منحنی دامنه کلیه قطب ها (ساده یا مکرر) در مبدأ محور فرکانس را در $\omega=1$ قطع کرده و

خطوطی با شیب :

شیب منحنی دامنه قطب ها در مبدا $= -\left(\text{مرتبه تکرار قطب در مبدا}\right)(20)$

در مثال) ② $\frac{1}{s}$

منحنی دامنه خطی با شیب $-20\,\frac{db}{dec}$ که در $\omega=1$ محور فرکانس را قطع می کند

۳- صفرها یا قطب های حقیقی (ساده یا مکرر)

$$G(s) = 1+Ts,\ \frac{1}{1+Ts},\ (1+Ts)^2,\ \frac{1}{(1+Ts)^2},\ldots$$

صفر حقیقی ساده $G(s)=1+Ts$ فرض

$$G(j\omega) = 1+T(j\omega)$$

$$|G(j\omega)| = M(\omega) = (1+T^2\omega^2)^{1/2}$$

$$M(\omega)^{db} = 20\log(1+T^2\omega^2)^{1/2}$$

$y(x)=x^2$

منحنی $M(\omega) = \omega^2(\ldots)$

Subject
Date

منحنی دامنه $(Ts+1)$ از محور فرکانس شروع می‌شود

مجانب فرکانس‌های پایین $M(\omega)^{db} \simeq 20\log 1 = 0$

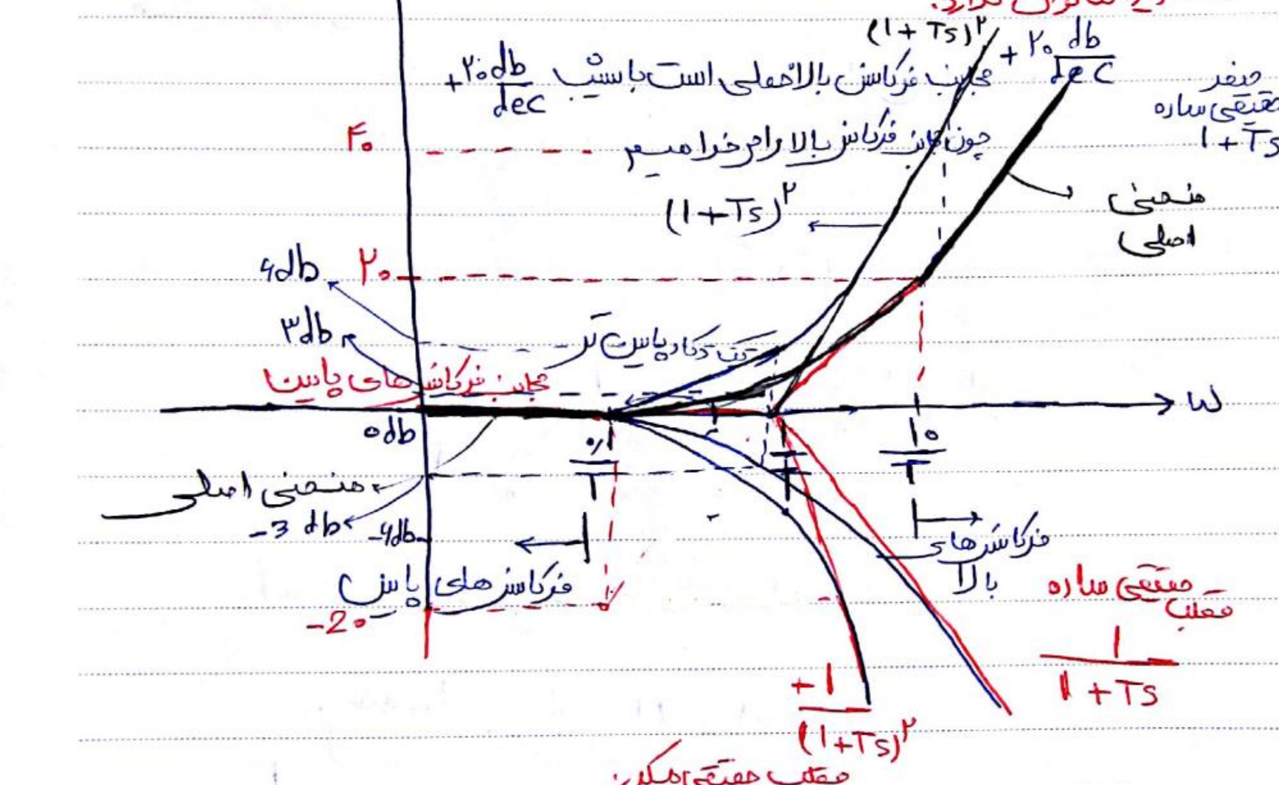
$\omega << \frac{1}{T}$: از این مجانب شروع می‌شود فرکانس‌های پایین : $T^2\omega^2$ قابل صرف نظر در مقابل ۱

به دنبال مجانب‌ها منحنی هستیم

$\omega >> \frac{1}{T}$: فرکانس‌های بالا به این مجانب منتهی می‌شود

$\longleftarrow T^2\omega^2$ ۱ قابل صرف نظر در مقابل $\longleftarrow M(\omega)^{db} \simeq 20\log(T^2\omega^2)^{\frac{1}{2}} = 20\log T\omega$

مجانب فرکانس‌های پایین محور فرکانس است.
منطبق است زیرا شیب ندارد.



ω	$20\log T\omega$
$\frac{0.1}{T}$	-20
$\frac{1}{T}$	0
$\frac{10}{T}$	20

تلاقی مجانب‌ها $0^{db} = 20\log T\omega$

محل برخورد مجانب‌ها $\omega = \frac{1}{T}$ فرکانس شکست

اگر رخ دادن $\frac{1}{T}$ می‌شکند

break Freq

Subject
Date

$$* \; M(\omega=\tfrac{1}{T})^{db} = 20\log\sqrt{2} = 10\log 2 = 3db$$

منحنی صفر حقیقی ساده در فرکانس شکست $\frac{1}{T}$ به اندازه $+3db$ بالاتر از محور حقیقی (دامنه) قرار می‌گیرد

منحنی کمک واحد

فرکانس شکست = معکوس ضریب s در صفر یا قطب حقیقی ساده یا مکرر در فرم استاندارد.

۵- صفر یا قطب مختلط مزدوج (ساده یا مکرر)

$$\frac{s^2}{\omega_n^2}+\frac{2\xi}{\omega_n}s+1 \;,\; \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_n^2}+\frac{2\xi}{\omega_n}s+1} \;,\ldots$$

فرض $G(s)$: صفر مختلط ساده $= \frac{s^2}{\omega_n^2}+\frac{2\xi}{\omega_n}s+1$

$$G(j\omega) = \left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)+\frac{2\xi\omega}{\omega_n}j$$

$$M(\omega) = \left[\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2+\left(\frac{2\xi\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

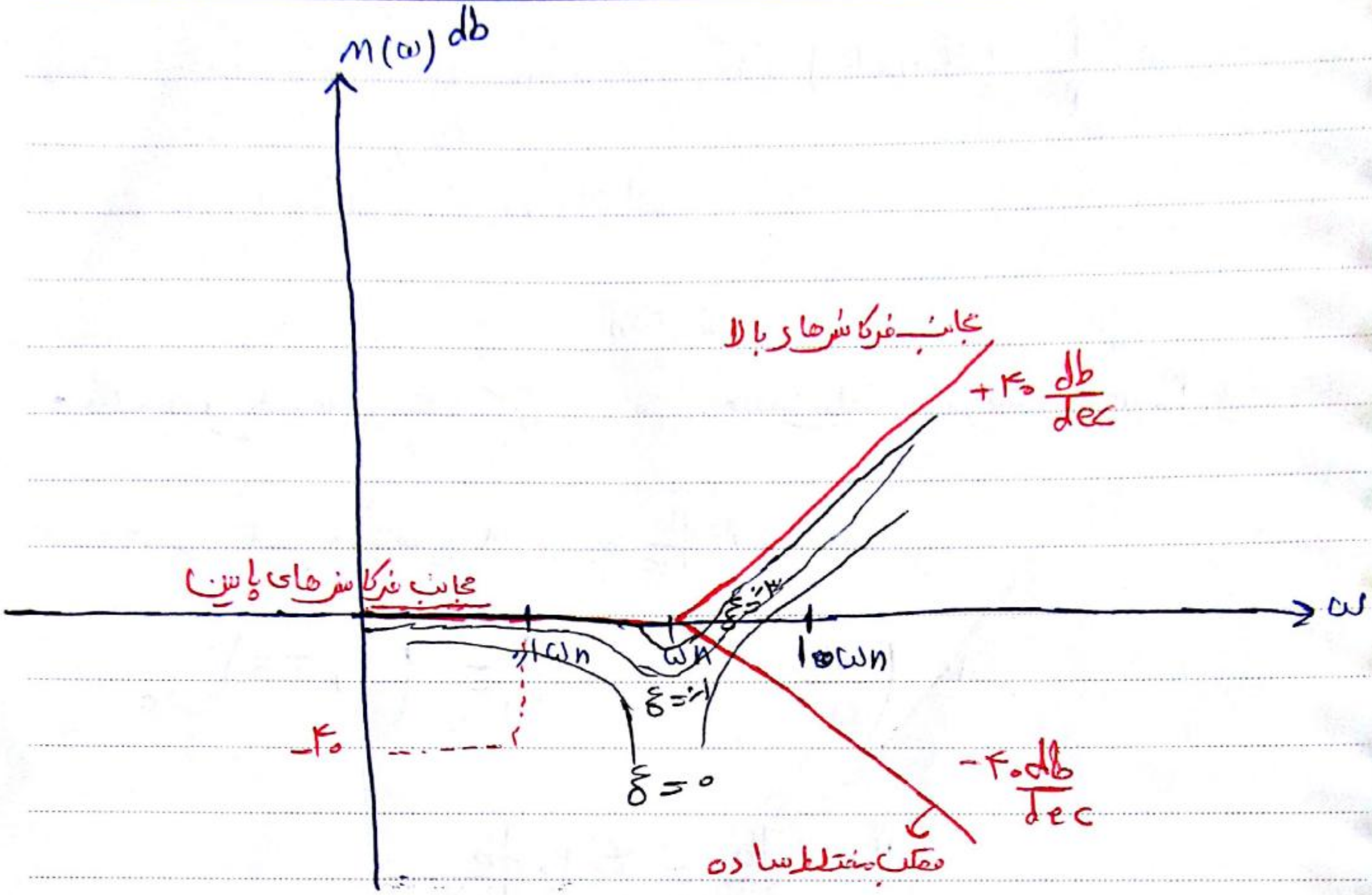
$$M(\omega)^{db} = 20\log\left[\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2+\left(\frac{2\xi\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

فرکانس‌های پایین: $\omega << \omega_n \Rightarrow M(\omega)^{db} \simeq 20\log 1 = 0$

مجانب فرکانس پایین برای صفر مختلط محور فرکانس‌ها است.

فرکانس‌های بالا: $\omega >> \omega_n$

$$\Rightarrow M(\omega)^{db} \simeq 20\log\left[\left(\frac{\omega^2}{\omega_n}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \Rightarrow M(\omega)^{db} = 40\log\frac{\omega}{\omega_n}$$



ω	M(ω) db
0,1 ωn	-40
ωn	0
10 ωn	40

ω = ωn محل تلاقی مجانب

فرکانس گوشه

~~[illegible]~~

مجانب منحنی دارای صفر مختلط و صفرهای حقیقی مکرر یکسان هستند مجانب فرکانس پایین محور فرکانس = مجانب فرکانس بالا = خطی با شیب $+40\frac{db}{dec}$

Subject
Date

با این تفاوت که فرکانس شکست در صفر حقیقی مکرر (T ضریب S) $\omega = \frac{1}{T}$

در صفر مختلط فرکانس شکست ω_n است

$$\omega = \omega_n$$

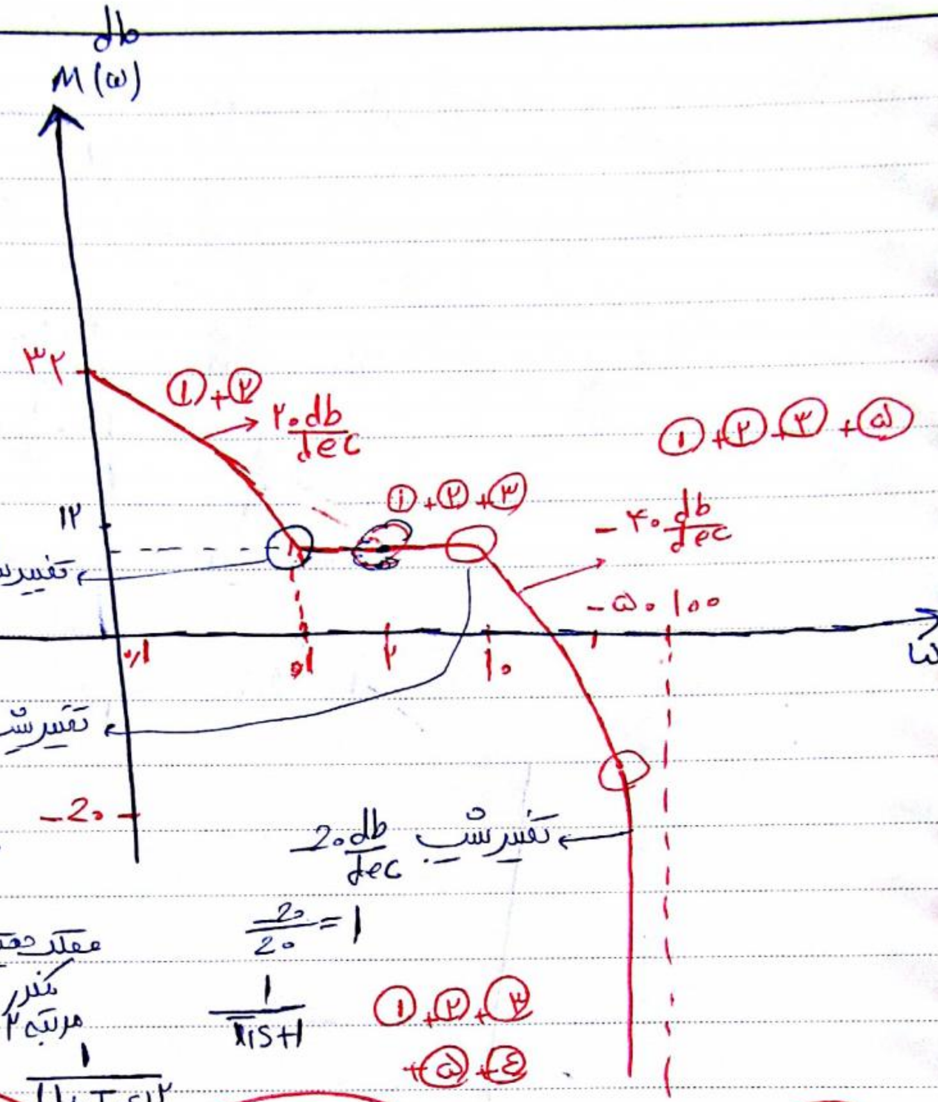
مجانب منحنی دامنه صفر مختلط مکرر با مجانب منحنی دامنه صفر حقیقی مرتبه ۴ تکراری یکسان

است هر دو مجانب فرکانس بالا شیب $+80\frac{db}{dec}$ دارند

$$\text{مجانب} \left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\xi}{\omega_n}s + 1\right)^2 \equiv \left(1 + Ts\right)^4_{\text{مجانب}}$$

$$2 \times 40 \frac{db}{dec} = 4 \times 20 \frac{db}{dec}$$

$$\frac{1}{\frac{s^2}{100} + \frac{2}{100}s + 1} \qquad \omega_n = 10\frac{rad}{sec} \ \text{فرکانس گوشه}$$



$(1+T_1 s)$

مختلط مراتب ۲ بعد

صفر زیرا مثبت است +۲۰ db/dec تغییر شیب

صفر حقیقی ساده

مرتبه تکرار صفر

$\frac{20}{20}=1$

-۴۰ db/dec تغییر شیب

مقلب

مقلب مختلط مزدوج   مقلب حقیقی ساده $\frac{20}{20}=1$

$$\frac{1}{\frac{s^2}{\omega_n^2}+\frac{2\xi}{\omega_n}s+1}$$

تکرار مرتبه ۲

$$\frac{1}{(1+T_3 s)^2}$$

$$\frac{1}{T_1 s+1}$$

n درجه مخرج

m : درجه صورت

$$\text{شیب پایان منحنی} = (n-m)\times\left(-20\,\frac{db}{dec}\right)$$

$$\text{زاویه پایانی} = (n-m)\times(-90^\circ)$$

نکته

$$\frac{1}{(1+\frac{1}{10}s)^2}$$

توابع مینیمم فاز

$$\frac{1}{\frac{s^2}{100}+\frac{2\xi}{10}s+1}$$

ξ می‌تواند هر چیزی باشد

T ۱/۰ می‌دهد

ω_n ۱۰ می‌دهد

منحصر است

Subject

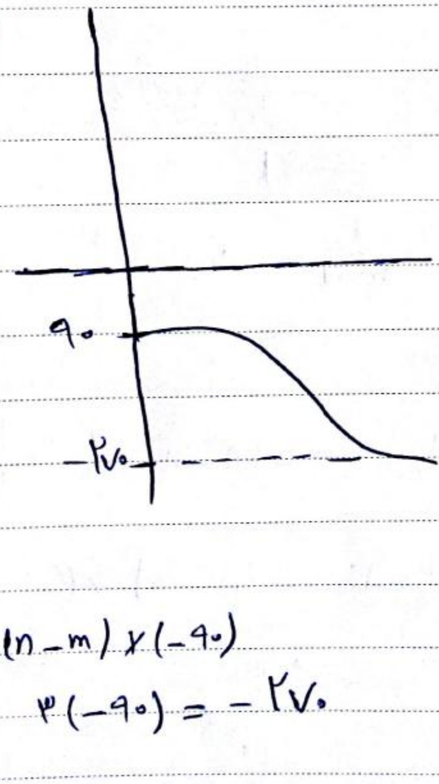
Date

مینیمم فاز $\qquad \dfrac{4(1+\frac{1}{4}s)}{s(1+\frac{1}{50}s)(\frac{s^2}{100}+\frac{2}{100}s+1)}$ $\qquad$ ۱)

نامینیمم فاز $\qquad \dfrac{4(1-\frac{1}{2}s)}{s(s+\frac{1}{50}s)(\frac{s^2}{100}+\frac{2}{100}s+1)}$ $\qquad$ ۲)

منحنی دامنه نامینیمم فاز یکسان است.

منحنی دامنه نامینیمم فاز متفاوت است.



$(n-m)\times(-90)$

$3(-90)=-270$

$(n-m)(-90) \neq$ زاویه پایانی نامینیمم فاز

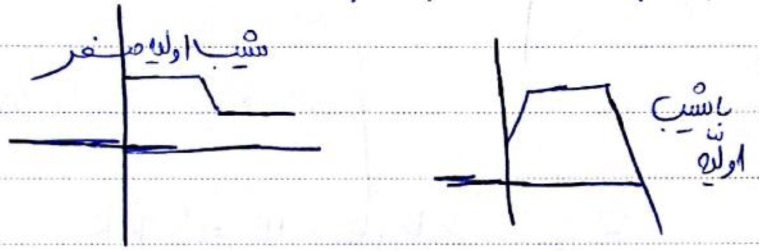
تابع تبدیل از منحنی دامنه (مجانب منحنی دامنه) : منحنی مجانب دامنه معلوم است

=> بدست آوردن تابع تبدیل به فرم استاندارد.

۱) شیب اولیه : یا شیب اولیه صفر است یا منحنی دامنه دارای شیب اولیه $\oplus$ یا $\ominus$ است.

شیب اولیه معادل است با صفر یا قطب ساده یا مکرر در مبدأ مختصات

شیب اولیه صفر = عدم وجود صفر یا قطب در مبدأ مختصات



تابع تبدیل ما s در صورت یا مخرج یا s در صورت و مخرج با توان مساوی وجود داشته باشد.

$$G(s)=\frac{s^2 \times \cdots}{s^2 \times \cdots}$$

در صورت وجود شیب اولیه

$$\text{مرتبه تکرار قطب یا صفر} = \frac{\text{مقدار شیب اولیه}}{\pm 20}$$

- : قطب

+ : صفر

مثال : $G(s) = \frac{-20}{-20} = 1$ مرتبه تکرار قطب در مبدأ

$$G(s) = \frac{1}{s}$$

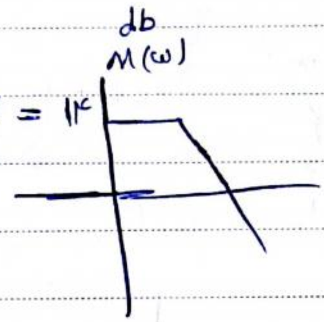
۲- بهره K :

بایستی شیفت منحنی را بدست آوریم.

شیفت منحنی = $20 \log K$

حالت‌های مختلف :

* شیب اولیه صفر



مقدار اولیه دامنه = شیفت

شیفت = $20 \log K = ۱۴ \Rightarrow \log K = ۰/۷ \Rightarrow K = ۵$

* شیب اولیه

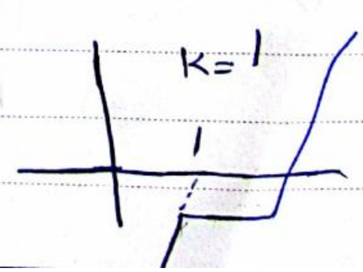
در این حالت چون شیب اولیه برای کلیه موارد صفر و مثلث‌ها بایستی به ازای $K = ۱$

محور فرکانس را در $\omega = ۱$ قطع کند ملاک تعیین شیفت را همین مورد در نظر می‌گیریم.

اگر شیب اولیه خودش یا امتدادش محور $K = ۱$

فرکانس را در $\omega = ۱$ قطع کند

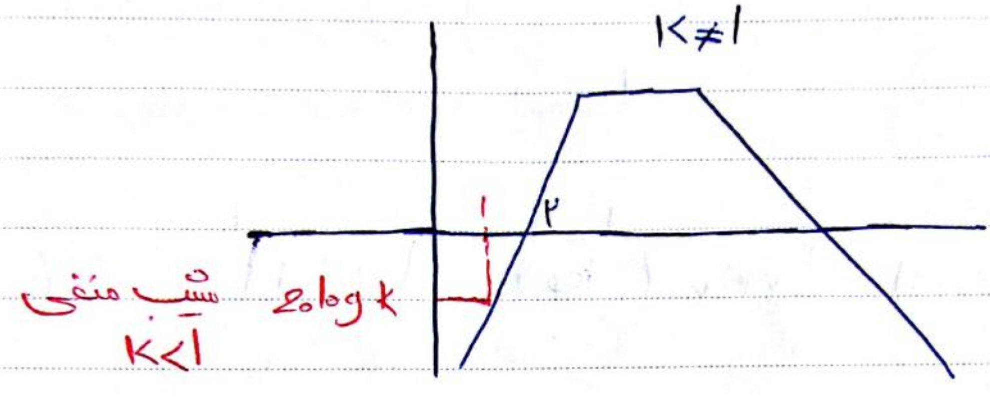
$G(s) = \frac{1}{s} \times ۴ \Rightarrow \overset{\text{بهره}}{K} = ۱$

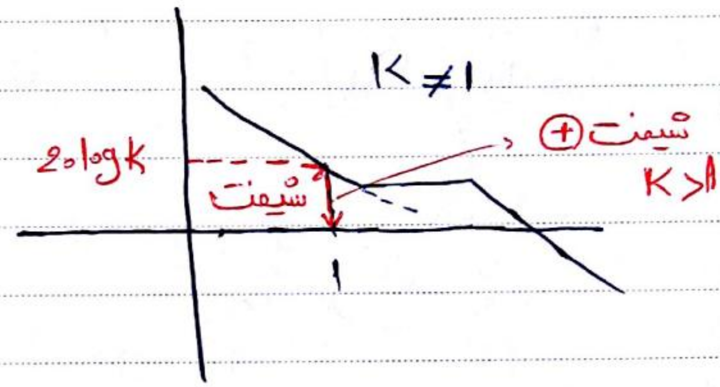


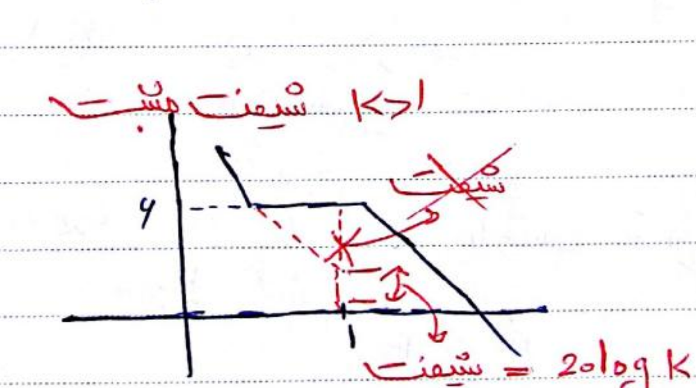
* اگر شیب اولیه (صعودی یا امتدادش) محور فرکانس در $\omega = 1$ قطع نکرد

$\Downarrow$

$K \neq 1$ فرم استاندارد ندارد







شیفت = مقدار دامنه در $\omega = 1$ به ازای شیب اولیه یا امتدادش نه با منحنی

شیفت در مثال $= +12db = 20\log K \Rightarrow \log K = 0.6 \Rightarrow K = 4$

Subject
Date

* شکستگی ها منحنی : => صفر و قطب ها حقیقی یا مختلط

تکرار عبارت های تجزیه شده = تکرار شکستگی ها در منحنی بجانب دامنه

در فرم استاندارد تابع تبدیل شامل

صفرها یا قطب ها حقیقی یا مختلط

$$G(s) = \frac{1}{s} \times 4 \times \left(1 + T_1 s \right) \times \left(\frac{1}{1 + T_1 s} \right) \times \left(\quad \right)$$

صفر — قطب — قطب

تغییر شیب در فرکانس های شکست نشان دهنده قطب یا صفر بودن و مرتبه تکرار آن ها ست

صفر ⇒ تغییر شیب مثبت در فرکانس شکست

قطب ⇒ تغییر شیب منفی در فرکانس شکست

$$\text{مرتبه تکرار قطب یا صفر} = \frac{\text{تغییر شیب در فرکانس شکست}}{\pm 20}$$

+ صفر

− : قطب

$T =$ عکس فرکانس شکست

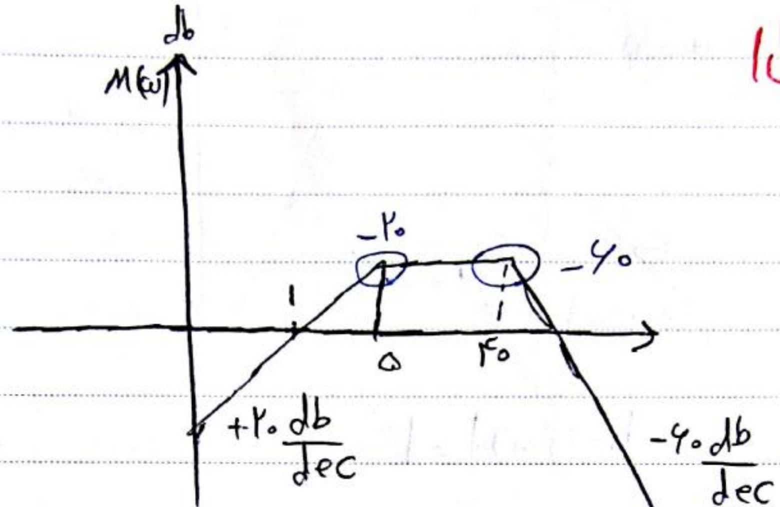
$T_1 = \frac{1}{2} = 0/5$ ← فرکانس شکست + تغییر شیب

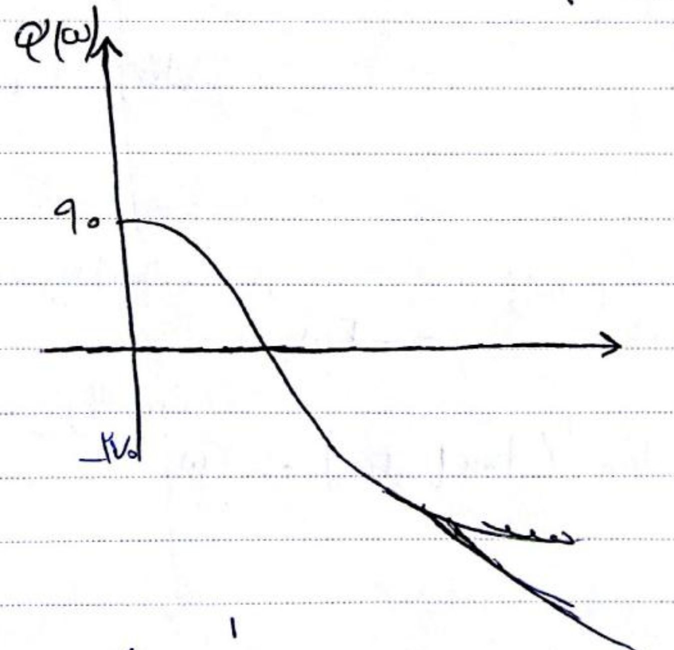
PAPCO

$T_2 = \frac{1}{۵۰} = ۰/۰۲$

فرکانس شکست

مثال ۱





$$G(s) = s \times \frac{1}{1+\frac{1}{5}s} \times \frac{1}{(1+\frac{1}{40}s)^3}$$

شیب پایانی دامنه $= (n-m) \times -20 = (4-1) \times -20 = -60 \frac{db}{dec}$

شیب فاز پایانی $\rightarrow (n-m) \times -90 = 3 \times -90 = -270$

$$G(s) = \frac{s}{(1+\frac{1}{5}s)(1+\frac{1}{40}s)^3} \quad (1$$

$$(2 \quad G(s) = \frac{Ks\, e^{-Ts}}{(s+5)(s+40)^3}$$

درکیب عدد ضرب شده

و K یک عدد است.

فرم استاندارد نیست

e^{-Ts} : تابع تأخیر زمانی

$$G(s) = e^{-Ts}$$
$$G(j\omega) = e^{(-T\omega)j}$$

$$|G(j\omega)| = 1$$

تابع تأخیر بر منحنی دامنه تأثیر ندارد.

زاویه فاز تابع تأخیر سبب کاهش قابل ملاحظه فاز سیستم مخصوصاً در فرکانس های بالا می شود.

$$\angle e^{(-T\omega)j} = -T\omega$$

$$\tan^{-1}(\tan(-T\omega)) = -T\omega$$

محاسبه‌ی ثابت‌های خطا از منحنی دامنه بوده

K_p, K_v, K_a

مقدار پله

ورودی پله : $e_{ss} = \frac{R}{1+K_p}$ نوع صفر

ورودی شیب : $e_{ss} = \frac{R}{K_v}$ نوع یک

" شتاب : $e_{ss} = \frac{R}{K_a}$ نوع ۲

$$K_p = \lim_{s \to 0} G_c G_p H$$

$$K_v = \lim_{s \to 0} s G_c G_p H$$

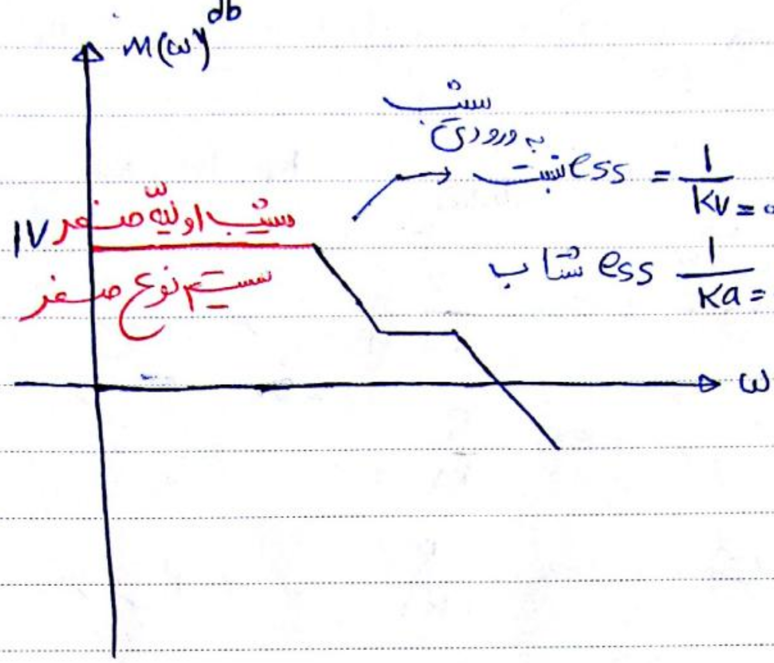
$$K_a = \lim_{s \to 0} s^2 G_c G_p H$$

منحنی دامنه بود معلوم است ⇐ خطای ماندگار مجهول

۱ـ ثابت خطای K_p

برای سیستم نوع صفر تعریف می‌شود ورودی پله :

نوع سیستم	K_p	
0	محدود	$\frac{R}{1+K_p}$
۱ و بالاتر	∞	0



$20\log K_p = 17$ شیب اولیه صفر

سیستم نوع صفر

شیب به ورودی شیب $e_{ss} = \frac{1}{K_v = 0} = \infty$

شتاب $e_{ss} \ \frac{1}{K_a = 0} = \infty$

خطای ماندگار نسبت به پله واحد $= \frac{1}{1 + k_p}$

اندازه تابع تبدیل

$K_p = |G_c(j\omega) G_p(j\omega) H(j\omega)| = M(\omega)$

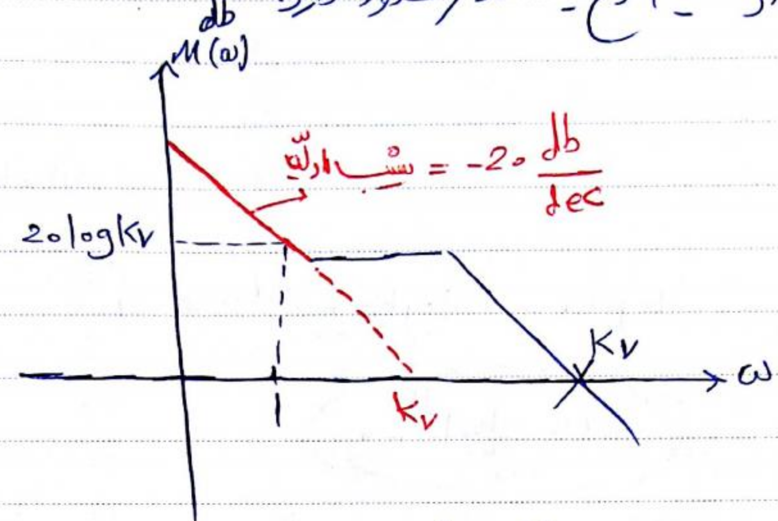
$20\log K_p = 20\log M(\omega) = M(\omega)^{db} =$ مقدار اولیه را نشان

$20\log K_p = 17 \Rightarrow \log K_p = 0.85 \Rightarrow K_p = 7$

$\rightarrow \quad e_{ss} = \frac{1}{1+7} = \frac{1}{8}$

۲ـ ثابت خطای K_v

برای سیستم نوع یک مقدار محدود دارد.



سیستم با شیب اولیه $-20\ \frac{db}{dec}$ ـ شامل s در مخرج تابع تبدیل و سیستم نوع ۱ است

نوع یک ورودی شیب $e_{ss} = \frac{R}{K_v}$

ورودی	e_{ss}
پله	0 , $K_p = \infty$
شیب	$\frac{R}{K_v}$
سهمی	∞ , $K_a = 0$

محاسبه K_v:

$$K_v = \lim_{s \to 0} s\, G_c G_p H$$

$$K_v \stackrel{!}{=} |j\omega G(j\omega)|$$

$$= \omega \times |G(j\omega)|$$

$$K_\omega = \omega \times M(\omega) \Rightarrow$$

$$\underbrace{20\log K_V = 20\log\omega + 20\log M(\omega)}_{M(\omega)^{db}}$$ *

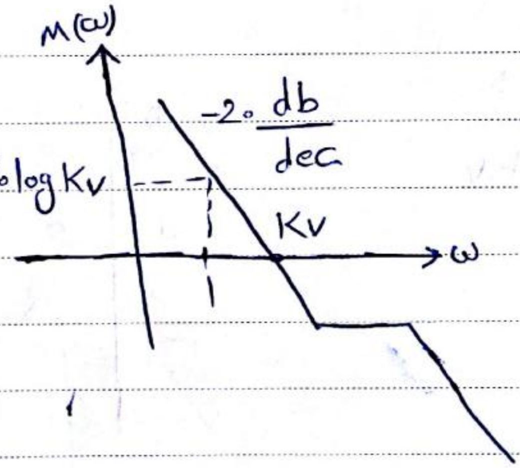
۲ روش برای محاسبه K_V وجود دارد:

روش ۱: $\omega = K_V$

$$\cancel{20\log K_V} = \cancel{20\log K_V} + M(\omega = K_V)^{db}$$

$$M(\omega = K_V)^{db} = 0$$

فرکانس محل تلاقی شیب اولیه $-20\frac{db}{dec}$ یا امتدادش با محور فرکانس $= K_V$



روش ۲:

$$\omega = 1 \Rightarrow 20\log K_V = 20\underbrace{\cancel{\log 1}}_{0} + M(\omega = 1)^{db}$$

$$M(\omega = 1)^{db} = 20\log K_V$$

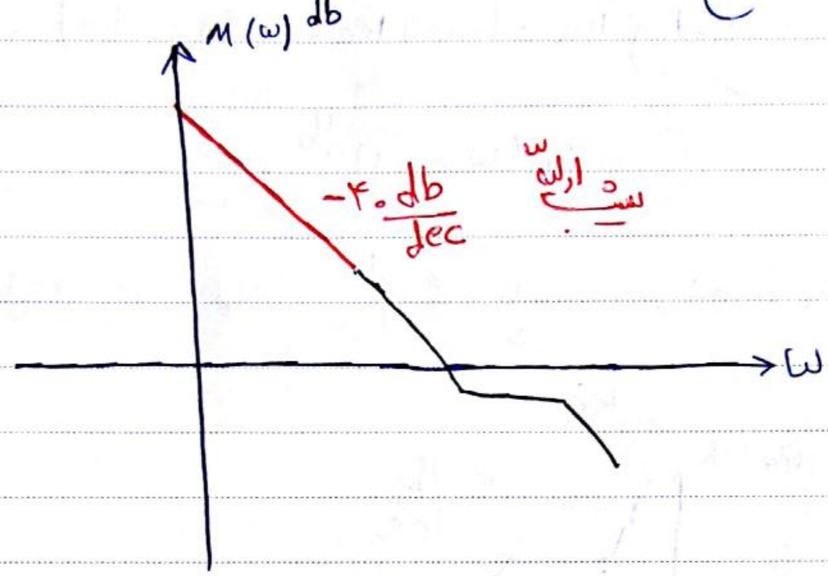
Subject

Date

مقدار دامنه برحسب db به ازای فرکانس $\omega=1$ در شیب اولیه $-20\frac{db}{dec}$ یا امتدادش $= 20\log K_v$

۳- ثابت K_a:

برای سیستم نوع ۲ تعریف می شود.



	پله	شیب	شتاب
ورودی	K_p	K_v	K_a
	∞	∞	محدود
	$\Downarrow$	$\Downarrow$	$\Downarrow$
	$e_{ss}=0$	$e_{ss}=0$	$e_{ss} =$ محدود $= \frac{R}{K_a}$

$$K_a = \lim_{s \to 0} s^2 G_c G_p H$$

$$K_a = |(j\omega)^2| \, |G(j\omega)| = \omega^2 \times M(\omega)$$

چون در منحنی بده داریم

$$20\log K_a = 20\log\omega^2 + \underbrace{20\log M(\omega)}_{M(\omega)\,db}$$

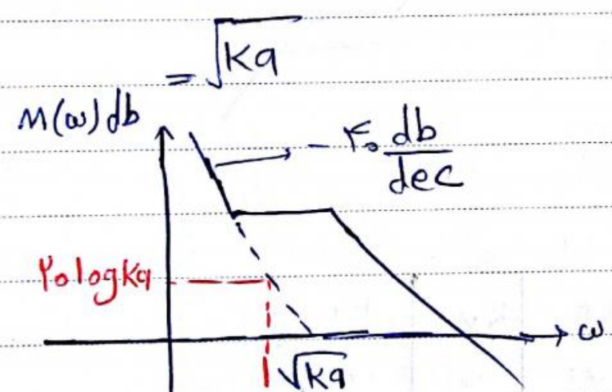
۲ روش در محاسبه Ka وجود دارد :

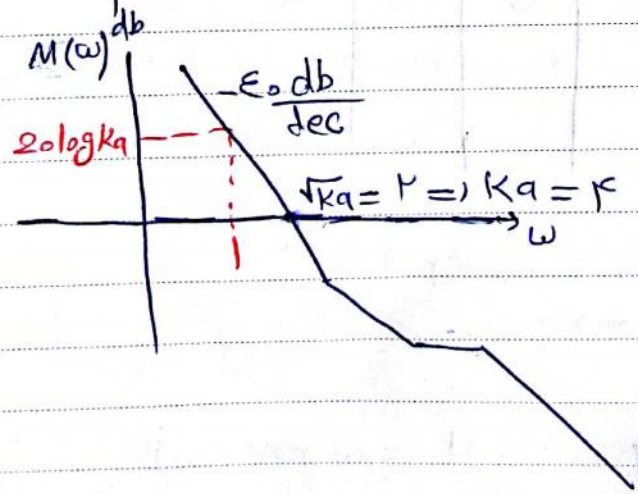
روش ۱ : $\omega = \sqrt{Ka}$

$$\cancel{20\log} Ka = \cancel{20\log} Ka + M(\omega = \sqrt{Ka})^{db}$$

$$\boxed{\Rightarrow M(\omega = \sqrt{a})^{db} = 0}$$

فرکانس محل تلاقی شیب اولیه $-40\frac{db}{dec}$ با محور فرکانس (خودش یا امتدادش)





Subject

Date

روش ۲: $\omega = 1$

$$20\log K_V = 20\underbrace{\log 1}_{0} + M(\omega = 1)^{db}$$

$$M(\omega = 1)^{db} = 20\log K_a$$

مقدار دامنه در فرکانس $\omega = 1$ به ازای شیب اولیه $-40\frac{db}{dec}$ یا همان $20\log K_a$ است