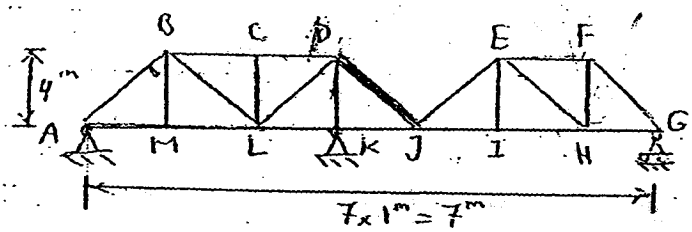
(1) $F_{bm} \sin\beta = 1 \sin\alpha$

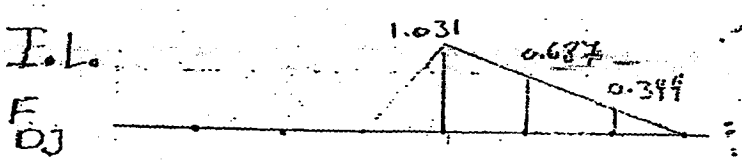
(2) $\sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}$

(3) $\frac{\beta}{2} = \sin^{-1}\frac{2}{\sqrt{13}} \rightarrow \beta = 2\sin^{-1}\frac{2}{\sqrt{13}} \rightarrow \sin\beta = \sin\left(2\sin^{-1}\frac{2}{\sqrt{13}}\right)$

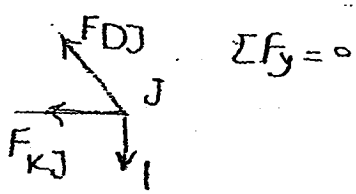
(1),(2),(3) $\rightarrow F_{bm} = \frac{3/\sqrt{13}}{\sin\left(2\sin^{-1}\frac{2}{\sqrt{13}}\right)} = 0.901$

سوال 3 – خط تاثیر F_{DJ} را رسم کنید. بار واحد در طول تحتانی حرکت به آن اثر میکند.
تا وقتی که نیروی واحد بین A و K باشد، نیروی DJ صفر است. به محض عبور بار از نقطه K، عضو DJ تحت تاثیر قرار می گیرد.

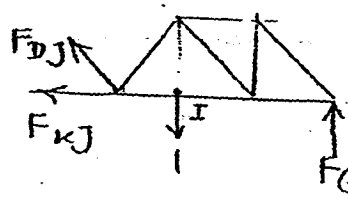




www.vepub.com
Publish Your Mind

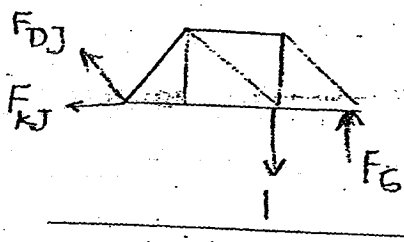


$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_{DJ}\frac{4}{\sqrt{17}} = 1 \rightarrow F_{DJ} = 1.031$



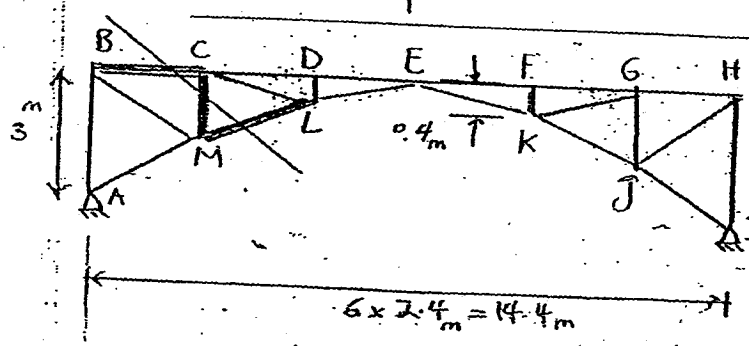
$\Sigma M_G = 0 \rightarrow +1\times 2 - F_{DJ}\frac{4}{\sqrt{17}}\times 3 = 0$

$\rightarrow F_{DJ} = 0.687$



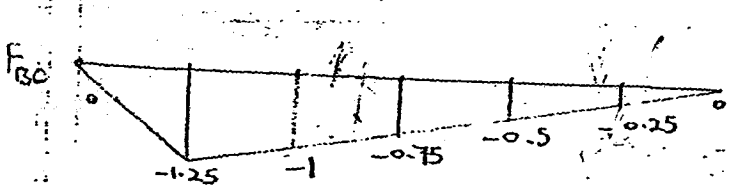
$\Sigma M_G = 0 \rightarrow 1\times 1 - F_{DJ}\frac{4}{\sqrt{17}}\times 3 = 0$

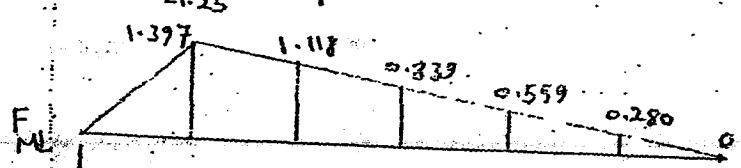
$\rightarrow F_{DJ} = 0.344$

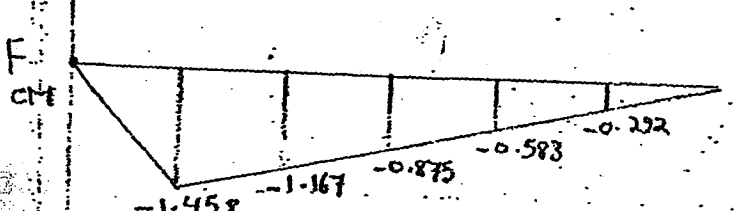


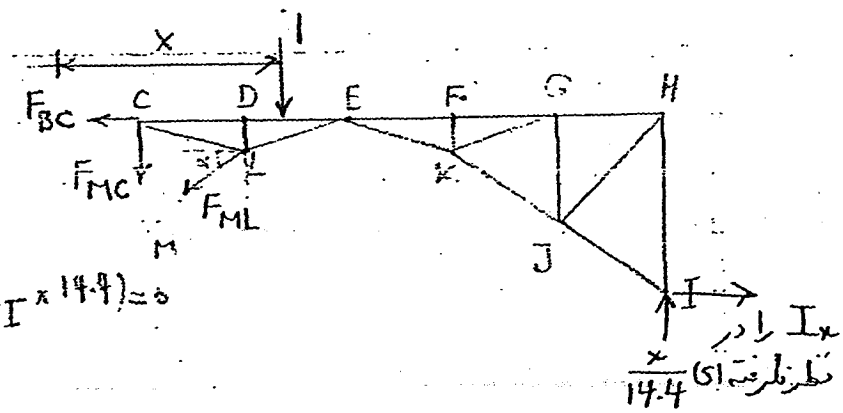
ا.ا.س سوال 4 - خطوط تاثیر
F_{BC} ، F_{CM} ، F_{ML}
ستاوانت
رسم کنید:
I را در نظر
گرفته ام . زمانی که بار واحد در نقطه B اثر می کند
اب دریت، میزدی تمام اعضا غیر از AB، صفر است
سرگیو بعدی آمده

I.L-









$$\sum_A M = 0 \rightarrow -(1 \times x) + (R_I \times 14.4) = 0$$

$$\rightarrow R_I = \frac{x}{14.4}$$

$$\sum_M M = 0 \rightarrow F_{BC} \times 1.6 - 1 \times (x - 2.4) + 5 \times 2.4 \times \frac{x}{14.4} = 0$$

$$\rightarrow \underline{F_{BC} = 0.104x - 1.5 \quad (2.4 < x < 14.4)}$$

$$\sum_C M = 0 \rightarrow -(F_{ML} \cos\alpha \times 0.4) - (F_{ML} \sin\alpha \times 2.4) - 1 \times (x - 2.4) + \left(\frac{x}{14.4} \times 12\right) = 0$$

$\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$, $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$

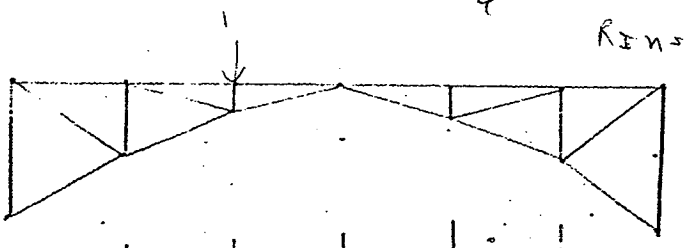
$$\rightarrow \underline{F_{ML} = \frac{\sqrt{5}}{-3.2}\left(\frac{2.4}{14.4}x - 2.4\right) \quad (2.4 < x < 14.4)}$$

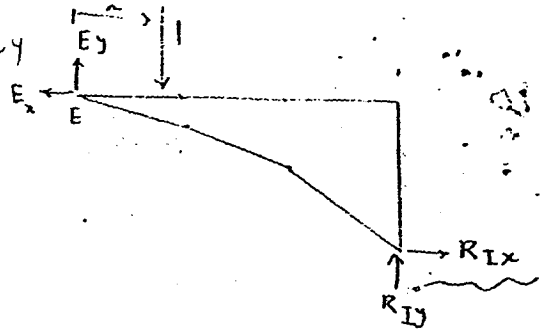
$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -F_{MC} - F_{ML}\sin\alpha - 1 + \frac{x}{14.4} = 0$$

$$\rightarrow \underline{F_{MC} = \frac{-F_{ML}}{\sqrt{5}} - 1 + \frac{x}{14.4} \quad (2.4 < x < 14.4)}$$

$-1\times 2.4 - \frac{x}{4}\times 4\times 2.4 - R_{Ix}\times 4 = 0$

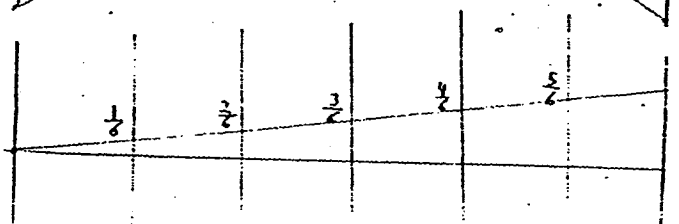
$R_{Ix} = -1.4$





I.L

R_{Iy}



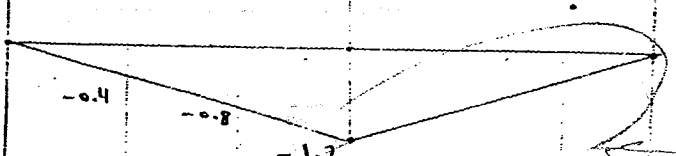
$\Sigma M_E = 0 \rightarrow 3\times 2.4\times R_{Iy} + 3R_{Ix} = 0$

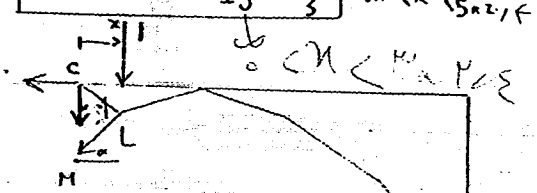
$\rightarrow \boxed{R_{Ix} = -2.4 R_{Iy}}$ $\quad 0 < x < 2\times 2.4$

$3\times 2.4\times R_{Iy} + 3R_{Ix} - x = 0$

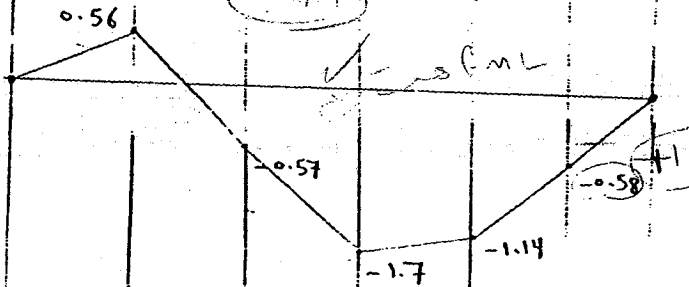
$\boxed{R_{Ix} = -2.4 R_{Iy} + \frac{x}{3}}$ $\quad 2\times 2.4 < x < 5\times 2.4$

R_{Ix}





ML



$\Sigma M_C = 0 \rightarrow -x + 5\times 2.4 R_{Iy} + 3R_{Ix} - ML\ 1.6\ \frac{2.4}{2.68} = 0$

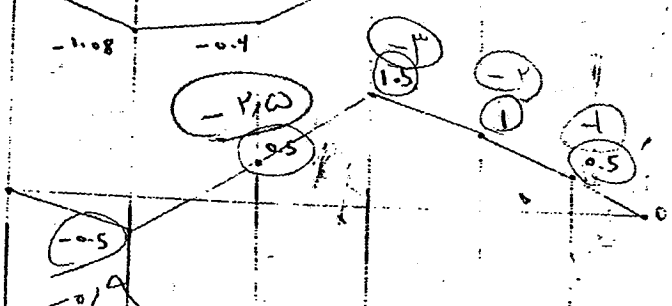
$\boxed{ML = -0.7x + 8.375 R_{Iy} + 2.1 R_{Ix}}$

CM

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -F_{CM} - 1 - ML\ \frac{1.2}{2.68} + R_{Iy}$

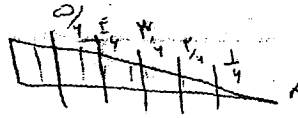
$\rightarrow \boxed{F_{CM} = -1 - ML\ \frac{1.2}{2.68} + R_{Iy}}$

BC



$\Sigma M_M = 0 \rightarrow +BC\times 1.6 - x + 5\times 2.4\times R_{Iy} + 3R_{Ix} = 0$

$\rightarrow \boxed{BC = \frac{x}{1.6} - \frac{5\times 2.4}{1.6} R_{Iy} - \frac{3}{1.6} R_{Ix}}$



$\Sigma M_M = 0$

$F_{BC}\times 1.4 + A_y\times 2.8 + A_x\times M = 0$

$-1.5 F_{BC}\times 1.4 + \frac{2}{5} n\times 1.8 + I_y\ \omega\ \alpha\ 2.8 = 0$

کاربرد خط تاثیر

تمرینات شماره ۱۱

مصطفی صاحبیان
۸۸۴۸۱۲۷۷

سوال ۱ : تیر ساده و بار زنده ای که بر تیر AE وارد می شود، مقرار زیر است :

بار مرده : گسترده یکنواخت : 1 KN/m

بار زنده : گسترده یکنواخت : 3 KN/m

با اضافه دو بار متمرکز به شکل : 5KN, 10KN, 5m

مقادیر زیر را بدست آورید :

$\max R_E$ (به سمت بالا)

$\max M_D^-$

توضیح : خط تاثیر عکس العمل تکیه گاه E را می کشیم.

بار مرده تیر، خواه ناخواه در سر تا سر تیر اعمال می شود.

بار زنده، در قسمتی که $I.L\ R_E$ مثبت است قرار می گیرد

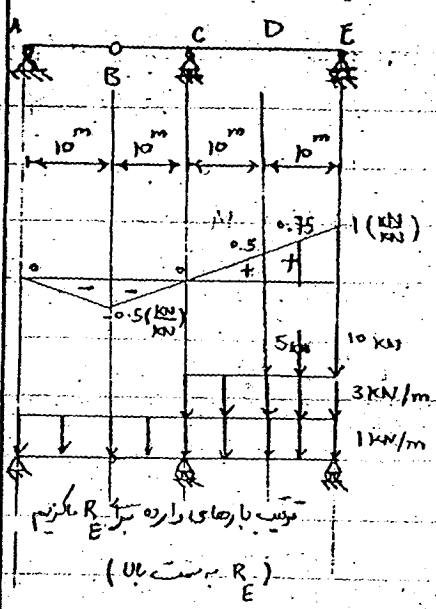
بارهای متمرکز هم، جوری گذاشته می شوند که بیشترین R_E را تولید کند.

برای محاسبه $\max M_D^-$ هم، ابتدا خط تاثیر M_D را

رسم می کنیم. بار زنده را در نقش مان سفتی می گذاریم

برای بارهای متمرکز هم، دو حالت را بررسی می کنیم

سفتی ترین حالت را استفاده می کنیم.

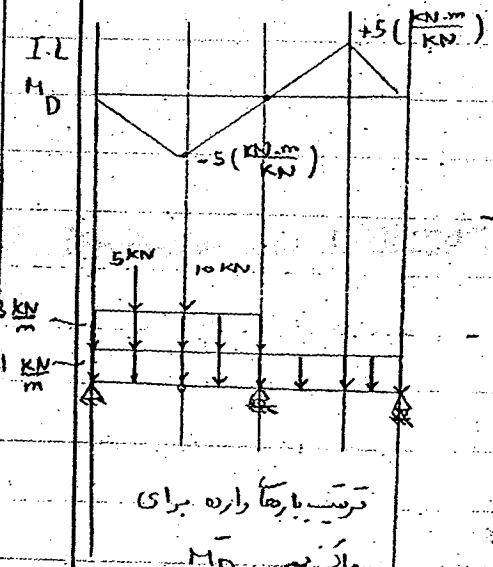


ترتیب بارهای وارده برای R_E ماکزیم

(R_E به سمت بالا)

$$\max R_E = 1 \times \left[\frac{20 \times 0.5}{2} + \frac{20 \times 1}{2}\right] + 3 \times \left[\frac{20 \times 1}{2}\right] + (10 \times 1) + (5 \times 0.75)$$

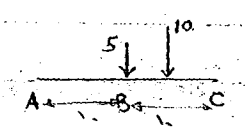
$$\rightarrow \boxed{\max R_E = 48.75\ KN}$$



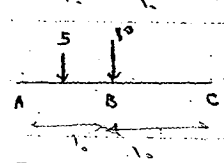
ترتیب بارهای وارده برای

M_D^- ماکزیم

$-5 \times 5 - 2.5 \times 10 = -50$ KN.m



$-2.5 \times 5 - 5 \times 10 = -62.5$ KN.m



حالت دوم مورد نظر است.

$$\max M_D^- = 1 \times \left[\frac{-5 \times 20}{2} + \frac{5 \times 20}{2}\right] + 3\left[\frac{-5 \times 20}{2}\right] - 62.5 = -212.5\ KN.m$$

$$\rightarrow \boxed{\max M_D^- = -212.5\ KN.m}$$

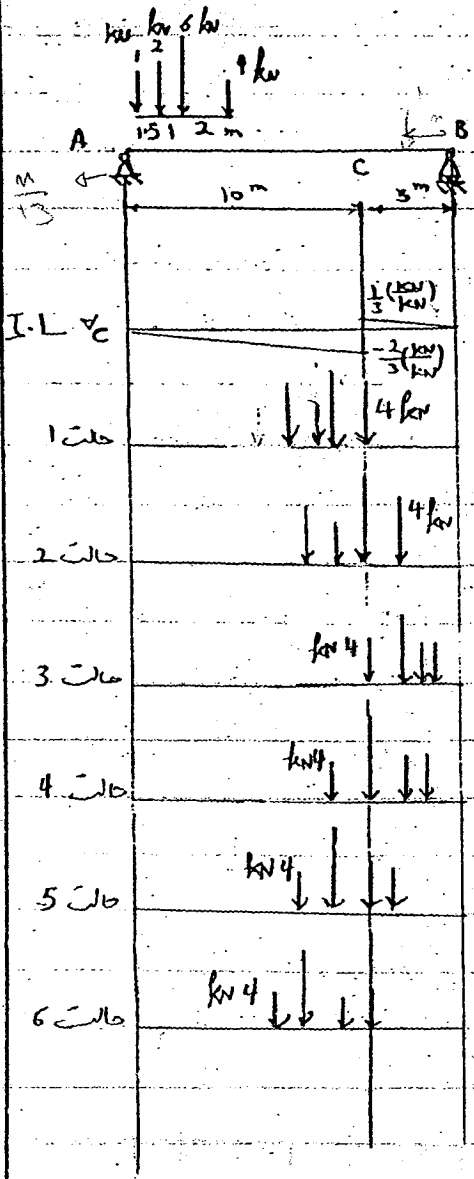
www.vepub.com
Publish Your Mind

سوال 2 - وسیله نقلیه را در حالتی روی تیر قرار دهید که :

1). max V_C → ماکزیمم قدرمطلق را می‌گیریم

2) max M_C

ابتدا دقت شود. برای بدست آوردن ماکزیم برش در C، ابتدا خط تاثیر برش در نقطه C را رسم می‌کنیم سپس به ازای حالت های مختلف، برش در C را بدست می‌آوریم و ماکزیمم حالت را تعیین می‌کنیم :



* حالت 1 :

$$V_C = -4\times\frac{12}{15} - 6\times\frac{8}{15} - 2\times\frac{7}{15} - 1\times\frac{5.5}{15}$$

$$= -7.17\ kN$$

* حالت 2 :

$$V_C = +4\times\frac{3}{15} - 6\times\frac{12}{15} - 2\times\frac{8}{15} - 1\times\frac{7.5}{15}$$

$$= -4.2\ kN$$

وسیله نقلیه را سرتر می‌کنیم :

* حالت 3 : 8 راست

$$V_C = +4\times\frac{5}{15} + 6\times\frac{3}{15} + 2\times\frac{3}{15} + 1\times\frac{12.5}{15}$$

$$= 2.83\ kN$$

3 چپ

$$V_C = -4\times\frac{12}{15} + 6\times\frac{3}{15} + 2\times\frac{2}{15} + 1\times\frac{2.5}{15}$$

$$= -1.17\ kN$$

* حالت 4 :

3 راست

$$V_C = -4\times\frac{8}{15} + 6\times\frac{5}{15} + 2\times\frac{4}{15} + 1\times\frac{2.5}{15}$$

$$= 0.57\ kN$$

3 چپ

$$V_C = -4\times\frac{8}{15} - 6\times\frac{10}{15} + 2\times\frac{4}{15} + 1\times\frac{2.5}{15} = -5.4\ kN$$

* حالت 5 : 3 چپ

$$V_C = -4\times\frac{7.5}{15} - 6\times\frac{2}{15} - 2\times\frac{12}{15} + 1\times\frac{3.5}{15} = -6.7\ kN$$

* حالت 6 : 3 چپ

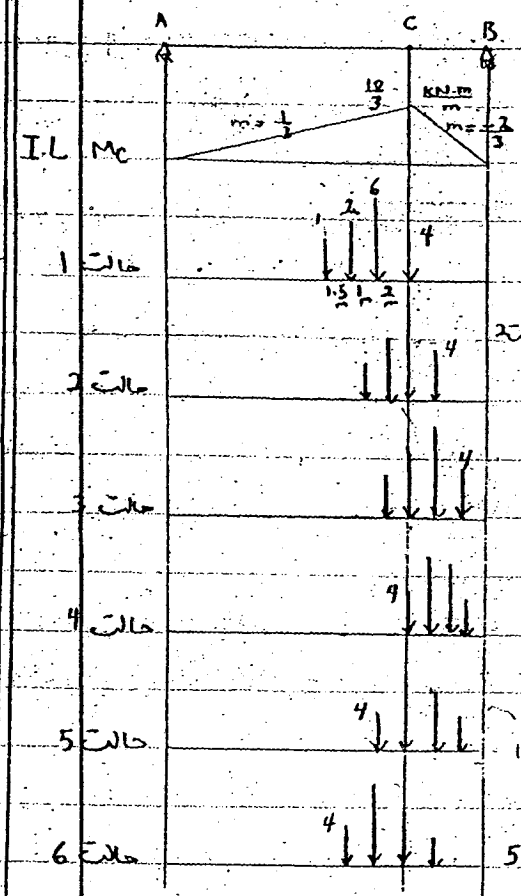
$$V_C = -4\times\frac{5.5}{15} - 6\times\frac{7.5}{15} - 2\times\frac{8.5}{15} - 1\times\frac{13}{15} = -6.27\ kN$$

پس ماکزیمم V_C می‌شود

$$\boxed{Max\ V_C = 7.17\ kN}$$

برای بدست آوردن ماکزیمم ممان در C نیز، ابتدا خط تاثیر ممان در C را رسم می‌کنیم. با روش استاتیکی مقدار اکسترمم ممان را بدست می‌آوریم.

www.vepub.com
Publish Your Mind



$$\Delta M_{1-2} = \sum F_m x = (1+2+6)\times\frac{1}{3}\times 2 + 4\times\frac{2}{3}\times 2$$
$$= 0.67 \text{ KN.m}$$

$$\Delta M_{2\to 3} = \sum F_m x = (1+2)\times\frac{1}{3}\times 1 - (4+4)\times\frac{2}{3}\times 1$$
$$= -5.67 \text{ KN.m}$$

پس احتمالاً همان حالت 2 ماکزیمم است:

$$2\text{حالت } M_c = 1\times\frac{7.5}{3} + 2\times\frac{2}{3} + 6\times\frac{10}{3} + 4\times\frac{6}{3} = 36.5 \text{ KN.m}$$

حالا وسیله نقلیه را از راست به چپ حرکت میدهیم:

$$\Delta M_{4\to 5} = \sum F_m x = -4\times\frac{1}{3}\times 2 + (6+2+1)\times\frac{2}{3}\times 2$$
$$= 9.3 \text{ KN.m}$$

$$\Delta M_{5-6} = -(4+6)\times\frac{1}{3}\times 1 + (2+1)\times\frac{2}{3}\times 1$$
$$= -1.3 \text{ KN.m}$$

احتمال دارد که ماکزیمم همان حالت 5 باشد:

$$5\text{حالت } M_c = 4\times\frac{8}{3} + 6\times\frac{10}{3} + 2\times\frac{8}{3} + 1\times\frac{5}{3}$$
$$= 37.67 \text{ KN.m}$$

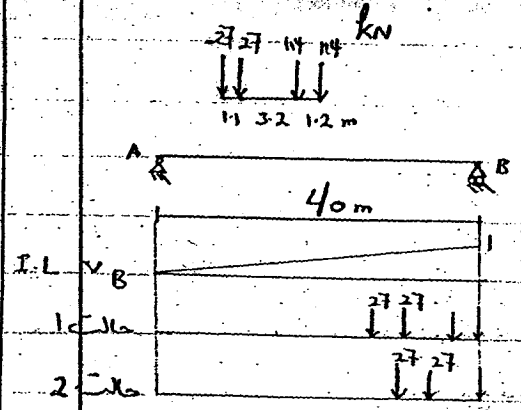
$\text{Max } M_c = 37.67 \text{ KN.m}$ پس بین حالت 2 و حالت 5، حالت 5 بیشتر است

سوال 3 - وسیله نقلیه را در جایی روی تیر قرار دهید که:

1) max V

2) max M

ایجاد شود.



حداکثر برش (ماکزیمم ها) را وقتی میزند خط تاثیر یکی از عکس العمل ها را می کشیم. ماکزیمم برش را با حالت گیری ها حالت، پیدا می کنیم

$$1\text{حالت } V_B = 114\times 1 + 114\times\frac{38.8}{40} + 27\times\frac{35.6}{40} + 27\times\frac{34.5}{40} = 271.9 \text{ KN}$$

$$2\text{حالت } V_B = 114\times 1 + 27\times\frac{36.8}{40} + 27\times\frac{35.7}{40} = 162.9 \text{ KN}$$

تمرین کرد

$\to$ $\text{max } V = 271.9 \text{ KN}$

www.vepub.com
Publish Your Mind

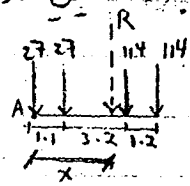
برای بدست آوردن max M از روش برآیند نیروها استفاده می‌کنیم. ابتدا مقدار و محل نیروی برایند R را بدست می‌آوریم. می‌دانیم که حداکثر لنگر در زیر یکی از بارها متمرکز اتفاق می‌افتد، زمانی که آن خط مرکزی تیر و خط نیروی R و آن نیرو باشد. چهار حالت را بررسی می‌کنیم. ماکزیمم لنگر را بدست می‌آوریم.

مثال: دو بار زیر بار کرین دو چرخ را نشان می‌دهد. برآیند R را و محل اثر آن را تعیین کنید. حداکثر لنگر ایجاد شده در تیر را حساب کنید.

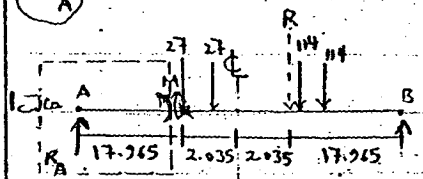
۱- تعیین مقدار و محل برآیند نیروها (R)

$R = 27+27+114+114 = 282$

$\sum M_A = 282x = 27\times1.1 + 114\times4.3 + 114\times5.5 \rightarrow x = 4.07\,(m)$



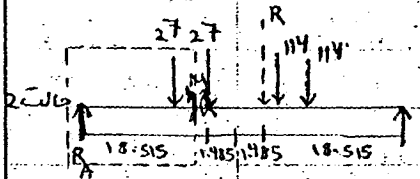
حالت ۱



$\sum M_B = 0 \rightarrow -R_A\times40 + 282\times17.965 = 0 \rightarrow R_A = 126.6$ kN

$M - 126\times17.965 = 0 \rightarrow \max M = 2275$ kN.m

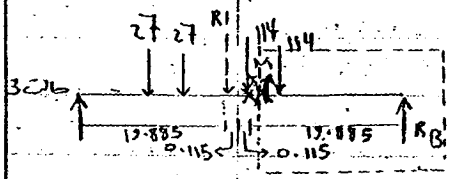
حالت ۲



$\sum M_B = 0 \rightarrow R_A\times40 = 282\times18.515 \rightarrow R_A = 130.53$ kN

$M + 27\times1.1 - 130.53\times18.515 = 0 \rightarrow \max M = 2387.1$ kN.m

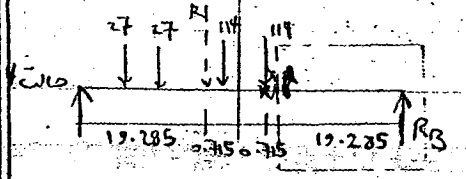
حالت ۳



$\sum M_A = 0 \rightarrow R_B\times40 = 282\times19.885 \rightarrow R_B = 140.17$ kN

$-M - 114\times1.2 + 140.17\times19.885 = 0 \rightarrow \max M = 2650.8$ kN.m

حالت ۴



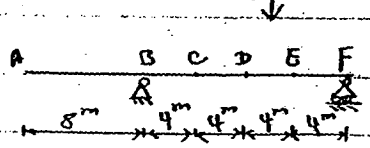
$\sum M_A = 0 \rightarrow R_B\times40 = 282\times19.285 = 0 \rightarrow R_B = 135.96$ kN

$-M + 135.96\times19.285 = 0 \rightarrow \max M = 2622$ kN.m

بنابراین

$$\max M = 2650.88 \text{ kN.m}$$

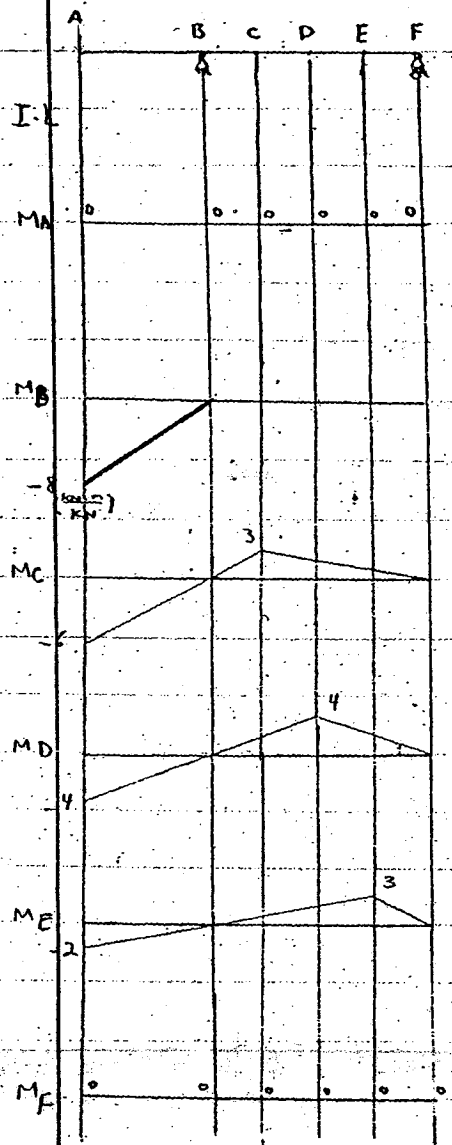
سوال ۴- پوش حداکثر لنگر مثبت و حداکثر لنگر منفی را رسم کنید.

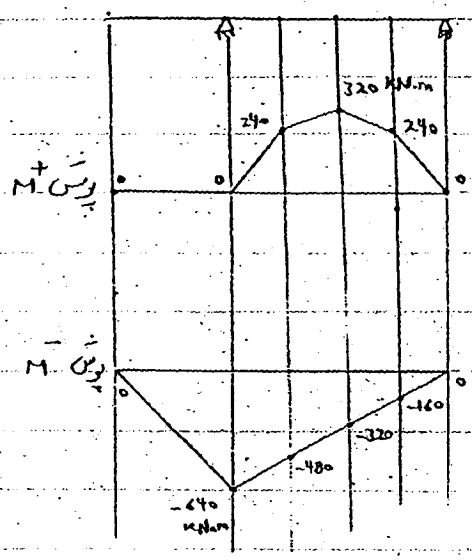


ابتدا خطوط تاثیر لنگر در نقاط A و B و C و D و E و F را رسم می‌کنیم. سپس با استفاده از خطوط حداکثر لنگر مثبت و منفی، پوش‌ها را رسم می‌کنیم.

www.vepub.com
Publish Your Mind

پوشش‌ها ← خط تاثیر





*: $\frac{P}{3}$ مقدار

*: 5:12 ← بین این سه دوست داریم

منبع روز شنبه 25 دی ماه 90

امتحان نهایی

*: ضلع ضلع نشین

$\Sigma - R'a$ · $-\Sigma R'a$

Δ_c ~

$\Delta_c = \Delta_{c1} + \Delta_{c2} + \Delta_{c3}$

$1 \times 4 = \frac{4}{3} \times 3$ ✓

$\Delta_{c1} + x\delta_{c1} = -\frac{x}{k}$

$-\frac{4}{3} \times 4.8 = -6.4\,cm$

$-\frac{4}{3} \times 7.2 \times 10^{6} \times 200 \times 50 = -0.96$

$M\Delta L_P = -\frac{5}{3} \times 3 = -5\,cm$

$\Delta c = -12.36\,cm$ ✓

$\delta = 0.42\,cm$

$-12.36 + 0.42x = 2.4$

$\Delta_B + x(\quad - \delta_B)$

$\Delta_B + x\delta_{BB} = -\frac{x}{k}$

تمرینات شماره 12

« هو الرحیم »

روش نیروها

مسطفی صافیان
88481272

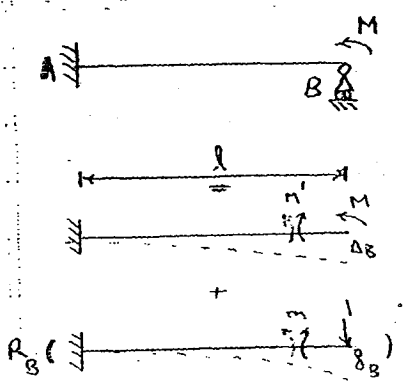
سوال 1- R_B را حساب کنید.

EI = ثابت

تیر یک درجه نامعین است.

مجهول اضافی = R_B

رابطه سازگاری تغییرمکان ★ $\Delta_B + R_B \delta_B = 0$



$$\Delta = \int_l \frac{mM'}{EI}\,dx = \int_l \frac{-xM}{EI}\,dx = -\frac{M}{EI}\frac{l^2}{2}$$

$$\delta = \int_l \frac{m^2 dx}{EI} = \int_l \frac{x^2 dx}{EI} = \frac{l^3}{3EI}$$

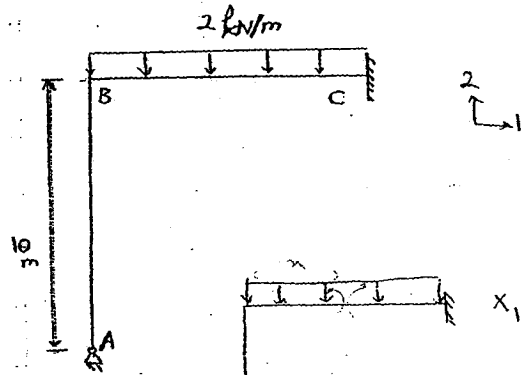
$\Rightarrow$ ★ $\Rightarrow$ $R_B = \frac{3M}{2l}$ بپایین

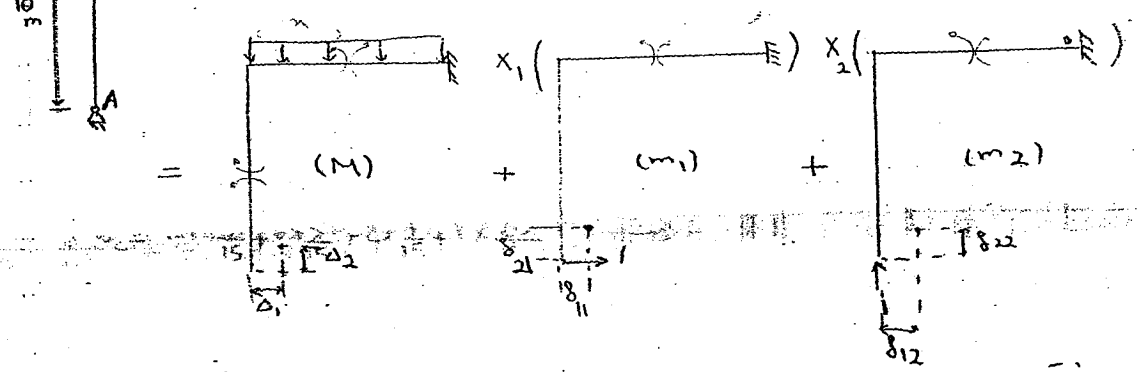
سوال 2- واکنش های تکیه گاهها را تعیین کنید.

EI ثابت

تیر دو درجه نامعین است.

مجهولات اضافی : $A_x = X_1$ ، $A_y = X_2$





باید پنج تا پارامتر Δ_1 ، Δ_2 ، δ_{11} ، δ_{22} ، $\delta_{12}=\delta_{21}$ را بدست بیاوریم. خلاصه، به سه تا نیاز داریم:

قسمت	مبدا	حدود	M	m_1	m_2
AB	A	0-10	0	$-x$	•
BC	B	0-10	$-x^2$	-10	$+x$

$$\Delta_1 = \int \frac{Mm_1}{EI}\,dx$$

$$\Delta_2 = \int \frac{Mm_2}{EI}\,dx$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \int \frac{m_1 m_2 dx}{EI}$$

www.vepub.com
Publish Your Mind

$$\Delta_1 = \int_{\ell} \frac{Mm_1}{EI}\,dx = \frac{1}{EI}\int_0^{10} x^3\,dx = \frac{10^4}{4EI}$$

$$\Delta_2 = \int_{\ell} \frac{Mm_2}{EI}\,dx = \frac{1}{EI}\,\frac{-10^4}{4}$$

$$\delta_{11} = \int_{\ell} \frac{m_1^2}{EI}\,dx = \frac{1}{EI}\left(\frac{10^3}{3}+\frac{10^3}{3}\right) = \frac{2000}{3EI}$$

$$\delta_{22} = \int_{\ell} \frac{m_2^2}{EI}\,dx = \frac{-1000}{3EI}$$

معادلات سازگاری تغییرمکان

$$\begin{cases} \Delta_1 + X_1\delta_{11} + X_2\delta_{12} = 0 \\ \Delta_2 + X_1\delta_{22} + X_2\delta_{22} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} X_1 = A_x = 0 \\ X_2 = A_y = 7.5\ kN \end{cases}$$

به بالا

با نوشتن معادلات تعادل بدست می‌آید: $C_x = 0$ ، $C_y = 12.5\ kN \uparrow$ ، $M = 25\ kN.m$

$M = 3.08$ $C_x = 1.17$

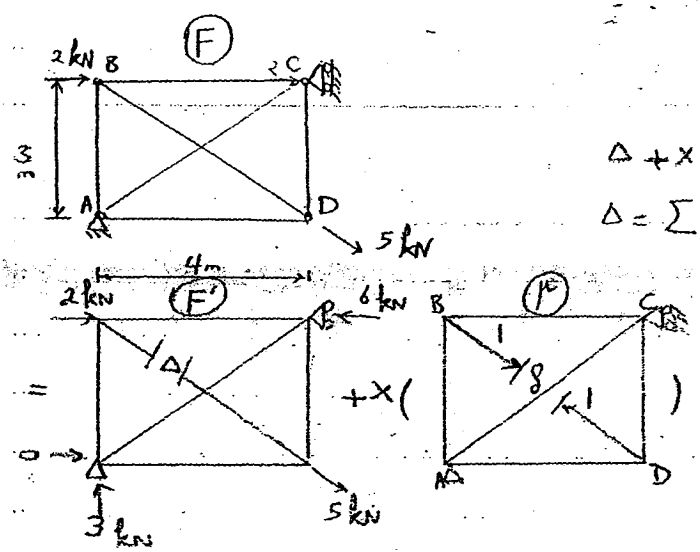
سوال 3 – نیرو در اعضای خرپا را حساب کنید.

خرپا یک درجه نامعین است.

مجهول اضافی: $X = BD$

رابطه سازگاری تغییرمکان: $\Delta + X\delta = 0$

$$\Delta = \sum \frac{F'\mu L}{AE} \qquad \delta = \sum \frac{\mu^2 L}{AE}$$



www.vepub.com
Publish Your Mind

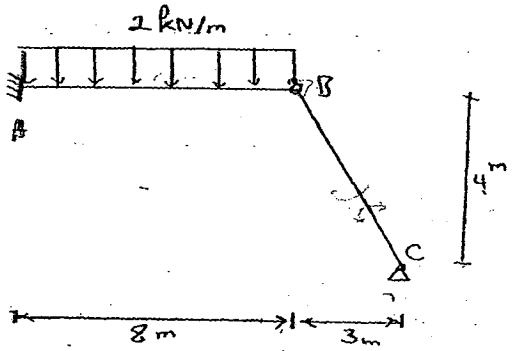
عضو	F'	μ	L	$F'\mu L$	$\mu^2 L$	$F'+2.13\mu$
AB	0	$-\frac{3}{5}$	3	0	$\frac{27}{25}$	-1.28
BC	-2	$-\frac{4}{5}$	4	$\frac{32}{5}$	$\frac{64}{25}$	-3.70
CD	3	$-\frac{3}{5}$	3	$-\frac{27}{5}$	$\frac{27}{25}$	1.72
AD	4	$-\frac{4}{5}$	4	$-\frac{64}{5}$	$\frac{64}{25}$	2.30
AC	-5	1	5	-25	5	-2.87
BD	0 *	1 *	5	0	5	2.13
				-36.8	17.28	

$\Delta + X\delta = 0 \rightarrow -\frac{36.8}{AE} + X\frac{17.28}{AE} = 0 \rightarrow X = 2.13 \rightarrow$ BD = 2.13 kN کشش

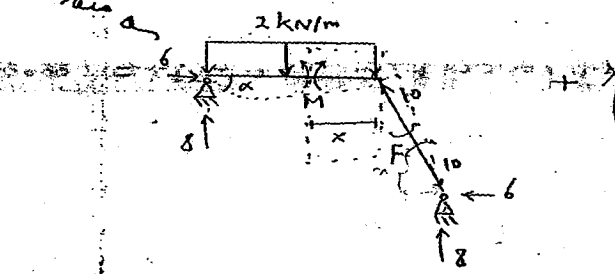
حالا یک ستون به جدول اضافه می‌کنیم:

---

* سوال 4- F_{BC} را حساب کنید.
اثر نیروی محوری را فقط در عضو BC در نظر بگیرید.
$A(BC$ سطح مقطع$) = 2cm^2$
$I(AB$ ممان اینرسی$) = 1000\ cm^4$



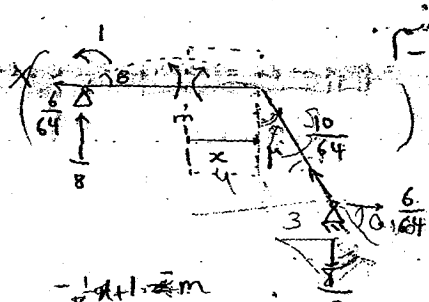
درجه نامعینی = 1
مجهول اضافی: $M_A = X$
E را ثابت فرض می‌کنیم.



$-M + 2x\frac{x}{2} = 0 \rightarrow M = x^2$

$-m - \frac{1}{8}x = 0 \rightarrow m = -\frac{1}{8}x$

رابطه سازگاری $\alpha + \beta X = 0$



$-\frac{1}{8}x + 1 = m$

$-\frac{3}{8}$

$\frac{1}{8}\times 9 + \frac{6}{64}\times 5$

$\frac{1}{2} +$

$\frac{1}{8}\times 3 + \frac{6}{64}\times 4$

$$\alpha = \frac{FML}{AE} + \int_{AB} \frac{Mm}{EI}\,dx = \frac{10 \times \frac{10}{64} \times 5}{AE} + \frac{1}{EI}\,\frac{-8^4}{32} = \frac{-12760937.5}{E}$$

$$\beta = \frac{\mu^2 L}{AE} + \int \frac{m^2}{EI}\,dx = \frac{(\frac{10}{64})^2 \times 5}{AE} + \frac{\frac{1}{14}\,8^3}{EI} = \frac{267277.02}{E}$$

$$\alpha + \beta X = 0 \longrightarrow \boxed{X = 47.74 \ \text{KN.m}}$$

$$\sum_A M = 0 \rightarrow 47.74 - 16 \times 4 - F_{BC} \times \frac{4}{5} \times 8 = 0 \longrightarrow \boxed{F_{BC} = -2.54_{KN}} \text{ فشاری}$$

---

* مثال 5 - نیروی در کابلها را حساب کنید

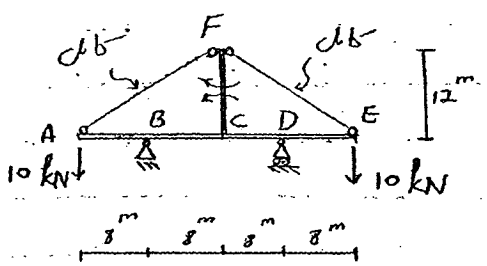
$I = 20000\ cm^4$

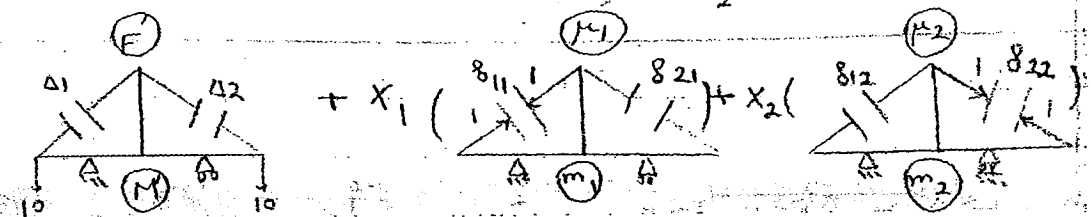
A (AF, FE سطح مقطع کابلها) $= 20\ cm^2$

از اثر نیروی محوری در قطعات ACF و CE صرفنظر کنید.

تعداد درجات نامعینی = 2

مجهولات اضافی: $AF = X_1$ ، $FE = X_2$





معادلات سازگاری تغییر مکان

$$\begin{cases} \Delta_1 + X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} = 0 \\ \Delta_2 + X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} = 0 \end{cases}$$

قطعه	مبدا	حدود	M'	m_1	m_2
AB	A	0 < x < 8	$-10x$	$\frac{12}{20}x$	0
BC	B	0 < x < 8	-80	$\frac{12}{20}(x+8)$	0
CD	D	0 < x < 8	-80	0	$\frac{12}{20}(x+8)$
DE	E	0 < x < 8	$-10x$	0	$\frac{12}{20}x$
* CF	F	0 < x < 12	0	$\frac{16}{20}x$	$-\frac{16}{20}x$

$$\Delta_1 = \sum \frac{F'_1 \mu_1 l}{AE} + \int \frac{M'_1 m_1}{IE}\,dx = \frac{1}{EI}\left(\int_0^8 (-10x)\left(\frac{12}{20}x\right)dx + \int_0^8 (-80)\frac{12}{20}(x+8)\,dx\right) = \frac{-5632}{EI}$$

$$\Delta_2 = \sum \frac{F'_2 \mu_2 l}{AE} + \int \frac{M'_2 m_2}{IE}\,dx = \frac{1}{EI}\left(\int_0^8 (-80)\frac{12}{20}(x+8)\,dx + \int_0^8 (-10x)\frac{12}{20}x\,dx\right) = \frac{-5632}{EI}$$

$$\delta_{11} = \sum \frac{\mu_1^2 l}{AE} + \int \frac{m_1^2\,dx}{IE} = \frac{1^2 \times 20}{AE} + \frac{1}{EI}\left(\int_0^8 \left(\frac{12}{20}x\right)^2 dx + \int_0^8 \left(\frac{12}{20}(x+8)\right)^2 dx + \int_0^{12} \left(\frac{16}{20}x\right)^2 dx\right) = \frac{20}{AE} + \frac{864}{EI}$$

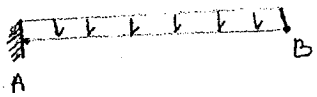
$$\delta_{12} = \delta_{21} = \sum \frac{\mu_1 \mu_2 l}{AE} + \int \frac{m_1 m_2\,dx}{EI} = \frac{1}{EI}\int_0^{12} \left(\frac{-16}{20}x\right)\left(\frac{16}{20}x\right)dx = \frac{-368.64}{EI}$$

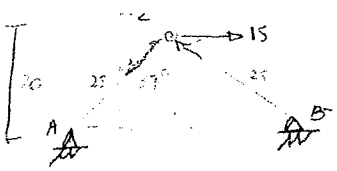
$$\delta_{22} = \sum \frac{\mu_2^2 l}{AE} + \int \frac{m_2^2\,dx}{IE} = \frac{1^2 \times 20}{AE} + \frac{1}{EI}\left(\int_0^8 \left(\frac{12}{20}(x+8)\right)^2 dx + \int_0^8 \left(\frac{12}{20}x\right)^2 dx + \int_0^{12} \left(\frac{-16}{20}x\right)^2 dx\right)$$

$\Delta_{cy} = ?$

$\Delta_B = ?$

$\theta_B = ?$





			M	m_1	m_2
AB	B	ωl	$\frac{-\omega x^2}{2}$	$-x$	-1

$$\Delta = \int_0^l \frac{\frac{-\omega x^2}{2}(-x)\,dx}{EI} = \int_0^l \frac{\omega x^3}{2}\,dx$$

$$2F_{AC} * \frac{3}{10} = \frac{5}{15}$$

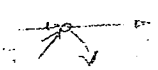
$$F_{AC} = \frac{50}{8} = \frac{25}{8}$$

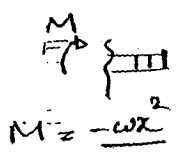
$$\frac{\omega x^4}{8}\Big|_0^l = \frac{\omega l^4}{8EI} \downarrow$$

$$2F_{AC} * \frac{3}{10} = \frac{5}{15}$$

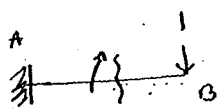
$$F_{AC} = 50/6$$

$$\theta = \int_0^l \frac{\omega x^2}{2}\,dx = \frac{\omega l^3}{6EI} \circlearrowleft$$





$$M = \frac{-\omega x^2}{2}$$

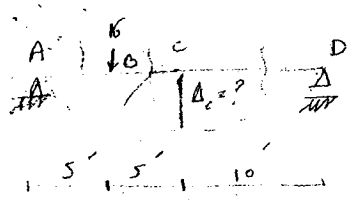


$(-x)$

$M = -1$

www.vepub.com
Publish Your Mind

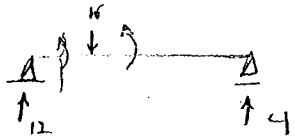
$\Delta_c = ?$



sec	I/EI	area	M	m
AB	A	0 to 5'	$12x$	$1/2\,x$
BC	A	5 to 10'	$12x - 16(x-5)$	$1/2\,x$
CD	D	0 to 10'	$4x$	$1/2\,x$

$$\Delta_c = \frac{1}{EI}\left[\int_0^5 6x^2\,dx + \int_5^{10} 6x^2 - 8x^2 + 40x\ (-2x^2+40x)\,dx + \int_0^{10} 2x^2\,dx\right]$$

$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 15 = 37.5$



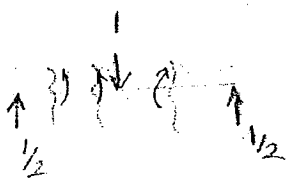
$$\frac{6x^3}{3} = 2x^3 \Big|_0^5 \qquad \frac{-2x^3}{3} + 20x^2 \Big|_5^{10}$$

$12x - 16(x-5)$

$$250 + 1500 - \frac{1750}{3} + \frac{2000}{3} = 250 + 1500 + \frac{250}{3}$$

$$= 1750 + 83.3$$

$$= \frac{1833.3}{EI}$$



$$\frac{-2000}{3} + 2000 + \frac{250}{3} - 500$$

$$-\frac{1750}{3} + 1500$$

$$\frac{2x^3}{3}\Big|_0^{10} = \frac{2000}{3}$$

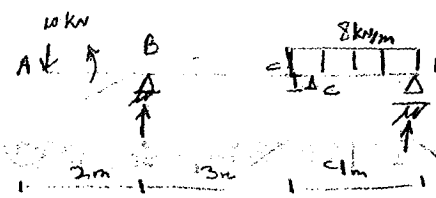
$$\frac{48}{7}x^2 - \frac{96}{12}x - \frac{176}{7}x + \frac{352}{7}$$

$$-10x + 22x - 44$$

$$(12x - 44)(1/7\,x - 8/7)$$

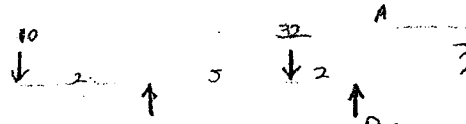
$$= \frac{(12)^3 * 1833.3}{2910 * 29000} = \frac{1728 * 1833.3}{646 * 10^9} = 4551.6 * 10^{-9} = 0.455''\ \text{in.}$$ ✓

$\Delta_c = ?$ $\quad EI = \text{Col}$



sec	I/EI	area	M	m
AB	A	0 to 2	$-10x$	0
BC	A	2 to 5	$-10x + 22(x-2)$	$1/7\,(x-2)$
CD	D	0 to 4	$20x - 4x^2$	$+3/7\,x$

$$\Delta_c = \frac{1}{EI}\left[\int_2^5 \left(\frac{48}{7}x^2 - \frac{272}{7}x + \frac{352}{7}\right)dx + \int_0^4 \left(\frac{60}{7}x^2 - \frac{12x^3}{7}\right)\right]$$



$$10 * 9 - B_y * 7 + 32 * 2 = 0$$

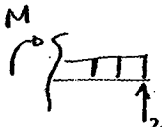
$$B_y * 7 = 1 * 9$$

$$B_y = 9/7$$

$$B_y * 7 = 90 + 64$$

$$\frac{64}{154}\ \Big|\ \frac{7}{22}$$

$$\frac{14}{14}$$



$$M = 20x - \frac{8x^2}{2}$$

$$20x - 4x^2$$

$$= \frac{1}{7EI}\left[\frac{48}{3}x^3 - \frac{272}{2}x^2 + 352x\Big|_2^5 + 20x^3 - 3x^4\Big|_0^4\right]$$

$2000 - 3400 + 1760$

$-128 + 544 - 704$

72

$1280 - 768$

512

$$= \frac{83.42}{EI}$$ ✓ ↓

تمرینات شماره 13 «هو العلیم» مصطفی صافیان

روش سیروها (اثر نشست تکیه گاهی) 88481272

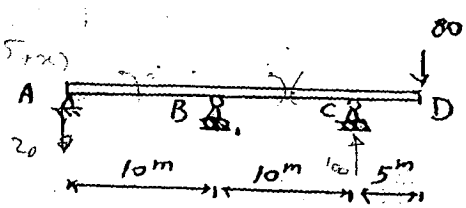
سوال 1 – واکنش های تکیه گاهها را بدست آورید.

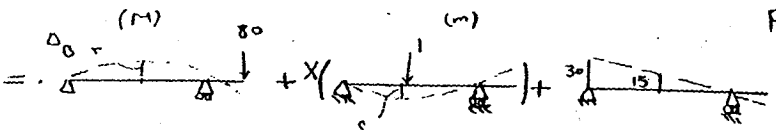
تکیه گاه A به اندازه 30^{mm} به سمت پائین نشست دارد.

$E=200\ GPa \quad I=2\times10^{3}\ mm^4$

سازه یک درجه نامعین است.

مجهول اضافی: $R_B = X$

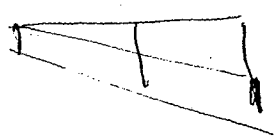




معادله سازگاری تغییر مکان

$\star \quad \Delta_B - X\delta_1 + 15 = 0$ (mm)

محدوده	سمت	حدود	M	m
CD	D	$0<x<5$	$-80x$	0
BC	C	$0<x<10$	$20x-400$	$0.5x$
AB	A	$0<x<10$	$-20x$	$0.5x$

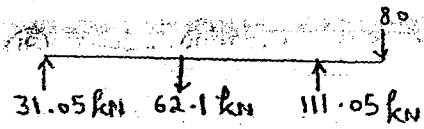


$$\Delta_B = \int \frac{Mm\,dx}{EI} = \frac{1}{EI}\left(\int_0^{10}(20x-400)(0.5x)dx + \int_0^{10}(-20x)(0.5x)dx\right) = -\frac{10000}{EI} = -0.56\ (m)$$

$$\delta_1 = \int \frac{m^2 dx}{EI} = \frac{1}{EI}\left(\int_0^{10}(0.5x)^2 dx + \int_0^{10}(0.5x)^2 dx\right) = \frac{166.67}{EI} = 9.26\times10^{-3}\ (m)$$

$$\star \rightarrow 0.56 - 0.00926X + 0.015 = 0 \rightarrow \boxed{X = 62.1\ kN}$$

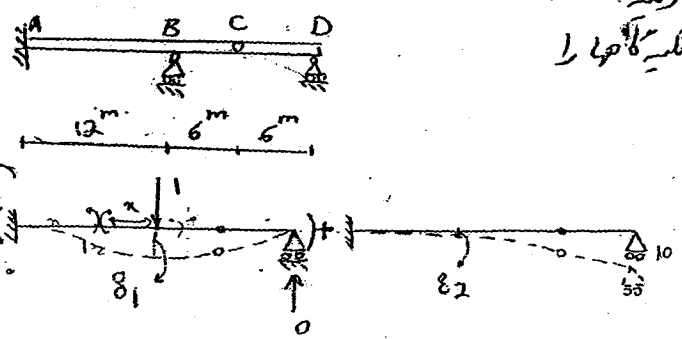
نهایتاً واکنش های تکیه گاهی همانند روبرو می شود:



سوال 2 – تکیه گاه B، 5^{mm} و تکیه گاه D 10^{mm} نشست دارند. واکنش تکیه گاهها را حساب کنید.

سازه یک درجه نامعین

مجهول اضافی: $X = R_B$



$1\times6 - 18 + M = 0$

$M = 12$

$2\delta_1 + \delta_2 = -5$

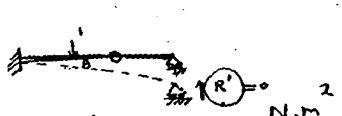
www.vepub.com
Publish Your Mind

معادله سازگاری تغییر مکان: $X\delta_1 + \delta_2 = 5mm$ ؟!

$$\delta_1 = \int \frac{m^2 dx}{EI} = \frac{1}{EI}\frac{x^3}{3}\Big|_0^{12} = \frac{12^3}{3EI}$$

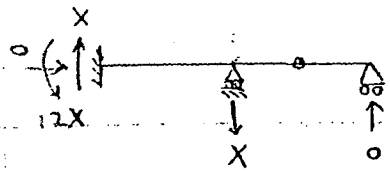
نقطه	میله	حدود	m
AB	B	$0<x<12$	$-x$
BC	C	$0<x<6$	0
CD	D	$0<x<6$	0

$$\delta_2 = -\sum Ra = 0$$



$$\rightarrow \frac{X \times 12^3}{3EI} = 0.01 \rightarrow X = \frac{0.03EI}{12^3}$$

نهایتاً، عکس العمل های تکیه گاهی روی سازه به دست می آیند:



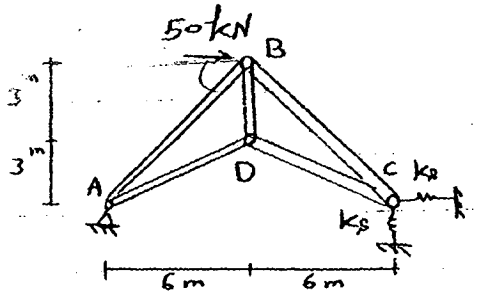
سوال 3 - نیروی اعضای خرپا را بدست آورید.

$K_s = 1\ GN/m$

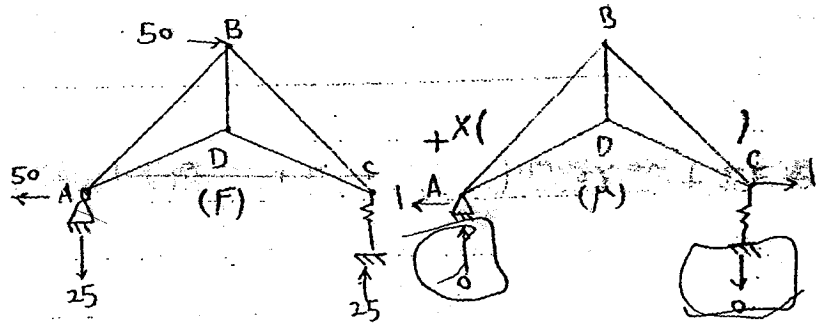
سازه یک درجه نامعین

نیروی متر اضافی ← مجهول اضافی X

معادله سازگاری $\Delta + X\delta = \frac{F}{K_s}$



=



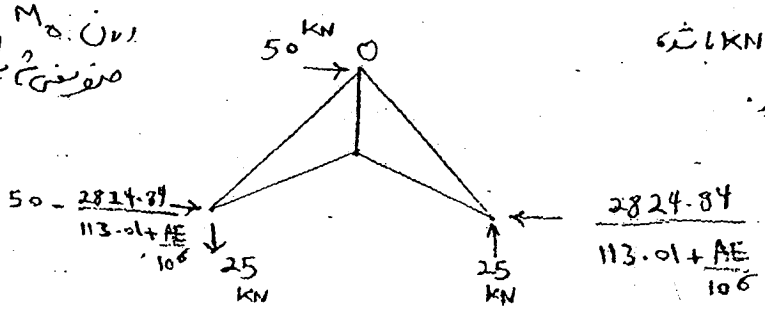
عضو	L (m)	F (kN)	μ	FLμ	$\mu^2 L$
AB	8.485	0	-1.414	0	16.965
BC	8.485	-70.7	-1.414	848.24	16.965
CD	6.708	55.89	2.236	838.3	33.538
BD	3	50	2	300	12
AD	6.708	55.89	2.236	838.3	33.538
				2824.84	113.01

www.vepub.com
Publish Your Mind

$$\rightarrow \frac{2824.84}{AE} + X\,\frac{113.01}{AE} = -\frac{X}{10^6} \rightarrow X = -\frac{2824.84}{113.01 + \frac{AE}{10^6}}$$ برحسب KN

$\sum M_A = 0$ از این صفر شدن

در رابطه بالا، اگر AE برحسب $KN.m^2$ باشد X برحسب KN بدست می‌آید.



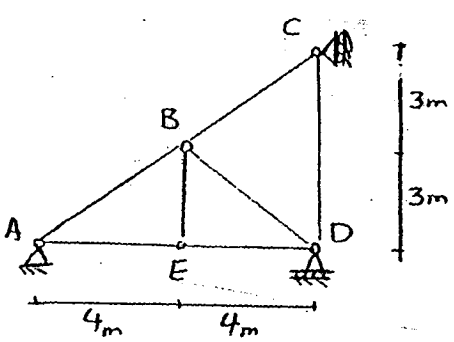
سوال ۴ - دمای عضوهای AB و BC به اندازه $60^{\circ}C$ افزایش می‌یابد. R_C را حساب کنید.

$\alpha = 1.8\times10^{-6}\ (\frac{cm}{cm})/^{\circ}C$

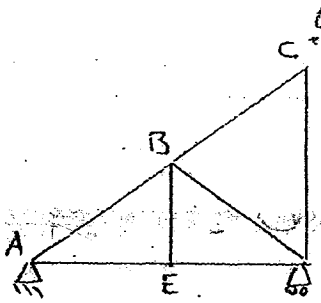
سازه یک درجه نامعین است.

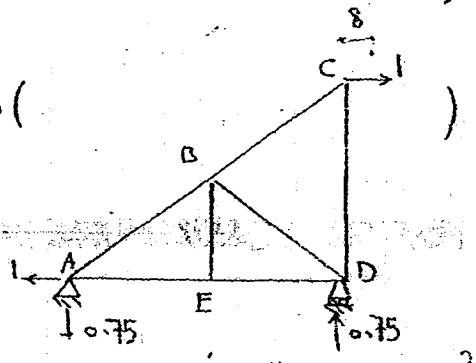
مجهول اضافی $R_C = X$

معادله سازگاری $\Delta + X\delta = 0$



$$= \Delta + X(\quad)$$





$$\Delta = \sum \mu \Delta L = \frac{5}{4} \times 5 \times 1.8\times10^{-6} \times 2\times60$$

$$= 0.00135\ m$$

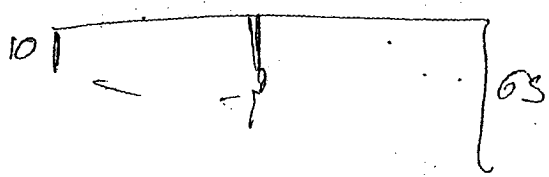
$$\delta = \sum \frac{\mu^2 L}{AE} = \frac{19}{AE}$$

$$\rightarrow 0.00135 + \frac{19}{AE}X = 0 \rightarrow R_C = -\frac{0.00135AE}{19}$$

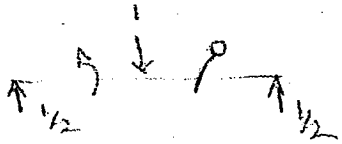
عضو	μ	L	$\mu^2 L$
AB	5/4	5	7.81
BC	5/4	5	7.81
CD	-3/4	6	3.375
DB	0	—	—
BE	0	—	—
EA	0	—	—
ED	0	—	—

www.vsbus.com

www.vepub.com
Publish Your Mind



$\frac{d\theta}{dx} = 1/R \rightarrow d\theta = \frac{dx}{R}$



$\Delta + \cancel{1} = \Sigma \cancel{M} d\theta$

$0.125 * R = 2 \int_0^{15} (\frac{1}{2} x) * \frac{dx}{R}$

$0.125 * R = \frac{x^2}{2} \Big|_0^{15}$

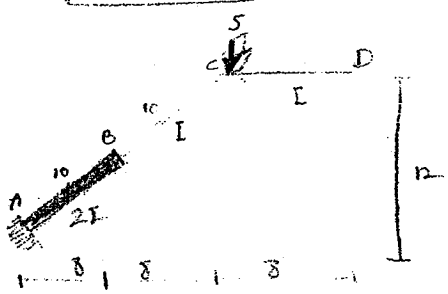
$0.250 * R = 225$

$\boxed{R = 900'}$

$\Delta_D = ?$

$\theta_A = 0.002$

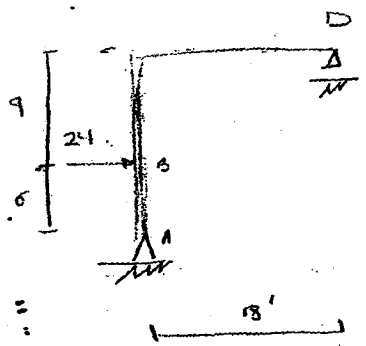
$\Delta_{CA} = 0.25$

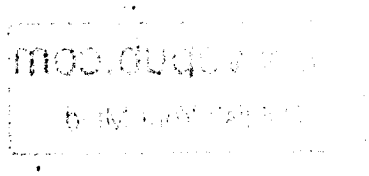


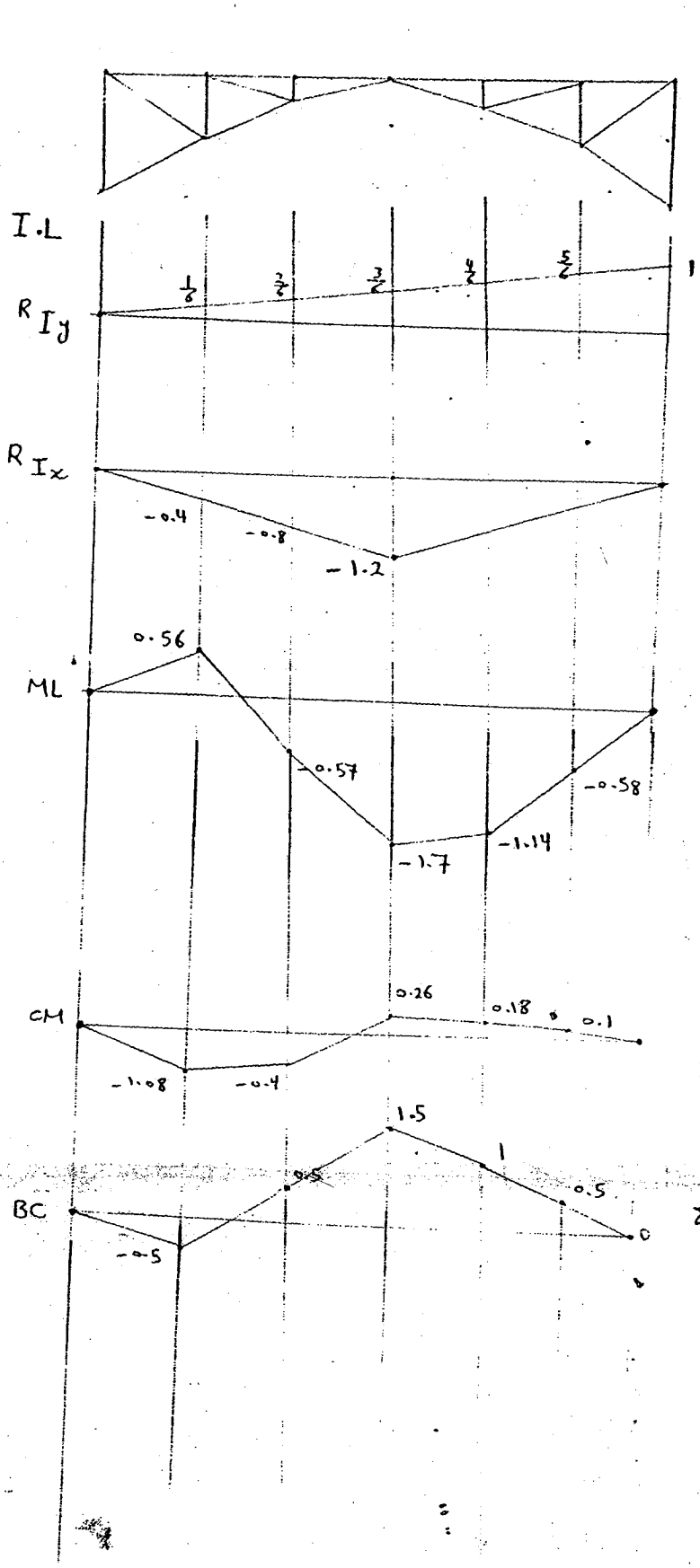
$W_Q = U_Q$

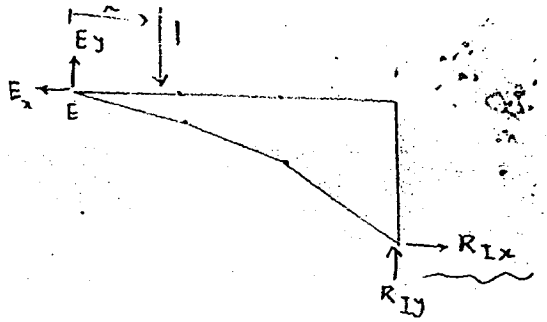
-22

Δ_{cy}







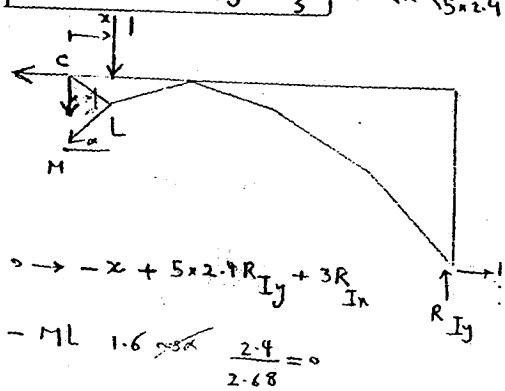


$\Sigma M_E = 0 \rightarrow 3 \times 2.4 \times R_{Iy} + 3 R_{Ix} = 0$

$\rightarrow \boxed{R_{Ix} = -2.4 R_{Iy}}$ $\quad 0 < x < 2 \times 2.4$

$3 \times 2.4 \times R_{Iy} + 3 R_{Ix} - x = 0$

$\boxed{R_{Ix} = -2.4 R_{Iy} + \frac{x}{3}}$ $\quad 2 \times 2.4 < x < 5 \times 2.4$



$\Sigma M_c = 0 \rightarrow -x + 5 \times 2.4 R_{Iy} + 3 R_{Ix} - ML\ 1.6 \sin\alpha \frac{2.4}{2.68} = 0$

$\boxed{ML = -0.7x + 8.375 R_{Iy} + 2.1 R_{Ix}}$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -F_{CM} - 1 - ML \sin\alpha \frac{1.2}{2.68} + R_{Iy} = 0$

$\rightarrow \boxed{F_{CM} = -1 - ML \frac{1.2}{2.68} + R_{Iy}}$

$\Sigma M_M = 0 \rightarrow +BC \times 1.6 - x + 5 \times 2.4 \times R_{Iy} + 3 R_{Ix} = 0$

$\rightarrow \boxed{BC = \frac{x}{1.6} - \frac{5 \times 2.4}{1.6} R_{Iy} - \frac{3}{1.6} R_{Ix}}$

www.vepub.com
Publish Your Mind

Strategic Planning For Tourism Development whit Emphasize on Product Sector Case study: Neyshabour county

Mostafa Behzadfar

Assistant Professor of Urban Design, Iran University of Science & Technology, Email: behzadfar@iust.ac.ir

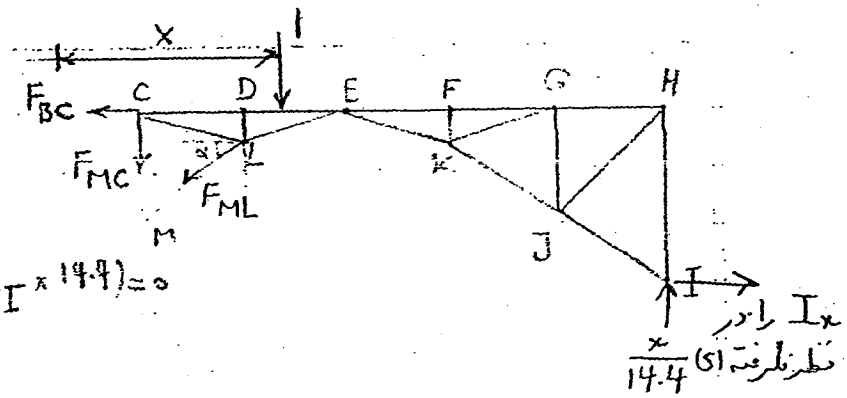
Roozbeh Zamanian

Roozbeh Zamanian, Master of Urban and Regional Planning, Shahid Beheshti University. Email: r_zamanian@ yahoo.com

Abstract:
Strategic planning is a systematic method focuses on inter connections of preferred action by using technical indicator including weaknesses and strengths (abilities and resources), opportunities and threats in analytical process. In addition it is a systematic method for decision making. These differences happened comparing with other planning method because of its intelligent integrated analysis and the specification of main participant goals for decision-making and actions. The method take palace specially in the implementation of urban and regional plans. This article is to specify how to use strategic planning process in tourism planning. In this way, first of all theoretical foundation of strategic planning in regional level is discussed. Then the product sector of tourism activity in case study of Neyshabour county, as a region, will be studied. The presentations of optimized strategies for regional development of Neyshabour county whit emphasis of on tourism product sector are the main result of this research.

Key word: strategic planning, regional planning, tourism planning, product sector management, Neyshabour.

www.vepub.com
Publish Your Mind



I_x را در نظر بگیرید

$$\sum_A M = 0 \rightarrow -(1 \times x) + (R_I \times 14.4) = 0$$

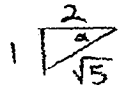
$$\rightarrow R_I = \frac{x}{14.4}$$

$$\sum_M M = 0 \rightarrow F_{BC} \times 1.6 - 1 \times (x - 2.4) + 5 \times 2.4 \times \frac{x}{14.4} = 0$$

$$\rightarrow F_{BC} = 0.104x - 1.5 \quad (2.4 < x < 14.4)$$

$$\sum_C M = 0 \rightarrow -\left(F_{ML} \cos\alpha \times 0.4\right) - \left(F_{ML} \sin\alpha \times 2.4\right) - 1 \times (x - 2.4) + \left(\frac{x}{14.4} \times 12\right) = 0$$

$\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$, $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$



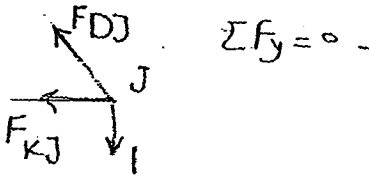
$$\rightarrow F_{ML} = \frac{\sqrt{5}}{-3.2}\left(\frac{2.4}{14.4}x - 2.4\right) \quad (2.4 < x < 14.4)$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -F_{MC} - F_{ML}\frac{1}{\sqrt{5}} - 1 + \frac{x}{14.4} = 0$$

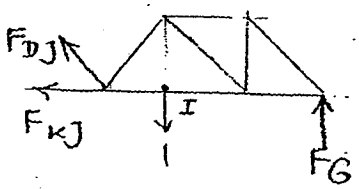
$$\rightarrow F_{MC} = \frac{-F_{ML}}{\sqrt{5}} - 1 + \frac{x}{14.4} \quad (2.4 < x < 14.4)$$

www.pubs.com

www.vepub.com
Publish Your Mind

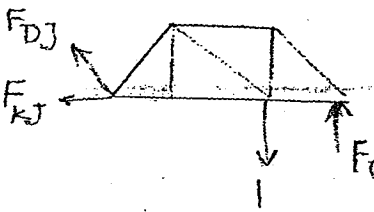


$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_{DJ}\frac{4}{\sqrt{17}} = 1 \rightarrow \underline{F_{DJ} = 1.031}$



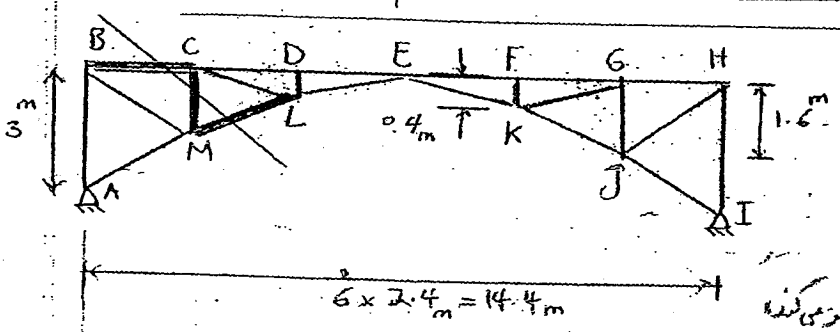
$\Sigma M_G = 0 \rightarrow +1\times 2 - F_{DJ}\frac{4}{\sqrt{17}}\times 3 = 0$

$\rightarrow \underline{F_{DJ} = 0.687}$



$\Sigma M_G = 0 \rightarrow 1\times 1 - F_{DJ}\frac{4}{\sqrt{17}}\times 3 = 0$

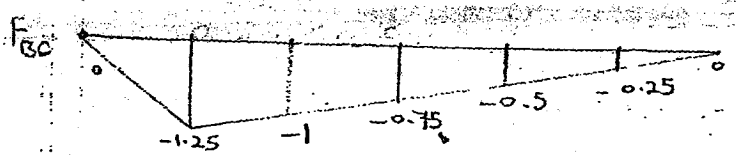
$\rightarrow \underline{F_{DJ} = 0.344}$

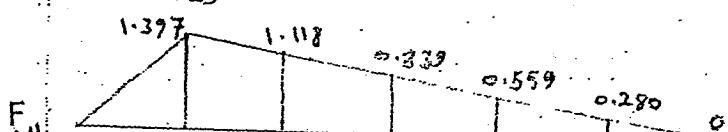


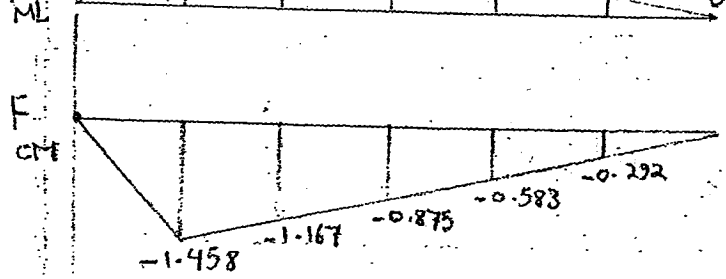
راه حل سوال 4 - خطوط تاثیر
استاتیکی است.
F_{BC} ، F_{CM} ، F_{ML} را رسم کنید.
I_{zz} را در نظر

نکته ام: زمانی که بار واحد در نقطه B اثر می کند
جواب درست، میزدی تمام اعضا غیر از AB ، صفر است
در سر گه بعدی آمده

I.L.

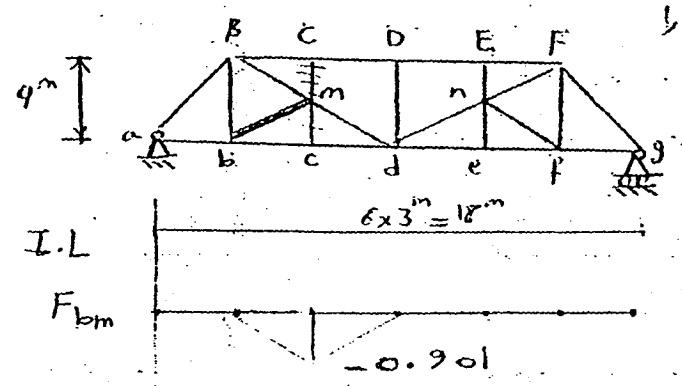


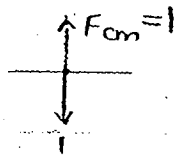




www.vepub.com
Publish Your Mind

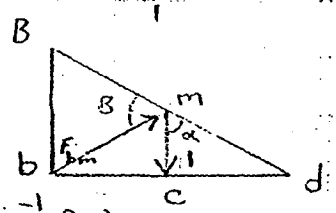
سوال 2 – خط تاثیر میله bm را رسم کنید.
بار واحد از a تا g تغییر مکان میدهد.
عضو mC هیچ نیرویی ندارد.





(1) $F_{bm} \sin\beta = 1 \sin\alpha$

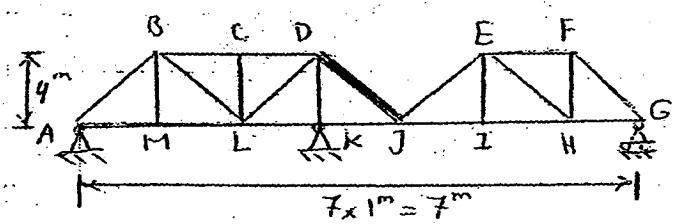
(2) $\sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}$

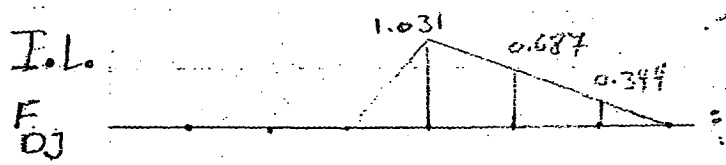


(3) $\frac{\beta}{2} = \sin^{-1}\frac{2}{\sqrt{13}} \rightarrow \beta = 2\sin^{-1}\frac{2}{\sqrt{13}} \rightarrow \sin\beta = \sin\left(2\sin^{-1}\frac{2}{\sqrt{13}}\right)$

(1),(2),(3) $\rightarrow F_{bm} = \frac{3/\sqrt{13}}{\sin\left(2\sin^{-1}\frac{2}{\sqrt{13}}\right)} = 0.901$

سوال 3 – خط تاثیر F_{DJ} را رسم کنید. با روا حد در طول تمام دهانه بر آن اثر میکند.
تا وقتی که نیروی واحد بین A و K باشد، نیروی DJ صفر است. به همین طور بار از نقطه K ، عضو DJ تحت تاثیر قرار نمیگیرد.

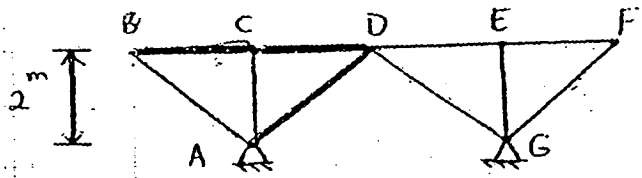


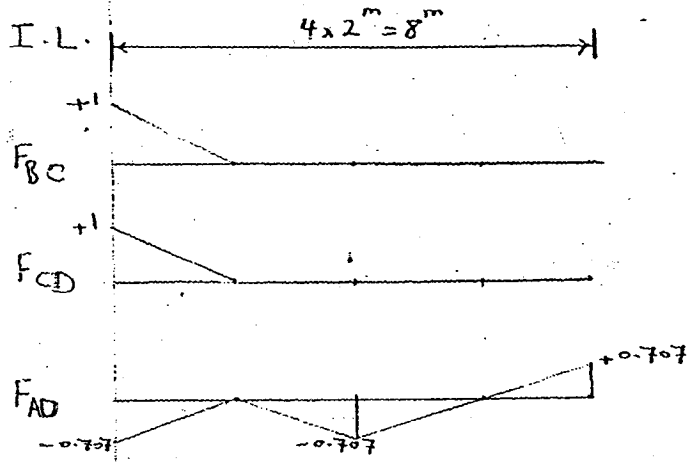


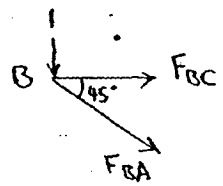
سوال ۱ - خطوط تاثیر :

F_{AD} ، F_{CD} ، F_{BC}

را رسم کنید.







$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -1 - F_{BA} \sin 45 = 0$

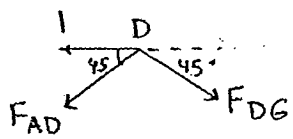
$\rightarrow F_{BA} = \frac{-1}{\sin 45}$

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_{BC} + F_{BA} \cos 45 = 0$

$\rightarrow F_{BC} - \cot 45 = 0$

$\rightarrow F_{BC} = 1$

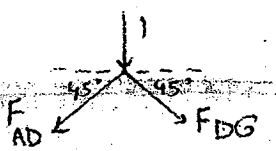
بار واحد در B وارد شده



$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_{AD} \sin 45 + F_{DG} \sin 45 = 0$ (1)

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow -1 - F_{AD} \cos 45 + F_{DG} \cos 45 = 0$

$\xrightarrow{(1)} -1 - 2F_{AD} \cos 45 = 0 \rightarrow F_{AD} = -0.707$

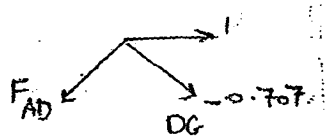


$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -1 - 2F_{AD} \sin 45 = 0$

$\rightarrow F_{AD} = -0.707$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -F_{AD} \sin 45 - (-0.707) \sin 45 = 0$

$\rightarrow F_{AD} = +0.707$



بقیه حالت ها، صفر هستند.

مصطفی صاحبیان
88416272

تمرینات شماره ۴
روش حداقل کار

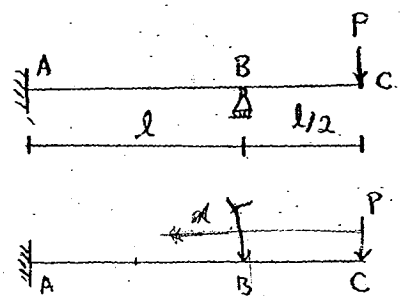
سوال ۱ - عکس العمل تکیه گاه ها را حساب کنید:

$EI =$ ثابت

سازه یک درجه نامعین است.

مجهول اضافی $R_B = X$

معادله سازگاری $\Delta = \int \frac{M \frac{\partial M}{\partial X}}{EI} dx = 0$



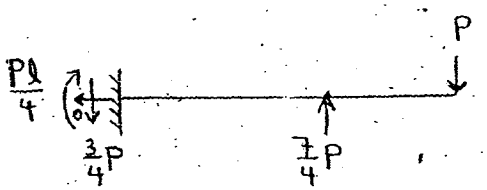
محل	مبدا	حدود	M	$\frac{\partial M}{\partial X}$
BC	C	$0 < x < \frac{l}{2}$	$-Px$	0
AB	B	$0 < x < l$	$-(X+P)x - \frac{Pl}{2}$	$-x$

$$\int_0^L \left[-(X+P)x - \frac{Pl}{2}\right](-x)\,dx = 0$$

$$\rightarrow X = \frac{-7}{4}P \quad \text{به بالا}$$

$-Px + Y(x - \frac{l}{2})$ ⑤ $\frac{l}{2} < \frac{3}{4}l$

در نهایت، عکس العمل های تکیه گاهی می شوند:



$-P(x + \frac{l}{2}) - Yx$ x فاصله از ضعف

$-Px - Yx - \frac{Px}{2}$

سوال ۲ - نیرو در کابل را حساب کنید.

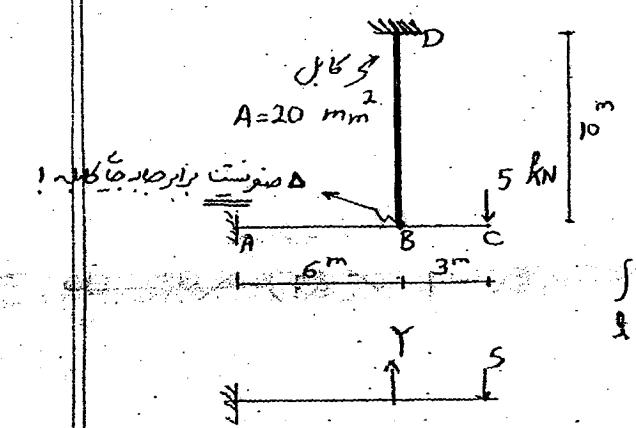
$E = 100 \times 10^6\ kN/m^2$

$I = 100 \times 10^6\ mm^4$

سازه یک درجه نامعین است.

مجهول اضافی $F_{BD} = X$

معادله سازگاری $\int_1 \frac{M \frac{\partial M}{\partial X}}{EI} dx + \sum F \frac{\partial F}{\partial X} \frac{l}{EA} = 0$



محل	مبدا	حدود	M	$\frac{\partial M}{\partial X}$
AB	B	$0 < x < 6$	$xX - 5x - 15$	x
BC	C	$0 < x < 3$	$-5x$	0

$$\rightarrow \int_0^6 \frac{(xX - 5x - 15)x\,dx}{EI} + \sum \frac{X \times 10}{EA} = 0$$

$$\rightarrow \frac{72X - 630}{10^8 \times 10^{-12}} + \frac{X \times 10}{2 \times 26 \times 10^{-6}} = 0 \rightarrow \boxed{F_{BD} = 5.164\ kN}$$

$72X - 630 = -\frac{X}{2}$

www.vepub.com
Publish Your Mind

سوال 3 – تیرو در عضو DF را تعیین کنید.

E= ثابت

$I=10^{-4}\ m^4$

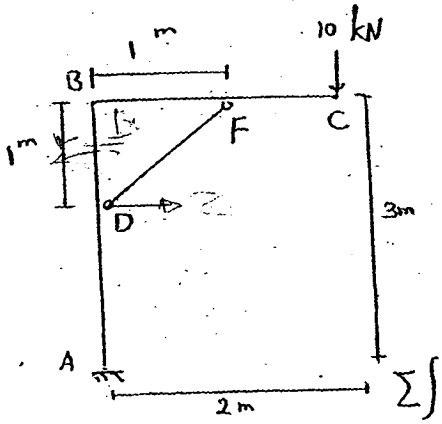
A (DF مساحت سطح مقطع) $= 2\times10^{-2}\ m^2$

تیرو قطعه ABC را در نظر بگیرید.

سازه یک درجه نامعین است.

مجهول اضافی : $F_{DF}=Y$

معادله سازگاری) $\sum\int \frac{M\left(\frac{\partial M}{\partial F}\right)dx}{EI} + \sum F\frac{\frac{\partial F}{\partial Y}L}{EA}=0$



عضو	مبدا	حدود	M	$\frac{\partial M}{\partial Y}$
CF	C	$0<x<1$	$-10x$	0
FB	F	$0<x<1$	$-10(1+x)-xy\sin45$	$-x\sin45$
BD	B	$0<x<1$	$-20+xy\cos45-y\sin45$	$x\cos45-\sin45$
DA	D	$0<x<2$	-20	0

دولت تیرو / لنت تیرو → $\frac{\partial M}{\partial Y}$

$$\rightarrow \frac{1}{EI}\int_0^1 (-10-10x-xy\tfrac{\sqrt2}{2})(-x\tfrac{\sqrt2}{2})\,dx + \frac{1}{EI}\int_0^1 (-20+xy\tfrac{\sqrt2}{2}-y\tfrac{\sqrt2}{2})(x\tfrac{\sqrt2}{2}-\tfrac{\sqrt2}{2})\,dx$$

$$+\frac{Y\times1\times\sqrt2}{EA}=0 \longrightarrow Y=-38.08\ kN$$ فشاری

سوال 4 – F_{DC} را حساب کنید.

مساحت سطح اعضا خرپا = $4\ cm^2$

E(خرپا) $= 30000\ \frac{kN}{cm^2}$

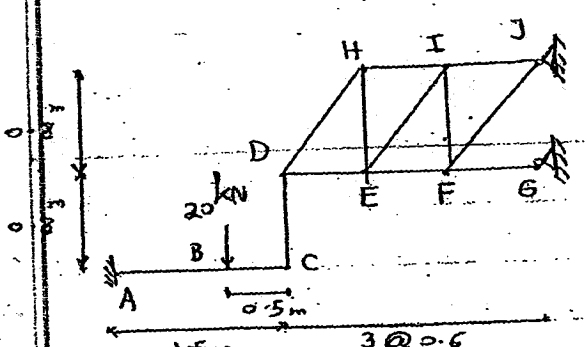
E(AC تیر) $= 1600\ kN/cm^2$

A(تیر) $= 12^{cm}\times12^{cm}$

A(DC میله) $= 1.5\ cm^2$

$E_{DC} = 20000\ kN/cm^2$

سازه یک درجه نامعین است.



$3n+R=19$

$3+C=18$ $\longrightarrow D=1$

مجهول اضافی $F_{DC}=X$

www.vepub.com
Publish Your Mind

عضو	مبدا	حدود	M	$\frac{\partial M}{\partial X}$
BC	C	$0<x<0.5$	Xx	x
AB	B	$0<x<1$	$-2.5x+X(x+0.5)$	$x+0.5$

$\rightarrow \sum \int M \frac{\partial M}{\partial X} dx = 1.125X - 1.167$

عضو	F	$\frac{\partial F}{\partial X}$	L	$FL\frac{\partial F}{\partial X}$
DH	$\frac{5}{4}X$	$\frac{5}{4}$	1	$1.56X$
DE	$-\frac{3}{4}X$	$-\frac{3}{4}$	0.6	$0.34X$
HE	$-X$	-1	0.8	$0.8X$
HI	$\frac{3}{4}X$	$\frac{3}{4}$	0.6	$0.34X$
EI	$\frac{5}{4}X$	$\frac{5}{4}$	1	$1.56X$
EF	$\frac{3}{4}X - \frac{1.8X}{0.8}$	$\frac{3}{4} - \frac{1.8}{0.8}$	0.6	$1.35X$
IF	$-X$	-1	0.8	$0.8X$
IJ	$\frac{12X}{8}$	$\frac{12}{8}$	0.6	$1.35X$
FJ	$\frac{5X}{4}$	$\frac{5}{4}$	1	$1.56X$
FG	$-\frac{1.8X}{0.8}$	$-\frac{1.8}{0.8}$	0.6	$3.04X$
				$\Sigma = 12.7X$

$$\sum \frac{\int M \frac{\partial M}{\partial X} dx}{E_{\text{بتن}} I_{\text{بتن}}} + \sum \frac{F \frac{\partial F}{\partial X} L}{E_{\text{فولاد}} A_{\text{فولاد}}} + \frac{F \frac{\partial F}{\partial X} L}{E_{CD} A_{CD}} = 0$$

$I_{\text{بتن}} = \frac{0.12 \times 0.12^3}{12}$ ضمنا

$\rightarrow X = 10.05\ kN \rightarrow \boxed{F_{DC} = 10.05\ kN}$

حداقل

توزیع کار مجازی ← اوپک و میلاد و P بزار.

بعد نیروی محوری و مثال روزیت بیار.

مجدد مساوی صفر بیار.

www.vepub.com
Publish Your Mind