قطعه ۱ : $P + F_m - F_b = 0 \quad (*)$

P_b : باری که در اثر P به پیچ اضافه می‌شود $\Leftarrow F_b = F_i + P_b$

P_m : باری که در اثر P از قطعه کم می‌شود $\Leftarrow F_m = F_i - P_m$

$\hookrightarrow (*) \Rightarrow P + F_i - P_m - F_i - P_b = 0 \Rightarrow$

$$P = P_b + P_m$$

برای یک اتصال پیچ و مهره داشته باشیم:

۱. $F_m > 0$ (در غیر اینصورت $F_m = 0$)

$F_i - P_m > 0$ دو قطعه از هم جدا می‌شوند

۵. $F_b = F_i + P_b < A_t S_p$

A_t : ساحتی از مقطع که تحمل بارگذاری می‌کند ـ جداول 8-1 , 8-2

S_p : تنش اسکی (Proof Strength) ـ جدول 8-11 ـ $0.9 S_y \approx$

برای بررسی شرط اول لازم است که توزیع بار خارجی (P_b ، P_m) را بدست آوریم

برای این منظور در نظر می‌گیریم که کلت بار، قطعه و پیچ تغییر طول‌های δ_m ، δ_b را تجربه

$$\delta_m = \delta_b = \delta$$ کاسه

k_b : سختی پیچ

k_m : سختی قطعه

$$\delta_m = \frac{P_m}{k_m}, \quad \delta_b = \frac{P_b}{k_b}$$

$$\delta_m = \delta_b = \delta, \quad P_m + P_b = P$$

$$\Rightarrow P_m = \frac{k_m}{k_b} P_b \Rightarrow \underbrace{\frac{k_m}{k_b} P_b}_{P_m} + P_b = P \Rightarrow$$

$$P_b = \frac{k_b}{k_m + k_b} P$$

" " $\Rightarrow P_m = \frac{k_m}{k_m + k_b} P$

پس برای پیدا کردن سهم پیچ و قطعه (P_b, P_m) از بارهای خارجی باید k_m, k_b را بدست آوریم

سختی اتصال $C = \frac{k_b}{k_b + k_m}$

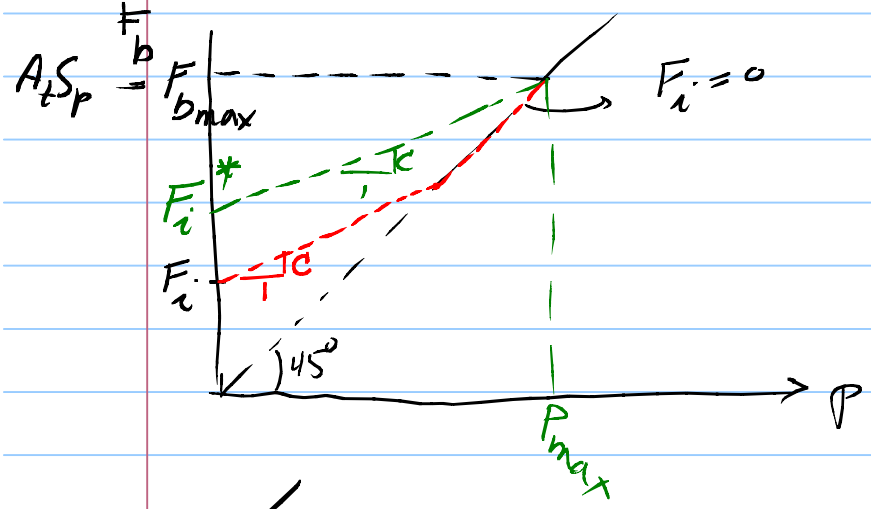
$$P_b = CP, \quad P_m = (1-C)P$$

از طرفی $F_b = F_i + P_b \Rightarrow F_b = F_i + CP$

$$F_m = F_i - P_m \Rightarrow F_m = F_i - (1-C)P$$

معمولاً $0.15 < C < 0.35$

نیروی پیچ بر حسب نیروی خارجی را با کدام یک از روابط زیر می‌توان بدست آورد



الف - اگر $F_i = 0$ (بدون پیش بار)

نیروی پیچ مساوی با نیروی خارجی است

ب - برای $0 < F_i < F_i^*$

با پیچ با شیب C نسبت به P افزایش می‌یابد تا خط 45° را قطع کند یعنی جدایش اتفاق افتد. از آن پس افزایش نیروی پیچ مساوی افزایش بار خواهد بود

ج. $F_i = F_i^*$

نیروی پیچ با شیب C افزایش می‌یابد. جدایش و شکست پیچ همزمان اتفاق می‌افتد

د. $F_i > F_i^*$ نیروی پیچ با شیب C افزایش می‌یابد اما پیچ قبل از P_{max} می‌شکند

می‌دانیم F_i^*:

$$F_b = F_i + CP \Rightarrow$$

$$F_{b\max} = A_t S_p = F_i^* + C P_{max} \quad (P_{max} = F_{b\max})$$

$$\Rightarrow F_i^* = A_t S_p - C A_t S_p = (1-C) A_t S_p$$

یا $F_i^* = (1-C)P_{max}$

تعیین پیش بار:

برای تعیین مقدار پیش بار دو دیدگاه اصلی وجود دارد:

۱. $F_i \geq F_i^*$ تا حدایش اتصال نلغزد

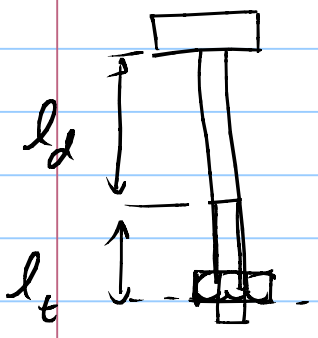
۲. $0.6 < \frac{F_i}{A_t S_p} < 0.9$

در اکثر موارد F_i^* در محیط ثابت می‌باشد در غیر اینصورت باید پیش بار را حداقل $0.6 A_t S_p$ گرفت و با بازنگری روی پیچ از تحمل P_{max} مطمئن گردید.

محاسبه C یا سختی اتصال

$$C = \frac{k_b}{k_m + k_b}$$

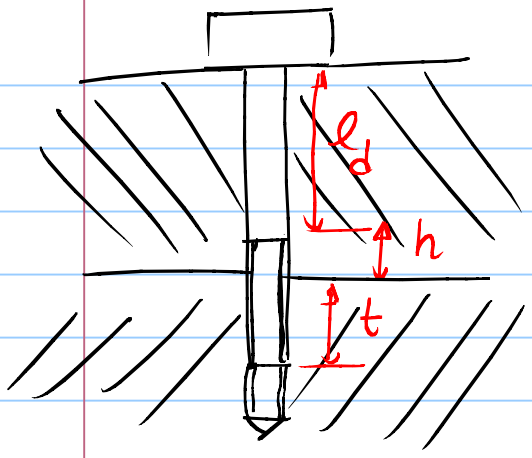
محاسبه k_b یا سختی پیچ



$$\frac{1}{k_b} = \frac{1}{k_d} + \frac{1}{k_t}$$

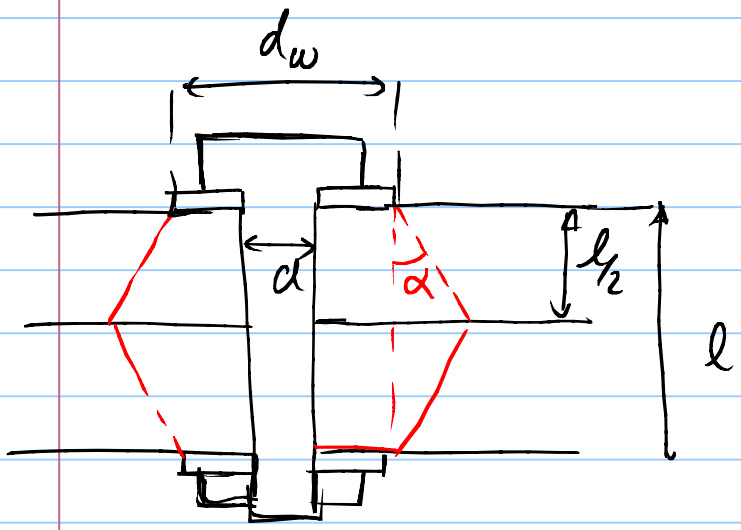
$k_d = \frac{E A_d}{l_d}$ A_d با قطر نامی پیچ محاسبه می‌شود

$k_t = \frac{E A_t}{l_t}$ A_t همان سطح تحمل تنش است



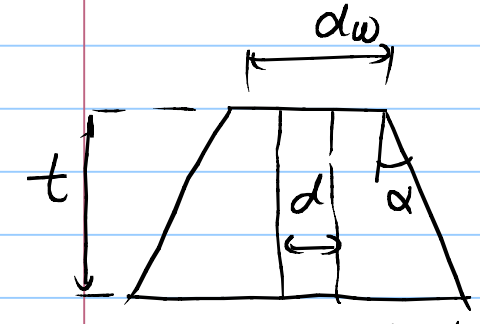
در این حالت $\rightarrow$ $l_t = \begin{cases} h + t/2 & t \le d \\ h + d/2 & t > d \end{cases}$

d قطر نابی پیچ



برای سه K_m ،

با توجه به مدل در مورد تنها بخشی از عضو که درون در محروط ناقص قرار میگیرند در سختی عضو اثر دارند

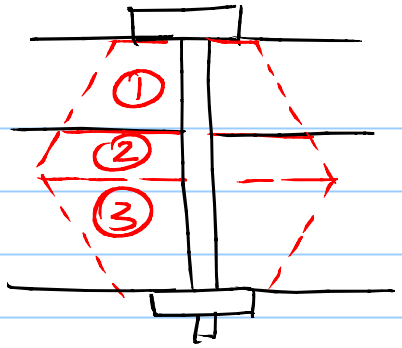


برای سه سختی قطعه روبرو با در نظر گرفتن المان دیسک قابل انجام خواهد بود. با استفاده از داشته‌های

استاندارد α در حدود 30° می‌باشد و سختی پس از انتگرال گیری بصورت زیر بدست می‌آید

$(d_w = 1.5d)$

$$K = \frac{0.577\,\pi E d}{Ln\left(\frac{1.55t + d_w - d}{1.55t + d_w + d} \cdot \frac{d_w + d}{d_w - d}\right)}$$



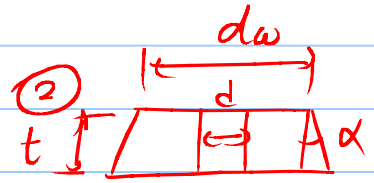
E_1

E_2

مثال: درصورتی که قطر در عضو ۲ و ۳ دوبل

الاستیسیته یکسان باشند مانند مثال روبرو

باید از سری (پشت سر) المنت ناقص استفاده شود



درصورتی که جنس دو قطعه یکی باشند E_1 و E_2

و قطر وسط استوانه بیشتر باشد ($d_w = 1.6d$) می‌توان از رابطه ساده شده زیر

برای سختی قطعه استفاده کرد

$$K_m = AEd\, e^{B\frac{d}{\ell}}$$

A, B مقادیر ثابت که از جدول ۸-۸ بدست می‌آید

مراحل طراحی اتصال پیچی:

طراحی اتصال پیچی شامل تعیین سه پارامتر زیر می‌باشد

- انتخاب تعداد و جنس و اندازه پیچها
- انتخاب بیشترین بار
- تعیین گشتاور سفت کننده

انتخاب جنس پیچ:

کاربردهای صنعتی عام
- فولادهای کم کربن: 4.6, 4.8, 5.8
- متوسط: 6.8, 8.8
- زیاد: 9.8, 10.9, 11.9, 12.9

کاربردهای صنعتی خاص
- متوسط + عملیات حرارتی

ملاحظات ظاهری: در مورد انتخاب تعداد و قطر پیچ از روابط حدودی زیر استفاده کنید:

۱. آرایش پیچها متقارن باشد

۲. قطر پیچ در حدود ضخامت قطعه باشد

در طراحی اتصالات پیچی : S : فاصله مرکز پیچ‌ها از هم ، Y : فاصله مرکز پیچ تا لبه ورق

$$3 < \frac{S}{d} < 6$$

تقریباً

$$2 < \frac{Y}{d} < 2.5$$

معمولاً در آب بندی

ضریب اطمینان :

با توجه به عدم اطمینان های فراوان در خصوص پیچ ، ضریب اطمینان اتصال پیچی از ۳ کمتر نمی‌شود

در کاربردهائی که بار گذاری ضربه‌ای داریم یا خطر جاوصر زیاد است ضریب اطمینان طراحی اتصال از ۵ کمتر نیست .

مثال :

در قسمتی از یک جرثقیل که قرار است بار 10 ton را تحمل کند ، ورق به ضخامت 15 mm با اتصال پیچی کار رفته است . یک طراحی مناسب برای این اتصال پیدا کنید . (بار بصورت کششی به اتصال وارد می‌شود)

ضریب اطمینان = 5

گرید = 8.8 با توجه به نوع کاربرد مناسب تشخیص داده شد

8.11 جدول $\longrightarrow$ $S_p = 600$ $\quad (S_p = 0.9 S_y$ معمولاً$)$

$$P_{ext} = 5 \times 10^4 (10) = 5 \times 10^5$$

$$F_b = F_i + C \frac{P_{ext}}{n}$$ $\quad n$: تعداد پیچ

برای باز نشدن اتصال، باید داشته باشیم $F_i^* = (1-C)\frac{P_{ext}}{n}$ که از بالا

$$F_{b_{max}} = \frac{P_{ext}}{n}$$ بیشترین بار طراحی را انجام دهیم

$$F_{b_{max}} = \frac{P_{ext}}{n} = A_t S_p \Rightarrow n A_t = \frac{P_{ext}}{S_p} = \frac{5(10^5)}{600}$$

$$= 830 \text{ mm}^2$$

I) M12 $\rightarrow$ جدول 8.1 $\rightarrow$ $A_t = 84.3 \text{ mm}^2 \Rightarrow n = 9.8 \simeq 10$

II) M16 $\rightarrow$ $A_t = 157 \text{ mm}^2 \longrightarrow n = 5.3 = 6$

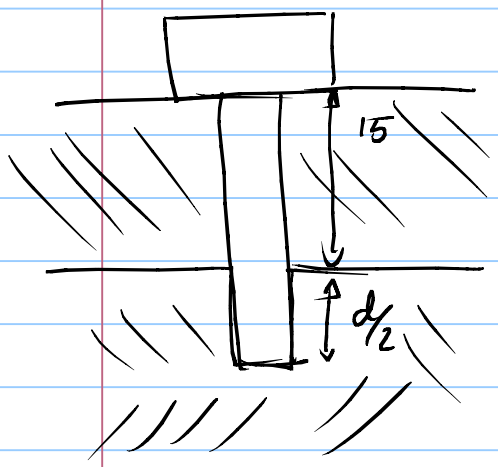
اگر ایجاد ورق را داشتیم حتماً می‌کردیم که فاصله پیچ‌ها برای هریک از انتهای بیرون چقدر است. در حال حاضر انتخاب II به جهت تعداد کمتر پیچ از جمعیت دارد

6 x M16

قبل از انجام این مرحله باید از مناسب بودن F_i مطمئن شویم از اینرو C را

حساب کمینه‌ی مقدار F_i^* لازم است.

$$C = \frac{k_b}{k_b + k_m}$$



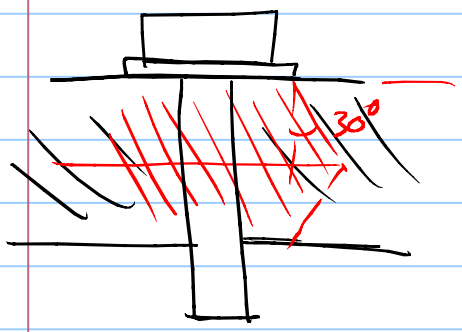
برای محاسبه‌ی k_b نیاز به طول l_t, l_d داریم

$$L = 15 + \frac{16}{2} = 23 \text{ mm}$$

با توجه به اینکه $L < 2D+6$ ← گیره کوتاه

$$k_b = \frac{EA_t}{l} = \frac{207(157)}{23} \simeq 1413 \frac{KN}{mm}$$

روزنه مقاطع بلند



$$k_m = E d A e^{Bd/l}$$

$A = 0.78715$ ← 8-8 از جدول ، $E = 207 GPa$

$B = 0.62873$

$d = 16 mm$, $l = 15$

$$\Rightarrow k_m = 5098 \frac{KN}{mm}$$

$$C = \frac{1413}{5098+1413} = 0.22 \rightarrow F_i^* = (1-C)\frac{P_{ext}}{n}$$

$$= 65 \text{ kN}$$

$A_t S_p = 94.2\ kN \Rightarrow$

$F_i^* = 0.69\ A_t S_p$

F_i^* در این حالت از $0.6 A_t S_p$ بیشتر است و برای کنترل طراحی $0.9 F_i$ هیچ بازنخواهد شد.

در بعضی از مراجع طراحی حداقل های پیش بار برای باز نشدن پیچ را بالاتر می گیرند

مثال:

$$F_i \begin{cases} 0.75\ A_t S_p & \text{اتصال غیر دائم} \\ 0.9\ A_t S_p & \text{اتصال دائم} \end{cases}$$

در اینجا دوست طراحی را برای پیش بار 75٪ نگاری کنیم. بدیهی است که اگر طراحی فوق را با پیش بار 75٪ ادامه دهیم، تحت بار کمتر از 5×10^5 اتصال ما شکست نخواهد داد با قطر پیچ یا تعداد (یا هردو) را افزایش دهیم.

در اینجا با توجه به ضخامت قطعه، قطر 16 را نگه داشته و تعداد پیچ ها را افزایش می دهیم.

$7 \times M16 \leftarrow$ (ضریب اطمینان جدید = ؟)

$$F_{b_{max}} = 0.75 A_t S_p + C \frac{P_{ext}}{7}$$

$$= 0.75(157)600 + 0.22 \cdot \frac{n_{SF} \cdot 10^5}{7} \simeq 70.6\ kN + 3142\, n_{SF}$$

$$= 157(600) = 94.2\ kN \Rightarrow n_{SF} = 7.5$$

پس ضریب اطمینان اسکلت پیچ نیز بیشتر شده است.

گشتاور سفت کردن : این گشتاور برای اعمال پیش بار، قطر و یک ضریب اصطکاک

$$T = K F_i d$$ به بیت می‌گوید

$K \rightarrow$ 8-15 جدول $\longrightarrow$ $K = 0.3$

$$T = 0.3\,(0.75\,(157)\,600)\,16$$

$$= 340\ NM$$

که با Torque Wrench اعمال می‌شود

* در کاربردهای صنعتی درصدی که قطر پیچ با ضخامت قطعه ساده از نزدیک باشد

می‌توان با تقریب خوبی $C \simeq 0.25$ در نظر گرفت

طراحی پیچ برای خستگی :

$$\sigma_{min} = \frac{1}{A_t}\left(F_i + C\frac{P_{min}}{n}\right)$$

$$\sigma_{max} = \frac{1}{A_t}\left(F_i + C\frac{P_{max}}{n}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \sigma_m = \frac{1}{2}(\sigma_{min} + \sigma_{max})$$

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(\sigma_{max} - \sigma_{min})$$

اگر P_{min} داده نشده باشد $\sigma_{min} = \frac{F_i}{A_t}$

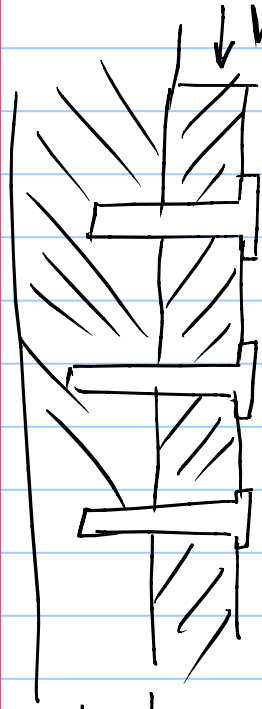
* خواص مکانیکی پیچ‌ها برای پیچ وجود دارد از جدول 8-16 بهره می‌گیرند

* استحکام حد دوام تصحیح شده از جدول 8-17 بهره می‌گیرند (که عوامل سازنده پیچ تأثیرگذار می‌باشند)

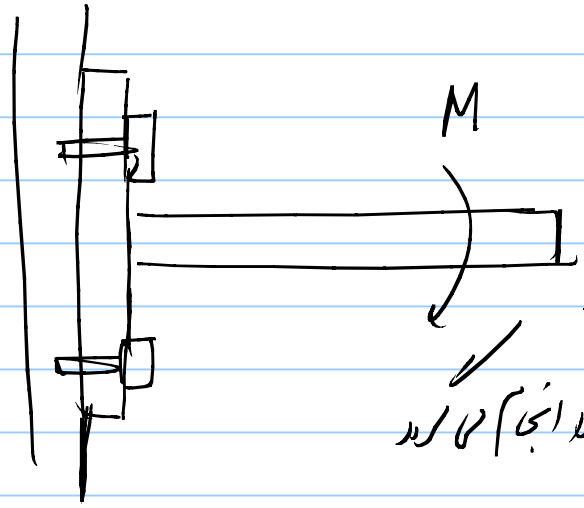
* معیار گودمن نسبت به معیار معروفی در تحلیل خستگی پیچ است.

* در معیارهای خستگی پیچ‌ها از S_p استفاده می‌شود

پیچ تحت کشش و برش:

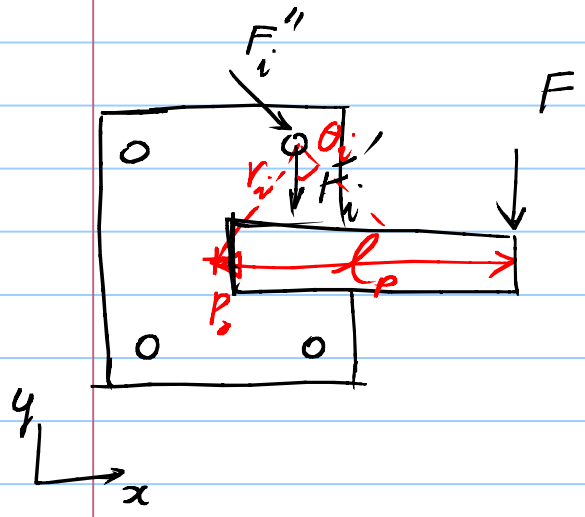


برش: در بارگذاری برشی، اگر بیش از یک ردیف پیچ داشته باشیم فرض معمول این است که تنها یک ردیف از پیچ‌ها بار برشی را تحمل می‌کنند که معمولاً ردیف اول (نزدیک‌ترین به بار) را در نظر می‌گیریم



خمش: در بارگذاری خمشی ردیف پایین پیچ‌ها معمولاً تحمل کولا در نظر گرفته می‌شود و طراحی برای تحمل کشش در ردیف بالا انجام می‌گردد

پیچ تحت برش ناشی از بیش از یک اتصال



بار موجود در پیچ i ام برش ناشی از بیش بار

۲. برش مستقیم F

۳. برش ناشی از بیش اتصال

برای به دست آوردن نیروی برشی معادل:

① مرکز هندسی اتصال را به دست آوردیم $P_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$

$$x_0 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad , \quad y_0 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$$

② تعادل لنگر در

$$\sum_{i=1}^{n} F_i'' \cdot r_i = F \cdot l_p$$

③ برای های بجری نشان داده شد که هرچه پیچ از مرکز اتصال دورتر باشد، برش بیشتری به آن وارد می‌شود (متناسب)

$$\frac{F_1''}{r_1} = \frac{F_2''}{r_2} = \cdots = \frac{F_n''}{r_n}$$

F_i'' به دست آمده ← یک معادله تعادل + (n-1 معادله)

④ برای F_i' با کمک به نتایج تجربی داریم

$$F_i' \geq \frac{F}{n}$$

⑤ کل برش هر پیچ از جمع برداری F_i' و F_i'' بدست می‌آید

$$F_i = \left[F_i'^2 + F_i''^2 + 2F_i' F_i'' \cos\theta_i \right]^{1/2}$$

⑥ حال تنش برشی پیچ بدست می‌آید که در رابطه طراحی τ_{max} لازم است

$$\tau_{max} = \max_{i=1} \left(\frac{F_i}{A_t} \right)$$

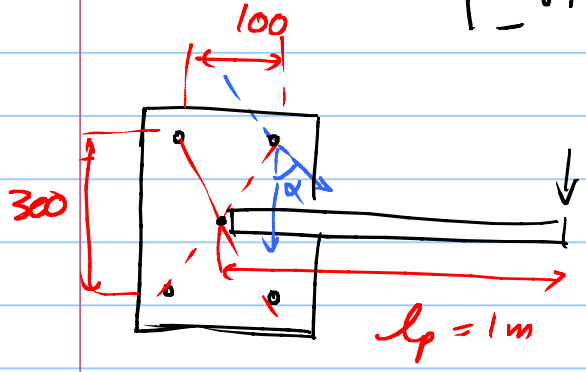
⑦ تنش معادل

$$\sigma_{MS} = \left[\sigma_i^2 + 3\tau_{max}^2 \right]^{1/2}$$

(تنش بین بار و σ_i)

⑧ حال طراحی را بر اساس σ_{MS} انجام می‌دهیم

مثال: با توجه به شکل، بارهای وارد شده بر هر پیچ را بدست آورید. ضریب اطمینان 3 انتخاب شده است.



حل:

$$r_1 = \cdots = r_4 = (50^2 + 150^2)^{1/2} = 158 \text{ mm}$$

$$F' = F_i' = \frac{10 \times 10^3 \times 3}{4} = 7.5 \text{ kN}$$

$$F_i'' = F'' r \cdot 4 = F \cdot l_p \Rightarrow F'' = \frac{10(10^3)(3)1}{4(0.158)} = 47 \text{ kN}$$

$$F = \left(F'^2 + F''^2 + 2F'F'' \cos\left(\pi/2 - \tan^{-1}\frac{100}{300}\right)\right)^{1/2}$$

$$\leq 50 \text{ kN}$$

$$\tau = \frac{F}{A_t} = \frac{50(10^3)}{A_t}, \quad \sigma = 0.75 S_p$$

گرید 5.6 با توجه به اینکه نظر نگارنده کتاب درست جاری ساخت خاصی برای طراح وجود داشته باشد، مناسب است

$$S_p = (0.6)500(0.9) = 270 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow \sigma_{av} = \left[(0.75(270))^2 + 3\left(\frac{50(10^3)}{At}\right)^2\right]^{1/2}$$

$$= S_p = 270$$

$$\Rightarrow A_t = 485 \text{ mm}^2$$

انتخاب پیچ: با توجه به جدول 8-1 M30 انتخاب مناسبی است ($A_t = 561$)

پیش بار:

$$F_i = 0.75 A_t S_p =$$

$$= 0.75(561)270 = 113.6 \text{ kN}$$

گشتاور سفت کردن:

$$T = K F_i \cdot d$$

جدول $\rightarrow K = 0.2 \Rightarrow T = 0.2(113.6)30 = 682 \text{ kNm}$

تمرین در خانه:

۱. اگر ضخامت ورق 25mm باشد با کدام یک از سه نوع اتصال بررسی کنید که آیا هیچ یک از پیچ‌ها بار ماکزیمم را تحمل می‌کنند یا نه

۲. فرض کنید که F_p بصورت ثابت از صفر تا 10KN تغییر می‌کند. برای هر اتصال با آمده ضریب اطمینان خستگی را با توجه به معیار Soderberg بدست آورید

جوشکاری:

اتصال دائم قطعات فلزی با یک ذوب کردن قطعات یا یک ماده سوم؟

انواع:

۱. جوش برق بصورت توس الکتریکی - جوش الکترود - جوش آرگون
۲. " " " خال جوش یا خط جوش
۳. با حرارت دهی موضعی بوسیله شعله: جوش برنج، لحیم کاری
۴. جوش اصطکاکی
۵. جوش کوره

در این درس تنها به طراحی جوش توسط الکترود (مثال اول) می‌پردازیم

۱. جوش لغزی یا سر به سر

Butt Weld

۲. جوش ماهیچه‌ای — Fillet Weld

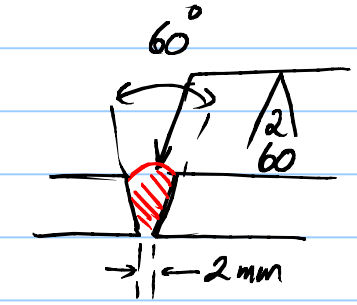
خواص کلی جوش توسط الکترود Arc Welding :

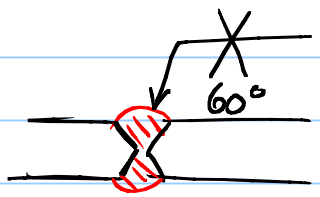
تغییرات شدید و سریع دمایی ← تنش پسماند ← (تغییر شکل)

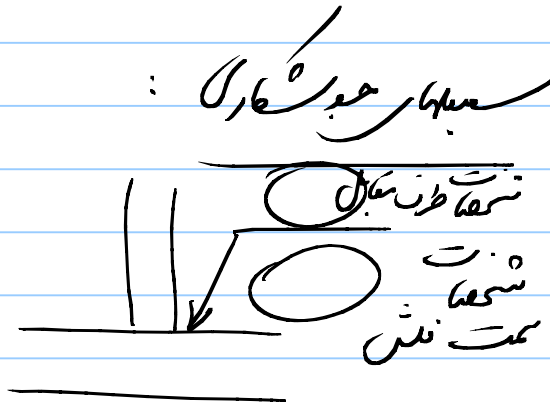
← تغییر خواص ← مواد شکننده

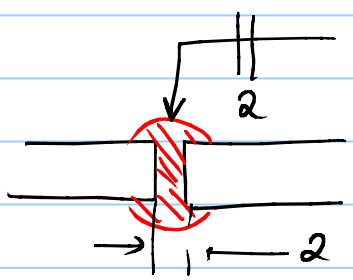
* جوش الکترود لفدوت قبل بیشتر برای فولادهایی کاربرد دارد که با سرد شدن در محیط دچار تغییر خواص اندکی شوند مانند فولادهای ساختمانی

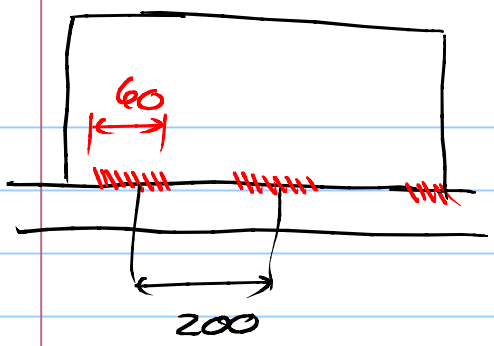
سطوح جوشکاری :

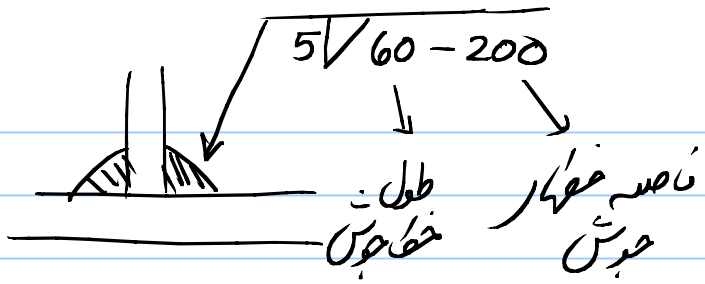


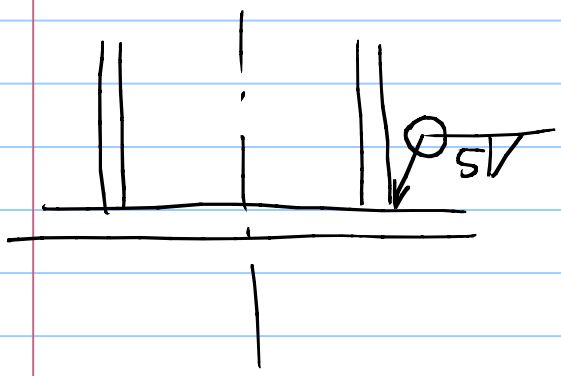






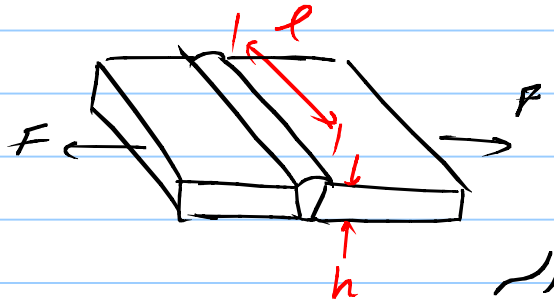






برای مقادیر بیشتر به کتاب
و استیل مراجعه نمائید

تحلیل استحکام طراحی جوش



۱. سربه‌سر (لغزی)

از آنجائیکه در جوش سربه‌سر هندسه

در کابین حفظ میشود، تنش در قطع جوش همانند تنش در ورق خواهد بود

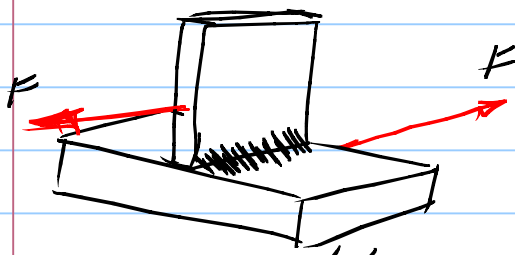
مثال - بارگذاری کششی:

$$\sigma = \frac{F}{h \cdot l} n_{S.F.}$$

* در مورد ضریب اطمینان جوش:

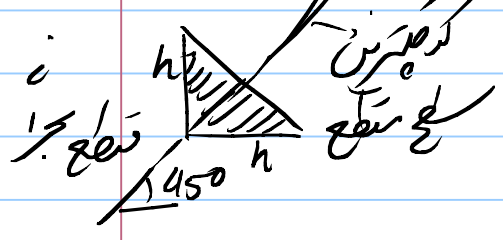
از آنجائیکه جوش معمولا توسط اپراتوران اجرا میشود احتمال وقوع نامحدود و بی‌کیفیت بالاست لذا ضریب اطمینان در جوش بزرگتر یا مساوی 3 در نظر گرفته میشود

۲. جوش ماهیچه‌ای



الف - بارگذاری مماسی: استحکام

برش در خط جوش مماسی هستند



$$\tau_{max} = \frac{F}{l \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} h} n_{S.F.} = \frac{F}{0.707 h l} n_{SF}$$

l : مجموع طول خط جوش تحت بارگذاری مداوم

h : ارتفاع (ق عده) جوش

ب - بارگذاری عرضی (برش

عمود بر امتداد خط جوش)

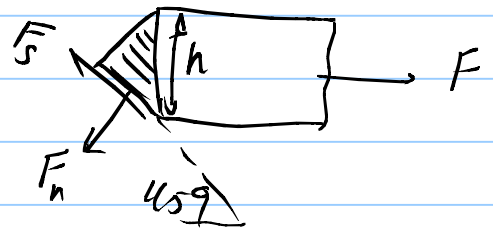
با توجه به پیچیدگی توزیع تنش واقعی امکان پذیر

آوردن رابطه ساده، جهت تعیین تنش

تحت تنش ماکزیمم وجود ندارد. لذا

• مراجعه به آزمایش را میتوان که عمدتاً شکست همیشه در سطح 45° جوش

اتفاق می افتد



$$F_n = \frac{F}{S} = \frac{\sqrt{2}}{2} F$$

$$\sigma = \tau = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} F}{l \frac{\sqrt{2}}{2} h} = \frac{F}{lh}$$

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} = \frac{F}{hl}\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2}$$

با استفاده از تئوری تنش برشی

$$= 1.12 \frac{F}{hl}$$

در عمل می‌بینیم که تنش کمی بیش از مقدار محاسبه شده در رابطه فوق است. این بدان دلیل است که فلز جوش نمی‌تواند پاشنه جوش را کاملاً پر کند. از این رو رابطه تنش ماکزیمم را بصورت زیر تصحیح می‌کنیم

$$\tau_{max} = 1.414 \frac{F}{hl} n_{SF}$$

$$\cong \frac{F}{0.707 hl} n_{SF}$$

این رابطه در هر دو حالت بارگذاری مداوم و متناوب رابطه طراحی می‌باشد.

استحکام جوش:

در جوش قوس الکتریکی، استحکام الکترود را بالاترین استحکام قطعات انتخاب می‌کنیم. آنها نهایتاً استحکام جوش را براساس استحکام قطعه در نظر می‌گیرم مگر اینکه برای استحکام اتصال مقدار دقیقتری توسط سازنده الکترود اعلام شده باشد

Table 9-3
Minimum Weld-Metal Properties

AWS Electrode Number*	Tensile Strength kpsi (MPa)	Yield Strength, kpsi (MPa)	Percent Elongation
E60xx	62 (427)	50 (345)	17–25
E70xx	70 (482)	57 (393)	22
E80xx	80 (551)	67 (462)	19
E90xx	90 (620)	77 (531)	14–17
E100xx	100 (689)	87 (600)	13–16
E120xx	120 (827)	107 (737)	14

*The American Welding Society (AWS) specification code numbering system for electrodes. This system uses an E prefixed to a four- or five-digit numbering system in which the first two or three digits designate the approximate tensile strength. The last digit includes variables in the welding technique, such as current supply. The next-to-last digit indicates the welding position, as, for example, flat, or vertical, or overhead. The complete set of specifications may be obtained from the AWS upon request.

در طراحی، استحکام واقعی جوش تحت تاثیر نوع بارگذاری خواهد بود که اصطلاحاً استحکام مجاز نامیده می‌شود و از جدول زیر بدست می‌آید

نوع جوش	نوع بارگذاری	استحکام مجاز
	کشش (یا فشار)	$0.9S_y$
نفوذی	کشش	$0.6S_y$
	خمش و فشار	$0.6S_y$
	برش	$\min(0.3S_y, 0.4S_{ut})$ ؟
ناشناخته	برش	$0.3S_{ut}$

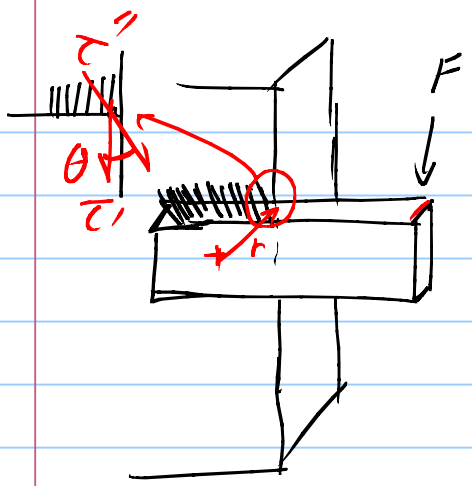
* معمولاً فلز پایه (قطعه) نباید استحکامی (S_{ut}) کمتر از $0.3S_{ut}$ الکترود داشته باشد

* ارتفاع جوش از 0.7 نازکترین ورق در اتصال بیشتر نباشد

* ارتفاع جوش از مقدار بدست آمده از جدول زیر کمتر نباشد

ضخامت ورق	<6	6-12	12-18	18-32	32-50	50-150	>150
حداقل ارتفاع جوش	3	5	6	8	10	12	16

ج. برش ناشی از پیچش



مقطع جوش تحت بارگذاری ترکیبی

1- τ' ناشی از برش مستقیم

2- τ'' ناشی از پیچش

1. برای τ' : $\tau' = \frac{F}{0.707\,h\,l}$ که h ارتفاع و l کل طول خط جوش است

2. برای τ'' از کتابهای پیچش مقاطع استفاده می‌کنیم $\tau'' = \frac{Tr}{J}$

r از C که مرکز هندسی مقطع جوش است حساب می‌شود

J را از جدول 1-9 کتاب بصورت زیر بدست می‌آوریم

$$J = 0.707\,h\,J_u$$

J_u ممان قطبی مقطع جوش با عرض واحد می‌باشد که از جدول بدست می‌آید

لذا :

$$\tau = \sqrt{\tau'^2 + \tau''^2 + 2\tau'\tau''\cos\theta}$$

θ زاویه بین τ' و τ'' بوده و از هندسه بدست می‌آید

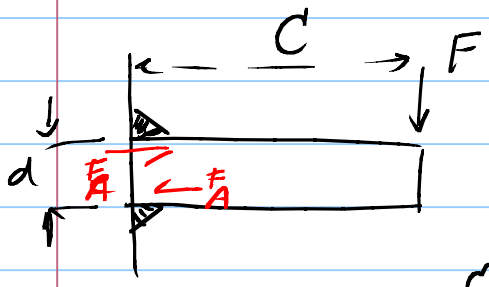
برای طراحی باید جایی که τ ماکزیمم می‌شود را بدست آوریم اما در اکثر

موارد زیر دو شرط لازم هم و برآیندی مساوی هم θ کوچکتر

($\cos\theta$ برآیند) در صورتی با کوچک به اندازه کافی ثابت است،

τ و τ'' در یک نقطه ماکزیمم را داشته باشند یعنی

$$\tau_{max} = \sqrt{\tau'^2 + \tau''^2_{max} + 2\tau'\tau''_{max}\cos\theta_m}$$



د. جوش: (برش ناشی از خمش)

مثل حالت قبل بار F هم برش مستقیم

و هم برش ناشی از خمش

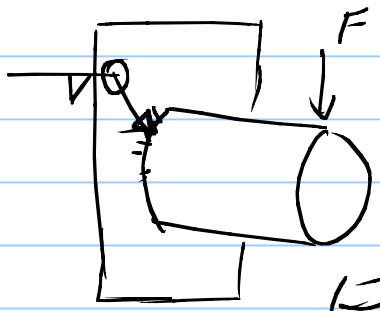
ایجاد می‌کند

اثر مستقیم F → (بارگذاری عرضی) → $\tau_1 = \dfrac{F}{0.707h(2l)}$

اثر خمش F: $F_A \cdot d = F \cdot C \Rightarrow F_A = \dfrac{F.C}{d}$

از قبل → $\tau_2 = \dfrac{F_A}{0.707hl} = \dfrac{F.C}{0.707hld}$

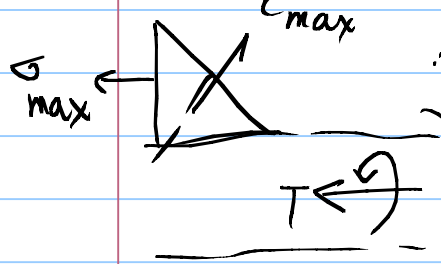
* معمولاً $\dfrac{C}{d}$ بزرگ و در نتیجه τ_2 از τ_1 خیلی بزرگتر است و می‌توان از τ_1 صرف‌نظر نمود



در حالت کلی فلزا ← F_A را نمی‌توان با روابط ثابت نیست

لذا از تشابه سازی با مسئله خمش و با کمک تئوری خمش میتوانیم σ_{max} را بدست آوریم

$$0.707\tau_{max} = \sigma_{max} = \frac{M \cdot d/2}{I}$$



* برای I از جدول 9-2 متعدد I_u را خوانده و : $I = h\, I_u$

$d/2$: بیشترین فاصله از تار خنثی

M : گشتاور خمشی که به المان وارد می شود

بارگذاری خستگی در مقاطع خمشی :

برای تحلیل و طراحی خمشی تحت بارگذاری نوسانی از فرضیات زیر استفاده میکنیم

1. $S_e' = 0.5 S_{ut}$ که S_{ut} استحکام کششی کوپن بین قطعه و خمش است
2. K_a : سطح خمش را آهنگری (Forged) در نظر میگیریم
3. $K_b = 1$
4. $K_c = 0.59$

5. ضرایب تصحیح دیگر متناسب با شرایط

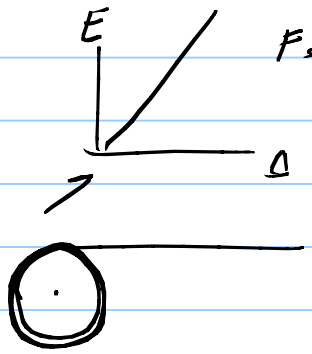
6. ضریب تمرکز تنش خستگی K_{fs} از جدول 5-9 کتاب

7. معیار شکست صادل Goodman و Gerber

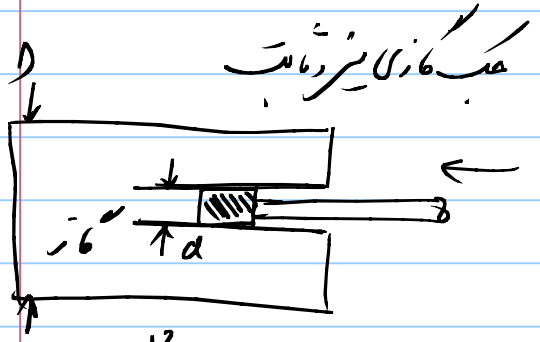
فنر

- ذخیره انرژی مکانیکی

$F = \frac{dE}{d\Delta} = Const.$



- ماشین برش (ثابت یا متغیر)



فنر حلزونی فشاری

مشکلات اساسی فنر فشاری:
* فنر سختی متغیر مایل
کنترل

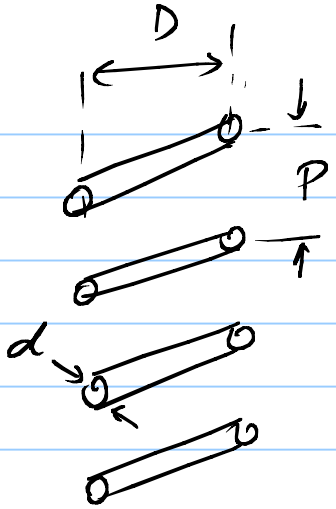
تغییرات F متناسب با: $\left(\frac{d}{D}\right)^2 = \frac{\pi d^2}{\pi D^2}$

جزا هدیه

فنرهای متداول برحسب نیرو:

۱. فشاری ←
۲. کششی ←
۳. پیچشی

ترمینولوژی فنرهای لول



D : قطر نابی - قطر فنر

d : قطر مفتول

p : گام

N_a : تعداد حلقه های فعال

N_t : تعداد کل حلقه ها

l_f : طول آزاد (بدون بار)

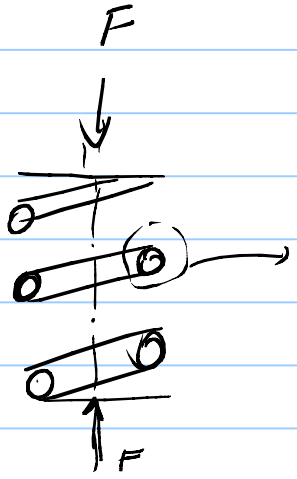
l_s : طول بسته

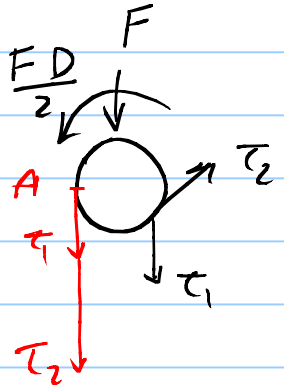
l : طول تحت بار

تحلیل فنرهای لول

۱. می سبه تنش خمشی ناشی از گشتاور

۲. می سبه برشی





۱. می سبه تنش در فنرهای لول

$$\tau_{max} = \tau_1 + \tau_2$$

$$= \frac{4F}{\pi d^2} + \frac{16T}{\pi d^3} \qquad \left(T = \frac{FD}{2}\right)$$

$$= \frac{8FD}{\pi d^3}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{d}{D}\right)$$

* اندیس فنر $C = \frac{D}{d}$

* ضریب تنش برشی $K_s = 1 + \frac{1/2}{C}$

معمولاً در محاسبات تحمل تنش برشی بجای در نظر گرفتن اثر برش مستقیم از ضریب تنش برشی استفاده می‌شود. ضرایب تصحیح تنش برشی عبارتند از:

ضریب وال (در محاسبات خستگی (کاهش می‌یابد استاتیک)) $K_W = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0.615}{C}$

ضریب برگ اشتراسه (در محاسبات استاتیک) $K_B = \frac{4C+2}{4C-3}$

$$\tau = K \frac{8FD}{\pi d^3}$$

در محدوده اندیس فنر C : برای اکثر فنرها $6 < C < 12$

$C \geq 9$: تولید سرد

$C \leq 9$: تولید گرم + عملیات حرارتی (سخت کاری)

* ضریب تمرکز تنش برای فنر در نظر گرفته می‌شود

استحکام مواد فنری

معمولاً فنر از فولاد کربنی سخت ساخته می‌شود

$S_{ut} = 1000 - 1400$ Mpa

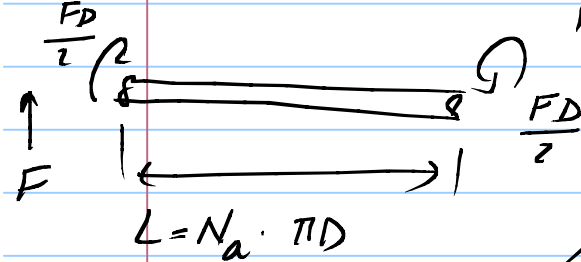
$S_y \simeq 0.75\, S_{ut}$, $S_{sy} = 0.577\, S_y \Rightarrow S_{sy} \simeq 0.45\, S_{ut}$ $(\geq \tau_{max})$

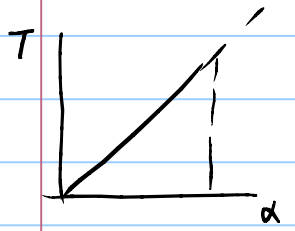
برای محاسبه S_{ut} از جدول 10.4 کتاب و رابطه $S_{ut} = \frac{A}{d^m}$

استفاده کنید (A و m را از جدول بدست آورید)

محاسبه ضریب سختی فنر لول

- روند محاسبه سختی یک انرژی مکانیکی و دوباره مشتق گیری خواهد بود
- از آنجائیکه تمام مقاطع فنر تحت بارپیچشی میباشند فنر را معادل یک میله تحت پیچش در نظر میگیریم





α : زاویه پیچش

انرژی کرنشی = انرژی مکانیکی $= E_1 + E_2$

E_1: ناشی از پیچش

E_2: ناشی از برش مستقیم

$E_1 = \frac{1}{2} T \alpha = \frac{1}{2} T \left(\frac{TL}{GJ}\right)$

$T = \frac{FD}{2}$, $L = N_a \pi D$

$J = \frac{\pi d^4}{32}$

$\Rightarrow E_1 = \frac{4 F^2 D^3 N_a}{G d^4}$

انرژی کرنشی ناشی از برش مستقیم : $E_2 = \frac{1}{2}\tau_1 \gamma_1 . \frac{L\pi d^2}{4}$ $\qquad \gamma = \tau/G$

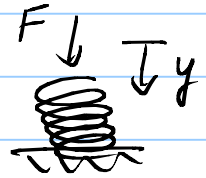
(* برش مستقیم و کرنش ناشی از آن در مقطع یکنواخت فرض می‌شود)

$$E_2 = \frac{2F^2 D\, Na}{Gd^2}$$

$$E = E_1 + E_2 = \frac{4F^2 D^3 Na}{Gd^4}\left(1 + \underbrace{\frac{1}{2C^2}}_{\text{ناشی از برش مستقیم}}\right)$$

با توجه به اینکه $C > 6$ ، $\frac{1}{2C^2}$ درصد زیادی است که می‌توان در محاسبات از آن صرف نظر کرد

$$E \sim E_1 = \frac{4F^2 D^3 Na}{Gd^4} \quad (1)$$



یادآوری : $U = \frac{1}{2} F . y .$

$$\left(y = \frac{F}{k}\right) \Rightarrow U = \frac{1}{2}\frac{F^2}{k} = \frac{F^2}{2k} \quad (2)$$

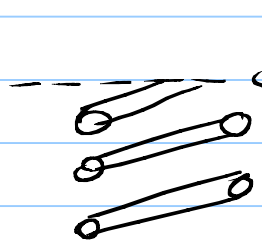
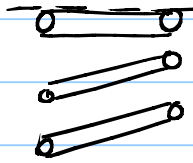
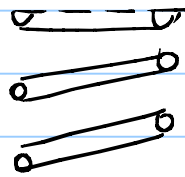
با مساوی قرار دادن (1) و (2)

$$\frac{F^2}{2k} = \frac{4F^2 D^3 Na}{Gd^4}$$

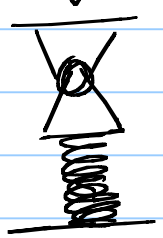
$$\Rightarrow k = \frac{Gd^4}{8D^3 Na}$$

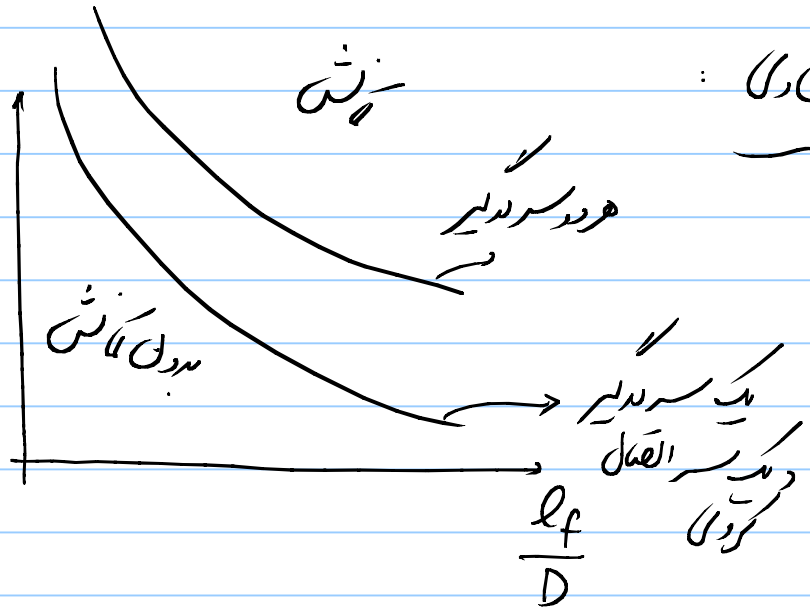
N_q : تعداد حلقه‌های فعال

فنرهای فشاری

۱. ساده		حلقه‌های غیرمؤثر	N_q / N_t	طول فرده	طول آزاد
		۰	N_t	$d[N_t] \simeq d(N_t+1)$	$PN_a + d$
۲. ساده، تخت شده		۱	$N_t - 1$	$N_t \cdot d$	$P(N_a+1)$
۳. تخت شده		۲	$N_t - 2$	$d(N_t+1)$	$PN_a + 3d$
۴. تخت شده، تخت خورده		۲	$N_t - 2$	dN_t	$PN_a + 2d$

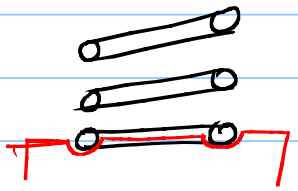
تحلیل کمانش فنرهای فشاری :





رابطه اویلر $\frac{\gamma_{cr}}{l_f} = C_1\left(1-\left(1-\frac{C_2}{\lambda_{eff}^2}\right)^{1/2}\right)$

$$C_1 = \frac{E}{2(E-G)}, \quad C_2 = \frac{2\pi^2(E-G)}{2G+E}, \quad \lambda_{eff} = \alpha\frac{l_f}{D}$$



برای α :

۱. هر دو گیردار $\alpha = 1/2$

۲. یک سر گیردار و سر دیگر لولا $\alpha = 0.7$

۳. هر دو لولا $\alpha = 1$

۴. یک سر گیردار و سر دیگر آزاد $\alpha = 2$

اگر در رابطه بالا جواب حقیقی برای γ_{cr} پیدا نشد این جواب بار بحرانی جایی نیز وجود ندارد و کمانش است.

اگر جواب حقیقی برای γ_{cr} نداشته باشیم معنی آن این است که تیر کاملا ناپایدار است

$$1-\frac{C_2}{\lambda_{eff}^2} < 0 \Rightarrow \frac{C_2}{\lambda_{eff}^2} > 1 \Rightarrow l_f < \frac{\pi D}{\alpha}\left[\frac{2(E-G)}{2G+E}\right]^{1/2}$$

تیر پایدار است.

فرکانس طبیعی تیر

تیر بعنوان المانی که واحد سختی و جرم می باشد در برخی فرکانس ها دچار تشدید گشته و موج ارتعاشی با دامنه زیاد در آن به حرکت درمی آید که ممکن است باعث شکست تیر گردد.

تحلیل ارتعاش تیر با لحاظ جرم گسترده جرم در آن منجر به بدست آمدن فرکانس های تشدید به شکل زیر می گردد:

$$\omega_{(rad/s)} = n\pi \sqrt{\frac{K_s}{m}}$$

فرکانس تشدید تیر با یک سر گیردار

$n = 1, 2, \dots$

$$\omega_{(Hz)} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{K_s}{m}}$$

(در صورتی که دو سر تیر گیردار باشند یعنی تنها یک درجه آزادی برای حرکت داشته باشد)

$$\omega_{(Hz)} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{K_s}{m}}$$

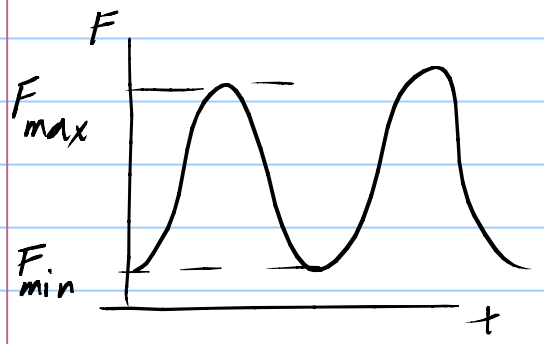
در صورتی که فنر یک سر گیردار و یک سر آزاد باشد

$$m = \frac{\pi d^2}{4} (\pi D N_a) \rho$$

چگالی

* فرکانس کاری تیر باید 10-15 برابر فرکانس طبیعی آن باشد

بارگذاری دینامیکی فنر - خستگی

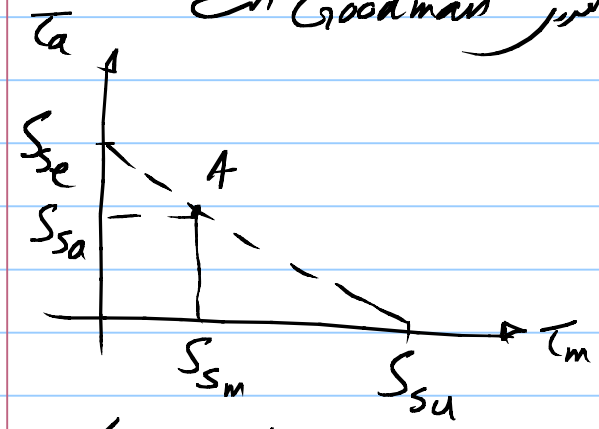


$$F_m = \frac{1}{2}(F_{min} + F_{max})$$

$$F_a = \frac{1}{2}(F_{max} - F_{min})$$

$$\tau_m = K_w \frac{8 F_m D}{\pi d^3}, \quad \tau_a = K_w \frac{8 F_a D}{\pi d^3}$$

تئوری شکست خستگی تحت بارگذاری برشی، تئوری Goodman است.



در مدول S_{su} می‌توان از تقریب

$$S_{su} = 0.67 S_u$$

استفاده نمود

در مدول S_{se} اطلاعات جامعی وجود ندارد برای حل این مسئله از یک نقطه کمکی روی خط گذراندن شده نقطه A استفاده می‌شود ←

$$S_{se} = \frac{S_{su} S_{sa}}{S_{su} - S_{sm}}$$

برای نقطه A :

- فنر ساچمه شده

$S_{sa} \simeq 241$ MPa

$S_{sm} \simeq 379$ "

- فنر ساچمه نشده

$S_{sa} \simeq 398$ "

$S_{sm} \simeq 534$ "

* S_{se} به دست آمده اصلاح شده و به عنوان مقاومت تسلیم در تئوری گودمن از آن استفاده نمود

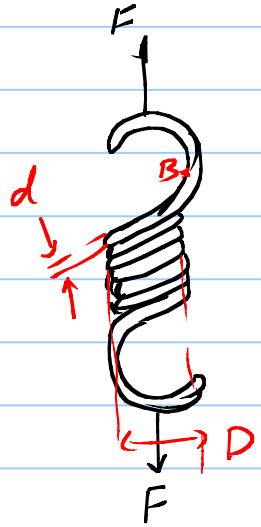
عملیات تعدیل روی فنر

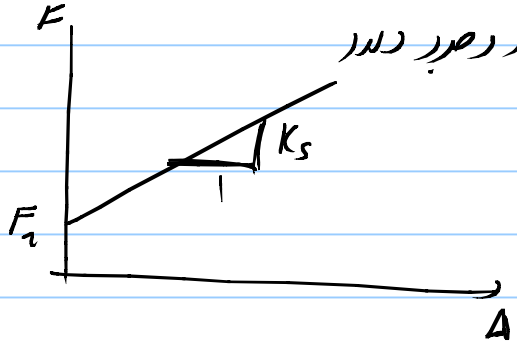
1. عملیات حرارتی (کوئنچ) ← برای افزایش استحکام (داشته حرکت)
2. گرمادهی برای کاهش تنش فنر
3. ساچمه‌زنی (برای افزایش استحکام خستگی)
4. ست دارن (Set removal). برای جذب تغییر شکل پلاستیک و مقاومت در برابر اعمال مرده (یا در فنر کشش ← بارگیری کشش) در سرد، بکاری رود

* جنس و قطر متعارف فنر در جداول 10-5، 10-3 کاتالوگ *

فنرهای کشش:

معمولاً در فنرهای کشش مقداری پیش کشش یا پیش بار وجود دارد





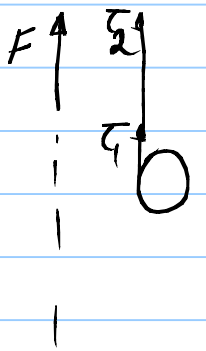
* برای ایجاد این پیش بار، سیم را در زمان حلقوی کردن کمی حول خودش می‌پیچانیم.

تحلیل تنش : تنش در فنر کششی در دو نقطه ممکن است بحرانی شود

A : روی سطح داخلی حلقه‌ها (مانند تنش خمشی)

B : روی سطح داخلی حلقه در دورترین نقطه از امتداد F

A :



τ_2 تنش برشی ناشی از

τ_1 تنش برشی مستقیم

تنش در این نقطه دقیقاً مانند تنش برشی قابل محاسبه خواهد بود

$$\tau_A = K_A \frac{8FD}{\pi d^3} \qquad K_A = \frac{4C-1}{4(C-1)} \quad , \quad C = \frac{D}{d}$$

(K_A ضریب تصحیح برشی در فنر کششی متفاوت از K_B و K_W است)

B : تنش نرمال ناشی از کشش و خمش داریم

$$\sigma = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}} + \frac{F\frac{D}{2}\cdot\frac{d}{2}}{\frac{\pi d^4}{64}} = F\left(\frac{4}{\pi d^2} + \frac{16D}{\pi d^3}\right)$$

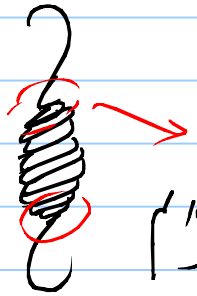
برای سادگی محاسبات تنش نرمال ناشی از خمش با ضریب K اصلاح می‌شود

$$\sigma = F\left(\frac{4}{\pi d^2} + K\frac{16D}{\pi d^3}\right)$$

$$K = \frac{4C^2 - C - 1}{4C(C-1)}$$

K برحسب C افزایش است پس با کاهش C در دو سر فنر، اصطکاک کمتر

در فنرهای دو سر فنر کاهش می یابد



با کاهش D،

C را کاهش داده ایم

بخشی فنرهای کششی : همانند فنرهای فشاری محاسبه می شود. اگرچه فنرهای دو سر قلاب مانند نیز یک سر دیگر وا حد بخشی دارد، که با بخشی اصلی فنر سری است. آما چون معمولاً بخشی اصلی فنر خیلی کمتر است، از بخشی خمشی قلابها صرفنظر می شود

مثال :

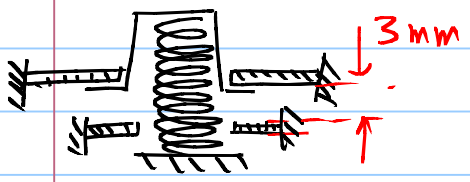
مطلوب است طراحی فنر زیر که های صنعتی کلید یک ماشین.

این فنر دارای پیش بار به مقدار $F_i = 50\ gr$ ،

تغییرات نیرو طی پائین آمدن دکمه 40٪ نیروی اولیه باشد $\Delta F = 0.4 F_i$

مقدار پائین آمدن $\Delta = 3\ mm$ و با 10٪ تغییر مکان بیشتر به طول برده برسد

سطح کلید یک ربع به ضلع 8mm است.



حل :

طراحی فنر به معنی پیدا کردن D ، l_f ، d ، K ، N_a و میزان نشستگی لازم

① جنس : با توجه به ظرافت طراحی و تعداد بالای فنر یک صفحه‌ی فولادی (اگر یک فنر بشکند کل صفحه‌ی فولادی به تعویض گردد) از سیم موسیقی استفاده می‌کنیم :

$$G = 82.7\ GPa$$

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m} \longrightarrow \text{جدول } 10.4 \longrightarrow A = 2211,\ m = 0.145$$

② قطر سیم : قطر متعادل بصورت پیوسته نیست و براساس سیم‌های موجود در جدول A-28 انتخاب می‌شود :

انتخاب اندیس : $C = 10$ برای ساخت فنر

چند حالت قطر متعادل را در نظر می‌گیریم

$$d = 0.1\ mm \longrightarrow \frac{D}{d} = 10 \longrightarrow D = 1\ mm$$

قطر سیم کم بوده و ممکن است منجر به کمانش فنر شود

$$d = 0.25\ mm \longrightarrow \frac{D}{d} \le 10 \longrightarrow D = \underline{2.5\ mm}$$

③ سختی

$$K = \frac{\Delta F}{\Delta l} = \frac{0.4\,(0.05 \times 10)}{3} = 0.067\ \frac{N}{mm}$$

$$k = \frac{Gd^4}{8D^3 N_a} \rightarrow N_a = \frac{Gd^4}{8kD^3} = 39$$

با فرض دو سر تخت برای فنر $N_t = N_a + 2 = 41$

$$l_s = N_t (0.25) = 41(0.25) = 10.25 \text{ mm}$$

با توجه به 3mm کورس موتور طول فنر به بیش از 14mm و ضخامت کیبورد در حدود 20-25mm خواهد بود که زیاد است. برای کاهش حلقه‌ها (با ثابت نگه داشتن سختی) باید اندیس را زیاد کنیم (به عبارت دیگر D را زیاد کنیم)

$$C = 15 \rightarrow D = 15(0.25) = 3.75 \text{ mm} \quad (\text{L } 8\text{mm} \times 8\text{mm})$$

$$N_a = \frac{Gd^4}{8kD^3} = 11 \rightarrow l_s = (11+2)0.25 = 3.25 \text{ mm}$$

$$l_f \rightarrow l_1 \rightarrow l_2 \rightarrow l_s$$

l_1: بیش بار — l_2: طول فنر

$$l_2 - l_s = 0.1(3) = 0.3 \text{ mm} \rightarrow l_2 = 3.25 + 0.3 = 3.55 \text{ mm}$$

$$l_1 - l_2 = 3 \Rightarrow l_1 = 6.55 \text{ mm}$$

$$l_f - l_1 = \frac{0.05 \times 9}{0.067} = 7.46 \text{ mm} \Rightarrow l_f = 14 \text{ mm}$$

دو سر تخت $l_f = PN_a + 3d \Rightarrow P = \frac{14 - 3(0.25)}{11} = 1.2 \text{ mm}$

④ تمرین : بارگذاری تندش

$\tau_{max} = K_w \frac{8FD}{\pi d^3}$ ، $K_w = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0.615}{C}$ ← تنش برشی در فنر مارپیچ کششی

$C = 15$ ، $K_w = 1.09$ ، $F = k(l_f - l_2) = 0.067(14 - 3.55)$

$\tau_{max} = 466$ Mpa

$\tau_{min} = K_w \frac{8(0.05 \times g)D}{\pi d^3} = 333$ Mpa

$\Rightarrow \tau_a = 66.5$ Mpa, $\tau_m = 399.5$ Mpa

$S_{su} = 0.67 S_u$ ، $S_u = \frac{A}{d^m} = \frac{2211}{(0.25)^{0.145}} = 3775$ Mpa

$\Rightarrow S_{su} = 2529$ Mpa

نقطه‌ی گیر - سایه‌زده → $S_{sa} = 398$

$S_{sm} = 534$

$\Rightarrow S_{se} = \frac{S_{su} S_{sa}}{S_{su} - S_{sm}} = 504.5$

Goodman $\frac{\tau_a}{S_{se}} + \frac{\tau_m}{S_{su}} = \frac{1}{n} \Rightarrow n = 3.45$

که ضریب اطمینان نسبتاً بالایی است ($1.2 < n < 1.4$ توصیه می‌شود)

در مدتی که بازدن ممکن است فنر به طول بسته برسد. باید بررسی کنیم که در این لحظه

$\Delta l_{max} = l_f - l_s$ شکست اتفاق نیافتد

$= 14 - 3.25 = 10.75$ mm $\rightarrow$ $F_{max} = k\Delta l_{max} = 0.72$ N

$\Rightarrow \tau = K_w \frac{8FD}{\pi d^3} = 455$ Mpa

$S_{sy} = 0.45 S_u = 0.45(3775) = 1699$ Mpa

$\Rightarrow F.S. = \frac{1699}{455} = 3.7$

⑤ کمانش

$L_f < \frac{\pi D}{\alpha}\sqrt{2\frac{E-G}{2G+E}}$

انتهای تخت دو سر $\rightarrow$ $\alpha = 0.5 \Rightarrow \frac{\pi D}{\alpha}\sqrt{2\frac{E-G}{2G+E}} = 19.4$ mm

$L_f \simeq 14 < 19.4$ mm

فنر پایداری مطلق دارد.

⑥ فرکانس طبیعی

$f = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$ $\quad k = 0.067 \frac{N}{mm}$

$m = \frac{\pi d^2}{4}(\pi D N_a)\rho$ $\quad \rho = 7600 \frac{kg}{m^3}$

$m \simeq 5 \times 10^{-2}$ gr

$f = 581$ Hz $\rightarrow$ تقریباً از سرعت زاویه‌ای شیرآلات