سوالات سیالات همیشه چندتا غلط داره، حضور ذهن داشته باش.

Subject: ۱

Year.　Month.　Date.　( )

۶۰٪ = سخت ۲ + متوسط ۵ + ۵ آسون

دکتر اصغری　۸۷/۴/۲۶

بخش یک: توزیع فشار در سیالات ساکن:

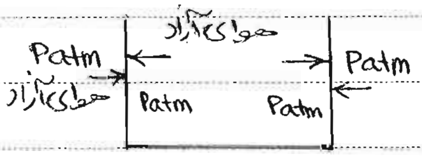
فشار سنجی (gauge)

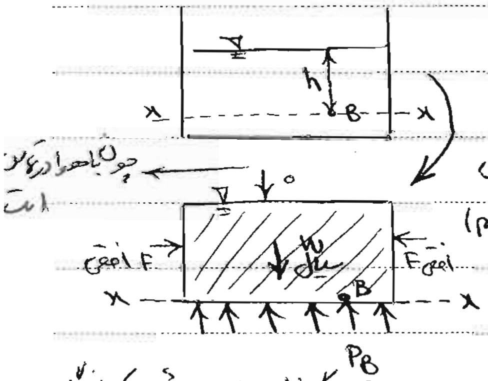
فشار نسبی = فشار محلی جو - فشار مطلق

$170kp - 100kpa = 70kpa$

$\downarrow$

$10^5 pa = P_{atm}$


هوای آزاد
Patm
هوای آزاد
Patm
Patm
Patm


h
B
x
x
چون با هوا در تماس است
0
F افقی
F افقی
W سیال
B
x
x
PB

$P_B = \rho g h = \gamma h$

$\gamma = \rho g$ وزن مخصوص

(وزن واحد حجم)

اثبات :

جهت به گونه‌ای اعمال می‌شود که انگار می‌خواهد به داخل آن نفوذ کند.

نیروهای افقی هم حذف می‌شوند

(از بالا نیرویی نداریم چون فشار نسبی = ۰

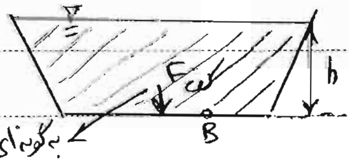
در حال تعادل :

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow P_B \times A = \overset{\text{وزن}}{W_{\text{سیال}}}$

$\llcorner$ مساحت مقطع مخزن

$P_B \times A = \boxed{\gamma \times V} \rightarrow$ حجم

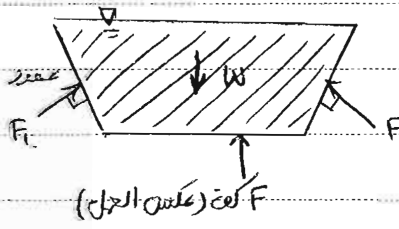
$P_B \times \cancel{A} = \gamma(\cancel{A} \times h) \Rightarrow P_B = \gamma h$



به گونه‌ای که بخواهد به آن نقطه نفوذ کند

$\rightarrow P_B = \rho g h$ فشار به هندسه ظرف بستگی ندارد

$F_{\text{کف}} = P_B \times A_{\text{کف}}$


عمود
W
F1
F2
F کف (عکس العمل)

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow \boxed{F_{\text{کف}} + (F_1)_y + (F_2)_y = W_{\text{سیال}}}$

$\rightarrow F_{\text{کف}} < W_{\text{سیال}}$

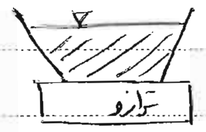
داخل ظرف

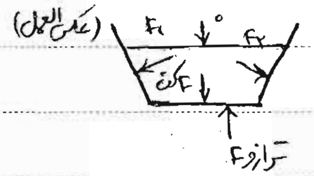
PAPCO

مقدار

اگر از وزن ظرف صرف نظر شود، نیرویی که ترازو نشان می‌دهد چقدر است؟

ترازو دقیقاً وزن سیال را نشان می‌دهد.

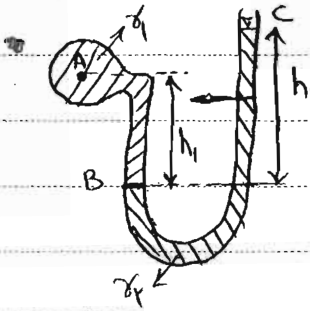




$$\boxed{F_{\text{ترازو}} = F_{\text{کف}} + (F_1)_y + (F_2)_y = W_{\text{سیال}}}$$

☑ مانومتر ساده: (فشارسنج ساده):

« لوله U شکل است که برای اندازه‌گیری فشار نسبی نواحی مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرد.



وزن مخصوص سیال می‌تواند با وزن مخصوص سیالی که ما می‌خواهیم فشارش را بدست آوریم متفاوت باشد.

در شکل نمونه هدف اندازه‌گیری فشار نقطه A در مرکز مخزن است.

فشار نقطهٔ مقصد = (اختلاف فشار ناشی از پایین و بالا رفتن در سیالات مختلف) ± (فشار نقطهٔ مبدأ) : روش کلی

علامت ⊕ : در پایین آمدن چون فشار زیاد می‌شود
−

چون با هوای آزاد تماس دارد.

$$P_A \oplus \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h_2 = 0 \rightarrow P_C \rightarrow P_A = \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1$$

↓B ↘C

چون هم اندازه h_1 پایین آمدم
−

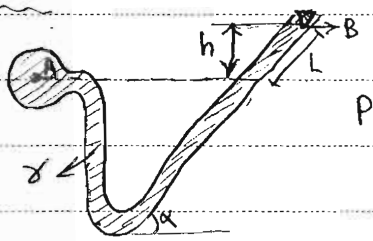
* اشتباه اول: جایی که جنس سیال عوض شود *

چون P_C نسبی است P_A (به ارتباط) هم فشارش نسبی است.

فشار مطلق مخزن $A = P_{A\,\text{مطلق}} = \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1 \oplus P_{atm}$

* $1\,atm = 1\,bar = 10^5\,pa$ *

☑ مانومتر مایل: همان مانومتر ساده است که یکی از لوله‌هایش مورب است. (آن لوله که با هوای آزاد در ارتباط است). برای تغییرات کم

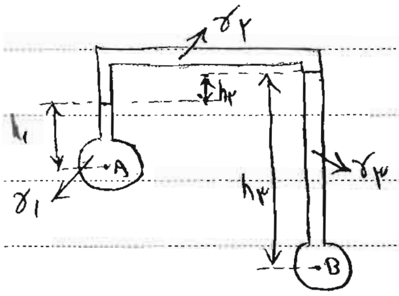


$$P_A - \gamma h = \overset{0}{\cancel{P_B}} \rightarrow P_A = \gamma h = \gamma L \sin\alpha$$

مانومتر مایل دقت بالاتری دارد:

$P_A \rightarrow P_A + \Delta P_A \rightarrow$
$h \rightarrow h + \Delta h$
$L = L + \Delta L$
$\Delta L = \underline{\Delta h}$
$0 < \sin\alpha < 1 \rightarrow \Delta h < \Delta L$

☒ مانومتر دیفرانسیلی: همان لوله U شکل، یعنی مانومتر ساده است منتها هنگامیکه دو سرش به دو ناحیه مختلف وصل شود تا تفاوت فشار آن دو ناحیه را اندازه بگیریم. هدف اندازه‌گیری اختلاف فشار در جریان (انحراف سطح)

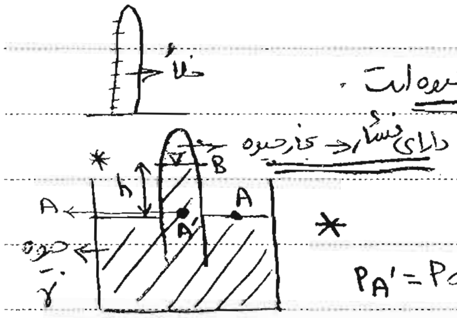


$$P_A-\gamma_1h_1-\gamma_2h_2+\gamma_3h_3=P_B \rightarrow P_A-P_B=\gamma_1h_1+\gamma_2h_2-\gamma_3h_3$$

بالا و پایین هر کدام را نسبت به قبلی می‌سنجیم

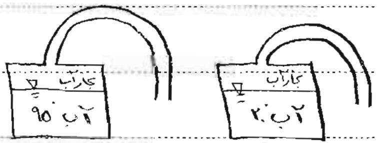
تذکر: در مسائل مهندسی بعضی مواقع تفاوت فشار دو نقطه را بر حسب ارتفاع آب معادل یا سیال دیگر بیان می‌کنند که به این معنی است فشار چند متر آب یا سیال دیگر می‌تواند این تفاوت فشار را ایجاد کند.

☒ بارومتر: وسیله‌ای است که فشار محلی جو را اندازه‌گیری می‌کند و معمولاً سیال عامل آن جیوه است.



$$P_{A'}=P_{atm}=P_A$$

$$\left.\begin{array}{l} P_A-\gamma h=P_B \rightarrow P_A=P_B+\gamma h \\ P_B=\text{فشار بخار جیوه} \end{array}\right\} \rightarrow P_{atm}=P_A=P_B+\gamma h$$



اگر از طریق مکش هوا را خارج کنیم حرارت کمتری لازم است.

وابستگی مقدار فشار بخار ← جنس سیال

دمای سیال: هر چه دما بالاتر، فشار بخار سیال بالاتر.

دلایل استفاده از جیوه: (در بارومتر و مانومتر)

- وزن مخصوص (چگالی) بالا است، مقدار h* برابر ۷۶۰mm می‌شود ولی اگر آب باشد طول لوله بارومتر باید ۱۳۶×۷۶۰mm شود

γ زیاد

(γ جیوه زیاد است)

- در دماهای متعارف فشار بخار جیوه کم است یعنی اگر جمله را نداشته باشیم و مقدار P_B (فشار بخار جیوه) را نگذاریم، خیلی خطا ایجاد نمی‌شود.

فشار بخار کم

$$\gamma_{\text{جیوه}}\times h_{\text{جیوه}}=\gamma_{\text{آب}}\times h_{\text{آب}}$$

$$h_{\text{آب}}=\frac{\gamma_{\text{جیوه}}\times h_{\text{جیوه}}}{\gamma_{\text{آب}}}$$

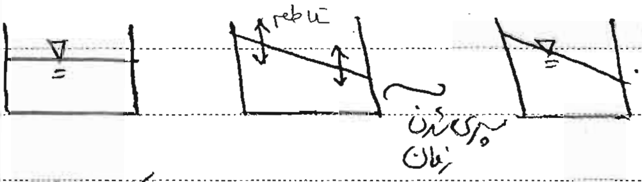
13.6

$S_{\text{جیوه}}=۱۳٫۶$

فشار بخار	T دما
۲	۱
۲٫۱	۵
۲٫۷	۲۰

بخش دو : توزیع فشار در سیالات با حرکت صلب گونه :

← مقدار شتاب ثابت است (مانند جسم صلب در نظر می‌گیریم) .



تلاطم ظرف از بین می‌رود و مقدار ثابتی برای سطح آزاد خواهیم داشت .

(کمیت اسکالر به برداری تبدیل شد)

بردار گرادیان فشار

معادله دیفرانسیل حاکم بر توزیع فشار درون سیال در شرایط حرکت صلب گونه عبارت است از :

$$\boxed{\nabla p = \rho(\vec{g} - \vec{a})} \quad (۲\text{-}۱)$$

→ رابطه برداری است

اسکالر

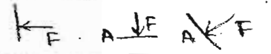
چگالی ذره سیال

بردار شتاب جاذبه زمین

بردار شتاب ذره سیال (شتاب حرکت)

در آن نقطه مورد بررسی

نیروی ناشی از فشار برداری است به خود شکل

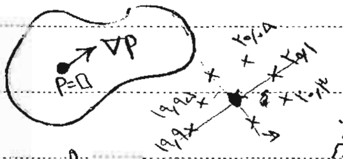


در دستگاه کارتزین گرادیان فشار اینگونه نوشته می‌شود :

$$\boxed{\nabla p = \frac{\partial p}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\hat{k}} \quad (۲\text{-}۲)$$

گرادیان دما $\nabla T = \frac{\partial T}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial T}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial T}{\partial z}\hat{k}$

اسکالر

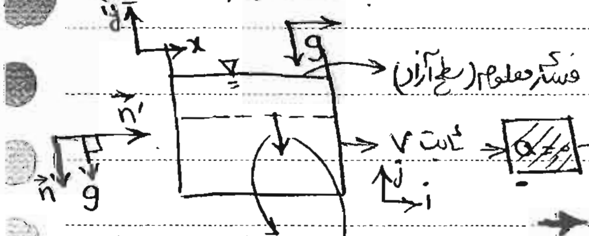


∇p سمت و سویی را نشان می‌دهد که اگر بخواهیم افزایش را داشته باشیم در آن جهت حرکت کنیم و اگر بخواهیم بیشترین کاهش را داشته باشیم در خلاف جهت آن و برای عدم تغییر در راستای عمود حرکت کنیم .

با توجه به مفهوم ریاضی گرادیان یک متغیر اسکالر مثل p حرکت در جهت بردار گرادیان (بردار $\vec{n}$) حداکثر تغییر افزایشی در مقدار p را ایجاد می‌کند و حرکت در جهت عمود به بردار گرادیان ($\vec{n}'$) تغییری در p ایجاد نمی‌کند .

منفی است (نسبت به راستاهای دیگر)

به عنوان مثال ساده حرکت با سرعت ثابت ظرفی مطابق شکل در نظر گرفته می‌شود :



در جهت موازی n حداکثر تغییر افزایشی را داریم

بیشترین افزایش فشار

شتاب نداریم

$$\nabla p = \rho(-g\hat{j} - 0)$$

چون جهت j به سمت بالا است و g به سمت پایین .

$\partial p / \partial x = 0 \rightarrow$ p مستقل از x است .

$\partial p / \partial z = 0 \rightarrow$ p مستقل از z است .

$\partial p / \partial y = -\rho g$

انتگرال :

$$\nabla p = \frac{\partial p}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\hat{k}$$

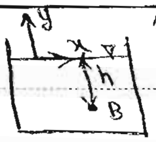
$$\boxed{p = -\rho g y + C}$$

توزیع فشار در سیستم ساکن $a=0$

ثابت C از اعمال شرایط مرزی بدست می‌آید . اگر این مطلب را که فشار در سطح آزاد برابر صفر است به عنوان شرط مرزی در نظر بگیریم و هم چنین مبدأ مختصات را در محل سطح آزاد انتخاب کنیم خواهیم داشت :

سطح آزاد : $y=0$ خط $\rightarrow P_{y=0} = 0 \rightarrow 0 = -\rho g \cancel{y} + C \rightarrow C = 0$

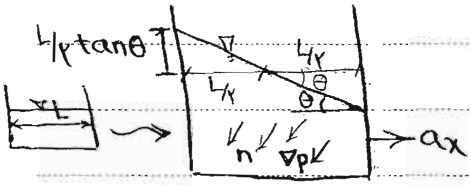
$\rightarrow \boxed{p = -\rho g y + 0}$ → ادامه در صفحه بعد



مثلاً: $y_B=-h \rightarrow p_B=-\rho g(-h)=\rho gh$ از این طریق هم اثبات شد

که فشار در سیال ساکن می‌شود ρgh .

حالت سکون وضعیت خاصی از بدون شتاب است. اگر شتاب = ۰ ⇐ ساکن یا حرکت با سرعت ثابت خواهد ماند.


L/۲ tanθ
L/۲
L/۲
θ
θ
۲L
n
∇p
a_x

در مورد ظرف سیال دارای حرکت افقی با شتاب ثابت a_x طبق رابطه ۲-۱ داریم:

$\cancel{a=a_x} \rightarrow \nabla p=\rho(-g\hat{j}-a_x\hat{i})$ معادل یا سکون نسبی

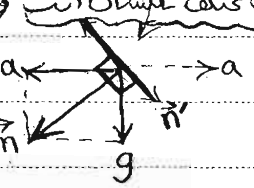
$\nabla p+\gamma j+\rho\bar{a}=0$ و $\bar{a}=ia_x+ja_y+ka_z$

اگر a_x به سمت چپ بود در فرمول به جای a_x، $(-a_x)$ را می‌گذاریم $(+a_x i)$

$n, \nabla p$ و n'

مشاهده می‌شود بردار گرادیان فشار در این مثال در نقاط مختلف یکسان است (وابسته به x و y نیست)، بدین ترتیب راستاهای $\vec{n}$ و n' در نقاط مختلف ثابت است:

(همیشه برای جهت n و n' از قرینه a استفاده می‌شود)


-a
a
$\vec{n}$
$\vec{n}'$
g

$\rho(\vec{g}-\vec{a})=\vec{g}+(-\vec{a})$

$\boxed{\nabla p \parallel n}$

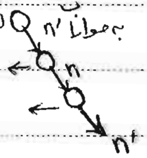
اگر a به سمت راست باشد a- به سمت چپ می‌شود

ρ تأثیری در بردار نمی‌گذارد چون اسکالر است.

در نتیجه:

اولاً: سطح آزاد سیال که فشار همه نقاط آن یکسان است سطح صافی خواهد بود.

ثابت بودن n سبب می‌شود سطح آزاد مسطح است (در حرکت با شتاب a_x به سمت راست).



ذره روی سطح آزاد ⇐ $p=0$
به موازات n'

n'ها ثابت اند ⇐ ذرات روی خط صاف قرار دارند.

ثانیاً: نقاط واقع بر سطح آزاد خطی موازی بردار n' ایجاد می‌کند.

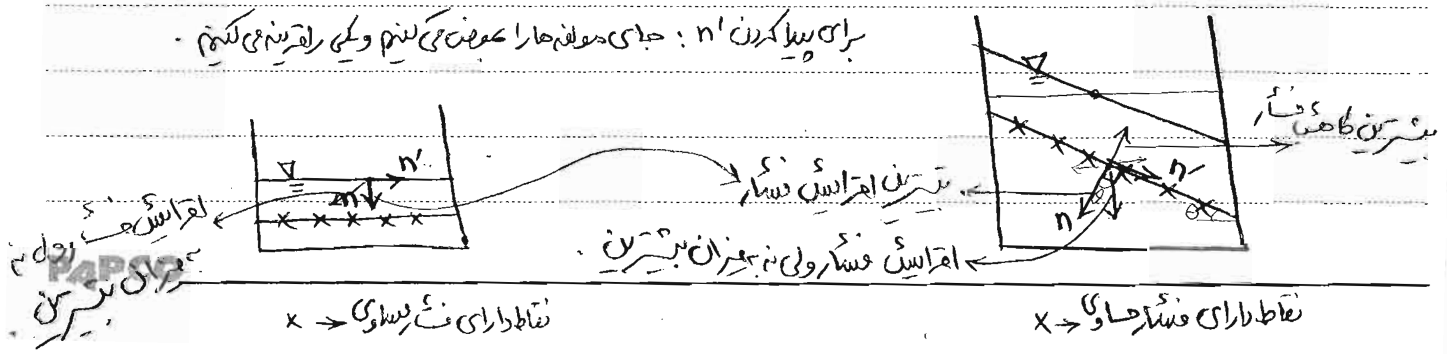
در یک ظرف ساکن $(a_x=0)$ چون n عمود و n' افقی است، سطح‌های موازی افق دارای نقاط هم فشار هستند. در یک سطح

ثالثاً: با حرکت در راستای n حداکثر مقدار افزایش فشار را خواهیم داشت. $n=-a_x\hat{i}-g\hat{j}$.

عمود

$n\perp n' \rightarrow n\cdot n'=0 \rightarrow n'=-g\hat{i}+a_x\hat{j}$

برای پیدا کردن n': جای مؤلفه‌ها را عوض می‌کنیم و یکی را قرینه می‌کنیم.


n'
n
افزایش فشار به میزان بیشترین
بیشترین افزایش فشار
افزایش فشار ولی نه به میزان بیشترین
بیشترین کاهش فشار
n'
n
θ
x ⇐ نقاط دارای فشار مساوی
x ⇐ نقاط دارای فشار مساوی

nθ = -ax

P4PSD

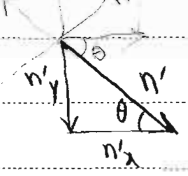
گرادیان p

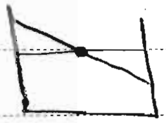
* زاویه n' با افق = زاویه کج شدن سطح آزاد آب با افق

$$\tan\theta = \frac{|n'_y|}{|n'_x|} = \frac{|n_x|}{|n_y|} = \frac{a_x}{g} \qquad (۳\text{-}۲)$$

ربطی به هندسه ظرف ندارد

$\tan\theta = -\frac{a_x}{g_y} = ۰$ معادل





* علت حجم ثابت سیال، نقطه بدون تغییر ارتفاع روی سطح آزاد، نقطه میانی (وسط) است .

$$\boxed{a = a_x} \rightarrow \nabla p = \rho(-g\hat{j} - a_x\hat{i}) \rightarrow \left| \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial x} = -\rho a_x \\ \frac{\partial p}{\partial y} = -\rho g \end{array} \right.$$

انتگرال نسبت به x و y

توزیع فشار در سیستم با حرکت افقی (شتاب a_x)

$$\boxed{p = -\rho a_x x - \rho g y + C} \qquad (۴\text{-}۲)$$

☒ اگر علاوه بر شتاب a_x به سمت (بالا) هم شتاب عمودی داشته باشیم ؛

$$\rho(-g\hat{j} - (a_x\hat{i} + a_y\hat{j}))$$

$$\Rightarrow \rho[-(g+a_y)\hat{j} - a_x\hat{i}]$$

اگر ظرف علاوه بر شتاب افقی a_x دارای شتاب a_y در راستای قائم به سمت بالا نیز باشد

در همه روابط قبلی کافی است g به g_y معادل تبدیل شود که $g \rightarrow$ معادل $g_y = g \, \textcircled{+} \, a_y$ و ...

مثلاً $\tan\theta = \frac{a_x}{g+a_y}$

اگر علاوه بر شتاب a_x شتاب عمودی به سمت (پایین) داشته باشیم . $\downarrow a_y \quad \downarrow g$

در همه روابط از مقدار g ، a_y را (کم) می‌کنیم .

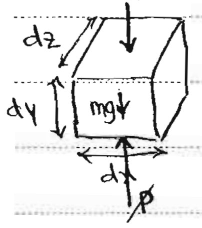
وقتی شتاب عمودی به سمت بالا داریم

معادل $g_y = g \pm a_y$

در هر حرکت رو به سمت پایین
وقتی شتاب عمودی به سمت پایین داریم .

اثبات کیفی رابطه (۲-۱)

المانی از سیال



$p+\partial p/\partial y\,dy \rightarrow$ افزایش فشار در راستای y

$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$

$\Sigma\vec{F}_y = m\vec{a}_y$

اثر نیروی فشار

$$\left(-\frac{\partial p}{\partial y}dy\right)\times dx\,dz+(m\vec{g})_y=m a_y$$

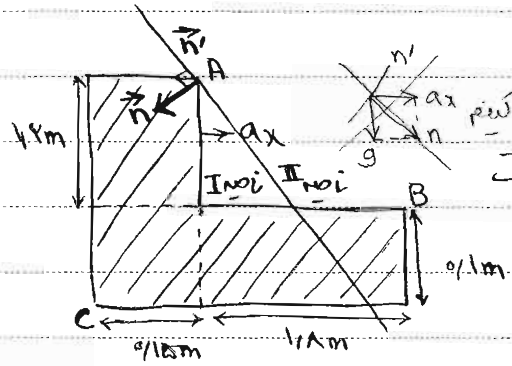
$m \rightarrow \rho(dx\,dy\,dz)$

$dx\,dy\,dz \rightarrow$ حجم

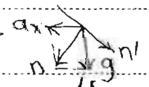
$$(\nabla p)_y \leftarrow -\frac{\partial p}{\partial y}+\rho(g_y)=\rho(a_y)$$

$$-\nabla p+\rho g=\rho a \rightarrow \nabla p=\rho(g-a)$$

نتیجه می شود که شتاب جاذبه (g) به خاطر نیروی وزن است که ظاهر می شود و ربطی به حرکت داشتن یا ساکن بودن ندارد.



ثابتیم همواره با زاویه a طراحی کنیم ←



☒ مثال: ظرفی پر از مایع و سربسته مطابق شکل دارای حرکت شتابدار به سمت راست است. اگر فشار مطلق در نقطه A معلوم باشد (P_A)، فشار سیال در نقاط B و C چقدر است؟

فشار هر جای را داریم مبدأ را همان جا در نظر می گیریم.

حل: ربطی به هندسه ظرف ندارد + سطح آزاد

P_A معلوم ← با انتخاب مبدأ مختصات در نقطه A خواهیم داشت:

A مبدأ $\rightarrow (x_A, y_A)=(0,0) \xrightarrow{۴-۲} P_A=-0-0+C \rightarrow C=P_A$

$$(x_B, y_B)=(۱٫۸, -۱٫۲) \xrightarrow{۴-۲} P_B=-۱٫۸\rho a_x+۱٫۲\rho g+P_A \quad (a)$$

$$(x_C, y_C)=(-۰٫۱۵, -۱٫۳) \xrightarrow{۴-۲} P_C=۰٫۱۵\rho a_x+۱٫۳\rho g+P_A \quad (b)$$

در مثال قبل اگر بخواهیم P_B و P_C صفر شوند برای هر یک شتاب ظرف چقدر باید باشد؟

(a) $P_B=0 \rightarrow a_x=\dfrac{۱٫۲\rho g+P_A}{۱٫۸\rho}$ اگر با این شتاب به سمت راست حرکت کنیم فشار B می شود صفر.

(b) $P_C=0 \rightarrow a_x=\ominus\dfrac{۱٫۳\rho g+P_A}{۰٫۱۵\rho}$ با حرکت شتابدار به سمت چپ و این شتاب را داشته باشیم وقتی $P_C=0$.

توجه شود با حرکت شتابدار مثبت سیستم به سمت راست امکان ندارد فشار نقطه C صفر شود ← قسمت $P_C = 0$ جواب ندارد .

ناحیه I : مکان هندسی نقاط با فشار بیشتر از P_A .

ناحیه II : مکان هندسی نقاط با فشار کمتر از P_A : چون وقتی با شتاب a_x به سمت راست حرکت می‌کنیم سطح آب ما [illegible] می‌شود و گفتیم که در جهت n ، max می‌شود فشار و در خلاف جهت n ، min می‌شود .

نقطه C متعلق به ناحیه یک است ← $P_C > P_A$ ← اگر $P_C = 0$ ← $P_A < 0$ و

و چون P_A مطلق است نمی‌تواند کمتر از صفر باشد ← تناقض فیزیکی ! ← $P_C \neq 0$

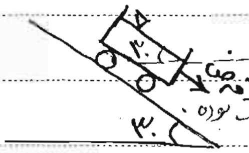
۵۵ > فشار مطلق ≥ ۰

۵۵ > فشار نسبی ≥ $-10^5 Pa$

با آن شتاب در جهت راست ولی $P_C = 0$ با آن شتاب در جهت چپ ! ✓

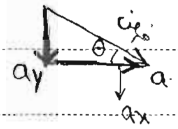
مثال (کنکور ۷۸) : در شکل زیر اگر سطح آزاد آب به موازات سطح شیبدار باشد مقدار شتاب حرکت ارابه کدام است ؟

← حتماً حرکت شتابدار داریم / سطح شیبدار ∥ n'



ابتدا جهتی را برای حرکت جسم فرض می‌کنیم اگر در آخر (+) بود درست بوده و اگر (−) شد خلاف جهت فرض شده، درست بوده شتاب

۱) ۲٫۴۵
۲) ۴٫۹ ✓
۳) ۵٫۷
۴) ۹٫۸



$$\tan\theta = \frac{a_x}{g-a_y} \rightarrow \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\overset{a_x}{(a\cos\theta)}}{g-\underset{a_y}{(a\sin\theta)}} \rightarrow a = g\sin\theta \rightarrow$$ پس جهت حرکت هم درست بوده

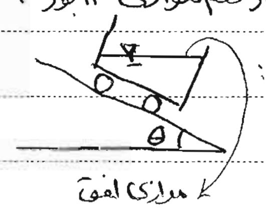
$$\rightarrow a = 9.8 \times \sin 30 = 4.9$$

اگر شتاب عمودی به سمت بالا باشد (+) و اگر به سمت پایین باشد (−)

$$\sin\theta g - a\sin^2\theta = a\cos^2\theta$$

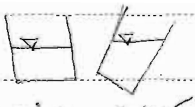
$$\rightarrow \sin\theta g = a$$

نکته: اگر ارابه ساکن باشد (حرکت بدون شتاب ← شتاب = ۰) ← n' موازی سطح ~~شیبدار~~ افق باید می‌شد، سطح آزاد هم موازی n' بود .



: $a = 0$ $\quad \underset{g}{\downarrow} \rightarrow \underset{n}{\downarrow} \rightarrow \overrightarrow{n'}$

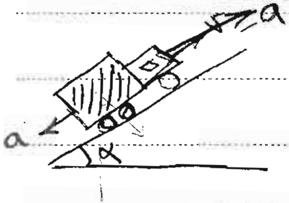
و سطح آزاد آب همیشه موازی n' است



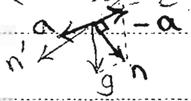
آب ساکن است و دیواره لیوان می‌چرخد

① 'n موازی کف واگن

☒ مثال (کنکور ۷۵) : واگن حامل مایعی از روی سطح شیبداری بالا می‌رود، اگر توزیع فشار در کف واگن یکنواخت باشد باید :



② کف واگن موازی سطح شیبدار است ← 'n موازی سطح شیبدار است :



۱) سرعت کامیون ثابت باشد .

۲) شتاب کامیون ثابت و حرکت آن تندشونده .

③ شتاب کامیون ثابت و حرکت آن کندشونده .

۴) غیرممکن است .

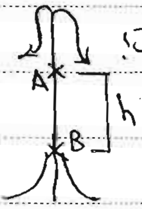
* مسئله همان سوال قبلی است یعنی سطح شیبدار ∥ 'n ← شتاب به سمت پایین سطح و به اندازه $g\sin\alpha$ باشد .

⊘ → v
→ a
$av > 0$ حرکت تندشونده

⊘ → v
← a
$av < 0$ حرکت کندشونده

« اصل n و 'n »

☒ مثال : جریان آب خارج شونده از یک فواره در نظر گرفته شود : در مورد P_A و P_B چه می‌توان گفت؟

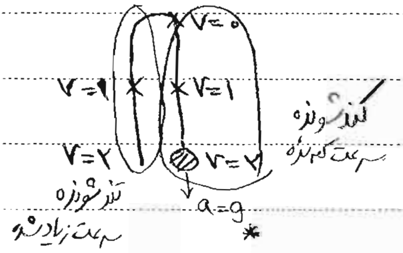


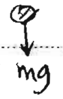
$\cancel{P_B - P_A = \rho g h}$ → در سیالات ساکن و بدون شتاب صادق است .

↓

ذرات آب حرکت شتابدار دارند چون :

مقدار سرعت تغییر می‌کند :





$\Sigma F = ma$

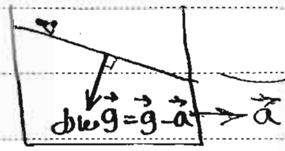
$mg = ma \rightarrow a = g$ رو به پایین *

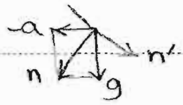
$\nabla p = \rho(\vec{g} - \vec{a}) = \rho(\vec{g} - \vec{g}) = 0$ → تغییرات نداریم

$p =$ ثابت ؛ در هر موقعیت به صورت عمودی تغییر فشار $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ → که فشار ثابت است . → $\boxed{P_A = P_B}$

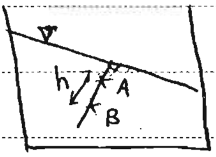
متقاطع نیست، با یک شتاب ثابت در حال حرکت است

اگر سیالی به صورت صلب گونه دارای حرکت با بردار شتاب $\vec{a}$ باشد (معادل) سیال ساکنی است که در معرض میدان جاذبه با بردار $\vec{g}_{\text{معادل}} = \vec{g} - \vec{a} = \vec{g} + (-\vec{a})$ (بردار معادل g) قرار داشته باشد.

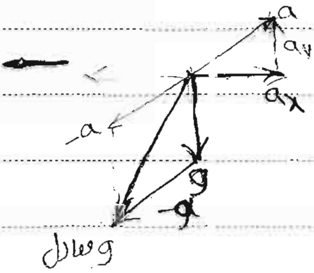

$\vec{g}_{\text{معادل}} = \vec{g} - \vec{a}$
$\vec{a}$

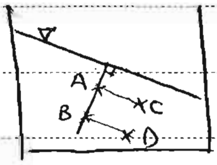


از لحاظ سیستم ساکن است و جاذبه زمین ↙ اینگونه است، نه ↓ اینگونه.



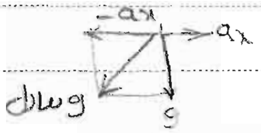
$P_A - P_B = \rho |\underset{\text{معادل}}{g}| h$


a
a_y
a_x
-a
g
-a
g معادل

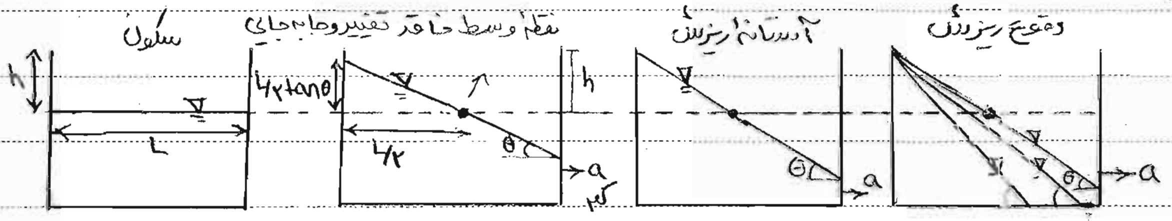


$P_B = P_D = \rho |\overset{\text{معادل}}{g}| h \cancel{+} P_A$

$P_C = P_A \rightarrow P_C - P_A = 0$ ~~هم ارتفاع~~ در یک راستا


$-a_x$
a_x
g معادل
g

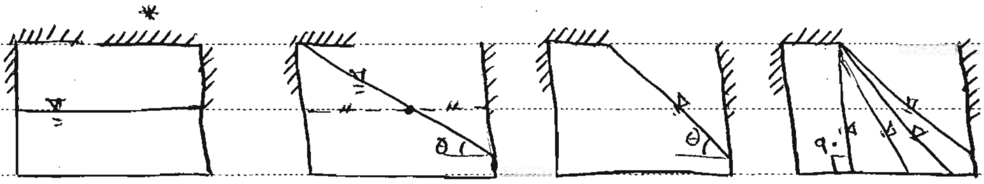
جلسه دوم :


سکون
نقطه وسط ظرف تغییر جابجایی
آستانه ریزش
وقوع ریزش
h
L
L/2 tanθ
L/2
θ
a
h
θ
a
θ
a

$h > L/2 \tan\theta$ $h = L/2 \tan\theta$ $h < L/2 \tan\theta$

$\tan\theta = \dfrac{a_x}{\underset{\text{معادل}}{g_y}}$

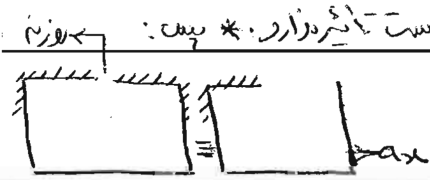
هرچه شتاب بیشتر شود. $(a_x \to \infty) \leftarrow \theta$ به $\pi/2$ میل می‌کند



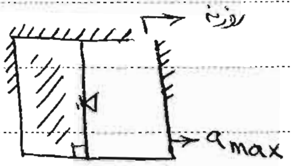
در اینجا حتی اگر شتاب حرکت هم صفر شود باز هم یک مقدار از سیال از ظرف بیرون می‌ریزد (در زیر سمت چپ باقی می‌ماند).

این ظرف در حرکت به سمت راست تأثیر دارد چون سقفشان در قسمت چپ است.

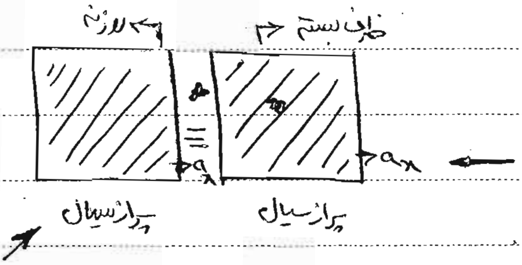
اگر سطح ظرف ما از طرف راست تا وسط هم باز باشد در حرکت به سمت راست تأثیر دارد. * پس:



اگر روزنه از یک جایی به بعد باشد (بالاتر از نوع حرکت و ...) پیش روی سیال به آن جا نمی‌رسد پس وجود یا عدم وجود روزنه اهمیتی ندارد.



اگر ظرف کامل از آب باشد (پر از آب) سیال به بیرون نمی‌ریزد چون سمت چپ امکان بالا روی ندارد که با بالا رفتن و خالی شدن پایین آن باعث سیال باعث جابه‌جایی سیال از سمت راست به آن جا شود و ...

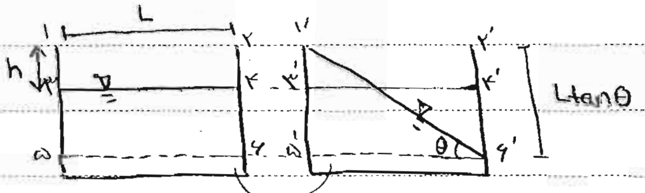


در این حالت اگر شتاب به سمت چپ باشد حتما بیرون می‌ریزد.

وقتی شتاب معلوم است θ هم معلوم است چون $\tan\theta$ معلوم است

$$\tan\theta = \frac{a_x}{g_y}$$

در شکل زیر حجم ریزش را محاسبه کنید:



ثابت جا می‌ماند پس در محاسبه نمی‌آوریم.

$$\text{حجم ریزش} = V_{3456} - V_{1'5'6'}$$

$$\text{حجم ریزش} = \underset{\text{عرض عمود بر صفحه}}{b} \times \underbrace{L(L\tan\theta - h)}_{\text{مساحت } \square} - \underbrace{\tfrac{1}{2}L(L\tan\theta)}_{\text{مساحت } \triangle}\times b$$

تست سال ۷۲:

یعنی نقطه A در مجاورت هوا قرار بگیرد.

در شکل زیر شتاب مخزن به سمت راست چقدر باشد تا فشار در نقطه A برابر صفر شود؟ (اگر در ابتدا ثلث حجم مخزن خالی باشد و آبی خارج نشود)

سوال ناقص است باید می‌گفت فشار برای اولین بار = ۰ شود (حداقل شتاب لازم) وگرنه ∞ جواب داریم.

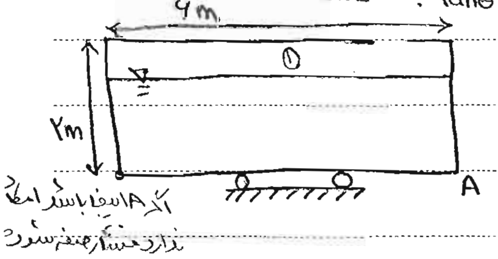
۱) $a = 2g/3$

۲) $g/2$

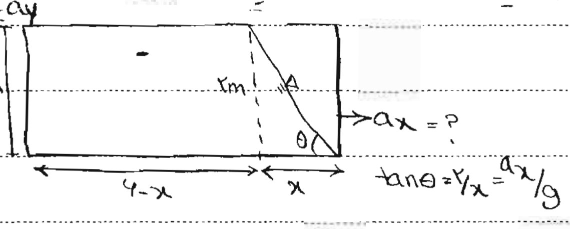
۳) $2g$

۴) g

$\theta \angle n'$: $\tan\theta = \frac{a_x}{g \pm a_y}$ ← همواره θ زاویه n' با افق است



اگر A اینجا باشد امکان ندارد فشار صفر شود اثبات n و n' و ...



$\tan\theta = 2/x = a_x/g$

آب بیرون نریخته است پس حجم‌ها ثابت اند ← مساحت ذوزنقه = مساحت مستطیل

یا (برای اینکه وقت کمتر تلف شود): مساحت مثلث = مساحت مستطیل ① چون حجم قسمت‌های خالی هم مساوی

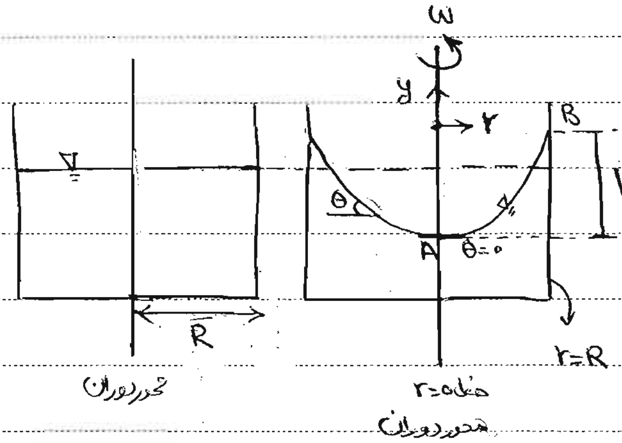
(V خالی ۱) = (V خالی ۲)

چون در مورد a_y چیزی نگفته پس ما هم نمی‌نویسیمش.

$\underset{\text{ثلث}}{\frac{1}{3}}(2\times 6) = \frac{1}{2}\times 2\times x \rightarrow x = 4 \rightarrow \tan\theta = \frac{2}{x} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, $\tan\theta = \frac{a_x}{g} = 1/2$

$a_x = g/2$ ←

ظروف دوّار :



برای سهولت در اینجا همواره مبدأ را روی محور دوران در نظر می‌گیریم .

برای سهولت مختصات را قطبی می‌گیریم .

چون شتاب جانب مرکز است .

در اینجا شتاب به سمت داخل است و $\hat{e}_r$ به سمت خارج است ← یک منفی

می‌گذاریم مانند مثال نخ و گلوله : ω F $\vec{F}=m\vec{a}$ پس a به سمت داخل است

نیرو در اینجا گریز از مرکز است ،

دوران حول محور میانی ← : $\boxed{\vec{a} = \ominus r\omega^2\hat{e}_r}$ → شتاب یک ذره دلخواه از سیال (راستای شعاعی)

شتاب شعاعی

بردار یکه راستای شعاعی

$$\boxed{\nabla p = \rho(g-a) = \rho(-g\hat{j} \oplus r\omega^2\hat{e}_r)}$$ ← بردار گرادیان که در اینجا به مکان وابسته شد (r)

مشاهده می‌شود که بردار گرادیان فشار در این مثال در نقاط مختلف یکسان نیست. (به علت وابستگی آن به r) ، در نتیجه راستاهای n و n' در نقاط مختلف سیال یکسان نخواهد ماند و به این ترتیب سطح آزاد سیال مسطح باقی نمی‌ماند (یعنی شیب در نقاط مختلف متفاوت است).

$$\boxed{\underset{\text{شیب}}{\tan\theta} = \frac{|\nabla p_r|}{|\nabla p_y|} = \frac{r\omega^2}{g}} \quad (۵\text{-}۲)$$

$r=0 \Rightarrow \theta=0$ (روی محور دوران)

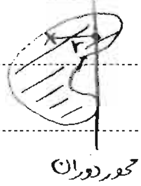
∇p_r : مولفهٔ شعاعی گرادیان فشار (افقی)

∇p_y : مولفهٔ عمودی گرادیان فشار

× چون شیب منحنی سطح آزاد تابعی خطی از r است ، می‌توان متوجه شد که منحنی سطح آزاد بر حسب r از مرتبهٔ دو ، یعنی سهمی است.

$$\nabla p = \rho(g-a) = \rho(-g\hat{j} + r\omega^2\hat{e}_r) \rightarrow \left| \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial r} = \rho r\omega^2 \\ \frac{\partial p}{\partial y} = -\rho g \end{array} \right. \rightarrow \int : \boxed{p = \frac{\rho\omega^2 r^2}{2} - \rho g y + C} \quad (۶\text{-}۲)$$

← توزیع فشار درون سیال با حرکت صلب گونه



* r فاصله از محور دوران است نه از مرکز *

اگر دو نقطهٔ دلخواه A' و B' در سیال هم فشار باشند ، داریم :

$$P_{A'} = P_{B'} \xrightarrow{\text{طبق } (۶\text{-}۲)} \boxed{\frac{\omega^2}{2g}\left(r_{B'}^2 - r_{A'}^2\right) = y_{B'} - y_{A'}} \quad (۷\text{-}۲)$$

$P_B - P_A$

$$P_{A'} = \frac{\rho\omega^2}{2}(r_{A'})^2 - \rho g(y_{A'}) + C$$

$$P_{B'} = \frac{\rho\omega^2}{2}(r_{B'})^2 - \rho g(y_{B'}) + C \rightarrow P_{A'} - P_{B'} = 0 \rightarrow \frac{\cancel{\rho}\omega^2}{2}\left(r_{A'}^2 - r_{B'}^2\right) + \cancel{\rho} g(-y_{A'} + y_{B'}) = 0$$

حذف می‌شوند .

$$g \div \text{طرفین} : \frac{\omega^2}{2g}\left(r_{A'}^2 - r_{B'}^2\right) = y_{A'} - y_{B'}$$

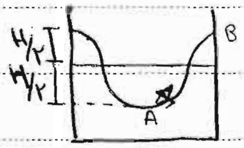
به عنوان نمونه برای نقاط A و B (چون مجاور هوای آزادند فشارشان مساوی است) داریم:

$r_A = 0$

$r_B = R$

$y_B - y_A > 0$ ← B بالاتر از A، $y_B - y_A = \oplus H$

$$\rightarrow H = \frac{1}{2}\frac{R^2\omega^2}{g} \quad (۷-۲)$$

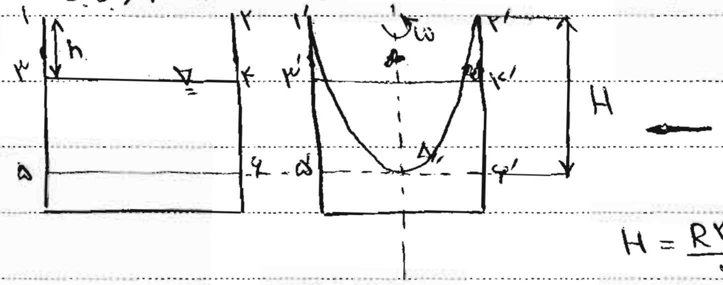


(چون حجم سیال درون ظرف نباید تغییر پیدا کند)

ریزش

نکته: اگر ظرف استوانه‌ای پر شده آب لبریز نشود، آن گاه مقدار صعود آب در لبه‌ها و نشست آب در مرکز برابر است.

اما اگر ریزش آب به بیرون داشته باشیم:



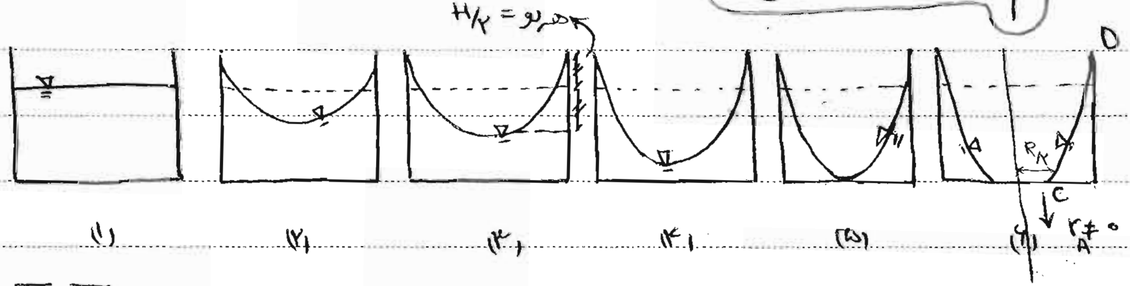
$$H = \frac{R^2\omega^2}{2g}$$

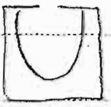
حجم ریزش $= ۷۳۴۵۶ - ۷۱'۲'۵'۶' = \pi R^2(H/2 - h)$

$h > H/2$ عدم ریزش

$h = H/2$ آستانه ریزش

$h < H/2$ وقوع ریزش





در شکل‌های (۶) مقدار ارتفاع دیگر H نیست، مثلاً L، چون r_A دیگر صفر نیست.

مستقلاً مقدار H از فرمول (۷-۲) محاسبه می‌شود.

⑤ با چه سرعتی حرکت کنیم که به شعاع R/2 در کف ظرف آب نباشد؟

$r_C = R/2$

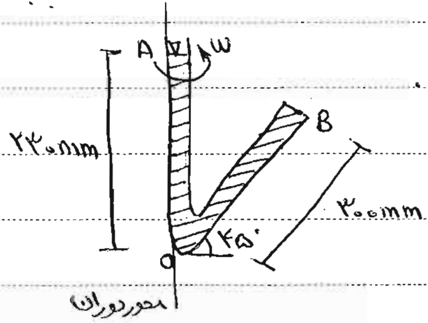
$r_D = R$

$y_D - y_C = L$

طبق (۷-۲): $\frac{\omega^2}{2g}(r_D^2 - r_C^2) = y_D - y_C \rightarrow \frac{\omega^2}{2g}\left(R^2 - \frac{R^2}{4}\right) = L$

$$\rightarrow \omega^2 = \frac{8gL}{3R^2}$$

☒ تست سال ۷۸ : لوله‌ی شکسته پر از آب که در انتهای B بسته است، دارای چه سرعت دورانی حول OA باشد تا فشار نقاط O و B برابر شود؟



نقاطی که بیشترین فاصله از محور دوران را دارند می‌خواهند خیلی فرار کنند.
در این ذرات B بیشترین فاصله را دارند و می‌خواهند فرار کنند و چون B
بسته است نمی‌توانند خارج شوند ← قسمت ریزش هم پایین‌تر
نمی‌آید و سطح آب همین گونه می‌ایستد و منحنی نمی‌شود.

۱) $\omega = 9{,}44 \frac{rad}{s}$
۲) ۱۱٫۳
۳) ۸٫۲
۴) ۴٫۸

X چرا؟ $P_O = P_B \xrightarrow{\text{طبق ۲-۶}}$ «محفظه را درست بگذار»

$r_O = 0$ روی محور دوران

$r_B = 0{,}3m \times \cos 45°$

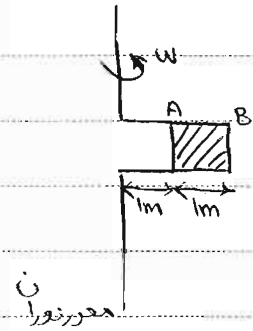
B بالاتر از O ← ، $y_B - y_O \overset{\oplus}{=} 0{,}3m \times \sin 45° - 0 = 0{,}3m \times \sin 45°$
$y_B - y_O > 0$

$$\Rightarrow \frac{\omega^2}{2g}\left(r_B^2 - r_O^2\right) = y_B - y_O$$

$$\omega^2 = \frac{2g(0{,}3 \times \sin 45°)}{(0{,}3 \times \cos 45°)^2 - 0^2} \Rightarrow \omega = 9{,}44\ rad/s$$

☒ تست سال ۸۴ : یک لوله‌ی افقی باریک تا نیمه پر از آب بسته است و با سرعت زاویه‌ای ω دوران داده می‌شود، فشار در انتهای بسته‌ی لوله چقدر است؟

«به گزینه‌ها نگاه کن تا ببینی برحسب چه می‌خواهد با ω یا با ارتفاع می‌خواهد»



اگر دوران نکند آب می‌ریزد پایین ولی در هنگام
دوران آب می‌خواهد از دورترین نقاط نسبت به
محور دوران فرار کند و چون بسته است در آن جا می‌ماند.

۱) $\frac{2\omega^2}{g}$ متر آب
۲) $\omega^2/2g$
۳) $\frac{3\omega^2}{2g}$
۴) $\frac{2{,}25\omega}{2g}$

P_A را داریم چون در مجاورت هوای آزاد است و فشارش صفر

اگر بخواهیم مستقیماً فشار B را طبق رابطه‌ی ۲-۶ به دست آوریم یک ثابت c مجهول داریم که نمی‌شود پس $P_B - P_A$ (P_B منهای P نقطه‌ای که داریم) را می‌نویسیم تا طبق (۲-۲) c ها حذف شوند.

اختلاف ارتفاع ندارند

$$P_B - \overset{0}{P_A} = \frac{\rho\omega^2}{2}\left(r_B^2 - r_A^2\right) - \rho g\cancel{(y_B - y_A)} \Rightarrow \frac{\rho\omega^2}{2}(4-1) - \underset{0}{\cancel{\rho g}}(0) = \frac{3\rho\omega^2}{2}\ Pa$$

$r_A = 1$
$r_B = 2$

$y_B - y_A = 0$ هم‌ارتفاع‌اند

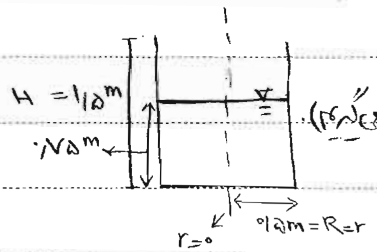
* برای اینکه Pa به متر آب تبدیل شود تقسیم بر γ سیال (ρg) می‌کنیم.

$$\frac{\frac{3\cancel{\rho}\omega^2}{2}}{\cancel{\rho}g} = \frac{3\omega^2}{2g}\ mH_2O \leftarrow$$

☒ تست سال ۷۹ : یک مخزن استوانه‌ای به مقطع نیم متر و ارتفاع ۷۵ ، تا نصف با آب پر شده است ، اگر استوانه با سرعت ۹۰ rpm بچرخد ،

دور بر دقیقه

حداقل فشار وارد بر کف مخزن چقدر است؟ (g=10) شکل را رسم کن .



چون نگفته محور دوران کدام است ~~طبق default عمل می‌کنیم~~ (ساده‌ترین حالت را در نظر می‌گیریم)

واحد اصلی زاویه : رادیان ←

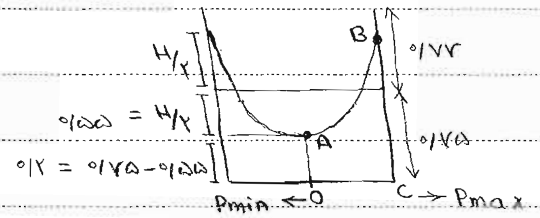
$90\,rpm = 2\pi/60 \times 90$

هر دور ۲π رادیان است

هر دقیقه ۶۰ ثانیه است (در یک ثانیه)

$H = \frac{R^2\omega^2}{2g} = 1/2\left(\frac{0.5^2 \times (90 \times 2\pi/60)^2}{10}\right) = 1.1$ چون یکی از ۲ها مشترک است

$H/2 = \frac{1.1}{2} = 0.55$

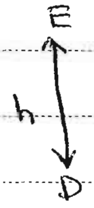


نقاط کف دارای y یکسانند و هرچه فاصله از محور دوران بیشتر می‌شود فشار بیشتر می‌شود ← O حداقل فشار را دارد

و یا اینکه چون روی O ارتفاع سیال کمتر است ، فشار کمتری دارد .

نکته :

اگر دو نقطه E و D درست زیر هم باشند خواهیم داشت :



$P_D - P_E = \rho g_y h$

معادل ← اگر شتاب عمودی داشته باشیم

P_{min} کف $= P_O = \rho g \times 0.2 = 2000\,Pa$

۱۰۰۰ آب ، ۱۰

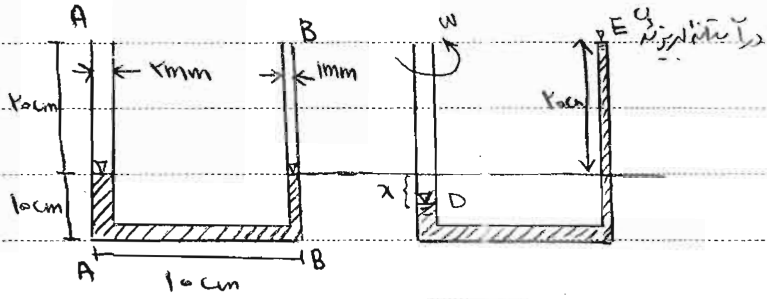
$P_O - \rho g h = \overset{\circ}{P}_A$ → مجاورت با هوای آزاد

در مسائل کیفی

در محاسبات به بردار g_y نیاز داریم

معادل

۲۸ نمونه: لا شکل نشان داده شده با چه سرعت زاویه‌ای حول محور A-A دوران کند تا آب در آستانه لبریز شدن قرار گیرد؟



در هنگام دوران آب از سمت B خارج می‌شود (چون فاصله تا محور دوران بیشتر است).

وچون هنوز آبی بیرون نریخته است، حجم آبی که در سمت راست بالا رفته = حجم آبی که در سمت چپ پایین آمده:

(حجم استوانه) $\frac{\pi}{4} \underset{\text{قطر}}{d_A}^2 x = \cancel{\frac{\pi}{4}} d_B^2 \times (۰/۲m) \rightarrow (۲\times۱۰^{-۳})^۲ \times x = (۱\times۱۰^{-۳})^۲ \times ۰/۲ \rightarrow x = \frac{۱}{۲۰} = ۰/۰۵m = ۵cm$

آب ۵cm در سمت چپ پایین آمده.

$r_D = ۰$

$r_E = ۱۰cm = ۰/۱m$

$y_E - y_D = ۰/۲۵m$

$P_D = P_E$

مجاورت با هوای آزاد

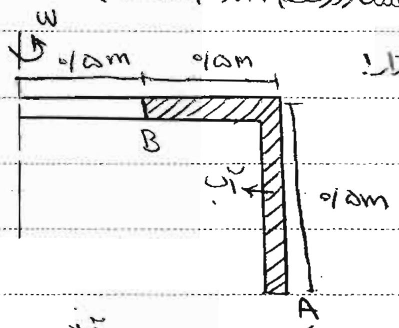
$$\frac{۱}{۲}\cancel{\rho}\omega^۲(r_E^۲ - r_D^۲) = \cancel{\rho} g (\underbrace{\cancel{y_E - y_D}}_{۰/۲۵})$$

$$\frac{۱}{۲}\omega^۲(۰/۰۱) = ۱۰(۰/۲۵) \rightarrow \underline{\omega^۲ = ۵} \rightarrow \omega = \sqrt{۵}\ rad/s$$

$\gamma_{\text{آب}} = \rho g = ۱۰۰۰\ kg/m^۳$

۲۹ تست سال ۸۷: یک لوله باریک مطابق شکل با سرعت زاویه‌ای ω دوران می‌کند. فشار در نقطه A کدام است؟

به گزینه‌ها نگاه کن، باید برحسب γ آب بدست آوری پس به جای ρ، ۱۰۰۰ نگذار!



$r_A = ۱m$

$r_B = ۰/۵m$

$y_A - y_B = ۰/۵m$

۱) $(\frac{۱}{۲}\frac{\omega^۲}{g} + ۰/۵)\gamma_w$

۲) $(\frac{۳}{۴}\frac{\omega^۲}{g} + ۰/۵)\gamma_w$

۳) ✓ $(\frac{۳}{۸}\frac{\omega^۲}{g} + ۰/۵)\gamma_w$

۴) $(\frac{۲}{۸}\frac{\omega^۲}{g})\gamma_w$

$P_B = \overset{\text{آزاد}}{۰}$ نقطه‌ای که فشارش را میتونیم مشخص کنیم: مجاورت با هوای آزاد

$$P_A - \overset{۰}{\cancel{P_B}} = \frac{\rho\omega^۲}{۲}(r_A^۲ - r_B^۲) = \rho g (y_B - y_A) = P_A$$

$$P_A = \frac{\rho}{۲} \times \omega^۲ (۱ - ۰/۲۵) - \gamma_w (۰/۵)$$

$\boxed{\rho = \gamma/g}$

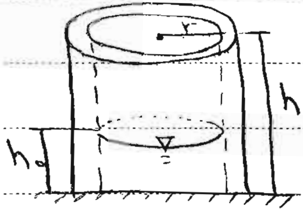
$$\gamma_w/g \times \frac{\omega^۲}{۲}(\underset{\downarrow \, ۳/۴}{۰/۷۵}) - \gamma_w(۰/۵) \rightarrow \frac{\gamma_w}{g} \times \frac{۳\omega^۲}{۸} - ۰/۵\gamma_w$$

PAPCO

$$\rightarrow \gamma_w\left(\frac{۳\omega^۲}{۸g} - ۰/۵\right) = P_A$$

Subject: ۱۸
Year. Month. Date. ( )

۵ استوانهٔ دوسر باز به شعاع r به ضخامت کوچک t و ارتفاع h و با وزن حجمی ۷/۵ γ به طور قائم بر روی زمین قرار دارد. اگر وزن حجمی سیال ۲/۰ باشد، حداکثر عمق سیال برای آنکه از سطح صیقلی زمین خارج نشود چقدر است؟



۱) $\frac{ht}{۲۲}$

۲) $h/۲$

۳) $h/۳$

۴) ht/r

فشار بین جدارهٔ ظرف و زمین > فشار سیال در انتهای ظرف ← عدم خروج سیال

$P_{سیال} = \rho g h$

$(۲/۰)h_0 < \frac{W}{A}$ ← ρg

F: W → وزن استوانه

A → مقطع استوانه

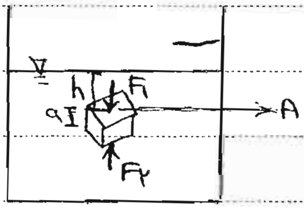
$۲/۰ h_0 < \frac{۷/۵(A_{مقطع} \times h)}{A_{مقطع}}$ حجم

سیال فشار می‌آورد به کف به علت وزن (ارتفاع سیال)

در زمین هم به جسم سیال فشار وارد می‌کند.

$\rightarrow ۲h_0 < h \rightarrow \boxed{h_0 < h/۲}$

بخش سوم: شناوری و پایداری :



$F_1 = \rho g h A$

$F_2 = \rho g (h+a) A$

۴ وجه دیگر ۲ به دو نیروهای همدیگر را خنثی می‌کنند

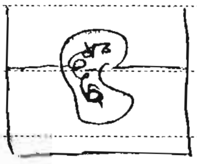
خنثی h و A یکسان برابر است ← به طور برآیند به دیواره‌های جانبی از طرف سیال نیرویی وارد نمی‌شه

شناور = جسم را رها کردیم و مقداری از آن خارج سیال قرار گیرد.

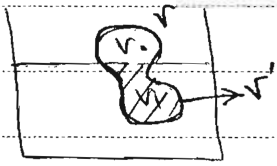
۲ برآیند نیروی سیال بر جسم احاطه شده به وسیله سیال: $F_{Boyancy} = F_2 - F_1 = \rho g \textcircled{aA} \rightarrow \boxed{F_B = \rho g V}$ از نظر اندازه

نیروی شناوری (ارشمیدس) حجم مکعب

از نظر راستا: نیرو در جهت قائم و رو به بالا $\boxed{\uparrow F_B}$



$F_B = \overset{\overset{سیال}{\uparrow}}{\rho} g V'$ ↓ حجمی از جسم که توسط سیال احاطه شده.



شناور → $F_B = \overset{W}{وزن جسم}$

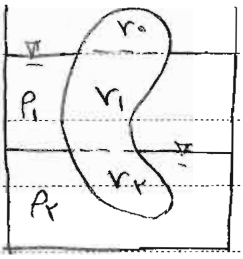
$\rho_{سیال} \cancel{g} V' = \rho_{جسم} \cancel{g} V_{جسم}$

$\frac{\rho_{جسم}}{\rho_{سیال}} = \frac{V'}{V_{جسم}} = \alpha$

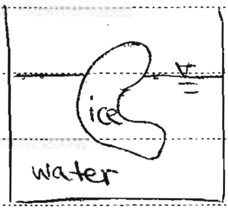
$\alpha < 1$ امکان شناوری

$\alpha = 1$ ؟ α ← جسم در آب آرام غوطه‌ور

$\alpha > 1$ جسم داخل آب فرو می‌رود (چون چگالی جسم > چگالی آب). سکه



$F_B = \rho_1 g V_1 + \rho_2 g V_2 \uparrow$



$$* \quad S_{ice} = \frac{\rho_{ice}}{\rho_{water}} =$$

اگر مثلاً ۰/۹ باشد یعنی ۹۰٪ یخ داخل آب است و ۱۰ درصد آن خارج آب.

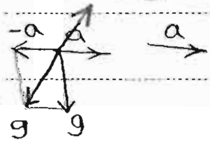
نکته: اگر ظرف محتوی سیال، متحرک با بردار شتاب a باشد، نیروی شناوری

* اولاً: به موازات بردار $\vec{g}_{\text{معادل}} = (\vec{g} - \vec{a})$ است.

* ثانیاً: خلاف جهت آن می‌باشد.

همچنین مقدار این نیرو برابر است با: $F_B = \rho \, |g_{\text{معادل}}| \, V$.

اگر این $\xrightarrow{a}$ شتاب را داشته باشیم می‌توانیم فرض کنیم بسته و شتاب زمین به جای ↓، ↙ است.



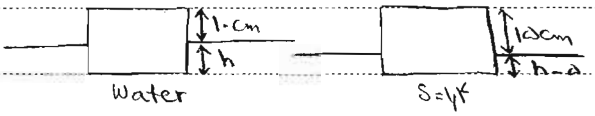
$g_{\text{معادل}} = g - a$

☑ تست سال ۸۱: قطعه‌ای مکعبی اگر در آب شناور شود 10 cm آن بالاتر از سطح آب قرار می‌گیرد و اگر در مایعی با چگالی ویژهٔ S=۱/۴ شناور گردد، 15cm آن بالاتر از سطح آزاد مایع قرار می‌گیرد، چگالی ویژهٔ قطعه کدام است؟

← نسبی

$\rho = 1/4 \rho_w$

۱) ۰/۶۴ ✓
۲) ۰/۷۲
۳) ۰/۸۲
۴) ۱/۲۱



چگالی نسبی جسم در آب = ٪h که در آب است

حل در صفحه بعد ←

وضعیت شناوری برقرار ← وزن جسم = شناوری حالت اول = شناوری حالت دوم

شناوری ← $w_{جسم} = F_{B_1} = F_{B_2} \rightarrow \cancel{\rho_w}\, g\, \underset{\smile}{h}\, \cancel{A} = (۱٫۴\cancel{\rho_w})\cancel{g}(h-۵)\cancel{A} \rightarrow h = ۱٫۴h - ۱٫۴\times ۵$

حجمی از جسم که داخل آب است

$\rightarrow h = ۱۷٫۵cm$

$\boxed{w = \gamma V}$

$\frac{V}{V_w}$

$S_{جسم} = \frac{\rho_{جسم}}{\rho_w} = \alpha = \frac{h}{h+۱۰} = \frac{۱۷٫۵}{۱۷٫۵+۱۰} = ۰٫۶۴$ یا $\frac{\rho_{جسم}}{\rho_{سیال}} = \frac{h-۵}{(h-۵)+۱۵}$

$\alpha < ۱$ شناور

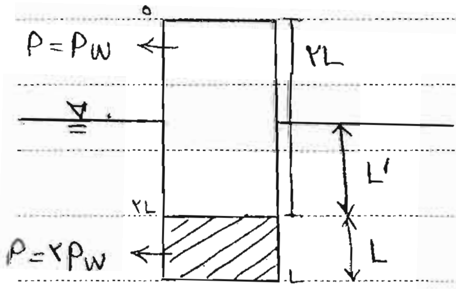
S جسمی α است یعنی α درصد جسم داخل آب است

S چوب نیم است یعنی ۵۰ درصد چوب داخل آب است.

$S_{چوب} = \frac{\rho_{چوب}}{\rho_w} = ۰٫۵$ ←

$$\boxed{S_{جسم} = \frac{\rho_{جسم}}{\rho_{سیال}} = \frac{\text{ارتفاعی از جسم در داخل سیال}}{\text{کل ارتفاع جسم (در داخل و خارج از سیال)}}}$$

تست سال ۸۴ : استوانه‌ای که از دو جنس مختلف تشکیل شده است مطابق شکل در سیالی شناور است. کدام گزینه در مورد جرم مخصوص سیال صحیح است؟



جسم وقتی می‌تواند روی سیالی شناور باشد که: $\rho_{جسم} < \rho_{سیال}$ باشد

۱) برابر جرم مخصوص آب است.

۲) بیشتر « ✓

۳) کمتر «

$\rho_w < \rho_{جسم} < ۲\rho_w$ $\rho \alpha$

* اجسامی که از چند نوع ماده ساخته شده‌اند ρشان بین ρ کمتر و ρ بیشتر داده شده است.

۴) اطلاعات کافی نیست.

جسم روی سیال شناور است ← $\rho_{جسم} < \rho_{سیال}$

و $\rho_{جسم} > \rho_w$

$\rightarrow \rho_w < \rho_{جسم} < \rho_{سیال}$

$F_B = w$

$\rho_{سیال} \cancel{g} \cancel{A}(L+L') = (۲\rho_w)\times\cancel{g}\times\underbrace{\cancel{A}\times L}_{حجم جسم} + (\rho_w)\times ۲L\times\cancel{g}\times\cancel{A} \rightarrow \rho(L+L') = ۴L\rho_w$ ①

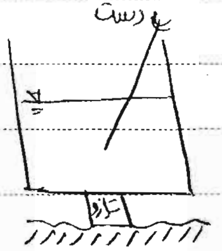
$۰ < L' < ۲L \rightarrow L < L'+L < ۲L+L$

② $L < L'+L < ۳L$ که اگر ۳L را بگذاریم ρ_{min} سیال و اگر L را بگذاریم ρ_{max} سیال به دست می‌آید. $\propto$

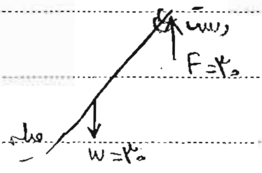
(چگالی)

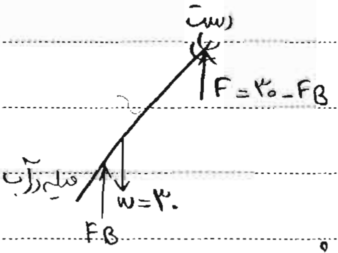
① و ② ← $\boxed{\frac{۴}{۳}\rho_w < \rho_{سیال} < ۴\rho_w}$

☒ فیزیک (نفی) از میله‌ای به وزن ۳۰N و چگالی نسبی S=۳ را مطابق شکل وارد ظرف آبی می‌نماییم. مقداری که ترازو نشان می‌دهد چه تغییری می‌کند؟



۱) ۱۰N افزایش
۲) « کاهش
۳) ۵N افزایش
۴) « کاهش





$$F_B = \overset{\text{سیال}}{\rho}\, g \times \frac{V_{\text{جسم}}}{2} \Rightarrow \overset{F_W}{\boxed{\frac{\rho_{\text{جسم}}}{S}}} \times g \times \frac{V_{\text{جسم}}}{2} = F_B$$

نصف میله وارد آب شده

$$\rightarrow \frac{\rho_{\text{جسم}} \times g \times V_{\text{جسم}}}{2S} = F_B$$

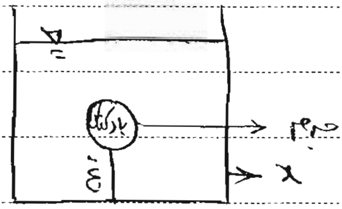
$$\rightarrow F_B = \frac{W_{\text{جسم}}}{2S} = \frac{\text{۳۰N}}{2\times 3} = \text{۵N}$$

ترازو ↑

* و این مقدار افزایش می‌یابد چون سیال به میله نیرو وارد می‌کند پس همین نیرو را میله به سیال وارد می‌کند (طبق عکس العمل)

← ترازو افزایش را نشان می‌دهد *

☒ تست سال ۷۲: بادکنک مطابق شکل درون آب قرار دارد، اگر سیستم با شتاب (۰/۵g و ۱/۲g) در جهت مثبت محور x حرکت کند، در آن صورت نیروی کشش نخ:



۱) افزایش یافته و بادکنک به سمت راست حرکت می‌کند. ✓

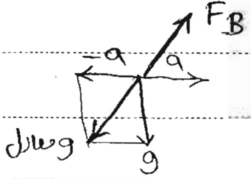
۲) « « چپ « . اگر در جسمی فشار بدهیم

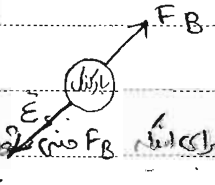
۳) کاهش « راست « .

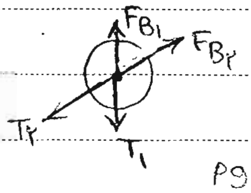
تقاطعش افزایش یابد نیروی وارد بر آن تغییر نمی‌کند.

وضعیت سکون

۴) « « چپ « .







$T = F_B = \rho |g| \times V$
معادل.

برای اینکه ... منفی F_B نیروی کشش نخ باید در راستای F_B و در خلاف جهت آن در مساوی با آن باشد ← نخ ↙ قرار می‌گیرد

(افزایش) $F_{B_1} < F_{B_2} \rightarrow T_1 < T_2$

$\rho g V$ ↙ $\qquad$ ↓ $\rho g \times V$

معادل (همواره مقدار برآیند ۲ مولفه از تک تک آن دو مولفه بیشتر است:

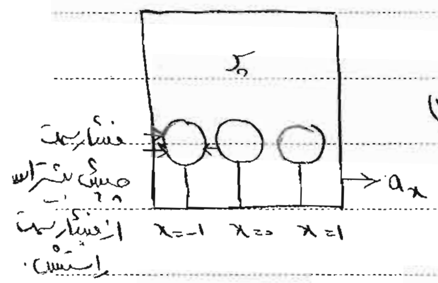
$c>a, c>b$

در چون نخ به کف ثابت شده (Fix) باید بادکنک به سمت راست حرکت کند.

PAPCO

[illegible]

۲۵ار :


کره
فشار سمت چپ بیشتر از فشار سمت راستش.
a_x
$x=-1$
$x=0$
$x=1$

P بادکنک سمت چپ بیشتر از P ← طبق (۴-۲)
بادکنک سمت راست است .

پایداری :

برقراری وضعیت تعادل در جسم

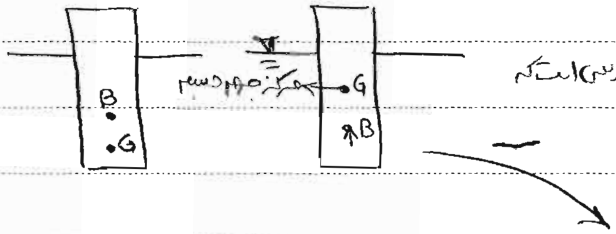
$$\sum \vec F=0$$
$$\sum \vec M=0$$

در مورد شناوری ۲ نیرو بیشتر نداریم :

۱) نیروی شناوری

۲) نیروی وزن

مرکز جرم وقتی مساوی مرکز هندسی است که جسم همگن باشد .


B
G
مرکز جرم جسم
G
B

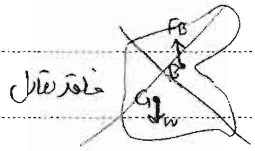
* محل اثر نیروی شناوری :

نقطه B به عنوان مرکز شناوری شناخته می شود که روی مرکز حجم قسمت درون سیال جسم است .

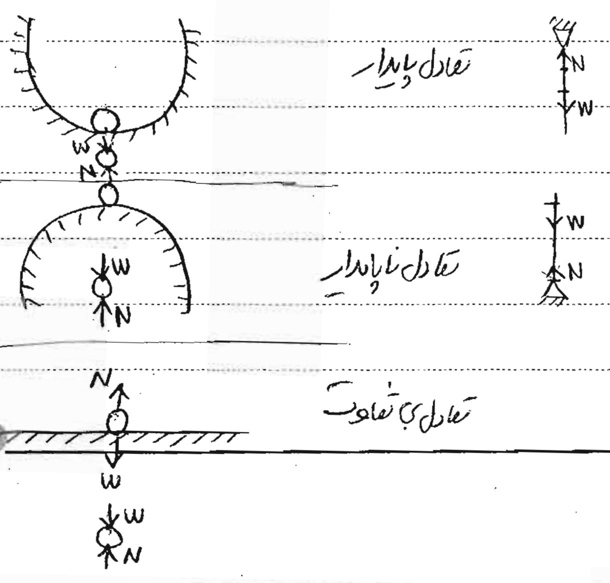
$\sum \vec m=0$ → B و G درست زیر هم قرار دارند
(در یک امتداد)

یا B بالاتر از G است یا G بالاتر از B .

اگر B و G زیر هم نباشند تعادل گشتاور بهم می خورد .

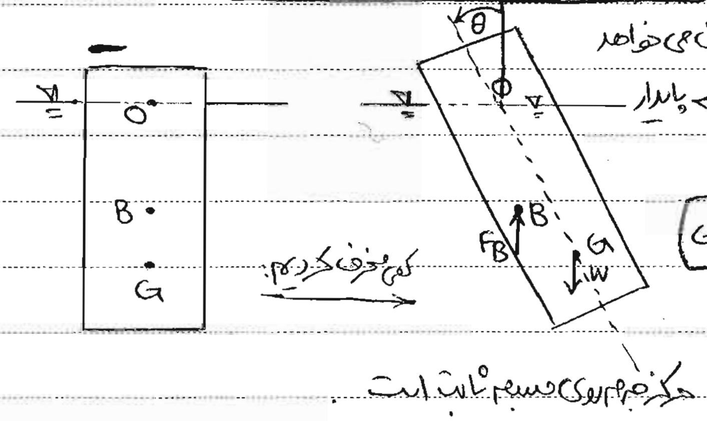

F_B
B
G
w
خلاف تعادل

سه نوع تعادل داریم :


W
N
تعادل پایدار
N
W
W
N
W
N
تعادل ناپایدار
W
N
N
W
تعادل بی تفاوت
W
N

چگالی جسم = چگالی سیال ← غوطه‌ور
" > " ← شناوری
" < " ← سقوط به کف

نکته: بالاتر بودن نقطهٔ B نسبت به G شرط کافی برای پایداری اجسام شناور و غوطه‌ور است.

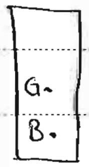

θ
O
B
G
O
B
G
F_B
W
کمی منحرف کردیم
مرکز جرم روی جسم ثابت است.

جهت کوپل: ← است چون می‌خواهد θ را به جای اولش برگرداند ← پایدار

B بالاتر از G ← پایداری

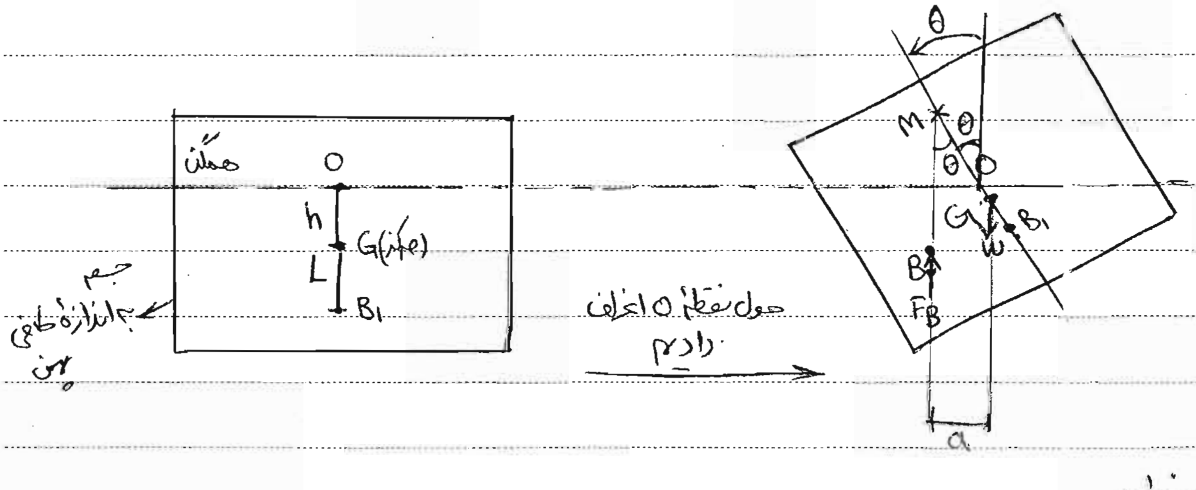
توجه شود بالاتر بودن B از G شرط لازم برای پایداری جسم شناور نیست. (یعنی لزومی ندارد برای اینکه پایداری را داشته باشیم B بالاتر از G باشد).

B



B پایین‌تر از G ← شاید پایدار باشد

↘ شاید ناپایدار باشد.


همگن
O
h
G(مرکز جرم)
L
B_1
جسم به اندازهٔ کافی پهن
حول نقطهٔ O انحراف دادیم.
θ
M
θ
θ
O
G
B_1
W
B
F_B
a

ادامه در صفحه بعد ←

PAPCO

* مرکز جرم همواره ثابت است (اگر همگن ⇐ مرکز جرم = مرکز حجم).

* مرکز حجم: جایی که فعلاً در داخل سیال است = مرکز شناوری

* نقطه M (متاسنتر)، نقطه تقاطع دو خط زیر است:

۱) خط قبلاً قائم گذرنده از G.

۲) خط فعلاً قائم گذرنده از B جدید = B_2

بالاتر بودن M از G شرط لازم و کافی برای تعادل پایدار است.

$\overline{MG}$ = ارتفاع متاسنتریک

$\overline{MG}>0 \longleftrightarrow$ M بالاتر از G $\longleftrightarrow$ پایداری

$\overline{MG}<0 \longleftrightarrow$ M پایین‌تر از G $\longleftrightarrow$ ناپایداری

$\overline{MG}=0 \longleftrightarrow$ M روی G $\longleftrightarrow$ تعادل بی‌تفاوت

با توجه به شکل رسم شده روشن است که گشتاور بازگرداننده جسم برابر است با وزن جسم × بازوی a:

$$* \quad T = W_{\text{جسم}} \times a = \boxed{\overline{MG}\sin\theta \times W_{\text{جسم}}} \qquad \sin\theta = \frac{a}{\overline{MG}}$$

$$\theta = \text{کوچک} \rightarrow \boxed{T = W_{\text{جسم}} \times \overline{MG} \times \theta \ \text{برحسب رادیان}}$$

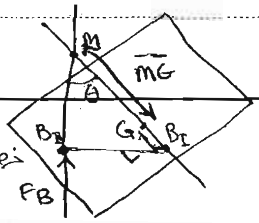
☒ رابطه‌ای برای محاسبه ارتفاع متاسنتریک: (جلسه سوم)

$$\overline{MG} = \frac{\gamma_{\text{سیال}} \times I}{W_{\text{جسم}}} - L$$

I: ممان اینرسی حول محوری که دوران می‌کند

جابه‌جایی افقی مرکز شناوری: (فاصله افقی B_I و B_{II}):

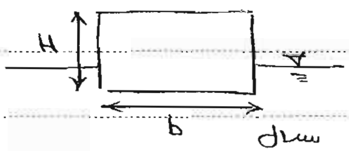
$(\overline{MG}+L)\theta$



فرض می‌شود B_{II} و B_I در یک امتداد باشند.

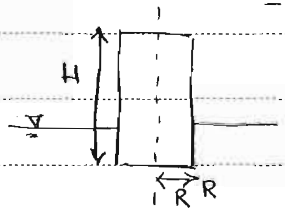
حالت مکعبی :

$$\overline{MG} > 0 \rightarrow \frac{b}{H} > \sqrt{6\,\frac{\gamma_{\text{جسم}}}{\gamma_{\text{سیال}}}\left(1-\frac{\gamma_{\text{جسم}}}{\gamma_{\text{سیال}}}\right)}$$



حالت استوانه‌ای :

$$\overline{MG} > 0 \rightarrow R/H > \sqrt{2\underbrace{\left(\frac{\gamma_{\text{جسم}}}{\gamma_{\text{سیال}}}\right)}_{x}\underbrace{\left(1-\frac{\gamma_{\text{جسم}}}{\gamma_{\text{سیال}}}\right)}_{1-x}}$$



اگر فرض شود، مکعبی (چگالی نسبی) وقتی ۸ است ناپایدار است، در مورد پایداری آن در S=۰/۵ چه می‌توان گفت؟
S=۰/۳

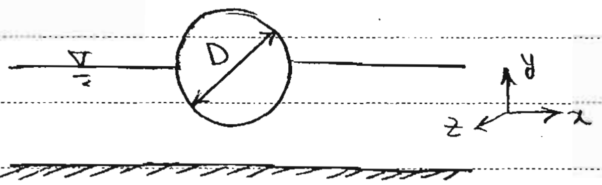
به صورت کیفی پاسخ می‌گوییم :

می‌دانیم ۱/۲ = $\frac{\gamma_{\text{جسم}}}{\gamma_{\text{سیال}}}$ سخت‌ترین شرایط را برای پایداری دارد یعنی هرچه S به ۰/۵ نزدیک‌تر شود شرایط سخت‌تر
مکعب
است و اگر جسم ما در شرایط آسان ناپایدار باشد، در شرایط سخت هم حتماً ناپایدار است و اگر در شرایط سخت پایدار باشد در شرایط آسان هم حتماً پایدار است. پس وقتی جسم در S=۰/۳ (شرایط آسان) ناپایدار است در S=۰/۵ (شرایط سخت) حتماً ناپایدار است.

اگر فرض شود: مکعبی وقتی S=۰/۸ است پایدار است، در مورد پایداری آن در S=۰/۶ چه می‌توان گفت؟

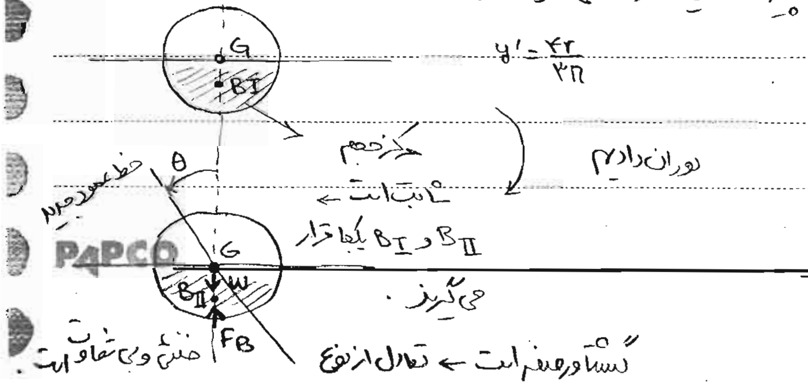
S=۰/۸ (اختلاف از ۰/۵ زیاد ← شرایط آسان)، در شرایط آسان پایدار است ← در مورد S=۰/۶ (اختلاف تا ۰/۵ کم (نزدیک به ۰/۵))
← شرایط سخت
نمی‌توان اظهار نظری کرد، شاید پایدار باشد و شاید ناپایدار.

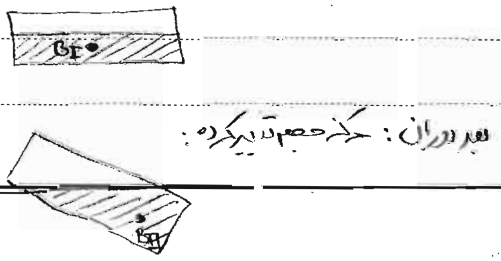
☒ ۸۳: استوانه‌ای به قطر D، S=۱/۲ بر روی آب شناور است، در مورد پایداری این استوانه در مقابل دوران حول محور z کدام گزینه صحیح است؟



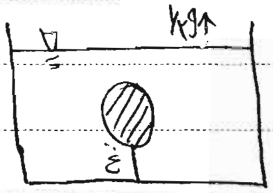
۱) ناپایدار
۲) پایدار
۳) خنثی ✓
۴) اطلاعات ناقص

اگر در دوران خنثی یا ناخنثی بودن جسم چیزی نگوید، فرض می‌شود خنثی است.


G
BI
$y' = \frac{4r}{3\pi}$
مرکز حجم
ثابت است ←
دوران داریم
θ
خط عمود جدید
G
BII و BI یکجا قرار
می‌گیرند.
BII
W
FB
خنثی و بی‌تفاوت است.
گشتاور صفر است ← تعادل از نوع


BI
بعد دوران: مرکز حجم تغییر کرده :
BII

☒ ۷۸ : جسمی به وسیله‌ی نخ در زیر سطح سیال غوطه‌ور نگه داشته شده است، اگر ظرف با شتاب ۱/۲g به سمت بالا حرکت کند، نسبت کشش نخ در حال حرکت به حالت سکون چقدر است؟



۱) ۲

۲) ۱/۲

۳) ۳/۲ ✓

۴) ۲/۳

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{F_{B II}}{F_{B I}} = \frac{\cancel{\rho}\,|g_{\text{معادل}}|_2 \times \cancel{V}}{\cancel{\rho}\,|g_{\text{معادل}}|_1 \times \cancel{V}}$$

$$\rightarrow \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{|g_{\text{معادل}}|_2}{|g_{\text{معادل}}|_1} = \frac{3/2\,g}{g} = 3/2$$

$$|g_{\text{معادل}}|_2 = (g \oplus a_y) = (g + g/2) = 3/2\,g$$

به سمت بالا

☒ ۸۲ : قایقی مکعب مستطیل شکل به عرض ۶m، طول ۲۰m، ارتفاع ۴m و وزن ۲۰۰ton، با ارتفاع متاسنتریک ۴/۵m به صورت شناور در سطح آب است. اگر قایق حول محور طولی ۰/۰۲ رادیان دوران کند، کوپل نیروی بازگردان و تغییر مکان افقی مرکز شناوری چقدر است؟ (فاصله‌ی مرکز ثقل قایق تا مرکز شناوری نیم متر و g=10 است).

۱) کوپل نیروی بازگردان ۲۰ تن متر و $\delta = 36m$

۲) کوپل نیروی بازگردان ۲ تن متر و $\delta = 36m$

۳) 〃 ۲۰ تن متر و $\delta = 15m$

۴) 〃 ۲ تن متر و $\delta = 15m$

$$T = W_{\text{جسم}} \times \overline{MG} \times \theta$$

$$T = 200 \times 4/5 \times 0/2 = 18\,ton.m$$

$$\delta = (\overline{MG} + L)\theta$$

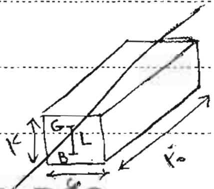
$$\delta = (4/5 + 0/5) \times 0/02 = 0/1m = 100mm$$

سوال غلط است ✗

$$\overline{MG} = \frac{\gamma_{\text{سیال}} \times I}{W_{\text{جسم}}} - L$$

$\overline{MG}$ را خودمان می‌توانستیم به دست بیاوریم :

$$\overline{MG} = \frac{10^4 \times \overset{1/12 \times 20 \times 6^3}{I}}{(200 \times 10^3) \times 10} - 0/5 = 1/3 \neq 4/5 \rightarrow$$ داده مسئله غلط است.



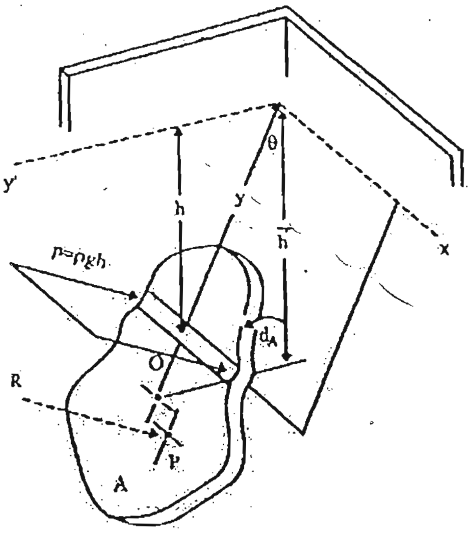
حول محور طولی $\boxed{I = 1/12 \times b \times H^3} \rightarrow I = 1/12 \times 20 \times 6^3$

ورق مسطحی که در سیال مطلق ساکن قرار دارد در نظر می‌گیریم (سمت چپ)؛ از طرف سیال به یک سمت ورق هم نیروهای اعمال می‌شود. (به علت فشار ~~نیروی~~ سیال) نیرو وارد می‌شود.

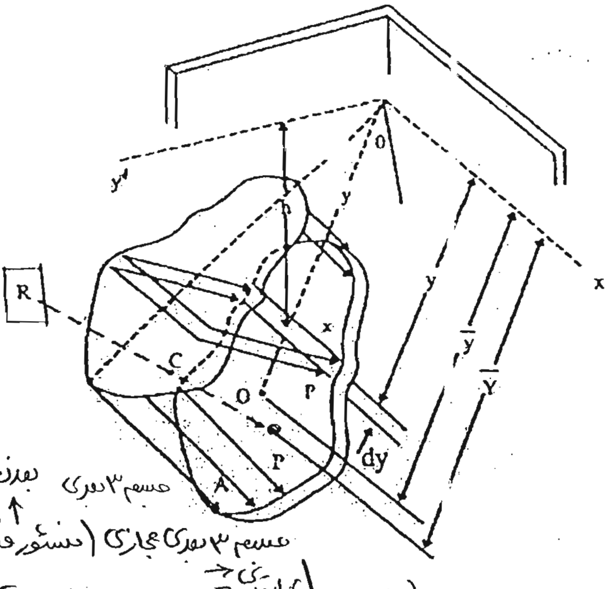
صفحه ۲۷

و هم چنین باعث ایجاد ممان نیز می‌شود.

مثال ① بخش ۴



(الف)



بعد هم سوم ↑ مجسم ۳ بعدی

مجسم ۳ بعدی مجازی (منشور فشار)

(ب)

راستای $\vec{R}$: عمود بر سطح ورق

جهت $\vec{R}$: به طرف داخل ورق

اندازه $\vec{R}$: مساحت ورق ← $R = P_O A$ = حجم منشور فشار

(مرکز سطح ورق ↑ P_O)

نقطه O : مرکز سطح

نقطه P : مرکز اثر نیروی برآیند R در سطح ورق.

محل اثر $\vec{R}$: منطبق بر نقطه P (مرکز فشار) است.

P تصویر نقطه C بر سطح ورق است.

نقطه C مرکز حجم منشور فشار است.

مبدأ روی سطح آزاد ↑ $\bar{y}$

$$y_p = y_o + \frac{\bar{I}_{xx}}{A y_o}$$

مساحت ورق ← A

$$x_p = x_o + \frac{\bar{I}_{xy}}{A y_o}$$

مربوط می‌شود به مرکز سطح

* $\bar{I}_{xx}$: ممان اینرسی ورق حول محوری موازی با x، گذرنده از مرکز سطح O.

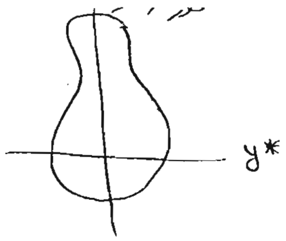
$\bar{I}_{xy}$: ممان اینرسی ضربی ورق حول محورهای موازی با x و y ״ .

صفحه ۲۸

$I_{xy} = \int xy\,dA$

$I_{x-x} = \int y^2 dA$

I

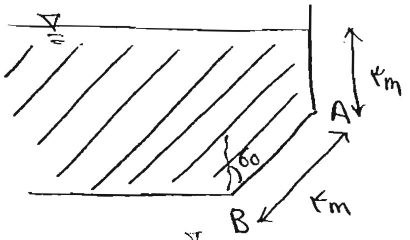


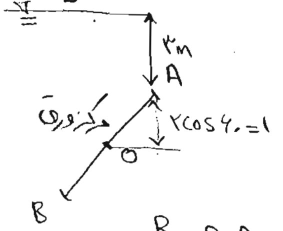
ممان اینرسی ضربی جسمی دارای محور تقارن، حول محور تقارن :

$\boxed{I_{x^*y^*}} = ۰ \to x_p$

زیرو (چون راستش نیست) I_{xy}

▨ ورق مستطیلی AB به عرض ۲m و طول ۴m مطابق شکل در صفحه‌ای از آب قرار داده شده است، مقدار نیروی وارد بر ورق از طرف A و محل اثر آن را مشخص کنید.



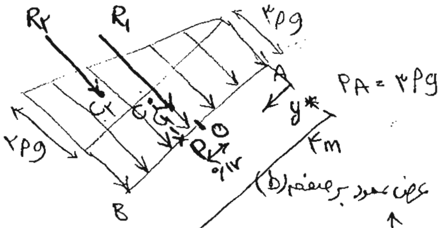

۳m
A
مرکز ورق
۲cos۶۰=۱
O
B

$R = P_0 A = (۴\rho g)(۴\times۲) = ۳۲\rho g$

روش ۲ :

C۱ مرکز مستطیل

C۲ مرکز مثلث


R۲
R۱
۳ρg
A
y*
۴m
۲ρg
C۲
C۱
O
P
۰/۱۷
B

$P_A = ۳\rho g$

عرض عمود بر صفحه (b)

$R_۱ = (۳\rho g \times ۴)\times ۲ = ۲۴\rho g$ جمع

مساحت

$R_۲ = (۱/۲ \times ۲\rho g \times ۴)\times ۲ = ۸\rho g$

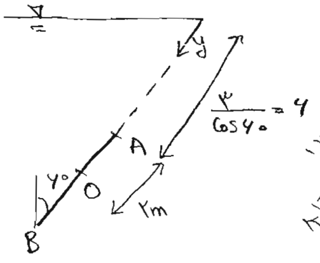
$R_۱ + R_۲ = ۳۲\rho g$

محل اثر از مرکز ثقل نقطه C می‌گذرد

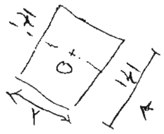
$y^*_C = \dfrac{\overset{۲}{y^*_{C۱}}A_۱ + \overset{۲/۳\times۴}{y^*_{C۲}}A_۲}{A_۱ + A_۲} = ۲/۱۷$

مساحت مستطیل $= ۱۲\rho g$

مساحت مثلث $= ۴\rho g$


y
۳/cos۶۰ = ۶
A
O
۲m
۶۰
B

$y_P = y_0 + \dfrac{\overset{b\times H^۳}{۱/۱۲ \times ۲ \times ۴^۳}}{\underset{A}{(۴\times۲)}\underset{y_0}{(۶+۲)}} = y_0 + ۰/۱۷$



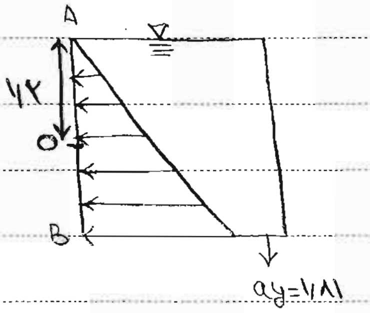
تعیین موقعیت اثر با روش جبری :

بخش ۴: نیروی هیدرواستاتیک وارد بر سطوح :

(صفحه اول این فصل در یک فتوکپی می‌باشد، ضمیمه شده) .

ادامه از فتوکپی :

☒ ۷۶: مکعبی به ضلع 1m از مایعی با $S=۰/۹$ پر شده و با شتاب $۷/۸۱\ m/s^2$ به سمت پایین حرکت می‌کند، نیروی وارد بر هر دیواره ظرف کدام است؟



$R=P_O\times \underset{1\times1}{A}=P_O$

$P_O=\rho_{dw}\times \underset{\text{معادل}}{g_y}\times ۱/۲ \Rightarrow P_O=(۰/۹\times ۱۰^۳)(۹/۸۱-۷/۸۱)\times ۱/۲$

$=۳/۰۰$

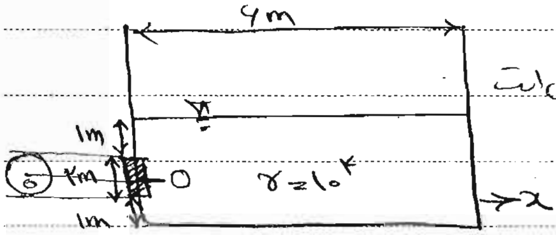
۱) ۵۲۲۹N
۲) ۴۵۰۰
۳) ۴۹۰۵
۴) ۴۰۵۰

در گزینه‌ها نیست ← پس ابتدا می‌گردیم ببینیم ممکن است طراح کجا اشتباه کرده باشد، ممکنه در اینجا به جای تفاضل شتاب‌ها، آن‌ها را جمع کرده باشد.

$$(۰/۹\times ۱۰^۳)(۹/۸۱+۷/۸۱)\times ۱/۲=۵۲۲۹$$

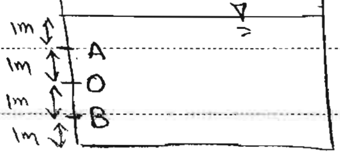
در گزینه‌ها هست، می‌زنیم ولی در واقع این سؤال غلط است.

☒ ۸۴: یک سطح دایره‌ای در مخزنی مطابق شکل نصب شده است، اگر ظرف دارای حرکت شتاب‌دار $g/۴$ در راستای x و $g/۴$ به طرف بالا باشد، نیروی وارد بر دریچه کدام است؟



ابتدا باید مرکز سطح دریچه را پیدا کنیم: (دایره‌ای شکل است پس می‌شود مرکز دایره).

۱) ۷۸/۵۴
۲) ۱۰۰/۵۳
۳) ۱۲۵/۶۶
۴) ۱۵۷/۰۸

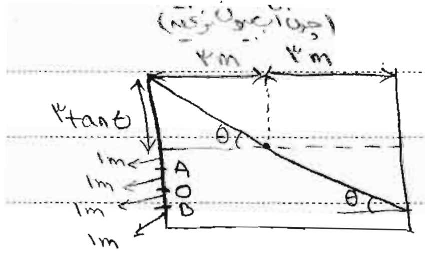


$$R=P_OA\Rightarrow R=\overbrace{\underset{۱^۲}{\pi r^2}}^{A\ \text{دایره}}\times P_O=\pi P_O$$

ادامه در صفحه بعد ←

PAPCO

چون در مورد خروج آب حرفی نزده فرض می‌کنیم آب بیرون نمی‌ریزد :

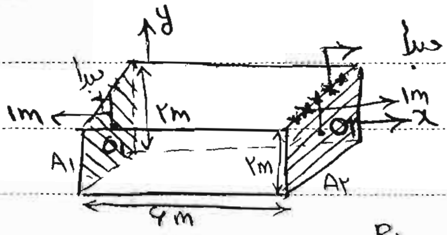

(چون آب بیرون نریخته)
۳m
۳m
۳tanθ
θ
θ
1m
1m
1m
1m
A
O
B

$$P_O = \rho \underset{\text{معادل}}{g_y} \times (۲+۳\tan\theta) = \rho(g+g/۲)\left(۲+۳\times\frac{\overset{a_x}{g/۲}}{g+g/۲}\right)$$

$\times A$ می‌کنیم F (R) بدست آید :

$\rightarrow F = ۱۲۵/۴۴\times ۱۰^۳\ N$

☒ ۸۱: مخزنی مکعب مستطیلی به ابعاد ۶×۲×۲m ، سربسته و پر از مایع است ، اگر مخزن با شتاب g/۲ به سمت راست حرکت کند ، نیروی وارد بر دیواره عقبی چند برابر جلویی است ؟


y
مبدا
مبدا
1m
1m
x
۲m
۲m
O₁
O₂
A₁
A₂
۶m

۱) ۱/۵

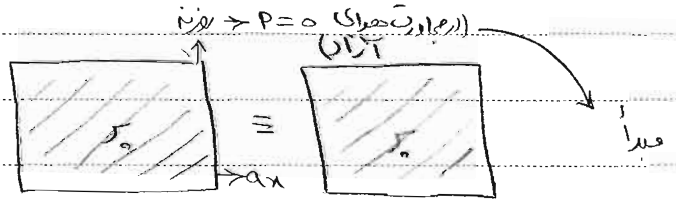
۲) ۲

۳) ۲/۵

۴) ۳

$$A_1 = A_2 \rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{P_{O1}\times \cancel{A_1}}{P_{O2}\times \cancel{A_2}} = \frac{P_{O1}}{P_{O2}}$$

باید مبدأ مشخص کنیم ، می‌دانیم بهترین مبدأ را جایی انتخاب کنیم که فشار آن را داریم .


روزنه → P = 0 (ارتباط با هوای آزاد)
≡
a_x
مبدأ

داریم :

اختلاف فشار ۲ نقطه , $P = -\rho a_x x - \rho g y + C$

$$P_{O1} - \cancel{P_{O2}} = -\rho \overset{g/۲}{a_x}(\cancel{x_{O1} - x_{O2}}) \rightarrow P_{O1} = ۴\rho g$$

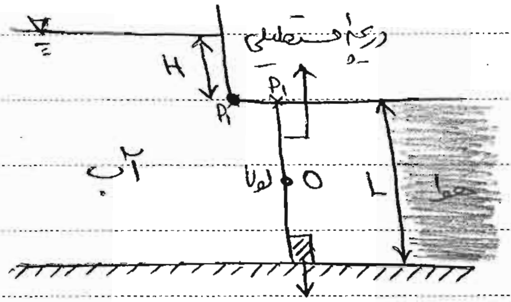
$$P_{O2} = \rho g \cancel{h}_1 = \rho g \qquad \boxed{-۶}_m \text{ سمت چپ} \qquad x_{O2} - x_{O1} = ۶\ m$$

$$\rightarrow \frac{P_{O1}}{P_{O2}} = ۴\rho g$$

که در گزینه‌ها نیست .

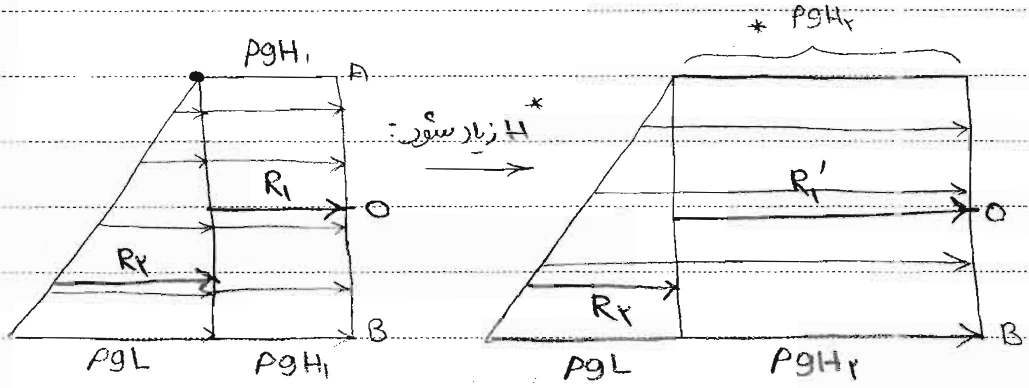
[illegible]

۸۵ : اگر ارتفاع H افزایش یابد، گشتاور لازم برای باز کردن دریچه مستطیلی که لولای آن در سطح میانی O واقع است چگونه تغییر می‌کند؟


دریچه مستطیلی
H
A
P۱
لولا
O
L
آب
خلا

۱) افزایش
۲) کاهش
[✓ ۳) بدون تغییر]
۴) اطلاعات ناکافی

مانع (برای اینکه دریچه نتواند بچرخد).


ρgH۱
A
R۱
O
R۲
B
ρgL
ρgH۱
H زیاد شود *
* ρgH۲
R۱'
O
R۲
B
ρgL
ρgH۲

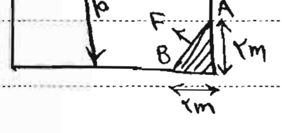
توزیع فشار خطی

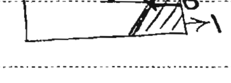
H۲>H۱ : قسمت مثلث ثابت، قسمت مستطیل افزایش

← R۱ افزایش می‌یابد (که اهمیتی ندارد).

اگر لولا در قسمت A بود گشتاور زیاد می‌شد.

۸۴ : منشوری با مقطع مثلث قائم‌الزاویه و ارتفاع ۵m در گوشه یک مخزن قرار دارد به طوری که دیواره‌های آن کاملاً به مخزن چسبیده است، اگر بخواهیم منشور را در جهت نشان داده شده حرکت دهیم، مقدار لازم برای نیروی F چقدر است؟


γ=۹۸۱۰
۱۰
F
A
B
۲m
۲m



۱) ۲۵۵۲N
۲) ۵۴۳
۳) ۱۲۴۹
۴) ۲۴۴۳

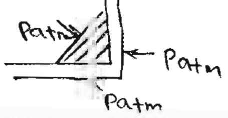
$F = P_O A$

$A = (۲\sqrt{۲}) \times ۵$

$P_O = \gamma \times ۹ + \overset{۱۰^۵}{\cancel{P_{atm}}} = ۲۴۴۳ \times ۱۰^۳ N$

در مواردی که از همه طرف فشار اتمسفر به سیال وارد می‌شود می‌توان از فشار نسبی استفاده کرد (یعنی Patm را حذف کرد)

ولی در اینجا :

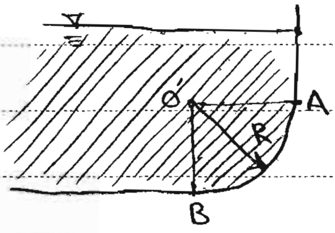

Patm
Patm
Patm

جداره‌ها اجازه نمی‌دهند Patm به سیال وارد شود ← پس فشار نسبی نیست.
↓
منشور

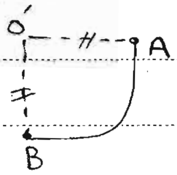
نیروی وارد بر سطوح غیرمسطح و انحنادار از طرف سیالات :

″ رابطه

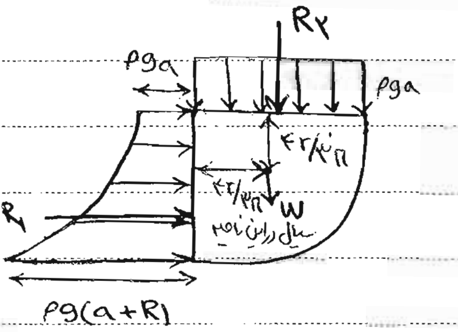
☒ ورق AB با مقطع ربع دایره که مطابق شکل داخل سیال قرار دارد در نظر گرفته شود.



ابتدا یک سری سطوح مسطح ناحیه اضافی را مسدود می کنیم :

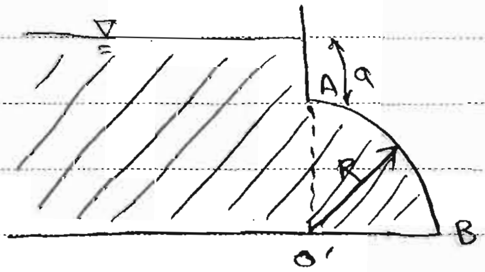


سپس رسم توزیع فشار :


R۲
ρga
ρga
۴R/۳π
۴R/۳π
W
R۱
سیال در این ناحیه
ρg(a+R)

$F_x = R_1 \rightarrow$

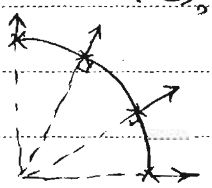
$F_y = R_2 + W \downarrow$

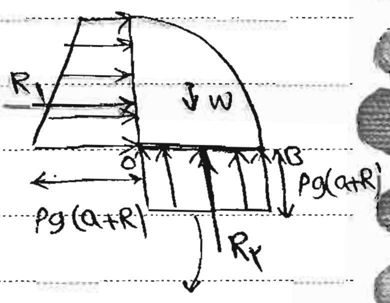


$F_x = R_1 \rightarrow$

$F_y = R_2 - W \uparrow$

چون :




A
R۱
W
O
B
ρg(a+R)
ρg(a+R)
R۲

از زمین به سیال فشار وارد می شود (عکس العمل فشار ذرات سیال بر زمین).

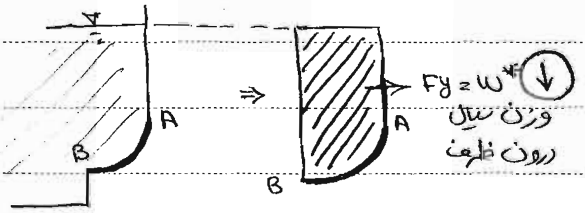
Fy Fx

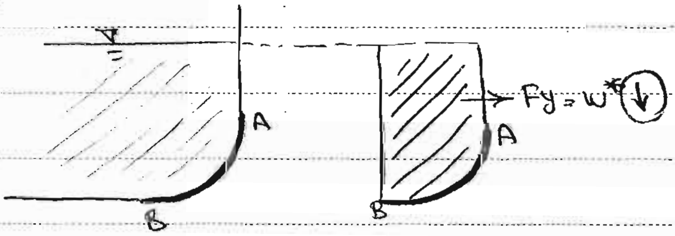
← در آخر برآیند نیروهای وارد به سمت راست و به سمت بالا خواهد بود.

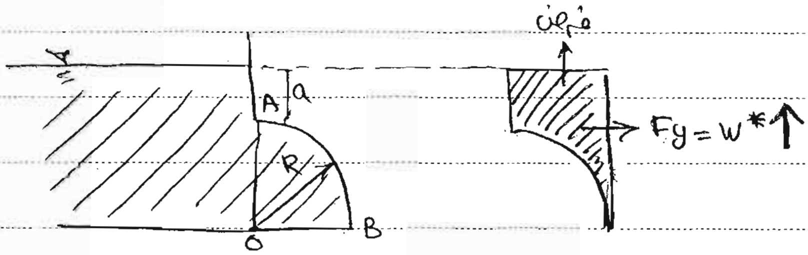
↑ →

نکته :

اگر فقط مؤلفهٔ قائم نیروی وارد بر سطوح مد نظر باشد، وزن مقدار سیال بالای سطح، معادل مؤلفهٔ عمودی خواسته شده است.

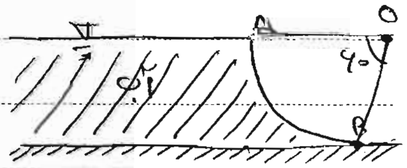

A
B
⇒
A
B
Fy = W* ↓
وزن سیال
درون ظرف




a
A
R
O
B
فرضی
Fy = W* ↑

* مقدار نیروی عمودی را ایفا = وزن سیالی که فرض می کنیم در بالای آن قرار دارد ولی جهت آن به سمت بالا خواهد بود.

۸۲ : نیروی قائم وارد بر دریچهٔ قطاعی شکل زیر با فرض عمود بر صفحه b=1m کدام است؟

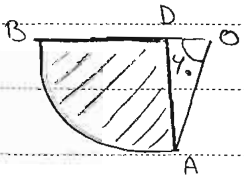


۱) ۱۵۰۴۱٫۲N

۲) ۱۵۰۶٫۳

۳) ۳۰۱۲٫۶

۴) ۴۰۱۶٫۸



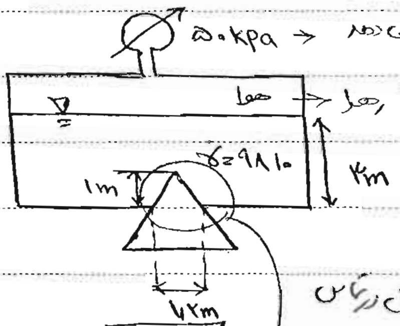
$$F_y = W_{ABD} = \overset{۹۸۱۰}{\gamma}\, b\, S_{ABD}$$

$$S_{ABD} = S_{\text{قطاع}} - S_{OAD} = \frac{۶۰}{۳۶۰}\times \pi R^۲ - \frac{۱}{۲}(R\cos ۶۰)(R\sin ۶۰)$$

مساحت قطاع با زاویهٔ ۶۰

Fy = ۳۰۱۲٫۶ ←

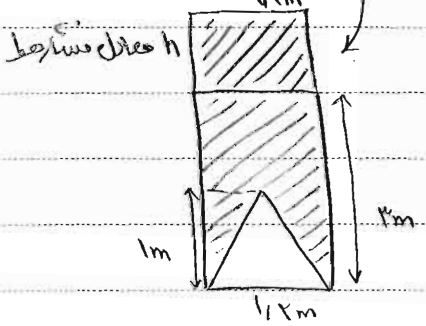
۸۱ : جسم مخروطی شکلی در انتهای مخزنی قرار دارد، مقدار نیروی عمودی وارد بر مخروط کدام است؟


۵۰kpa → فشار پیمانه‌ای را نشان می‌دهد
هوا → فشار اتمسفر < فشار هوا
γ=۹۸۱۰
۳m
1m
۱٫۲m

۱) ۷۲٫۲ kN
۲) ۸۶٫۱
۳) ۱۰۰٫۲
۴) ۱۲۳٫۴

مقدار اضافی فشار نسبت به فشار atm را h1 در نظر می‌گیریم (ارتفاع معادل هوا).

فقط قسمتی که با سیال در تماس است اهمیت دارد :

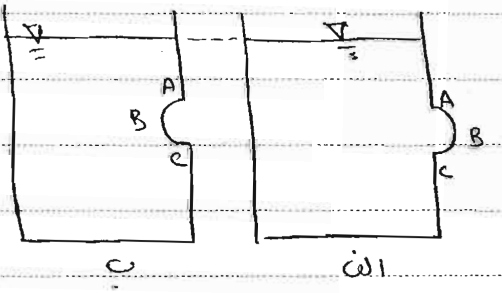

h معادل فشار هوا
۳m
1m
۱٫۲m

$$F_y = W^* = \gamma V^* = ۸۶۱۰۰\ N$$

$$V^* = V_{\text{استوانه}} - V_{\text{مخروط}}$$

$$= \frac{\pi(۱٫۲)^۲}{۴}\Big(\overset{\text{ارتفاع}}{(۳+۵٫۱)} - \tfrac{۱}{۳}(۱)\Big) = \dots$$

۷۵ : هندسه مخزن و دریچه‌های دایره‌ای در دو حالت الف و ب یکسان است، در مورد نیروی افقی وارد بر دریچه‌ها کدام گزینه صحیح است؟

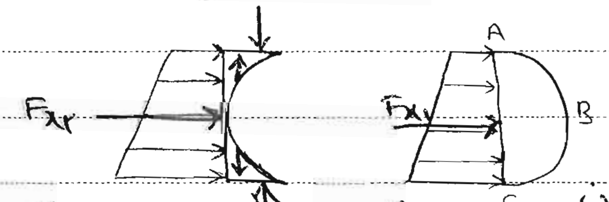

A
B
C
A
B
C
ب
الف

۱) از نظر کمیت مساوی ولی مختلف الجهت

۲) در حالت الف کوچکتر

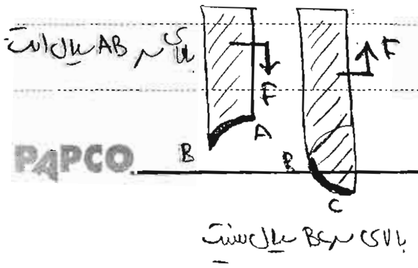
۳) در حالت الف بزرگتر

۴) از نظر کمیت و جهت یکسان ✓


F_{x2}
F_{x1}
A
B
حل از روش سیال بالای سر!

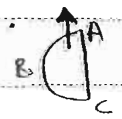
$F_{x2} = F_{x1}$ چون سطح یکسان، مقدار نیرو یکسان

توضیح : اگر سؤال در مورد نیروی عمودی صحبت می‌کرد، گزینه ۱ صحیح بود، چون:

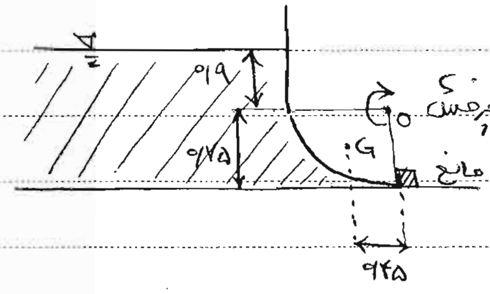

بالای سر AB سیال است
F
F
A
B
B
C
بالای سر BC سیال نیست

برآیند : (تفاضل) ⟹

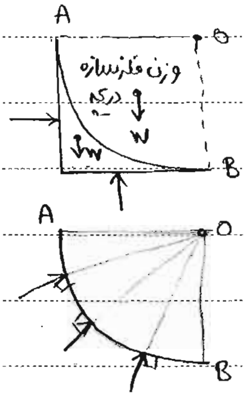
← چون مختلف الجهت‌اند.



☒ ۷۸ : برای باز کردن دریچهٔ قطاعی به وزن ۵۰۰kg به مرکز جرم G چه گشتاوری لازم است؟


۰/۹
۰/۲۵
O
محور چرخش
G
مانع
۰/۲۵

حول O گشتاور می‌گیریم:

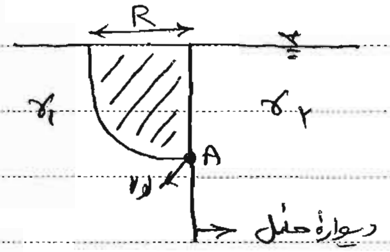

A
O
وزن فلز سازه دریچه
W
W
B
A
O
B

همهٔ این نیروها از O می‌گذرند
← گشتاورشان حول O = ۰

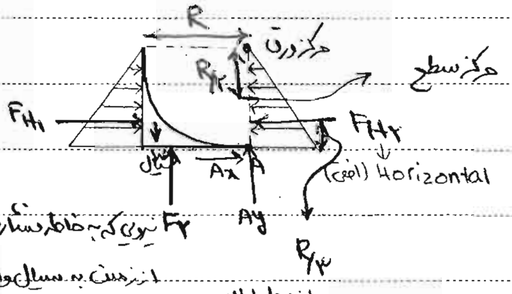
↲ گشتاور = گشتاور حاصل از وزن سازه ← $M = W_{\text{سازه دریچه}} \times ۰/۴۵ = ۵۰۰ \times ۹/۸ \times ۰/۴۵ = ...\ N.m$

☒ ۸۰ : یک دریچهٔ قطاعی به شکل ربع استوانه و به شعاع R در نقطهٔ A لولا شده است. با صرف نظر کردن از وزن دریچه برای برقراری تعادل، نسبت γ_1/γ_2 چقدر باید باشد؟

↲ تعادل دریچه را در نظر می‌گیریم


R
γ_1
γ_2
A
لولا
دیوارهٔ مفصل

۱) ۱
۲) ۲/۳
۳) ۳/۲
۴) ۱/۳


R
مرکز دوران
R/۲
مرکز سطح
F_{H1}
F_{H2}
(افقی) Horizontal
سیال
Ax
A
F۲
Ay
R/۳

$R_{1y} = F_2 - W_{\text{سیال}}$
$R_{1x} = F_{H1}$

F۲ نیرویی که به خاطر فشار سیال (طبق عکس العمل) از زمین به سیال وارد می‌شود.

از محل لولا به دریچه نیرو وارد می‌شود.

همواره اگر سیال با هندسهٔ دایره‌ای در تماس باشد گشتاور نیروی خارجی = ۰ چون همه از O می‌گذرند.

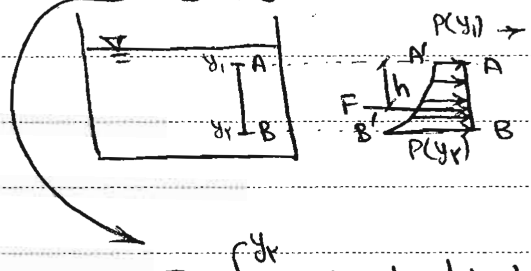
$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow F_{H1} \times R = F_{H2} \times R/3$$

$$[(\gamma_1 \times R/2)(R \times b)] \times R = [(\underbrace{\gamma_2 \times R/2}_{\text{فشار مرکز سطح}}) \times (R \times b)] \times R/3 \Rightarrow \gamma_1 = \gamma_2/3$$

* اینها همه ابتکاری است!!!

نیروی وارد بر سطوح از طرف سیال با چگالی متغیر :

دریچهٔ مسطح را با عرض ثابت b در جهت عمود بر صفحه در نظر بگیرید که درون سیالی با چگالی متغیر $\rho(y)$ قرار داشته باشد .



P(y₁) ← فشاری که در سطح y₁ داریم .

$$F = \int_{y_1}^{y_2} P(y) \times \underbrace{b \times dy}_{dA} = b \times S_{AA'BB'}$$

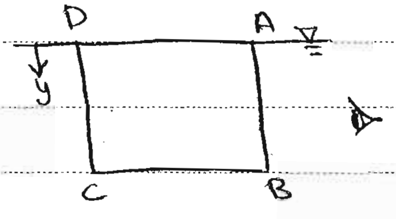
$$\nabla p = \rho(\vec{g} - \underset{\text{ساکن}}{\cancel{\vec{a}}})$$

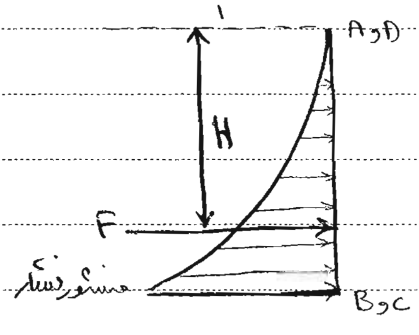
$$\frac{\partial P}{\partial y} = \rho(y) \times g \rightarrow \boxed{P(y) = \int_{y=0}^{y} \rho(y) g\, dy}$$

فشار در هر نقطه (y دلخواه) در سیالی با چگالی متغیر

محل اثر F از مرکز ناحیهٔ AA'BB' می‌گذرد $\rightarrow h = \dfrac{\int_{y_1}^{y_2} P(y)\, y\, dy}{\int_{y_1}^{y_2} P(y)\, dy}$

۸۴ ⓪ : دریچهٔ مربعی ABCD به ضلع 1m به صورت قائم در مایعی با وزن مخصوص $\gamma(y) = 10^4 + 1200y$ (N/m^3) ، قرار دارد ، گشتاور ناشی از نیروی وارد بر یک طرف دریچه حول لولای AB چقدر است؟



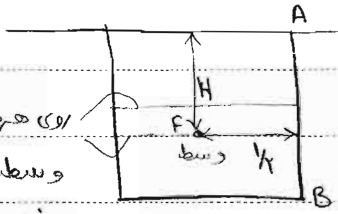


$P(y) = \int_0^y \gamma(y) dy = \int_0^y (10^4 + 1200y)\, dy = 10^4 y + 600 y^2$ توزیع فشار درون سیال

$$F = \int_{y_1}^{y_2} P(y) \underset{1}{b}\, dy = \int_0^1 (10^4 y + 600 y^2)\, dy = 5200$$

اگر لولا در A بود ، M = F×H اما در اینجا لولا (AB) مثل یک در عمل می‌کند و گشتاور حول AB :

پشت صفحه ←



روی هر خط، برآیند فشار در قسمت وسط می‌افتد چون روی یک خط، فشار ثابت است،

فاصله تا مرکز = $L/2$

$M_{AB} = F \times L/۲ = ۲۶۰۰$

۸۲: یک سد بتن آرمه به شکل گوشه با ارتفاع کم H و به عرض L و به طول واحد در یک زمین نفوذپذیر مطابق شکل احداث شده است. برای اینکه سد مطابق شکل در حال تعادل باشد، با صرف نظر کردن از وزن سد، نسبت L/H با کدامیک از روابط زیر برابر می‌گردد؟

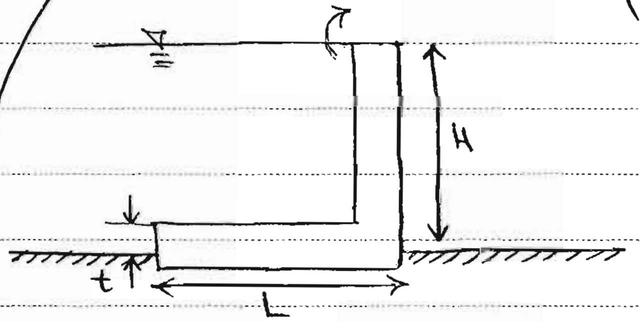
(بالای که سد L/H مینیمم چقدر باید باشد!)

۱) $L/H = \sqrt{۲}$

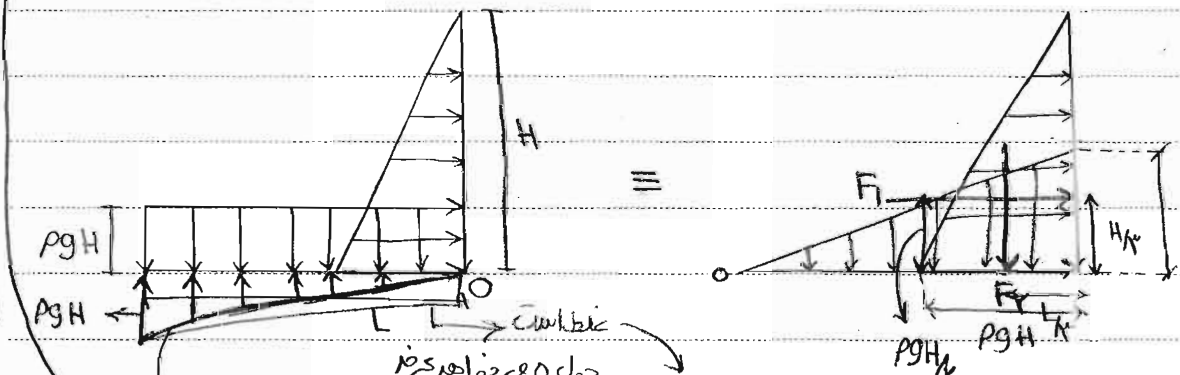
۲) $1/\sqrt{۲}$

۳) ۱ ✓

۴) $\sqrt{۳}/۲$



خاک گیرنده فشار



غلط است

حول O می‌خواهد بچرخد

چون راس (O) فشار باید صفر شود وگرنه آب می‌زند بیرون.

آب می‌تواند نفوذ کند ← زیر سطح هم فشار را اعمال می‌شود

و نفوذ به مرور کم می‌شود ← فشار کم می‌شود.

برای حل مسأله حادترین حالت را می‌گیریم یعنی ماکسیمم فشار در قسمت زیرین.

چون فشار از ناحیه زیر به واژگون شدن کمک می‌کند.

برای وجود تعادل

$\Sigma M_O = 0 \rightarrow F_1 \times H/۳ < F_۲ \times L/۳$

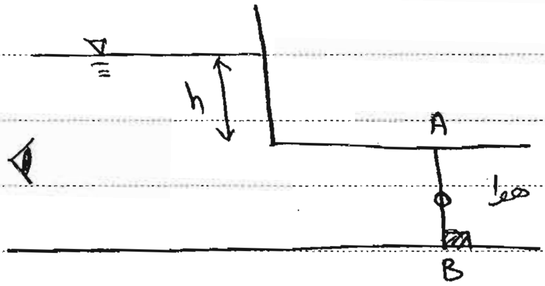
$\left[(\rho g H/۲) \times Hb\right] \times H/۳ < \left[\left(\frac{\rho g H}{۲}\right) \times L \times b\right] \times L/۳ \rightarrow H^۲ < L^۲ \rightarrow L/H > ۱$

فشار مرکز سطح × مساحت = معادل نیرو

فشار مرکز = فشار وسط

چون فشار نواحی پایین بیشتر است در صورتی می‌تواند اثر گشتاور حول لولای مرکزی کمتر باشد که از نظر مساحت مقدار کمتری را برایش ایجاد کرده باشیم (اگر مساحت‌ها برابر باشد مطمئن پیروز است که دریچه در جهت عقربه ساعت بچرخد و گشتاور قسمت پایین کمتر از قسمت بالایش شود).

☒ ۸۶: شکل زیر دریچه‌ای که با بالا آمدن آب به طور خودکار باز می‌شود را از روبه‌رو نشان می‌دهد. لولایی که باعث چرخش دریچه می‌شود در وسط آن قرار دارد. عرض دریچه در بالای لولا a و در پایین آن b است. نسبت a/b چقدر باشد تا وقتی که $h \geq L$ شود، دریچه باز نگردد؟



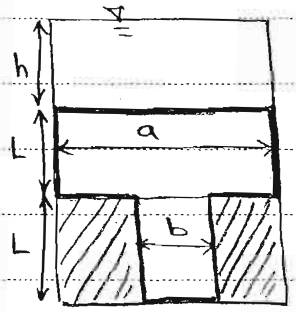
۱) $a/b \geq ۳/۲$

۲) $a/b \leq ۲$ ← هرگز دریچه باز نمی‌شود ✗

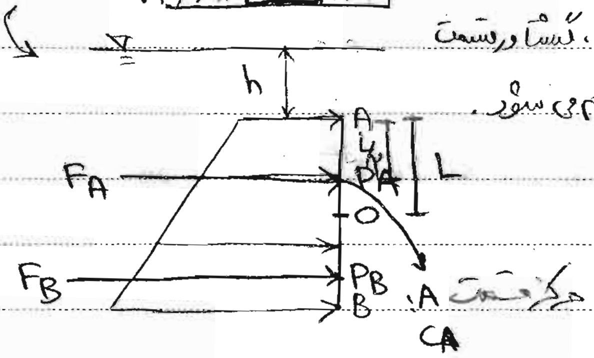
۳) $a/b \geq ۲$

۴) $a/b \geq ۲L$ ← یک طرف بعد دار و یک طرف نه ✗

به توزیع فشار و محل اثر نیرو دقت شود (استاتیک).



دریچه T شکل، خود به خود باز می‌شود چون به خاطر کمبود مساحت، گشتاور قسمت پایین کم می‌شود.



$$F_A = P_{CA} A_A = \rho g (h + L/۲)(La)$$

$$y_{P_A} = y_{CA} = \frac{\bar{I}_{xx}}{A y_{CA}} (h + L/۲) + \frac{۱/۱۲\, a L^۳}{(La)(L + L/۲)}$$

$$F_B = P_{CB} A_B = \rho g \left(h + \frac{۳L}{۲}\right)(Lb)$$

$$y_{P_B} = \left(h + \frac{۳L}{۲}\right) + \frac{۱/۱۲\, b L^۳}{(Lb)\left(h + \frac{۳L}{۲}\right)}$$

بازشدن $\Rightarrow F_A\left[(h+L) - y_{P_A}\right] \geq F_B\left[(y_{P_B} - (h+L)\right]$

$$\left(h + L/۲\right) a\left[L/۲ - \frac{L^۲}{۱۲(h + L/۲)}\right] \geq \left(h + \frac{۳L}{۲}\right) b\left[L/۲ + \frac{L^۲}{۱۲\left(h + \frac{۳L}{۲}\right)}\right]$$

آستانهٔ باز شدن جایی است که برای اولین بار $h = L$ است (سخت‌ترین شرایط).

$$h = L \rightarrow \left(\frac{۳L}{۲}\right) a\left[\frac{۸}{۱۸}L\right] \geq \left(\frac{۵L}{۲}\right) b\left[\frac{۱۶}{۳۰}L\right] \rightarrow \boxed{a/b \geq ۲}$$

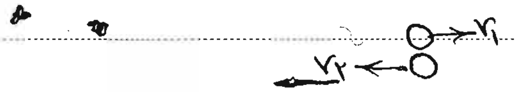
PAPCO

بخش ۵ : معادله‌ی برنولی و رابطه‌ی پیوستگی :

دو ذره‌ی سیال را در نظر بگیرید که با سرعت‌های V_1 و V_2 حرکت می‌کنند. (۲ ذره روی هم لغزنده می‌شوند) و سیال چسبنده است.

ذرات سیال در برابر این لغزش به علت وجود لزجت، مقاومت می‌کنند.

یعنی می‌خواهند در کنار هم بمانند ← تنش برشی به وجود می‌آید



ذره دوم نمی‌خواهد که ذره‌ی اول دور شود از این رو با حرکت ذره‌ی اول مقاومت می‌کند و طبق عکس العمل ذره‌ی اول هم با حرکت ذره‌ی دوم مقابله می‌کند ← ایجاد تنش برشی

تنش برشی = ۰ ← عدم لغزش

لزجت سیال = ۰ (سیال فاقد چسبندگی)

← بسیار کم است.

← یعنی ۳ دایره‌ی مورد مثال آن یک نقطه شده است.

چه موقع تنش ← دیگر به هیچ وجه لغزنده از یک نقطه یکسان است؟

* در سیال دارای لزجت برابر صفر معادله‌ی دیفرانسیل حاکم بر حرکت ذرات عبارت است از:

← تنش برشی = ۰

$$\boxed{\rho \vec{g} - \nabla p = \rho\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)} \quad (۱-۵)$$

← شتاب ($\vec{a}$)

که به معادله‌ی اویلر معروف است.

در واقع همان معادله‌ی (۲-۱) است:

$\nabla p = \rho (g-a)$.

که در واقع تنش برشی را به هیچ وجه صفر در نظر گرفته‌ایم یعنی لغزش نداشته‌ایم چون مطلب در نظر گرفته‌ایم.

جریان پایدار دائمی یا Steady جریانی است که پارامترهای مختلف آن با گذشت زمان در هر نقطه دلخواه تغییر نکند :

$F(x, y, z, t)$

نقطه دلخواه ←

$$\frac{\partial F(\overset{\text{ثابت}}{x, y, z}, t)}{\partial t} = 0$$

با تغییر t، F تغییر نکند :

در شرایط پایداری می‌توان از معادله اویلر فرم دیفرانسیلی معادله برنولی را به صورت زیر نتیجه گرفت :

فرم دیفرانسیلی برنولی در شرایط پایدار

$$\frac{dp}{\rho} + d\left(\frac{v^2}{2}\right) + d(gz) = 0 \qquad (۵-۲)$$

فرض شود ~~[illegible]~~ است (ρ در هر زمان و در همه نقاط یکسان باشد)، اگر ذره سیال ابتدا در نقطه ۱ باشد و سپس

← حجم با فشار تغییر نمی‌کند جرم هم که همیشه ثابت است

به نقطه ۲ برود، انتگرال گیری از رابطه (۵-۲)، معادله برنولی را به صورت زیر نتیجه می‌دهد :

$$\boxed{\int: \frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + gz_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + gz_2 = \underset{\text{cte ثابت}}{C}}$$

رابطه برنولی هم موقعی برقرار است : پایداری + لزجت = ۰ + تراکم ناپذیری

رابطه برنولی اساساً مشابه با اصل بقای انرژی است .

انرژی سیال — جنبشی

پتانسیل ثقلی

فشاری (به واسطه فشار درون سیال انرژی ذخیره شده) .

که جمع این ۳ انرژی ثابت است و به همین علت می‌گوییم لزجت = ۰

← چون اگر نباشد، اصطکاک داریم و بخشی از انرژی به حرارت تبدیل می‌شود

صورت دیگری از معادله برنولی :

برنولی : $\frac{P}{\rho g} + \frac{1}{2}\frac{v^2}{g} + z = C$ (۵-۴)

h_P: هد فشار : انرژی واحد وزن سیال ناشی از فشار

h_v: هد سرعت

h_z: هد ارتفاع

* هد پیزومتریک : $h_z + h_p$

$p + \frac{1}{2}\rho v^2$: فشار سکون → اگر سیال ساکن شود، این فشار درست پیدا می‌کند.

$\frac{1}{2}\rho v^2$: فشار دینامیکی

$$\boxed{p_2 = p + \frac{1}{2}\rho v^2}$$

وقتی $v_2 = 0$

p : فشار استاتیکی

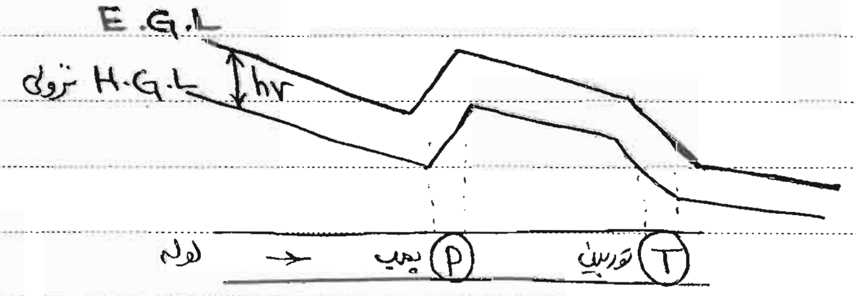
(ایستایی) ← همان فشار معمولی ≠ فشار سکون

$p_1 = p$

$v_1 = v$

اگر ابتدا هد پیزومتریک $(h_p + h_z)$ را در مسیری از جریان رسم شود، ~~خطی~~ حاصل خط گرادیان هیدرولیکی H.G.L نامیده می‌شود.

" هد کل $(h_p + h_z + h_v)$ " " " خط گرادیان انرژی E.G.L " .



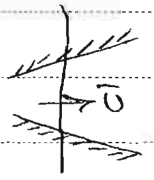
سطح انرژی سیال پایین می‌آید ← انرژی می‌گیرد.

انرژی می‌دهد.

← سطح انرژی سیال بالا می‌رود.

* اگر قطر در همه جای لوله یکسان باشد، hv ثابت است.

اگر جریان سیالی با سرعت متوسط $\bar{U}$ از مقطعی به مساحت A عبور کند، ~~[illegible]~~ (Q) برابر است با :

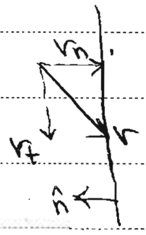


$Q\,(m^3/s)$

$$\boxed{Q = \bar{U}A} \quad (۵-۵)$$

حجمی از سیال که در واحد زمان گذر کرده = Q

اگر سرعت ۲ برابر شود حجم عبوری از مقطع ۲ برابر می‌شود.



$$Q = v_n A = (\vec{v} \cdot \hat{n})A$$

~~[illegible]~~ $(\dot{m})$: جرمی که در واحد زمان از سطحی گذر می‌کند : (Kg/s)

$$\boxed{\dot{m} = \rho Q = \rho \bar{U} A} \quad (۶-۵)$$

اگر در مورد دبی صحبت شود دبی حجمی مورد نظر است.

$\propto$

* رابطهٔ پیوستگی :

همان رابطهٔ بقای جرم است که فرم دیفرانسیلی آن عبارت است از :

فرم دیفرانسیلی پیوستگی (بقای جرم) :

همواره برقرار

$$\boxed{\frac{\partial(\rho U_x)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho U_y)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho U_z)}{\partial z}+\frac{\partial \rho}{\partial t}=0} \quad (۵-۷)$$

همیشه

$$\nabla\cdot(\rho\vec{U})+\frac{\partial \rho}{\partial t}=0 \quad (۵-۸)$$

واگرایی $\rho\vec{U}$

اگر سیال غیرقابل تراکم باشد ← ρ ثابت ← $\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t}=0}$

$$\boxed{\nabla\cdot\vec{U}=\frac{\partial U_x}{\partial x}+\frac{\partial U_y}{\partial y}+\frac{\partial U_z}{\partial z}=0} \quad (۵-۹)$$

(۵-۷)
↑

رابطهٔ پیوستگی چه موقع برقرار است ؟ همیشه ، چون اصل بقای جرم است .

▨ ۷۴ : اگر در سیالی غیرقابل تراکم ، مولفهٔ افقی سرعت $U_x=2x+5y$ باشد ، U_y کدام است ؟ (جریان دو بعدی است)

$\frac{\partial U_x}{\partial x}=2$

۱) $7-2y+c$

۲) $2x-5y+c$

۳) $2x-5y$

۴) $-5x+c$

سیال غیرقابل تراکم : $\nabla\cdot\vec{U}=\frac{\partial U_x}{\partial x}+\frac{\partial U_y}{\partial y}+\frac{\partial U_z}{\partial z}=0 \xrightarrow[\frac{\partial U_x}{\partial x}=2]{\frac{\partial U_z}{\partial z}=0\ (\text{دو بعدی})} \frac{\partial U_y}{\partial y}=-2$

$\int : U_y=-2y+F(x)$

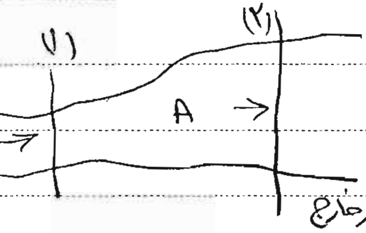
* فرم غیردیفرانسیلی معادلهٔ پیوستگی :

برای جریان پایدار صورتی از یک حجم ابن صورت قابل بیان است که : بایستی دبی جرمی گذرنده از هر دو مقطع دلخواه برابر باشد :

▨ فرم غیردیفرانسیلی معادلهٔ پیوستگی :

جریان پایدار

$$\begin{cases}\boxed{\dot{m}_1=\dot{m}_2}\\ \rho_1 Q_1=\rho_2 Q_2\\ \rho_1\bar{U}_1 A_1=\rho_2\bar{U}_2 A_2\end{cases}$$



چگالی و فشار و تراکم و ... در مقطع A نسبت به زمان ثابت است (نه مکان) $\propto$

← هر دبی جرمی که وارد شود از طرف دیگر خارج می شود .

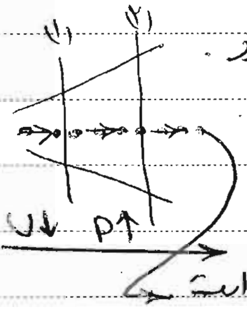
اگر چگالی در مقاطع ۱ و ۲ یکسان باشد ; $\rho_1=\rho_2$

چگالی ثابت (غیرقابل تراکم) :
$$\begin{cases}Q_1=Q_2\\ \bar{U}_1 A_1=\bar{U}_2 A_2\end{cases}$$

جریان سیال ایده‌آل (غیرقابل تراکم + غیرلزج) را در مسیری افقی و واگرا در نظر بگیرید:

$\mu = 0$

ρ ثابت



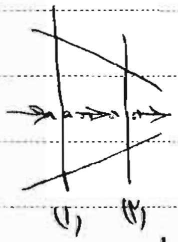
سطح زیاد شده، چون دبی ثابت است، سرعت باید کم شود.

$$A_2 > A_1 \xrightarrow[\text{دیفرانسیلی}]{\text{پیوستگی غیر}} V_1 > V_2 \xrightarrow{\text{برنولی}} P_1 < P_2$$

انرژی جنبشی کم شده چون ارتفاع ثابت است فشار باید زیاد شود.

← ارتفاع وسط‌شان به طور متوسط ثابت است

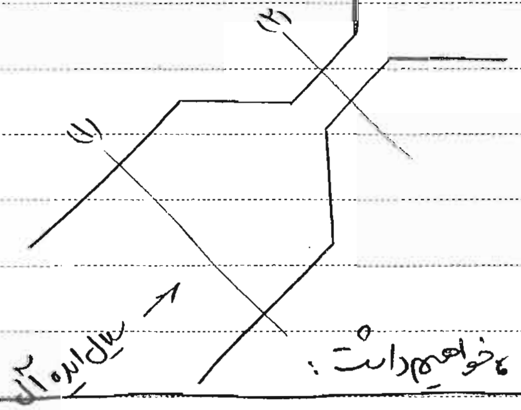
در مسیر واگرا: فشار کمتر $\xrightarrow{\text{جریان از:}}$ فشار بیشتر



$$A_2 < A_1 \xrightarrow{''} V_1 < V_2 \xrightarrow{''} P_2 < P_1$$

در مسیر همگرا: فشار بیشتر $\xrightarrow{\text{جریان}}$ فشار کمتر

جریان شکل زیر در نظر گرفته شود:



پیوستگی: $V_1A_1 = V_2A_2$ (a)

برنولی: $P_1/\rho g + z_1 + V_1^2/2g = P_2/\rho g + z_2 + \frac{V_2^2}{2g}$ (b)

اگر V_2 از رابطه (a) برحسب V_1 نوشته شود و در رابطه (b) قرار گیرد، خواهیم داشت:

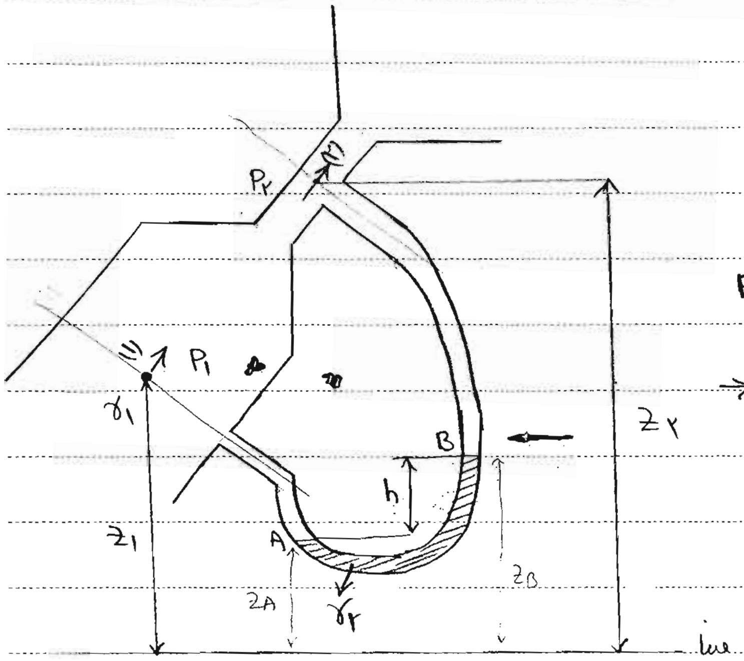
$$* \quad \boxed{V_1 = \sqrt{\frac{2g\left[\frac{P_1-P_2}{\gamma}+z_1-z_2\right]}{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2-1}} = \sqrt{\frac{2g\left[\text{تفاوت هد پیزومتریک}\right]}{\left(A_1/A_2\right)^2-1}}} \rightarrow h\left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1}-1\right)$$

بنابراین با اندازه‌گیری تفاوت هد پیزومتریک در دو مقطع ۱ و ۲ و داشتن مشخصات هندسی می‌توان V_1 و سپس دبی جریان را محاسبه کرد. (برای محاسبه دبی به طور غیرمستقیم عمل شده که ابتدا سرعت محاسبه شده و بعد در سطح مقطع ضرب شده و دبی به دست می‌آید)

PAPCO

وانتوری متر: دبی سنج

دبی سنجی است که براساس مطالب بیان شده عمل می کند:



$\gamma_1 z_1 - \gamma_1 z_A$ $\qquad$ $-\gamma_1 z_2 + \gamma_1 z_B$

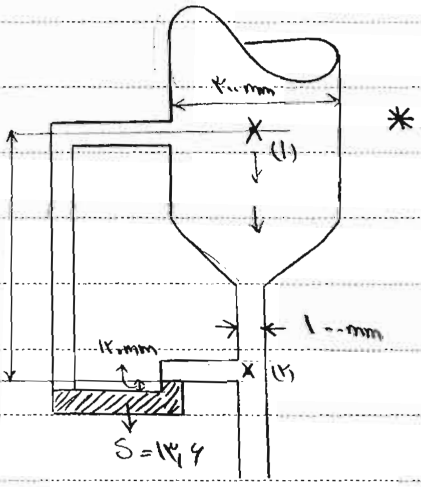
$$P_1 + \gamma_1(z_1 - z_A) - \gamma_2 h - \gamma_1(z_2 - z_B) = P_2$$

$$\rightarrow P_1 - P_2 + \gamma_1(z_1 - z_2) = \gamma_2 h + \gamma_1(\underbrace{z_A - z_B}_{-h})$$

$$\rightarrow \boxed{\underbrace{\frac{P_1 - P_2}{\gamma_1} + (z_1 - z_2)}_{} = h\left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1} - 1\right)}$$

[illegible]

۸۰:
▨ روغنی با S=۰/۹ مطابق شکل جریان دارد، دبی کدام است؟



* نقاط را در جایی می گیریم که مقطع عوض شود + در مسیر سیال باشد + γ عوض نشود *

γ۲: مانومتریک

$$h: \text{تفاوت هد پیزو ۱ و ۲} \quad h\left(\frac{\overset{\text{مانومتریک}}{\gamma_2}}{\gamma_1} - 1\right) = 0/12\left(\frac{13/6}{0/9} - 1\right) = 1/7\,\text{m}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{300}{100}\right)^2 = 9$$

برای سهولت

$$V_1 = \sqrt{\frac{2g(1/7)}{(9)^2 - 1}} = 0/64$$

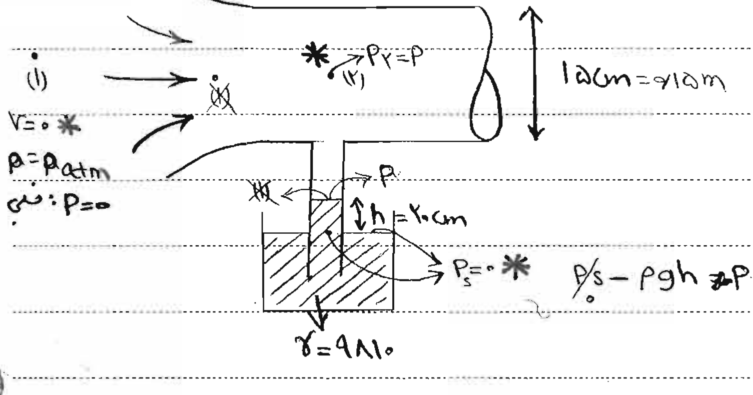
$$Q = V_1 \times A = 0/64 \times \frac{\pi \times 0/3^2}{4} = 0/046\ \text{m}^3/\text{s}$$

۱) ۳۳ L/s
۲) ۴۵
۳) ۴۶
۴) ۹۲

∝

☒ ۷۳ : در ترکیبی هوای ورودی یک کمپرسور هوا، مانومتری مطابق شکل نصب شده است، دبی هوای مکیده شده توسط کمپرسور کدام است؟ ($\gamma_{air}=10.8\ N/m^3$)

اول باید سرعت را حساب کنی ← برنولی



هرگاه سرعت و فشار در جریان را خواستند ← رابطه برنولی

(توجه شود که بین کدام ۲ نقطه برنولی نوشته شود)

از ۲ نقطه یکی را حتماً جایی انتخاب می‌کنیم که مجهول است.

$\cancel{P_s}^{0} - \rho g h = P \rightarrow P = -\gamma_w \times 0.2 = -9810\times 0.2$

$P = P_2$ ←

$P_1 = 0$

$V_1 = 0 \rightarrow$ چرا ∝

$z_1 = z_2$

$$\frac{\cancel{P_1}^{0}}{\gamma_{air}} + \frac{\cancel{V_1^2}^{0}}{2g} + \cancel{z_1} = \frac{\overset{-9810\times0.2}{P_2}}{\underset{10.8}{\gamma_{air}}} + \frac{V_2^2}{2g} + \cancel{z_2} \rightarrow V_2 = 59.7$$

$P_2 = -\gamma_w \times 0.2 = -9810\times 0.2$ A∝ دارد؟

$Q = V_2 \times \pi/4 \times 0.15^2 = 1.054\ m^3/s$

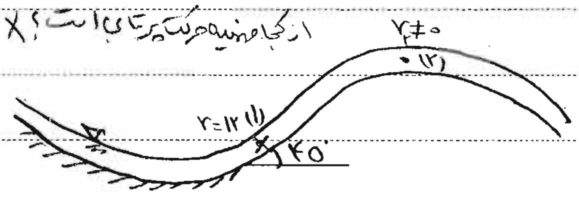
$\frac{V}{C} < 0.3$ تراکم ناپذیر

C: سرعت صوت

☒ ۷۴ : آب از سرریز سدی مطابق شکل با سرعت $12\ m/s$ به هوا پرتاب می‌شود، با صرف نظر از اصطکاک هوا روی جت، ماکسیمم ارتفاعی که جت بالا می‌رود کدام است؟

← (باریکه سیال در هوای آزاد)

از کجا مشخص حرکت پرتابی است؟ X



حرکت پرتابی، شامل مجموع مولفه افقی و عمودی:

$V_x =$ ثابت $a_x = 0$

$a_y = g$

$V_1 = 12$

$P_1 = P_2 = 0$ در ارتباط با هوا

$z_2 - z_1 = ?$

ذرات سیال با ذرات جامد در هوای آزاد فرقی ندارند.

چون در حرکت پرتابی V_x ثابت است.

$V_2 = |\vec{V_2}| = \underline{V_{2x} = V_{1x}} = \underset{V_1}{12} \times \cos 45°$

برنولی بین ۱ و ۲ : $z_2 - z_1 = \frac{1}{2g}(V_1^2 - V_2^2) = 3.67\ m$

☒ ۷۹ : در یک خط لوله آب، در مقطعی به قطر ۲۰۰mm سرعت جریان ۴m/s و فشار ۳۵۰kpa است، در نقطه‌ای ۱۲m پایین‌تر، قطر لوله به ۱۰۰mm کاهش پیدا می‌کند. فشار در این نقطه چقدر است؟

برنولی بین ۱ و ۲ : $\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+\overset{12}{\cancel{Z_1}}=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+\underset{0}{\cancel{Z_2}}$

* $\dot{m}_1=\dot{m}_2 \xrightarrow[\text{چگالی}]{\rho\ \text{ثابت}} \boxed{Q_1=Q_2\rightarrow V_1D_1^2=V_2D_2^2}\rightarrow V_2=\left(\frac{200}{100}\right)^2 V_1\rightarrow V_2=4V_1$ و $V_1=4\rightarrow V_2=16.$

چرا از کجا رسیده از این فرمول استفاده کنیم؟ ما همیشه جریان را پایا فرض می‌کنیم؟ اگر چیزی نگوید؟

$Z_1-Z_2=12$

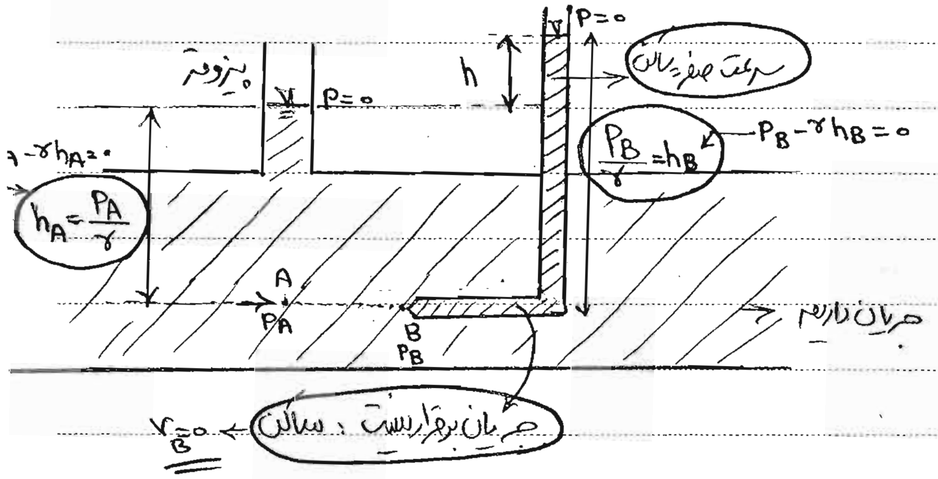
$P_1=350\times10^3$

$V_1=4$

$\rightarrow P_2=347.7\times10^3\ \text{pa}$

لوله پیتوت : سرعت یک نقطه ← جلوتر از آن نقطه قرار می‌دهیم.

هدف: اندازه‌گیری سرعت در نقطه A است، لوله پیتوت کمی جلوتر از نقطه A قرار داده می‌شود:


پیزومتر
P=0
h
P=0
سرعت صفر: ساکن
$P_B-\gamma h_B=0$
$\frac{P_B}{\gamma}=h_B$
$P_A-\gamma h_A=0$
$h_A=\frac{P_A}{\gamma}$
A
P_A
B
P_B
جریان داریم
جریان برقرار نیست : ساکن
$V_B=0$

اختلاف ارتفاع در پیزو B با پیزو A

برنولی بین A و B : $V_B=0$, $Z_A=Z_B$ $\rightarrow \frac{V_A^2}{2g}=\underbrace{\frac{P_B-P_A}{\gamma}}_{h}\rightarrow \boxed{V_A=\sqrt{2gH}}$

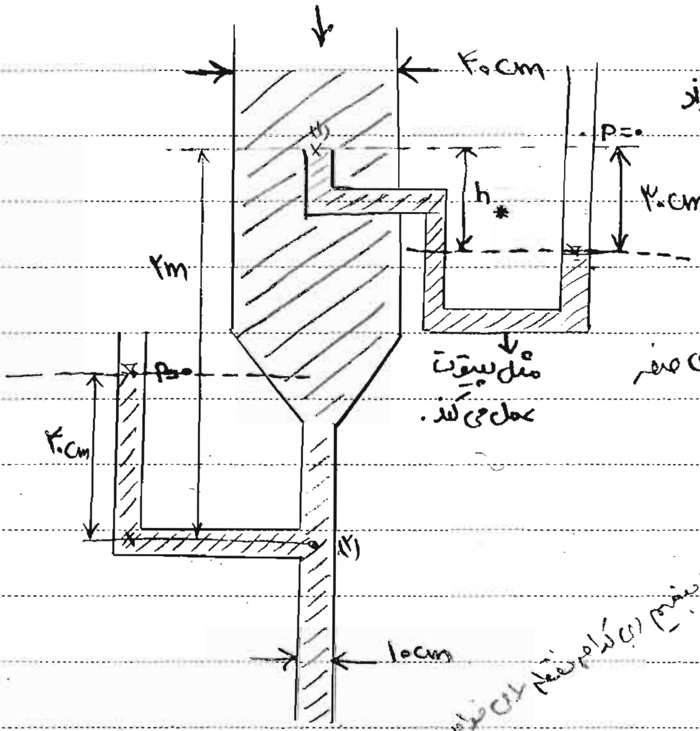
$\frac{P_A}{\gamma}+\frac{V_A^2}{2g}+\cancel{Z_A}=\frac{P_B}{\gamma}+\cancel{\frac{V_B^2}{2g}}^{0}+\cancel{Z_B}\rightarrow\frac{V_A^2}{2g}=\frac{P_B-P_A}{\gamma}\rightarrow V_A=\sqrt{2g\frac{(h_B\cancel{\gamma})-(h_A\cancel{\gamma})}{\cancel{\gamma}}}=\sqrt{2gh}$

☒ ۷۸: با توجه به شکل دبی جریان آب چقدر است؟

شکل و حل در صفحه بعد ←

$P_1 + \gamma_w h_* = 0$

دبی ← سرعت حساب شود ← برنولی



نسبت به سطح آزاد محاسبه شوند.

$P_1 = -\gamma_w \times 0/3$

$P_2 = \gamma_w \times 0/4$

$z_1 - z_2 = +2/0\ m$

$V_1 = 0$

مثل لوله پیتوت سرعت در دهانه ورودی صفر می شود.

برنولی بین ۱ و ۲: $\to V_2 = 5$

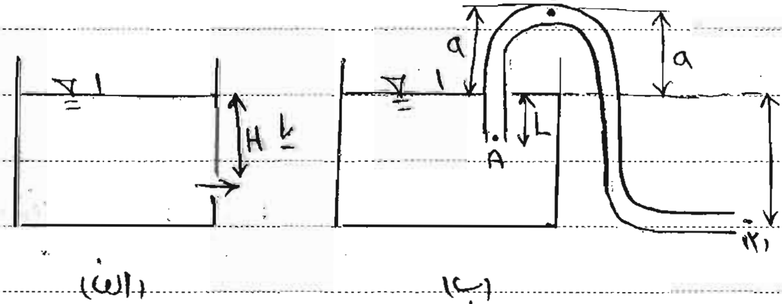
$Q = V_2 \times \pi \times \frac{0/10^2}{4} = 0/04$

از کجا بفهمیم این کدام مقطع را می خواهد؟

!! سرعت و دبی: برنولی !!

مثل لوله پیتوت: $V = \sqrt{2gh}$

اگر سیال داخل مجری به طرف فضای بیرون راه پیدا کند و از کلیه افت ها صرف نظر شود، رابطه برنولی بین نقاط ۱ و ۲ به سادگی نتیجه می دهد:



در هر دو:

$P_1 = P_2 = 0$

$V_1 \simeq 0$ چون خیلی بزرگ کندی آب از دست می دهد؛ مثل لیوان و ... نیست.

$z_1 - z_2 = H$

$\to V_2 = \sqrt{2gH}$

* توجه: نقاط یک طرف از سطح آزاد روی یک خط هم اند (اصل بقای انرژی)

← با سطح آزاد کار می کنیم و نسبت به آن سطح خروجی را می سنجیم.

* توجه: فشار در شکل ب، $P_A \neq \rho g L$ (چون سرعت ذره از سطح تا مقطع A در حال تغییر است پس شتاب داریم)

طبق پیوستگی اگر قطر ثابت باشد سرعت ثابت است.

ادامه: ←

PAPCO

برنولی بین A و ۲ :

قطر ثابت $V_A = V_2$

$P_2 = 0$

$Z_A - Z_2 = H - L$

$\rightarrow P_A = \rho g(L-H)$

$$\frac{P_A}{\gamma} + \cancel{\frac{V_A^2}{2g}} + \underbrace{Z_A}_{H-L} = \overset{0}{\cancel{\frac{P_2}{\gamma}}} + \cancel{\frac{V_2^2}{2g}} + \underset{0}{\cancel{Z_2}}$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = L-H \Rightarrow P_A = \underset{\rho g}{\gamma}(L-H)$$

مانند سیال ساکن شده چون سرعت ثابت است $(a=0)$

اگر $H>L$ ، فشار نقطهٔ A منفی است.

H باید زیر سطح آزاد باشد تا جریان به وجود آید، ولی لازم نیست زیر A باشد. ✱✱

نقطهٔ B دارای کمترین فشار در سیفون است (چون سرعت درون لوله ثابت، پس هر نقطه با ارتفاع بیشتر مجبور است انرژی فشاری کمتری داشته باشد)، و همواره منفی است.

برنولی بین B و ۲ : $V_B = V_2$

$P_2 = 0$

$Z_B - Z_2 = H + a$

$\rightarrow P_B = -\rho g(a+H)$

P_B همیشه منفی است؛

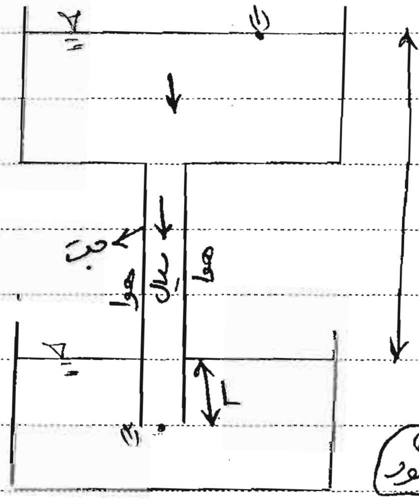
(یعنی مطلق آن از atm کمتر است).

حفره = cavity

اگر مقدار طول a بیش از حد زیاد باشد به طوری که P_B آن قدر کم شود که به فشار بخار یا فشار کاویتاسیون برسد، تبخیر صورت گرفته و عملکرد سیفون مختل می‌شود. (هرچه سرعت بیشتر شود، ارتفاع a باید کمتر در نظر گرفته شود).

در شکل زیر:

در هنگام تخلیه به اندازهٔ H انرژی‌اش کم می‌شود



برنولی بین ۱ و ۲ : $P_1 = 0$

$V_1 \simeq 0$

$P_2 = \rho g L$

$Z_1 - Z_2 = H + L$

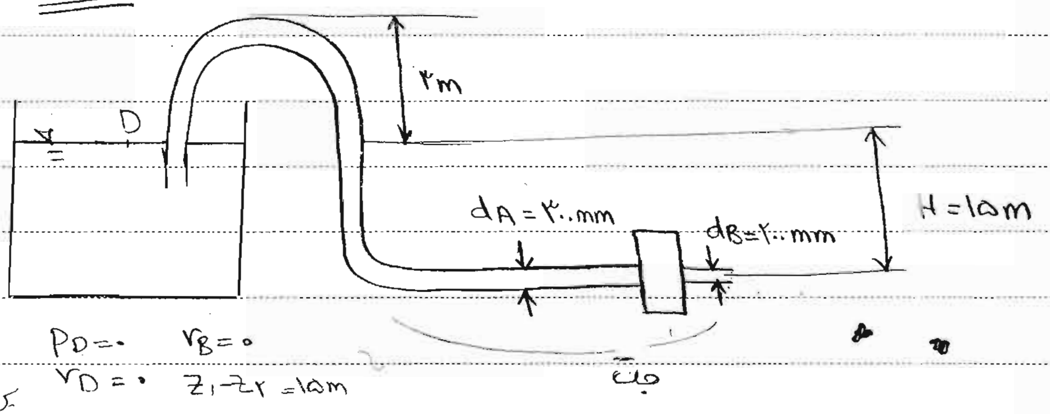
$\rightarrow V_2 = \sqrt{2gH}$

فشار جت خروجی به هر محیطی که وارد می‌شود برابر فشار آن محیط می‌شود

$\leftarrow P_2 = \rho g L$:(فشار نقطهٔ ۲)

Subject: ۴۹ ماده
Year. Month. Date. ( )

☒ ۲۹: جریان سیال از طریق سیفون برقرار است، با صرف‌نظر از کلیه افت‌ها سرعت و دبی جریان خروجی کدام است؟



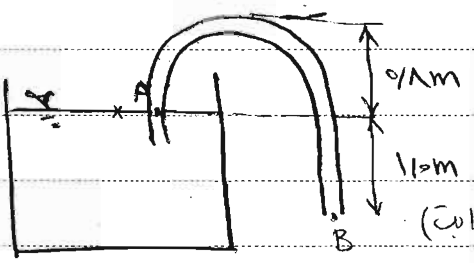
$P_D = ۰$ $v_B = ۰$
$v_D = ۰$ $Z_۱ - Z_۲ = ۱۵m$

برنولی بین D و B:

$$V_{خروجی} = V_B = \sqrt{۲gH} = ۱۷/۲ \ m/s$$

$$Q = V_B A_B = V_B \times \pi \times \frac{۰/۲^۲}{۴} = ۰/۵۴ \ m^۳/s = ۵۴۰ \ lit/s$$

☒ ۸۳: با صرف‌نظر از کلیه افت‌ها، فشار مطلق در مقطع A کدام است؟ (قطر سیفون ثابت است).



$v_A = ۰$

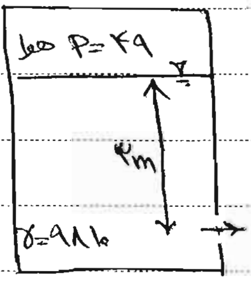
وقتی D ثابت است v ها برابرند (Q ثابت)
$\rightarrow v_B = ۰$

۱) $P_{atm} - \gamma$
۲) $۰/۸\gamma$
۳) $P_{atm} - ۰/۲۵\gamma$
۴) $P_{atm} + ۰/۸\gamma$

برنولی بین A و B $\xrightarrow{v_A = v_B = ۰} P_A = P_B - \gamma \times ۱ \rightarrow P_A = P_{atm} - \gamma$

در برنولی نسبت به اینکه چه فشاری می‌خواهد ۲ طرف رابطه را یا نسبی می‌گذاریم یا مطلق.

☒ ۷۳: خوانش فشارسنج ۴۹kpa است سرعت در روزنه خروجی با صرف‌نظر از کلیه افت‌ها کدام است؟



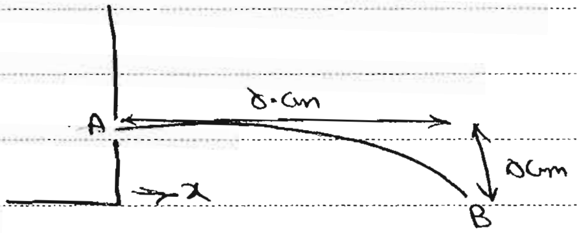
$P = \gamma h$

$$h_{معادل فشار هوا} = \frac{۴۹ \times ۱۰^۳}{۹۸۱۰} \simeq ۵$$

$$V_{خروجی} = \sqrt{۲g(۳+۵)} = ۱۲/۵ \ m/s$$

مهم سیالی است که دارد بیرون می‌ریزد،
پس هرچه روی آب بود را به ارتفاع آب
تبدیل می‌کنیم (هوا، روغن، جیوه و...)

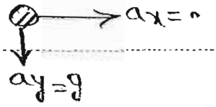
☒ ۸۰ : از روزنه‌ای به قطر ۲cm آب از مخزن خارج می‌شود. دبی خروجی کدام است؟



ترکیبی از حرکت افقی و حرکت عمودی ← حرکت پرتابی

عمودی ↑ با شتاب برابر g

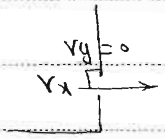
افقی ← با شتاب ۰ ، ثابت v_x



جابجایی $d = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

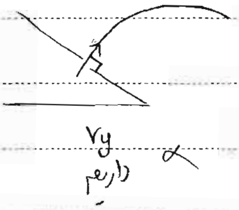
$$d_x = v_x t + 0 \ (a=0) \rightarrow 0.5 = v_x t \rightarrow v_x = 5\ m/s$$

$$d_y = \overset{v_y t}{0} + \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow 0.05 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \rightarrow t = 0.1\ s$$

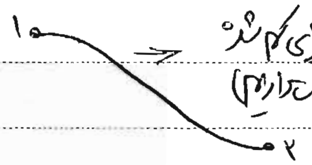


← چون به صورت عمود خارج می‌شود

$$Q = 5 \times \frac{\pi}{4} \times 0.02^2 = 1.56 \times 10^{-3}\ m^3/s$$



اگر سطح ۱ در بالادست جریان مایل و سطح ۲ در پایین دست جریان واقع باشد و بدانیم هدافت انرژی از سطح ۱ به ۲ برابر h_p است آن گاه:



در مسیر انرژی کم شده (افت داریم)

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 > \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

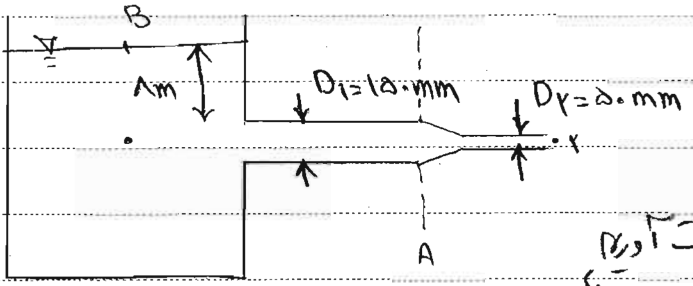
$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 + h_p = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_f + h_T$$

برنولی اصلاح شده:
(افت داریم)

اگر در مسیر توربین قرار دهیم چون توربین هم مقداری مصرف می‌گیرد در قسمت دوم اضافه می‌شود. (h_T) و اگر پمپ بگذاریم سطح انرژی ذره بالا می‌رود ← در قسمت اول اضافه می‌شود (h_p)

(شیپوره، افشانک): جریان را همگرا می‌کند

۸۱ ☒ : اگر ارتفاع سطح انرژی تلف شده تا مقطع برابر $\frac{۵V_۱^۲}{۲g}$ و در نازل (Nozzle) برابر $\frac{۰/۰۵V_۲^۲}{۲g}$ باشد، دبی سیستم کدام است؟


B
۸m
D₁=۱۵۰mm
D₂=۵۰mm
۲
A

سرعت جایی را که قطرش را می‌دانیم باید بدست آوریم

$$Q = V \times \text{سطح مقطع}$$

برنولی بین ۲ و B (برای بدست آوردن سرعت نقطه ۲) :

$$\overset{۰}{\cancel{\frac{P_B}{\gamma}}} + \overset{۰}{\cancel{\frac{V_B^۲}{۲g}}} + \overset{۸}{\cancel{z_B}} = \overset{۰}{\cancel{\frac{P_۲}{\gamma}}} + \frac{V_۲^۲}{۲g} + \overset{۰}{\cancel{z_۲}} + \underbrace{\frac{۵V_۱^۲}{۲g} + ۰/۰۵\frac{V_۲^۲}{۲g}}_{h_L}$$

$$\boxed{V_۱ = \left(\frac{D_۲}{D_۱}\right)^۲ V_۲} = \frac{V_۲}{۹}$$

جاگذاری : $V_۲ = ۱۱/۹ \ \text{m/s}$

$$Q = V_۲ \times \pi \times \frac{۰/۰۵^۲}{۴} = ۰/۰۲۳ \ m^۳/s$$

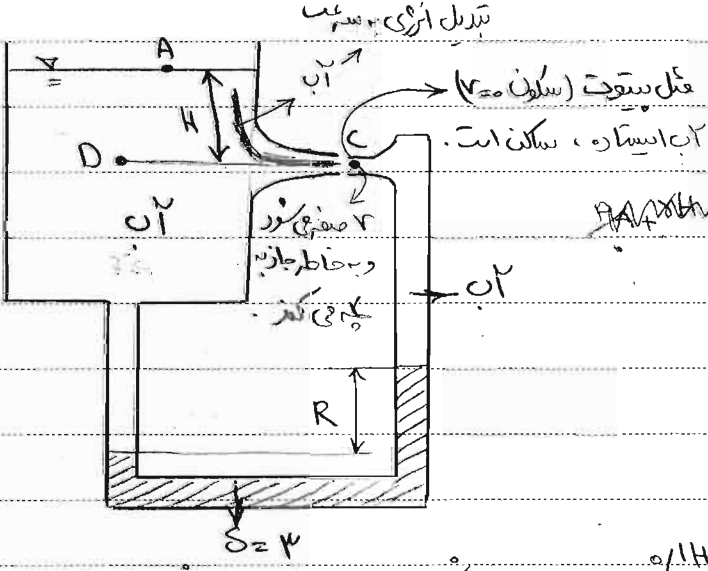
۱) ۳۱/۲ lit/s
۲) ۲۶/۹
۳) ۲۳/۳
۴) ۱۵/۴

۲۹ ☒ : اگر افت انرژی در محل خروج آب از روزنه معادل ۰/۱H باشد، اختلاف سطح مانومتر (پارامتر R) چقدر است؟

ملاک نقطه c و D است.

۱) ۰/۱H
۲) ۰/۳۳H
۳) ۰/۰۵H
۴) صفر

گفت کی صفر می‌شود؟ ∝


تبدیل انرژی به سرعت
A
H
D
C
آب
مثل پیتوت (سکون V=0)
آب ایستاده، ساکن است.
V صفر می‌شود و به خاطر جاذبه چکه می‌کند.
آب
آب
R
δ=۳

برنولی بین A و C :

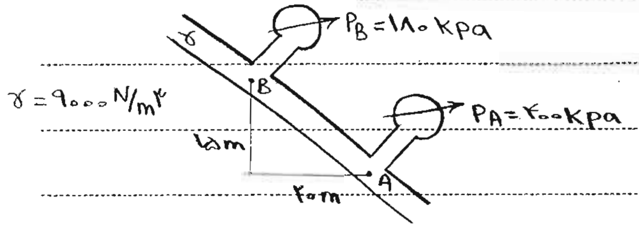
$$\overset{۰}{\cancel{\frac{P_A}{\gamma}}} + \overset{۰}{\cancel{\frac{V_A^۲}{۲g}}} + \underset{H}{\cancel{z_A}} = \frac{P_C}{\rho g} + \overset{۰}{\cancel{\frac{V_C^۲}{۲g}}} + \overset{۰}{\cancel{z_C}} + \overset{۰/۱H}{\cancel{h_L}} \rightarrow \frac{P_C}{\gamma} = H - ۰/۱H = ۰/۹H$$

∝ ؟ $۰/۱H = \frac{P_D - P_C}{\gamma}$ چرا؟

هیدرواستاتیک $\rightarrow \frac{P_D - P_C}{\gamma} + \cancel{z_D - z_C}^{۰} = R\left(\frac{\gamma_۲}{\underset{\gamma_w \leftarrow}{\gamma_۱}} - ۱\right) \rightarrow ۰/۱H + ۰ = R(۳-۱)$

$\rightarrow R = ۰/۰۵H$

۸۳. در شکل مقابل جهت جریان کدام است؟



۱) از B به A

۲) از A به B ✓

۳) مشخص نیست

۴) جریان وجود ندارد.

توجه شود: نمی‌توان گفت جریان از ناحیهٔ با فشار بیشتر به فشار کمتر است ← نمی‌توان گفت جریان از A به B است.

توجه شود: نمی‌توان گفت جریان از ناحیهٔ بالاتر به سمت ناحیهٔ پایین‌تر است ← نمی‌توان گفت جریان از B به A است.

ملاک برای تعیین جهت جریان تعیین انرژی ۲ ناحیهٔ مورد نظر است (انرژی کل) هر ۳ نوع

در این سؤال چون چیزی نگفته قطر لوله را ثابت در نظر می‌گیریم. (عدم تغییر قطر لوله ← سرعت‌ها یکسان):

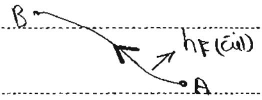
$V_A=V_B=V$

مبدأ را دلخواه در نظر می‌گیریم مثلاً روی نقطهٔ A ← $Z_A=0$

هد انرژی کل A: $\frac{P_A}{\gamma}+\frac{V_A^2}{2g}+Z_A=\frac{400\times10^3}{9000}+\frac{V^2}{2g}+0=44.4+\frac{V^2}{2g}$

$E_A > E_B$

هد انرژی کل B: $\frac{P_B}{\gamma}+\frac{V_B^2}{2g}+Z_B=\frac{180\times10^3}{9000}+\frac{V^2}{2g}+15=35+\frac{V^2}{2g}$



اما ما قاعده‌ای نداریم که جریان همیشه از انرژی بیشتر به کمتر باشد، باید تحلیل کنیم.

وقتی انرژی B از انرژی A کمتر شده یعنی در مسیر افت داریم ← یعنی: لغزش بین ذرات (اصطکاک) ← تنش برشی داریم ← انرژی به حرارت تبدیل شده و در این مسأله تنها موردی که می‌تواند سبب اختلاف انرژی شده باشد افت و اصطکاک ناشی از لغزش ذرات روی هم می‌باشد. افت به گونه‌ای است که انرژی را از جریان برداشت می‌کند ← جریان باید از A به B رفته باشد که وقتی به B می‌رسد سطح انرژی‌اش کمتر باشد (در طول مسیر با صرف اصطکاک و افت، انرژی کم می‌شود).

اگر جریان از B به A باشد به معنی افزوده شدن انرژی ذره‌ای است که اول در B بوده و سپس به A رسیده و حال آنکه چیزی برای افزایش انرژی نداریم ← جریان نمی‌تواند از B به A باشد!

DATA BANK

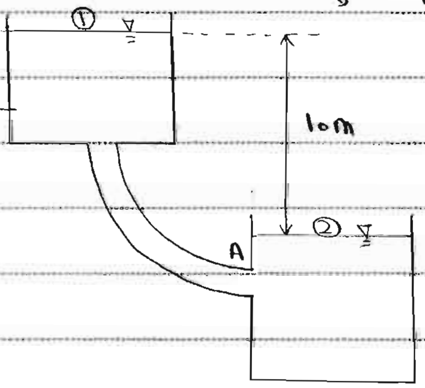
← یعنی لغزش نبوده ← حرکتی نبوده ← جریانی نبوده

اگر انرژی‌ها یکسان باشد ← افت صفر ← در حالت واقعی جریانی وجود نداشته، چون کوچکترین جریان همراه است با لغزش ذرات روی هم ←

اصطکاک ← افت و اتلاف انرژی

نیز: افت = ۰ ← نبود جریان
← لزجت سیال = ۰

☒ در شکل مقابل جریان آب با دبی Q از بالا به پایین برقرار است. اگر در قسمت A، پمپی قرار دهیم که با همان دبی Q آب را به سمت بالا پمپاژ کند، انرژی در واحد وزن که پمپ به آب می‌دهد (hp)، چقدر است؟



انرژی اش به اندازه 10m بیشتر است ←

۱) ۲۵
۲) ۲۰
۳) ۱۵
۴) ۱۰

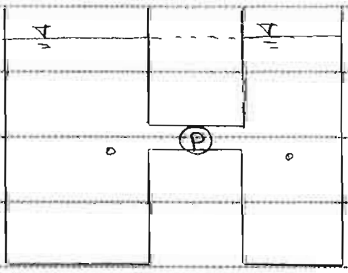
تمام نقاط یک مخزن از نظر انرژی مشابه اند (یکسان) ← با سطح آزاد کار می‌کنیم چون برای داشتن انرژی‌ها راحت‌تر است.

پمپ: ذره از سطح انرژی پایین‌تر را می‌برد به سطح انرژی بالاتر: (hp)

$hp = hz + hf_2$

← افت در حالت وجود پمپ

وظایف دیگر پمپ:



ایفا: جابه‌جایی [illegible]

در ایفا وظیفه پمپ: ایجاد لغزش ذرات است ← افت ایجاد می‌شود ← $hp = hf$

در ایفا افت در صدد جبران کمبود انرژی

$hp = 0 + hf$

برعکس آن یعنی $hp \neq hz$

مبنا را روی ۲ می‌گیریم ← $z_2 = 0$

$z_2 + 10 = z_1$

با گذاشتن پمپ جریان از ۲ به ۱ است: برنولی بین ۲ و ۱:

جریان از ۲ به ۱ است ← علامت hf در سمت جریان بالا هم دارای انرژی

پمپ همواره در سمت جریان ما شکل می‌رود

$$\overset{0}{\frac{\cancel{P_2}}{\gamma}}+\overset{0}{\frac{\cancel{V_2^2}}{2g}}+\underset{0}{\cancel{z_2}}+hp=\overset{0}{\frac{\cancel{P_1}}{\gamma}}+\overset{0}{\frac{\cancel{V_1^2}}{2g}}+\underset{10}{\cancel{z_1}}+hf$$

$$hp = \underbrace{\boxed{10}}_{hz} + hf$$

← ادامه

قطر ثابت : دبی ثابت ، سرعت ثابت

ساده

Subject : ۸۴ هد: انرژی و احروزن Date :

در شرایطی که نتوان hp را حساب کرد (داده ها کافی نباشند) می گوییم hp = 0

: 10m = افت

به شرایط اولیه رجوع می کنیم، در ابتدا سیال از ۱ به ۲ می رود و به علت افت انرژی اش کم می شود. برنولی بین ۱ و ۲ :

$$\overset{0}{\cancel{\frac{P_1}{\gamma}}}+\overset{0}{\cancel{\frac{V_1^2}{2g}}}+\overset{10}{\cancel{Z_1}}=\overset{0}{\cancel{\frac{P_2}{\gamma}}}+\overset{0}{\cancel{\frac{V_2^2}{2g}}}+\underset{0}{\cancel{Z_2}}+h_{f_1}\rightarrow$$ افت در حالت عدم وجود پمپ

$$10=h_{f_1}=Z_1-Z_2$$

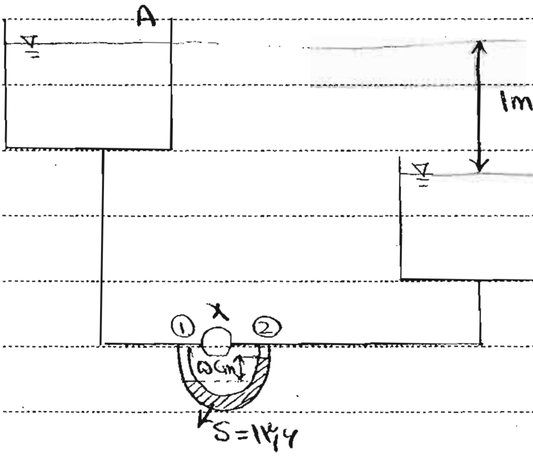
در حالت دوم گفته که با همان دبی حالت اول پمپاژ می شود ← سرعت حرکت مشابه است، فقط جهت حرکت فرق کرده.

← پس شدت اغتشاش مشابه حالت اول است، پس افت حالت دوم مشابه افت حالت اول است :

$$\text{ثابت } Q \rightarrow h_{f_2}=h_{f_1}\ ,\ h_p=h_z+h_{f_2}=h_z+h_{f_1}=10+10=20$$

در این سوال اگر در حالت دوم با دبی بیشتر از حالت اول (مثلاً ۱/۲۵ برابر) پمپاژ می شد، افت نسبت به حالت اول بیشتر می شد چون شدت اغتشاش بیشتر می شد پس hp از ۲۰ بیشتر می شد و اگر می گفت با دبی کمتر پمپاژ شود ← افت نسبت به حالت اول کمتر می شد (کمتر از ۱۰) و hp بین ۱۰ و ۲۰ می شد و اگر دبی نداشته باشیم، افت = 0 می شود.

۸۴: جریان آب بین دو مخزن شکل زیر برقرار است. مانومتری، اختلاف فشار در قبل و بعد از وسیله X را نشان می دهد. اگر قطر مسیر ثابت باشد آن گاه :



۱) جریان از A به B و وسیله X پمپ است.

۲) جریان از B به A ، X = توربین

۳) جریان از A به B ، X = توربین

۴) جریان از B به A ، X = پمپ

انرژی ۲ سر وسیله را مقایسه می کنیم :

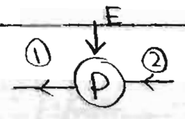
ارتفاع سیال در نقطه ۱ = ارتفاع سیال در نقطه ۲ ← $Z_1=Z_2$

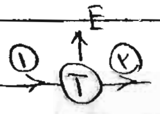
قطر مسیر ثابت ← $V_1=V_2$ (اگر نگفته بود هم همین می شد).

← $P_1>P_2$ ⇐ $E_1>E_2$

در سوال ۸۳ هم که کاهش انرژی به علت افت بود ولی در اینجا ما یک وسیله هم داریم. پس نمی توانیم بگوییم جریان از انرژی بیشتر به انرژی کمتر رفته ، برای جریان ۲ حالت پیش می آید :

مقام





← گزینه ۱ و ۲ غلط اند.

ادامه

مائده

۸۴صفحه ۸۶ و ۸۵ آبان ۸۷ پیام ۳ تست

برای اینکه نوع وسیله را بفهمیم تعیین می‌کنیم که انرژی کدام یک بیشتر است به طور دقیق:

رابطه مانومتری متر ⟵ : اختلاف هد دو سمت = اختلاف هد پیزومتریک دو سمت :

تفاوت هد انرژی ۱ و ۲ $= \dfrac{P_1 - P_2}{\gamma_w} = 0.05(13.6-1) = 0.63m$

↓ اختلاف مانومتر

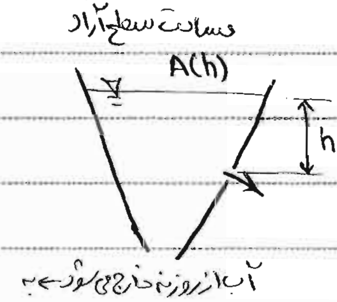
منطقی نیست وسیله ما پمپ باشد چون پمپ نمی‌تواند با ۰/۶۳ متر انرژی دادن به سیال، سیال را ۲m بالا ببرد (تازه افت‌ها را هم حساب نکردیم)

⟸ وسیله توربین است، در واقع:

$2m \longrightarrow 0.63m : h_T$ توربین گرفته

↘ $0.37 : h_f$: اصطکاک واقعی

اگر اختلاف مانومتر ۱۰cm بود ⟵ تفاوت هد انرژی ۱ و ۲ می‌شد ۱/۲۶m و وسیله ما پمپ می‌شد، پس مفهومی فکر کن!!



توضیح: اگر سیال داخل مخزن از طریق روزنه‌ای به مساحت A_0 خارج شود آنگاه:

$V = \sqrt{2gh}$ خروج (لحظه‌ای و متغیر)

$Q = \sqrt{2gh}\ A_0$ خروجی

آب از روزنه خارج می‌شود ⟵ به مرور سرعت کم می‌شود ⟵

دبی متغیر است ⟵ انتگرال

با چه نرخی (سرعتی) متغیر است؟ ⟵ متغیرات ⟵ حجم سیال مخزن : $\forall$ وی

$\dfrac{d\forall}{dt} = Q$: با چه نرخی حجم سیال درون مخزن کم می‌شود (کاهشی است) ⟵ منفی

↓ مثبت ⟵ یک منفی می‌گذاریم

در امتحان روش اثبات را بلد باش چون از طراحیش سوال می‌دهند

روش هندسی: $\dfrac{d\forall}{dt} = A(h)\dfrac{dh}{dt}$

سرعت حرکت سطح آزاد

اگر حجم را می‌خواستیم A(h) را در ارتفاع پایین آمدن ضرب می‌کردیم:

$$\Rightarrow \boxed{A(h)\frac{dh}{dt} = -A_0\sqrt{2gh}}$$

$$\Rightarrow dt = \frac{-1}{A_0\sqrt{2g}} \times \frac{A(h)\,dh}{\sqrt{h}} \rightarrow \boxed{\int_0^{t^*} dt = \frac{-1}{A_0\sqrt{2g}}\int_{h_0}^{h^*} \frac{A(h)\,dh}{\sqrt{h}} = t^*}$$

DATA BANK

☒ آب مخزنی از طریق دریچه به مساحت $2m^2$ خارج می‌شود. اگر در شروع تخلیه $10m$ آب روی دریچه باشد، پس از $15s$ سطح آب مخزن چقدر نشست می‌کند؟ (سطح مقطع مخزن ثابت و برابر $100m^2$ است). زمان دارد ← استفاده از فرمول :

$$t^* = 15s = \frac{-1}{2\sqrt{2\times 9.8}}\int_{h_0=10}^{h^*}\frac{100\,dh}{\sqrt{h}}$$

۱) ۳٫۷۶m
۲) ۳٫۵۵
۳) ۴٫۲
۴) ۴٫۸

اگر سطح مخزن متغیر هم بود باز از همین فرمول استفاده می‌کردیم.

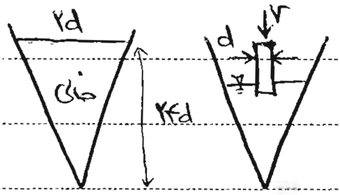
اشکال گری !!!

$$2\times 100\left(\sqrt{h^*}-\sqrt{10}\right)$$

$\rightarrow h^* = 6.24m$ آب روی مخزن بعد از $15s$

مقدار نشست‌ها $= 10 - 6.24 = 3.76\,m$

☒ ۸۵ : میله‌ای به قطر d در داخل مخروطی حاوی آب به سمت پایین با سرعت ثابت V حرکت می‌کند. در لحظه‌ای که سرعت بالا آمدن آب با V برابر می‌شود سطح آزاد در چه فاصله‌ای از نوک مخروط قرار دارد؟ توجه به نحوه اثبات :



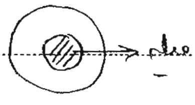
وقتی میله وارد سیال می‌شود، یک سری از ذرات میله وارد آب می‌شوند و جای ذرات آب را می‌گیرند

۱) ۲۴d
۲) ۸d
۳) ۱۲√۲d
۴) ۶√۲d

⇐ آب از کناره‌ها بالا می‌رود (حجم به سیال داخل مخزن اضافه شده) ← انگار دبی ورودی داریم ← دبی

مساحت × سرعت ⇐ یعنی نرخ ⇐ چه حجمی از میله دارد در واحد زمان وارد سیال می‌شود

$$Q = \overset{A}{\frac{\pi d^2}{4}} \times V = \frac{d\forall}{dt}$$



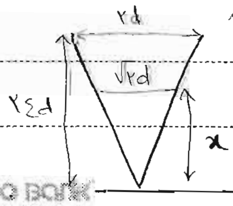
هندسی: $\dfrac{d\forall}{dt} = A \times V' = \frac{\pi}{4}\left(d_x^2 - d^2\right)V'$

دور میله در محل سطح آزاد

سرعت حرکت سطح آزاد

قطر سطح آزاد

$$\cancel{\frac{\pi}{4}}\left(d_x^2 - d^2\right)V' = \frac{\cancel{\pi} d^2}{\cancel{4}}\times V \xrightarrow[V=V']{} d_x^2 = 2d^2 \rightarrow d_x = \sqrt{2}\,d$$



$$\frac{2d}{\sqrt{2}d} = \frac{24d}{x} \rightarrow x = 12\sqrt{2}\,d$$

α : یکنواخت

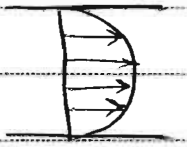
توضیح :

اگر توزیع سرعت در مقطعی یکنواخت نباشد، اصولاً صحیح نیست که در هنگام به کارگیری رابطهٔ برنولی از سرعت متوسط مقطع استفاده کنیم، بلکه در صورت استفاده از سرعت متوسط باید در رابطهٔ برنولی عبارت $\boxed{\alpha \frac{\bar{V}^2}{2g}}$ را به کار ببریم.

هد سرعت

α = ضریب تصحیح انرژی جنبشی

$$\bar{V} = \frac{Q}{A} = \frac{\int_A V dA}{A}$$



سرعت متغیر است

ضریب تصحیح انرژی جنبشی

$$\boxed{\alpha = \frac{1}{A}\int_A \left(\frac{V}{\bar{V}}\right)^3 dA}$$

$\boxed{\text{همواره: } \alpha \geq 1}$

$\rho V = \dot{m}\frac{V^2}{2}$

وقتی که سرعت یکنواخت است

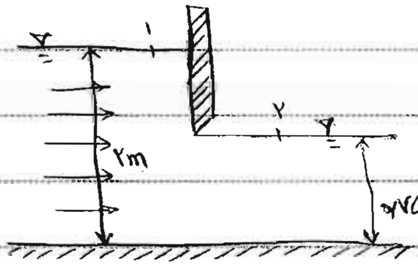
هر چه سرعت غیر یکنواخت‌تر α بزرگتر

α>1 کوچکترین غیر یکنواختی

۸۲۵ : با فرض اینکه ضریب تصحیح انرژی جنبشی جریان نشان داده شده برابر یک باشد، دبی جریان عبوری کدام است؟

«توزیع سرعت: یکنواخت‌ها»

α



$m^3/m.s$

۱) ۳/۷۱

۲) ۴/۰

۳) ۵/۴

۴) ۱۲/۵

ابتدا باید سرعت را بدست آوریم ← برنولی :

مستطیل است ← می‌شود h

پیوستگی : $V_1 = \frac{0/75}{2} V_2$

$V_2 = ?$

→ برنولی بین ۱ و ۲ ⇒ $V = 5/34$

$P_1 = P_2 = 0$

$Z_1 = Z = 0/75$: زمین مبنا

reference

$V_1 \neq 0$

به واحد گزینه‌ها توجه شود

هر جا سطح آزاد بود سرعت صفر نیست

دبی واحد عرض $= V_2 \times 0/75 = 4/004$

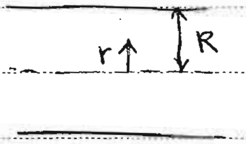
وقتی در سطح آزاد سرعت صفر است که

میزان نشست بسیار کم باشد از کجا فهمید

میزان نشست کم نیست

و $V \neq 0$? ✗

☒ ۷۹: رابطه توزیع سرعت جریان در لوله‌ای $U(r)=K(R^2-r^2)$ است، سرعت متوسط چقدر است؟



۱) KR^2

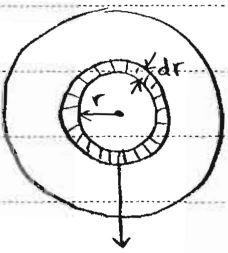
۲) $\frac{KR^2}{2}$

۳) $\frac{KR^2}{4}$

۴) $\frac{KR^4}{2}$ از نظر دیمانسیونی غلط است، باید توان ۲ باشد.

$$Q=\int_A U\,dA=\int_{r=0}^{r=R}\left[K(R^2-r^2)\right](2\pi r\,dr)=\frac{K\pi R^4}{2}$$

مقطع لوله، هندسهٔ دایره دارد.



بجای نوار مستطیلی صاف

$$\bar{U}=\frac{Q}{\pi R^2}=\frac{KR^2}{2}$$

اگر بردار a شتاب یک ذره از سیال باشد آن گاه:

هر تابعی را می‌توان متغیری از زمان و مکان نوشت.

$$\alpha \leftarrow V_x$$

$$\vec{a}=\frac{d\vec{V}(x,y,z,t)}{dt}=\frac{\partial\vec{V}}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t}+\frac{\partial\vec{V}}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t}+\frac{\partial\vec{V}}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t}+\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}\underbrace{\cancel{\frac{\partial t}{\partial t}}}_{1}$$

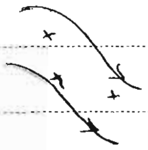
$$=\underbrace{V_x\frac{\partial\vec{V}}{\partial x}+V_y\frac{\partial\vec{V}}{\partial y}+V_z\frac{\partial\vec{V}}{\partial z}}_{\text{بردار شتاب انتقالی (یا جابه جایی)}}+\underbrace{\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}}_{\text{بردار شتاب موضعی (Local)}}=a$$

اگر جریان پایدار باشد: $\frac{\partial\,...}{\partial t}=0 \rightarrow$ شتاب موضعی $=0$

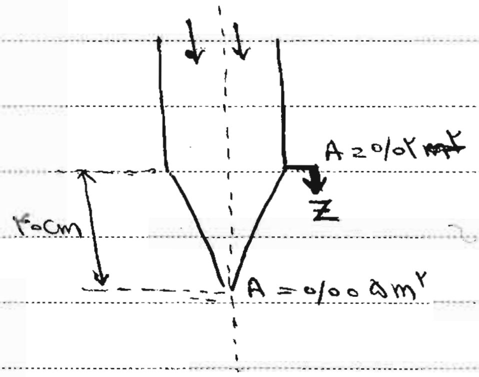
اگر جریان یکنواخت باشد (همگن): شتاب انتقالی $=0$

← مشابه سرعت و ...

مشابه اند و با تغییر موقعیت چیزی عوض نمی‌شود.



۸۴: در شکل زیر سطح مقطع نازل به صورت خطی از $A=۰/۰۲m^۲$ به اندازه‌ی $A=۰/۰۰۵m^۲$ کاهش می‌یابد، اگر دبی $۰/۰۴m^۳/s$ باشد، شتاب محلی و انتقالی در فاصله‌ی 10cm از شروع تنگ شدگی نازل به ترتیب برابر است با:



۱) ۰ و $۵/۶۸ m/s^۲$

۲) ۱۴ و ۵/۶۸

۳) ۰ و ۱۴

۴) ۰ و ۰

منظور سوال این است که دبی ثابت می‌باشد و با گذشت زمان تغییر نمی‌کند

← پس جریان پایا می‌شود $\frac{\partial \vec{V}}{\partial t}=۰$ (شتاب موضعی)

جهت حرکت را z فرض کردیم (روی شکل)

شتاب انتقالی:
$$\left.\begin{array}{l} AV_z = Q = ۰/۰۴ \\ A = ۰/۰۲ + \frac{۰/۰۰۵-۰/۰۲}{۰/۴} z \end{array}\right] \rightarrow V_z = \frac{۱/۶}{۰/۸-۱/۵z}$$

← جایی که z صفر است

مقطع دارد تغییر می‌کند ← سرعت تغییر می‌کند ← غیریکنواخت است ولی پایا است چون با گذشت زمان موقعیت‌اش تغییر نمی‌کند.

$$(a_z) = V_x \cancel{\frac{\partial V_z}{\partial x}}^{۰} + V_y \cancel{\frac{\partial V_z}{\partial y}}^{۰} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

$$= ۰+۰+\left(\frac{۱/۶}{۰/۸-۱/۵z}\right)\left(\frac{۱/۵\times۱/۶}{(۰/۸-۱/۵z)^۲}\right)$$

$$\rightarrow (a_z)_{z=۰/۱} = ۱۴٫۹۸$$

۸۷: دریچه‌ی قطاعی به شعاع R با سرعت زاویه‌ای ω ثابت دوران می‌کند و آب از مجرای خروجی خارج می‌شود، اگر عرض دریچه b باشد و آب فقط از طریق مجرای خروجی خارج گردد، دبی مجرای خروجی چقدر است؟

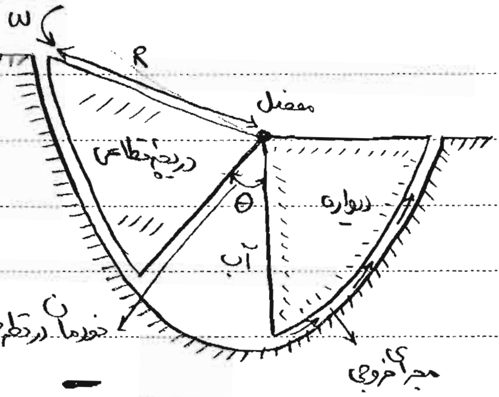
۱) $bR^۲\omega$

۲) $bR^۲\omega/۲$

۳) $\pi R^۲ b\omega$

۴) $\pi R^۲ b\frac{\omega}{۲}$

⇐



خودمان b در نظر می‌گیریم.

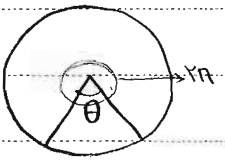
دریچه وقتی به سمت پایین می‌آید آب را به مجرای خروجی هل می‌دهد.

نرخ تغییر حجم سیال درون مخزن $= \left|\frac{d\forall}{dt}\right| = Q$ دبی

$$\forall = \pi R^2 b \times \frac{\theta}{2\pi}$$

$$\frac{d\forall}{dt} = \frac{\overset{\omega}{\dot{\theta}}}{2\pi} \underbrace{\pi R^2 b}_{\text{حجم قطاع}} = \frac{\omega \cancel{\pi} R^2 b}{2\cancel{\pi}}$$

نرخ تغییر زاویه = سرعت زاویه‌ای



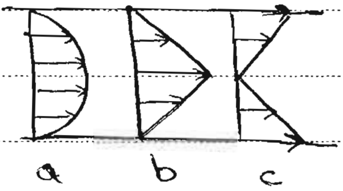
☒ ۸۲ : برای توزیع سرعت‌های زیر، در یک لوله کدام یک از عبارات زیر در مورد ضریب تصحیح انرژی جنبشی صحیح است؟

۱) در هر سه $\alpha>1$

۲) در هر سه $\alpha<1$ ✓

۳) در b و c: $\alpha>1$ و در a، $\alpha<1$

۴) در a، $\alpha>1$ و در b $\alpha=1$ و در c، $\alpha<1$

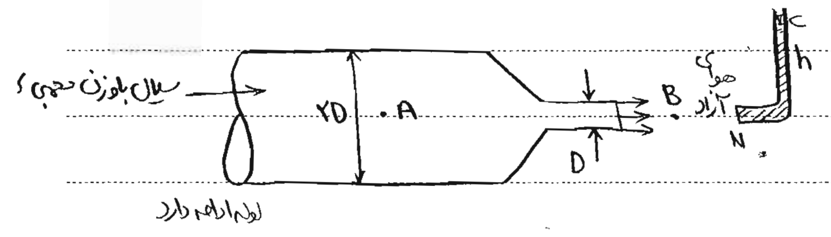


$\alpha>1 \Leftarrow$ در هر سه توزیع سرعت غیر یکنواخت است

هرچه غیر یکنواختی شدیدتر باشد α بیشتر بزرگتر از ۱ می‌شود.

☒ ۸۲ : با عبور سیال در لوله پیتوت که در مقابل جت خروجی از لوله به قطر D قرار گرفته است hمی باشد. فشار در نقطه A قبل از تغییر مقطع چقدر است؟ (از افت انرژی صرف نظر شود.)

$P_A=?$



۱) $h\gamma$

۲) $\frac{3h\gamma}{4}$

۳) $\frac{7h\gamma}{8}$

۴) $\frac{15h\gamma}{16}$

پیتوت: $V_B=\sqrt{2gh}$

$V_A = 1/4\, V_B$

$Z_A = Z_B$ ، $P_B=0$ و $P_A=?$

برنولی بین A و B : $\frac{P_A}{\gamma} + \frac{(1/4\sqrt{2gh})^2}{2g} = 0 + \frac{(\sqrt{2gh})^2}{2g}$

$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{h}{16} = h \Rightarrow \frac{P_A}{\gamma} = \frac{15h}{16}$$

بخش ششم : اندازه حرکت :

رابطه اساسی دینامیکی برای حرکت یک ذره به جرم m عبارت است از :

$$\boxed{(\Sigma \vec{F})dt = m d\vec{V}}$$

برایند نیروهای وارد به ذره ↓ ضربه

↓ تغییر اندازه حرکت خطی —

momentom

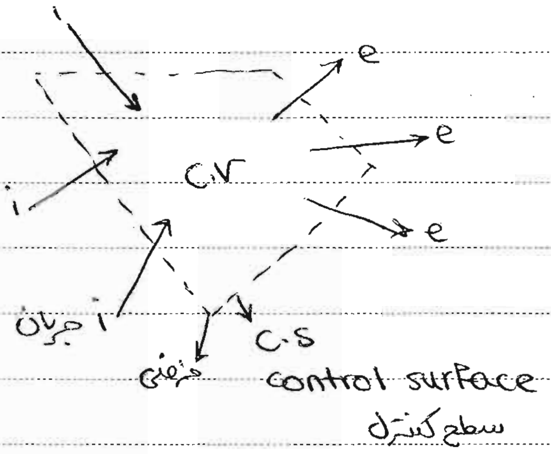
مومنتم

m.v اندازه حرکت

اولین رابطه : به قانون ۲ نیوتن رسیدیم

$$\Sigma F = \underbrace{m\frac{d\vec{V}}{dt}}_{\text{نرخ تغییر اندازه حرکت}} = m\vec{a}$$

اگر یک ناحیه ثابت را در فضا در نظر بگیریم ، حجم کنترل control volume (C.V) ،



یک سری جریان وارد می‌شود و

یک سری جریان خارج .

C.V : حجمی در فضا که به طور دلخواه می‌گیریم که می‌خواهیم شرایط آن را بررسی کنیم .

معادله اندازه حرکت برای آن عبارت است از :

معادله اندازه حرکت C.V : $\boxed{\text{نرخ تغییر اندازه حرکت = برآیند نیروهای وارد بر حجم کنترل}}$

اول m است :

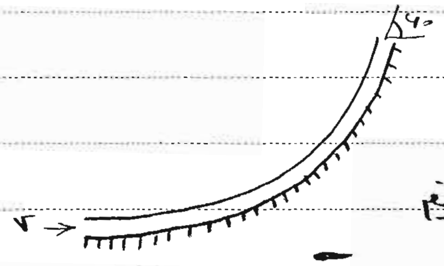
اندازه حرکت : $\sum_k \vec{F}_k = \left(\sum_e \dot{m}_e \vec{V}_e\right) - \left(\sum_i \dot{m}_i \vec{V}_i\right)$: در شرایط پایدار

نیروهای خارجی — جرمی که خارج می‌شود ← خروجی ها — جرمی که وارد می‌شود ← ورودی ها

چون چندین ورودی و چندین خروجی داریم : Σ

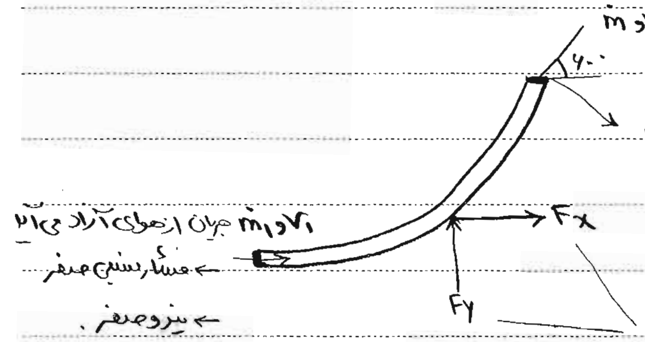
← نرخ اندازه حرکت : مشتق می‌گیریم : $\dot{m}$ (نرخ دبی $\dot{m} = m$)

۵) یک جت آب به دبی $\dot m$ به وسیله یک صفحه امتداد مطابق شکل منحرف می‌شود، اگر سرعت ورودی ۳۶ m/s و مقطع جت در سراسر مسیر ثابت باشد، نیروی لازم برای نگه داشتن صفحه را محاسبه کنید :



نیرو را در جریانات می‌خواهد ← استفاده از اندازه حرکت ↓

نیروهای خارجی را مشخص می‌کنیم



اطراف سیال ناحیه‌ای را به عنوان CV انتخاب می‌کنیم.

نیرو = ۰ ← فشار = ۰

نیروهای خارجی وارده به CV = نیروهایی که صفحه فلزی وارد می‌کند به ذرات سیال .

از وزن صرف‌نظر می‌کنیم .

دبی معلوم $\dot m_2 = \dot m_1 = \dot m$

پیوستگی :   مقطع ثابت ⇐ $|V_2| = |V_1| = 36$

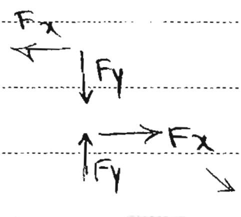
در جهت افقی $F_x = \Big[\underbrace{\dot m(36\cos 60)}_{\text{خروجی}}\Big] - \Big[\underbrace{\dot m(36)}_{\text{ورودی}}\Big] = -18\dot m$

جهت F_x برعکس است

در جهت عمودی $F_y = \big[\dot m(36\sin 60)\big] - \big[\dot m \times 0\big] = 18\sqrt{3}\,\dot m$

سوال : نیروی دست ما چقدر است ؟

سیال هم به صفحه نیرو وارد می‌کند مساوی و در خلاف جهت :



نیروی دست ما باید این نیروها را خنثی کند

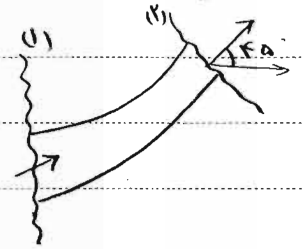
= نیروی صفحه به سیال .

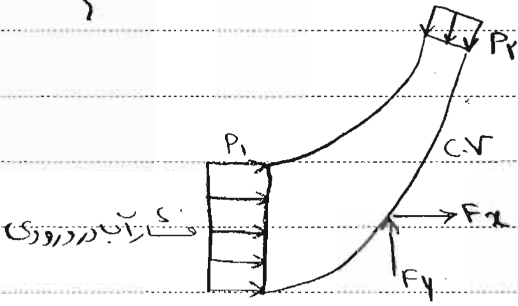
نیروی دست ما (به طرف چپ)

☒ لوله‌ای در (صفحهٔ افقی) هم‌ارتفاع با زاویهٔ ۴۵ خم شده است، قطر لوله قبل از خم ۴۰۰mm و بعد از آن ۲۰۰mm است. اگر فشار نسبی آب ورودی ۱۴۰kPa و دبی ۰٫۴ m³/s باشد، چه نیرویی برای نگه داشتن لوله لازم است؟ (سیال ایده‌آل است)

→ لزجت = ۰ → برنولی

چگالی ثابت → بقای دبی حجمی





فشاری که در موقعیت خروج وارد می‌کند

سطح فلزی لوله در نقاط مختلف به ذرات سیال نیرو وارد می‌کند که ما برآیند آن‌ها را می‌کشیم.

هدف: بدست آوردن Fx و Fy:

$$\frac{V_1 \pi D_1^2}{4} = Q = 0.4 \rightarrow V_1 = 1.5$$

$$V_2 = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 V_1 = 2^2 V_1 = 4V_1 \rightarrow 6.0$$

برنولی بین ۱ و ۲: $\left.\begin{array}{l} P_1, V_1, V_2 \\ z_1 = z_2 \end{array}\right| \rightarrow P_2 = 124\ kPa$

$$\Sigma F_x = P_1A_1 - P_2A_2\cos 45 + F_x = \underset{\overset{\downarrow}{\rho Q}}{\dot{m}}V_2\cos 45 - \dot{m}V_1 \rightarrow F_x = -32.2\ kN$$

جهت در سمت چپ ← منفی می‌خواهد.
← نیرویی که وارد می‌شوند.

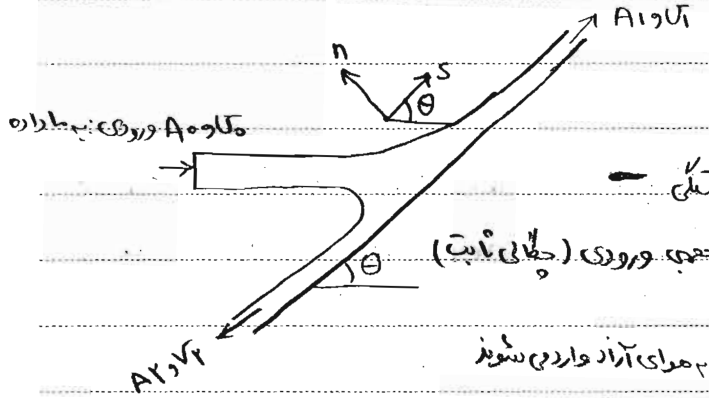
$$\Sigma F_y = 0 - P_2A_2\sin 45 + F_y = \dot{m}V_2\sin 45 - 0 \rightarrow F_y = 7.9\ kN$$

فشار عمود بر سطح است؛ طوری که بخواهد به داخل آن نفوذ کند - برای محاسبه کل برآیند می‌گیریم - برابر سطح مقطع می‌شود.

PAPCO

☒ جت آبی به مقطع A_0 و سرعت V_0 به صفحه‌ای ثابت مطابق شکل برخورد می‌کند. با صرف‌نظر از اصطکاک صفحه، مساحت جت‌های خروجی و نیروی لازم برای نگه داشتن صفحه را معلوم کنید.

A_2 و A_1 = ?



پیوستگی : $Q_0 = V_0 A_0 = \overset{V_1 A_1}{Q_1} + \overset{V_2 A_2}{Q_2}$ (۱)

دبی حجمی ورودی (چگالی ثابت) — خروجی‌ها

چون به هوای آزاد وارد می‌شوند

$$\text{برنولی بین ۰ و ۱} \xrightarrow[Z_1 \simeq Z_0]{P_0 = P_1 = 0} V_1 = V_0$$

ارتفاع و فشار ثابت ← انرژی جنبشی اش هم باید ثابت باشد

وقتی توضیحی در مورد ارتفاع نمی‌دهد: یعنی سطح افق یعنی z ها مساوی.

$$\text{برنولی بین ۰ و ۲} \xrightarrow[Z_2 \simeq Z_0]{P_0 = P_2 = 0} V_2 = V_0$$

$$\rightarrow V_0 = V_1 = V_2 \quad (۲)$$

در راستای s نیرویی از صفحه ملزی به سیال وارد نمی‌شود (نیروی F در جهت n وارد می‌شود) + هوای آزاد که نیرویش مساوی

$$\Sigma F_s = 0 \rightarrow \underbrace{(\rho Q_1 V_1 + \rho Q_2(-V_2))}_{\text{خروجی‌ها}} - \underbrace{(\rho Q_0 (V_0 \cos\theta))}_{\text{ورودی‌ها}}$$

طبق (۲)

$$Q_1 - Q_2 = Q_0 \cos\theta$$

$$Q_1 + Q_2 = Q_0 \quad (۱)$$

$$Q_1 = \frac{Q_0}{2}(1+\cos\theta)$$

$$Q_2 = \frac{Q_0}{2}(1-\cos\theta)$$

دبی به یک نسبت مساوی تقسیم نشده

$$A_1 = \frac{Q_1}{V_1} = \frac{\overset{V_0 A_0}{Q_0}/2\,(1+\cos\theta)}{V_0} = \frac{A_0}{2}(1+\cos\theta)$$

$$A_2 = \frac{Q_2}{V_2} = \frac{Q_0/2\,(1-\cos\theta)}{V_0} = \frac{A_0}{2}(1-\cos\theta)$$

قسمت ۲ : اندازه حرکت :

در جهت n را می نویسیم :

$$F_n = F_{\text{کل}} = \underset{\text{خروجی ها}}{(\ 0\ )} - \underset{\text{ورودی ها}}{\left(\dot m(\overset{\text{خلاف جهت}}{-}V_0 \sin\theta)\right)}$$

$\dot m = \rho Q$

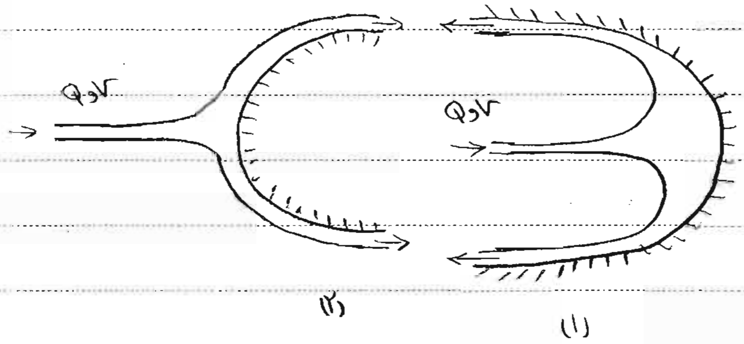
چون صفحه ما نیرویی در جهت n است و در جهت S صفر است .

$$\boxed{F_n = \dot m V_0 \sin\theta}$$ فقط

اگر صفحه ای داشته باشیم بدون اصطکاک که جتی به آن وارد شود نیرویی که جت ایجاد می کند عمود است بر سطح صفحه و مقدارش از $F_n = \dot m V_0 \sin\theta$ بدست می آید .

---

۲۲ : جت سیال ایده آلی به دو نیم استوانه محدب و مقعر مطابق شکل برخورد می کند نسبت نیروی وارد بر نیم استوانه در حالت ۱ به ۲ چقدر است؟



۱) ۲
۲) ۱
۳) ∞
۴) ½

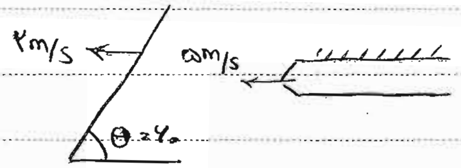
(۱) : اندازه حرکت : $(F_x)_1 = \left[\underbrace{\dot m/2(-V) + \dot m/2(-V)}_{\dot m(-V)}\right] - \underset{\text{ورودی}}{\dot m V} = -2\dot m V$ ← به سمت چپ می رود

چون از هوای آزاد به هوای آزاد می رود، طبق برنولی سرعت تغییر نمی کند ولی جهتش تغییر می کند، طرف چپ باشد منفی می گذاریم .

$\Rightarrow \infty$

(۲) : اندازه حرکت : $(F_x)_2 = \left[\dot m(V)\right] - \dot m V = 0$

۲۳ ☒: یک جت آب به قطر ۲۵mm از نازل ثابتی با سرعت ۵ m/s خارج شده و به یک صفحهٔ مورب که دارای سرعت ثابت ۲ m/s است برخورد می کند. نیروی وارد بر صفحه کدام است؟



۱) ۳٫۸۳N
۲) ۱۰٫۶۴
۳) ۱٫۲
۴) ۴٫۴

خروجی از نازل

قبلاً (ساکن) : $F = \dot m V \sin\theta$

فعلاً (متحرک) : $F = \underset{\text{مربوط به صفحه}}{\dot m}\ \underset{\text{برخورد (نسبی)}}{V \sin\theta}$

$V_{\text{نسبی}} = 5-2$

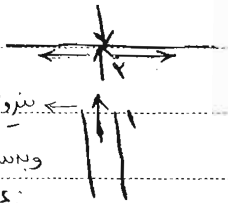
اگر غیر هم جهت بودند سرعت ها جمع می شد.

$$\Big(\underset{10^3}{\rho}\,\underset{\frac{\pi\times0.025^2}{4}}{A}\,v_0\,V_{\text{نسبی}}\Big)\,\overset{5-2=3}{V_{\text{نسبی}}}\,\sin\underset{60}{\theta} = 3.83$$

مهم تفاوت سرعت هاست که موجب تبادل نیرو بین اجسام می شود.

ذراتی که از جت بیرون می آیند و هم ضربه می زنند مهم اند.

۲۲ ☒: از نازلی فواره آبی با سرعت ۵٫۱ m/s و دبی نیم m³/s خارج شده و در ارتفاع ۵۱cm بالاتر به صفحه ای برخورد می کند. مقدار نیروی F لازم برای نگه داشتن صفحه چقدر است اگر از وزن صفحه صرف نظر شود.



← نیرویی وارد می کند عمود بر صفحه و به سمت بالا، پس F باید آن را خنثی کند تا صفحه جابجا نشود.

برای محاسبهٔ F جت داریم:

$F_j = \dot m\, \underset{\text{برخورد}}{V_0}\, \sin 90$

۱) ۳۰۰۰N
۲) ۲۶۰۰
۳) ۲۰۰۰
۴) ۱۵۰۰

سرعت برخورد بازده مهم است نه V که در هنگام خروج دارد.

برنولی بین ۱ و ۲ : $P_1 = P_2 = 0$
$V_1 = 5.1$ $\rightarrow V_2 = 4 = V_{\text{برخورد}}$
$Z_2 - Z_1 = 0.51$

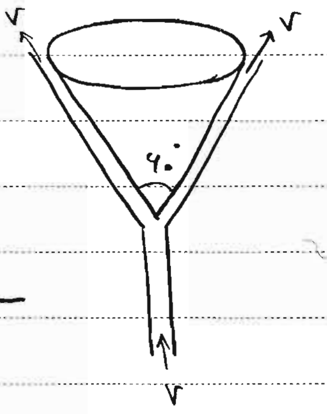
در اینجا هر ذره ای که از نازل بیرون می آید بالاخره به صفحه می رسد ولی در سؤال قبل آن هایی که سرعتشان ۲ m/s بود به صفحه نمی رسیدند.

PAPCO

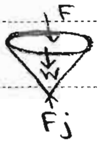
$\dot m = \overset{10^3}{\rho}\,\overset{0.5}{Q} = 500$

$F_j = 500\times4 = 2000$

☒ ۸۱ : جت هوا به قطر ۰/۱m به جسم مخروطی شکلی برخورد می‌کند. نیروی برابر با F = ۰/۱۵N لازم است تا جسم در جای خود باقی بماند اگر سرعت جت ۳۰m/s باشد، جرم جسم مخروطی کدام است؟ ($\rho_{هوا} = 1/23\ kg/m^3$)



۱) ۰/۱۸kg
۲) ۰/۱
۳) ۰/۴
۴) ۰/۲



$W = F_j - \underset{0/15}{F}$

از هوای آزاد به هوای آزاد ← سرعت ثابت و یکسان

مولفه افقی سرعت خروجی ها یکسان، چون زوایا یکسان است.

مولفه قائم خروجی ها یکسان، چون دور تا دور مخروط است ← هم خروجی داریم نه ۲تا.

جامع از بین مثل یک خروجی با آن ها رفتار می‌کنیم.

اندازه حرکت : $\overset{عکس العمل}{F_j} = \dot m_e (V_y)_e - \dot m_i (V_y)_i$

$$\underset{هوا}{\overset{1/23}{\rho}} \overset{30}{V} \times \frac{\pi \times 0/1^2}{4} = \dot m \left[\underset{30}{V} \cos 30 - \underset{30}{V}\right] = -1/17$$

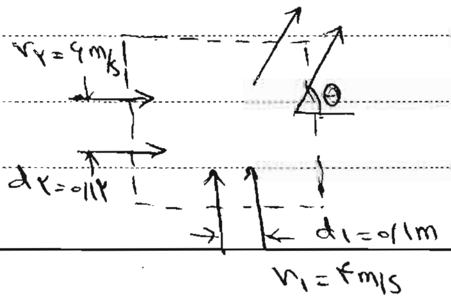
← نیرویی که از مخروط به سیال وارد می‌شود به سمت پایین است، پس عکس العمل آن

نیروی سیال به مخروط : + است و به سمت بالا است.

$$W = \underset{-1/17}{F_j} - \underset{0/15}{F} = 1/02 \Rightarrow m = \frac{W}{g} \cong 0/1$$

☒ ۸۰ : ۲ جت آب با یکدیگر برخورد نموده و جت واحدی را مطابق شکل ایجاد می‌کنند، سرعت جت حاصل کدام است؟

۱) ۳/۸۲ m/s
۲) ۴/۲۹
۳) ۵/۷۴
۴) ۷/۲۱



مایرف

Subject: ۴۸

Year. Month. Date. ( )

حجم خروجی را در یک محل برخورد در نظر می‌گیریم.

پیوستگی: $\underbrace{\dot{m}_۱+\dot{m}_۲}_{\text{خروجی}}=\underset{\text{ورودی}}{\dot{m}_۳}$

$\dot{m}_۱=\rho\pi\frac{d_۱^۲}{۴}V_۱$ و $\dot{m}_۲=\frac{\rho\pi d_۲^۲}{۴}V_۲$

$\rightarrow \dot{m}_۳=۰/۱۲۶۴\,\frac{\rho\pi}{۴}$

ضرب می‌کنیم چون $\pi/۴$ دوباره باید تقسیم کنیم (حذف کن).

مومنتم:

نیروی از خارج به مرزهای کنترل وارد نمی‌شود: (هوای آزاد)

سرعت عمودی $\Sigma F_y=۰\rightarrow(\underset{\rho\pi/۴\times۰/۱۲۶۴}{\dot{m}_۳}V_{۳y})-(\overset{\rho\pi/۴\,V_۱d_۱^۲}{\dot{m}_۱}V_۱+۰)\rightarrow$

$$V_{۳y}=\frac{\overset{V_۱^۲}{۴^۲}\times\overset{d_۱^۲}{۰/۱^۲}}{۰/۱۲۶۴}=۱/۲۶$$

سرعت افقی $\Sigma F_x=۰\rightarrow(\dot{m}_۳V_{۳x})-(۰+\dot{m}_۲V_۲)$

$$V_{۳x}=\frac{۶^۲\times۰/۱۲^۲}{۰/۱۲۶۴}=۴/۱۰$$

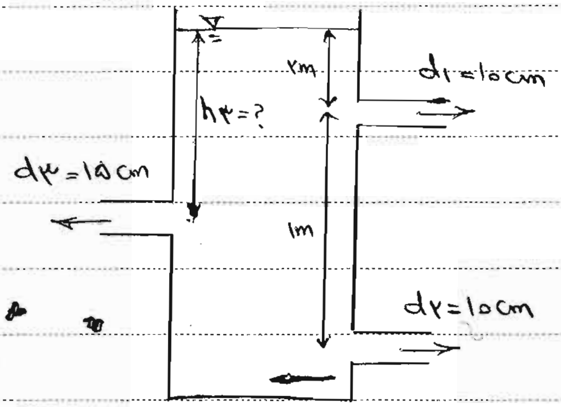
$$|\vec{V}_۳|=\sqrt{V_{۳x}^۲+V_{۳y}^۲}=۴/۲۹$$

$$\tan\theta=\frac{V_{۳y}}{V_{۳x}}=\dots$$

$$\rho\pi/۴\;d_۳^۲|V_۳|=۰/۱۲۶۴\frac{\rho\pi}{۴}\rightarrow d_۳=\dots$$

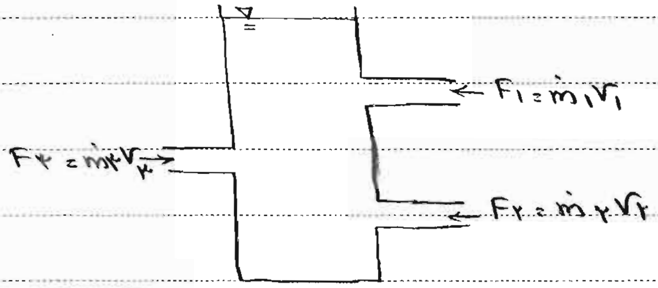
جلسه ۶ (۸۲ ، ۵ ، ۲۵)

☒ ۸۲ : در شکل زیر موقعیت ارتفاعی روزنه شماره ۳ را طوری تعیین کنید که برآیند نیروهای افقی وارد بر مخزن برابر صفر باشند.


d۱=۱۰cm
۲m
h۳=?
d۳=۱۵cm
۱m
d۲=۱۰cm

۱) h۳ = ۲٫۵m
۲) ۲٫۶۶
۳) ۲٫۲۲
۴) ۲٫۳۳

ذره ابتدا سرعت صفر داشته و در موقع خروج سرعت v_2 پیدا کرده. پس دچار تغییر اندازه حرکت شده. در این حالت نیرویی خلاف جهت این اندازه حرکت به اندازه $\dot m v$ به ذره وارد می‌شود.

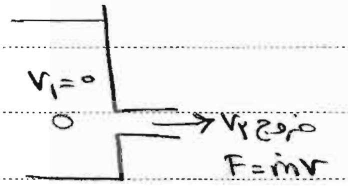

F۱=ṁ۱v۱
F۳=ṁ۳v۳
F۲=ṁ۲v۲

$F_1+F_2=F_3 \quad (I)$

$v_i=\sqrt{2gh_i}$

$\dot m_i=\rho\frac{\pi d_i^2}{4}\underbrace{\sqrt{2gh_i}}_{v_i}$

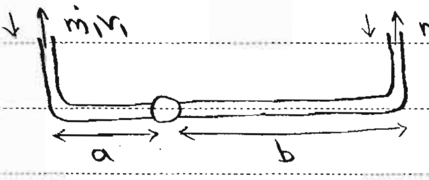
$F_i=\rho\frac{\pi d_i^2}{4}(2gh_i)$


v۱=۰
۰
خروج v۲
F=ṁv

چون قطر روزنه بستگی دارد و هم اینکه عمق را از سطح آزاد پایین‌تر است.

$(I)\Rightarrow \underset{0.1}{d_1}^2h_1+\underset{0.1}{d_2}^2h_2+\underset{0.15}{d_3}^2h_3\rightarrow h=2.22$

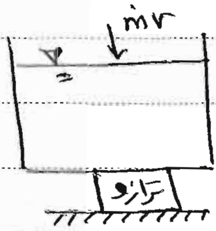
☒ آبپاش گردان چه گشتاوری باید از بیرون توسط دست اعمال شود که نچرخد؟


ṁ۱v۱
ṁ۲v۲
a
b

گشتاور ناشی از خروج سیال $=(\dot m_2v_2)b-(\dot m_1v_1)a$

PAPCO

☒ نیرویی که ترازو نشان می‌دهد نسبت به وقتی که جت نباشد چگونه تغییر می‌کند؟ بیشتر است یا کمتر؟



* افزایش به مقدار mv (اندازه) : نیروی ترازو

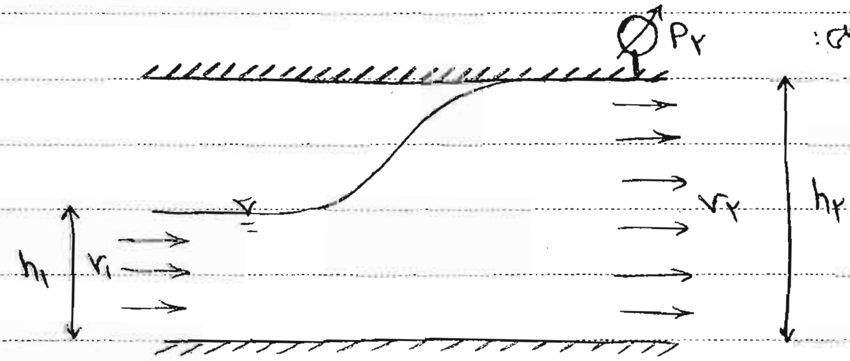
نیرو بیشتر است

پرش هیدرولیکی : Jump

در اثر پرش هیدرولیکی جریانی از سیال با سطح آزاد، ناگهان در یک فرایندی همراه با افت شدید ارتفاعش افزایش و سرعتش کاهش می‌یابد.

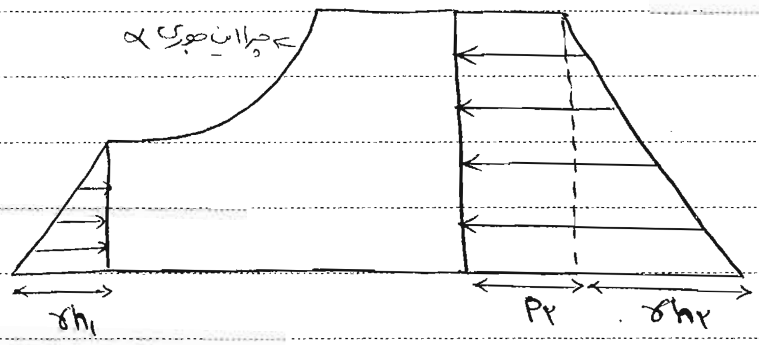
برنولی صادق نیست

حالت کلی:



اگر $P_2=0$ ، انتظار شکل سقف ندارد (حالت اول)

تحلیل: یک حجم کنترل را در قبل و بعد از پرش در نظر می‌گیریم. قسمتی که با هوای آزاد در تماس است نیرویی به حجم کنترل وارد نمی‌کند.



P_2 داریم:

نیروهای وارد بر CV:

پیوستگی : $v_1 h_1 = v_2 h_2$ (a)

$\dot{m} = \rho Q = \rho V A$

* اندازه حرکت : $\sum F_x = \dot{m}(v_2 - v_1)$

$$\sum F_x = (\tfrac{1}{2}\gamma h_1)(h_1 b) - (\tfrac{1}{2}\gamma h_2)(h_2 b) - P_2(h_2 b)$$

$$\dot{m} = \rho v_1 (h_1 b)$$

جایگذاری : $\tfrac{1}{2}\gamma h_1^2 - \tfrac{1}{2}\gamma h_2^2 - P_2 h_2 = \underset{\rho v_2 h_2}{\underset{\shortparallel}{(\rho v_1 h_1)}}(v_2 - v_1)$ (b)

در اینجا فشار ناشی از ارتفاع سیال مهم است چون ایجاد نیرو می کند.

در لوله قطر کم است اثر فشار کم است (نسبت به کل چون فشار خیلی زیاد است).

۲ رابطه (a) و (b) این امکان را فراهم می کند که در صورت وجود ۲ مجهول در بین ۵ پارامتر $[h_1 , h_2 , V_1 , V_2 , P_2]$ آن ۲ مجهول را محاسبه کنیم.

اگر توزیع سرعت در مقطع یکنواخت نباشد اصولاً صحیح نیست که مقدار سرعت متوسط $\bar{V} = \frac{Q}{A}$ در معادله اندازه حرکت استفاده شود، بلکه باید از عبارت $\boxed{\beta \dot{m} \bar{V}}$ استفاده کرد و که β ضریب تصحیح اندازه حرکت است.

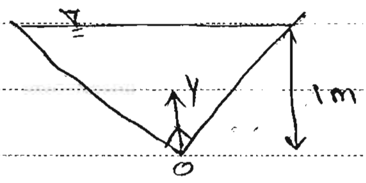
ضریب تصحیح اندازه حرکت $\boxed{\beta = \frac{1}{A}\int_A \left(\frac{V}{\bar{V}}\right)^2 dA}$

$$\boxed{\alpha \geqslant \beta \geqslant 1}$$

$\alpha = \beta = 1 \rightarrow$ جریان یکنواخت بوده

توزیع سرعت یکنواخت است و اگر α و β مساوی شوند حتماً مساوی یک می شوند نه اعداد دیگر!

۸۴ : جریان آب با دبی $1\,m^3/s$ و عمق $1\,m$ در کانال مثلثی با زاویه راس ۹۰°، برقرار است، اگر توزیع سرعت قطع به صورت $V(y) = ky$ باشد، ضریب تصحیح اندازه حرکت کدام است؟



۱) ۲

۲) ۱٫۳۳

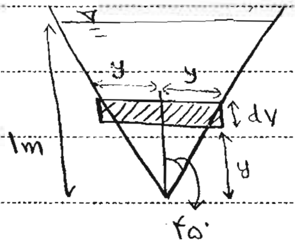
۳) ۱٫۲۵

۴) ۱٫۰۵

مازو

Subject : ۲۲ Date :

$$Q_0=\int v\,dA=\int_{y=0}^{y=1}(ky)(2y\,dy)$$



سرعت متوسط $\bar{V}=Q/A=\dfrac{2k/3}{1/2\times2\times1}=\dfrac{2k}{3}$

$$\beta=\frac{1}{1}\int_{y=0}^{y=1}\left(\frac{ky}{2k/3}\right)^2(2y\,dy)=9/8=1{,}125$$

اگر α را می‌خواست همین فرمول بود فقط با توان ۳.

در این سؤال دبی فقط شدت سرعت را مشخص می‌کند نه الگوی سرعت را.

← شدت غیریکنواختی و α و β وابسته به شدت غیریکنواختی اند.

پس دبی را اضافی داده و هر عدد دیگری هم برای دبی داده بود همین می‌شد جواب.

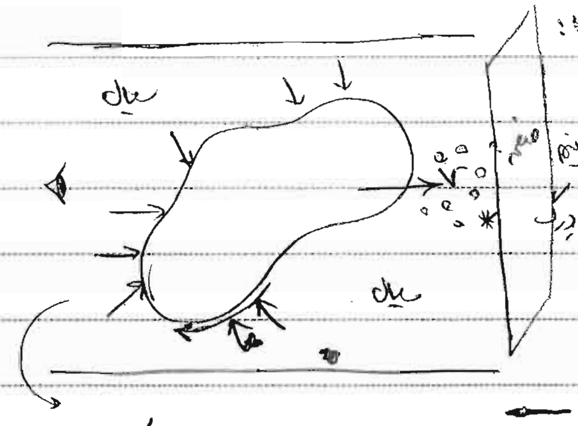
در مسائل α و β اگر دبی را داد می‌گذاریمش کنار.

اگر Q را ۱ می‌نوشتیم جواب آخر برحسب k بدست می‌آمد (۲ گزینه [illegible])

روال کار استفاده از راه حل بالاست.

DATA BANK

اگر جسمی داخل سیال ساکن با سرعت V حرکت کند، سیال نیروی مقابله کننده‌ای در راستای حرکت تحت عنوان نیروی پسا (نیرو پس زننده) = (Drag) وارد می‌کند که مقدار آن برابر است با:



جسم را روی صفحه سمت راستش تصویر کنیم

$$\boxed{F_D = \frac{1}{2} C_D \rho_{\text{سیال}} V^2 A}$$

نیروی درگ

ضریب درگ (بی‌بعد)

سرعت نسبی

مساحت تصویر جسم روی صفحه عمود بر مسیر حرکت.

سیال جسم را احاطه کرده، جسم با سرعت V دارد حرکت می‌کند و چون سیال می‌خواهد مقابله کند ← نیروی در خلاف جهت وارد می‌کند.

مقدار CD تابعی از عدد رینولدز است، پس لزجت در CD تاثیر دارد.
رینولدز را داشته باشیم CD را داریم.

در اینجا می‌توان سیال متحرک باشد و جسم ساکن و یا اینکه هر دو در خلاف جهت هم حرکت کنند ← سرعت نسبی می‌گذاریم.

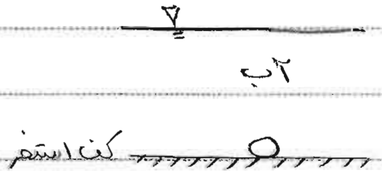
* ذرات سیال برخورد می‌کنند ← فشار بالا می‌رود ← توزیع فشار داریم ← نیرو ایجاد می‌شود (تنش فشاری) و علاوه بر آن ذرات سیال روی جسم می‌لغزند ← ایجاد تنش‌های برشی

برآیند تنش‌های فشاری و تنش‌های برشی یک نیرو می‌شود روی سطح جسم که به آن Drag می‌گویند. نیروهای قبلی هم وجود دارند، نیروی درگ به خاطر حرکت ایجاد می‌شود.

☒ ۸۱: توپی به قطر ۳۸٫۲mm و وزن ۰٫۲۵ نیوتن از عمق استخر آبی رها می‌شود. سرعت حدی بالا آمدن توپ چقدر است؟ اگر ضریب درگ ۰٫۴ باشد.

۱) ۷۱ m/s
۲) ۲٫۵
۳) ۰٫۵
۴) ۱٫۵

سرعت از ابتدا صفر است

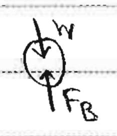


۱) جسم در کف استخر بماند و حرکت نکند.
۲) جسم حرکت کند.

شناوری (چون جسم را احاطه کرده)

② $F_B > W$ ← توپ به سمت بالا حرکت می‌کند

①



$W > F_B$ ← می‌خواهد توپ را به پایین ببرد که کف نمی‌گذارد.

$W_{\text{وزن}} = ۰/۰۲۵$

$F_B = \gamma_{\text{سیال}} V_{\text{توپ}} = ۹۸۱۰ \times ۴/۳\pi \times (\overset{۰/۰۳۸m}{D}/۲)^۳ = ۰/۲۸۱$

$۰/۲۸۱ > ۰/۰۲۵$ ← توپ به سمت بالا حرکت می کند

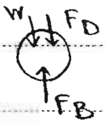
گاها: برآیند نیروهای اعمالی (وارد) بر جسم صفر نیست ← حرکت شتابدار است.

— حرکتی که رفته رفته سرعت در آن تغییر می کند (سرعت ثابت نیست)

لحظه اول سرعت توپ = ۰ و کم کم سرعت افزایش می یابد.

حرکت با سرعت تند شونده

← پیدایش نیروی درگ و تقویت تدریجی آن



۰/۲۵○
۰/۱○
○صفر

V افزایش می یابد تا جایی که ثابت شود طبق:

با حرکت (تند شونده)، F_D ظاهر می شود و به کمک W می آید.

هرچه به [illegible] بیشتر شود نیروی درگ بیشتر است

در لحظات اول که سرعت کم است، نیروی درگ کم است و کمکی نمی کند.

نیروی درگ تا حدی می تواند زیاد شود تا جایی که وزن به همراه درگ، نیروی شناوری را خنثی کند و برآیند نیروهای وارد به جسم صفر شود ← شتاب صفر می شود ← سرعت ثابت ← حرکت به سمت بالا با سرعت ثابت ادامه می یابد و آن سرعت ثابت را سرعت حدی می گویند.

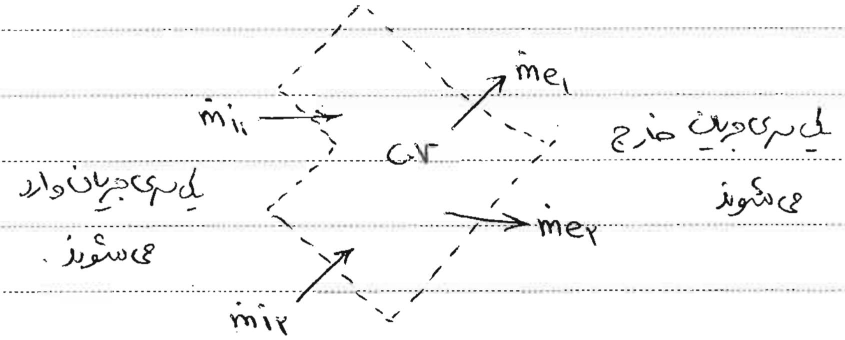
حد max سرعت حرکتی که می توان به آن دست پیدا کرد.

سرعت حدی: وقتی شرایط حدی اتفاق افتاده، حتماً نیروی درگ که می توان آن را حساب کرد با اختلاف وزن و شناوری برابر شد. یعنی:

$$F_D = F_B - W = \frac{1}{2}\rho C_D V^2 A$$

$$\Rightarrow ۰/۲۸۱ - ۰/۰۲۵ = ۰/۲۵۶ = \frac{1}{2} \times ۱۰۰۰ \times ۰/۴ \times V_{\text{حدی}}^۲ \left(\frac{\pi \overset{۰/۰۳۸}{D}{}^۲}{۴}\right) \rightarrow V_{\text{حدی}} = ۱/۰۶۴$$

روابط در مورد حجم کنترل :

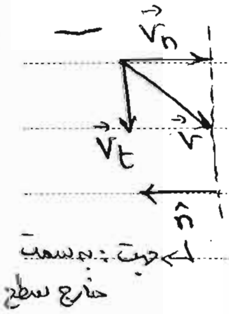

$\dot{m}_{e1}$
$\dot{m}_{i1}$
C.V
یک سری جریان خارج می شوند
یک سری جریان وارد می شوند .
$\dot{m}_{e2}$
$\dot{m}_{i2}$

اگر شرایط پایدار باشد (با گذشت زمان هیچ گونه تغییر و تحولی درون C.V نداشته باشیم) :
هر دبی که وارد می شود همان مقدار دبی خارج می شود .

$$\sum \dot{m}_i = \sum \dot{m}_e$$

$$\underset{\text{خروجی}}{\sum \dot{m}_e} - \underset{\text{ورودی}}{\sum \dot{m}_i} = 0$$

$\dot{m}$ عبوری از یک سطح :


$\vec{V}_n$
$\vec{V}_t$
$\vec{V}$
$\hat{n}$
جهت : به سمت خارج سطح

مولفه سرعت عمود بر سطح مهم است .

$$\dot{m} = \rho \, \boxed{V_n} \, A$$

$$\dot{m} = \rho \, \underbrace{(\vec{V} \cdot \hat{n})}_{\text{ضرب داخلی}} A = \rho \left[\vec{V} \cdot (A \overset{\text{hat}}{\hat{n}}) \right]$$

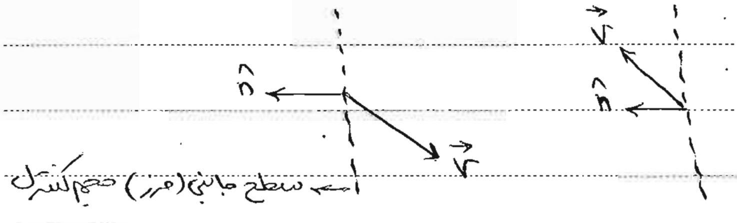
بردار نرمال عمود بر سطح با اندازه واحد .

$$\boxed{\vec{A} = A\hat{n}}$$

$$\boxed{\dot{m} = \rho (\vec{V} \cdot \vec{A})}$$

$\ominus$ $\vec{V} \cdot n < 0$ ← ورود جریان به حجم کنترل داریم (زاویه منفرجه)

$\oplus$ $V \cdot n$ ← خروج جریان از حجم کنترل داریم (زاویه حاده)


$\hat{n}$
$\vec{V}$
$\vec{V}$
$\hat{n}$
سطح جانبی (مرز) حجم کنترل

همواره برقرار

$$\boxed{\sum \dot{m}_e - \sum \dot{m}_i = \sum_{c.s} \rho(\vec{V}\cdot\vec{A})}$$

روی قسمت‌های مختلف حجم کنترل

⇒ اگر + باشد با نرخ X $\dot{m}$ خارج می‌شود

اگر − باشد با نرخ $\dot{m}$ وارد می‌شود

اگر صفر باشد، یعنی به طور خالص چیزی نداریم و هرچی وارد می‌شود، همان قدر خارج می‌شود.

در شرایط پایدار : $\sum \dot{m}_e - \sum \dot{m}_i = \sum_{c.s} \rho(\vec{V}\cdot\vec{A}) = 0$ ← رابطهٔ پیوستگی (بقای جرم) در شرایط پایدار برای حجم کنترل

در شرایط کلی : $\sum \dot{m}_e - \sum \dot{m}_i = \sum_{c.s} \rho(\vec{V}\cdot\vec{A}) = -\frac{dm_{c.v}}{dt}$ ← " در شرایط کلی (پایدار و ناپایدار)

رابطهٔ پیوستگی در شرایط کلی : $\frac{dm_{c.v}}{dt} + \sum \dot{m}_e - \sum \dot{m}_i = \frac{dm_{c.v}}{dt} + \sum_{c.s} \rho(\vec{V}\cdot\vec{A}) = 0$

* اگر پایدار باشد : $\frac{dm_{c.v}}{dt} = 0$

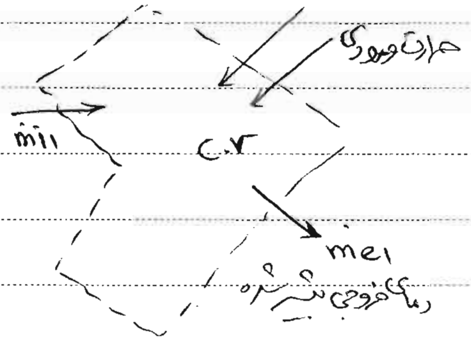
کل تک تک mها را جمع می‌کنیم ← ∫

جرم داخل حجم کنترل $m_{c.v} = \int_{c.v} \underbrace{\rho d\forall}_{}$ dm جرم

رابطهٔ پیوستگی در شرایط عمومی (ناپایدار و پایدار) : $\frac{dm_{c.v}}{dt} + (\sum \dot{m}_e - \sum \dot{m}_i) = \frac{d}{dt}\int_{c.v} \rho dA + \sum_{c.s} \rho(\vec{V}\cdot\vec{A}) = 0$ ↓ چون چیزی برای تغییر نداریم.

☒ اصل بقای انرژی :

در مرز به c.v حرارت می‌دهیم :



* انرژی حرارتی : E

انرژی حرارتی : $e = \frac{E}{m}$ واحد جرم

مانع

Subject: ۷۲

Year . Month . Date . ( )

انرژی مواد داخل حجم کنترل

انرژی داخلی واحد جرم

$$\boxed{\text{نرخ حرارت ورودی} = \frac{dE_{c.v}}{dt} + \left(\Sigma \dot m_e e_e - \Sigma \dot m_i e_i\right)}$$

به جریان خروجی‌ها

تفاوت انرژی حرارتی جرم است .

رابطهٔ بقای انرژی برای حجم کنترل در شرایط کلی

قسمتی ترک کردن جریانات خروجی

نسبت به ورودی از نظر حرارت .

و بخشی صرف افزایش دمای مواد داخلی می‌شود

* شرایط پایدار : $\frac{dE_{c.v}}{dt} = 0$

$$\boxed{\frac{dE_{c.v}}{dt} + \left(\Sigma \dot m_e e_e - \Sigma \dot m_i e_i\right) = \frac{d}{dt}\int_{c.v} \rho e \, d\forall + \sum_{c.s} \rho e (\vec V \cdot \vec A) = \text{نرخ حرارت ورودی به حجم کنترل}}$$

$E_{c.v}$

$e\,dm = e\rho\, d\forall$

رابطهٔ اصلی توازن انرژی برای حجم کنترل

مرزهای حجم کنترل

تفاوت ورودی‌ها و خروجی‌ها

عامل تغییر داریم ⇐ نرخ حرارت $\neq 0$

اگر B خاصیتی از ماده باشد و $\beta = \frac{B}{m}$ ، همان خاصیت به ازای واحد جرم باشد می‌توان نوشت : (قانون انتقال رینولدز :)

$$\underbrace{\frac{dB_{c.v}}{dt} + \left(\Sigma \dot m_e \beta_e - \Sigma \dot m_i \beta_i\right)} =$$

$$\underbrace{\frac{d}{dt}\int \rho \beta \, d\forall + \sum_{c.s} \rho \beta (\vec V \cdot \vec A)} = \text{عامل تغییر خاصیت } B$$

نرخ تغییرات کل سیستم $\frac{dB_{sys}}{dt}$

(حجم داخل ، حجم خروجی)

اگر B جرم باشد = 0

اگر B انرژی باشد = میزان حرارت و ....

عامل تغییر B	$\beta = \frac{B}{m}$	B
ندارد (صفر)	1	جرم
حرارت تحویلی به حجم کنترل	e	انرژی E
برآیند نیروهای وارد بر حجم کنترل	$\vec V$	$m\vec V$: اندازهٔ حرکت (اندازهٔ حرکت خطی)

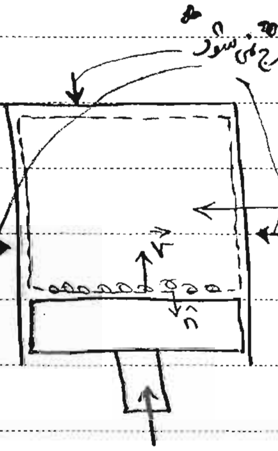
PAPCO

$$\frac{d(m\vec{v})_{c.v}}{dt}+\left(\sum \dot{m}_e\vec{V}_e-\sum \dot{m}_i\vec{V}_i\right)=\sum\vec{F}$$

شرایط پایدار : $\frac{dB_{cv}}{dt}=0$

← گاز اکثر حجم است نه حجم کنترل !

۸۷ : پیستون داخل سیلندر به سمت بالا حرکت می کند، حجم کنترل ($\forall$) نشان داده شده در شکل به صورت حفظ چین با حرکت پیستون تغییر می کند و در داخل آن گازی قرار دارد، نشان دهید که کدام گزینه صحیح است ؟ ($\hat{n}$ بردار یکه سطح، C.V حجم کنترل، C.S سطح کنترل) .



* چیزی وارد و خارج نمی شود → ۰

* با حرکت پیستون، ذرات گاز به سمت بالا هل داده می شوند

← روی مرز پایینی حجم کنترل

جریان داریم ← V داریم

← $\vec{V}.\hat{n}\neq 0$

← حجم کنترل

۱) $\sum_{C.S}(\vec{V}.\hat{n})=0$ روی سطوح حجم کنترل $\vec{V}.\hat{n}=0$ است ولی *

✓ ۲) $\frac{d}{dt}\int_{CV}\rho\, d\forall=0$ جرم (m) ← جرم داخل خط چین عوض نمی شود ← ثابت است

نرخش صفر می شود

۳) جریان داخل حجم کنترل پایدار است . ناپایدار است، چگالی و فشار تغییر می کند

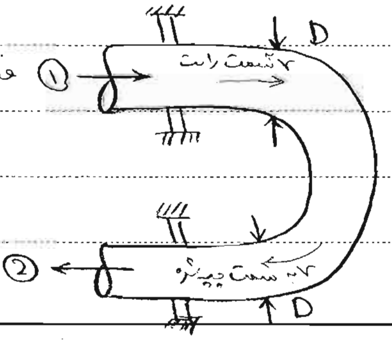
۴) چگالی گاز داخل حجم کنترل تغییر نمی کند .

جرم ثابت : حجم ↓ چگالی ↑

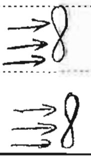
از این مبحث در سال ۸۲، ۴ سوال آمده :

۸۲ : فرض شود ρ در هر دو مقطع ۱ و ۲ شکل زیر در یک زانویی افقی یکسان باشد (چگالی، دبی و سرعت جریان به ترتیب ρ، Q و V است) . سطح مقطع لوله A است، مقدار نیروی وارد بر نگهدارنده ها، جهت نگهداری زانویی در محل خود کدام است (از نیروی ثقل و افت ها صرف نظر کنید) .

فشار داریم : به صورت عمود بر سطح به سمتی که بخواهد به داخل نفوذ کند .



در ورودی و خروجی فشار داریم، که به زانویی نیرو وارد می کند .



⊕ = ۲PA

۱) PA

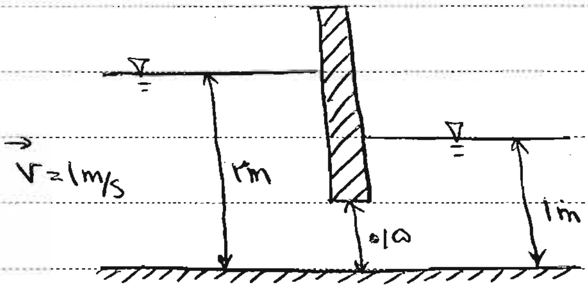
۲) ۲ρQV

۳) ۲PA + ρQV

۴) ۲PA + ۲ρQV ✓

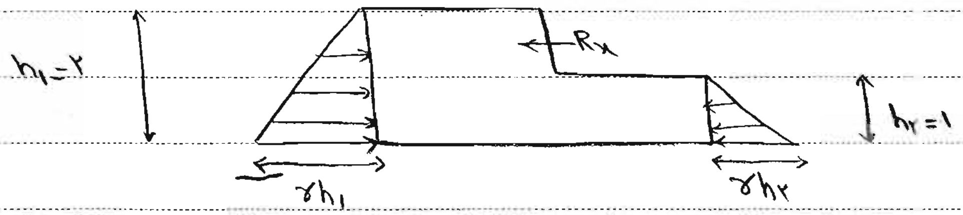
۲ṁV = ۲ρQV
به خاطر تغییر سرعت

۸۲ : در شکل زیر آب از دریچه ای به پهنای ۲m در حال عبور است. نیروی افقی وارد بر دریچه کدام است؟



۱) ۳۰۰۰۰N
۲) ۴۰۰۰
۳) ۲۰۰۰۰
۴) ۲۶۰۰۰

پیدا کردن نیرو در کجا؟ : استفاده از اندازه حرکت.



$(h_1, h_2, V_1, V_2, R_x)$
معلوم ? ?

پیوستگی: $V_2 = \frac{h_1}{h_2} V_1 = 2V_1 = 2$

اندازه حرکت: $\Sigma F_x = \dot{m}(V_2 - V_1)$

$$\Sigma F = (\tfrac{1}{2}\gamma h_1)(h_1 b) - (\tfrac{1}{2}\gamma h_2)(h_2 b) - R_x$$

$$= 10^4\left(\frac{h_1^2}{2} - \frac{h_2^2}{2}\right) b - R_x = 10^4\left(\frac{2^2}{2} - \frac{1^2}{2}\right)\times 2 - R_x = 30000 - R_x$$

$$\dot{m}(V_2 - V_1) = (\rho V_1 h_1 b)(V_2 - V_1)$$

$$= (10^3 \times 1 \times 2 \times 2)\times(2-1) = 4000$$

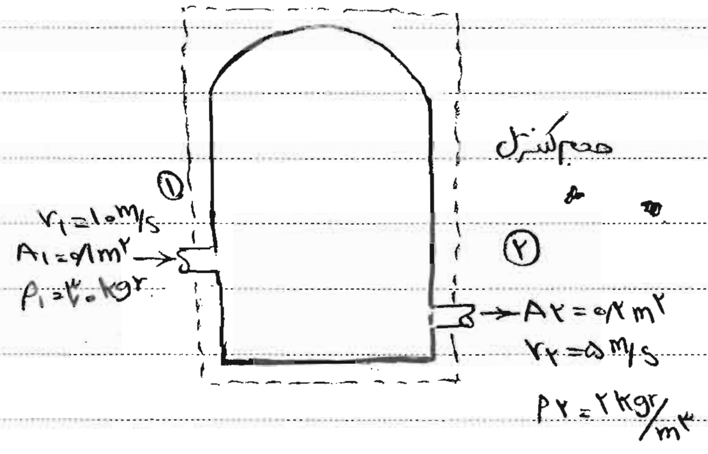
$$30000 - R_x = 4000 \Rightarrow R_x = 26000$$

بامره

Subject: ۸۰

Year. Month. Date. ( )

۸۲۵ : سیال گازی شکل از دو لوله متصل به مخزن نشان داده شده وارد و خارج می گردد. در حالت نشان داده شده، کدام یک از عبارات های زیر در مورد کاربرد حجم کنترل برای قانون پیوستگی صحیح نیست؟ (Nsys: خاصیت در سیستم، η: خاصیت در قانون پیوستگی جرم در نظر است ، ρ: جرم حجمی، V: سرعت، ∀: حجم) .



۱) $N_{sys} \neq 0$

۲) $\frac{dN_{sys}}{dt} = 0$

کدام خاصیت؟!

۳) $\frac{d}{dt}\int_{C.V} \rho d\forall \neq 0$ جرم ، داخل حجم کنترل ← گزاره درست

بستگی دارد که دبی ورودی با خروجی برابر است یا نه ←

۴) $\sum_{CS} \eta \rho \vec{V}\cdot\vec{A} = 0$

باید بگوییم کدام خاصیت است! (مبهم)

$\dot{m}_1 = \rho_1 V_1 A_1 = 3.0$

$\dot{m}_2 = \rho_2 V_2 A_2 = 2.0$

برای η کلی نمی توان اظهار نظر کرد، اما اگر $\frac{m}{m} = \eta = 1$ باشد :

جرم حجم کنترل دارد بالا می رود ← ثابت نیست.

$\sum_{CS} \rho V\cdot A = \dot{m}_2 - \dot{m}_1 = -1 \neq 0$

$\frac{dm_{c.v}}{dt} = \dot{m}_1 - \dot{m}_2 = +1.0 \neq 0$

← گزاره ۴ نادرست است.

$\frac{d}{dt}\int_{c.v} \rho d\forall \neq 0$

در گزینه ۱ : برای N کلی نمی توان اظهار نظر کرد، اما اگر N=m فرض شود (داخل c.v یک سری جرم داریم ← پس جرم ≠ ۰)

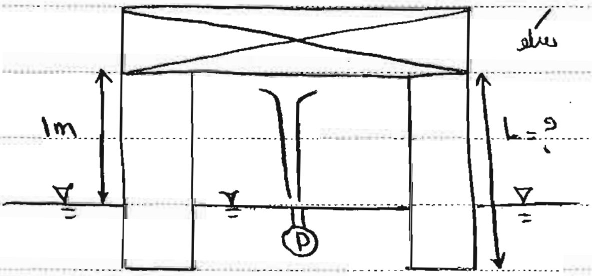
← گزاره ۱ درست است.

در گزینه ۲ : برای N کلی نمی توان اظهار نظر کرد اما اگر N=m فرض شود ← گزاره ۲ درست است .

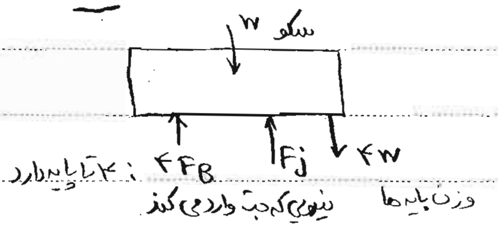
PAPCO

۸۲ ☒ : سکوی نشان داده شده به وسیله ۴ محفظه بسته استوانه ای شکل به سطح مقطع $۱m^۲$ در سطح آب شناور است. وزن سکو برابر ۳۴٫۴KN و وزن واحد طول استوانه ها ۱KN می باشد. فواره ای به سطح مقطع $۰٫۱m^۲$ آب را با سرعت ۶m/s از تراز سطح آب به صفحه تحتانی شناور پرتاب می کند. اگر بخواهیم صفحه تحتانی سکو به فاصله ۱m از تراز سطح آب باشد، طول استوانه ها (L) عبارت است از: (g=۱۰ ، ۴ استوانه در ۴ گوشه سکو قرار دارد).

۱) ۱٫۸۸m
۲) ۲
۳) ۲٫۸۸
۴) ۳٫۰۲



استوانه روی سطح آب شناور است ← برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است چون در حال تعادل است :



نیروی شناوری به پایه ها وارد می شود و مستقیماً به سکو وارد نمی شود.

$$W_{\text{سکو}} + ۴W_{\text{پایه}} = ۴F_B + F$$

$$۳۴٫۴\times۱۰^۳ + ۴\times(۱۰۰۰۰\times L) = ۴\left[۱۰۰۰۰\times \underbrace{A}_{۱}\times(L-۱)\right] + \overset{\uparrow}{\dot{m}}\underbrace{V}_{\text{برخورد}}$$

$$۳۴۴۰۰ + ۴۰۰۰L = ۴۰۰۰۰(L-۱) + (\underbrace{۱۰^۳}_{P}\times\underbrace{۰٫۱}_{A_J}\times\underbrace{۶}_{V_J})\times\left(\underbrace{\cancel{\sqrt{۶^۲-۲\times۱۰\times۱}}}_{۴}\right)$$

$$* \quad \text{پرتابه ها} : V_۲ = \sqrt{V_۱^۲ - ۲g\Delta h} \quad *$$

$$۳۴۴۰۰ + ۴۰۰۰L = ۴۰۰۰۰L - ۴۰۰۰۰ + ۶۰۰\times۴$$

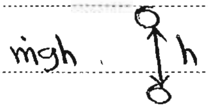
$$۷۲۰۰۰ = ۳۶۰۰۰L \rightarrow L = ۲٫۰$$

بخش ۲ : توان هیدرولیکی :

اگر هد کل انرژی جریانی با دبی $\dot m$ از مقدار h_1 به h_2 برسد، توان لازم برای انجام این کار عبارت است از:

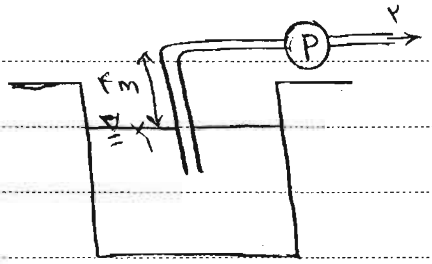
$$\boxed{P=\dot m g\,(h_2-h_1)}$$

$$h=h_p+h_z+h_v$$



شرح هر انرژی روی m می‌افتد.

▨ پمپی آب را از چاهی مطابق شکل با دبی $1\,kg/s$ به سطح زمین می‌کشد. اگر قطر دهانه خروجی ۱m باشد و از کلیه افت‌ها صرف نظر گردد، توان مصرفی در پمپ با فرض بازده ۵۰ درصد چه مقدار است؟



پمپ ذرات را از ۱ به ۲ می‌فرستد

$h_{z2}-h_{z1}=4{,}0$ پمپ

هد ارتفاعی

$h_{p2}-h_{p1}=0$

هد فشاری

$h_{v2}-h_{v1}=\frac{V_2^2}{2g}$

$\underset{\rho Q}{\dot m}=\rho\frac{\pi}{4}d_2^2V_2\rightarrow V_2=\frac{0.004}{\pi}$

$h_{v2}-h_{v1}=0$ ←

درعمل: تغییر هد جنبشی نسبت به هد ارتفاع و فشار ناچیز است (مگر اطلاعات بدهد)

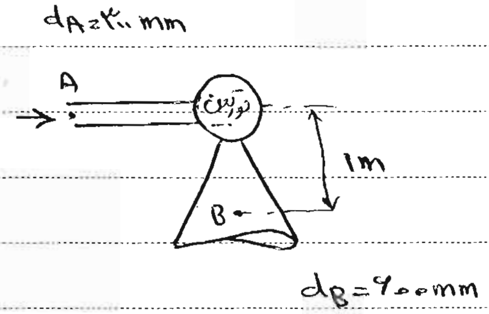
توان تزریقی به ذرات آب _ $P=\underset{1}{\dot m}\,\underset{10}{g}(4+0+0)=40\,W$ وات

در توان پمپ، توان تزریقی را به بازده تقسیم می‌کنیم $P=\frac{\dot P}{\eta}=\frac{40}{0.5}=80\,W$ توان برق مصرفی پمپ

تزریقی به آب

بازده

۲۹ ☒ : آب از توربین با دبی $0/36\ \frac{m^3}{s}$ عبور می‌کند و فشار در نقاط A و B به ترتیب ۱۵۰ و ۴۰- kPa است. مقدار توان توربین با فرض بازده ۵۰ درصد چه مقدار است؟ $(g=10)$



دبی و قطر را داده که باید هد جنبشی حساب شود

۱) ۴۴kW
۲) ۴۲
۳) ۳۸
۴) ۹۱

* یک نقطه قبل از توربین و یک نقطه بعد از توربین را در نظر می‌گیریم:

$$h_{z_A}-h_{z_B}=1/0$$

$$h_{P_A}-h_{P_B}=\frac{[150-(-40)]\times10^3\ Pa}{\underset{10^4}{\rho g}\ \gamma}=19/0$$

$$Q=VA \qquad V_A=\frac{Q}{\frac{\pi d_A^2}{4}}=5/09$$

$$V_B=\left(\tfrac{1}{2}\right)^2V_A=1/27$$

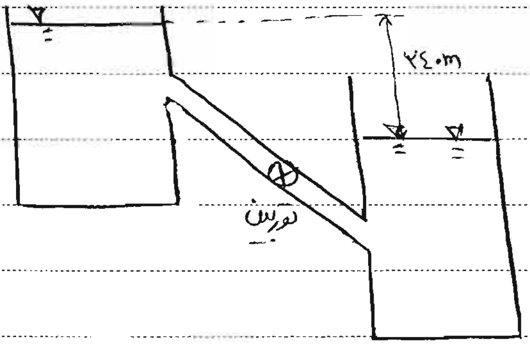
$$h_{V_A}-h_{V_B}=\tfrac{1}{2g}(V_A^2-V_B^2)=1/21$$

توانی که آب از دست می‌دهد. $P=\underset{0/5}{\eta}\,\underset{\underset{1000\quad 0/36}{\rho Q}}{\dot m}\,\underset{10}{g}\,(1+19+1/21)=38\times10^3 W$

در توربین توان را ضرب می‌کنیم.

(توربین نصفش را می‌تواند استفاده کند چون $\eta=50$ درصد را ضرب می‌کنیم).

۲۵ ☒: در سیستم شکل زیر، $۲۰m^۳/s$ و راندمان توربین ۸۰٪ است. اگر افت انرژی در مسیر جریان با رابطه $\Delta H = ۰/۱Q^۲$ محاسبه شود، توان الکتریکی این تأسیسات کدام است؟ (g=۱۰)



۱) ۳۲MW
۲) ۳۸
۳) ۴۰
۴) ۵۰

اگر مسیر افقی باشد کاری به توربین نداریم.
فقط آن چه که به توربین می رسد کمتر از ۲۴۰m است (اختلاف ارتفاع)
۴۰ متر را صرف جریان دادن به سیال
کردیم از ۲۴۰ متر ←
۲۰۰ متر را صرف تولید برق می کنیم.

$$\Delta H = ۰/۱ \times ۲۰^۲ = ۴۰m$$

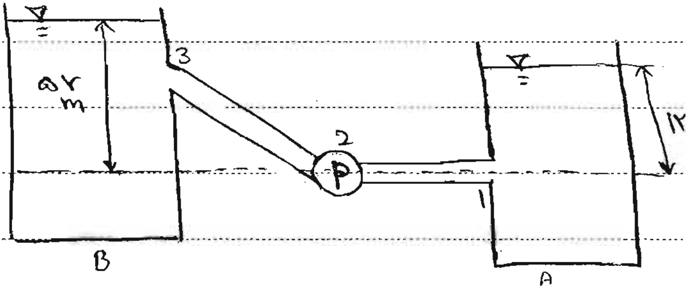
در توربین افت کم می شود

$$P = \eta \dot{m} g (۲۴۰-۴۰)$$

$$= ۰/۸ \times (\underset{\rho Q}{\underbrace{۱۰^۳ \times ۲۰}}) \times ۱۰ \times ۲۰۰ = ۳۲ \times ۱۰^۶ W$$

داخل توربین افقی با اندازه ۲۰ درصد P داریم ×

۸۱ ☒: پمپی دبی ۱۵۰ lit/s روغن با وزن مخصوص $۷/۸ KN/m^۳$ را از مخزن A به B منتقل می کند. اگر ارتفاع تلف انرژی تلف شده از مقطع ۱ تا ۲ برابر ۲/۵ متر و از مقطع ۲ تا ۳ برابر ۶/۵ متر باشد، مقدار توان مصرفی پمپ با راندمان ۸۰٪ چه مقدار است؟



۱) ۴۶KW
۲) ۶۲
۳) ۷۷ ✓
۴) ۱۰۴

چون تفاوت ۲ سطح آزاد است ← ۵۷−۱۲

$\Delta h_p = ۰$
$\Delta h_T = ۰$
معمولاً در مسائل پمپ و توربین صفر در نظر گرفته می شود مگر چیزی گفته باشم.

$$P = \frac{\dot{m} g (h_z + h_f)}{\eta_{\text{پمپ}}} = \frac{\overset{۷۸۰۰}{\rho} \underset{۱۵۰\times۱۰^{-۳}}{Q} g (۴۵ + ۲/۴ + ۶/۵)}{۰/۸} = ۷۶۹۵۰W$$

در توربین افت کم می شود.
در پمپ افت اضافه می شود.

۷۵ دبی جریان آب در یک توربین $۲۲۵ m^3/s$ و هد مؤثر بر توربین معادل ۱۲۰ متر آب است. اگر راندمان ۰/۸ باشد، توان تولیدی توربین کدام است؟

۱) ۸۰MW
۲) ۳۰
۳) ۱۲۰
۴) ۲۴۰ ✓

اصطلاح هد مؤثر بر توربین معادل ۱۲۰ متر به این معنی است که هد انرژی تزریقی به توربین ۱۲۰m است و لذا:

$$P = \eta \, \dot{m} g \times ۱۲۰ = ۲۴۰ \times ۱۰^۳ W$$

$\eta \to ۰/۸$ ، $\dot{m}g \to \rho Q$

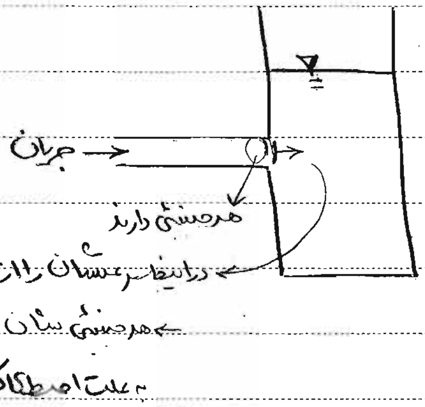
توان هیدرولیکی یک جت سیال که در اتمسفر حرکت می کند مربوط به انرژی جنبشی آن است که برابر است با:

$$\boxed{P_{Jet} = \dot{m} g \frac{v^۲}{۲g} = \frac{\dot{m} v^۲}{۲} = ۱/۲ \, \rho A v^۳}$$

$\dot{m} = \rho Q$
$Q = Av$

اگر سرعت جت ۲ برابر شود، P چهار برابر ~~نمی~~ شود چون در $\dot{m}$ هم v داریم، P (توان) ۸ برابر می شود.

۷۶: لوله ای به قطر 1m آب را به داخل مخزنی با دبی $۲ m^3/s$ تخلیه می کند، توان از دست رفته کدام است؟



۱) ۰/۳۳ kW
۲) ۱۰۶۸
۳) ۶/۵
۴) ۶۶۰

$$P = ۱/۲ \, \dot{m} v^۲ = ۱/۲ \, \rho Q v^۲ = ۶/۴۸ \times ۱۰^۳ W$$

$v^۲ \to \left(\frac{Q}{\frac{\pi D^۲}{۴}}\right)^۲$

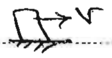
چون به مخزن وارد می شود تمام سرعتش را به علت اتلاف ها از دست می دهد.

= هد جنبشی
↓
تلف می شود

بخش ۸ : تنش برشی در سیالات :

جهت نیروهای اصطکاکی (تنش های اصطکاکی) همیشه مقابله کننده است با لغزشی که دارد اتفاق می افتد.

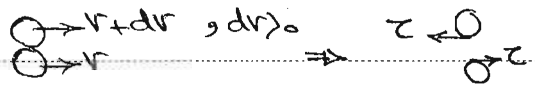
در لغزش سطوح جامد وقتی سرعت زیاد می شود نیروی اصطکاکی تغییر نمی کند ولی در سیالات مقدار تنش برشی شدیداً وابسته است به سرعت لغزش ذرات.



$F_f = \mu N$

جهت نیروها : مقابله کننده با لغزش

← (تنش های اصطکاکی)



سرعت ذرهٔ بالایی بیشتر از سرعت ذرهٔ پایینی است ← (به خاطر تفاوت سرعت) لغزش صورت می گیرد و ~~وجود~~ لزجت باعث مخالفت با این لغزش ها می شود ← ایجاد تنش های برشی.

در سیالات تنش های برشی = لغزش سطوح ما بر روی هم.

در سیالات τ شدیداً وابسته به شدت لغزش ذرات.

در سطوح جامد، اصطکاک مستقل از شدت لغزش $\propto$.

اگر سیال نیوتنی فرض شود، مقدار تنش برشی در آن با سرعت لغزش ذرات متناسب است. تناسب خطی نیست، فقط وابستگی دار

در جریان آرام (ورقه ای، لایه ای Laminar) برای سیال نیوتنی می توان نوشت:

مؤلفهٔ در جهت x سرعت ← / → مؤلفهٔ در جهت y سرعت

برای سیال فقط نیوتنی : $\tau_{xy}=\tau_{yx}=\mu\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}+\frac{\partial v_y}{\partial x}\right)$

← یکی جهت نیروی ناشی از تنش
دیگری راستای عمود بر صفحهٔ حاوی تنش

ضریب دینامیکی (μ)

شدت لغزش ذرات در یک نقطه را نشان می دهد (ضریب تناسب)

← چون تنش با لغزش ذرات در سیال نیوتنی متناسب است.

هرچه سیال لزج‌تر باشد $\mu \uparrow$

$\mu = 0 \rightarrow$ تنش = ۰ (لزجت = ۰)

به طور مشابه:

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu\left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x}\right)$$

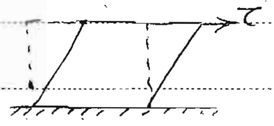
$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu\left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y}\right)$$

μ به جنس سیال و دما وابسته است.

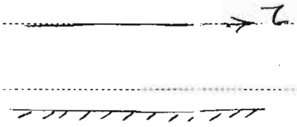
معمولاً: دما $\uparrow$ (گرمتر) $\mu \downarrow$ چسبندگی کمتر می‌شود

لزجت سینماتیک $\nu = \dfrac{\mu}{\rho}$ لزجت سیال

چگالی سیال



جامد



سیال

تنش برشی در سیال وقتی است که حرکت داشته باشد (سرعت)
← لغزش

تنش برشی در جسم جامد: ابتدا جسم کمی تغییر شکل می‌دهد ولی از یک جایی به بعد ثابت می‌شود و حرکت و تغییر شکل ادامه نمی‌یابد.

و تا وقتی τ هست، سیال به حرکت می‌افتد و ادامه می‌یابد (تا زمانیکه تنش برشی هست، جریان ادامه دارد) ← دائم حرکت می‌کند.

← سیال تنش برشی تحمل نمی‌کند ≠ دره نابود نمی‌شود

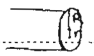
≠ سیالات تنش برشی ندارند.

اگر جریان یک بعدی باشد، و راستای حرکت x نامیده شود:

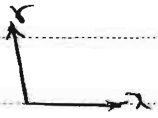
قانون لزجت نیوتن : $\boxed{\tau_{xy}=\tau_{yx}=\mu\frac{\partial v_x}{\partial y}}$

☒ ۲۵: سیالی با لزجت $\mu=۰/۰۰۹۸۵\ \frac{N.S}{m^۲}$ در لوله‌ای به شعاع $R=۰/۰۵\,m$ جریان دارد و توزیع سرعت به صورت:

$$V=۰/۱۳۷۲\left[۱-\left(\frac{r}{R}\right)^۲\right]\ m/s$$



است (r فاصله از مرکز لوله است). تنش برشی وارد بر جدارهٔ لوله کدام است؟
روی جداره



در مورد دو احرما فقط این نکته مهم است که اصلی است یا نه!

۱) ۰/۰۰۰۵۲۶
۲) ۰/۰۱۳۱
۳) ۰/۰۵۲۶ ✓
۴) ۰/۱۳۱

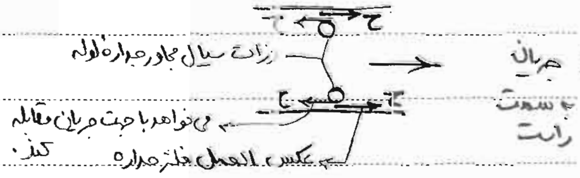
مشتق نسبت به r

$$\tau_{xr}=\mu\frac{\partial v_x}{\partial r}=\mu\times۰/۱۳۷۲\left(\frac{-۲r}{R^۲}\right)$$ می‌دهد مقدار تنش برشی را در هر کجایی که بخواهیم

تنش برشی روی جداره $=\tau_{xr}$

$$=\tau_{xr}\Big|_{r=R}=\textcircled{-}۰/۰۵۲۶$$

مربوط به قرارداد تنش برشی است.



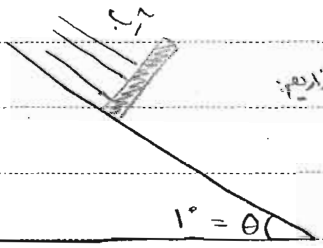
جهت تنش برشی در سیال به گونه‌ای است که با لغزش مقابله می‌کند (+ و - معنا ندا

نکته: سیال لزج مجاور با جدارهٔ جامد به آن می‌چسبد و لذا سرعتش با سرعت جداره برابر است.

☒ ۲۵*: جریان آبی با سرعت حداکثر $۵۰\ cm/s$ روی یک سطح شیبدار تحت اثر وزن خود حرکت می‌کند، اگر جریان آرام، شیب سطح ۱° و توزیع سرعت خطی باشد، ضخامت لایهٔ آب در حال حرکت کدام است؟ ($\nu=۰/۸\times۱۰^{-۶}\ m^۲/s$)

۱) ۲۸mm
۲) ۱/۵۳
۳) ۰/۸
۴) هیچ کدام.

⇐



فرض: مانع می‌گذاریم ← آب حرکت نمی‌کند،
(ساکن می‌شود)

اگر مانع را برداریم، آب به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند.

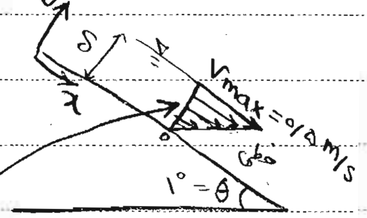
به علت نیروی وزن $(mg\sin\theta)$ [در جهت سطح شیبدار]

← برآیند نیروها صفر نیست ← ایجاد حرکت شتابدار ← کم کم سرعت افزایش می‌یابد ← لغزش به علت حرکت به وجود می‌آید، بین ذرات شدت لغزش زیاد می‌شود ← تنش های برشی زیادتری شوند و همیشه تنش برشی می‌خواهد با حرکت مقابله کند ← ایجاد تنش برشی به سمت بالا روی سطح شیبدار.

← (عامل نیرو به سمت پایین را خنثی کند)

وقتی مقدار سرعت و در نتیجه لغزش ها زیاد شود، اگر تنش برشی به حدی قوی باشد که $mg\sin\theta$ را خنثی کند ← شتاب = ۰ ← سرعت ثابت باقی می‌ماند و با گذشت زمان عوض نمی‌شود ← ایجاد حالت پایدار. و ما همیشه فرض می‌کنیم رسیده‌ایم به اینجا، ← (سرعت حدی)

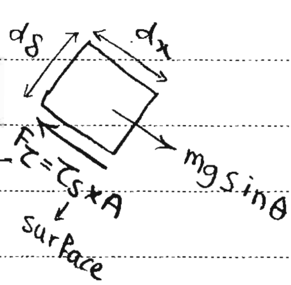
یعنی همیشه مسأله را در شرایط پایدار حل می‌کنیم.



← پایدار: سرعت ثابت ← شتاب = ۰ ← $\vec{\Sigma F} = ۰$

نقاطی از سیال سرعت بیشتری دارند که از عامل توقف یعنی صفحه (سطح) دورترند.

پس در اینجا سرعت روی سطح آزاد max است و روی سطح شیبدار صفر.



ترسیم آزاد:

مقابله کننده با جهت حرکت ←

قانون لزجت نیوتن $\tau_s = \mu \left.\frac{\partial v(x)}{\partial y}\right|_{y=0 \text{ روی جداره}} \underset{\text{توزیع سرعت خطی}}{=} \frac{\text{تغییر سرعت از ۰ به max}}{\delta} = \mu \frac{V_{max} - ۰}{\delta} = (\nu\rho)\frac{V_{max}}{\delta}$ مقدار تنش برشی

$۵۰\times۱۰^{-۲}\times۰/۸\times۱۰^{-۶}$

$F_\tau = \tau_s (dx \times b) = \rho \cancel{b}\, dx \times \frac{\boxed{۰/۴\times۱۰^{-۶}}}{\delta}$

← عرض عمود بر صفحه

$mg\sin\theta = (\rho\forall)\, g\sin\theta = (\rho(dx\,\delta\,b))\, g\sin\theta$

ادامه در صفحه بعد ←

α

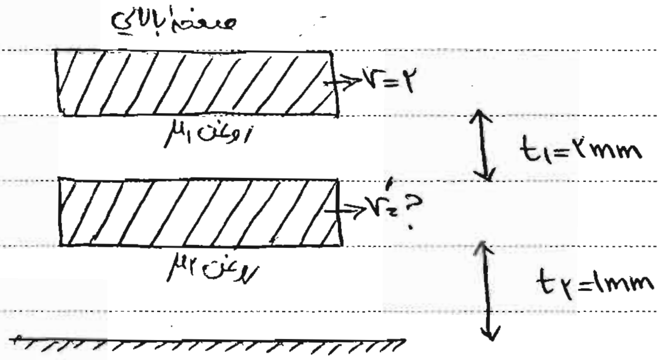
ادامه :

برآیند نیروها = ۰ (چون $\vec{a} = ۰$) → $F_\tau = mg\sin\theta$

$$\rightarrow \frac{۰/۴ \times ۱۰^{-۶}}{\delta} = \delta \times \underset{۹/۸}{g} \times \sin\overset{۱۰°}{\theta} \rightarrow \delta = ۱/۵۳ \times ۱۰^{-۴}\ m$$

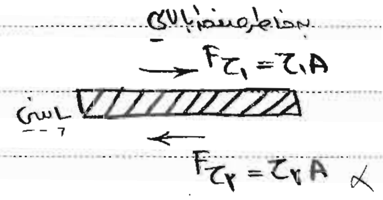
جلسه ۲ ، ۱/۶/۸۲

☒ ۸۱ : صفحه بالایی با سرعت ۲m/s به طرف راست در حال حرکت می‌باشد، اگر $\mu_1 = ۰/۱\ (pa.s)$ ، $\mu_2 = ۰/۰۵\ pa.s$ باشد، سرعت صفحه پایینی کدام است؟



۱) ۰/۵ m/s
۲) ۲/۰
۳) ۷۵
۴) ۱

صبر می‌کنیم تا سرعت صفحه بالایی ثابت شود ← شتاب صفر ← ΣF وارده صفر است



وقتی ضخامت کم است، توزیع سرعت خطی فرض می‌شود : یک بعدی ؟ α

$$\left.\begin{array}{l} F_{\tau_2} = F_{\tau_1} \\ A_1 = A_2\ و \end{array}\right| \rightarrow \tau_2 = \tau_1 \xrightarrow[\text{خطی}]{\text{فرض توزیع سرعت}} \mu_2 \frac{v'}{t_2} = \mu_1 \frac{v - v'}{t_1}$$

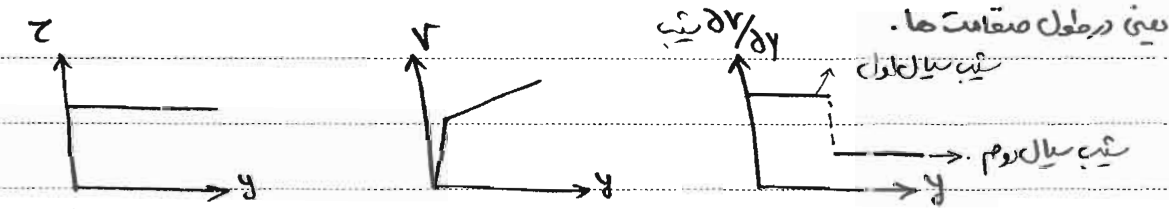
شب ؟ α

ضخامت ۲ برابر ← لزجت ۲ برابر $\boxed{\frac{\mu_2}{t_2} = \frac{\mu_1}{t_1}} \rightarrow v' = v - v' \rightarrow v' = \frac{v}{۲} = \frac{۲}{۲} = ۱\ m/s$

همیشه برقرار ؟ α

تنش‌ها ثابت ↑

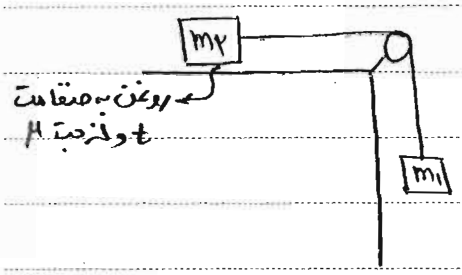
در سیستم هایی که چند طبقه سیال داریم (می‌تواند سیال ناهمگن باشد) ، در وضعیت نهایی حرکت افقی تنش برشی برحسب y ثابت است یعنی در طول ضخامت ها .



برآیند نیروها صفر ← تنش ثابت

۲تا سرعت داریم ← اسلستلی پدید می‌آید .

لزجت سیال اول ضعیف‌تر است ← شیب سیال اول بیشتر چون $\tau = ثابت = \mu \frac{\partial v}{\partial y}$



سرعت نهایی ↑

$$F = m_1 g = \underbrace{\mu \frac{v}{t}}_{\tau} A = F$$

در لحظه رها V اولیه $= 0$

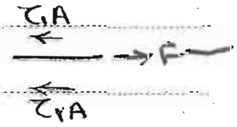
← اصطکاک $= 0$ ← نیروی برشی $= 0$

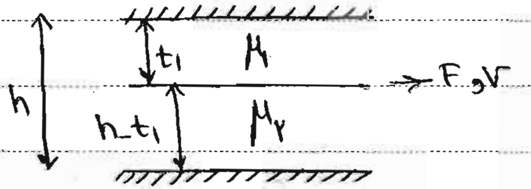
شتاب اولیه $= \frac{m_1 g}{(m_1+m_2)}$ a نهایی $= 0 \rightarrow$ V ثابت

← مثل شتاب در سطح بدون اصطکاک

در سوال، منظور از سرعت: سرعت نهایی است.

☒ بین ۲ صفحه ثابت، صفحه نازکی را با سرعت V و نیروی F می‌کشیم، t_1 چقدر باشد که نیروی لازم برای کشیدگی ورق حداقل باشد؟





$t = ? \rightarrow F\ \min$

$$F = A\left(\mu_1 \frac{v}{t_1} + \mu_2 \frac{v}{h-t}\right)$$

برای اینکه max یا min شود، مشتق می‌گیریم.

$$\frac{\partial F}{\partial t_1} = 0 \rightarrow \frac{\mu_1}{t^2} = \frac{\mu_2}{(h-t)^2} \rightarrow t_1 = \ldots$$

$\mu_1 = \mu_2$ در حالت خاص $\rightarrow t_1 = h/2$: یعنی صفحه وسط باشد

حرکات دورانی :

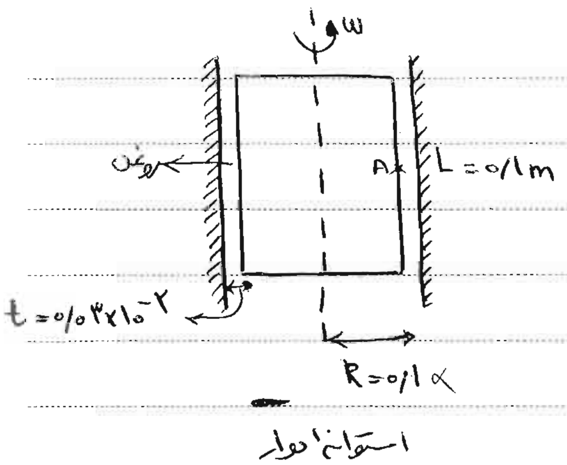
☒ ۷۹ : یک شفت (محور استوانه‌ای دوار = Shaft) به قطر ۱۰cm و طول ۱۰cm درون یک غلاف با سرعت ۱۲۰rpm می‌چرخد. فاصله بین شفت و غلاف که ۰/۰۳cm است با روغن به لزجت $\mu = 0/008 \frac{kg}{m \cdot s}$ پر شده است. توان لازم برای چرخش شفت برابر است با:

۱) ۰/۲۵W   شکل و حل در صفحه بعد

۲) ۰/۵

۳) ۰/۵

۴) ۰/۴۶



روغن می‌ریزیم تا از تماس فلز با فلز جلوگیری شود و خود روغن نیز مقاومتی ایجاد می‌کند ← ایجاد تنش

با فرض توزیع سرعت خطی در لایه کوچک:

$\tau = \mu \frac{V}{t}$ سطح شفت $= \mu \frac{R\omega}{t}$ ۰۱

بازو و τ ثابت ←

گشتاور کل حول محور $T = \underbrace{\tau A}_{F} R = \tau(2\pi RL)R$

مساحت حول استوانه = مساحت جانبی استوانه‌ی جایی که تنش اثر می‌کند.

یعنی چی؟ ✗

توان نیرو : $P = W = F.V$

توان گشتاور : $P = T\omega$

F نیرو = بار خطی

T گشتاور = بار دورانی

V = سرعت خطی

ω = سرعت دورانی

$w = F.d$

$\omega = \frac{120 \times 2\pi}{60} = 0/34$ ✗

سرعت دوران ۳ برابر شود شدت لغزش ۳ برابر می‌شود ← اگر سیال نیوتنی باشد تنش های برشی ۳ برابر می‌شود ← نیروهای ناشی از تنش ها ۳ برابر می‌شود ← گشتاور ۳ برابر می‌شود.

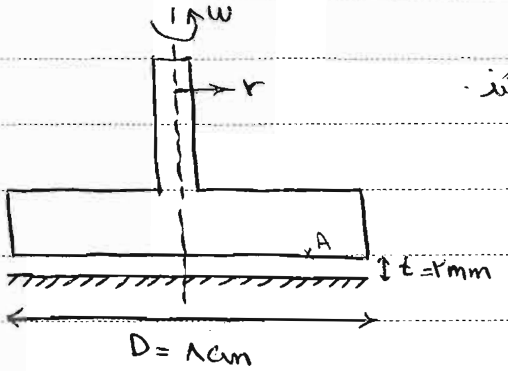
« به روابط و توان ها بین پارامترها دقت کن »

هرچه سیال لزج تر باشد گشتاور لازم برای چرخش (پیمش) بیشتر می‌شود.

اگر بین دو فلز آب باشد حین چرخش و به علت فشار ها وارده بر آن بیرون می‌ریزد و دوباره فلز با فلز تماس پیدا می‌کند ← سیالی با لزجت نیاز داریم برای چسبندگی. استفاده از روغن تا خلل و فرج را پر کند.

۸۴: دیسک نشان داده شده با سرعت زاویه‌ای $2\,rad/s$ دوران می‌کند، فضای بین دیسک و سطح ساکن با روغنی به ضخامت ۲mm و لزجت $\mu = 0/01\ \frac{N.S}{m^2}$ پر شده است، گشتاور لازم برای دوران کدام است؟

دقت شود، واحدها اصلی است.



سطح ساکن با حرکت دیسک مقابله می‌کند.

(سیال زیر دیسک)

۱) $3/5 \times 10^{-2}\ N.m$

۲) $1/2 \times 10^{-4}$

۳) $3/5 \times 10^{-4}$

۴) $4 \times 0/2 \times 10^{-5}$

تنش برشی عمود بر صفحه به سمت خارج ایجاد می‌شود ✗

$$\tau = \mu \frac{VA}{t} = \mu \frac{\overset{\text{فاصله از محور دوران}}{r}\omega}{t}$$

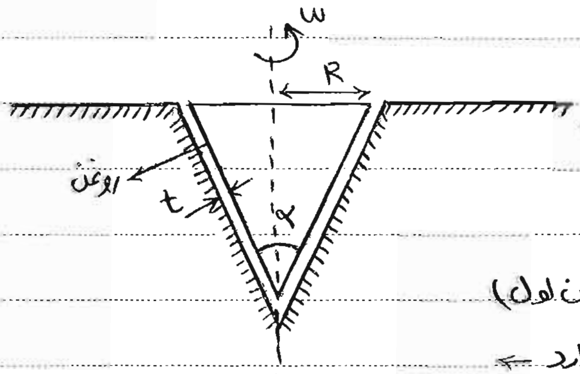
تنش برشی و بازو در قسمت‌های مختلف دیسک یکسان نیست:

$$T = \int dT = \int dF\, r = \int \tau\, dA\, r = \int_{r=0}^{r=R=D/2} \left(\mu \frac{r\omega}{t}\right)(2\pi r\, dr)\, r = \boxed{\frac{\pi \omega \mu R^4}{2t}} = 4/02 \times 10^{-5}$$

به دیمانسیون‌ها دقت شود (کلاً)، سؤال می‌دن!

۸۵: (سخت‌ترین سؤال سال ۸۵):

گشتاور لازم برای گردش مخروط شکل روبه‌رو با سرعت ω چقدر است؟



۱) $T = \frac{\pi \omega \mu R^4}{t \sin\alpha}$

۲) $\frac{\pi \omega \mu R^4}{2t \sin\alpha/2}$

۳) $\frac{2\pi \omega \mu R^4}{t \sin\alpha/2}$

۴) $\frac{\pi \omega^2 \mu R}{t \sin\alpha/2}$

گشتاور با ω (سرعت) تناسب خطی دارد (توان اول)

توان (μ) نسبت توان ۲ با ω دارد ←

گزینه ۴ غلط است.

یه کم مخ داشته باشی همه چی حل میشه!!!

حل در صفحه بعد ←

اگر $\alpha = \pi$ بگیریم ← از حالت مخروطی در می آید و می شود دیسک.

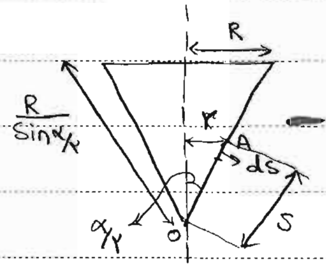
دیسک.

و همینطور $\sin\alpha$ می شود صفر ← گشتاور ۰ می شود و گشتاور دیسکی که زیرش روغن است ۰ نیست ← گزینه ۱ غلط است.

از بین ۲ و ۳، گزینه ۲ درست خواهد بود چون با $\alpha = \pi$، ۰ مزجمل دیسک (طبق صفحه قبل) $\frac{\pi\omega\mu R^4}{2t}$ خواهد بود نه $\frac{2\pi\omega\mu R^4}{t}$!

$\sin\alpha/2 = 1$

حل تشریحی:



حرکت از O به A است ← S تغییر می کند که مسیر مستقیمی است.

* وقتی متغیر عوض می شود حدود انتگرال گیری عوض می شود!

$$\tau = \mu\frac{r\omega}{t}$$

$$T = \int_{s=0}^{s=\frac{R}{\sin\alpha/2}} \tau(2\pi r\,ds)\,r = \boxed{\int_{r=0}^{r=R} \frac{\mu r\omega}{t}\left(2\pi r\frac{dr}{\sin\alpha/2}\right) r}$$

چرا شد $\alpha/2$؟ α

گشتاور برای مخروط تفاوتش با گشتاور دیسک در $\sin\alpha/2$ است.

$$* \quad \begin{cases} S = \dfrac{r}{\sin\alpha/2} \\ ds = \dfrac{dr}{\sin\alpha/2} \end{cases}$$

توان استهلاکی لزجت Viscose dissipation:

نرخ اتلاف انرژی ناشی از تنش برشی در محل یک المان از سیال عبارت است از:

سرعت لغزش

$$p_{\text{اتلاف}} = F\,V = \left(\tau_{xy}\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}+\frac{\partial v_y}{\partial x}\right)+\tau_{xz}\left(\frac{\partial v_x}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial x}\right)+\tau_{yz}\left(\frac{\partial v_y}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial y}\right)\right) \times d\forall$$

(τ_{xy}) xy ← سرعت لغزش مربوط تنش

حجم المان

توان استهلاکی به ازای واحد حجم
(نرخ کاری که برای استهلاک انجام می دهیم).

از آن جا که برای جریان آرام داریم:

$$T_{ij} = \mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j}+\frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right)$$

$x_1 = x$
$x_2 = y$
$x_3 = z$

i و j = ۱و۲و۳

P4PCO

$$\Rightarrow \text{اتلاف } p = \mu\left[\left(\frac{\partial v_x}{\partial y}+\frac{\partial v_y}{\partial x}\right)^۲+\left(\frac{\partial v_x}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial x}\right)^۲+\left(\frac{\partial v_y}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial y}\right)^۲\right]d\forall$$

سه بعدی

درحالت خاص جریان یک بعدی:

$v_y \equiv v_z \equiv 0$ و $v_x = v_x(y)$

$$\boxed{\underset{\text{توان}}{\text{اتلاف } p} = \tau_{xy}\frac{dv_x}{dy}dA = \mu\left(\frac{dv_x}{dy}\right)^۲ d\forall} \quad *$$

۸۲ ▨: کره‌ای به شعاع باسرعت زاویه‌ی ω درداخل کرهٔ ساکنی باشعاع R+t درحال چرخش است (مقدار t بسیار کوچک است). اگر لایهٔ روغنی بالزجت μ بین دو کره قرار داشته باشد، مقدار گشتاور مقاوم چقدر است؟

$\int \sin^۲ x = \dots$ (راهنمایی:)

$\int \sin^۳ x = \dots -\cos x + \frac{\cos^۳ x}{۳}$

$\int \cos^۲ x = \dots$

$\int \cos^۳ x = \dots$

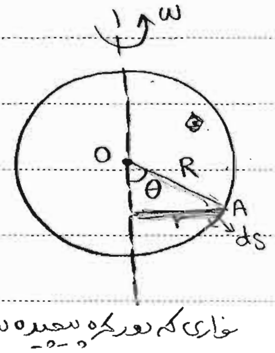
۱) $\frac{۱۶\pi\mu\omega R^۳}{۳t}$

گشتاور باتوان ۴ طول (R) نسبت دارد.

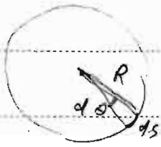
۲) $\frac{۸\pi\mu\omega R^۴}{۳t}$ ← ۱و ۴ غلط اند.

۳) $\frac{۴\pi\mu\omega R^۴}{۳t}$ ✓ ?α

۴) $\frac{\pi^۲\mu\omega R^۳}{۲t}$



حرکت از O به A ← θ تغییر می‌کند که متغیر است.



نواری که دور کره پیچیده شده α

$ds = Rd\theta$

$\tau = \mu\frac{r\omega}{t}$

$$T = \int\left(\frac{\mu r\omega}{t}\right)(۲\pi r \overset{\overset{\text{مخروط }\alpha}{\uparrow}}{ds})r = \int_{\theta=0}^{\theta=\pi}\frac{\mu r\omega}{t}(۲\pi r\underbrace{Rd\theta}_{\text{میزان تغییر ds در دایره}})r$$

$r = R\sin\theta$

$\frac{۲}{۳}-\left(\frac{۱}{۳}-۱\right)$

$$= \int_0^\pi \frac{۲\pi\mu R^۴\omega}{t}\sin^۳\theta\, d\theta$$

$$= \frac{۲\pi\mu R^۴\omega}{t}\left[\frac{\cos^۳\theta}{۳}-\cos\theta\right]_0^\pi = \dots$$

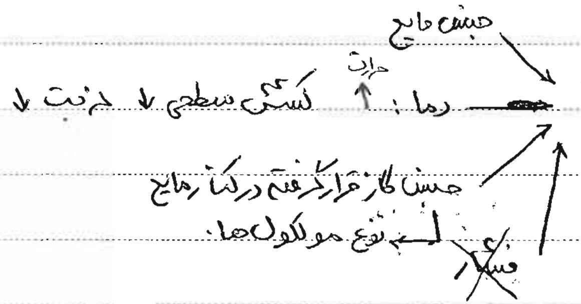
تست آخر درس ۹۹

← جوابش صفر می‌شه؟ α

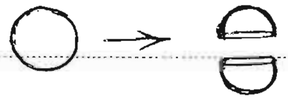
بخش ۹: کشش سطحی:

هنگامیکه مایعی سطح مشترکی با یک گاز پیدا می کند (مثلاً آب در کنار هوا)، ذرات مایع واقع بر سطح مشترک مقاومتی را در برابر جدا شدن از یکدیگر دارا خواهند بود، به این عامل متمایل به حفظ ذرات مایع سطح مشترک در کنار یکدیگر کشش سطحی گویند که مقاومت آن ها در برابر جدایی را در واحد طول با Σ (N/m) نشان می دهیم.
← به ازای 1m

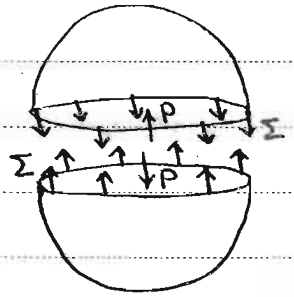
کشش سطحی وابسته است به:


جنس مایع
Σ
دما: ↑ حرارت کشش سطحی ↓ جذبت ↓
جنس گاز قرار گرفته در کنار مایع
← نوع مولکول ها.
~~فشار~~

به عنوان مثال قطره ای کروی به شعاع r از مایعی را در هوا در نظر بگیرید. اگر فشاری درون قطره باشد می خواهد قطره را تجزیه کند:



فشار درون قطره نیمکره پایینی را به سمت پایین و نیمکره بالایی را به سمت بالا می خواهد ببرد که کشش سطحی با این عمل مقاومت می کند؛ انگار کشش سطحی با جدا شدن ۲ نیمکره مقابله می کند.



ذرات داخل قطره هیچ گونه حالتی در این موضوع ندارند چون هوا را در مجاورت خودشان ندارند و فقط ذرات لبه بیرونی (خارجی) تأثیر گذارند و کشش سطحی را اعمال می کنند.

$$\boxed{P\pi r^{۲} = \Sigma(۲\pi r)}$$

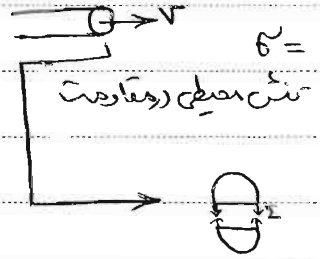
$$\boxed{\Sigma = \frac{Pr}{۲}} \quad \text{یا} \quad \boxed{P = \frac{۲\Sigma}{r}}$$

قطره کروی مثل مخزن جدار نازک استوانه ای حامل گاز در مقاومت مصالح می باشد.

$$\Rightarrow \underset{\text{تنش}}{\sigma} = \frac{Pr}{۲t} \rightarrow \underset{\Sigma}{\boxed{\sigma t}} = \frac{Pr}{۲}$$

اگر از نتایج مقاومت مصالح σ را در t ضرب کنیم، Σ (کشش سطحی سیالات) به دست می آید و می توان جای گزین هم کرد.

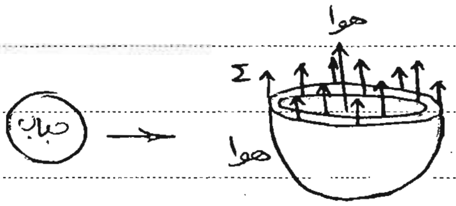
حباب استوانه ای را در نظر بگیرید که در هوا با سرعت V حرکت می کند، رابطه بین فشار داخل حباب و کشش سطحی:



$$\sigma = \frac{Pr}{t} \rightarrow \boxed{\Sigma = Pr}$$

فرق حباب با قطره:

حباب توخالی است یعنی:



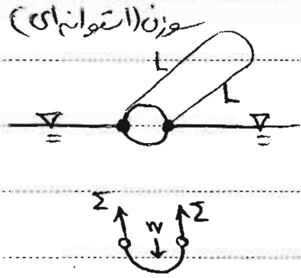
پس هم لایه داخلی و هم لایه خارجی با هوا مجاورت دارند ← هر رابطه ای برای قطره داریم برای حباب ۲ برابر می شود: α

← فشاری که حباب می تواند تحمل کند ۲ برابر می شود:

$$\boxed{P = \frac{4\Sigma}{r}}$$

رابطه فشار داخل حباب و کشش سطحی

اگر سوزن را روی سطح آب قرار دهیم، در آب فرو نمی رود، متعادل است و در آستانه فرورفتن است. یعنی مایع مجاور هوا مثل یک محافظ عمل می کند. (سطح روی شیر و ...)



نیرویی که می خواهد سوزن را فرو ببرد: وزن

در اینجا حرفی از fB نیست در مورد یک سطح نازک صحبت می کنیم.

سوزن فرو می رود: $W > \Sigma(2L)$

عدم فرورفتن سوزن: $W < \Sigma(2L)$

آستانه فرورفتن: $W = \Sigma(2L)$

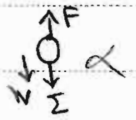
سوزنی که با کوچکترین ضربه ای این سوزن به داخل آب فرو می رود.

سوزنی داریم که وزن کمی دارد، اگر بگویند چه نیرویی باید وارد کنیم تا سوزن فرو رود می‌شود : $F=\Sigma(2L)-W$

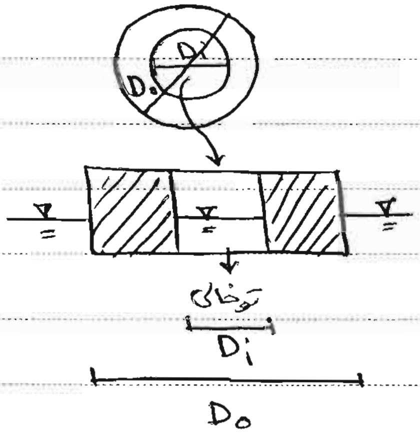
سوزنی داریم با وزن زیاد، اگر بگویند چه نیرویی به سمت بالا اعمال کنیم تا کشش سطحی سوزن را نگه دارد می‌شود: $F=W-\Sigma(2L)$

← باید نیرو به سمت بالا بکشیم.

اگر سوزن قرار گرفته بیرون آب را بخواهیم بلند کنیم، مقدار نیروی لازم برای بلند کردن سوزن برابر است با: $\uparrow F=W+2\Sigma L$



استوانهٔ توخالی با ضخامت بسیار کم (نازک) داریم:



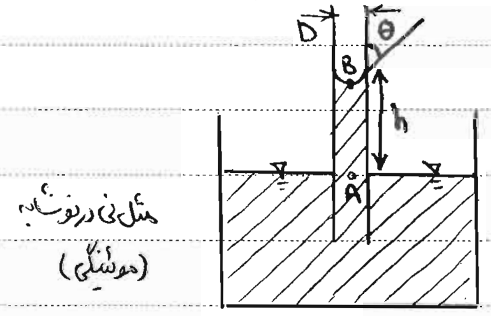
نیروی کشش سطحی آب: $\Sigma(\overset{\text{محیط داخلی}}{\underline{\pi D_i}}+\pi D_o)$

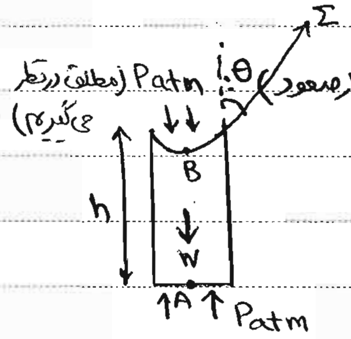
اگر توپر باشد، نیروی کشش سطحی آب: $\Sigma\underbrace{\pi D_o}_{\text{محیط بیرونی}}$

موئینگی :

نیروی چسبندگی بین ذرات بعضی از مایعات مثل آب با جدارهٔ ظرفی که داخل آن هستند بیش از نیروی پیوستگی بین ذرات خود مایع است. (چسبندگی > پیوستگی) ← اصطلاحاً گفته می‌شود این مایعات، سطوح جامد در تماس با خود را «تر» می‌کنند.
(قطرات مایع روی جامد باقی می‌ماند)

هم‌چنین این مایعات در دیواره‌های ظرفی که داخل آن هستند بالا می‌روند؛ به عنوان مثال، در شکل زیر آب درون لوله بالا می‌رود:





Patm (مطلق درنظر می‌گیریم).

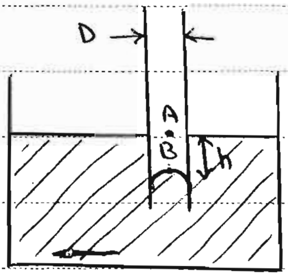
ارتفاع بالا رفتن آب (ارتفاع کاپیلاری - مقدار صعود): مجموعهٔ ذرات بالا رفته درون لوله را به عنوان سیستم درنظر می‌گیریم و سپس ترسیم نیروها:

$W=\gamma h$: $W=\Sigma(\pi D)\times\cos\theta \rightarrow \gamma\frac{\pi D^2}{4}h=\Sigma\pi D\cos\theta \rightarrow \boxed{h=\frac{4\Sigma\cos\theta}{\gamma D}}$

هرچه قطر لوله (D) کمتر ← h بیشتر ← در لوله ها با قطرهای کوچک بالا رفتن آب قابل ملاحظه و محسوس است ← مویینگی می گوییم.

ولی در استکان با اینکه بالا رفتن آب در کناره های آن را داریم، ~~ولی~~ مویینگی نمی گوییم چون محسوس نیست.

برای بعضی از مایعات مثل جیوه نیروی پیوستگی بین ذرات مایع بیشتر از نیروی چسبندگی با جداره ظرف است، این مایعات جداره جامد را تر نمی کنند و درون لوله های باریک پایین می روند.



h از رابطه قبل به دست می آید.

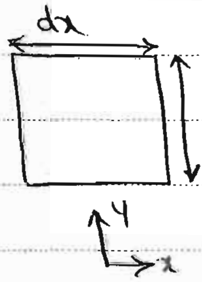
۸۲: (این سوال باید در صفحه ۹۵ جزوه بعد از تست ۸۲ می آمد ولی جا نبود):

تکه کوچکی از حجم هر چیز نه حجم کنترل!!!

برای جریان آرام یک بعدی در امتداد x، توان خالص ورودی به حجم کنترل $d\forall$ به چه صورتی بیان می شود؟

همچنین تقریبی نداریم $(d\forall = 1 \times dx\, dy$ و $p = f(x)$ و $V = g(y))$

ولی طبق گزینه ها احتمالاً منظور توان اتلافی بوده چون μ و τ و ... داریم.



۱) $\times\ \tau/\mu^2\, d\forall$

سرعت

به فرمول توجه شود

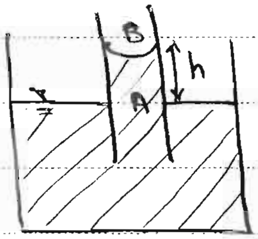
۲) $\checkmark\ \tau \frac{dV}{dy} d\forall$

۳) $\mu \frac{dV}{dy} d\forall$ باید در یک $\frac{dV}{dy}$ ضرب شود تا درست شود.

۴) $\tau \left(\frac{dV}{dy}\right)^2 d\forall$ باید μ باشد تا درست شود.

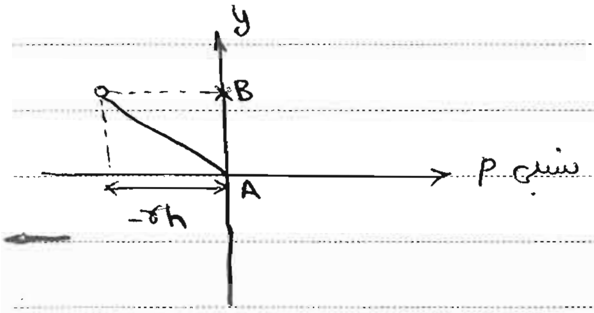
جلسه ۸، ۸۷/۶/۸

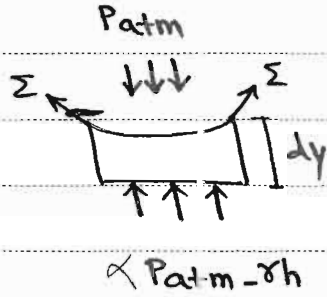
* بررسی توزیع فشار در لوله:



تابع فشار پیوسته نیست و توزیع فشار ناپیوسته داریم ∝.

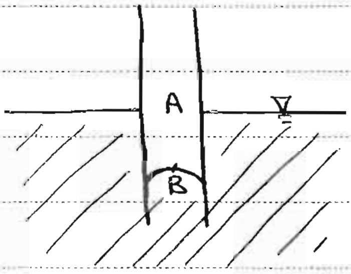
به خاطر حضور Σ ناپیوستگی دیده می‌شود ∝.





Σ در خلاف جهت g است

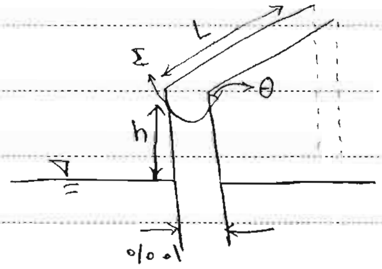
در مسائل کشش سطحی فقط در جایی که Σ دارد اثر می‌کند ناپیوستگی داریم و قبل از آن حالت عادی است.



۸۵ ☒ : دو صفحه شیشه‌ای قائم که به فاصله 1mm از هم قرار دارند را در آب فرو می‌بریم.
حداکثر افزایش ارتفاع آب بین دو صفحه کدام است؟ $(\rho=10^3,\ \sigma=0/073\ N/m)$

۱) ۳/۶۵mm
۲) ۷/۳
۳) ۹/۷
۴) ۱۴/۶

σ: کشش سطحی $= \Sigma$



چون صفحه تازه جنس سیال در گوشه مماس شده برجداره و $\theta = 0$

$$W=\Sigma\overset{\text{محیط}}{P}\cos\theta$$

$$\underset{10^4}{\gamma}(h\times 0/001\times L)=\underset{0/073}{\sigma}(2L)\overset{1}{\cancel{\cos\underset{0}{\theta}}} \Rightarrow h=0/0146\,m$$

دقت صحیح از θ تازه جنس سیال برجداره مماس شده و $\theta = 0$

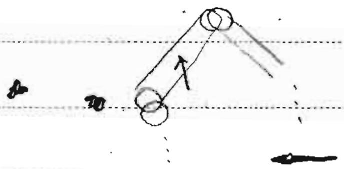
☒ ۸۲: یک سیم فلزی سبک به صورت حلقهٔ ۶ ضلعی منتظم به طول ضلع 1cm در روی سطح آب قرار دارد. اگر از وزن آن صرف‌نظر شود، نیرویی که برای بلند کردن حلقه از سطح آب لازم است برابر است با:

(کشش سطحی آب $\sigma = ۰/۰۷ \, N/m$)

در اینجا انگار ۶ استوانه داریم و هر استوانه معادل ۲L!

۱) ۰/۰۸۴
۲) ۰/۰۴۲
۳) ۰/۰۰۸۴ —
۴) ۰/۰۰۴۲

$$F_y = \cancel{W} + \underset{۰/۰۷}{\sigma}\,(\underset{\text{طول}}{۶\times۲\times۰/۰۱}) = ۰/۰۰۸۴$$



مدول الاستیک حجمی: (K):

نسبت افزایش فشار به کرنش حجمی

$$K = -\frac{\Delta P}{\underset{\text{کرنش حجمی}}{e}} = -\frac{\Delta P}{\frac{\Delta V}{V_0}} \qquad e = \frac{\Delta V}{V_0}$$

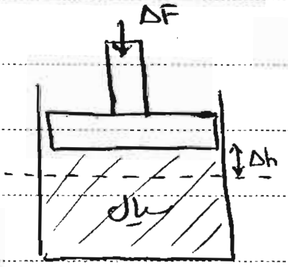
فشار ↑ حجم ↓ ⟵ منفی می‌گذاریم تا K منفی بدست نیاید.

$$K = \frac{E}{۳(۱-۲\nu)}$$ در جامدات

K — جنس سیال
دما
فشار (در سیالات)

⟵ در سیالات K مستقل از فشار

⟵ در گازها $K \simeq P$ هرچه فشار گاز ↑ $\underbrace{\text{مقاومتش در برابر تراکم}}_{K}$ ↑

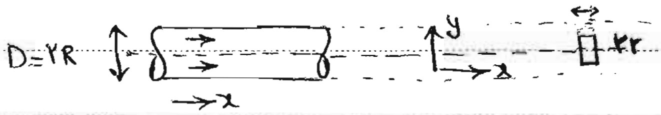


$$\Delta P = \frac{\Delta F}{A}$$ مساحت پیستون

$$\frac{|\overset{A\Delta h}{\Delta V}|}{V_0} = \frac{\Delta P}{K} \rightarrow \boxed{\Delta h = \left(\frac{\Delta F}{A}\right)\times\frac{1}{K}\times\frac{V_0}{A}}$$

بخش ۱۰: جریان اصطکاکی در لوله‌ها: (از جهت صرف‌نظر نشود!)

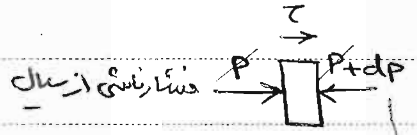
جریان پایای ثابت را که در لوله‌ای افقی در حرکت است در نظر می‌گیریم. یک لوله افقی به قطر D (شعاع R) و جریان از راست به چپ در نظر می‌گیریم:



المانی را از سیال که به شکل استوانه باشد با طول دیفرانسیلی dx در نظر می‌گیریم (r دلخواه)

دبی ثابت، مقطع ثابت ← سرعت سیال ثابت ← شتاب صفر ← برآیند نیروهای وارده بر سیال = ۰ (شرایط مثل حالت استاتیکی)

اگر در سیال فشار داشته باشیم عمود بر سطح آن قسمت نیرو داریم.



فشاری که می‌خواهد سیال وارد لوله شود و به خاطر جابه‌جایی که دارد dp اضافه شده.

$$-dp(\pi r^2) + \tau(2\pi r\,dx) = 0$$

چون نیرو به سمت چپ است.

$$\boxed{\tau = +\frac{r}{2}\,dp/dx} \qquad (۱-۱۰)$$

τ منفی است که یعنی τ به سمت چپ است.

از طرف دیگر با فرض جریان آرام در لوله داریم $\tau = \mu \frac{du_x}{dr}$. پس با توجه به رابطه (۱۰-۱) نتیجه می‌شود:

$$\mu = \frac{du_x}{dr} = \frac{r}{2}\frac{dp}{dx} \xrightarrow{\int} u_x = \frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}\frac{r^2}{4} + c$$

$$u_x\Big|_{r=R} = 0 \rightarrow c = -\frac{1}{4\mu}\,dp/dx\;R^2 \qquad \boxed{u_x = \frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dx}(r^2 - R^2)} \qquad (۲-۱۰)$$

در لوله توزیع سرعت در وضعیت جریان آرام مرتبه ۲ است ← خطی نیست و یکنواخت هم نیست ← برای انرژی ضرایب تصحیح (α و β می‌خواهد):

$$\left|\begin{array}{l}\alpha = 2\\ \beta = 4/3\end{array}\right.$$

علامت داخل پرانتز همواره منفی است ← $\frac{dp}{dx}$ حتماً منفی است چون از جهت که داریم.

فشار تابع نزولی است.

ب): $Q = \int U_x \, dA = \int_{r=۰}^{r=R} U_x (۲\pi r\,dr) \xrightarrow[\text{جای گزینی}]{(۲-۱۰)} \boxed{Q = \frac{\pi R^۴}{۸\mu} \left| \frac{dp}{dx} \right|}$ (۴-۱۰)

برای ۹۰ ۲ ۱۳۹

$\bar{U}$: سرعت متوسط $= \underbrace{\frac{Q}{\pi R^۲}}_{\text{مساحت مقطع}} = \frac{R^۲}{۸\mu} \left| \frac{dp}{dx} \right|$ *

سرعت ماکسیمم درون مقطع لوله در مرکز اتفاق می‌افتد (وسط لوله) و ۲ برابر سرعت متوسط است.

$$\boxed{\bar{U} = \frac{U_{max}}{۲}} \leftarrow$$

مینیمم سرعت صفر است و نزدیک جداره‌ها رخ می‌دهد.

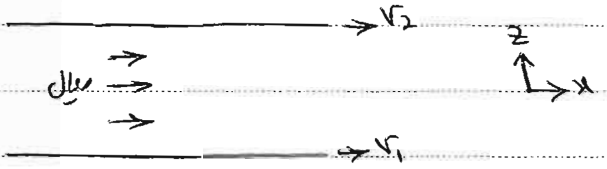
تنش برشی در سطح نزدیک دیواره‌ها max است و هرچه از دیواره‌ها دور شویم کاهش می‌یابد.

تنش برشی max روی جداره‌ها
تنش برشی min در مرکز

دو بعدی ←

در مورد جریان پایدار بین ۲ صفحه تخت نیز به طور مشابه می‌توان عمل کرد که نتیجه خواهد شد:

(صفحات هم می‌توانند متحرک باشند)



برآیند نیروها = ۰ و ...

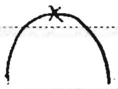
$$\boxed{U_x(z) = \frac{۱}{۲\mu} \frac{dp}{dx} z^۲ + C_۱ z + C_۲} \quad (۴-۱۰)$$

با (۲-۱۰) فرق‌هاشون هست
ثابت‌ها فقط بستگی.

$$\left. \begin{array}{l} U_x(z_۱) = V_۱ \\ U_x(z_۲) = V_۲ \end{array} \right| \Rightarrow C_۱ , C_۲ = ?$$

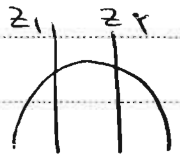
برای پیدا کردن محلی که سرعت در آن max است می‌توان نوشت : $\frac{du_x}{dz}=0$

$\frac{dp}{dx}<0$ در شکل رابطهٔ ۱۰-۴



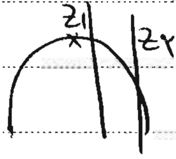
پس سرعت بدست آمده max است نه min .

نقطه : z ای که مشتق را صفر کند .

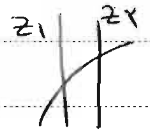


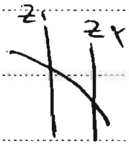
z حاصله باید بین دو صفحهٔ z_1 و z_2 بود سرعت max حساب می‌شود

و همچنین می‌توان با مشتق گیری سرعت max را معلوم کرد اگر z_1 و z_2 به شکل زیر باشند ، z بدست آمده در آن بازه نخواهد بود ← یکی از صفحات دارای سرعت max و در صفحهٔ دیگری سرعت min است



در بارهٔ z_1 و z_2 چون خطی است روی یکی از دیواره مقاومت برشی max و روی دیگری تنش برشی min است (با توجه به علامات جبری ← اکسترمم ندارد ، اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی .





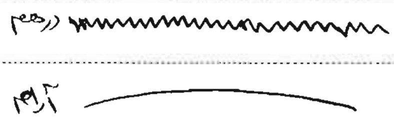
$$\tau=\mu\frac{du_x}{dz}$$

نکته : اگر مسیر جریان افقی نباشد در روابط قبل تنها کافی است به جای فشار p فشار پیزومتریک ($P=p+\rho gz$) پیزو (در روابط قبلی کنار p ما می‌نویسیم پیزو) قرار داده شود .

جریان ها :

مقدار عدد بی بعد رینولدز $\boxed{Re=\frac{\rho\bar{U}D}{\mu}}$ ، معیاری است که آرام بودن (laminar) یا آشفته بودن (مغشوش ، درهم ، turblent : که ذرات سیال به طور منظم حرکت نکرده و دارای نوسانات حرکتی فراوان می‌باشند) .

آشفته ≠ آرام



جریان را برای ما مشخص می‌کند . در لولهٔ صیقلی اگر :

صیقلی ← جداره صاف دارد (مثل آینه)

آرام $Re<2400$

درهم / آشفته $Re>10000$

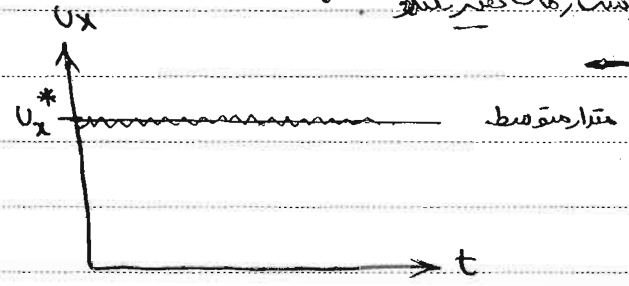
بینابینی انتقالی $2400<Re<10000$ (transition)

اگر سطح جداره زبر باشد ، پستی بلندی ها به سیال اغتشاش می دهد.

نکته: ممکن است در اثر زبری سطح جداره جریان با Re کمتر از ۲۳۰۰ آرام نباشد و یا با Re کوچکتر از ۴۰۰۰ آشفته باشد.

← در یک جریان آشفته پایدار مقدار کمیت ها در یک نقطه برحسب زمان نوسانی است.

پایدار : در یک نقطه مقدار سرعت ، دما و ... با گذشت زمان تغییر نکند.



☒ رابطه لزجت نیوتن برای جریان آرام : $\rightarrow \tau = \mu \dfrac{\partial U_x}{\partial y}$

$$\wedge$$

☒ رابطه لزجت نیوتن برای جریان آشفته : $\tau = \underbrace{(\mu + A)\dfrac{\partial U_x^*}{\partial y}}_{\tau \text{ ظاهری}} = \rho(\nu + \varepsilon)\dfrac{\partial U_x^*}{\partial y} \leftarrow$

↓ به دلیل آشفته بودن ظاهر می شود.

$\boxed{A:}$ لزجت گردابی (eddy viscosity)

لزجت گردابی سینماتیک : ε

$$\boxed{\varepsilon = \frac{A}{\rho}}$$

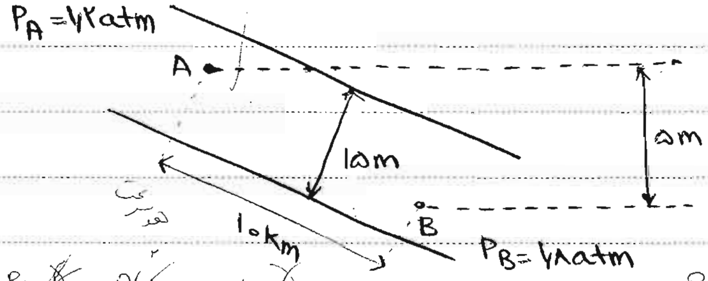
$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

ε تنها وابسته به میزان آشفتگی جریان است : آشفته تر ، $\varepsilon \uparrow$

← میزان آشفتگی با توجه به مقدار عدد رینولدز مشخص می شود ، رینولدز ↑ ، ε ↑ (چون جریان آشفته تر)

×

☒ با مراجعه به شکل جهت جریان آب و مقدار دبی را تعیین کنید: $(\mu = ۱۰^{-۲}\ pa.s)$



$1atm = ۱۰^5 pa$

$\cancel{\frac{P_1}{\gamma}} + \frac{V^۲}{۲g} + Z = (۲)$

هد

$P_{پیزومتر}(m) = \left(\frac{P}{\gamma} + Z\right)\gamma \rightarrow$ ح ۷ ۶ P ۶ (pa) و سپس پیزومتر

P و Z

جهت جریان: سرعت ما یکسان.

$$\underset{پیزو}{P_B} - \underset{پیزو}{P_A} = \underset{\underset{۱/۸\times۱۰^۵}{\downarrow}}{P_B} - \overset{\overset{۱/۲\times۱۰^۵}{\uparrow}}{P_A} - \underset{\underset{۱۰^۴}{\downarrow}}{\rho g} \times ۵ = ۰/۱\times۱۰^۵ (pa) > ۰ \rightarrow E_B > E_A \rightarrow$$ جریان از B به A

دبی از رابطه (۱۰–۳) ... شرطی که جریان آرام باشد، برقرار است، پس باید سرعت را بدست بیاوریم تا Re معلوم شود.

در اینجا اطلاعاتی نداره ← فرض می‌کنیم جریان آرام است:

[illegible]

$$Q = \frac{\pi R^۴}{۸\mu} \times \frac{P_{B\,پیزو} - P_{A\,پیزو}}{L} = ۱/۲۴\times۱۰^{-۳}\ m^۳/s$$

L ← مسافتی که طی می‌شود (۱۰×۱۰^۳)

حال می‌توانیم سرعت حرکت را پیدا کنیم:

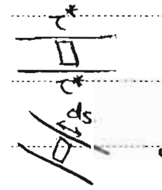
$$\bar{U} = \frac{Q}{A} = \frac{۱/۲۴\times۱۰^{-۳}}{\pi R^۲} = ۰/۰۷$$

و $Re = \frac{\rho \bar{U} D}{\mu} = ۱۰۵۴ < ۲۳۰۰ \rightarrow$ جریان آرام

← فرض درست ← حل درست.

به طور کلی (هم در جریان آرام و هم در آشفته) و هم چنین (جداره مسیر با هر مقطع دلخواه)، اگر تنش برشی روی جداره (τ^*) باشد، برای حرکت با سرعت ثابت (بدون شتاب) باید:

المان متصل به جداره است



$$|dp|A = \tau^* p\, ds$$

محیط مقطع جداره ← محیط تر شده
مسافت طی شده
مساحت مقطع جداره
محیط سیال با جداره در تماس

(حسیه‌دوب)

در مسیر حورب وزن نیز داریم که اگر P، پیزو باشد ok می‌شود،

$$\tau^* p\, ds = |dp_{پیزو}|A \Rightarrow \left|-\frac{dp_{پیزو}}{ds}\right| = \frac{\tau^* p}{A} = \frac{\tau^*}{R_H} = \frac{۴\tau^*}{D_H} \quad (۱۰\text{–}۵)$$

PAPCO

← به صورت کلی بیان می‌کند که شدت افت فشار پیزومتری چگونه با تنش برشی جداره ارتباط دارد.

$R_H =$ شعاع هیدرولیکی $= \frac{A}{P}$ $D_H = 4R_H$

$D_H =$ قطر هیدرولیکی $= \frac{4A}{P}$

دقت شود:

برای دایره: $D_H =$ قطر هندسی

$R_H \neq$ شعاع هندسی

و

برای تمامی اشکال باید محاسبه و تحلیل شوند (D_H و R_H)

ضریب اصطکاک دارسی ویسباخ: ~~قسمتی~~ هندسی از تنش برشی جداره (A^*)
که طبق رابطه زیر به τ^* مرتبط می‌باشد:

ضریب اصطکاک دارسی ویسباخ

$$\frac{f}{4} = \frac{\tau^*}{\frac{\rho \bar{U}^2}{2}} \qquad (۱۰\text{-}۶)$$

فشار دینامیکی

با جایگذاری τ^* از رابطه ۱۰-۶ برحسب f در رابطه ۱۰-۵ نتیجه می‌شود:

$$\frac{1}{\rho g}\left|\frac{dp_{\text{پیزو}}}{ds}\right| = f\frac{\bar{U}^2}{2gD_H}$$

بنابراین اگر طول L از مسیر جریان درنظر گرفته شود خواهیم داشت:

$$\boxed{\text{سرعت}: h_f = \frac{|\Delta p_{\text{پیزو}}|}{\rho g} = f\frac{L}{D_H}\frac{\bar{U}^2}{2g}} \qquad (۱۰\text{-}۷\text{-الف})$$

افت انرژی

می‌دانیم برای لوله با مقطع دایره‌ای $\bar{U} = \frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}}$ (متوسط) است، به این ترتیب می‌توان نوشت:

$$\boxed{\text{دبی}: h_f = \frac{|\Delta p_{\text{پیزو}}|}{\rho g} = \frac{8f}{g\pi^2}\frac{L}{D^5}Q^2 = \frac{1}{12.1} f\frac{L}{D^5}Q^2} \qquad (۱۰\text{-}۷\text{-ب})$$

بی بعد

به طور کلی f تابعی دو متغیره به صورت زیر است:

بی بعد

$$\boxed{f = f\left(Re_{D_H} , \varepsilon/D_H\right)} \qquad (۱۰\text{-}۸)$$

رینولدز مبتنی بر قطر هیدرولیکی

آرگومان اول

آرگومان دوم

$\boxed{\varepsilon/D_H : \text{زبری نسبی}}$

ارتفاع متوسط زبری سطح جداره (زبری مطلق) برحسب m از جنس طول

Re_{D_H}: اگر مقطع دایره‌ای نبود، قطر هیدرولیکی در رابطه رینولدز می‌گذاریم

در جریان **آشفته با رینولدز بسیار بالا** (بالاتر از ۲۰۰۰۰۰) f تقریباً مستقل از عدد رینولدز می باشد و هرچه زبری نسبی بیشتر باشد، f نیز بیشتر خواهد بود.

در جریان **آرام** f تقریباً مستقل از زبری جداره است و می توان نشان داد:

$$\boxed{f=\frac{64}{Re_{D_H}}} \quad (۱۰-۹)$$

* تست های این بخش ۲۰ ثانیه ای اند. اگر خوب بلد باشی.

ابتدا باید توجه کنیم f در صورت سوال داده شده است یا نه. ←

f در صورت سوال معلوم ← با استفاده از (۱۰-۶) و (۱۰-۷) مسئله را حل می کنیم.

f در صورت سوال نامعلوم ← جریان حتماً آرام است

محاسبه f از $\frac{64}{Re}$ و سپس عمل مثل حالت قبل. →

بدون اهتمام برای تعیین f با استفاده از روابط ابتدای فصل ۱۰ خصوصاً (۱۰-۳) مسئله را حل کنیم.

۷۸. سیالی با $\nu = ۵\times ۱۰^{۴}\ \frac{m^2}{s}$ در لوله ای به قطر ۳۵cm و سرعت ۲٫۵m/s در جریان است، افت انرژی برای ۱۰۰m از لوله برابر چند متر ارتفاع سیال است؟

۱) ۲٫۵
۲) ۳٫۳۳
۳) ۵٫۷۵
۴) ۶٫۶۲

راه اول: محاسبه f نامعلوم: فرض آرام: $f=\frac{64}{Re_{D_H}}$

یعنی اگر Re ، ۹۰۰۰ هم بدست آید جریان را آرام در نظر گیریم.

$$Re=\frac{\rho \bar{U} D}{\mu}=\frac{\bar{U}D}{\nu}=۱۷۵۰$$

$$f=\frac{64}{۱۷۵۰}=۰/۰۳۶$$

$$h_f=f\frac{L}{D}\frac{\bar{U}^2}{2g}=۳٫۳۳$$

↙ قطر هیدرولیکی

در لوله قطر هیدرولیکی = قطر معمولی.

PAPCO

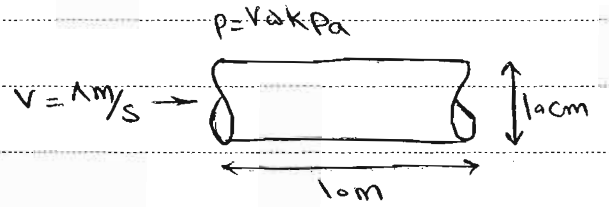
$\rightarrow \rho g h_f$

$\text{سرعت} \times \text{مساحت} = Q = \frac{\pi R^4}{۸\mu} \left| \frac{\Delta P \; \text{نیرو}}{L} \right| \Rightarrow \bar{U} \cancel{\pi R^2} = \frac{\cancel{\pi R^4}}{۸\mu} \frac{\rho g h_f}{L}$ راه ۲ : (۳-۱۰) ۱

$\frac{\text{حجم}}{\text{زمان}} = Q$ ساده‌تر است.

$\rightarrow h_f = \frac{۸\nu L}{R^2 g} \bar{U} = ۳٫۳۳$

☒ ۷۴ : در لوله افقی شکل زیر نیروی اصطکاک وارد بر لوله چند نیوتن است؟ ($\rho = ۱۰^۳$ و $f = ۰٫۰۲$)



۱) ۱۰۰
۲) ۳۵۲
۳) ۵۰۲
۴) ۶۴۰

$\frac{f}{۴} = \frac{\tau^*}{\frac{\rho U^2}{۲}} \rightarrow \tau^* = ۱۶۰$

مساحت جانبی استوانه

$\frac{\text{نیرو}}{\text{مساحت}} = \text{تنش}$ $F_\tau = \tau^* (\pi D L) = ۵۰۲$

دبی‌ها یکسان ← از فرمول ۱۰-۷ ب استفاده می‌کنیم.

☒ ۷۶ : دو لوله A و B به طور سری ۲ متر آب را به هم متصل کرده‌اند، اگر طول و ضرایب اصطکاک هر دو لوله یکسان، اما قطر لوله A، ۲۰ درصد بیشتر از قطر B باشد، نسبت افت هد در لوله A به B چقدر است؟

f معلوم. چون می‌خواهیم مقایسه‌ای انجام دهیم
که ارتباط f ها یکسان را داریم.

۱) ۰٫۴۰۲
۲) ۰٫۵۲۹
۳) ۰٫۶۰۰
۴) ۰٫۸۳۳

$h_f = \frac{۱}{۱۲٫۱} f \frac{L}{D^۵} Q^۲ \rightarrow \frac{h_{fA}}{h_{fB}} = \left(\frac{D_B}{D_A} \right)^۵ = \left(۱/۱٫۲ \right)^۵ = ۰٫۴۰۲$

☒ ۸۵ : گرادیان فشار در جریان آرام داخل لوله‌ای افقی برابر $\frac{\Delta P}{\Delta L} = -K$ است، سیال داخل لوله خنک می‌شود (تغییر دمای سیال : هوا من بیان به هم می‌ریزد و انگار سیال تغییر می‌کند و همه چیز به هم می‌ریزد) به طوری که چگالی سیال ۱٫۲ برابر و لزجت ۳٫۸ برابر می‌گردد، اگر مقدار دبی جریان در هر دو حالت برابر باشد مقدار گرادیان فشار در حالت دوم برابر است با:

f را بداده، فرض آرام، دبی‌های حجمی برابر ← رابطه (۱۰-۳) :
شعاع‌ها هم برابر است

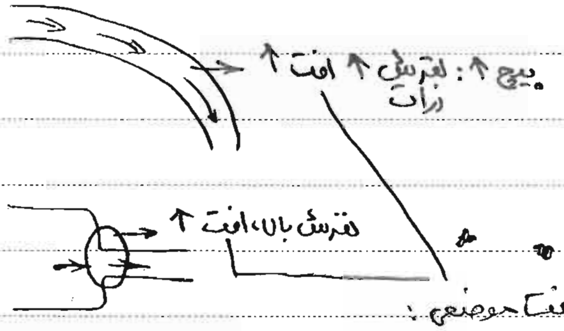
۱) -۱٫۰۴K
۲) -۳٫۸K
۳) -۴۹K
۴) -۳۱۹۵K

$Q = \frac{-\pi R^4}{۸\mu} \frac{\Delta P}{\Delta L} \rightarrow \frac{\left| \frac{\Delta P}{\Delta L} \right|_۲}{\left| \frac{\Delta P}{\Delta L} \right|_۱} = \frac{\mu_۲}{\mu_۱} = ۳٫۸$

اساساً دبی جرمی برابر است :
$\dot{m}_۱ = \dot{m}_۲$

افت های موضعی:

افت هایی هستند که در اثر تغییر ناگهانی مسیر عبور جریان (مثلاً زانویی یا تنگ شدگی) به وجود می‌آیند.



افت موضعی:

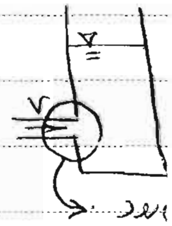
به علت لغزش ذرات و تنش برشی

افت موضعی یک تغییر مسیر عبارت است از:

$h_L = K \times$ هد جنبشی ورودی

local ←

ضریب افت موضعی



تمام هد جنبشی از دست می‌رود

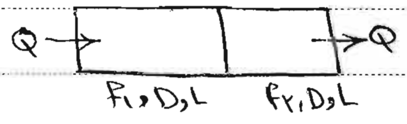
$$h_L = \frac{V^2}{2g} \quad (K=1)$$

← سطح مقطع یک دفعه زیاد شده (بزرگ‌ترین حالت: K=1)

مسیر معادل: مسیری است که افت در آن برابر افت در مسیر اصلی می‌باشد در شرایطی که دبی عبوری از آن‌ها یکسان باشد (بیرون جریان اصلاً افت ایجاد نمی‌شود، پس بیرون جریان اهمیتی ندارد که معادل باشد).

دبی ثابت

۱۷۹☒ دو لوله سری شکل زیر با ضرایب اصطکاک متفاوت اگر با یک سیستم به قطر D و ضریب اصطکاک f_1 معادل سازی شود طول لوله معادل کدام است؟



۱) $\frac{Lf_1}{f_2}$

۲) $\frac{Lf_2}{f_1}$

۳) $\frac{L(f_1+f_2)}{f_2}$

۴) $\frac{L(f_1+f_2)}{f_1}$

حل : f معلوم چون گزینه‌ها بر حسب f است ← استفاده از (۱۰-۷)
دبی یکسان است و چون قطر یکسان است سرعت‌ها یکسان است و فرقی نمی‌کند از (الف) استفاده کنیم یا (ب):

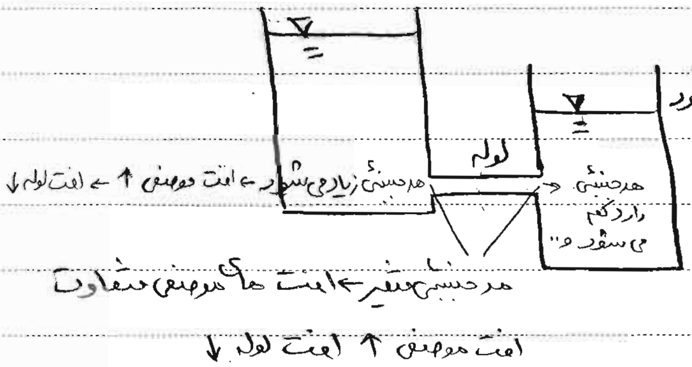
$$h_f^* = h_{f_1} + h_{f_2}$$

$$f_1 \frac{L_e}{D}\frac{V^2}{2g} = f_1 \frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} + f_2 \frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} \rightarrow L_e = \frac{L(f_1+f_1)}{f_1}$$

اگر $f_1 = f_2$ (۲ لوله مثل هم ← طول معادل باید 2L شود)
اگر ~~f_1~~ f_2 صفر باشد گزینه ۴ می‌شود L (یعنی همان معادل)
∝ اگر $f_1 = 0$ ← گزینه ۴ ∞ می‌شود

۷۲۵ : اگر قطر لوله ۲ برابر شود دبی جریان بین دو مخزن چند برابر می‌شود؟ (f را ثابت فرض کنید)

۱) ۳۲
۲) ۱۶
۳) ۵٫۶۶
۴) ۲


لوله
هد جنبشی زیاد می‌شود ← افت موضعی ↑ ← افت لوله ↓
هد جنبشی را کم می‌شود
هد جنبشی بیشتر ← افت‌های موضعی متفاوت
افت موضعی ↑ افت لوله ↓

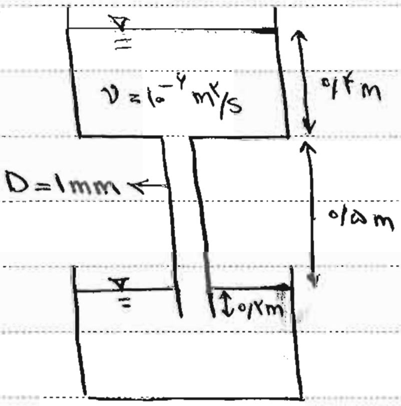
قطر ↑ دبی ↑ چون مساحت عبور جریان بیشتر می‌شود قطر ۲ برابر شود، دبی ۴ برابر می‌شود
قطر ↑ سرعت ↑
به خاطر افزایش سرعت هم، دبی بیشتر می‌شود
(در کل بیشتر از ۴ برابر)

افت هر دو حالت یکسان است، چون کل افت در این مسئله اختلاف ارتفاع سطوح آزاد است
↓
یک افت داخل لوله داریم و در دو سر لوله هم ۲ افت داریم.
↓
افت‌های موضعی

می‌توانیم از افت موضعی صرف‌نظر کنیم چون: افت موضعی ضریبی از هد جنبشی است و هد جنبشی ناچیز است در شرایط واقعی
هر موضعی ناچیز است ← صرف‌نظر

$h_{f_1} = h_{f_2}$ و $\underset{\text{ثابت}}{f}$ $\rightarrow$ استفاده از ۱۰-۷-ب (↓ دبی) $\rightarrow \frac{Q_1^2}{D_1^5} = \frac{Q_2^2}{D_2^5} \rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^{5/2} = 2^{2.5} = 5.66$

☒ ۸۲: در شکل مقابل با فرض جریان آرام دبی کدام است؟


$\nu = 10^{-۶}\ m^۲/s$
۰/۴m
D=1mm
۰/۵m
۰/۲m

۱) $۱/۹۱\times10^{-۴}\ Lit/s$ ما از افت مطلقاً و مثل قبل همه افت
۲) $۲/۰۹\times10^{-۴}$ درون لوله است
۳) $۳/۰۹\times10^{-۴}$
۴) $۴/۰۱\times10^{-۳}$

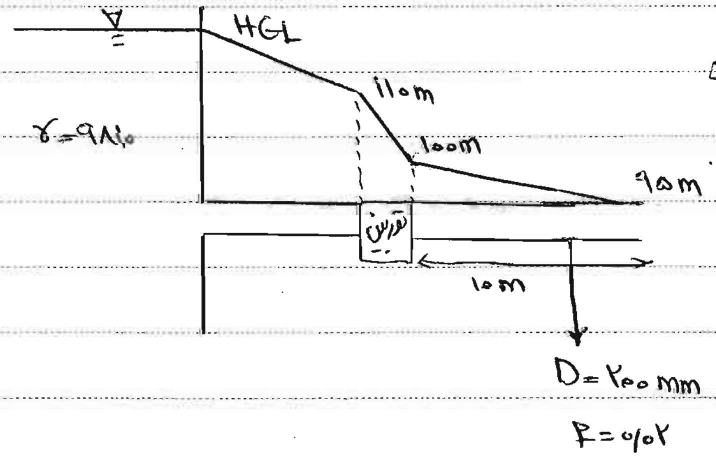
$$h_f = ۰/۵ + ۰/۴ = ۰/۹$$

$$Q = \frac{\pi R^۴}{۸\mu}\,\frac{|\Delta p \text{ ایزو}|}{L} = \frac{\pi R^۴}{۸\mu}\,\frac{\rho g h_f}{L} =$$

در مسائل برخلاف از افت صرف‌نظر می‌کردیم ولی اینجا نه!

$$\frac{\pi (D/۲)^۴}{۸\nu}\,\frac{g h_f}{\underset{\swarrow\ ۰/۷}{L}} = ۳/۰۹\times10^{-۷}\ m^۳/s$$

☒ ۸۱: با داده‌های روی شکل توان تحویلی توربین چند کیلووات است؟


HGL
$\gamma = ۹۸۱۰$
۱۱۰m
۱۰۰m
۹۵m
توربین
۱۰m
D=۲۰۰mm
f=۰/۰۲

۱) ۹۳
۲) ۶۲
۳) ۳۱
۴) ۱۵

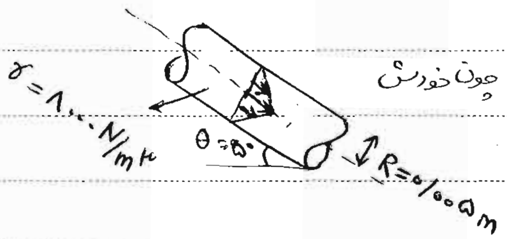
برای بدست آوردن Q از مشخصات لوله ۱۰m در اینجا استفاده می‌کنیم.

تفاوت هد دو سر توربین $P = \dot m g(h_۲ - h_۱) = \gamma Q(۱۱۰ - ۱۰۰) \simeq ۳\times10^۴\ W$

$\gamma \leftarrow ۹۸۱۰$

$$h_f = ۵ = \frac{۱}{۱۲/۱} f \frac{L}{D^۵} Q^۲ \rightarrow Q = ۰/۳۱۴۲\ (m^۳/s)$$

* ۸۰ ☒ : با فرض اینکه توزیع سرعت در مقطع لوله مطابق رابطهٔ $U = ۰٫۱ (۱ - r/R)$ (m/s) باشد، اگر بخواهیم فشار در طول لوله یکسان باشد، ضریب دینامیکی سیال کدام است؟



توزیع سرعت درون لوله مثلثی نیست، ولی چون خودش گفته اینگونه در نظر می‌گیریم.

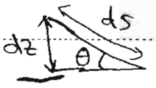
فشار ثابت ⇏ افت صفر

۱) $۰٫۰۴۴ \frac{Ns}{m^2}$
۲) ۰٫۰۸۷
۳) ۰٫۱۳۲
۴) ۰٫۱۷۴

ملاک ما کاهش فشار پیزومتریک بود، با پایین آمدن فشار زیاد نمی‌شود پس معلوم است که افت داریم!!!!!!

شرط افت فشار پیزو

$$\left|\frac{dp_{\text{پیزو}}}{ds}\right| = \left|\frac{\cancel{dp} + d(\rho g z)}{ds}\right| = \rho g \frac{dz}{ds} = \gamma \sin ۵^\circ = ۶۹۷٫۲$$



↓
مسبب این افت تنش برشی است: (۵-۱۰)

$$\left|\frac{dp_{\text{پیزو}}}{ds}\right| = \tau^* \frac{P}{A} = \frac{۴\tau^*}{D} \rightarrow ۶۹۷٫۲ = \frac{۴\tau^*}{۰٫۰۰۱} \rightarrow \tau^* = ۱٫۷۴$$

$$\tau^* = \mu \left.\frac{du}{dr}\right|_{r=R} = \mu \frac{۰٫۱}{R} \Rightarrow ۱٫۷۴ = \mu \times \frac{\cancel{۰٫۱}}{\cancel{۰٫۰۰۵}}_{۲۰} \rightarrow \mu = ۰٫۰۸۷۱$$

سیال ایستاده ← افت نداریم

۸۴ ☒ : دو لوله با قطر و دبی یکسان وجود دارد، جنس لولهٔ اول سیمانی و دومی شیشه‌ای صاف است جریان آب در هر دو لوله آرام می‌باشد کدام گزینه صحیح است؟

معادله
زبری از طریق f وارد می‌شود

۱) افت انرژی هر دو یکسان ✓

اگر می‌گفت آشفته ← ۲ درست بود.

۲) افت انرژی لولهٔ سیمانی به علت زبری بیشتر، زیادتر
۳) چون شیشه صاف است، جریان آن، با سرعت بیشتری حرکت کرده و در نتیجه افت انرژی بیشتر خواهد بود
۴) اطلاعات طرح ناقص است.

PAPCO

آرام ← زبری تاثیر ندارد   دبی و قطر یکسان و جنس سیال یکسان ← Re یکسان

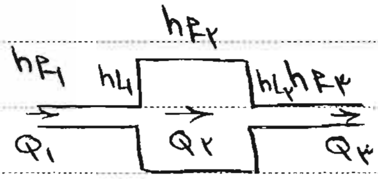
جلسهٔ ۹، ۸۲/۶/۱۵

زبری فقط ضریب اصطکاک f را می‌تواند تحت تأثیر قرار دهد. $f = f(Re, \varepsilon/d)$

جریان آرام: f مستقل از زبری

جریان آشفته: $\uparrow f \leftarrow \uparrow \varepsilon/d$

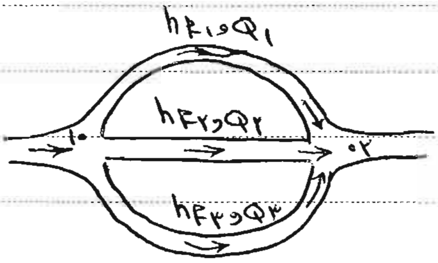
در مسیر سری در تمام قسمت‌ها، برابر و افت کل مجموع افت تک‌تک قسمت‌ها است



$Q_1 = Q_2 = Q_3$

$h_f = h_{f_1} + h_{f_2} + h_{f_3} + h_{L_1} + h_{L_2}$

افت‌های موضعی

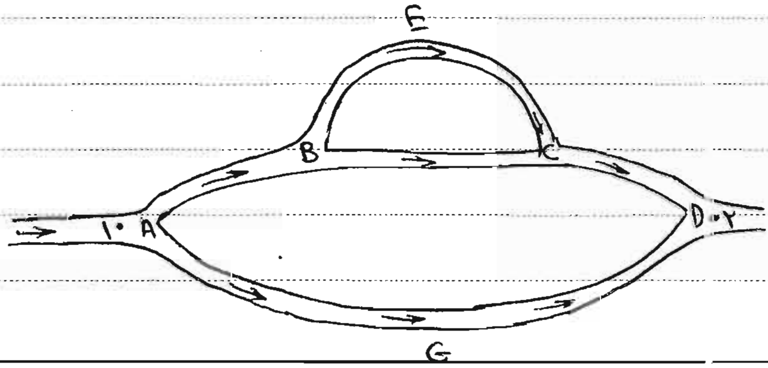


با صرف‌نظر از افت‌های موضعی در مسیرهای موازی، افت در تمام مسیرها یکسان و دبی کل برابر مجموع دبی هر یک از مسیرها می‌باشد. (حالت خاصی از)

$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 + Q_3$ حفظ جرم و پیوستگی جریان کلی است.

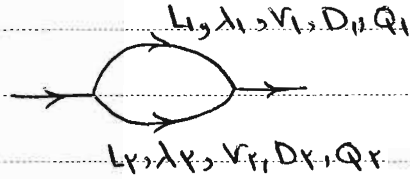
$h_{f_1} = h_{f_2} = h_{f_3} = h_1 - h_2$

نکته: در کلی‌ترین شرایط، اگر از نقطهٔ ۱ شروع به حرکت شود و از طریق مسیرهای مختلف و در جهت موافق با جریان‌ها به نقطهٔ ۲ برسیم، افت در همهٔ مسیرها یکسان خواهد بود.



$$h_{f_{AB}} + h_{f_{BEC}} + h_{f_{CD}} = h_{f_{AB}} + h_{f_{BFC}} + h_{f_{CD}} = h_{f_{AGD}} = h_1 - h_2$$

۷۵ ☒ : با صرف‌نظر از افت‌های موضعی اگر λ ضریب دارسی ویسباخ باشد کدام رابطه صحیح است؟


$L_1, \lambda_1, V_1, D_1, Q_1$
$L_2, \lambda_2, V_2, D_2, Q_2$

۱) $\dfrac{Q_1}{Q_2} = \sqrt{\dfrac{\lambda_1 L_1 D_1^5}{\lambda_2 L_2 D_2^5}}$

۲) $\sqrt{\dfrac{\lambda_2 L_2 D_1^5}{\lambda_1 L_1 D_2^5}}$

۳) $\sqrt{\dfrac{\lambda_1 L_1 D_1^4}{\lambda_2 L_2 D_2^4}}$

۴) $\sqrt{\dfrac{\lambda_2 L_2 D_2^5}{\lambda_1 L_1 D_1^5}}$

وقتی ۲ مسیر موازی اند، افت‌ها مساوی اند و ضریب اصطکاک‌ها معلوم اند و hf را برحسب f بدست می‌آوریم و از فرمول دبی‌دار، چون نسبت دبی‌ها را خواستیم

$$h_{f_1} = h_{f_2} \xrightarrow[\lambda = f]{h_f = \frac{1}{12.1}\frac{fL}{D^5}Q^2} \frac{Q_1}{Q_2} = \text{گزینه ۲}$$

قسمت بیشتر جریان وارد مسیری می‌شود که مقاومتش کمتر باشد.

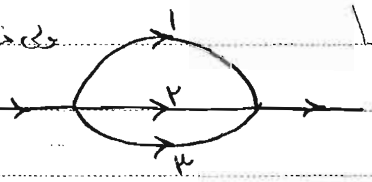
طول مسیر↑ مقاومت↑ ⇐ دبی↓ ← گزینه ۱ و ۳ ×

قطر↑ دبی↑ ← در گزینه ۴، D₁↑، Q₁↓ ← غ

۸۰ ☒ : هر سه لوله شکل زیر از طول و جنس یکسانی برخوردارند. اگر دبی لوله ۳، ۸۰ درصد دبی کل و $D_3 = 2D_2$ باشد، $\frac{D_3}{D_1}$ تقریباً کدام است؟ ← دلیل بر این نیست که fها مساوی اند → می‌توان سؤال را حل کرد

چون ε/d و Re ها فرق دارند ←

ولی فرض می‌کنیم fها مساوی اند تا مسأله حل شود.



۱) ۱

گزینه‌ها اعشار ندارند پس ما هم جواب را گرد می‌کنیم.

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

$$h_{f_2} = h_{f_3} \rightarrow \frac{Q_2}{Q_3} = \sqrt{\frac{f_3 L_3 D_2^5}{f_2 L_2 D_3^5}}$$

$$f = f(Re, \varepsilon/d)$$

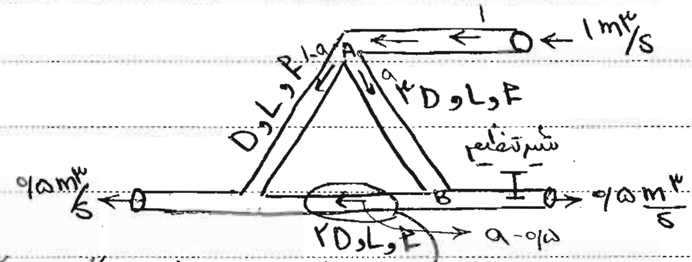
$$f_2 = f_3 \text{ فرض} \rightarrow \frac{Q_2}{Q_3} = \sqrt{\left(\frac{D_2}{D_3}\right)^5} \rightarrow Q_2 = 0.14\,Q_{\text{کل}}$$

$Q_3 \downarrow 0.8\,Q_{\text{کل}}$

$$Q_1 = (1 - 0.8 - 0.14)Q_{\text{کل}} = 0.06\,Q_{\text{کل}}$$

$$\frac{Q_3}{Q_1} = \sqrt{\left(\frac{D_3}{D_1}\right)^5} \rightarrow \frac{0.8\,Q_{\text{کل}}}{0.06\,Q_{\text{کل}}} = \sqrt{\left(\frac{D_3}{D_1}\right)^5} \Rightarrow \frac{D_3}{D_1} = 2.81 \simeq 3$$

☒ ۸۴ : در سیستم لوله کشی نشان داده شده دبی یک متر مکعب بر ثانیه به سیستم وارد و با تنظیم جریان از هر جهت دبی $۰/۵ \frac{m^3}{s}$ خارج می‌گردد. اگر اتلافات های موضعی صرف نظر گردد در مورد جریان لوله BC چه می‌توان گفت؟



فرض می‌کنیم جهت جریان ← اگر (a) + درآمد جهت درست بوده و اگر − درآمد خلاف جهت درست بوده.

۱) دبی لوله BC صفر است.

۲) جریان از B به C با دبی ۰/۳۵۲۶

۳) جریان از B به C با دبی ۰/۴۰۷۴ ✓

۴) جریان از C به B با دبی ۰/۳۵۲۶

جریان از B به C ۲ بار آمده
عدد ۰/۴۰۷۴ فقط ۱ بار آمده ← گزینه ۳

$$h_{f_{AB}} + h_{f_{BC}} = h_{f_{AC}}$$

$$h_f = \frac{1}{12.1}\frac{fL}{D^5}Q^2 \longrightarrow \frac{Q^2_{AB}}{(3D)^5}+\frac{Q^2_{BC}}{(2D)^5}=\frac{Q^2_{AC}}{D^5}$$

توان a به توان ۲ رسیده ← ۲ جواب خواهیم داشت.

$$\frac{a^2}{3^5}+\frac{(a-0.5)^2}{2^5}=\frac{(1-a)^2}{1^5}$$

$$\rightarrow \begin{cases} a = 0.9074 \ \checkmark \\ a = 1.1335 \ \text{غ ق ق} \end{cases}$$

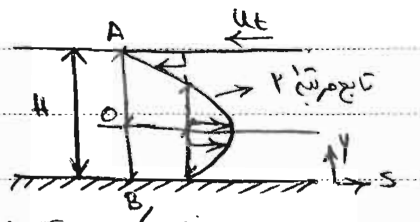
← a کسری از ۱ است پس نمی‌تواند از ۱ بیشتر باشد.

$$Q_{BC} = a - 1/2 = 0.4074$$

نقش شیر نیمه باز: شیر نیمه باز افت موضعی دارد و با آنکه قطر AB بزرگتر است به علت وجود افت، دبی‌ها مساوی می‌شود.
اگر شیر تنظیم نبود دبی سمت راست به علت قطر بزرگتر بیشتر می‌شد پس نمی‌شد از هر دو طرف ۰/۵ تا خارج شود.

☒ ۸۷ یک جریان آرام بین دو صفحه افقی تحت گرادیان فشار $\frac{dp}{ds}$ (P با جهت مثبت S کاهش می‌یابد) برقرار است. صفحه بالای با سرعت U_t به سمت چپ حرکت می‌کند. توزیع سرعت u برای نقاط بین دو صفحه به صورت $u = -\frac{1}{2}\frac{\gamma}{\mu}\frac{dp}{ds}(Hy-y^2)+U_t\frac{y}{H}$ است. کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

۱) مشتق می‌گیریم و $y=0$ و $y=H$ را جای گزین می‌کنیم، هرکجا مشتق بیشتر بود می‌زنیم.



$$\tau=\mu\frac{du}{dy}$$

۱) max تنش در $y=H$ است. ✓

۲) max تنش در $y=0$ است.

۳) 〃 〃 در نقطه ای بین دو صفحه بالایی و پایینی

۴) اطلاعات کافی نیست.

AO>OB

شیب بالا بیشتر است.

حول نقطه اکسترمم تقارن دارد

فاصله A تا خط تقارن بیشتر است ext

← شیبش بیشتر است.

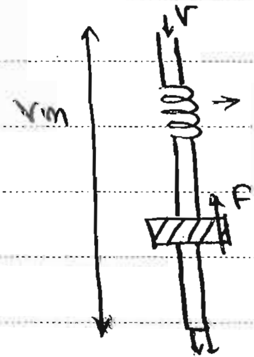
تنش برشی max روی یکی از صفحه‌ها می‌باشد ← یا گزینه ۱ یا گزینه ۲

فاصله نقطه روی صفحه بالایی نسبت به خط تقارن بیشتر است ← شیبش بیشتر ← max تنش در صفحه بالایی اتفاق می‌افتد. $\left(\frac{N.S}{m^2}\right)$

شیب بیشتر یعنی مشتق بیشتر

۸۲:

لوله‌ای به قطر $4cm$ و طول $7m$ به صورت عمودی قرار گرفته است. روغنی با چگالی $S=0/8$ و $\mu=0/1$ و سرعت متوسط $3\,m/s$ از انتهای لوله تخلیه می‌شود. اگر وزن لوله برابر 60π (N) باشد، نیرویی که برای نگهداری لوله لازم می‌باشد برحسب نیوتن چقدر است؟ $(g=10)$



→ اتصال ← (هیچ نیرویی از اتصال منتقل نمی‌شود)

نگهدارنده → برای غلبه بر وزن و تنش برشی نیروی ؟

τ^*

۱) 43.2π

۲) 60π

۳) 67.2π

۴) 76.8π

ابتدا تنش برشی را روی جداره لوله محاسبه می‌کنیم برای محاسبه نیروی تنش برشی

دقت شود ممکن بگوید اگر D ۲ برابر شود F را اندازه ← فرض جریان آرام

چه می‌شود! یا سرعت ۲ برابر شود چه می‌شود و ....

$$\frac{f}{4}=\frac{\tau^*}{\frac{\rho V^2}{2}}$$

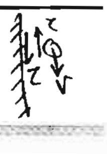
$$\frac{\frac{64}{Re}}{4}=\frac{\tau^*}{\frac{\rho V^2}{2}} \qquad \frac{16}{\frac{\rho VD}{\mu}}=\frac{2\tau^*}{\rho V^2}\rightarrow\tau^*=\frac{8\mu}{D}V$$

برای عددگذاری در پارامترها حتماً آخر محاسبه کن و به گزینه‌ها دقت کن. (اول به گزینه‌ها نگاه کن)

$$F_\tau=\tau^*\times\underset{A}{\underbrace{(\pi DL)}}=8\pi\mu LV=8\times0/1\times\pi\times7\times3=16/8\pi$$

ذره سیال دارد پایین می‌آید پس τ مخالف جهت حرکت آن رو به بالا است پس روی جداره τ به سمت پایین است طبق عکس‌العمل، پس با وزن جمع می‌شود:

$$F=(60+16/8)\pi\Rightarrow$$ گزینه ۴

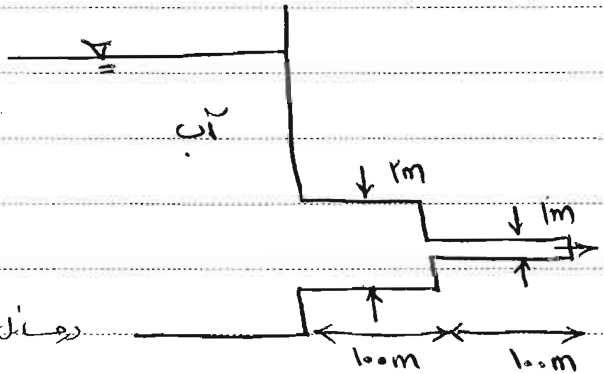


Subject: ۱۱۸
Year . Month . Date . ( ) به بازه اشتباه فرض کرده f ها مساوی اند.

۸۲: در سیستم لوله کشی زیر که از دو لوله با جنس یکسان تشکیل شده است نسبت افت ارتفاع برای لوله به قطر 1m نسبت به لوله به قطر 2m در دو حالت جریان آرام و جریان کاملاً آشفته برابر است با:

آشفته با شدت بالا ← f مستقل از رینولدز و فقط وابسته به ε/d.

۱) آرام ۸ – کاملاً آشفته ۳۲
۲) آرام ۸ – کاملاً آشفته ۱۶
۳) آرام ۱۶ – کاملاً آشفته ۳۲
۴) آرام ۳۲ – کاملاً آشفته ۳۲



در حالت آشفته باید f را داشته باشیم پس به غلط

جنس یکسان ← f ها یکسان.

$$h_f = \frac{1}{12.1} f \frac{L}{D^5} Q^2 \xrightarrow{\text{با فرض f یکسان}} \frac{h_{f_1}}{h_{f_2}} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^{\textcircled{5}} = 2^5 = 32$$

$$\text{آرام}: f = 64/Re = \frac{64}{\frac{\rho V D}{\mu}} = \frac{64}{\frac{\rho Q D}{\frac{\pi D^2}{4}}} \rightarrow f \propto \frac{D}{Q}$$

$$h_f \propto \left[D/Q \times 1/D^5 \, Q^2 \right]$$

$$h_f \propto \frac{Q}{D^{\textcircled{4}}} \rightarrow \frac{h_{f_1}}{h_{f_2}} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right) = 16$$

بخش ۱۱: آنالیز ابعادی:

دیمانسیون چه کمیت پر کاربرد:

پارامتر	دیمانسیون
طول	Lenght
زمان	Time
جرم	Mass

واحد طول (متر) m

Subject: ۱۱۹
Year. Month. Date. ( )

دیمانسیون	پارامتر
L^2	سطح مقطع
LT^{-1}	سرعت (x/t)
L^3T^{-1}	دبی حجم عبوری (حجم در واحد زمان)
ML^{-3}	چگالی جرم واحد حجم
	دبی جرمی ρQ
MLT^{-2}	نیرو (ma)
$ML^{-1}T^{-2}$	فشار $\frac{\text{نیرو}}{\text{سطح}}$
MT^{-2}	کشش سطحی (نیرو بر واحد طول)
$ML^{-1}T^{-1}$	ویسکوزیته (لزجت سیالیت) تنش × ثانیه ↓ مثل فشار

حفظ ۱۰۰٪ شود

روش رایلی در آنالیز ابعادی :

روش رایلی در قالب یک مثال توضیح داده می‌شود:

▨ با فرض اینکه دبی جریان در لوله به افت فشار بر واحد طول $(\frac{\Delta P}{L})$ ، قطر لوله (D) و لزجت سیال (μ) بستگی داشته باشد نوع رابطهٔ Q با آن‌ها را براساس روش رایلی بدست می‌آوریم:

$$Q = Q\left(\frac{\Delta P}{L}, D, \mu\right)$$

$$Q = \underbrace{K}_{\text{عدد ثابت بدون بعد}} \left(\frac{\Delta P}{L}\right)^a D^b \mu^c$$

هم از نظر کمی ، هم از نظر ابعادی هم ارزند .

از نظر ابعادی :

$$L^{3}T^{-1} = (ML^{-2}T^{-2})^{a}(L)^{b}(ML^{-1}T^{-1})^{c}$$

$$\left.\begin{aligned} M:&\quad 0 = a+0+c\\ L:&\quad 3 = -2a+b-c\\ T:&\quad -1 = -2a+0-c \end{aligned}\right| \rightarrow a=1,\ b=4,\ c=-1$$

$$Q = K\frac{\Delta P\, D^{4}}{L\mu} \qquad Q = \frac{-\pi R^{4}}{8\mu}\frac{dp}{dx}$$

۵ اگر بدانیم نیروی وارد بر یک سطح از طرف جت آب (F) بستگی به ۴ پارامتر قطر جت (D)، سرعت جت (u)، چگالی سیال (ρ) و لزجت سیال (μ) داشته باشد، نحوه وابستگی F به این پارامترها چگونه است؟

طبق روش رایلی :

$$F = KD^{a}u^{b}\rho^{c}\mu^{d}$$

سپس نوشتن هم ارزی بین دو طرف :

$$MLT^{-2} = (L)^{a}(LT^{-1})^{b}(ML^{-3})^{c}(ML^{-1}T^{-1})^{d}$$

۳ معادله ، ۴ مجهول داریم

در این مسئله ۴ مجهول a، b، c و d وجود دارند ولی تنها ۳ معادله برای ابعاد M، L و T می توان نوشت. لذا تعیین همه مجهولات ممکن نیست.

به عنوان یک راه حل ۳ مجهول a، b و c را برحسب d بدست می آوریم (انگار d معلوم است):

$$\left.\begin{aligned} M:&\quad 1 = c+d\\ L:&\quad 1 = a+b-3c-d\\ T:&\quad -2 = -b-d \end{aligned}\right| \rightarrow \begin{aligned} a&=2-d\\ b&=2-d\\ c&=1-d \end{aligned}$$

$$\rightarrow F = KD^{2-d}u^{2-d}\rho^{1-d}\mu^{d}$$

$$\rightarrow F = KD^{2}u^{2}\rho\left(\frac{\mu}{\rho VD}\right)^{d}$$

پارامتری که توان نامعلوم می‌گیرد همواره بی بعد است .

سپس اعداد را جای گزین می کنیم و ...

↳ عکس رینولدز ← بی بعد

روش پی π - باکینگهام :

فرض شود تعداد پارامترهای مؤثر در مسأله‌ای r و تعداد کل دیمانسیون‌های موجود در این پارامترها برابر s باشد، (s<r) . در این شرایط می‌توان به تعداد r-s کمیت بدون بعد مؤثر در مسأله که به آن‌ها π می‌گویند، بدست آورد.

برای شروع باید از بین r پارامتر مسأله، s پارامتر تکراری انتخاب شود، به طوری که اولاً" در مجموع s پارامتر تکراری انتخابی تمامی s دیمانسیون وجود داشته باشد.

ثانیاً" حتی‌المقدور پارامترهای ساده‌تر انتخاب شوند (آسان‌تر).

به عنوان نمونه در مثال قبل پارامترها $\{\mu , \rho , F , V , D\}$ بودند $\leftarrow$ $r=5$

$\{MLT\} \leftarrow S=3$

پارامترهای ρ، V و D به عنوان پارامترهای تکراری انتخاب شوند (معمولاً" چگالی، سرعت و طول مشخصه جهت انتخاب به عنوان پارامترهای تکراری ارجحیت دارند).

طول مشخصه: پارامتری از جنس طول که معیاری از اندازه سیستم است.

غیرتکراری

$$\text{بی بعد}\left\{\begin{array}{l}\pi_1=\boxed{F}\,D^{a}V^{b}\rho^{c}\\ \pi_2=\boxed{\mu}\,D^{a'}V^{b'}\rho^{c'}\end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l}M:\ 0=1+0+0+c\\ L:\ 0=1+a+b-3c\\ T:\ 0=-2+0-b+0\end{array}\right| \rightarrow \begin{array}{l}c=-1\\ b=-2\\ a=-2\end{array}$$

$$\rightarrow \boxed{\pi_1=\frac{F}{\rho V^2 D^2}}$$

به طور مشابه :

$$\left.\begin{array}{l}M:\ 0=1+c'\\ L:\ 0=-1+a'+b'-3c'\\ T:\ 0=-1-b'\end{array}\right| \rightarrow \begin{array}{l}c'=-1\\ b'=-1\\ a'=-1\end{array} \rightarrow \boxed{\pi_2=\frac{\mu}{\rho V D}}$$

$$\boxed{\pi_1=g(\pi_2)}$$

تابع g از روی تست به دست می‌آید.

کامل‌تر از روش رایلی

$$\boxed{F=\rho V^2 D^2\, g\left(\frac{\mu}{\rho V D}\right)}$$

در اینجا تابع g هم داریم ولی در آن جا فقط توان بود

← بعد: طول

☒ ۷۳ : اگر تنش برشی τ در یک جریان آشفته تابعی از قطر لوله (d)، زبری مطلق جدار لوله (ε) سرعت جریان (V)، چگالی سیال (ρ) و لزجت دینامیکی (μ) باشد شکل عمومی رابطه τ کدام است؟

۱) $\tau = \rho V^2 F\left(\frac{\mu}{\rho V d}, \frac{\varepsilon}{d}\right)$

چند پارامتر داریم؟ $\{\tau, d, \varepsilon, \rho, V, \mu\} \rightarrow r=6$

$\{M, L, T\} \rightarrow S=3$

۲) $\tau = \rho V^2 F\left(\frac{\mu}{\rho V d}, d\right)$

۳ پارامتر تکراری انتخاب می کنیم:

۳) $\tau = \rho V^2 F\left(\frac{\mu}{\rho V d}\right)$

d و ρ و V ارجح اند:

اگر $\left(\frac{\mu \varepsilon}{\rho V d^2}\right)$ هم باشد غلط است.

۴) $\tau = \rho V^2 F(\varepsilon)$

$\Pi_1: \varepsilon\, d^{a} V^{b} \rho^{c}$

$\Pi_2: \mu\, d^{a'} V^{b'} \rho^{c'}$

$\Pi_3: \tau\, d^{a''} V^{b''} \rho^{c''}$

$\rightarrow \Pi_1 = \varepsilon/d, \quad \Pi_2 = \frac{\mu}{\rho V d}, \quad \Pi_3 = \frac{\tau}{\rho V^2}$

$\rightarrow \Pi_3 = F(\Pi_1, \Pi_2)$ → گزینه ۱

d طول مشخصه است نه ε

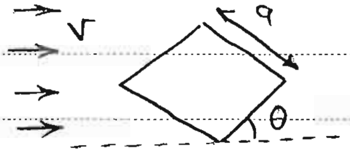
نتیجه آخر Π ـ باکینگهام یکتا نیست.

از روش رد گزینه ها استفاده می کنیم.

گزینه ۲ و ۴ غلط اند چون بعد دارند نتیجه ی باکینگهام باید بی بعد باشه.

۳ غلط است چون تک متغیره ست، در روش Π ـ باکینگهام جواب آخر باید ۲ آرگومان باشد)!

☒ ۷۲ : مکعبی به ضلع a مطابق شکل درمعرض جریان سیالی با سرعت V قرار دارد. اگر نیروی وارد بر مکعب (F) تابعی از لزجت و چگالی سیال و هم چنین هندسه شکل باشد آنگاه:



۱) $F = \mu V \theta a F\left(\frac{\mu}{\rho V \theta}, \theta\right)$

۲) $F = \rho V^2 a^2 F\left(\frac{\mu}{\rho V a}, \theta\right)$

✳ θ بی بعد ولی باید بیاریم چون بر F اثر می گذارد.

۳) $F = \mu V a F\left(\frac{\rho V \theta}{\mu}, \underset{\text{X بعد دارد}}{a\theta}\right)$

۴) $F = \rho V^2 a^2 F\left(\frac{\rho V a}{\mu}, \underset{\text{X بعد دارد}}{a\theta}\right)$

$\{F, \mu, \rho, V, a, \theta\} \rightarrow r = ۶$

$s = ۳$

$\Pi_1 = F a^{a} v^{b} \rho^{c}$ | $\Pi_1 = \dfrac{F}{\rho v^۲ a^۲}$ → گزینه ۲

F را می خواهیم بی بعد کنیم

$\Pi_2 = \mu a^{a'} v^{b'} \rho^{c'}$ | $\Pi_2 = \dfrac{\mu}{\rho v a}$

μ را می خواهیم بی بعد کنیم

$\Pi_3 = \theta a^{a''} v^{b''} \rho^{c''}$ | $\Pi_3 = \theta$

θ را می خواهیم بی بعد کنیم

چون θ بی بعد است خودش را می نویسیم

آنکه متغیر هدف را دارد تابعی از ۲ متغیر دیگر خواهد بود. $\Pi_1 = f(\Pi_2, \Pi_3)$

☒ ۸۳: ارتفاع صعود مایع در یک لوله موئین Δh تابع قطر لوله (D)، وزن مخصوص مایع (γ) و کشش سطحی (σ) است. اگر f و g و λ، سه تابع باشند، کدام یک از مجموعه روابط زیر صحیح است؟

الف): $\dfrac{\Delta h}{D} = f\left(\dfrac{\sigma}{\gamma D^۲}\right)$

ب): $\Delta h \sqrt{\dfrac{\gamma}{\sigma}} = \lambda\left(\dfrac{\sigma}{\gamma D^۲}\right)$

ج): $\Delta h = D g\left(\dfrac{\gamma D^۲}{\sigma}\right)$

۱) فقط الف
۲) الف و ب
۳) هر سه
۴) هیچ کدام از روابط مذکور

$\{\Delta h, D, \sigma, \rho, g\} \rightarrow r = ۵$

$\{M, L, T\} \rightarrow s = ۳$

γ از چگالی و جاذبه زمین بدست می آید ولی قطر پایه است. پس بجای γ بنویسیم، باید ρ و g بنویسیم.

تکراری: $\{D, \rho, g\}$

Δh متغیر هدف است ← جزء تکراری ها انتخاب نمی کنیم.

$\Pi_1 = \Delta h D^{a} \rho^{b} g^{c} \rightarrow \Pi_1 = \dfrac{\Delta h}{D}$

$\Pi_2 = \sigma D^{a'} \rho^{b'} g^{c'} \rightarrow \Pi_2 = \dfrac{\sigma}{\rho g D^۲}$

$MT^{-۲} \leftarrow \sigma$

$\rho g \rightarrow \gamma$

برای اینکه جرم از بین برود ρ را در مخرج می گذاریم.

$\rightarrow \dfrac{\Delta h}{D} = f\left(\dfrac{\sigma}{\gamma D^۲}\right)$

برای اینکه $L^{-۲}$ از بین برود

$\rho = \dfrac{m}{L^۳} \times L = L^{-۲}$

$g = a = LT^{-۲}$ برای اینکه $T^{-۲}$ از بین برود

ج برعکس الف است ← الف درست باشد ج هم درست است ← گزینه ۱ و ۲ و ۴ X

جواب یکتا نیست و بستگی به نوع پارامترهای تکراری دارد.

تکراری ها : $\{\rho, g, \sigma\}$

$$\Pi_1 : \Delta h \rho^a g^b \sigma^c$$

$$\begin{array}{l} M: 0 = 0 + a + 0 + c \\ L: 0 = 1 - 3a + b + 0 \\ T: 0 = 0 + 0 \cancel{+} b - 2c \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} a = -c \\ 1 - 3a + b = 0 \\ b = -c \end{array} \xrightarrow{a=b} 1 - 3a + a = 0 \rightarrow \begin{array}{l} a = 1/2 \\ b = 1/2 \\ c = -1/2 \end{array}$$

$$\Pi_2 = D\rho^{a'} g^{b'} \sigma^{c'} \rightarrow \Pi_2 = D \times \sqrt{\gamma/\sigma}$$

$$\Pi_2^{2} = D^2 \frac{\gamma}{\sigma}$$

با توان رساندن مقادیر دیگر را بدست می آوریم

$$\Pi_2^{2} = \frac{\sigma}{\gamma D^2}$$

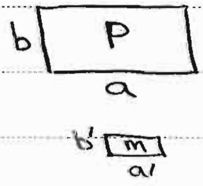
$$\rightarrow \Pi_1 = \Delta h \sqrt{\frac{\rho g}{\sigma}} \rightarrow \Pi_1 = \Delta h \sqrt{\frac{\gamma}{\sigma}}$$

شبیه سازی :

برای بررسی رفتار نمونه اصلی (prototype) می توان مدلی با اندازهٔ متفاوت را نسبت به نمونهٔ اصلی آزمایش کرد ، البته باید سایر پارامترهای سیستم نیز به طور مناسب تغییر کند تا نتایج مدل به نمونهٔ اصلی قابل ارتباط دادن باشد .

تعیین شرایط :

برای وجود امکان مقایسه و ارتباط دادن نتایج باید یک سری تشابه بین مدل و نمونهٔ اصلی برقرار باشد که عبارت اند از :



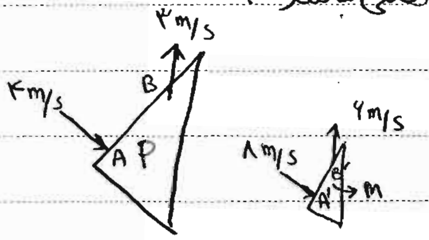
۱) تشابه هندسی : یعنی باید مدل دقیقاً مشابه با نمونهٔ اصلی باشد

$$: \frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \text{مقیاس طول} = ML = L_r$$

Lenght ratio

وگرنه نتایج شان به هم ربطی ندارد .

۲) تشابه سینماتیک (تشابه سرعت): برای برقراری تشابه سینماتیک باید اولاً، بردار سرعت جریان در هر نقطه از مدل موازی با بردار سرعت جریان در نقطهٔ متناظر از نمونهٔ اصلی باشد:



بردار سرعت‌ها هم اندازه و هم جهت

ثانیاً، نسبت اندازهٔ بردار سرعت در نقاط مختلف مدل به اندازهٔ سرعت در نقاط متناظر از نمونهٔ اصلی یکسان باشد.

$$\text{مقیاس سرعت} = M_U = U_r = \frac{U_m}{U_p} = \frac{\text{سرعت در مدل}}{\text{سرعت در اصل}}$$

اگر تشابه سینماتیک برقرار باشد، تشابه هندسی نیز برقرار خواهد بود.

۳) تشابه دینامیکی (تشابه نیروها): برای وجود تشابه دینامیکی باید نسبت اندازهٔ کلیهٔ نیروهای موثر مسئله در مدل به مقادیر متناظر در نمونهٔ اصلی یکسان باشد.

موثر :

$$\frac{(\text{نیروی اینرسی})_m}{(\text{نیروی اینرسی})_p} = \underbrace{\frac{(\text{نیروی ثقل})_m}{(\text{نیروی ثقل})_p}}_{\text{وزن}} = \underbrace{\frac{(\text{نیروی لزجت})_m}{(\text{نیروی لزجت})_p}}_{\text{نیروی ناشی از تنش برشی}} = \dots$$

ح

$$\text{نیروی اینرسی} = \rho U^2 L^2$$

$$\text{نیروی لزجت} = \mu U L$$

$$\text{نیروی ثقل} = \underbrace{\rho g}_{\gamma} \underset{\text{حجم}}{L^3}$$

L : طول مشخصه

در لوله‌ها L می‌شود قطر

مقیاس سطح $= M_A = A_r = M_L^2$

مقیاس حجم $= M_V = V_r = M_L^3$

* مقیاس زمان؟ $= M_t = t_r = \dfrac{t_M \text{ (زمان اتفاق در مدل)}}{t_P \text{ (زمان اتفاق در اصلی)}} = \dfrac{M_L}{M_U}$ سرعت = $\dfrac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}$ زمان = $\dfrac{\text{مسافت}}{\text{سرعت}}$

مقیاس شتاب $= M_a = a_r = \dfrac{M_U}{M_t}$ $\dfrac{\text{تغییر سرعت}}{\text{تغییر زمان}}$ $= \dfrac{M_U^2}{M_L}$

مقیاس دبی $= M_Q = Q_r = M_U M_A = M_U M_L^2$

عدد بی بعد رینولدز عبارت است از :

$$Re = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی لزجت}} = \frac{\rho U L}{\mu}$$

L : طول مشخصه

L ~~اگر~~ درون مجرای مثلثی باشد : قطر هیدرولیکی

L در استوانه : قطر

درصورت مهم بودن نیروی اینرسی و نیروی لزجت در یک پدیده برای برقراری تشابه دینامیکی لازم است که :

$$Re_M = Re_P$$

تشابه دینامیکی $\Rightarrow \dfrac{(\text{نیروی اینرسی})_M}{(\text{نیروی اینرسی})_P} = \dfrac{(\text{نیروی لزجت})_M}{(\text{نیروی لزجت})_P} \Rightarrow \dfrac{(\text{نیروی اینرسی})_M}{(\text{نیروی لزجت})_M} = \dfrac{(\text{نیروی اینرسی})_P}{(\text{نیروی لزجت})_P} \Rightarrow$

$$Re_M = Re_P$$

جلسهٔ ۳ آخر: ۸۱،۶،۲۲

عدد بی‌بعد فرود: (Froude)

$$Fr = \sqrt{\frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی ثقل}}} = \frac{u}{\sqrt{gL}}$$

و اگر در یک پدیده نیروهای اینرسی و ثقل مهم باشند، برای وجود اطمینان ارتباط دادن نتایج مدل و نمونهٔ اصلی باید:

$$Fr_M = Fr_p$$

عدد Re در جریان مجاری بسته، جریان داخل مجراها و در مسائل اجسام متحرک "کاملاً" احاطه شده توسط سیال مهم است.

عدد Fr در جریان داخل کانال‌های روباز، سرریزها، اجسام متحرک روی سطح سیال، حرکت امواج دریا، جزر و مد و به طور کلی در هر مورد مربوط به جریان دارای سطح آزاد مهم است.

۷۲:

اگر مدل فیزیکی کانال روباز با مقیاس هندسی ۱ به ۱۰ ساخته شود، مقیاس نیرو چقدر خواهد بود؟

۱) ۱/۱۰۰
۲) ۱/۵۰۰
۳) ۱/۱۰۰۰ ✓
۴) ۱/۲۵۰۰

برای نیروی اینرسی، سرعت را نیاز داریم که نداریم:

$$\frac{(\rho g L^3)_m}{(\rho g L^3)_p} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^3 = \left(\frac{1}{10}\right)^3$$

$$\text{نیروی ثقل} = \rho g L^3$$

۷۳: مدل سرریز سدی با مقیاس ۱/۳۰ ساخته شده است. سرعت حرکت در نقطه‌ای از مدل ۰/۶ m/s و دبی عبوری ۰/۰۵ مترمکعب بر ثانیه است. سرعت حرکت در نقطهٔ متناظر و دبی در سرریز اصلی چقدر است؟

محاسبهٔ سرعت از دبی راحت‌تر است:

۱) ۱۸ m/s، ۲۴۶/۵ m³/s
۲) ۱۸، ۸/۲
۳) ۳/۲۹، ۸/۲
۴) ۳/۲۹، ۲۴۶/۵

مساوی Fr را می‌نویسیم چون نیاز داریم به مقیاس اندازهٔ سرعت.

$$Fr_M = Fr_p \Rightarrow \frac{U_M}{\sqrt{g_m L_m}} = \frac{U_p}{\sqrt{g_p L_p}} \rightarrow \frac{U_M}{U_p} = \sqrt{\frac{L_M}{L_P}} = \sqrt{\frac{1}{30}}$$

$$\Rightarrow \underset{\text{نقطهٔ مورد نظر}}{(U_p)} = \sqrt{30} \times 0.6 = 3.29$$

PAPCO

$Q = UA$

$$\frac{Q_P}{Q_M} = \frac{U_P}{U_M}\left(\frac{L_P}{L_M}\right)^۲ = \sqrt{۳۰}\,(۳۰)^۲ \xrightarrow{Q_M = ۰/۰۵} Q_P = ۲۴۶/۵$$

☒ ۷۹: جریان سیالی به چگالی $۸۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ و لزجت $\mu = ۸ \times ۱۰^{-۳} \frac{kg}{m.s}$ در لوله‌ای به قطر ۸۰۰mm و با سرعت ۲۵m/s در آزمایشگاه در لوله‌ای به قطر ۱۰mm و به آب با چگالی ۱۰۰۰ و $\mu = ۱۰^{-۳} \frac{kg}{m.s}$ شبیه‌سازی شده است. اگر تنش برشی جداره دیواره در آزمایشگاه ۱۴۰۰ pa باشد، تنش برشی جداره لوله اصلی کدام است؟

۱) ۲۰pa

۲) ۴۰

۳) ۱۴۰

۴) ۳۲۰

$$\text{تنش برشی} = \frac{\overset{\mu UL}{\text{نیروی لزجت}}}{L^۲} = \frac{\mu U}{L}$$

جریان در لوله: $Re_M = Re_P \rightarrow \frac{\rho_M U_M D_M}{\mu_M} = \frac{\rho_P U_P D_P}{\mu_P} \Rightarrow \frac{U_M}{U_P} = \frac{\rho_P}{\rho_M}\,\frac{D_P}{D_M}\,\frac{\mu_M}{\mu_P}$

$= ۰/۸ \times ۸۰ \times ۱/۸ = ۸$

$$\frac{\tau_P}{\tau_M} = \frac{(\mu \frac{U}{D})_P}{(\mu \frac{U}{D})_M} = \frac{\mu_P}{\mu_M}\,\frac{U_P}{U_M}\,\frac{D_M}{D_P} = ۸ \times ۱/۸ \times \frac{۱۰}{۸۰۰} \rightarrow \tau_P = ۲۰$$

$\downarrow$
$\tau_M = ۱۴۰۰$

☒ ۸۳: برای مطالعه سدی سرریز آن با مقیاس ۱/۳۶ ساخته شده است. دبی جریان در مدل $۰/۱۵ \frac{m^۳}{s}$ است. زمان مشاهده شده در مدل برای وقوع یک اتفاق خاص (مثلاً زمان حرکت آب بین دو نقطه مشخص) یک دقیقه است. شدت جریان و زمان معادل در نمونه اصلی برابر است با

۱) ۱۱۶۶، ۳۶۰S

۲) ۱۵۰۰، ۳۰۰

۳) ۵۴۰۰، ۲۰۰

۴) ۶۹۹۸، ۳۶۰

$$Fr_M = Fr_P \xrightarrow{Fr = \frac{U}{\sqrt{gL}}} \frac{U_P}{U_M} = \sqrt{\frac{L_P}{L_M}} = \sqrt{۳۶} = ۶$$

$$\frac{Q_P}{Q_M} = \frac{U_P}{U_M}\left(\frac{L_P}{L_M}\right)^۲ = ۶ \times (۳۶)^۲ \xrightarrow{Q_M = ۰/۱۵} Q_P = ۱۱۶۶$$

$$\frac{U_P}{U_M} = \frac{\frac{L_P}{t_P}}{\frac{L_M}{t_M}} \rightarrow \frac{U_P}{U_M} = \frac{L_P}{L_M}\,\frac{t_M}{t_P} \rightarrow ۶ = ۳۶ \times \frac{t_M}{t_P} \rightarrow \frac{t_P}{t_M} = ۶$$

$\xrightarrow{t_M = ۱} t_P = ۶ \times ۱$ دقیقه $= ۳۶۰$ ثانیه

☒ ۸۴: نیروی وارد بر استوانه‌ای در تونل باد توسط مدل با مقیاس ۱/۱۰ مورد مطالعه قرار گرفته است. اگر سرعت باد در طبیعت ۱۰m/s و نیروی وارد بر استوانه ۱۵۴۰ N باشد مقدار سرعت و نیروی وارده در مدل چقدر خواهد بود؟

محاسبه سرعت از نیرو آسان‌تر است.

۱) $F_M = 154\ N$ ، $V_M = 100\ m/s$

$$Re_M = Re_p \xrightarrow{Re=\frac{\rho UL}{\mu}} \frac{U_M}{U_p} = \frac{L_p}{L_M} = 10 \rightarrow U_M = 100$$

۲) ۱۰ ، ۱۵۴ هوا مثل سیال

۳) ۱ ، ۱۵۴ — دور تا دور جسم است ← استفاده از رینولدز :

۴) ۱۰ ، ۱۵۴۰ نیروی روی جسم فقط اینرسی نیست

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho U^2 A$$

$$\frac{(F_D)_M}{(F_D)_p} = \overset{1}{\boxed{\frac{(C_D)_M}{(C_D)_p}}} \underbrace{\left(\frac{U_M}{U_p}\right)^2 \left(\frac{L_M}{L_p}\right)^2}_{1} = 1 \rightarrow F_M = 1540$$

نسبت ضرایب درگ، مقیاس نیرو را می‌دهد.

ضریب درگ فقط تابعی از عدد رینولدز است. چون رینولدز در مدل و اصلی فرقی ندارد نسبت CD ها یک است.

☒ ۸۵: پمپی به توان ۶۰ کیلووات در یک سیستم آبیاری به کار می‌رود. جهت مطالعه آن مدلی ۸ بار کوچکتر ساخته شده است. اگر $\frac{V_p}{V_M} = 2$ باشد، توان لازم برای پمپ مدل چند کیلووات است؟

هر دو روی زمین [illegible]

$$\overset{\uparrow}{P = \dot m g \Delta h}$$
$$\downarrow$$
$$\rho Q$$

۱) ۰/۱۱۷ ← Δh از جنس طول است ولی چون به جنس [illegible]

۲) ۰/۲۳۴ نداریم [illegible]

۳) ۰/۴۶۹

۴) ۰/۹۳۸ پمپ وظیفه سرعت دادن به سیال را دارد ← افت : هد سرعت :

(در آبیاری)

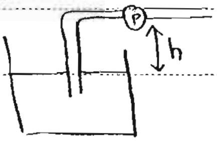
$$P = \rho Q \cancel{g} \frac{V^2}{2\cancel{g}} = \rho A V \frac{V^2}{2} = \frac{1}{2} \rho L^2 V^3$$

اگر پمپ برای [illegible] باشد مقیاس:

هد ارتفاع طول می‌شد.

چون افت می‌شد هد ارتفاع

$$\frac{P_M}{P_P} = \left(\frac{L_M}{L_p}\right)^2 \left(\frac{V_m}{V_P}\right)^3 = \left(\frac{1}{8}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \xrightarrow{P_p = 60} P_M = 0/117$$



از رینولدز در فرمول‌ها استفاده نمی‌کنیم

۲۴ ☒: اگر برای یک سیستم هیدرولیکی نیروهای لزجت و ثقل نیروهای اصلی باشند، برای شرایطی که سیال در مدل و نمونه اصلی یکسان باشد، کدام عبارت برای ایجاد تشابه کامل صحیح است؟

همه انواع تشابه برقرار

اینرسی مهم نیست ← رینولدز مهم نیست.

از جمله تشابه دینامیکی:

رینولدز و Fr از تشابه دینامیکی حاصل شدند.

۱) $L_r = U_r^{1/2}$ ✓ (ratio)

۲) $U_r = L_r^{1/2}$

۳) $L_r = 1$

۴) $U_r = L_r$

$$\frac{(\text{نیروی ثقل})_M}{(\text{نیروی ثقل})_P} = \frac{(\text{نیروی لزجت})_M}{(\text{نیروی لزجت})_P} \rightarrow$$

$$\frac{\rho g L_M^3}{\rho g L_P^3} = \frac{\mu U_M L_M}{\mu U_P L_P} \rightarrow \frac{L_M^2}{L_P^2} = \frac{U_M}{U_P} \rightarrow L_r^2 = U_r \Rightarrow L_r = U_r^{1/2}$$

۸۲ ☒ در یک مدل هیدرولیکی از یک سرریز که به مقیاس $1/100$ ساخته شده است، زمان تخلیه آب پشت سد در مقیاس واقعی ۱۵ روز است. این زمان در نمونه آزمایشگاهی چند روز است؟

۱) ۰/۱۵

۲) ۱/۵

۳) $\sqrt{15}$

۴) ۶/۶۷

$$Fr_M = Fr_P \rightarrow \frac{U_M}{U_P} = \sqrt{\frac{L_M}{L_P}} = \sqrt{1/100} = 1/10$$

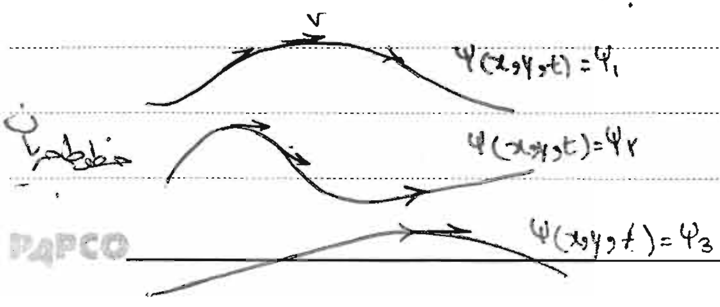
$$\frac{U_M}{U_P} = \frac{\frac{L_M}{t_M}}{\frac{L_P}{t_P}}$$

$$\frac{U_M}{U_P} = \frac{L_M}{L_P} \frac{t_P}{t_M}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{100} \times \frac{t_P}{t_M} \rightarrow \frac{t_M}{t_P} = \frac{1}{10} \xrightarrow{t_P = 15} t_M = 1/5$$

بخش ۱۲: خطوط جریان:

اگر منحنی هایی که در هر نقطه از میدان مورد بررسی یک جریان مماس بر بردار سرعت آن نقطه باشند در نظر گرفته شوند، اصطلاحاً به آن منحنی ها، خطوط جریان می گویند.

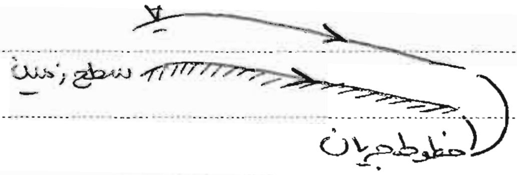


روابط ریاضی متناظر با خطوط جریان:

Streamline : خط جریان

طبق تعریف فوق بردار سرعت در هر نقطه موازی خط جریان است، بنابراین عمود بر خطوط جریان هیچ جریانی (دبی) وجود ندارد (دبی = ۰).

مرزهای یک جریان خود، خطوط جریان هستند :



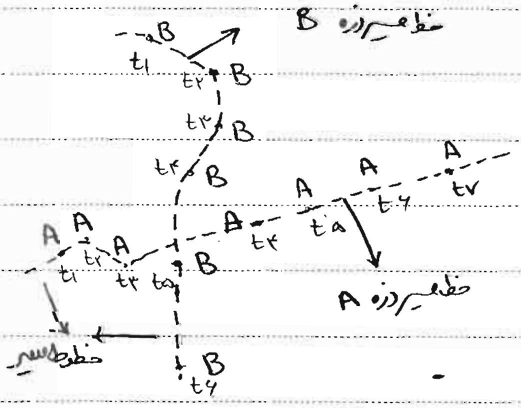
جز در حالات خاصی، تقاطع دو خط جریان غیر ممکن است.

(بردار سرعت نمی‌تواند دارای ۲ راستا باشد؛
مگر وقتیکه اندازه سرعت ذره صفر باشد).
می‌تواند متقاطع باشند.

در یک جریان ناپایدار که بردار سرعت در نقاط مختلف با گذشت زمان می‌تواند تغییر کند، خطوط جریان نیز بدون تغییر نخواهد ماند. (چون مماس‌ها ثابت نمی‌مانند). اما در شرایط پایدار خطوط جریان ثابت هستند.

خط مسیر : (Path line)

مسیری را که یک ذره از سیال طی می‌کند، خط مسیر آن ذره می‌گویند.



اشکالی ندارد خطوط مسیر همدیگر را قطع کنند چون زمان گذر ذرات A و B از نقطه تقاطع متفاوت است.

در شرایط پایدار خطوط جریان و مسیر بر هم منطبق هستند.

اگر جریان دو بعدی باشد و هم چنین سیال نیز تراکم ناپذیر باشد، تابع جریان ψ قابل تعریف است، به طوری که دارای خصوصیات زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = U_x$$

در مختصات کارتزین

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -U_y$$

ψ : m^2/s
θ : بی بعد

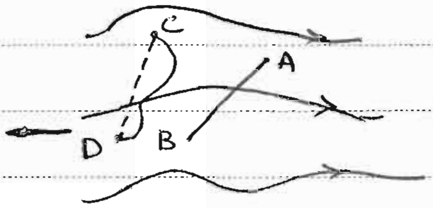
$\frac{1}{r}\boxed{\frac{\partial\ldots}{\partial\theta}}$

در مختصات قطبی :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}=U_r$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial r}=-U_\theta$$

دبی عبوری از پاره خط AB به ازای عرض عمود بر صفحه را می توان از تفاضل مقادیر تابع جریان ψ در دو سر پاره خط محاسبه کرد.



$$\frac{Q_{AB}}{b}=\psi_A-\psi_B \quad (m^2/s)$$

$$\frac{Q_{CD}}{b}=\psi_C-\psi_D$$

دبی که از پاره خط CD رد می شود از منحنی هم رد می شود

Ⓑ معادله خط جریان گذرنده از نقطه A(1,1) برای جریانی با میدان سرعت $U=2x\hat{i}+3y\hat{j}$ را بدست آورید:

$$\frac{dy}{dx}=\frac{U_y}{U_x}$$

استفاده از تعریف خط جریان ، مماس بر خط جریان برابر مماس بر خط سرعت است ← tan آن ها با هم برابر است :

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{3}{2}\frac{y}{x}$$

$$\int:\Rightarrow \frac{dy}{y}=\frac{3}{2}\frac{dx}{x}$$

$$\ln y=\frac{3}{2}\ln x+c$$

$$\xrightarrow{\text{فرض: } c=\ln c'} \ln y=\ln c' x^{3/2}$$

$$y=c'x^{3/2}$$
یا
$$y/x^{3/2}=c'$$

فرم عمومی (کلی) خطوط جریان مربوط به این میدان سرعت :

هر خط جریان c' مختص خودش را دارد . c' خط جریانی که از A می گذرد :

A:(1,1) صدق مختصات $\rightarrow 1/1=c' \Rightarrow c'=1$

$$\boxed{y/x^{3/2}=1 \text{ یا } y=x^{3/2}}$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial y} = V_x = 2x \rightarrow \psi = 2xy + F(x)$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} = -V_y = -3y \rightarrow \psi = -2xy + g(y)$$

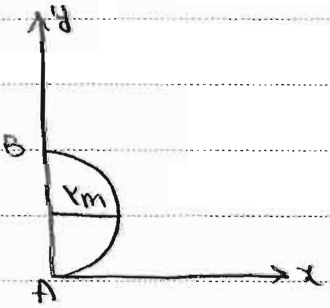
→ جواب برای ψ وجود ندارد

$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 2 + 3 = 5 \neq 0$$ → سیال تراکم‌پذیر است → تابع جریان ψ وجود ندارد

$= 0$ در حالت تراکم ناپذیر

جریان ناپایدار است، چون وابسته به زمان است.

☒ ۸۵: تابع جریان برای حرکت سیالی به صورت $\psi = x^2 + 2xy + 4t^2y$ داده شده است، در لحظه $t = 2(s)$ دبی گذرنده از نیم دایره AB چقدر است؟



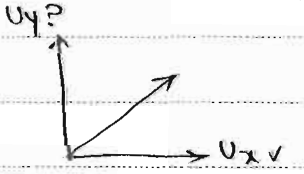
۱) $Q_{AB} = 64\ m^3/s$
۲) ۳۶
۳) ۱۰۰
۴) ۴۲/۸

$$Q/b \text{ نیم دایره} = \psi_B - \psi_A = \psi\Big|_{\substack{t=2\\x_B=0\\y_B=4}} - \psi\Big|_{\substack{t=2\\x_A=0\\y_A=0}} = 64 - 0 = 64\ m^2/s$$

☒ ۸۷:

معادله خط جریان دو بعدی به صورت $x^2 + y^2 - \frac{K}{C}y = 0$ است. (C و K مقادیر ثابتی هستند). اگر سرعت در جهت x در نقطه x=5(m) و y=10(m) برابر 5 m/s باشد، V_y در آن نقطه برابر است با:

(دسته خطوط جریان) ← چون C می‌تواند تغییر کند



۱) $-6.67\ m/s$
۲) -3.75
۳) 3.75
۴) به دلیل نامشخص بودن C و K جواب در بین جواب‌های بالا وجود ندارد.

خط جریان داریم پس راستای سرعت را می‌فهمیم.
مماس بر خط جریان را باید بیابیم پس مشتق می‌گیریم

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{K/C - 2y}$$

$$2x\,dx + 2y\,dy - \frac{K}{C}dy = 0$$

نقطه مشخص داده و مماس آن نقطه را می‌خواهیم

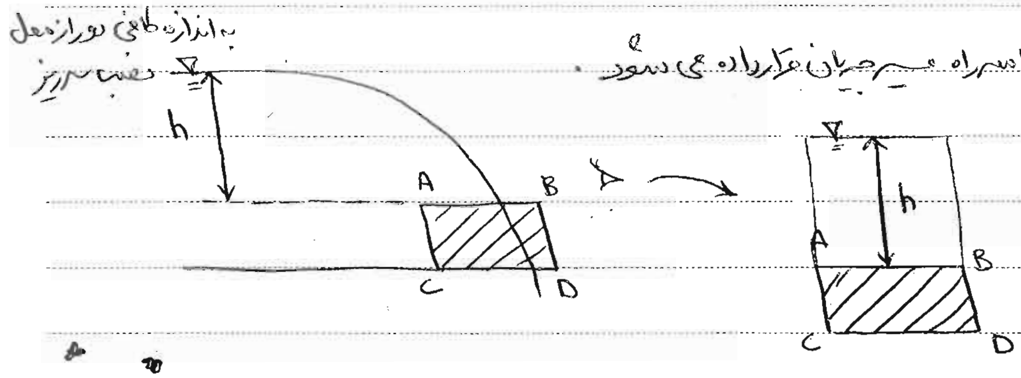
$$\frac{dy}{dx} = \frac{V_y}{V_x} \rightarrow \frac{2 \times 5}{(12.5 - 2 \times 10)} = \frac{V_y}{5} \rightarrow V_y = -6.67$$

چون K/C می‌تواند تغییر کند باید در صورت سؤال می‌گفت

معادله دسته خطوط جریان (x=5, y=10) صدق $\rightarrow 5^2 + 10^2 - \frac{K}{C} \times 10 = 0 \rightarrow \frac{K}{C} = 12.5$

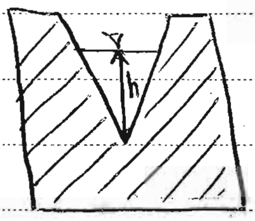
سرریزها:

وسیله اندازه گیری دبی که در کانال ها در مسیر جریان قرار داده می شود.


به اندازه کافی دور از محل نصب سرریز
h
A
B
C
D
h
A
B
C
D

$$\boxed{Q \propto h^{3/2}}$$

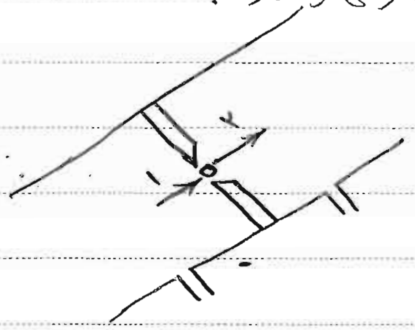
سرریز مستطیلی



$$\boxed{Q \propto h^{5/2}}$$

سرریز مثلثی

اریفیس : صفحه ای روزنه دار در مسیر جریان، اختلاف هد دو طرف را می خواهد.



روزنه افت موضعی شدیدی داریم به علت تغییر ناگهانی سطح مقطع

روزنه افت هد بسیار کمی دارد
اگر از افت هد صرف نظر کنیم مثل ونتوری متر
می شود:

$$V_0 = \sqrt{\frac{2g\ (\text{تفاوت هد پیزو ۱و۲})}{1-(A_0/A_1)^2}}$$

↑ C_d

اتلاف عبور آب از روزنه‌ی کوچک را با ضریبی به نام ضریب تخلیه نشان می‌دهند.

وقتی لزجت داریم، سرعت خروج کمتر است. $0<C_d<1$

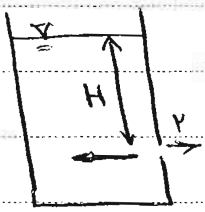
$$\boxed{V_0 = C_d\sqrt{\frac{2g(\text{اختلاف هد پیزومتری ۱ و ۲})}{1-(A_0/A_1)^2}}}$$

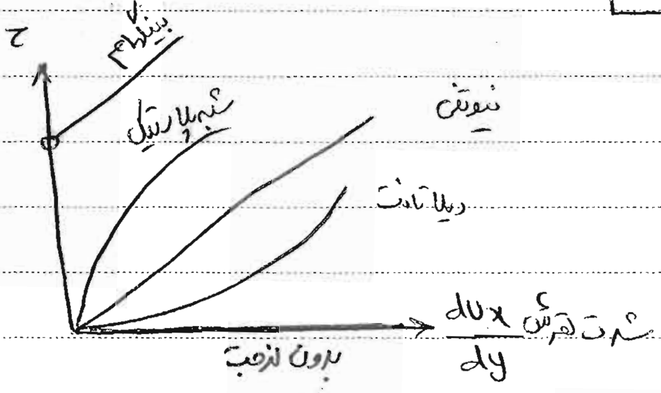
اتلاف موضعی روزنه به صورت:

ضریب عددی کوچکتر از ۱ در

معروف به ضریب تخلیه

$$V_2 = C_d\sqrt{2gH}$$





سیال نیوتنی متناسب با شدت برش است.

خط غیر راست یعنی غیر نیوتنی است.

اگر تقعر منحنی رو به بالا باشد، سیال دیلاتانت و اگر تقعر رو به پایین باشد، سیال شبه پلاستیک گویند.

تابع پتانسیل ϕ :

یکی از شروط لازم برای وجود ϕ : سیال غیر چرخشی

$$\frac{\partial\phi}{\partial x}=u_x \quad , \quad \frac{\partial\phi}{\partial r}=u_r$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial y}=u_y \quad , \quad \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}=u_\theta$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial z}=u_z \quad , \quad \frac{\partial\phi}{\partial z}=u_z$$

PAPCO

اعداد بی بعد (بخش ۲ آنالیز ابعادی):

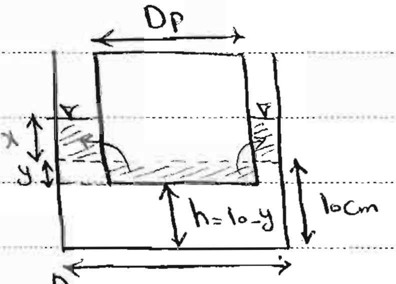
$$\text{عدد اویلر} = EU = \frac{\text{نیروی فشاری}}{\text{نیروی اینرسی}} = \frac{\Delta P}{\rho U^2}$$

$$\text{عدد وبر} = We = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی کشش سطحی}} = \frac{\rho U^2 L}{\Sigma}$$

$$\text{عدد ماخ} = Ma = \frac{\text{سرعت جریان}}{\text{سرعت انتشار صوت در سیال}}$$

مافوق صوت ← سرعت حرکت > سرعت صوت

☒ ۸۲: $h = ?$ کف استوانه از کف مخزن چقدر فاصله دارد؟
ص ۹۰



$W = F_B$

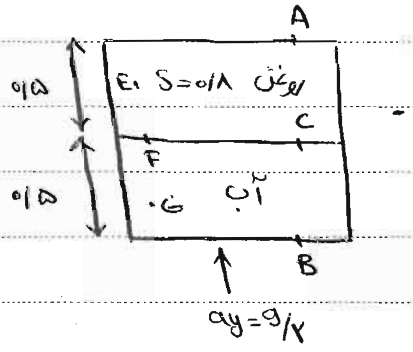
$$\downarrow$$

$$\text{عدد } 2 = \gamma \frac{\pi D_p^2}{4}(x+y)$$

$$\frac{\pi}{4} D_p^2 \times y = \frac{\pi}{4}(D_c^2 - D_p^2)x$$ و ...

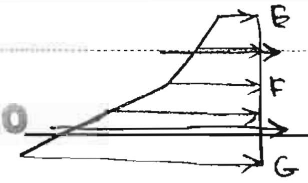
با وارد شدن استوانه، حجم مساحت هاشور خورده با حجم دو قسمتی که در بالای سطح آب قبلی قرار گرفته‌اند برابر است.

☒ ۸۲: $P_B - P_A = ?$



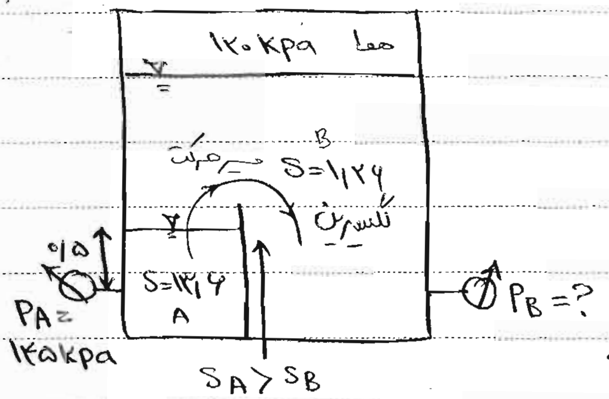
$$P_C - P_A = \rho_{\text{روغن}}\, g_{y\,\text{معادل}} \times 0.5$$

$$P_B - P_C = \rho_{\text{آب}}\, g_{y\,\text{معادل}} \times 0.5$$



Subject: ۱۳۲
Year. Month. Date. ( )

ص ۹۱
☒ ۱۸۲


هوا ۱۲۰kpa
مسیر حرکت
B
S=1/26
گلیسرین
S=13/6
A
0/5
PA= 145kpa
PB=?
SA > SB

$$\underset{\text{جیوه}}{P_A - 0/5\gamma} + \underset{\text{گلیسرین}}{0/5\gamma} = P_B$$

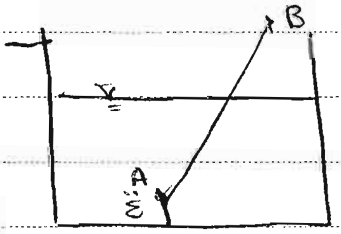
اصلاً نیازی به h و P هوا نداریم.

☒ ۸۲ : در چه حالتی فشار روی یک نقطه از سیال در همه جهات یکسان است؟

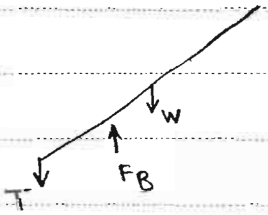
فشار اسکالر است و جهت ندارد.

سیال بدون تنش (برشی) روی صفحات مختلفی که از یک نقطه می‌گذرد بوده (تنش)

یا لزجت = ۰ یا لغزش = ۰



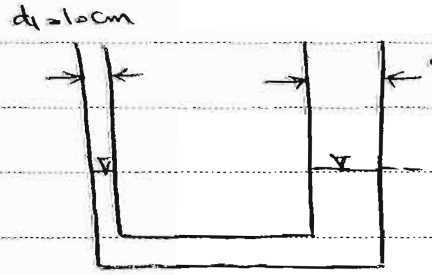
ص ۴۳
☒ ۸۰ : وزن مخصوص چوب = ؟

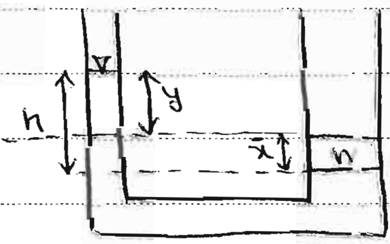


گشتاور حول A

$\Sigma M_A = 0 \rightarrow W = ... \rightarrow \gamma_{\text{چوب}} = ...$

ص ۴۹
☒ ۷۸ :


d1=10cm
d2=20cm



$W = P_A A \rightarrow P_A = ...$

$P_A = \gamma h \rightarrow h = ...$

$x + y = h$

پیستون چقدر فرو می‌رود؟

$$\frac{\pi d_2^2}{4} x = \frac{\pi d_1^2}{4} y$$

$y = 4x$

$x + y = h ...$

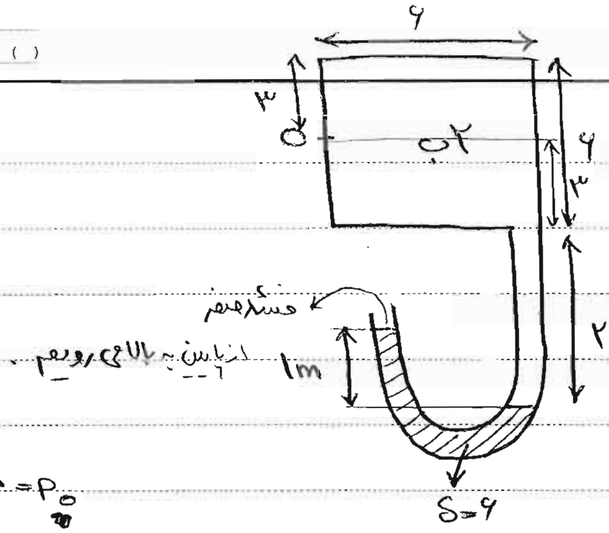
حجمی که از یک طرف کم شده باید طرف دیگر اضافه شود.

مؤسسه پاسارگارد کلاس نقشه و تست [illegible] آزادی

Subject: ۱۳۸

Year. Month. Date. ( )

۹۹
ص
۱:۷۶



۶
۳
O
آب
۶
۳
۲
فشار صفر
از اینجا به بالا روغن.
1m
S=۶

فشار مرکز × مساحت

O

$S \times 1 \times \gamma_w - \gamma_w \times 5 = P_0$

$\gamma_w = P_0$

$F = P_0 \times A = \ldots$