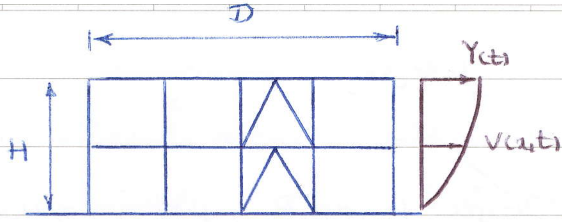
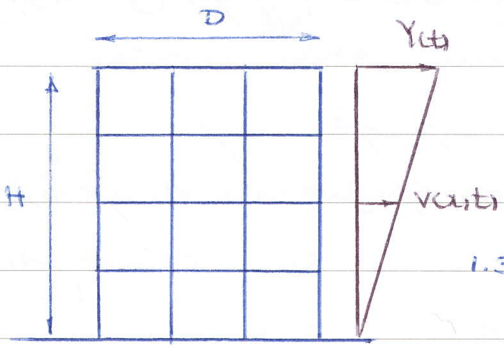
۱) ساختمان های کوتاه مرتبه :



(LOW H/D)

$$\frac{H}{D} < 1.5 \rightarrow \psi(x) = \sin\frac{\pi x}{2H}$$

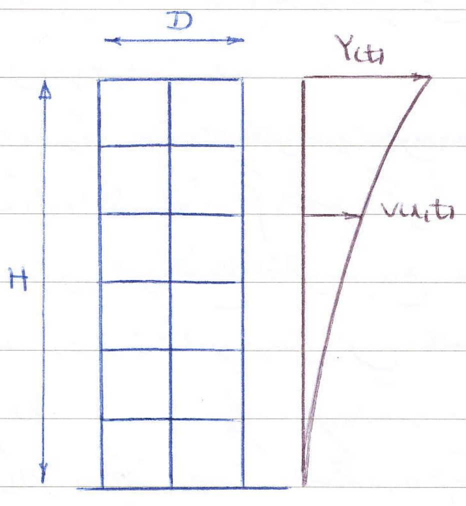
۲) ساختمان های میان مرتبه :



(MID H/D)

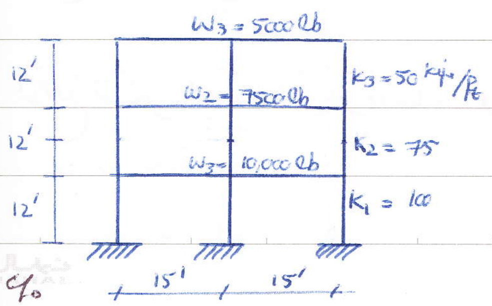
$$1.3 < \frac{H}{D} < 3 \rightarrow \psi(x) = \frac{x}{H}$$

۳) ساختمان های بلند مرتبه :



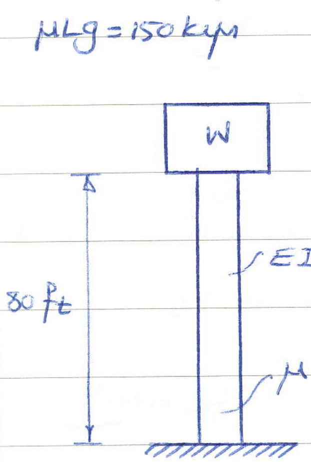
(HIGH)

$$\frac{H}{D} > 3 \rightarrow \psi(x) = 1-\cos\frac{\pi x}{2H}$$



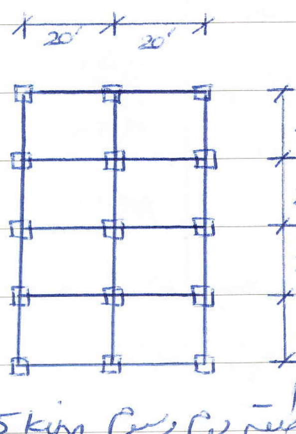
تمرین ۱۸ : قاب سه طبقه شکل مفروض است.
مطلوبست تعیین جرم معادل ، سختی معادل ،
و فرکانس پایه قاب درصورتیکه قاب دارای
نسبت استهلاک بحرانی $(\xi = 2\%)$ باشد و در

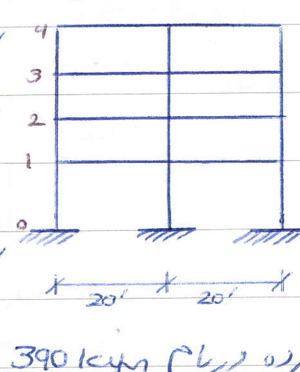
منطقه تهران که شتاب ماکزیمم زمین $0.35g$ می باشد قرار داشته باشد و برای طراحی آن در مقابل زلزله بتوان از نمودارهای شکل "A" استفاده کرد مطلوبست تعیین تغییر مکان Max و هم چنین برش پایه Max.



تمرین ۱۹: برج مخابرات شهری بصورت شکل زیر مدل شده است. درصورتیکه W=100 kips و وزن پایه برج 150 kips و $EI = 9.1 \times 10^{8}\ lb.in^2$ صلبیت خمشی باشد مطلوبست تعیین جرم معادل، سختی معادل و دوره تناوب پایه برج. هم چنین تعیین کنید مقدار Max تغییر مکان، شدت نیروی برشی و برش پایه Max درصورتیکه این برج در منطقه ای قرار دارد که شتاب Max آن $0.3g$ باشد و بتوان از نمودارهای شکل A برای طراحی آن استفاده کرد.

$\xi = 7\%$



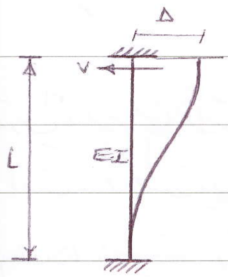


مثال: ساختمان ۴ طبقه بتنی شکل مفروض است. درصورتیکه ابعاد کلیه ستون ها 14in x 14in و مدول الاستیسیته بتن 3.6×10^{6} psi بوده و مجموع بار مرده در بام 390 kips، طبقه دوم و سوم 445 kips، طبقه اول 448 kips و شدت بار زنده در بام 30 lb/ft^2 و در طبقات 80 lb/ft^2 در نظر گرفته شود. مطلوبست تعیین جرم معادل، سختی معادل و هم چنین دوره

a) $\psi(x) = \sin\frac{\pi x}{2L}$ (الف   عرض ساختمان برای حالات

b) $\psi(x) = x/L$ (ب

(مشارکت بار زنده در طبقات ٪35 و در بام ٪85 است)



ابتدا به سختی مربوط به ستون می‌پردازیم.

$$V = \frac{12EI}{L^3}\Delta \rightarrow k_i = \frac{V}{\Delta} = \frac{12EI}{L^3}$$

$$I = \frac{1}{12} \times 14 \times 14^3 = 3201\ in^4$$

$$k_{story}\text{طبقه} = \sum_{i=1}^{3} k_i = 3k_i$$

$$\text{طبقه}4\ k_4 = k_3 = k_2 \neq k_1$$

* محاسبات مربوط به سختی قاب می‌باشد *

$$k_2 = k_3 = k_4 = 3 \times (3.6 \times 10^3 \times 3201)\frac{1}{126^3} = 209\ kip/in$$

$$k_1 = 3 \times (3.6 \times 10^3 \times 3201)\frac{1}{144^3} = 140\ kip/in$$

برای $\psi(x) = \sin\frac{\pi x}{2L}$

تراز	K	جرم M $\frac{kip \cdot sec^2}{in}$	ψ_i	$\Delta\psi_i$	$M\psi_i^2$	$K\Delta\psi_i^2$
4		0.252	1		0.252	
	209			0.071		1.054
3		0.288	0.929		0.249	
	209			0.203		8.613
2		0.288	0.726		0.152	
	209			0.306		19.570
1		0.290	0.420		0.51	
	140			0.420		24.696
0						
Σ					$M^* = 0.704$	$K^* = 53.933$

M در تراز طبقه است و K بین دو طبقه است.

5 قاب بار مرده کلی را می‌گیرد.

برای بار زنده هم درصدی در نظر می‌گیرند. علت هم احتمال کم حضور کامل بار زنده در همه است.

بار زنده نسبت به بتن حرکت می‌کند. بنابراین بار زنده در نظر منتقل نمی‌شود. بنابراین درست

نسبت به مقدار زیادی از بار زنده را به تراز بر حسم.

علت زیاد بودن درصد بار در بام برف است.

حالت الف

$$\omega_a = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{53.933}{0.704}} = 8.75 \ \text{rad/sec}$$

$$T_a = \frac{2\pi}{\omega_a} = 0.72$$

ب) برای $\psi_{(x)} = x/L$

تراز	K	M	ψ_i	$\Delta\psi_i$	$M\psi_i^2$	$K\Delta\psi_i^2$
4		0.252	1		0.252	
3	209	0.288	0.759	0.241	0.166	12.139
2	209	0.288	0.517	0.242	0.077	12.24
1	209	0.290	0.276	0.241	0.022	12.139
0	140			0.276		10.665
Σ					$M^* = 0.517$	$K^* = 47.183$

$$\omega_b = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{47.183}{0.517}} = 9.55 \ \text{rad/s}$$

$$T_b = \frac{2\pi}{\omega_b} = 0.66$$

با اینکه این حالت $\psi_{(x)} = x/L$ می‌گیرند اما $\psi_{(x)} = \sin\frac{\pi x}{2L}$ دقیق‌تر است.

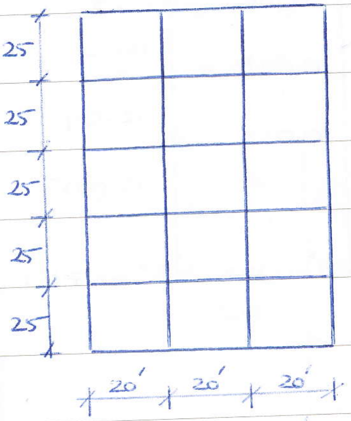
نظر به اینکه $\omega_a < \omega_b$ می‌باشد بنابراین $\psi_a(x) = \sin\frac{\pi x}{2L}$ تقریب بهتری نسبت به حالت $\psi_b(x) = x/L$ می‌باشد.

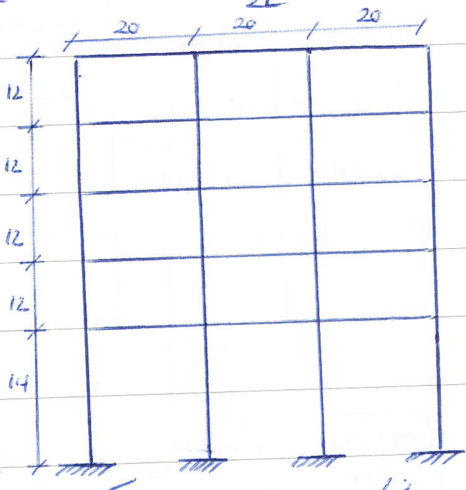
تمرین ۲۰: ساختمان ۵ طبقه بتنی شکل زیر مفروض است. درصورتیکه ابعاد مقاطع کلیه ستون‌ها یکسان و برابر 16in x 16in باشد، مدول الاستیسیته بتن به صورت $E = 3.6 \times 10^6\ psi$ و شدت بار مرده در طبقات $90\ lb/ft^2$ و در بام $60\ lb/ft^2$ و ضمناً شدت بار زنده در طبقات $70\ lb/ft^2$ و بام $30\ lb/ft^2$ در نظر گرفته شود، مطلوبست تعیین جرم معادل، سختی معادل برای ۳ حالت:

الف) $\psi_a(x) = \sin\frac{\pi x}{2L}$

ب) $\psi_b(x) = x/L$

ج) $\psi_c(x) = 1 - \cos\frac{\pi x}{2L}$

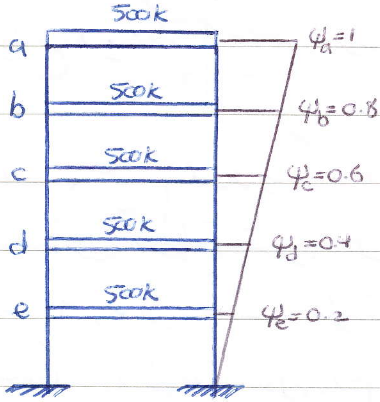




ضریب بار زنده بام 0.65

ضریب بار زنده طبقات 0.35

مثال ۵: ساختمان ۵ طبقه شکل مفروض است. اگر تاثیر سختی انتهای ساختمان که فرض می‌شود کلیه جرم‌ها که هر از طبقات به صورت متمرکز در نظر گرفته شود. درصورتیکه فرض شود تابع شکل در این مثال x/L باشد جرم موثر و هم چنین ضریب تحریک زلزله را محاسبه نمایید. اگر فرض شود پریود این سازه $T=0.5s$ و $\xi = 10\%$ باشد و بتوان از نمودار شکل A برای طراحی این ساختمان مقابل زلزله استفاده کرد، مطلوبست تعیین Max تغییر مکان، M نیروی برشی در پایه ساختمان (برش پایه) و هم چنین



نیروی برشی (نیروی وارده در تراز هر یک از طبقات).

$$M^* = \sum m_i \varphi_i^2$$

$$= \frac{500}{g}\left(1^2 + 0.8^2 + 0.6^2 + 0.4^2 + 0.2^2\right)$$

$$= \frac{1100}{g} \left(\frac{kip \cdot s^2}{in}\right)$$

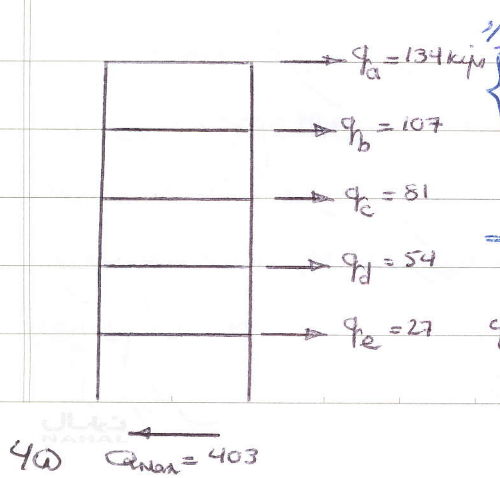
$$\bar{k} = \sum m_i \varphi_i = \frac{500}{g}(1 + 0.8 + 0.6 + 0.4 + 0.2) = \frac{1500}{g}$$

$T = 0.5\ sec$, $\xi = 10\%$ $\xrightarrow{\text{از جدول A}}$ $S_d = 0.48\,in$ $S_v = 6\ in/sec$ $S_a = 0.2g$

$$V_{i\,(max)} = \frac{\bar{k}}{M^*} S_d \varphi_i = \frac{\frac{1500}{g}}{\frac{1100}{g}} (0.48)\,\varphi_i = 0.65\,\varphi_i$$

$$\rightarrow V_{i\,(max)} = 0.65\,in$$

$$Q_{max} = \frac{\bar{k}^2}{M^*} S_a = \frac{(1500)^2}{1100} \times \frac{0.2g}{g} = 403\ kip$$



شدت نیرو

$$\begin{cases} q_{max} = \dfrac{\bar{k}}{M^*} S_a\, M_{i}\, \varphi_{i} \\ Q_{max} = \dfrac{\bar{k}^2}{M^*} S_a \end{cases}$$

نیرو طبقه

$$\rightarrow q_{i\,max} = \frac{\bar{k}}{M^*} S_a \cdot M_i \cdot \varphi_i$$

$$\Rightarrow q_{i\,max} = \frac{Q_{max}}{\bar{k}} M_i \varphi_i$$

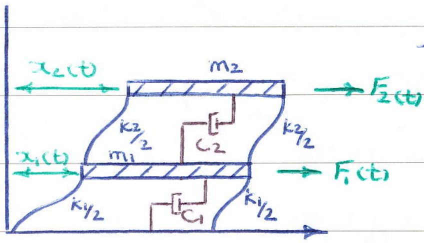
$$q_{i\,max} = \frac{403}{1500/g} \frac{500}{g} \varphi_i = 134.2\,\varphi_i$$

حمید کاظم

فصل چهارم:

پاسخ دینامیکی سیستم های چند درجه آزادی:

الف) سیستم دو درجه آزادی:

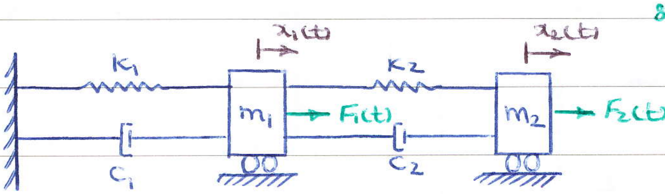


ساختمان دو طبقه شکل مقابل را در نظر بگیرید. اگر سقف ها را بتوان صلب در نظر گرفت و ضریب استهلاک در طبقات اول و دوم به ترتیب c_1 و c_2 باشند. معادله حرکت این سیستم دو طبقه مورد نظر می باشد.

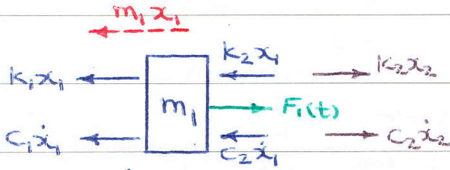
درجات آزادی ما در جهت x است. اما چون در حالت شیب و عمق می تواند حرکت کند سیستم دو درجه آزادی دارد. (تعداد طبقات همان تعداد درجات آزادی هستند)

در ابتدا مدل دینامیکی این سیستم دو درجه آزادی را تعیین می کنیم.

تعیین مدل دینامیکی سیستم:



دیاگرام آزاد M_1:

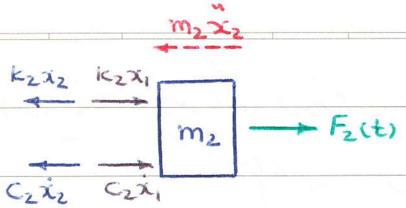


اول فرض کنید جرم M_2 حرکت ندارد. جرم M_1 را به اندازه x_1 حرکت دهید. سپس نیروهای هر عامل را بدست آورید.

در مرحله بعد حرکت M_1 را صفر کرده، M_2 را به اندازه x_2 حرکت دهید.

دیاگرام آزاد M_2:

اول نیروها را می یابیم. بعد مثل حالت قبل عمل می کنیم: اول M_2 ثابت است M_1 حرکت کند



سپس M_2 حرکت کند و M_1 ثابت باشد

* اینرسی به صورت نیرویی، جهتی در خلاف جهت حرکت دارد

$$m_1 : \sum F_x = 0 \rightarrow -m_1\ddot{x}_1 - c_1\dot{x}_1 - c_2\dot{x}_1 + c_2\dot{x}_2 - k_1x_1 + k_2x_2 - k_2x_1 + F_1(t) = 0 \quad (1)$$

$$m_2 : \sum F_x = 0 \rightarrow -m_2\ddot{x}_2 + c_2\dot{x}_1 - c_2\dot{x}_2 + k_2x_1 - k_2x_2 + F_2(t) = 0 \quad (2)$$

$$\begin{cases} m_1\ddot{x}_1 + (c_1+c_2)\dot{x}_1 - c_2\dot{x}_2 + (k_1+k_2)x_1 - k_2x_2 = F_1(t) \\ m_2\ddot{x}_2 - c_2\dot{x}_1 + c_2\dot{x}_2 - k_2x_1 + k_2x_2 = F_2(t) \end{cases} \quad (3)$$

یک سیستم معادلات درجه دوم خطی بدست آمد. دستگاه معادلات فوق یک دستگاه معادلات دیفرانسیل درجه دوم خطی می باشد که می توان آن را به صورت ماتریسی به صورت زیر نوشت.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1+c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$[m]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{F(t)\} \quad (5)$$

$[m]$: ماتریس جرم $= [M]^T$ $\{x\}$: بردار تغییر مکان

$[C]$: ماتریس استهلاک $= [C]^T$ $\{F\}$: بردار نیرو

$[K]$: ماتریس سختی $= [K]^T$

همانطور که از رابطه 4 مشهود است ماتریس های $[m]$ ، $[C]$ ، $[K]$ ماتریس های متقارن می باشند.

تمرین ۲۱: در صورتیکه در تمرین حلقه قبل بتوان فرض نمود که برای طراحی سازه می توان از دیاگرام های شکل A با شتاب Max $0.35g$ استفاده کرد، مطلوبست تغییر مکان Max، برش پایه Max و Max نیروهای جانبی در تراز طبقات از سوی زلزله.

- بدون استهلاک (سیستم دو درجه آزادی):

$$[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} = 0 \qquad (6)$$

برای قاب برشی دو طبقه داریم:

$$\begin{cases} m_1\ddot{x}_1 + (k_1+k_2)x_1 - k_2x_2 = 0 \\ m_2\ddot{x}_2 - k_2x_1 + k_2x_2 = 0 \end{cases} \qquad (7)$$

فرض: حل دستگاه معادلات فوق دارای جواب زیر است.

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} \sin\omega t \qquad (8)$$

پس از جایگزین کردن رابطه (8) در رابطه (7) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} (-m_1\omega^2X_1 + (k_1+k_2)X_1 - k_2X_2)\sin\omega t = 0 \\ (-m_2\omega^2X_2 - k_2X_1 + k_2X_2)\sin\omega t = 0 \end{cases} \qquad (9)$$

اگر $\sin\omega t = 0$ باشد نقش جواب نداریم. پس جمله داخل پرانتز صفر است.

$$\begin{bmatrix} -\omega^2m_1+k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & -\omega^2m_2+k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (10)$$

دستگاه معادلات فوق یک دستگاه معادلات همگن خطی می باشد که همواره جواب های $X_1 = X_2 = 0$ در آن صدق می کند. برای داشتن جواب غیر از صفر لازم است دترمینان ضرائب آن برابر صفر باشد.

$$\begin{vmatrix} -\omega^2 m_1 + k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & -\omega^2 m_2 + k_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow (-\omega^2 m_1 + k_1 + k_2)(-\omega^2 m_2 + k_2) - k_2^2 = 0 \qquad (11)$$

برای سادگی در عملیات فرض می‌کنیم $m_1 = m_2 = m$, $k_1 = k_2 = k$. (12)

پس از جایگزینی (12) در (11) خواهیم داشت:

$$m^2 \omega^4 - 3km\omega^2 + k^2 = 0 \qquad (13)$$

$$\Rightarrow \omega_{1,2}^2 = \left(\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}\,\frac{k}{m}\right)$$

$$\begin{cases} \omega_1 = \left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\,\dfrac{k}{m}\right)^{1/2} & (14) \\ \omega_2 = \left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\,\dfrac{k}{m}\right)^{1/2} & (15) \end{cases}$$

فرکانس‌های طبیعی

X_1 , X_2 که می‌خواهیم نسبت آوریم مستقل نیستند.

۱) با قرار دادن $\omega = \omega_1$ در رابطه ۱۰ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} X_1 - X_2 = 0 \\ -X_1 + \dfrac{\sqrt{5}-1}{2} X_2 = 0 \end{cases} \qquad (16) \qquad \Rightarrow \frac{X_2}{X_1} = 1.62$$

دو رابطه کاملاً یکسان هستند

۲) با قرار دادن $\omega = \omega_2$ در رابطه ۱۰ خواهیم داشت:

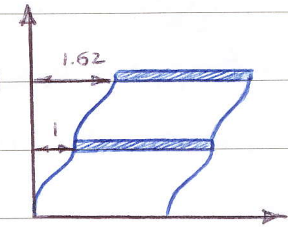
$$\begin{cases} \dfrac{1-\sqrt{5}}{2} X_1 - X_2 = 0 \\ -X_1 - \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} X_2 = 0 \end{cases} \qquad (17) \qquad \Rightarrow \frac{X_2}{X_1} = -0.62$$

خلاصه مباحث:

۱) $\omega_1 = \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^{1/2}\sqrt{\frac{k}{m}} = 0.618\sqrt{\frac{k}{m}}$ فرکانس طبیعی مود اول

$\overset{(1)}{\bar{X}} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.62 \end{Bmatrix}$ $\left(\omega_1 = 0.618\sqrt{\frac{k}{m}}\right)$

بردار مود اول

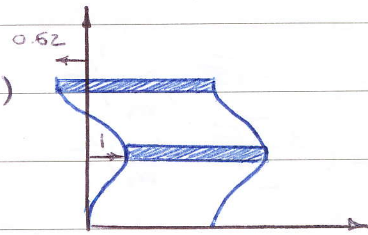


نمایش اولین مد ارتعاشی

۲) $\omega_2 = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^{1/2}\sqrt{\frac{k}{m}} = 1.618\sqrt{\frac{k}{m}}$ فرکانس طبیعی مود دوم

$\overset{(2)}{\bar{X}} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.62 \end{Bmatrix}$ $\left(\omega_2 = 1.618\sqrt{\frac{k}{m}}\right)$

بردار مد دوم



نمایش دومین مد ارتعاشی

برای فرکانس کوچکتر مود اول داریم. این مود اول مودی است که سازه‌ها به طور طبیعی دارند. طبقه اول ن دارای تغییر مکان کمتر است و در اکثر مسائل سازه‌ای مود اول مود غالب است

چون سازه‌ها بر اساس اصل Min انرژی خواستار مصرف کمترین انرژی هستند بنابراین به دنبال مود اول هستند. البته بعدا اگر بخواهیم اثر دیگر ترکیب این مودها تغییر مکان‌های واقعی را می‌دهد.

در ساختمان ۱۰ طبقه ۱۰ فرکانس و ۱۰ مود داریم.

* برای بدست آوردن بردار مود اول و دوم، فرض در هر مود $X_1 = 1$ قرار می‌دهیم تا X_2 بدست آید. (دقت شود اگر X_n را عدد فرض کردیم برای بقیه مودها هم X_n را همان عدد بگذارید)

خاصیت تعامد مُدها:

$$\{X_1\}^T [m] \{X_2\} = 0$$

$$\left(1 \quad \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{Bmatrix} = \left(m \quad \frac{1+\sqrt{5}}{2} m\right) \begin{Bmatrix} 1 \\ \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{Bmatrix}$$

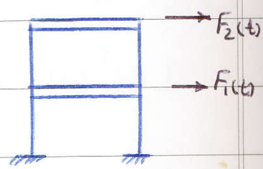
$$= m + \frac{1+\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{1-\sqrt{5}}{2} m = m - m = 0$$

$$\{X_i\}^T [m] \{X_j\} = 0 \qquad \forall i \neq j$$

ب) تحلیل پاسخ دینامیکی سیستم n درجه آزادی تحت اثر نیروهای دینامیکی (آنالیز مستقل کردن):

$$[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} = \{F(t)\} \qquad (18)$$

تعریف:



ماتریس مودی $[A] = \left[X_1 \mid X_2 \right]_{2\times 2} \qquad (19)$

ماتریس A ماتریسی است که هر ستون آن یک بردار مودی است.

در دو درجه آزادی $[A] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1+\sqrt{5}}{2} & \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{bmatrix}$

(از دو طرف رابطه 18 در حاصلضرب ماتریس $[A]^T[m]$ پیش ضرب نماییم خواهیم داشت.) ← انتقال

قبل از اینکار تعریف زیر را خواهیم داشت:

بردار تغییر مکان $\{x(t)\} = [A]\{Y(t)\}$ تغییر متغیر (20)

بردار شکل مدهای طبیعی $\{x(t)\} = [X_1 \mid X_2]\begin{Bmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \end{Bmatrix}$ (21)

$$= X_1 Y_1(t) + X_2 Y_2(t)$$

اینجا می بینیم که تغییر مکان ترکیبی از مدها هستند. حال این توابع زمانی را بدست آوریم مشکل است. (اینجا تبدیل با $\Psi_{(t)} Y_{(t)} = V$ داریم)

پس از جایگزین کردن رابطه (20) در (18) خواهیم داشت:

$$[m][A]\{\ddot{Y}(t)\} + [k][A]\{Y(t)\} = \{F(t)\} \quad (22)$$

دو طرف رابطه (22) را در ماتریس $[A]^T$ پیش ضرب می کنیم.

$$[A]^T[m][A]\{\ddot{Y}(t)\} + [A]^T[k][A]\{Y(t)\} = \{A\}^T\{F(t)\} \quad (23)$$

$$[A]^T[m][A] = \begin{bmatrix} X_1^T \\ \\ X_2^T \end{bmatrix}[m]\,[X_1 \quad X_2] = \begin{bmatrix} X_1^T \\ \\ X_2^T \end{bmatrix}\left[[m]X_1 \quad [m]X_2\right]$$

$$= \begin{bmatrix} X_1^T[m]X_1 & \cancel{X_1^T[m]X_2} \\ \\ \cancel{X_2^T[m]X_1} & X_2[m]X_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} X_1^T[m]X_1 = M_1 & \text{جرم مدی مد اول} \\ X_2^T[m]X_2 = M_2 & \text{جرم مدی مد دوم} \end{cases}$$

$$M_1 = X_1^T[m]X_1$$

$$M_2 = X_2^T[m]X_2$$

بردار تغییر مکان $\{x(t)\} = [A]\{Y(t)\}$ تغییر متغیر (20)

برای قاب برشی دو طبقه $\{x(t)\} = [X_1 \mid X_2]\begin{Bmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \end{Bmatrix}$ (21)

$$= X_1 Y_1(t) + X_2 Y_2(t)$$

اینجا می‌بینیم که تغییر مکان ترکیبی از مدها هست. حال اگر توابع زمانی را بدست آوریم مسئله حل است. (اینجا یک شبیه‌سازی با $V = \varphi_{(x)} \cdot Y_{(t)}$ داریم)

پس از جایگزین کردن رابطه (20) در (18) خواهیم داشت:

$$[m][A]\{\ddot{Y}(t)\} + [k][A]\{Y(t)\} = \{F(t)\} \quad (22)$$

دو طرف رابطه (22) را در ماتریس $[A]^T$ پیش ضرب می‌کنیم.

$$[A]^T[m][A]\{\ddot{Y}(t)\} + [A]^T[k][A]\{Y(t)\} = \{A\}^T\{F(t)\} \quad (23)$$

$$[A]^T[m][A] = \begin{bmatrix} X_1^T \\ \\ X_2^T \end{bmatrix}[m]\begin{bmatrix} X_1 & X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1^T \\ \\ X_2^T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} [m]X_1 & [m]X_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} X_1^T[m]X_1 & \cancel{X_1^T[m]X_2} \overset{0}{} \\ \\ \cancel{X_2^T[m]X_1} \overset{0}{} & X_2[m]X_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} X_1^T[m]X_1 = M_1 & \text{جرم مدی مد اول} \\ X_2^T[m]X_2 = M_2 & \text{جرم مدی مد دوم} \end{cases}$$

$$M_1 = X_1^T[m]X_1$$

$$M_2 = X_2^T[m]X_2$$

$$[A]^T[m][A] = \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} = [M] \qquad (24)$$

$$\left(M_1 = \bar{X}_1^T\, m\, \bar{X}_1 \quad , \quad M_2 = \bar{X}_2\, m\, \bar{X}_2^T \right) \qquad (25)$$

ارتعاش آزاد $\longrightarrow$ $[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} = \{0\}$ (26)

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} \sin\omega t = \bar{X}\sin\omega t \qquad (27)$$

$$\ddot{x}_{(t)} = -\omega^2 \bar{X} \sin\omega t$$

پس از جایگزین کردن رابطه (27) در (26) داریم:

$$-\omega^2[m]\bar{X}\sin\omega t + [k]\bar{X}\sin\omega t = \{0\} \qquad (28)$$

$$\omega_k^2[m]\bar{X}_k = [k]\bar{X}_k \qquad k=1,2 \qquad (29)$$

$$[A]^T[k][A] = \begin{bmatrix} \bar{X}_1^T \\ \bar{X}_2^T \end{bmatrix}[k]\begin{bmatrix} \bar{X}_1 & \bar{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{X}_1^T \\ \bar{X}_2^T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} [k]\bar{X}_1 & [k]\bar{X}_2 \end{bmatrix}$$

با استفاده از رابطه 29 خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_1^T \\ \bar{X}_2^T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \omega_1^2[m]\bar{X}_1 & \omega_2^2[m]\bar{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1^2\bar{X}_1^T[m]\bar{X}_1 & \omega_2^2\bar{X}_1^T[m]\bar{X}_2 \\ \omega_1^2\bar{X}_2^T[m]\bar{X}_1 & \omega_2^2\bar{X}_2^T[m]\bar{X}_2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow [A]^T[k][A] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 M_1 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 M_2 \end{bmatrix} \qquad (30)$$

$$[A]^T\{F(t)\} = \begin{bmatrix} X_1^T \\ \\ X_2^T \end{bmatrix}\{F(t)\} = \begin{bmatrix} X_1^T\{F(t)\} \\ \\ X_2^T\{F(t)\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(t) \\ \\ f_2(t) \end{bmatrix} \qquad (31)$$

پس از جایگزین کردن روابط (24)، (30)، (31) در رابطه (23)

$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{Y}_1(t) \\ \ddot{Y}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +\omega_1^2 M_1 & 0 \\ 0 & +\omega_2^2 M_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix} \qquad (32)$$

در معادله (32) در هر سطر فقط یک مجهول داریم که می‌توانیم در هر سطر از آن، مجهول را پیدا کنیم. یعنی یک سیستم n درجه آزادی را به n سیستم یک درجه آزادی تبدیل کردیم.

اما در معادله (18) در هر سطر چند مجهول و مشتقات آن را داشتیم.

با مقایسه دو رابطه (18) و (32) مشخص می‌گردد که با استفاده از مختصات نرمال می‌توان سیستم n درجه آزادی را به تعداد n سیستم یک درجه آزادی تبدیل نمود که هر یک از آن‌ها به تنهایی قابل حل می‌باشد. به عنوان مثال سطر kام رابطه (32) برابر است با:

$$M_k\ddot{Y}_k(t) + \omega_k^2 M_k Y_k(t) = f_k(t) \qquad k=1,2 \qquad (33)$$

دو طرف معادله (33) را به M_k تقسیم می‌کنیم

$$\ddot{Y}_k(t) + \omega_k^2 Y_k(t) = \frac{f_k(t)}{M_k} \qquad (34)$$

معادله بالا را با انتگرال دوهامل حل می‌کنیم.

$$Y_k(t) = \frac{1}{M_k\omega_k}\int_0^t f_k(\tau)\sin\omega_k(t-\tau)\,d\tau \qquad (35)$$

$$\{x(t)\} = [A]\{Y(t)\} = [X_1 \quad X_2]\{Y(t)\}$$
$$= X_1 Y_1(t) + X_2 Y_2(t) = \sum_{k=1}^{2} X_k Y_k(t)$$

$$\Rightarrow \{x(t)\} = \sum_{k=1}^{n} X_k \left\{ \frac{1}{M_k \omega_k} \int_0^t f_k(\tau) \sin \omega_k (t-\tau) \, d\tau \right\} \quad (36)$$

تحلیل تاریخچه زمانی _ تحلیل دینامیکی تاریخچه زمانی

تعیین پاسخ دینامیکی سیستم n درجه آزادی تحت اثر نیروهای دینامیکی (با استهلاک) 8

$$[m]\{\ddot{x}\} + [c]\{\dot{x}\} + [k]\{x\} = \{F(t)\} \quad (37)$$

$\{x(t)\} = [A]\{Y(t)\}$ (20) با استفاده از روش مختصات نرمال

با جایگزین کردن رابطه (20) در (37) و پیش ضرب کردن ماتریس $[A]^T$ در دو طرف معادله خواهیم داشت.

$$[A]^T[m][A]\{\ddot{Y}(t)\} + [A]^T[c][A]\{\dot{Y}(t)\} + [A]^T[k][A]\{Y(t)\} = [A]^T\{F(t)\} \quad (38)$$

درصورتیکه در رابطه (38) حاصلضرب $[A]^T[C][A]$ یک ماتریس قطری شود هر یک از سطرهای رابطه 38 نیز مستقل از سطرهای دیگر خواهد بود

$[A]^T[C][A]$ = Diagonal ماتریس قطری (39)

رابطه (39) درصورتی برقرار است که شرایط یعنی تعامد شرایط زیر برقرار باشد

1) $[C] = \alpha [K] + \beta [M]$

2) در حالت کلی $([M]^{-1}[C])([M]^{-1}[K]) = ([M]^{-1}[K])([M]^{-1}[C])$

در عمل نظر به اینکه مقدار استهلاک سازه کم می‌باشد عناصر غیرقطری در رابطه (39) نسبت به عناصر

قطری مقادیر ثابت ناچیز بوده، قابل صرف‌نظر کردن می‌باشند. در نتیجه رابطه (۳۹) را می‌توان در خصوص سازه که صدق فرض نمود.

سطر k ام رابطه ماتریسی (38) برابر خواهد بود با:

$$M_k \ddot{Y}_k + C_k \dot{Y}_k + \omega_k^2 M_k Y_k = f_k(t) \qquad (40)$$

دو طرف رابطه (40) را به M_k تقسیم نموده خواهیم داشت:

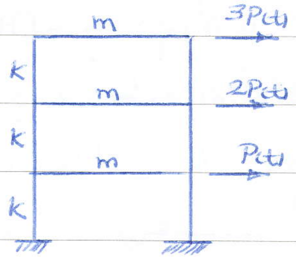
$$\ddot{Y}_k + 2\xi_k \omega_k \dot{Y}_k + \omega_k^2 Y_k = \frac{1}{M_k} f_k(t) \qquad (41)$$

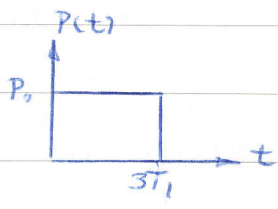
ξ_k نسبت استهلاک بحرانی مد k ام نامیده می‌شود.

$$Y_k(t) = \frac{1}{M_k \omega_{d_k}} \int_0^t f_k(\tau)\, e^{-\xi_k \omega_k (t-\tau)} \sin \omega_{d_k} (t-\tau)\, d\tau \qquad (42)$$

$$\omega_{d_k} = \omega_k \sqrt{1-\xi_k^2} \qquad (43)$$

$$\{x(t)\} = \sum_{k=1}^{n} \Phi_k \left\{ \frac{1}{M_k \omega_{d_k}} \int_0^t f_k(\tau)\, e^{-\xi_k \omega_k (t-\tau)} \sin \omega_{d_k} (t-\tau)\, d\tau \right\}$$

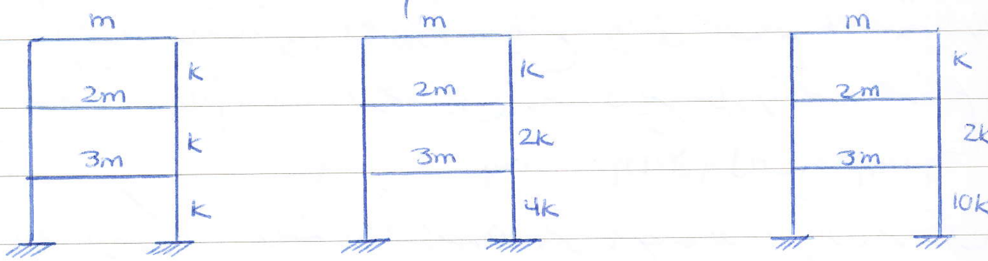




تمرین ۲۲: ساختمان سه طبقه شکل تحت اثر نیروهای نشان داده شده در شکل قرار گرفته است. اولاً سیستم معادلات حرکت را بدست آورید، فرض کنید بردارهای مدی متعلق به آن را دارا می‌باشید. توابع تغییر مکان را در هر یک از طبقات بدست آورید.

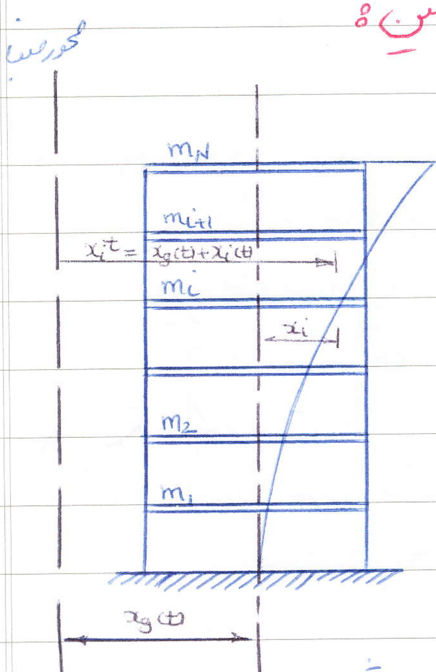
(T_1 پریود متداول سیستم می‌باشد)

تمرین ۲۴: در حرکت ارتعاش آزاد برای سه طبقه سیستم معادلات حرکت را نوشته و فرکانس های طبیعی و بردارهای مُدی را بدست آورده با هم مقایسه نمایید.



طبقه نرم: طبقه‌ای است که سختی اش از طبقات دیگر خیلی کمتر است.

پاسخ سیستم چند درجه آزادی در مقابل حرکت زمین:



$$[m]\{\ddot{x}\}+[c]\{\dot{x}\}+[k]\{x\}=\{F(t)\} \quad (1)$$

$$\{F(t)\}=\{0\} \quad (2)$$ برای ...

نسبی

$$[m]\{\ddot{x}^t\}+[c]\{\dot{x}\}+[k]\{x\}=\{0\} \quad (3)$$

$$x_i^t = x_g(t)+x_i \quad (4)$$

$$\{x^t\} = x_g(t)\cdot\{I\}+\{x(t)\} \quad (5)$$

$$\{\ddot{x}^t\} = \ddot{x}_g(t)\{I\}+\{\ddot{x}(t)\} \quad (6)$$

پس از جایگزین کردن رابطه (6) در رابطه (3) خواهیم داشت:

$$[m]\left[\ddot{x}_g(t)\{I\}+\{\ddot{x}(t)\}\right]+[c]\{\dot{x}\}+[k]\{x\}=\{0\} \quad (7)$$

$$[m]\{\ddot{x}\}+[c]\{\dot{x}\}+[k]\{x\}=-[m]\{I\}\ddot{x}_g(t)=\{P_{eff}(t)\} \quad (8)$$

$$\{I\} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}_{n\times 1}$$

دو عامل مهم در ارتباط با نیروی زلزله شتاب زمین و جرم ساختمان است.

$$\{P_{eff}(t)\} = -[m]\{I\}\,\ddot{x}_g(t) \qquad (9)$$

از آنجا که در قسمت پیش در خصوص پاسخ دینامیکی سیستم N درجه آزادی با استهلاک انجام گرفت، در خصوص رابطه 8 نیز بکار برده شود خواهیم داشت:

$$\{x(t)\} = [A]\{Y(t)\} \qquad (10)$$

پس از جایگزین کردن رابطه 10 در رابطه 8 و پیش ضرب نمودن آن در ماتریس $[A]^T$ و بدست آوردن سطر Kام آن خواهیم داشت:

$$M_k \ddot{Y}_k + C_k \dot{Y}_k + \omega_k^2 M_k Y_k = X_k^T \{P_{eff}(t)\} = f_{ke}(t) \qquad (11)$$

$$\ddot{Y}_k + 2\xi_k \omega_k \dot{Y}_k + \omega_k^2 Y_k = \frac{1}{M_k} f_{ke}(t) \qquad (12)$$

$$M_k = X_k^T\, m_k\, X_k \qquad (13)$$

$$f_{ke}(t) = X_k^T \{P_{eff}(t)\} = -X_k^T [m]\{I\}\,\ddot{x}_g(t)$$

$$\bar{K}_k = X_k^T [m]\{I\} \qquad (15)$$ ضریب تحریک مودی زلزله

$$\Rightarrow \quad f_{ke}(t) = \bar{K}_k \cdot \ddot{x}_g(t) \qquad (16)$$

* $\bar{K}_k$ اسکالر است.

با استفاده از روابط مربوط به شبه سرعت تا ریخچه زمانی $Y(t)$ برابر خواهد بود با:

$$\begin{cases} Y_k(t) = \dfrac{\bar{K}_k}{M_k\,\omega_k} V_k(t) & (17) \\[2ex] V_k(t) = \displaystyle\int_0^t \ddot{x}_g(\tau)\, e^{-\xi\omega_k(t-\tau)} \sin\omega_{dk}(t-\tau)\, d\tau & (18) \end{cases}$$

در رابطه (18)، ξ_k نسبت استهلاکی مود Kام، ω_k فرکانس، فرکانس مود Kام ارتعاش می‌باشد. بدین ترتیب بردار تغییر مکان نسبی ایجاد شده در

این مود برابر است با : (19) $\{x_k(t)\} = \Phi_k Y_k(t) = \Phi_k \dfrac{\bar{K}_k}{M_k \omega_k} V_k(t)$

برای تمام بردار تغییر مکان نسبی ناشی از تمام واکنش های مودی با استفاده از رابطه (10) برابر است با :

$$\{x(t)\} = [A]\{Y(t)\} = [A]\left\{\frac{\bar{K}_k}{M_k \omega_k} V_k\right\} \quad (20)$$

عبارت داخل { } یک بردار است شامل عبارات مربوط به تمام مودهای در نظر گرفته شده در تحلیل می باشد.

تعیین نیروهای الاستیک در تراز طبقات :

$$\{f_s(t)\} = [K]\{x(t)\} = [K][A]\{Y(t)\} \quad (21)$$

از آنجا که به اغلب به دو نحو واضح بود در این نیروها بر حسب نیروهای اینرسی معادل ایجاد شده بیان گردد می توان با استفاده از روابط فوق نوشت :

$$[K]\Phi_k = \omega_k^2 [m]\Phi_k \xrightarrow{(22)} [K][A] = [M][A][\Omega^2] \quad (23)$$

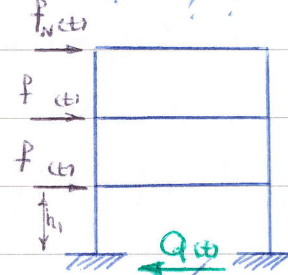
$$[\Omega^2] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & & \\ & \omega_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \omega_N^2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

پس از جایگزین کردن رابطه (23) در (21) خواهیم داشت :

$$\{f_s(t)\} = [m][A][\Omega^2]\{Y(t)\}$$

$$\Rightarrow f_s(t) = [m][A]\left\{\frac{\bar{K}_k}{M_k}\omega_k V_k(t)\right\} \quad (25)$$

بدین است با استفاده از رابطه (13) بردار رابطه الاستیک مربوط به k امین مود برابر است با :



$$\{f_{s_k}(t)\} = [m]\,\Phi_k \cdot \frac{\bar{K}_k}{M_k}\,\omega_k \cdot V_k(t) \qquad (26)$$

$\{f_{s_k}(t)\}$ مربوط به طبقه ام نیست، بلکه مربوط به مد k ام است که نیروی تمام طبقات در آن مد را در بردارد.

پس از اینکه توزیع نیروهای الاستیکی موثر بر زمان t در طول وقوع زلزله تعیین گردید به کمک روش های متداول استاتیکی می توان مقدار نیروی منتجه را در هر زمان معین کرد. به عنوان مثال نیروی برش کلی پایه $Q(t)$ برابر است با مجموع تمام نیروهای طبقات یعنی :

$$Q(t) = \sum_{i}^{N} f_i(t) = [I]^T \{f_s(t)\} \qquad (27)$$

$\{I\}^T$ در این رابطه بیانگر بردار افقی از اعداد واحد است. با جایگزین کردن رابطه (25) در (27) خواهیم داشت.
$[I]^T = <1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1>$

$$Q(t) = \sum \frac{\bar{K}_k^2}{M_k}\,\omega_k V_k(t) \qquad (28)$$

برای بدست آوردن رابطه (28) از رابطه زیر استفاده شده است.

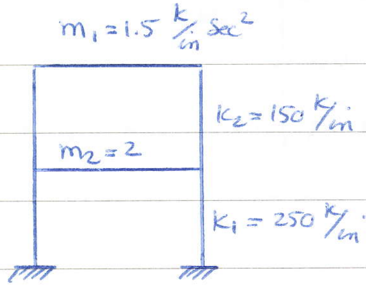
$$[I]^T[m][A] = [\bar{K}_1 \ \ \bar{K}_2 \ \dots \ \bar{K}_N] \qquad (29)$$

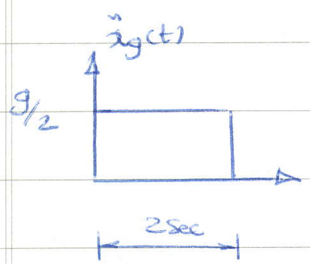
همچنین لنگر واژگونی در کف پایه برابر است با :

$$M(t) = \sum h_k f_i(t) = [h]\{f_s(t)\} \qquad (30)$$

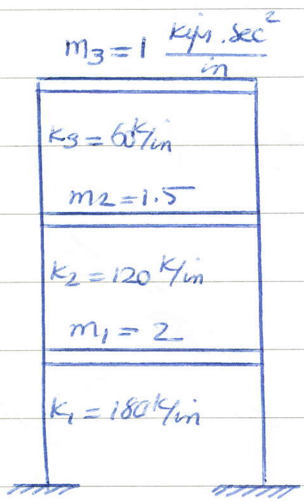
در این حالت [h] بردار افقی از ارتفاع هر کدام از طبقات تا تراز پایه می باشد.
با جایگزین کردن رابطه (25) در رابطه (30) خواهیم داشت:

$$M(t) = [h][m][A][\,\_\Omega^2\_\,]\{Y(t)\} = [h][m][A]\left\{\frac{\bar{L}_k}{M_k}\,\omega_k\,V_k(t)\right\}$$





تمرین ۲۴: قاب دو طبقه شکل تحت اثر شتاب زمین بصورت دیاگرام نشان داده شده در شکل ب قرار گرفته است. مطلوبست تعیین فرکانس ها، مودها، جرم های مودی، بردار تغییر مکان در هر یک از مودها، بردار تغییر مکان کل، بردار نیروی الاستیک در هر یک از مودها و بردار نیروی الاستیک کل، برش پایه و ممان واژگونی و رسم تغییر مکان طبقات.



مثال: ساختمان سه طبقه شکل مقابل مفروض است. اولاً مشخصه های ارتعاش، جرم های مودی و ضرایب تحریک مودی را محاسبه نمایید. مقدار استهلاک در هر مود را 5% استهلاک بحرانی بگیرید. بصورتی که این ساختمان تحت اثر زلزله ای قرار بگیرد که در زمان $t_1 = 3.08\,sec$ مقدار تابع شبه سرعت $V_1(t)$ به حداکثر خود برسد و در این زمان مقادیر تابع شبه سرعت برای مودهای مختلف بصورت زیر باشد. مطلوبست تعیین بردار

تغییر مکان و مقادیر تغییر مکان در هر تراز، هم چنین بردار نیروی الاستیک را دارد
در تراز طبقات و مقدار برش کلیه گام ها در این لحظه.

$$V(t_1) = \begin{Bmatrix} 1.74 \\ 1.22 \\ 0.77 \end{Bmatrix} \ ft/sec$$

$$\det|k - \omega^2 m| = 0 \longrightarrow \{\omega_n\} = \begin{Bmatrix} 4.58 \\ 9.82 \\ 14.59 \end{Bmatrix}$$

$$[k - \omega_n^2 m]\, \Phi_n = \{0\}$$

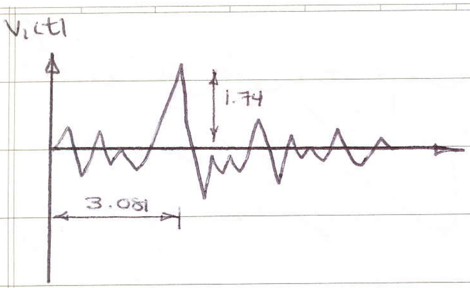
$$\longrightarrow [A] = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0.644 & -0.601 & -2.57 \\ 0.3 & -0.676 & 2.47 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{طبقه } 3 \\ \text{طبقه } 2 \\ \text{طبقه } 1 \end{array}$$

$$\Phi_k^T m\, \Phi_k = M_k \longrightarrow \{M_n\} = \begin{bmatrix} 1.801 \\ 2.455 \\ 23.1 \end{bmatrix}$$ جرم های مودی

مد اول محور قائم را یک جا قطع می کند. مد دوم دو جا را قطع می کند. مد n ام n جا را قطع می کند

$$\bar{K}_k = \Phi_k^T\, m \{I\} \longrightarrow \{\bar{K}_n\} = \begin{bmatrix} 2.56 \\ -1.254 \\ 2.08 \end{bmatrix}$$ ضریب تحریک زلزله

این ها مشخصات ذاتی سیستم است (مشخصات دینامیکی) که به بار کاری ندارد.



نظیر زمانی $t_1=3.081$ ، $V_2(t)$, $V_3(t)$ را محاسبه کرده اند. در همین زمان مقادیر خواسته شده را بر اساس شبه سرعت ها می خواهیم.

$$\{Y_k(t_1)\} = \left\{ \frac{\bar{k}_k}{M_k \omega_k} V_k(t_1) \right\} = \begin{bmatrix} 0.541 \\ 0.0635 \\ 0.00475 \end{bmatrix} ft$$

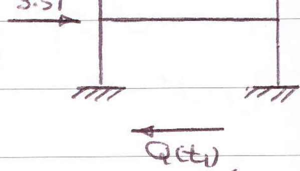
$$\{x(t_1)\} = [A]\{Y(t_1)\}$$

$$\longrightarrow \{x(t_1)\} = \begin{bmatrix} 0.541 + 0.0635 + 0.00475 \\ 0.348 - 0.038 - 0.018 \\ 0.163 - 0.043 + 0.012 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.61 \\ 0.298 \\ 0.131 \end{bmatrix} ft$$

چون $V_1(t_1)$ طیف سرعت در مود اول است پس تغییر مکان هم طیف تغییر مکان در مود اول است.

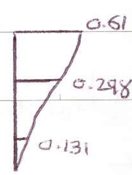
$$\{f_s(t)\} = \underbrace{[m][A]}_{3\times3} \underbrace{\left\{ \frac{\bar{k}_n}{M_n} \omega_n V_n(t_1) \right\}}_{3\times1} = \begin{bmatrix} 11.35 + 6.13 + 1.01 \\ 10.95 - 5.53 - 3.90 \\ 6.8 - 8.29 + 5.00 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18.49 \\ 1.52 \\ 3.51 \end{bmatrix} kips$$

معمولاً آنچه به دست می آید که از پایین به بالا f_s طبقه زیاد می شود. علت این است که در لحظات مختلف که کل سیستم مقادیر Max در هر مود را حاصل می کند. اما اینجا در زمان t_1 کشیده شده.



نیروی برشی پایه که حاصل از جمع جبری نیروی طبقات به دست می آید.

$$Q(t_1) = 18.49 + 1.52 + 3.51 = 23.52 \ kips$$



کاربرد تحلیل طیفی در سیستم های n درجه آزادی

محاسبه واکنش سازه‌ای یک سیستم چند درجه آزادی با جرم متمرکز برای هر زمان مانند t مستلزم محاسبه انتگرال واکنش زلزله در آن زمان برای حرکت از مودهای مهم واکنش می باشد. بنابراین محاسبه واکنش Max مستلزم آنست که واکنش هر مود برای هر زمان در طول زلزله محاسبه گردد تا بتوان مقدار Max را تعیین نمود. واضح است که این کار نیازمند عملیات محاسباتی بسیار زیاد بوده و همچنین جهت وقتگیر می باشد. لذا توجه به روشی که بر اساس طیف واکنش حرکت زمین استوار باشد بیشتر مورد تأکید قرار گرفته است.

با استفاده از مشخصات طیف به آسانی می توانیم برای حرکت از مودهای سازه واکنش Max را مشابه آنچه که برای سیستم های یک درجه آزادی شرح داده شد با کمک طیف واکنش بدست آورد.

با استفاده از مشخصات طیف Max بردار تغییر مکان در مود k را می توان از رابطه زیر بدست آورد.

$$\{x_k(t)\}_{n\times 1} = \Phi_k \frac{\bar{K}_k}{M_k \omega_k} V_k(t) \qquad (1)$$

$$\{x_{k,Max}\} = \Phi_k \frac{\bar{K}_k}{M_k} S_{d_k} \qquad (2)$$

که در این رابطه S_{d_k} تغییر مکان طیفی مربوط به استهلاک و دوره تناوب مود k ام ارتعاش می باشد.

همچنین بردار نیروی الاستیکی در مود k ام با استفاده از مشخصات طیف برابر است با:

$$\{F_{S_k}(t)\}_{n\times 1} = [M]\, \Phi_k \frac{\bar{K}_k}{M_k} \omega_k V_k(t) \qquad (3)$$

$$\{F_{S_k,Max}\}_{n\times 1} = [M]\, \Phi_k \frac{\bar{K}_k}{M_k} S_{a_k} \qquad (4)$$

در این رابطه S_a شتاب طیفی مود k ام مربوط به استهلاک و دوره تناوب مود k ام ارتعاش است.

(در حالت کلی Max واکنش کل را نمی‌توان صرفاً از جمع کردن ماکزیمم‌های مودی بدست آورد. زیرا این مقادیر Max معمولاً در یک زمان اتفاق نمی‌افتند. در اغلب حالات هنگامی که یک مود در حد Max خودش باشد دیگر واکنش‌های مودی در حدی کمتر از Max‌های مربوط به خودشان می‌باشند. بنابراین اگرچه ترکیب کردن مقادیر طیفی مودها حد بالایی از واکنش کل را بدست می‌دهد، لیکن معمولاً از حد Max واکنش کل بسیار بیشتر است.)

ساده‌ترین و متداول‌ترین فرمولی که برای این منظور جذر مجموع مربعات واکنش‌های مودی است. بنابراین اگر Max تغییر مکان‌های مودی داده شده باشد، Max تغییر مکان کل را به طور تقریب بسیار خوبی می‌توان با رابطه زیر برابر داشت:

بردار

$$\underset{N\times1}{\underset{\sim}{x}_{Max}} = \left[(x_1)^2_{Max} + (x_2)^2_{Max} + (x_3)^2_{Max} + \dots + (x_N)^2_{Max}\right]^{1/2} \quad (5)$$

که جملات زیر رادیکال بیانگر بردارهای تغییر مکان‌های مودی است که به توان 2 رسیده است.

بطور مشابه ماکزیمم نیروی الاستیک را می‌توان بصورت ترکیبی از Max های مودی بدست آورد.

$$\underset{N\times1}{\underset{\sim}{f}_{S\,Max}} = \left[(f_{S_1})^2_{Max} + (f_{S_2})^2_{Max} + (f_{S_3})^2_{Max} + \dots + (f_{S_N})^2_{Max}\right]^{1/2} \quad (6)$$

مثال: ساختمان ۳ طبقه مثال قبل را در نظر بگیرید (کلیه مشخصات دینامیکی همان است) در صورتیکه با فرض 5٪ استهلاک بحرانی برای کلیه مودها و [illegible]

$$Q_{Max} = \sqrt{\sum\left(\frac{K_k^2}{M_k}\cdot w_k \cdot S_{v_k}\right)^2}$$

دوره‌های تناوب داده شده در مثال قبل از طیف سرعتی استفاده نمودیم که در آن منطقه بکار می‌رود و مقادیر سرعت طیفی برای هر یک از مودها به صورت زیر باشد. مطلوبست تعیین: Max تغییر مکان مودی هر یک از مودها، Max بردار تغییر مکان کل، Max نیروهای طبقات در هر یک از مودها و Max نیروی کل وارده در طبقات و سهم حقیقی Max نیروی برشی مودی و Max برش تکیه‌گاهی کل.

$$\{S_v\} = \begin{bmatrix} 1.73 \\ 1.41 \\ 1.2 \end{bmatrix} ft/s \qquad T_n = \begin{bmatrix} 1.37 \\ 0.64 \\ 0.431 \end{bmatrix} \qquad \xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 5\%$$

با توجه به T_n و ξ طیف S_v بدست می‌آید (البته صفحه ۶ بعنوان مفروض خواص S_v را داده)

- تعیین تغییر مکان Max:

$$\{x_{n,Max}\} = \Phi_n \frac{\bar{L}_n}{M_n} \frac{S_{v_n}}{\omega_n}$$

$$\{x_{1,Max}\} = \begin{bmatrix} 0.541 \\ 0.348 \\ 0.169 \end{bmatrix} \qquad \{x_{2,Max}\} = \begin{bmatrix} 0.074 \\ 0.044 \\ 0.05 \end{bmatrix} \qquad \{x_{3,Max}\} = \begin{bmatrix} 0.008 \\ 0.019 \\ 0.018 \end{bmatrix}$$

با ترکیب کردن Max های مودی به روش جذر مجموع مربعات، Max تغییر مکان کل به طور تقریب بدست می‌آید.

$$\{x_{Max}\} \cong \begin{bmatrix} ((0.541)^2 + (0.074)^2 + (0.008)^2)^{1/2} \\ ((0.348)^2 + (0.044)^2 + (0.019)^2)^{1/2} \\ ((0.169)^2 + (0.05)^2 + (0.018)^2)^{1/2} \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} 0.546 \\ 0.351 \\ 0.17 \end{bmatrix} ft$$

همانطور که ملاحظه می‌شود، مودهای بالاتر سهم اندکی در مقدار Max دارند و مود اول بیشترین سهم را در بردار تغییر مکان دارا است.

- تعیین نیروهای الاستیک:

$$\{f_{S_n,Max}\} = [M]\{\Phi_n\}\frac{\bar{K}_n}{M_n}\omega_n S_{V_n}$$

$$\{f_{S_1,Max}\} = \begin{bmatrix} 11.35 \\ 10.95 \\ 6.8 \end{bmatrix} kips \quad \{f_{S_2,Max}\} = \begin{bmatrix} 7.08 \\ 6.39 \\ 9.58 \end{bmatrix} kips \quad \{f_{S_3,Max}\} = \begin{bmatrix} 1.57 \\ 6.08 \\ 7.79 \end{bmatrix} kips$$

با ترکیب کردن بردارهای فوق به روش جذر مجموع مربعات مقدار ترکیبی نیروی کل زلزله در طبقات بدست می‌آید.

$$\{f_{S,Max}\} = \begin{bmatrix} 13.47 \\ 14.06 \\ 14.1 \end{bmatrix}$$

برای تعیین نیروی برشی مودی (برش پایه) با استفاده از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$Q_{0n,Max} = \frac{\bar{K}_n^2}{M_n} \cdot \omega_n S_{V_n} \quad \begin{cases} Q_{01,Max} = 29.13 \text{ kips} \\ Q_{02,Max} = 8.77 \text{ ''} \\ Q_{03,Max} = 3.28 \text{ ''} \end{cases}$$

(الف)

اینجا به جذر مجموع مربعات آنها مقدار ترکیبی Max برش پایه را بدست می‌آوریم.

$$Q_{0,Max} = (29.13^2 + 8.77^2 + 3.28^2)^{1/2} = 30.6 \text{ kips}$$

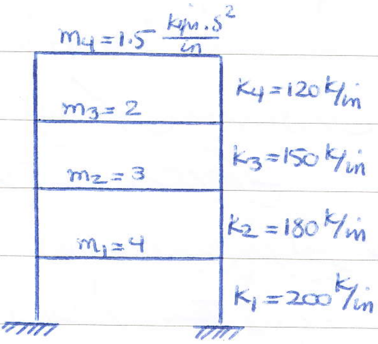
این پاسخ نشان می‌دهد که Max برش پایه را می‌توان از جمع کردن نیروهای Max طبقات (الف) بدست آورد. زیرا این نیروها همزمان می‌باشند.

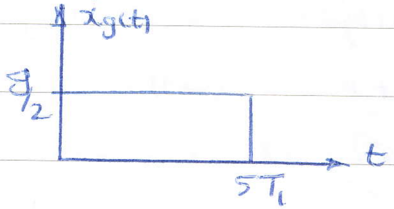
$$M_n^* = \frac{\bar{K}_n^2}{M_n} \longrightarrow \text{جرم موثر مودی، مود } n \text{ ام}$$

$$M_1^* = 3.656 \qquad M_2^* = 0.641 \qquad M_3^* = 0.187$$

مجموع جرم‌های موثر $M_1^* + M_2^* + M_3^*$ برابر است با عدد 4.48 که برابر جمع جرم کل سازه است.

اگر سازه 50 طبقه بود، این نامه اشاره دارد که مودهایی را بررسی کنید که جمع جرم های موثر مودی کمتر از ۹۰٪ وزن کل سازه نباشد.





تمرین ۲۵: ساختمان چهار طبقه شکل مقابل مفروض است. اولاً فرکانس ها و مودهای متعلق به آن را محاسبه کنید. ثانیاً جرم های مودی و ضریب تحریک زلزله را بدست آورید. ثالثاً در صورتیکه این ساختمان تحت اثر زلزله ای قرار گیرد که نمودار شتاب آن بصورت مقابل باشد مطلوبست تعیین: $(\xi = 0)$

۱) تابع تغییرمکان در هر یک از طبقات.

۲) مقدار Max تغییرمکان در مود اول.

۳) بردار نیروهای الاستیک برای هر یک از مودها و برای ترکیب آن ها

۴) تابع برش پایه برای هر یک از مودها و مقدار Max برش پایه در مود اول.

تمرین ۲۶: اگر برای طراحی ساختمان تمرین ۲۵ بتوان از نمودار شکل A استفاده کرد و نسبت استهلاک بحرانی را برای کلیه مودها ۵٪ در نظر گرفت، بردار تغییرمکان Max را برای هر یک از مودها بدست آورید و تغییرمکان کل را محاسبه کنید. همچنین نیروهای الاستیک در تراز طبقات و برش پایه را در هر یک از مودها و مقدار کل آن ها را بدست آورید.

حمید کاظم

مبانی تئوری آیین نامه را توضیح دهید؟ با هم مقایسه کنید؟

فصل پنجم:

مبانی تئوری آیین نامه های زلزله:

مقایسه روابطی که در مباحث قبلی برای نیروهای ایجاد شده بر اثر زلزله به دست آمد با ضوابط طراحی یک نمونه از آیین نامه های ساختمانی می تواند مبانی علمی و تئوری آیین نامه ها را روشن سازد.

به عنوان مثال در آیین نامه عمومی ساختمان UBC نیروی موثر زلزله طراحی به صورت Max نیروی برشی حاصل از زلزله در تکیه گاه ساختمان بیان می شود.

رابطه نیروی برشی تکیه گاه (Q) مطابق این آیین نامه برابر است با:

$$Q_{Max} = K \hat{C} W \qquad (1)$$

در این رابطه W وزن ساختمان، $\hat{C}$ ضریب برش تکیه گاهی و K ضریبی است که بستگی به نوع سیستم سازه ای دارد. این ضریب به ظرفیت نسبی جذب انرژی سیستم سازه ای وابسته است.

ضریب برش تکیه گاهی ($\hat{C}$) به صورت تابعی از دوره تناوب اصلی ارتعاش سازه (T) به صورت زیر بیان می گردد.

$$\hat{C} = \frac{0.05}{\sqrt[3]{T}} \qquad (2)$$

البته آیین نامه های ساختمانی من جمله UBC دارای ضریب منطقه است که این ضریب بستگی به مناطق لرزه خیزی از نظر شدت آن دارد. در این رابطه ضریب منطقه واحد در نظر گرفته شده است که برای مناطق است که دارای بیشترین خطر زلزله خیزی می باشد.

رابطه تحلیلی متناظر با فرمول (1) را می توان با استفاده از روابط قبل به صورت زیر نوشت.

$$Q(t) = \sum_{n=1}^{N} \frac{\bar{K}_n^2}{M_n} \omega_n V_n(t) \qquad (3)$$

$$Q_1(t) = \frac{\bar{K}_1^2}{M_1} W_1 \cdot V_1(t) \longrightarrow Q_{1(t)Max} = \frac{\bar{K}_1^2}{M_1} \cdot S a_1$$

$$\longrightarrow Q_{1Max} = \frac{\bar{K}_1^2}{M_1} g \cdot \frac{S a_1}{g} \qquad (4)$$

مقایسه رابطه (۴) و (۱) معادل بودن جملات زیر را نمایان می سازد :

$\hat{C}$ ——— $\bar{W}$

$\frac{S a_1}{g}$ ——— $\frac{\bar{K}_1^2}{M_1} g$

بنابراین ضریب برش تکیه گاهی معادل شتاب طیفی است که بصورت نسبتی از شتاب زمین بیان شده است و وزن کل بصورت معادل با وزن موثر مود اول درنظر گرفته شده است. که معمولاً وزن موثر مود اول کمتر از وزن کل می باشد.
از مقایسه دو رابطه به سادگی ملاحظه می شود که نیروی زلزله ای که توسط آیین نامه تعیین می شود شکلی اساسی به رابطه ضریب برش تکیه گاهی (رابطه (2)) دارد.

* اهم ترین عامل در بدست آوردن نیروی برشی پریود ساختمان است.

* اگر در جهت تئوریک پیش برویم همچون شتاب های بالای متمم پس پریود سازه ها بیشتر از حالت واقعی اش می باشد. پس برش پایه کمتر می شود و این در جهت اطمینان نیست.

دیگر مقررات آیین نامه عموماً ساختمان های معمولی توزیع نیروی برشی تکیه گاهی کل را در ارتفاع ساختمان تعیین می نمایند.

$$f'_{Si,Max} = \frac{W_i x_i}{\sum W_i x_i} Q_{Max} \qquad (5)$$

f'_{Si} : نیروی جانبی در طبقه i (با مسائل مطرح شده در فصل قبل فرق دارد)

W_i : وزن طبقه i

x_i : ارتفاع طبقه i از تکیه گاه ساختمان

سازه n طبقه $\quad X_1 = \begin{bmatrix} \psi_{11} \\ \psi_{12} \\ \vdots \\ \psi_{1n} \end{bmatrix}$

رابطه کلی متناظر را می‌توان از روابط بخش قبل بصورت زیر نوشت.

$$\{f_{s_n}(t)\} = [m]\, X_n \, \frac{\bar{K}_n}{M_n}\, \omega_n \cdot V_n(t) \qquad (6)$$

با جایگزین کردن $n=1$ برای مود اول خواهیم داشت:

$$\{f_{s_1,Max}\} = [m]\, X_1 \cdot \frac{\bar{K}_1}{M_1} \cdot Sa_1 \qquad (7)$$

رابطه (7) برای تراز i برابر است با:

نیروی طبقه i ام در مود اول

$$f_{s_i,Max} = m_i\, \psi_{1i} \times \frac{\bar{K}_1^2}{K_1} \cdot \frac{Sa_1}{M_1} \qquad (8)$$

که عضو i ام بردار X_1

$$\rightarrow f_{s_i,Max} = m_i \cdot \psi_{1i} \cdot \frac{1}{\bar{K}_1} \cdot Q_{Max} \qquad (9)$$

$$\rightarrow f_{s_i,Max} = \frac{m_i \psi_{1i}}{\sum m_i \psi_{1i}}\, Q_{Max} \qquad (10)$$

با مقایسه روابط 10 و 5 مشخص می‌شود که رابطه آیین‌نامه بر اساس واکنش یک سیستم جرم متمرکز قرار دارد که مقدار تغییر مکانی بصورت خط مستقیم است یعنی:

$$\psi_{1i} = \frac{x_i}{L}$$

این شکل فرضی مدنظر در این آیین‌نامه به کار رفته است زیرا بررسی‌های انجام شده روی ارتعاش بسیاری از ساختمان‌ها نشان داده است که معمولاً شکل مود اول به خط مستقیم تقریباً نزدیک است.

به طور خلاصه ملاحظه می‌شود که ضوابط تعیین شده در آیین‌نامه‌های ساختمانی مانند آیین‌نامه UBC برای تعیین نیروی زلزله درست شده با نتایج حاصل از آنالیز مود اول طیف واکنش که شکل مود اول آن به صورت خط مستقیم فرض شده است و ضریب برش پایه به صورت شتاب طیفی مود اول اختیار شده باشد در نظر گرفته است.

برای منظور کردن تأثیر واکنش مودهای بالاتر، آیین نامه UBC دارای ضوابطی است که مطابق آن در ساختمان های بلند مقدار بیشتری از نیروهای جانبی در بالاترین تراز ساختمان اعمال می گردد. (نیروی شلاقی)

واکنش خطی و غیر خطی سازه ها در مقابل زلزله

در بحث قبل در خصوص آنالیز واکنش زلزله، سازه بصورت یک سیستم خطی فرض شده بود. ولی هنگامی که سازه تحت اثر زلزله های متوسط یا شدید قرار گیرد، می توان انتظار داشت که چنین حرکات شدیدی باعث ایجاد آسیب های زیادی شود. واضح است که چنین شرایطی، واکنش غیر خطی زلزله را موجب می گردد. هم چنین به سادگی می توان نشان داد که حتی زلزله های با شدت های متوسط می توانند باعث ایجاد تنش های اضافی زیادی در سازه هایی که بر اساس ضوابط طراحی زلزله یک آیین نامه طراحی شده باشند، گردند.

همانطور که در شکل «ب» ملاحظه می شود، مقایسه بین ضریب برش پایه که از طریق تعیین شده توسط آیین نامه و طیف های واکنش که برای یک زلزله محاسبه شده است نشان دهنده این واقعیت هستند که حتی یک زلزله متوسط می تواند باعث ایجاد نیروهای در سازه شوند که چندین بار بزرگتر از ضوابط طراحی آیین نامه هستند. مقایسه کامل تری بین اثرات نیروی آیین نامه با واکنش نسبت به یک زلزله متوسط برای یک ساختمان 20 طبقه مطابق شکل "د" به عمل آمده است. تنش ها و تغییر مکان های این سازه هم اثر نیروهای جانبی زلزله مطابق آیین نامه UBC توسط یک برنامه کامپیوتری آنالیز استاتیکی قاب محاسبه شده است. و واکنش این سازه نسبت به نمودار شتاب زلزله ال سنترو که در شکل "ه" نشان داده شده است توسط یک برنامه آنالیز دینامیکی قاب بر طبق ترکیب مودها نیز محاسبه گردیده است.

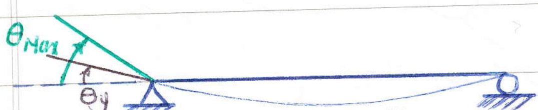
دقت روش های غیرخطی و خطی در کجا کم است؟

نتایج مقایسه واکنش دینامیکی غیرخطی چه چیزی را در تیر و ستون نشان می دهد؟

تغییر مکان های طبقات و چرخش های تیرها و ستون های مشخص از سازه که توسط دو روش فوق بدست آمده اند در شکل "چهار" نشان داده شده است. شایان یادآوری است که نتایج واکنش دینامیکی حاصل مقادیر پوش هستند، یعنی مقادیر بدست آمده در هر زمان در طول واکنش دینامیکی مقادیر Max می باشد. بنابراین مقادیر منحنی مذکور کاملاً متوافق نمی باشند.

(تغییر مکان های Max سیستم غیرخطی اساساً همانند تغییر مکان های Max خطی بوده و فقط درصد اندکی از آن بیشتر است. اما تغییر شکل ستون ها و تیرها در مکانیسم تسلیم غیرالاستیک بسیار متفاوت است.) این نتایج به صورت نسبت شکل پذیری بیان می شود. که تعریف آن در خصوص تیرها نسبت Max چرخش انتهایی به چرخش انتهایی در حالت اولیه تسلیم می باشد.

DR → Ductility Ratio



نسبت شکل پذیری $DR = \dfrac{\theta_{Max}}{\theta_y}$

$$\rightarrow DR = \frac{\theta_y + \gamma_{Max}}{\theta_y} \Rightarrow DR = 1 + \frac{\gamma_{Max}}{\theta_y}$$

* اگر از حالت تسلیم عبور کنیم نسبت شکل پذیری از یک بیشتر می شود.

قابل توجه است که نسبت شکل پذیری کمتر از یک به معنی آن است که عضو به حالت تسلیم نرسیده است.

(نتایج آنالیز واکنش الاستیکی نیز در شکل "پنج" به صورت نسبت Max چرخش انتهایی به چرخش تسلیم عضو نشان داده شده است.

شکل "پنج" نشان می دهد که حالت تسلیم به طور عمده در تیرها مخصوصاً در طبقات پایین و بالا توسعه پیدا کرده است. در حالیکه ستون ها به جز طبقات بالا همچنان الاستیک باقی مانده اند. وقوع حالت تسلیم در طبقات پایین نتیجه مستقیم شدت زیاد حرکت

مشخصات طرح ستون قوی و تیر ضعیف چیست؟

کلیه گاه هاست. در صورتیکه وقوع مکانیزم تسلیم در طبقات بالا ناشی از اثر مودهای دیگر یا به عبارت دیگر بازتاب موجی (اثر شلاقی) می باشد.)

تأثیر تغییرات مقاومت تیر و ستون را در رفتار سازه تشریح کنید؟

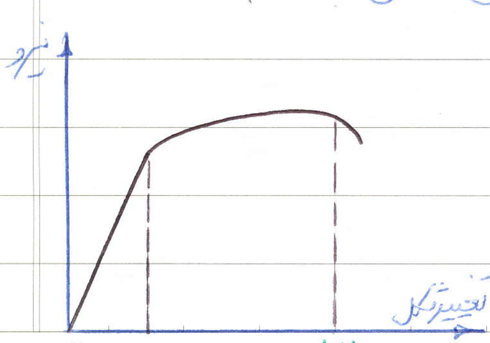
تأثیر تغییرات مقاومت:

(این واقعیت که در یک ساختمان مورد بحث تقریباً تمام تیرها به حالت تسلیم می رسند ولی ستون ها عمدتاً الاستیک باقی می مانند ناشی از توزیع نسبی مقاومت اعضا است. (در واقع انرژی جذب شده توسط تیرها در هنگام حالت تسلیم آن ها باعث جلوگیری از ازدیاد تنش در ستون ها می گردد) هرگونه تغییری در مقاومت نسبی ستون ها و تیرها می تواند باعث انتقال حالت تسلیم از یک عضو به عضو دیگر شود. نتایج حاصل از آنالیزهای انجام شده برای مقاومت های مختلف در تیرها در شکل "هفت" نشان داده شده است. در این حالت کلیه ستون ها دارای مقاومت شکل "پنج" می باشند. لیکن تیرها علاوه بر حالت ضریب مقاومت استاندارد 2 برای حالت های 1.5 و 4 برابر مقادیر میانه‌ای طراحی نیز در نظر گرفته شده اند. همانطور که انتظار می رفت مشاهده می شود که نسبت های شکل پذیری تیر دارای تغییراتی معکوس با مقاومت هستند. به هر صورت تغییر مکان های جانبی طبقات بالا با افزایش مقاومت تیرها افزایش می یابد.

این نتیجه نسبتاً غیر منتظره را می توان بر اساس رفتار حالت تسلیم توضیح داد. واضح است که هر افزایشی در نیروی مقاوم تیر باعث ایجاد تسلیم بیشتر در ستون های طبقات بالاتر می گردد و این افزایش در تغییر شکل ستون ها باعث تأثیر مستقیم در تغییر مکان های طبقات می شود.

در شکل "هشت" مقاومت تیرها همانند حالت شکل "پنج" است لیکن مقاومت ستون ها علاوه بر حالت ضریب مقاومت استاندارد 6 برای حالت های 2 و 10 برابر مقادیر

همان‌های طراحی نیز در نظر گرفته شده اند.
از این شکل ملاحظه می‌شود که افزایش مقاومت ستون اثر اندکی بر رفتار ساختمان دارد، زیرا ستون‌های ساختمان مذکور، قدرقوی هستند که فقط در میزان کمی در اثر افزایش تسلیم می‌شوند.
از سوی دیگر در حالت کاهش مقاومت ستون (به 2) حالت تسلیم در تیرها نیز به دلیل افزایش شدید تسلیم ستون‌ها به میزان زیادی کاهش می‌یابد.
(از نتایج حاصله از این آنالیزهای غیرخطی می‌توان چند دستاورد مفید را مطرح کرد:
اولاً واضح است که بایستی یک تعادل معقول بین مقاومت ستون‌ها و تیرها برقرار باشد. به همین جهت اتخاذ تصمیم بر مبنای تیر ضعیف و ستون قوی توصیه می‌گردد.
در حالیکه تسلیم موضعی تیرها تأثیر شدیدی بر ظرفیت باربری قائم سازه ندارد، لکن تسلیم موضعی ستون به راحتی می‌تواند باعث خرابی سازه گردد (مفصل ایجاد می‌گردد که در ستون باعث تخریب می‌گردد)
ثانیاً می‌توان چنین ادعا کرد که بایستی از ایجاد نواحی ضعیف موضعی در قاب سازه احتراز کرد، زیرا انرژی که باعث خرابی می‌شود به آن نواحی سوق داده شده و در نتیجه بقیه قسمت‌های سازه با ظرفیت‌های کمتری کار خواهند کرد.
کارآمدترین طرح دارای حالت تعادل مقاومت‌ها می‌باشد به طوری که حالت تسلیم به طور یکنواخت توزیع شده و هیچ نقطه سازه تحت تأثیر تنش اضافی نباشد.)



«شکل 11»

تعریف شکل پذیری:

منحنی نمونه نیرو ـ تغییر شکل برای یک عضو شکل پذیر در شکل (11) رسم شده است. Δy در این شکل تغییر شکل نظیر

هر تسلیم فولاد در یک مقطع با تغییر شکل نقطه ای می باشد که در آن منحنی نیرو ـ تغییر شکل از حالت خطی به غیر خطی در می آید. Δu تغییر شکل انهایی می باشد که بعد از آن منحنی نیرو ـ تغییر شکل دارای شیب منفی می گردد.

متداول ترین روش سنجش شکل پذیری $\mu = \frac{\Delta u}{\Delta y}$ تعریف می شود.

در مورد تیرها و عناصر خمشی نسبت شکل پذیری بر حسب انحنا تعریف می شود.

$$\mu = \frac{\theta u}{\theta y}$$

شکل پذیری ممکن است به تمام و یا فقط قسمتی از آن اشاره کند، به همین جهت مقدار شکل پذیری در هر حالت فرق دارد.

تقسیم بندی ضرایب شکل پذیری:

ضرایب شکل پذیری بر چند دسته اند؟ توضیح دهید؟

(شکل پذیری (ضرایب شکل پذیری) را می توان به ۳ دسته زیر تقسیم نموده

1) ضریب شکل پذیری برای عضو مانند ظرفیت دورانی یک گره در اتصال عضو خمشی

2) ضریب شکل پذیری برای طبقه و یا کف از یک ساختمان

3) ضریب شکل پذیری کلی ساختمان

ضریب شکل پذیری برای هر ۳ دسته از قسمت های فوق توسط رابطه نیرو ـ تغییر مکان تعیین می گردد. این تغییر مکان برای عضو می تواند تغییر طول محوری عضو، دوران یک اتصال در عضو خمشی و یا تغییر شکل برشی از دیوار برشی باشد.

تغییر مکان برای طبقه، تغییر مکان نسبی بین دو طبقه در نظر گرفته می شود و تغییر مکان برای ساختمان یک نوع متوسط گیری شکل پذیری طبقات با استفاده از تابع وزنی تعیین می گردد.

بدین ترتیب ضریب شکل پذیری عضو معمولاً بزرگتر از ضریب شکل پذیری طبقه است.

و ضریب شکل پذیری طبقه بزرگتر از ضریب شکل پذیری کلی ساختمان است به طور مثال ضریب شکل پذیری عضو از 5 تا 15 تغییر می کند و ضریب شکل پذیری طبقه از 3 تا 8 تغییر نموده است. در صورتیکه ضریب شکل پذیری کل ساختمان از 3 تا 5 در نظر گرفته می شود.)

(با توجه به تقسیم بندی فوق، تعریف ضریب شکل پذیری نسبت تغییر شکل مجاز حداکثر به تغییر شکل در تغییر مکان تسلیم موثر می باشد)

(ضریب شکل پذیری فولاد نسبت به بتن مسلح معمولاً بیشتر است و ضرایب شکل پذیری برای فولاد برای تغییر شکل کششی بزرگتر از تغییر شکل خمشی و تغییر شکل خمشی بیشتر از تغییر شکل فشاری می باشد و ضرایب برای برش مقادیر بین خمش و فشار است)

(برای بتن ضریب شکل پذیری تابع ترکیب و مقدار بتن آرماتورها می باشد. با در نظر گرفتن آرماتور فشاری شکل پذیری 10 نیز قابل حصول است. برای ستون های بتنی با استفاده از فولادگذاری مارپیچ ضرایب بین 4 تا 6 امکان پذیر است و برای دیوارهای برشی با آرماتورهای افقی، عمودی و مایل ضرایب بین 4 تا 6 تغییر می کند)

تعریف ضریب شکل پذیری به طور دقیق چیست؟

شکل پذیری را تعریف کرده اساس را معرفی کنید.

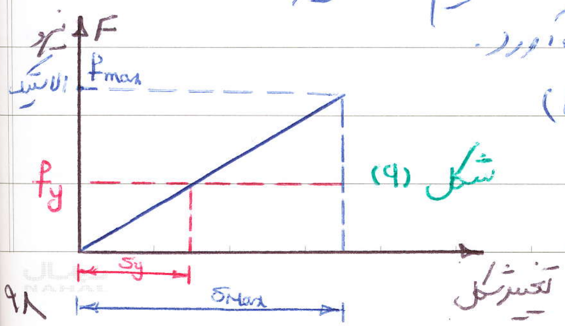
به چه علت آنالیز غیرخطی کمتر انجام می‌شود؟
فرض اصلی روش ضریب شکل پذیری چیست؟

روش ضریب شکل پذیری:
روش ضریب شکل پذیری را تعریف کرده معایب آن را بیان کنید؟

(اگرچه آنالیز غیرخطی که در این فصل بکار برده شده است از نظر مفهوم مشکل نمی‌باشد ولی کاربرد آن حتی برای سازه‌های خیلی ساده نیز مستلزم عملیات محاسباتی بسیار زیاد است زیرا ماتریس سختی در هر مرحله از این فرآیند متوالی بایستی اصلاح و تجزیه شود. اینکه تناسب سختی و مقاومت اعضا مستلزم یک روش تکراری است به طوری‌که لازم است چندین طرح مختلف متوالیاً آنالیز شوند تا بتوان به طرح نهایی و قابل قبول دست یافت. به همین جهت آنالیز غیرخطی کامل به ندرت انجام می‌شود مگر در مواردی که برای کنترل نهایی دقت یک طرح تکمیل شده انجام گردد.

* در هر مرحله سختی را ثابت گرفته آنالیز خطی می‌کنند. سپس برای مرحله بعد شرایط اولیه را شرایط مرحله قبل می‌گیرند و سختی را عوض می‌کنند.)

به منظور دستیابی به اندازه معقولی از رفتار غیرخطی سازه در هنگام زلزله بدون انجام یک آنالیز غیرخطی واقعی روش ضریب شکل پذیری ارائه شده است.
(فرض اصلی در این روش این است که تغییرمکان‌های ایجاد شده بر اثر یک زلزله مشخص چه سازه به صورت الاستیک عمل کند و یا اینکه به میزان زیادی تسلیم شود تقریباً یکسان هستند) این رفتار در شکل پنج نشان داده شده است که تغییرمکان‌های غیرالاستیک مشابه تغییرمکان‌های الاستیک می‌باشند. بنابراین اگر تغییرشکل‌های غیرخطی عضو را مشابه تغییرشکل‌های واکنش الاستیک فرض کنیم رفتار غیرالاستیک آن را می‌توان مستقیماً از آنالیز واکنش الاستیکی بدست آورد.



شکل (۹)

در شکل (۹) اگر Max تغییرمکان (δ_{Max}) بدون توجه به مشخصات مقاومت آن با تغییرمکان غیرخطی یکسان باشد است

Max تغییر شکل (δ_{Max}) به تغییر شکل حدی الاستیک (δ_y) برابر خواهد بود یعنی نیروی ایجاد شده در واکنش الاستیکی متناظر به نیروی تسلیم عضو.

$$\frac{\delta_{Max}}{\delta_y} = \frac{f_{Max}}{f_y} \quad (1)$$

از طرف دیگر ضریب شکل پذیری برابر است با:

$$\mu = \frac{\delta_{Max}}{\delta_y} \quad (2)$$

بنابراین مقاومت طراحی مورد نیاز برای هر عضو را می توان برحسب نیروی واکنش الاستیکی آن را به صورت زیر بدست آورد.

مقاومت طراحی $$f_y = \frac{1}{\mu} f_{Max} \quad (3)$$

بنابراین می توان به صورت واکنش غیر خطی آن را طراحی کرد. به بیان بهتر در ابتدا یک آنالیز واکنش خطی روی آن انجام شده و سپس مقاومت های طراحی از تقسیم نیروهای الاستیک بدست آمده و با اعمال کاهش توسط ضریب شکل پذیری تعیین می گردد.

از سوی دیگر جهت غیر الاستیک یک طرح داده شده را می توان از ضرایب شکل پذیری اعضا که توسط نسبت Max نیروی الاستیک عضو به مقاومت معلوم عضو تعیین می شود.

$$\mu = \frac{f_{Max}}{f_y} \quad (4)$$

این روش آنالیز تقریبی واکنش غیر الاستیک را می توان با استفاده از نتایج حاصل از واکنش الاستیک ساختمان 20 طبقه در شکل "چهار" نشان داده شده است تشریح کرد.

روش‌های تعیین طیف‌های طراحی:

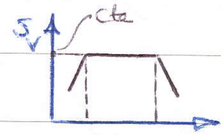
(برای زلزله‌های متوسط که احتمال وقوع آن‌ها در طول عمر مفید سازه چندین بار می‌باشد، سازه باید به گونه‌ای طراحی شود که ارتعاشات ناشی از این زلزله‌ها در حد الاستیک تا الاستوپلاستیک قابل قبول بوده و هیچ گونه صدمه دائمی به سازه وارد نگردد. در خصوص زلزله‌های شدید رفتار سازه می‌تواند پلاستیک باشد به شرطی که سازه ویران نگردد و باعث صدمات جانی نشود.)

طیف‌های طرح اساس و پایه‌ای برای طراحی مناسب و منطقی سازه‌های مقاوم در برابر زلزله می‌باشند. اگرچه طیف‌های مربوط به زلزله‌های مختلف با یکدیگر کاملاً متفاوت می‌باشند ولی یک سری رفتار استاندارد در تمام آن‌ها حاکم است که می‌توان به صورت زیر آن‌ها را دسته‌بندی نمود.

$\omega \to \infty \ (T \to 0) \Rightarrow S_a = PGA$

$\omega \to 0 \ (T \to$ زیاد$) \Rightarrow S_d = PGD$

$\omega, T \to$ متوسط $\Rightarrow S_v \simeq cte$



در روابط بالا ω فرکانس، T پریود، PGD، PGV و PGA به ترتیب حداکثر تغییر مکان، حداکثر سرعت و حداکثر شتاب زمین می‌باشد.

روش نیومارک:

این روش بر اساس ۳ پارامتر حداکثر تغییر مکان، سرعت و شتاب زمین تدوین شده است. نیومارک نیز از شکل کلی طیف پاسخ زلزله‌ها نتیجه گرفت که:

۱) در محدوده فرکانس کوچک پاسخ سازه‌ها برای تمام ضرایب میرایی به مقدار ثابتی که برابر حداکثر تغییر مکان زمین است می‌رسند.

$\lim_{\omega \to 0} S_D(\omega) = PGD$

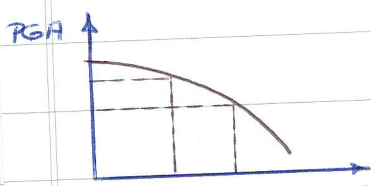
۲) در محدوده‌ی میانی فرکانس طیف پاسخ در مقایسه با حداکثر شتاب، سرعت و تغییر مکان زمین بزرگتر شده و این بزرگ شدن برای شتاب بیشتر از سرعت و برای سرعت بیشتر از تغییر مکان می‌باشد.

۳) در محدوده‌ی فرکانس بالا (سازه صلب) شتاب پاسخ به حداکثر شتاب زمین نزدیک می‌شود.

$\lim_{\omega \to \text{بزرگ}} S_a(\omega) = PGA$

بنابر این روش بدست آوردن طیف واکنش طراحی به ترتیب ذیل خواهد بود.

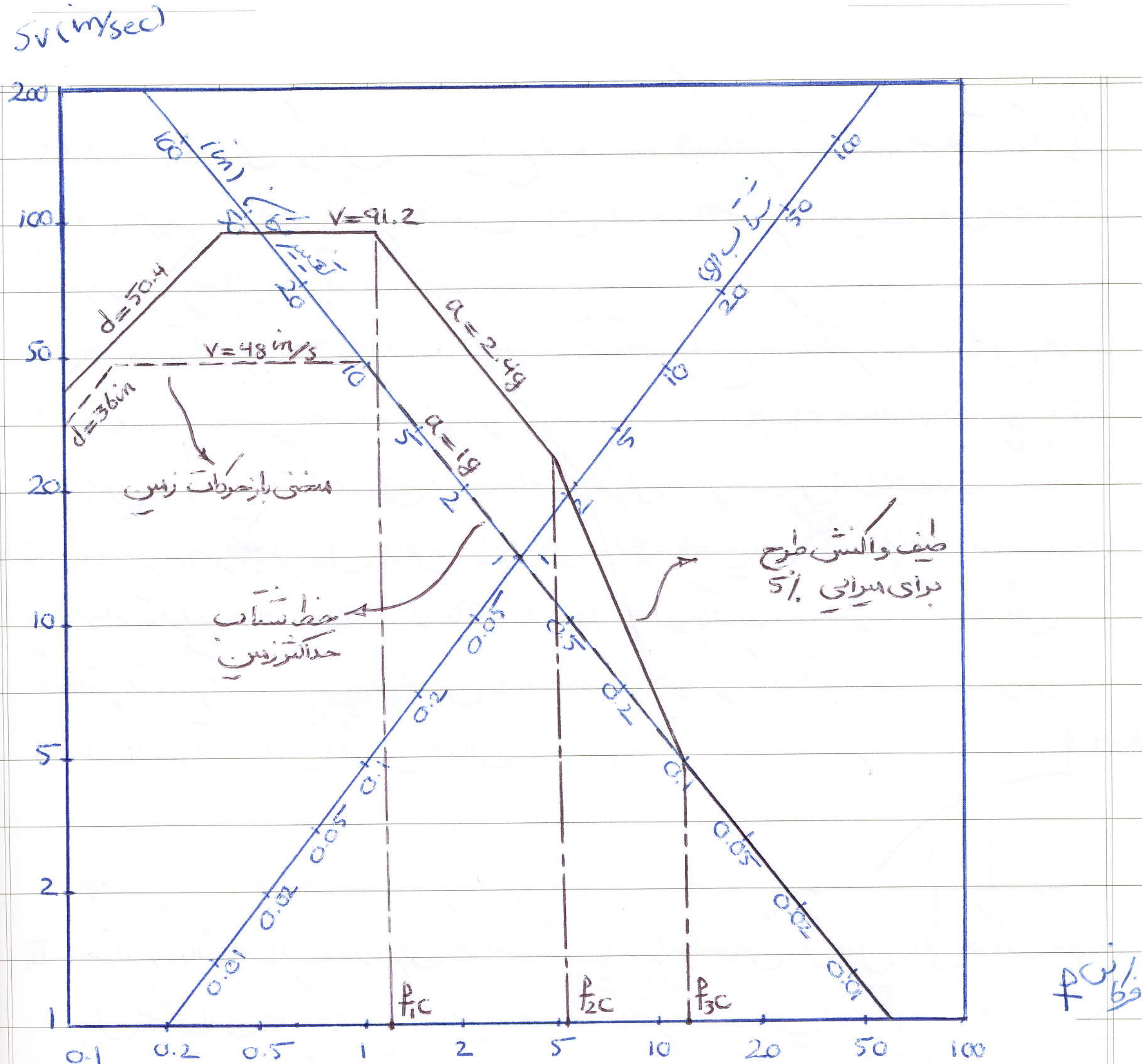
I) مقادیر حداکثر تغییر مکان زمین و بطور کل حرکت زمین از سنگ پایه (Base Rock) را انتخاب کرده. (PGD، PGV، PGA) این حرکت حداکثر پس از کاهش حداکثر مقادیر حرکت زمین در گسل با استفاده از قوانین کاهش و با در نظر گرفتن فاصله ناحیه مورد نظر تا گسل فعال بدست می‌آید.



II) مقادیر حداکثر انتخاب شده برای حرکت سنگ پایه را براساس خصوصیات محلی خاک مطابق جدول پیشنهادی نیومارک تشدید نموده و حداکثر حرکت زمین در سطح خاک بدست می‌آید.

III) مقادیر تشدید شده حداکثر حرکت زمین در سطح خاک را روی کاغذ لگاریتمی سه‌جانبه رسم نموده بطوریکه برای بزرگترین محدوده فرکانس خط مستقیمی برای مقدار ثابت S_a برابر PGA بوجود آمده و برای کوچکترین محدوده فرکانس خط مستقیمی برای مقدار ثابت $S_d = PGD$ بوجود آید.

با رسم نمودن خط مستقیمی برای مقدار ثابت $S_v = PGV$ در محدوده‌ی متوسط فرکانس و در هم متصل کردن خطوط رسم شده، یک منحنی چندضلعی نمایان می‌شود که Max حرکت زمین را نشان می‌دهد.



برای تعیین طیف واکنش طراحی کافیست طیف Max حرکت زمین را در یک ضرایب
مناسب تشدید نمود. این ضرایب به ضریب میرایی در حد تغییر شکل های مجاز
سازه که در آن ایجاد می‌شود بستگی دارد

ضرایب تشدید مناسب برای سازه‌های که روی خاک سخت و یا سنگ بنا شده‌اند
برای مقادیر مختلف میرایی سازه مطابق جدول زیر می‌باشند.

با انتخاب ضرایب تشدید، اینک می توان طیف واکنش طرح را با ازنمائی کردن گام های زیر بدست آورد

نسبت میرایی ٪	ضرایب تشدید		
	شتاب	سرعت	تغییر مکان
0	6.4	4	2.5
0.5	5.8	3.6	2.2
1	5.2	3.2	2
2	4.3	2.8	1.8
5	2.6	1.9	1.4
7	1.9	1.5	1.2
10	1.5	1.3	1.1
20	1.2	1.1	1

۱) برای مقادیر کوچک فرکانس که خط موازی با تغییر مکان حرکت زمین رسم کنید.

۲) برای مقادیر کوچک فرکانس کوچکتر از ۰.۱، دامنه طیف واکنش به حرکت زمین نزدیک می شود.

۳) برای محدوده متوسط فرکانس، محدوده طیف واکنش به موازات سرعت Max حرکت زمین منحنی دیگری رسم نمائید.

۴) برای مقادیر فرکانس بالا که دارای ۳ قسمت می باشد به شرح زیر عمل نمائید.

الف) فرکانس نقطه تقاطع خط شتاب Max با سرعت Max را f_{1c} بنامید

ب) خط شتاب حداکثر را تا f_{2c} که $f_{2c} = 4 f_{1c}$ است ادامه دهید

ج) برای فرکانس های $f_c > 4 f_{1c}$ خط مستقیمی از f_{2c} رسم نمائید تا خط شتاب حداکثر زمین را در فرکانس f_{3c} که $f_{3c} = 10 f_{1c}$ است قطع کند

د) برای فرکانس های $f_c > 10 f_{1c}$ حد طیف واکنش همان خط شتاب زمین است.

مثال: مطلوبست رسم دیاگرام طیف طرح برای منطقه‌ای که مقادیر حرکات حداکثر زمین مشابه زیر بوده

$PGA = 1g \quad PGV = 48\ \frac{in}{s} \quad PGD = 36\ in$

برای سازه‌ای که میرایی آن ۵٪ می‌باشد.

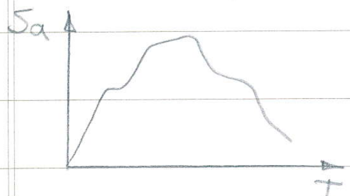
$a = 2.6 \times (1g) = 2.6g$

$\bar{V} = 1.9 \times (48) = 91.2$

$\bar{d} = 1.4 \times (36) = 50.4$

$f_{1c} = 1.3 \qquad f_{2c} = 4 \times 1.3 = 5.2 \qquad f_{3c} = 10 \times 1.3 = 13$

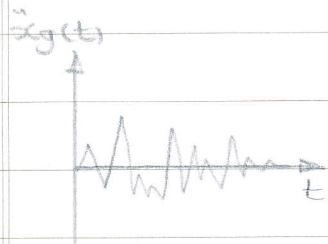
در روش تحلیل طیفی براساس سختگاه و فاصله از گسل طیف شتاب، پریود سازه را بدست می آوریم. در سازه مورد نظر (فرض 3 طبقه) پریودهای مربوط به سه مد را بدست آورده شتاب های طیفی متناظر را از نمودار پیدا می کنیم. سپس از طریق روش SRSS طیف شتاب سازه را محاسبه می نماییم.



$$S_a = (S_{a_1}^2 + S_{a_2}^2 + S_{a_3}^2)^{1/2}$$

براساس این S_a ، برش طبقات را محاسبه کرده طراحی را انجام می دهیم

در روش تاریخچه زمانی شتاب هایی را که مربوط به زلزله اتفاق افتاده است برحسب زمان به ما می دهند. این شتاب را به سازه اعمال می کنیم و برش طبقات را در تاریخچه زمانی (در زمان های مختلف) بدست می آوریم. براین اساس نیروها و تغییرشکل های اعضاء برحسب زمان قابل محاسبه است.



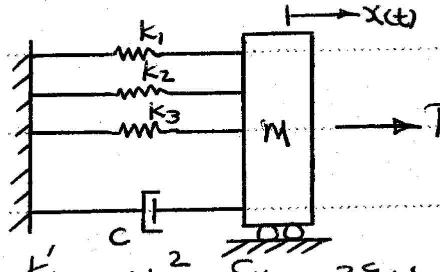
روش طیفی دقیق تر می باشد چون احتمال شتاب منطقه را با ضریب بالایی بدست آورده ایم در صورتیکه در تاریخچه زمانی یک زلزله اتفاق افتاده را بررسی می کنیم (که ممکن است هیچ وقت دیگر دوباره اتفاق نیفتد)

در واقع تحلیل تاریخچه زمانی نوعی تحلیل برای کنترل سازه در اثر شتاب های مختلف و بررسی پاسخ آن در برابر این شتاب هاست.

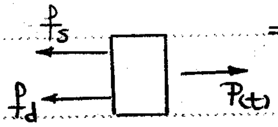
حمید کاظم ۸۴۲۴۰۴۱

« اصول مهندسی زلزله »

۱) درصورتی که مدل یک درجه آزادی سیستم سازه‌ای بصورت زیر باشد، مطلوب است تعیین معادله حرکت و هم چنین تابع تغییر مکان آن اگر $P(t)=0$ ، $k_1=k_2=k_3=k$ و $c=0$ باشد.



$$\Sigma F_x = m a_x \Rightarrow -f_s - f_d + P(t) = m\ddot{x}(t)$$



$$\Rightarrow -k'x - c\dot{x} + P(t) = m\ddot{x}(t)$$

$$\Rightarrow m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + k'x(t) = 0$$

$$k'/m = \omega_n^2 \quad c/m = 2\xi\omega_n \Rightarrow \ddot{x}(t) + 2\xi\omega_n\dot{x}(t) + 3\omega_n^2 x(t) = 0$$

فرض: $x(t) = Xe^{\lambda t} \Rightarrow Xe^{\lambda t}(\lambda^2 + 2\xi\omega_n\lambda + \omega_n^2) = 0$

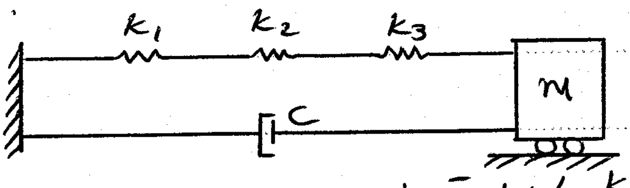
$$\Rightarrow \lambda_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\xi^2-1} \xRightarrow{c=0} \lambda_{1,2} = \pm i\omega_n$$

$$\Rightarrow x(t) = C\cos\omega_n t + D\sin\omega_n t \qquad \omega_n = \sqrt{k'/m} = \sqrt{\frac{3k}{m}}$$

$$x(0) = X_0 = C \qquad \dot{x}(0) = \dot{X}_0 = D\omega_n \Rightarrow D = \frac{\dot{X}_0}{\omega_n}$$

$$\Rightarrow x(t) = X_0\cos\left(\sqrt{\frac{3k}{m}}\right)t + \frac{\dot{X}_0\sqrt{m}}{\sqrt{3k}}\sin\left(\sqrt{\frac{3k}{m}}\right)t$$

۲) مدل مکانیکی سیستم یک درجه آزادی بصورت شکل مقابل می‌باشد. مطلوب است تعیین معادله حرکت و هم چنین تابع تغییر مکان در صورتیکه $P(t)=0$ ، $k_1=k_2=k_3=k$ ، $c=0$ باشد.



حل این مثال کاملاً شبیه بالا می‌باشد با این تفاوت که $k'=k/3$ است پس:

$$x(t) = X_0\cos\left(\sqrt{\frac{k}{3m}}\right)t + \frac{\dot{X}_0\sqrt{3m}}{\sqrt{k}}\sin\left(\sqrt{\frac{k}{3m}}\right)t$$

(تمارین ۸-۱)

این تمرین‌ها را یک مرتبه تحویل داده‌ام. اما برای تکمیل و تصحیح بعضی از اشتباهات که در مرتبه اول رخ داده بود تصمیم به حل دوباره آن‌ها گرفتم. *

کامل

حمید کاظم ۸۴۲۴۰۴۱

۳) قاب یک طبقه شکل زیر محفوظ است. درصورتیکه وزن قاب $W=200\,kips$ $(1kips = 10^3 lb)$ و پریود سازه $T=0.2^s$ باشد مطلوبست تعیین تابع تغییرمکان درحالتیکه تغییرمکان اولیه بصورت $X_0 = 2in$ و سرعت اولیه $\dot{X}_0 = 1.5\ \frac{in}{sec}$ باشد. مقدار حداکثر برش پایه را محاسبه کنید. حداکثر شتاب کف را بدست آورید.

$W = 200{,}000\,lb$ $\quad T = 0.2\,s$ $\quad$ فرض $\xi = 0$

تابع تغییرمکان $\quad x(t) = X_0 \cos \omega_n t + \frac{\dot{X}_0}{\omega_n} \sin \omega_n t = X \cos(\omega_n t - \varphi)$

$T = \frac{2\pi}{\omega_n} \Rightarrow \omega_n = \frac{2\pi}{0.2} = 10\pi$

$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}} = \sqrt{\frac{Kg}{mg}} \Rightarrow Kg = W \cdot \omega_n^2 \Rightarrow K\,(386.06)^{(\frac{in}{s^2})} = 2\times10^5{}^{(lb)} \times (10\pi)^2 {}^{(\frac{rad}{s})^2}$

$\Rightarrow K = 511299\ \frac{lb}{in}$

$$\begin{cases} X = \sqrt{X_0^2 + (\frac{\dot{X}_0}{\omega_n})^2} = \sqrt{2^2 + (\frac{1.5}{10\pi})^2} = 2.001 \\ \varphi = tg^{-1}(\frac{\dot{X}_0}{\omega_n X_0}) = tg^{-1}(\frac{1.5}{10\pi \times 2}) = 1.368^\circ \end{cases} \Rightarrow x(t) = 2.001 \cos(10\pi t - 7.6\times10^{-3}\pi)$$

حداکثر برش $\quad F = KX_0 = 511299 \times 2 = 1022.598 \times 10^3 lb$

$x(t) = 2.001 \cos(10\pi t - 7.6\times10^{-3}\pi) \rightarrow \dot{x}(t) = -2.001(10\pi) \sin(10\pi t - 7.6\times10^{3}\pi)$

$\Rightarrow \ddot{x}(t) = -2.001(10\pi)^2 \cos(10\pi t - 7.6\times10^{3}\pi)$

$\Rightarrow (\ddot{x}(t))_{Max} = 2.001 \times (10\pi)^2 = 1974.91\ in/s^2$

۴) در تمرین ۳ درصورتیکه مقدار نسبت استهلاک بحرانی ٪2 و تغییرمکان اولیه 5 in و سرعت اولیه صفر باشد، مطلوبست تعیین تابع تغییرمکان و رسم تابع و دامنه تغییرمکان بعد از دو سیکل کامل.

$\xi = 2\%$ $\quad X_0 = 5\,in$ $\quad \dot{X}_0 = 0$ $\quad T = 0.2\,s$ $\quad W = 200{,}000\,lb$

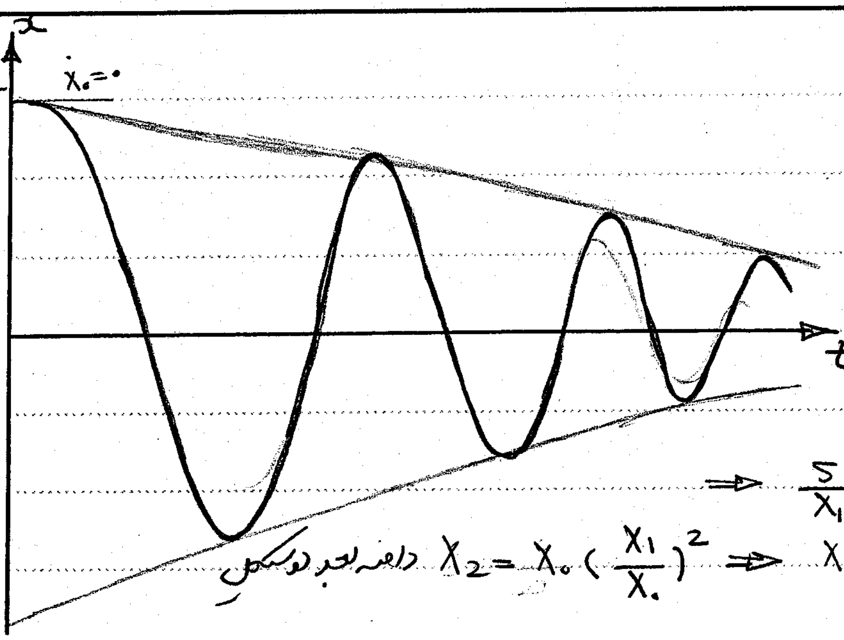
تابع تغییرمکان $\quad x(t) = X e^{-\xi \omega_n t} \cos(\omega_d t - \varphi)$

$\omega_n = \frac{2\pi}{T} = 10\pi$ $\quad \omega_d = \omega_n\sqrt{1-\xi^2} = 10\pi\sqrt{1-0.02^2} = 9.998\pi$

$$\begin{cases} X = \left[\left(\frac{\dot{X}_0 + \xi\omega_n X_0}{\omega_d}\right)^2 + X_0^2 \right]^{1/2} = \left[\left(\frac{0 + 0.02\times10\pi\times5}{9.998\pi}\right)^2 + 5^2 \right]^{1/2} = 5.001 \\ \varphi = tg^{-1}\left(\frac{\dot{X}_0 + \xi\omega_n X_0}{\omega_d X_0}\right) = tg^{-1}\left(\frac{0 + 0.02\times10\pi\times5}{9.998\pi\times5}\right) = \overset{0.02^\circ}{\cancel{5.712}} \cong \overset{0.0064\pi}{\cancel{0.0317\pi}} \end{cases}$$

$\Rightarrow x(t) = 5 e^{-0.2t} \cos(9.998\pi t - \overset{0.0064\pi}{\cancel{0.0317\pi}})$

حمید کاظم ۸۴۲۴۰۴۱



$t=0 \rightarrow x(0)=5$

$t \to \infty \Rightarrow x \to 0$

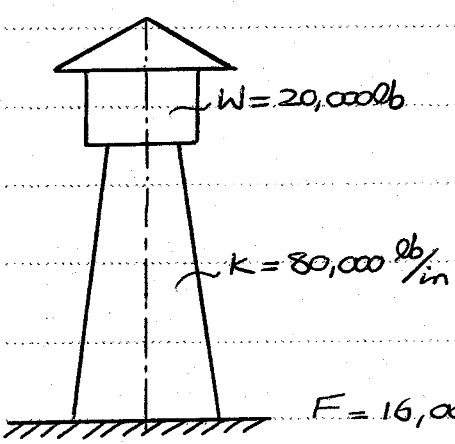
$\xi = \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{X_0}{X_1}\right)$

$\Rightarrow 0.02 = \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{5}{X_1}\right)$

$\Rightarrow \frac{5}{X_1} = e^{0.04\pi} \Rightarrow X_1 = 4.4096 \text{ in}$

دامنه بعد دو سیکل $X_2 = X_0 \left(\frac{X_1}{X_0}\right)^2 \Rightarrow X_2 = 5\left(\frac{4.4096}{5}\right)^2 = 3.889 \text{ in}$

۵) منبع آبی مطابق شکل موجود است. اگر وزن این منبع 20,000lb و سختی پایه‌های منبع 80,000 lb/in فرض شود و این منبع تحت اثر نیرویی قرار گیرد که مقدار آن F=16,000 lb باشد، مطلوبست تعیین دامنه حرکت پس از 3، 5 و 10 سیکل، نسبت استهلاک بحرانی، ضریب استهلاک، فرکانس طبیعی و فرکانس استهلاکی. (دامنه نوسان پس از یک رفت و برگشت به 2/3 حالت اولیه کاهش می‌یابد)



$F = kX_0 \Rightarrow 16,000 = 80,000\, X_0 \Rightarrow X_0 = 0.2 \text{ in} \quad , \quad X_1 = 0.133 \text{ in}$

$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{kg}{mg}} \Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{80,000 \times 386.06}{20,000}} = 39.297 \text{ rad/s}$ فرکانس طبیعی

$\xi = \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{X_0}{X_1}\right) = \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{0.2}{0.133}\right) = 0.0649 = 6.49\%$ نسبت استهلاک بحرانی

$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\xi^2} = 39.297 \sqrt{1-0.0649^2} = 39.214 \text{ rad/s}$ فرکانس استهلاکی

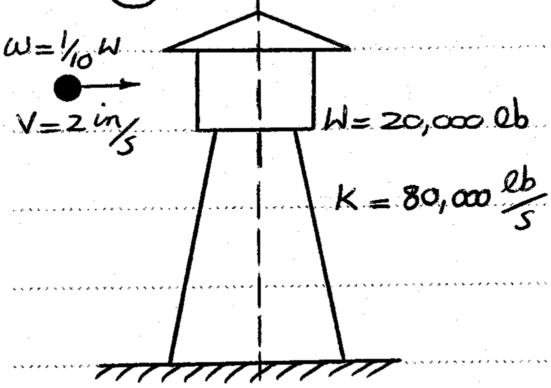
$c = 2\xi \omega_n m = 2 \times \frac{6.49}{100} \times 39.297 \times \frac{20,000}{386.06} = 264.25 \text{ lb/in/s}$ ضریب استهلاک

$n=3 \rightarrow X_3 = X_0 \left(\frac{X_1}{X_0}\right)^3 = 0.2\left(\frac{0.133}{0.2}\right)^3 = 0.0588$ تعیین دامنه پس از n سیکل

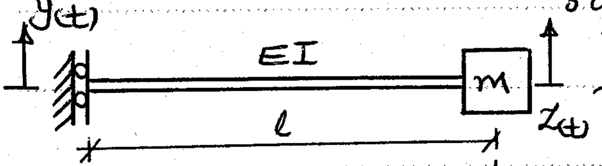
$n=5 \rightarrow X_5 = 0.2\left(\frac{0.133}{0.2}\right)^5 = 0.026 \quad , \quad n=10 \rightarrow X_{10} = 0.2\left(\frac{0.133}{0.2}\right)^{10} = 3.38 \times 10^{-3}$

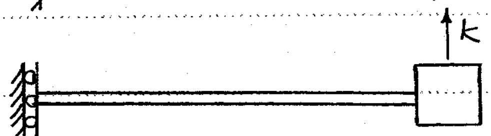
حمید کاظم ۸۴۲۴۰۴۱

۶) در صورتیکه در تمرین ۵ گلوله ای به وزن $w=0.1W$ با سرعت $V=2\ in/s$ به منبع اصابت کند و نوع تصادم الاستیک فرض شود، مطلوبست تعیین تابع تغییر مکان، مقدار Max برش پایه و رسم منحنی در صورتیکه $\xi=5\%$ در نظر گرفته شود.

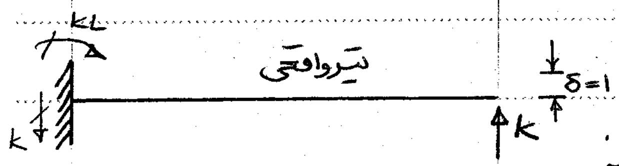


۷) تیر یکسر گیردار شکل زیر مفروض است. درصورتیکه تکیه‌گاه این تیر تحت اثر حرکت $y(t)$ قرار گیرد، مطلوبست معادله حرکت جرم m برحسب $z(t)$.





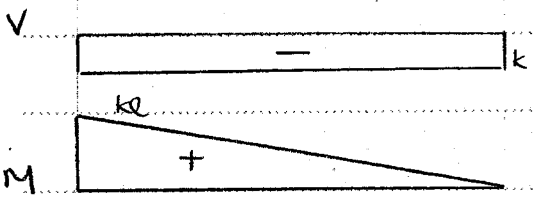
$M' = 1 = \delta$



$\rightarrow \left(\frac{1}{2}\frac{kL}{EI} \times L\right)\left(\frac{2}{3}L\right) = 1$

$\Rightarrow \frac{kL^3}{3EI} = 1 \Rightarrow k = \frac{3EI}{L^3}$

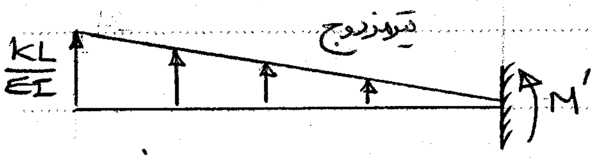
* برای بدست آوردن سختی k یک تغییر مکان واحد اعمال می‌کنیم و نیروی متناظر آن را بدست آورده سختی می‌نامیم.



$m\ddot{x}_t + c\dot{z} + kz = P(z)$

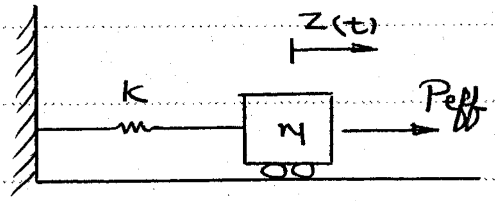
$x_t = z(t) + y(t)$

$\rightarrow \ddot{x}_t = \ddot{z}(t) + \ddot{y}(t)$



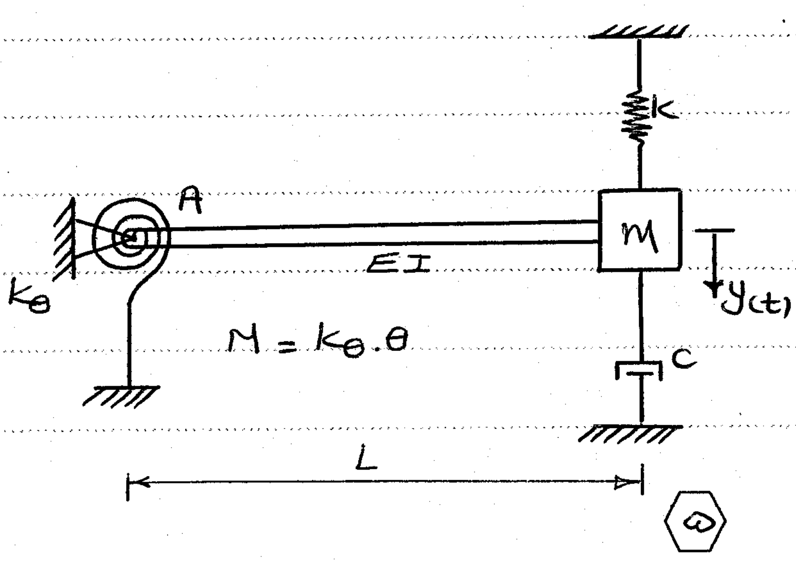
$m\ddot{z}(t) + c\dot{z}(t) + kz(t) = -m\ddot{y}(t)$

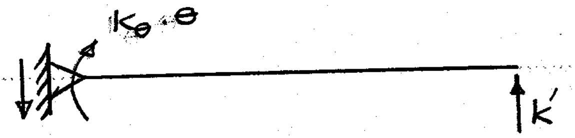
$c\dot{z}(t) = 0 \qquad P_{eff} = -m\ddot{y}(t)$



$m\ddot{z}(t) + \frac{3EI}{L^3} z(t) = -m\ddot{y}(t) + mg$

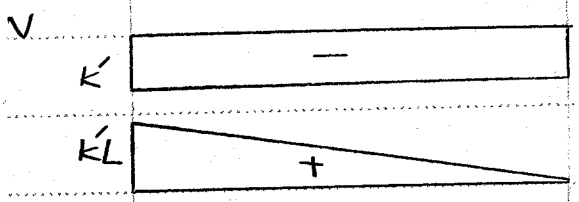
۸) سازه شکل مقابل مفروض است. درصورتیکه تیر AB بی وزن بوده و در تکیه‌گاه A علاوه بر لولا توسط فنر پیچشی مقید شده باشد، معادله حرکت جرم m را برحسب $y(t)$ بدست آورید. (سختی فنر k_θ می‌باشد.)





$$k'L = k_\theta.\theta \quad (1)$$

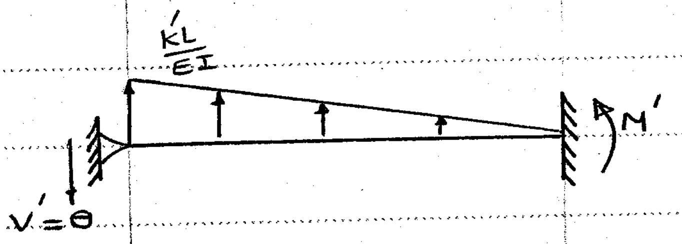
$$M' = \delta = 1$$



$$M' - \tfrac{1}{2}L\,\frac{k'L}{EI}\left(\frac{2}{3}L\right) + \theta L = 0$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{k'L^3}{3EI} + \theta L \quad (2)$$

(1) , (2) :

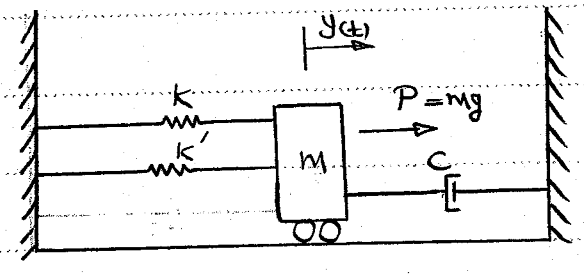


$$1 = \frac{k'L^3}{3EI} + \frac{k'L^2}{k_\theta}$$

$$\Rightarrow k'\left(\frac{L^3}{3EI} + \frac{L^2}{k_\theta}\right) = 1$$

$$\Rightarrow k'\left(L^2\left(\frac{Lk_\theta + 3EI}{3EI\,k_\theta}\right)\right) = 1$$

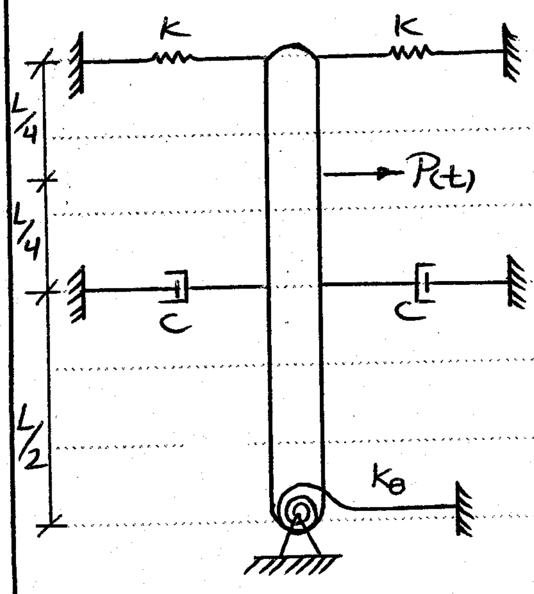
$$\Rightarrow k' = \frac{3EI\,k_\theta}{L^2(Lk_\theta + 3EI)}$$



سیستم معادل بصورت مقابل می باشد :

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + (k + k')\,y(t) = mg$$

۹) ستون صلبی دارای تکیه گاه نیمه صلب می باشد که توسط فنرهایی که در انتهای آزاد آن قرار دارند مهار شده است. مطلوبست تعیین معادله حرکت این سیستم درصورتیکه $\mu(x)$ جرم در واحد طول این ستون صلب باشد، درحالتی که $\mu(x) = \mu$ باشد معادله حرکت را بدست آورید و سیستم تک درجه آزادی آن را نشان دهید.



روش دوم (سؤال ۹)

$$M^* = \int_0^L \mu \left(\frac{x}{L}\right)^2 dx = \mu \int_0^L (x/L)^2 dx = 1/3 L\mu$$

$$C^* = \sum c_i \psi_i^2 = 2c\left(\frac{L/2}{L}\right)^2 = c/2$$

$$K^* = \sum k_i \psi_i + \sum k_\theta (\psi_i')^2 = 2k + k_\theta / L^2$$

$$P^* = \sum P_i \cdot \psi_i = P_{(t)} \frac{3L/4}{L} = 3/4 P_{(t)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} L\mu \ddot{Y}(t) + \frac{c}{2}\dot{Y}(t) + \left(2k + \frac{k_\theta}{L^2}\right) Y(t) = \frac{3}{4} P_{(t)}$$