مکانیک جامدات ۲

(استاتیک ـ مقاومت مصالح ـ طراحی اجزاء)

مجموعهٔ مهندسی مکانیک

دکتر علیرضا گوهری انارکی

مؤسسهٔ آموزش عالی آزاد پارسه

پارسه

مقدمه ۷
مراحل طراحیِ واماندگی استاتیکی ۸
فرمول‌های طراحی استاتیکی ۱۵
محاسبه تنش معادل یا تنش Vonmises ۱۸
مقاومت حد تحمل ۲۷
ضریب اطمینان طراحی ۳۱
طراحی تحت تنش چند محوری ۳۴
تئوری‌ها به روش هندسی ۴۰
خستگی ۴۶
تخمین عمر خستگی قطعات در LCF و HCF ۴۷
ضرایب اثر پرداخت سطح ۵۰
فرمول طراحی ۵۵
دیاگرام واماندگی خستگی برای پیچش ۵۷
جوش‌ها ۷۰
انواع جوش ۷۱
سطح گلویی جوش ۷۳
طراحی استاتیکی و خستگی جوش‌ها ۷۳
طراحی خستگی ۷۴
طراحی استاتیکی ۷۵
پیچ‌ها و پرچ‌ها ۸۲
طراحی استاتیکی پیچ ۸۶

پیچ انتقال قدرت ۹۰
انتخاب موتور ۹۰
مثلث پیچ ۹۱
فنرها ۹۳
فنر مارپیچ حلقوی ۹۳
فنر حلقوی نوع باز ۹۴
فنر مارپیچ پیچشی ۹۶
یاتاقان‌ها ۱۰۵
یاتاقان‌های غلتشی ۱۰۵
انواع بیرینگ ۱۰۶
انواع رولربیرینگ‌ها ۱۰۷
عمر بیرینگ‌ها ۱۰۸
انواع روغن‌کاری ۱۱۱
دستگاه سی‌بولت ۱۱۳
روغن‌کاری پایدار ۱۱۴
تسمه Bet ۱۱۵
زنجیر Chain ۱۱۸
چرخدنده‌ها ۱۲۰
روش ساخت چرخدنده‌ها ۱۲۲
طراحی دنده از نظر استحکام سطحی ۱۲۷
چرخدنده هلیکال ۱۲۹
چرخدنده حلزونی ۱۳۰
تحلیل نیروها ۱۳۳
خستگی خمشی و سطحی در چرخدنده‌های حلزونی ۱۳۴
چرخدنده مخروطی ۱۳۶
کلاچ و ترمز ۱۳۷
کلاچ ترمزهای کفشکی با کفشک داخلی ۱۳۹
کلاچ و ترمز با کفشک خارجی جمع‌شونده ۱۴۳
کلاچ دیسکی ۱۴۵
ترمزهای دیسکی ۱۴۷
ترمز تسمه‌ای ۱۴۹
سوالات کنکور کارشناسی ارشد سال ۸۵ ..... ۱۶۲
پاسخ کنکور کارشناسی ارشد سال ۸۵ ..... ۱۶۴
سوالات کنکور کارشناسی ارشد سال ۸۶ ..... ۱۶۹
پاسخ کنکور کارشناسی ارشد سال ۸۶ ..... ۱۷۱
سوالات کنکور کارشناسی ارشد سال ۸۷ ..... ۱۷۵
پاسخ کنکور کارشناسی ارشد سال ۸۷ ..... ۱۷۷
سوالات کنکور کارشناسی ارشد سال ۸۸ ..... ۱۷۹
پاسخ کنکور کارشناسی ارشد سال ۸۸ ..... ۱۸۰

مقدمه

اصولاً واماندگی قطعات مکانیکی در اثر چندین منشا متفاوت می‌باشد. مانند تسلیم ـ شکست ـ خستگی ـ کمانش ـ سایش ـ خورده‌گی و غیره. در این درس کلمه Failure به معنای واماندگی می‌باشد و اصولاً دو نوع واماندگی مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

۱ـ واماندگی استاتیکی Static Failure

۲ـ واماندگی خستگی Fatigue Failure

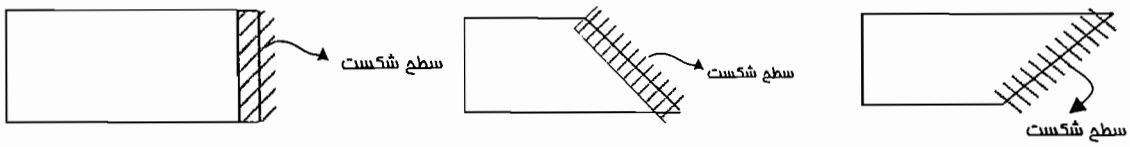
واماندگی استاتیکی که تحت بارهای استاتیکی ایجاد می‌شود، یا بر اساس تسلیم و یا بر اساس شکست انجام می‌گیرد و اصولاً انتخاب آن به سلیقه طراح می‌باشد. در حالت کلی در قطعات زمینی که مساله وزن سبک مدنظر نمی‌باشد، از معیار تسلیم استفاده می‌شود. برای قطعات هوایی که همیشه نسبت وزن به مقاومت می‌نیمم مدنظر است، طراحی بر اساس شکست انجام می‌گیرد.

واماندگی خستگی اصولاً تحت بارهای نوسانی انجام می‌گیرد. واماندگی خستگی در یک جسم بدین معنا است که در جسم ابتدا تحت بار نوسانی یک ترک ریز مهندسی ایجاد می‌شود که علم Fatigue Failure به آن می‌پردازد و به آن واماندگی خستگی گویند.

سپس این ترک ریز تحت بار نوسانی شروع به رشد می‌کند تا ترک به یک طول بحرانی برسد. وقتی ترک به طول بحرانی رسید یک شکست ناگهانی و سریع در جسم اتفاق می‌افتد و آن را Fast Fracture گویند.

در هر حال علم Fracture Failure به طرز و روش پیشروی ترک می‌پردازد. در درس طراحی اجزاء واماندگی حاصل از اعمال بار نوسانی فقط تا ناحیه بروز ترک مهندسی که آن را Fatigue می‌نامیم، مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

دانشجویان محترم دقت کنند که واماندگی استاتیکی و واماندگی خستگی دارای دو مکانیزم متفاوت می‌باشند. یا به عبارت بهتر در واماندگی استاتیکی ابتدا اتم‌ها کشیده شده و یکدیگر را جذب یا دفع می‌کنند و سپس لغزش لایه‌ها یا چرخش کریستال‌ها و شبکه‌ها به صورت dislocation یا نابه‌جایی انجام می‌گیرد و سپس قطعه به شرایط necking یا گلویی رسیده و می‌شکند. در هر حال مشاهده می‌شود که در واماندگی استاتیکی سطح شکست قطعه به صورت منظم و مرتب مانند زیر می‌باشد.



در صورتی‌که در بارهای نوسانی معمولاً ترک یا جوانه‌زنی از سطح آزاد جسم به صورت بیرون‌زدگی (Extrusion) و یا تورفتگی (intrusion) لایه‌ها شروع می‌شود و در واقع ترک ریزخستگی یا جوانه‌زنی شروع می‌شود. سپس رشد ترک در صفحه ماکزیمم تنش برشی انجام می‌گیرد و پس از مدتی رشد ترک در صفحه ماکزیمم تنش برشی انجام می‌گیرد و پس از مدتی رشد ترک در صفحه ماکزیمم تنش نرمال انجام می‌گیرد (مانند شکل زیر). یعنی در واقع قطعه‌ای که تحت بار نوسانی وامانده می‌شود سطح شکست آن یک سطح مرتب و منظم نمی‌باشد.

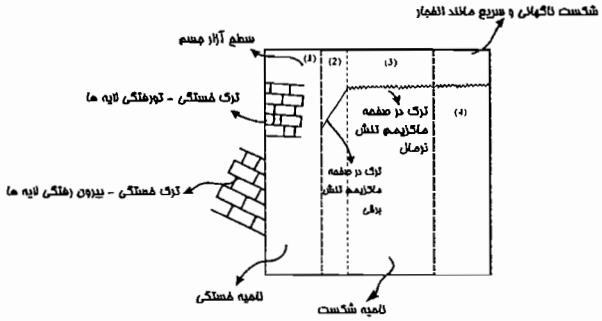
در شکل مقابل نواحی عبارت‌اند از:

ناحیه 1: بروز ترک ریز خستگی

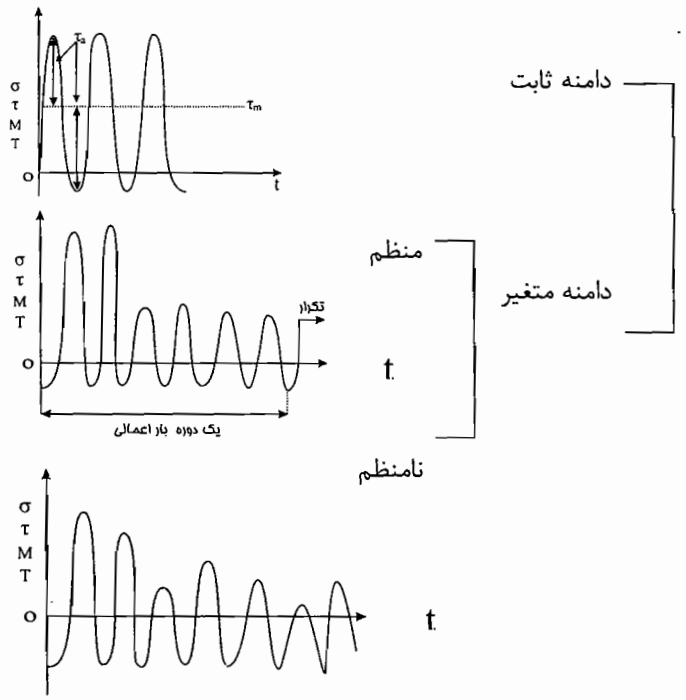
ناحیه 2: رشته ترک‌ها در صفحه ماکزیمم تنش برشی

ناحیه 3: رشته ترک‌ها در صفحه ماکزیمم تنش نرمال

ناحیه 4: ناحیه شکست ناگهانی



در هر حال در طراحی اجزاء 1 برای امتحان کنکور حتماً به این سطوح شکست در شرایط استاتیکی و خستگی توجه فرمایید.



در طراحی اجزاء، یک بار نوسانی با دامنه ثابت و دامنه متغیر از نوع منظم مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در طراحی قطعات تحت بار نوسانی از نوع دامنه متغیر و نامنظم از یک دستگاه به نام Rain flow استفاده می‌شود. این دستگاه در واقع بار نوسانی دامنه متغیر نوع نامنظم را به سادگی به بار نوسانی دامنه متغیر نوع منظم تبدیل می‌کند و سپس با حل روتین و استاندارد، قطعات طراحی می‌شوند.

مراحل طراحی واماندگی استاتیکی

اصولاً برای طراحی قطعات در مقابل واماندگی استاتیکی بایستی چهار مرحله زیر انجام گیرد.

۱ـ تعیین سطح بحرانی یعنی سطحی که بیشترین تنش ماکزیمم در آن‌جا وجود دارد. چنان‌چه جسم ساده باشد مانند تیرهای کوتاه یا متوسط یا بلند تیموشنکو می‌توان نقطه بحرانی را از روی دیاگرام‌های لنگر خمشی و دیاگرام گشتاور پیچشی و یا دیاگرام برش مستقیم به‌دست آورد. چنان‌چه جسم پیچیده باشد و یا به عبارت دیگر در صفحات و پوسته‌ها برای به‌دست آوردن سطح بحرانی بایستی از روش‌های تحلیلی و یا عددی استفاده نمود.

اصولاً روش‌های تحلیلی بسیار پیچیده می‌باشند و بهتر است از روش‌های عددی یا نرم‌افزارهای المان‌های محدود مانند NISA – Ansys ، Super – SAB و .... غیره استفاده نمود. در بخش زیر نمونه‌های از روش‌های تعیین سطح بحرانی روی جسم بحث خواهد شد.

۲ـ تعیین صفحات بحرانی یا (critical plane) یا صفحاتی که اجسام ایزوتروپیک در روی آن‌ها لغزش اتفاق می‌افتد. اصولاً برای اجسام ایزوتروپیک سه صفحه لغزش غالب وجود درد که در بخش بعدی به‌طور جامع به این صفحات لغزش و تنش‌های بحرانی روی ا ین صفحات پرداخته خواهد شد. لازم به ذکر است که هر نقطه از دایره مور در واقع نماینده تنش‌های نرمال و برشی در روی این صفحات بحرانی می‌باشد.

از این به بعد در این روش "تنش بحرانی" یعنی ماکزیمم تنش‌های غالب روی این صفحات را لغزش می‌نامیم.

۳ـ تعیین مقاومت حد استاتیکی ماده: این مقاومت فقط به جنس ماده وابسته است و جزو خواص استاتیکی هر ماده می‌باشد که توسط آزمایش کششی ساده در آزمایشگاه مقاومت مصالح برای فلزات مختلف اندازه‌گیری شده و در جداول استاندارد برای فلزات مختلف وجود دارد. این مقاومت‌های حد استاتیکی، برای بارهای کششی (یا فشاری) و بارهای برشی با هم متفاوت هستند. بین این خواص استاتیکی کششی و برشی روابط تجربی زیر وجود دارند.

S_{ut} مقاومت کششی نهایی

S_{uc} مقاومت فشاری نهایی

S_{yt} مقاومت تسلیم کششی

S_{yc} مقاومت تسلیم فشاری

S_{sy} مقاومت تسلیم برشی

S_{su} مقاومت برش نهایی

معمولاً در فلزات نرم:

$$S_{ut} = S_{uc} = S_{ut}$$

$$S_{yt} = S_{yc} = S_y$$

$$S_{sy} = 0.50 S_y$$

$$S_{su} = (0.6 - 0.75) S_{ut}$$

در اجسام شکننده

$$S_{uc} > S_{ut}$$

$$S_{ut} \cong S_{su}$$

در فصل بعدی اطلاعات بیشتری از خواص ماده ارایه خواهد شد.

۴ـ ضریب اطمینان مقاومت در طراحی اجزا (n_s)

پس از محاسبه تنش‌های بحرانی در صفحات بحرانی و هم‌چنین استخراج خواص ماده از جداول استاندارد، ضریب اطمینان طراحی به صورت زیر ارایه می‌شود.

طراحی بر اساس معیار تسلیم:
$$n_s = \frac{\text{مقاومت حد استاتیکی}}{\text{تنش بحرانی}} = \frac{\text{مقاومت تسلیم}}{\text{تنش بحرانی}}$$

طراحی بر اساس معیار شکست:
$$n_s = \frac{\text{مقاومت کششی نهایی یا فشاری}}{\text{تنش بحرانی}}$$

در فصل بعدی تمام فرمول‌های طراحی استاتیکی بر اساس این رابطه برای اجسام نرم و شکننده ارایه خواهند شد.

در هر حال اگر:

قطعه دچار واماندگی استاتیکی نمی‌شود. اگر $n_s > 1$

قطعه دچار واماندگی استاتیکی می‌شود . $n_s \leq 1$

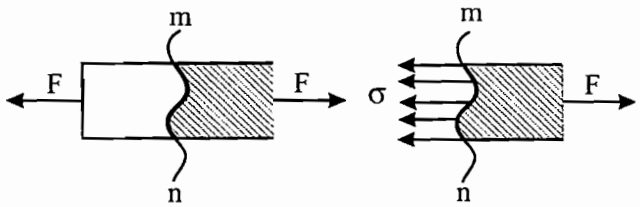
اصولاً انتخاب ضریب اطمینان طراحی بستگی به قاطعیت یا عدم قاطعیت طراح به طراحی خود دارد. طراحی که به محاسبات خود مطمین است اصولاً ضریب اطمینان طراحی را کوچک و مناسب در نظر می‌گیرد. هر چه ضریب اطمینان طراحی بیشتر انتخاب شود، وزن قطعه سنگین‌تر برآورد می‌گردد. در هر حال در قطعات هوایی که مساله وزن پایین مدنظر است، بایستی ضریب اطمینان کوچک

در نظر گرفته شود. در قطعاتی که مساله وزن اهمیت ندارد می‌توان از ضریب اطمینان بزرگ‌تری استفاده نمود. اصولاً در حالت کلی برای قطعاتی که نسبت وزن به مقاومت نسبتاً پایینی مدنظر است، (یا نسبت مقاومت به وزن نسبتاً بالایی مدنظر است) می‌توان n_s=1.5~2.5 در نظر گرفت. برای قطعاتی که از لحاظ ایمنی اهمیت دارند، مانند کابل یک آسانسور کفشک‌های ترمز و ..... غیره بهتر است. برای ضریب اطمینان از اعداد بزرگ‌تری، مانند n_s=5−10 و یا ترجیحاً 7 – 5 استفاده گردد. البته این اعداد پیشنهادی است و اصولاً انتخاب n_s به پارامترهای متعددی مانند ضریب اثر مونتاژ ـ ضریب اثر قاطعیت یا عدم قابلیت طراح در محاسبات ـ ضریب اثر عوامل غیرقابل پیش‌بینی و ..... غیره وابسته است و طراح بایستی در انتخاب این عدد مهارت خاصی از خود نشان دهد. در بخش بعدی اطلاعات جامع‌تری در مورد انواع ضرایب اطمینان در طراحی ارایه خواهد شد.

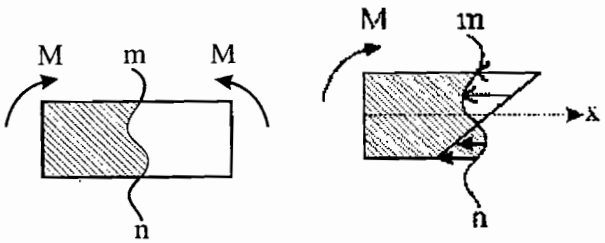
تعیین نقاط بحرانی:

برای این‌که نقاط بحرانی در یک جسم را به دست آوریم، خلاصه‌ای از فرمول‌های تنش در مقاومت مصالح را که در اثر چهار بار محوری ـ خمشی و پیچشی و برشی مستقیم به‌دست می‌آیند، مورد توجه قرار می‌گیرند.

بار محوری: در بار محوری اصولاً تنش ثابت و جهت آن عمود بر صفحه نیرو می‌باشد.

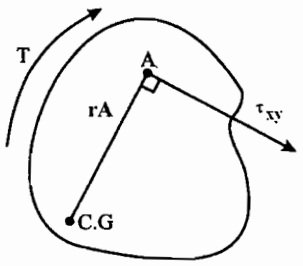


بار خمشی: تنش ناشی از بار خمشی در راستای عمود بر صفحه بوده و به صورت درجه یک و خطی توزیع می‌شود.



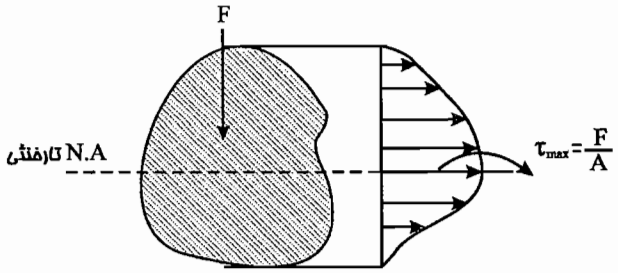
در تمام حالات مولفه تنش عمود بر مقطع تیر و در جهت x می‌باشد.

تنش پیچشی: در مقاومت مصالح برای محاسبه تنش پیچشی مقاطع دایره‌ای شکل از رابطه $\tau_{xy}=\frac{Tr}{J}$ استفاده می‌شود. در طراحی اجزا برای هر نوع مقطع از همان رابطه $\frac{Tr}{J}$ استفاده می‌گردد. جهت تنش عمود بر شعاع و مماس بر صفحه می‌باشد.



ماکزیمم تنش برش مستقیم: ماکزیمم تنش برش مستقیم از رابطه $\tau=\frac{VQ}{It}$ به‌دست می‌آید.

دقت شود برای مقاطعی که ماکزیمم تنش برشی در روی تار خنثی قرار دارند، می‌توان حداکثر مقدار تنش برش را (که معمولاً هم در طراحی استفاده می‌شود.) از رابطه زیر به‌دست آورید. اصولاً در امتحانات تست کنکور مقطعی را که ماکزیمم تنش برشی در روی تار خنثی است، مدنظر می‌باشد.



$$\tau_{max}=n\frac{F}{A}$$

که n عبار است از:

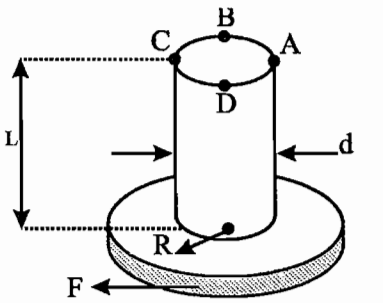
بر روی مقطع مربع مستطی $n=\frac{3}{2}$

برای دایره توپر $n=\frac{4}{3}$

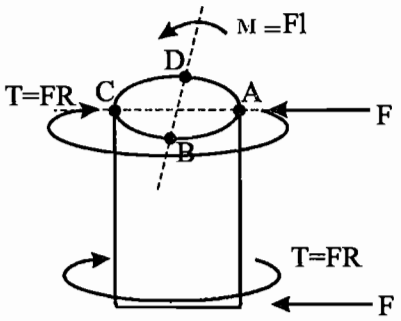
برای دایره توخالی $n=2$

برای اشکال ساده می‌توان نقاط بحرانی را از روی دیاگرام‌های لنگر خمشی و پیچشی و برشی مستقیم به‌دست آورد.

مثال : در جسم زیر با مشخصات هندسی داده شده، نشان دهید کدام یک از نقاط D, C, B, A در محل تکیه‌گاه، بحرانی محسوب می‌شوند؟ مساله پارامتری حل شده و شکل روند حل چنین مسایلی را نشان می‌دهد.

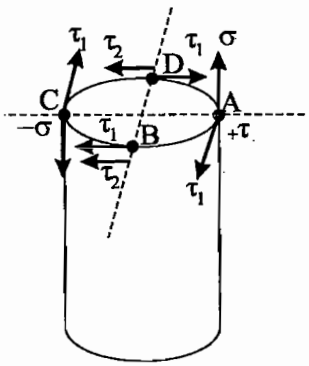


حل: ابتدا محل تکیه‌گاه که به صورت یک تیر یک سرگیردار می‌باشد و ماکزیمم لنگرخمشی در آن وجود دارد را به عنوان سطح بحرانی در نظر می‌گیریم و تمام نیروها را روی این سطح بحرانی نشان می‌دهیم.



یعنی در روی مقطع بحرانی ABCD سه نیروی F و ممان $M=F\ell$ و گشتاور پیچشی $T=FR$ عمل می‌کند. حال مولفه‌های تنش را در این سطح برای تمام نقاط می‌نویسیم. تنش‌ها به شرح زیر می‌باشند.

دقت شود که تنش برشی ناشی از نیروی F که $\tau=\frac{VQ}{It}$ می‌باشد در C,A مقدار صفر می‌باشند.



$$\sigma=\frac{MC}{I}=\frac{F\ell\times\frac{d}{L}}{\pi\frac{d^4}{6^4}}$$

$$\tau_1=\frac{Tr}{J}=\frac{FR\times\frac{d}{2}}{\pi\frac{d^4}{3^2}}$$

$$\tau_2=n\frac{F}{A}=\frac{4}{3}\frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}}$$

فرض: یعنی مقادیر تنش‌های σ,τ_1,τ_2 مقادیر معلوم می‌باشند.

دقت شود که با توجه به مولفه‌های تنش، نقاط A یا B یا C بحرانی می‌باشند.

اگر جسم شکننده باشد، بین نقاط A و C نقطه A بحرانی‌تر است. زیرا اجسام شکننده در مقابل فشار مقاوم‌تر می‌باشند و در مقابل کشش ضعیف‌ترند لذا اگر جسم شکننده باشد، یا نقطه A بحرانی است یا نقطه B.

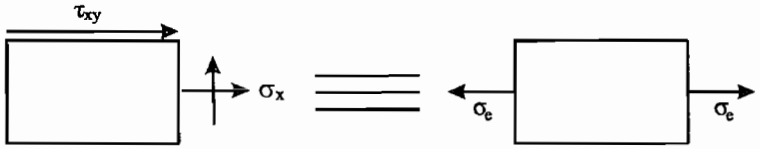
اگر جسم نرم باشد چون اجسام نرم در مقابل کشش و فشار دارای مقاومت یکسان می‌باشند، لذا شرایط A و C یکسان بوده و در حالت کلی یا A بحرانی است یا B

نکته بسیار مهم: در بالا مشاهده شد که اگر جسم نرم و یا شکننده باشد، دو نقطه A و یا B بحرانی می‌باشند، حال برای این‌که بین دو نقطه A و B بحرانی‌ترین انتخاب شود بایستی حتماً تنش‌های بحرانی عامل واماندگی که در صفحات لغزش می‌باشد را تعیین و تنش‌های بحرانی را با هم مقایسه نمود. در فصل‌های بعد این صفحات بحرانی برای اجسام نرم و شکننده تعیین خواهند شد.

لذا فعلاً قبل از این‌که این صفحات بحرانی به طور جامع موردبحث قرار گیرند، دانشجویان محترم برای مقایسه وضعیت دو نقطه به صورت زیر عمل نمایند.

لذا:

فرض جسم نرم باشد: برای اجسام نرم سه صفحه بحرانی وجود دارد که در روی آن‌ها بزرگ‌ترین تنش اصلی $-\sigma_1$ بزرگ‌ترین تنش برشی واقعی τ_{max} و تنش معادل یا Vonmises (σ_e) تنش‌های بحرانی می‌باشند. لذا بایستی در نقاط A و B بسته به نوع صفحه لغزش یا صفحه بحرانی تنش‌های بحرانی محاسبه و مقایسه شوند. چون در این‌جا هدف مقایسه بین وضعیت دو نقطه است، لذا از هر کدام از صفحات لغزشی استفاده شود فرقی نمی‌کند و بایستی منجر به یک جواب شود. لذا از تنش معادل σ_e که ساده‌تر است استفاده می‌کنیم، یعنی: فرض در یک نقطه مولفه‌های تنش σ_x و τ_{xy} وجود دارند. در یکی از صفحات بحرانی تنش معادل σ_e وجود دارد که بین آن‌ها رابطه زیر برقرار است، یعنی $\sigma_e=\sqrt{\sigma_x^2+3\tau_y^2}$



که

$$\sigma_e=\sqrt{\sigma_x^2+3\tau_{xy}^2}$$

پس مولفه‌های تنش‌های معادل در A و B عبارت‌اند از:

$$\sigma_{eA}=\sqrt{\sigma^2+3\tau_1^2}$$

$$\sigma_{eB}=\sqrt{0^2+3\left(\tau_1+\tau_2\right)^2}$$

هر کدام از تنش‌های معادل که بزرگ‌تر باشند، بحرانی‌تر می‌باشند.

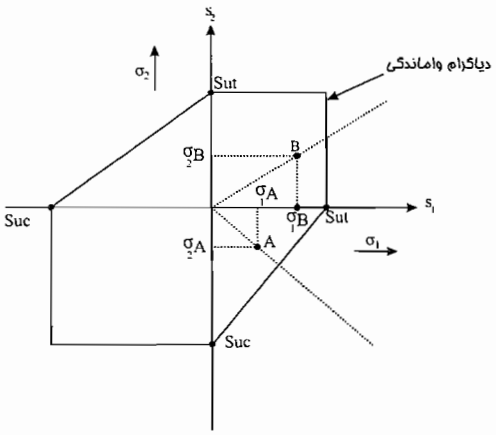
یعنی اگر فرض کنیم $\sigma_{eA}>\sigma_{eB}$ است پس نقطه بحرانی در A می‌باشد و واماندگی از این نقطه شروع می‌شود.

فرض کنیم جسم شکننده باشد: همان‌طور که بعداً اشاره خواهد شد اصولاً تئوری لغزشی در اجسام شکننده که دارای تغییر شکل‌های پلاستیک نمی‌باشند، دیگر قابل استفاده نبوده و از تئوری‌های شکست بایستی استفاده شود. چون به‌دست آوردن یک فرمول خاص برای طراحی اجسام شکننده تحت تنش‌های چند محوری کششی و فشاری وجود ندارد، لذا در اجسام شکننده شرایط واماندگی بر اساس روش ترسیمی انجام می‌گیرد. یعنی در نقطه A و B ابتدا تنش‌های اصلی محاسبه می‌شوند:

$$\sigma_{1A},\sigma_{2A}=\frac{\sigma}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2+\tau_1^2}$$

$$\sigma_{1B},\sigma_{2B}=\frac{0}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{0}{2}\right)^2+\left(\tau_1+\tau_2\right)^2}$$

حال دیاگرام واماندگی اجسام شکننده (که در فصل بعد توضیح داده می‌شود، که اصولاً تئوری کلمب موهر از همه مطمئن‌تر است.) را رسم کرده و نقاط عمل یا نقاط کاری $A\left(\sigma_{1A},\sigma_{2A}\right)$, $B\left(\sigma_{1B},\sigma_{2B}\right)$ در روی این دیاگرام رسم و ضریب اطمینان به روش ترسیمی (که در فصل بعدی ذکر شده است.) محاسبه خواهد شد. دقت شود که بزرگ‌ترین تنش اصلی بین σ_1 و σ_2 را در روی محور افقی و کوچک‌ترین را در روی محور عمودی رسم می‌کنیم.



فرض: مثلاً نقطه عمل A در ربع دوم و نقطه عمل B در ربع اول است. ضریب اطمینان طراحی محاسبه خواهد شد، یعنی:

$$\begin{cases}\dfrac{S_1}{S_{ut}}-\dfrac{S_2}{S_{uc}}=1\\ S_2=-\dfrac{\sigma_{1A}}{\sigma_{2A}}S_1\end{cases}$$

از تقاطع دو معادله S_2 محاسبه می‌شود و سپس ضریب اطمینان نقطه A برابر است با:

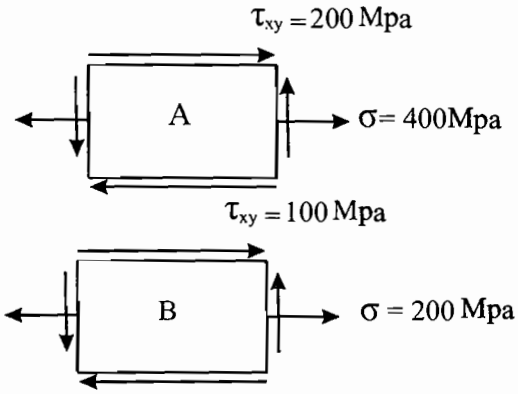
$$n_{SA}=\frac{S_A}{S_{2A}} \quad \Rightarrow \quad n_{SA}=\frac{S_2}{\sigma_{2A}}$$

ضریب اطمینان نقطه B عبارت است از:

$$n_{SB}=\frac{S_{ut}}{\sigma_{1B}}$$

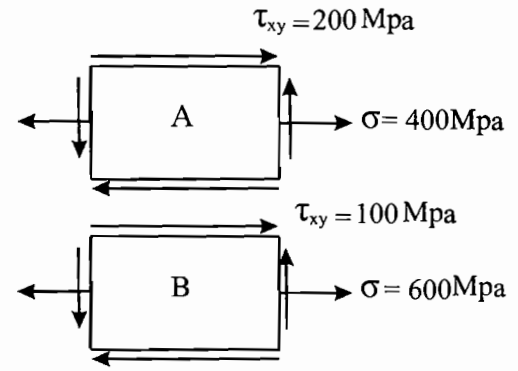
حال n_{SA} و n_{SB} مقایسه می‌شود هر کدام کوچک‌تر بود بحرانی‌تر می‌باشد و امکان شکست در آن بیشتر است. مثلاً فرضاً اگر $n_{SA} > Sn_{SB}$ باشد، بدین معناست که نقطه B بحرانی است و امکان شکست در آن بیشتر است.

مثال : در جسم فرم زیر کدام نقطه بحرانی‌تر است A یا B ؟



حل: برای مقایسه همان‌طوری که قبلاً اشاره شد بایستی تنش‌های بحرانی مقایسه شوند ولی در این مثال دیگر نیاز به صفحات لغزش و محاسبه تنش‌های بحرانی بر روی آن نمی‌باشد. زیرا در نقطه B هم تنش نرمال آن کمتر از A است و هم تنش برشی آن کمتر از A است پس نتیجه می‌گیریم که نقطه A بحرانی‌تر است.

مثال : در جسم زیر کدام نقطه بحرانی‌تر است A یا B ؟



حل: بر خلاف مثال قبل در این‌جا نقطه B دارای تنش نرمال بزرگ‌تر از A و یا تنش برشی کوچک‌تر از A می‌باشد. لذا بایستی تنش‌های بحرانی در صفحه لغزشی مربوط با هم مقایسه شوند. چون مساله مقایسه مطرح است، لذا از تئوری ساده‌تر Vonmises یا در واقع تنش معادل σ_e استفاده می‌شود.

$$\sigma_e=\sqrt{\sigma^2+3\tau^2}$$

$$\sigma_{eA}=\sqrt{(400)^2+3(200)^2}$$

$$\sigma_{eB}=\sqrt{(600)^2+3(100)^2}$$

هر کدام از تنش‌های معادل که بیشتر باشند آن نقطه بحرانی است.

فرمول‌های طراحی استاتیکی

a) برای تنش‌های تک محوری:

یعنی اگر در نقطه بحرانی جسم که در فصل قبل روش پیدا کردن آن توضیح داده شده فقط یک نوع تنش تک محوری σ یا τ وجود داشته باشد، طراحی به صورت زیر است:

برای جسم نرم:

طراحی استاتیکی بر اساس معیار تسلیم

$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_{max}} \qquad (1)$$

$$n_s = \frac{S_{sy}}{\tau_{max}} \qquad (2)$$

که $S_{sy} = 0.5 S_y$

طراحی استاتیکی بر اساس معیار شکست

$$n_s = \frac{S_{ut}}{\sigma_{max}} \qquad (3)$$

$$n_s = \frac{S_{su}}{\tau_{max}} \qquad (4)$$

فرمول (1) و (3) برای اجسامی است که تحت تنش‌های نرمال کششی یا فشاری σ قرار دارند. فرمول‌های (2) و (4) برای موقعی است که جسم تحت تنش‌های برشی قرار دارند.

برای جسم شکننده: اصولاً در اجسام شکننده تغییر شکل پلاستیک ایجاد نمی‌شود و طراحی فقط بر اساس معیار تنش است، یعنی:

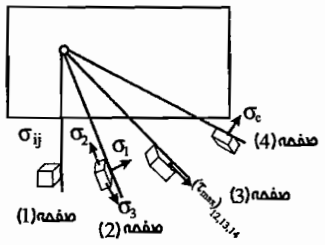
$$n_s = \frac{S_{ut}}{\sigma_{max}} \qquad (3)$$ اگر تنش کششی باشد.

$$n_s = \frac{S_{uc}}{\sigma_{max}} \qquad (4)$$ اگر تنش فشاری باشد.

$$n_s = \frac{S_{su}}{\tau_{max}} \qquad (5)$$ اگر تنش برشی باشد.

b) فرمول‌های طراحی برای تنش‌های چند محوری: اجسام نرم

اگر در نقطه بحرانی یک جسم نوع تنش‌ها متفاوت یا به عبارت دیگر چند محوری باشند، واماندگی شدیداً به این صفحات وابسته است و بایستی تنش‌های بحرانی در روی این صفحات محاسبه گردد. یعنی:



$$\text{ضریب اطمینان } n_s = \frac{\text{مقاومت حد}}{\text{تنش بحرانی}}$$

با توجه به این‌که کدام یک از صفحات به عنوان صفحات بحرانی به حساب می‌آیند، بایستی ماکزیمم تنش بحرانی را در آن صفحه به‌دست آورد و در فرمول بالا قرار دارد. یعنی

اگر $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ باشد و صفحه (1) صفحه بحرانی باشد داریم:

$$\boxed{n_s = \frac{S_y}{\sigma_1}} \qquad (۱)$$

اگر صفحه 3 بحرانی باشد، بایستی بین $\left(\tau_{max}\right)_{12,13,13}$ بزرگ‌ترین آن‌ها محاسبه شود. فرض کنیم بزرگ‌ترین آن‌ها $\left(\tau_{max}\right)_{13}$ باشد.

$$n_s = \frac{S_{sy}}{\left(\tau_{max}\right)_{13}}$$

از طرفی می‌دانیم که $\left(\tau_{max}\right)_{13} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ و $S_{sy} = 0.5 S_y$ پس:

$$\boxed{n_s = \frac{S_y}{\sigma_1 - \sigma_3}} \qquad (۲)$$

اگر صفحه 4 بحرانی باشد.

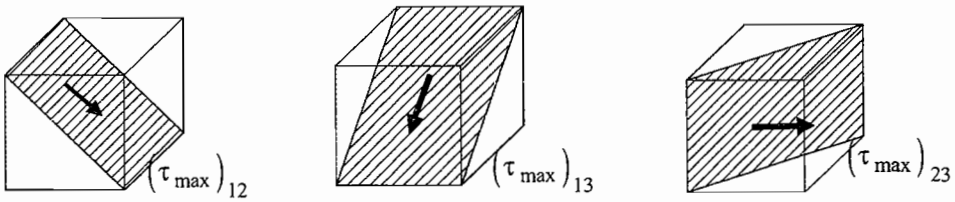
$$\boxed{n_s = \frac{S_y}{\sigma_e}} \qquad (۳)$$

تذکر مهم: بین سه صفحه 3, 2, 1 اصولاً صفحه لغزش دوم یعنی صفحه ماکزیمم تنش برشی از دو صفحه دیگر مطمئن‌تر است و در طراحی جواب‌های آن همواره overestimate است. پس اگر در مسایل نوع تئوری ذکر نشد، ترجیحاً تئوری دوم یا فرمول دوم $n_s = \frac{S_y}{\sigma_1 - \sigma_3}$ استفاده شود.

راهنمایی: برای استفاده از فرمول‌های (۱) و (۲) و (۳) در قبل نیاز به دانستن تنش‌های اصلی و ماکزیمم تنش برشی τ_{max} و تنش‌های معادل می‌باشد.

معمولاً در مسایل مولفه‌های تنش σ_{ij} در صفحه قایم (یا در صفحه (۱) شکل قبل) در دسترس می‌باشد و طراح بایستی تنش‌های اصلی و تنش‌های معادل را به‌دست آورد. فرمول‌های زیر برای کمک به این موضوع اهمیت دارند.

تذکر: در صفحه (3) بالا سه صفحه ماکزیمم تنش برشی به صورت زیر ایجاد واماندگی می‌کنند.



$$\sigma_{ij}=\begin{bmatrix}\sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz}\\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz}\\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z\end{bmatrix}$$ مولفه‌های تنش در صفحه قایم در شرایط سه بعدی

محاسبه تنش‌های اصلی: برای محاسبه تنش‌های اصلی بایستی دترمینان ماتریس را برابر صفر قرار داد. (دقت شود که دایره مور سه بعدی در امتحان تست وقت‌گیر است و بهتر است، مانند زیر از روش‌های ریاضی مساله دنبال شود)

$$\begin{vmatrix}\sigma_x-\sigma & \tau_{xy} & \tau_{xt}\\ \tau_{yx} & \sigma_y-\sigma & \tau_{yz}\\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z-\sigma\end{vmatrix}=0$$

از حل این دترمینان یکِ معادله درجه سوم به‌دست می‌آید که ریشه‌های آن تنش‌های اصلی می‌باشند. یعنی:

$$\sigma^3+A\sigma^2+B\sigma+C=0$$

$\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3$ تنش‌های اصلی محاسبه می‌شوند

دقت شود برای این‌که چک کنیم آیا حل مساله صحیح است یا خیر؟ همواره بایستی این رابطه بین تنش‌های اصلی و تنش‌های موجود در صفحه قایم برقرار باشد.

$$\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z=\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3$$

اگر مولفه‌های تنش دوبعدی باشند.

$$\sigma_{iy}=\begin{bmatrix}\sigma_x & \tau_{xy}\\ \tau_{xy} & \sigma_y\end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}\sigma_x-\sigma & \tau_{xy}\\ \tau_{xy} & \sigma_y-\sigma\end{vmatrix}=0$$

با حل این دترمینان یک معادل درجه دوم به دست می‌آید که ریشه‌های آن تنش‌های اصلی می‌باشند. یعنی:

$\sigma^2+A\sigma+B=0 \Rightarrow \sigma_1,\sigma_2$ محاسبه می‌شوند

در واقع این تنش‌ها در دوبعدی به صورت زیر در می‌آیند.

در بخش دایره مور درس مقاومت مصالح نیز با آن آشنایی دارید.

$$\sigma_1,\sigma_2=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2}$$

محاسبه ماکزیمم تنش برشی:

$$(\tau_{max})_{12}=\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}$$

$$(\tau_{max})_{13}=\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}$$

$$(\tau_{max})_{23}=\frac{\sigma_2-\sigma_3}{2}$$

بزرگ‌ترین این تنش‌ها را ماکزیمم تنش برشی واقعی گویند و این ماکزیمم تنش برشی واقعی نیز تنش بحرانی در صفحه (۳) شکل قبل محسوب می‌شود. مثلاً اگر $(\tau_{max})_{23}$ بزرگ‌ترین آن‌ها باشد، فرمول طراحی به صورت $n_s=\frac{S_y}{\sigma_2-\sigma_3}$ در می‌آید.

محاسبه تنش معادل یا تنش Vonmises

این تنش در روی صفحه اوکتاهدرال تشکیل می‌شود که در واقع کار قسمتی از τ_{oct} و σ_{oct} را انجام می‌دهد و به آن تنش معادل σ_e گویند و از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$\sigma_e=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2+(\sigma_y-\sigma_z)^2+(\sigma_z-\sigma_x)^2+6(\tau_{xy}^2+\tau_{xz}^2+\tau_{yz}^2)} \quad (۱)$$

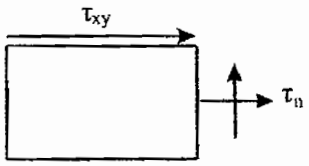
اگر تنش‌های برشی صفر شوند تنش‌های $\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z$ خود نیز تنش‌های اصلی محسوب می‌شوند و σ_e عبارت است از:

$$\sigma_e=\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2} \quad (۲)$$

اگر یکی از تنش‌های اصلی مثلاً $\sigma_3=0$ شود در فضای دوبعدی، فرمول (2) به‌صورت زیر در می‌آید.

$$\sigma_e=\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2-\sigma_1\sigma_2} \quad (۳)$$

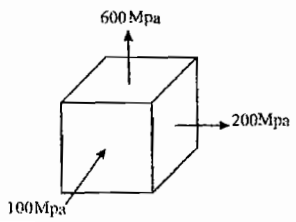
اگر در یک فضای دوبعدی مولفه‌های تنش σ_x و τ_{xy} موجود باشد، در رابطه (۱) بالا به جای تنش‌های σ_y و σ_z و τ_{xy} و τ_{yz} مقدار صفر قرار می‌دهیم و خواهیم داشت:



$$\sigma_e=\sqrt{\sigma_x^2+3\tau_{xy}^2} \quad (۴)$$

پس از محاسبه σ_e از روابط بالا فرمول طراحی به‌صورت $n_s=\frac{S_y}{\sigma_e}$ در می‌آید.

مثال : مولفه‌های تنش در یک نقطه به صورت زیر می‌باشند تعیین کنید،
ماکزیمم تنش برشی و اقعی چقدر است؟
هم‌چنین اگر مقاومت تسلیم ماده 300Mpa باشد، آیا جسم وامانده می‌شود یا خیر؟



جواب : چون برش صفر است تنش‌ها خود اصلی محسوب می‌شوند، یعنی مثلاً

$\sigma_1 = 200$

$\sigma_2 = -100$

$\sigma_3 = 600$

$$\left(\tau_{max}\right)_{12} = \frac{200-(-100)}{2} = 150\,Mpa$$

$$\left(\tau_{max}\right)_{13} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{200-600}{2} = -200\,Mpa$$

$$\left(\tau_{max}\right)_{23} = \frac{-100-600}{2} = -350\ Mpa$$

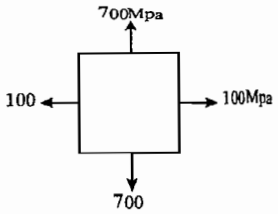
یعنی ماکزیمم تنش برشی واقعی $\left(\tau_{max}\right)_{23} = -350\,Mpa$ یا $\left(\tau_{max}\right)_{23} = +350\,Mpa$ می‌باشد. پس:

$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_2 - \sigma_3} \quad \text{یا} \quad n_s = \frac{S_y}{\sigma_3 - \sigma_4}$$

$$n_s = \frac{300}{600-(-100)} = \frac{300}{700} = \frac{3}{7}$$

چون $n_s < 1$ است، پس جسم وامانده می‌شود.

مثال : مولفه‌های تنش در یک نقطه به صورت زیر است، اولاً تعیین کنید ماکزیمم تنش برشی واقعی و ماکزیمم تنش برشی صفحه‌ای را. ثانیاً اگر مقاومت تسلیم ماده $300\,Mpa$ باشد آیا جسم وامانده می‌شود یا خیر.



جواب :

نکته بسیار مهم: در مسایل دوبعدی که از تئوری ماکزیمم تنش برشی برای طراحی استفاده می‌شود، حتماً در جهتی که ضخامت نازک است و تنش اصلی آن صفر است، نیز بایستی این تنش صفر در محاسبات ماکزیمم تنش برش واقعی منظور شوند، زیرا در یک ضخامت کوچک حتی با حداقل دو اتم نیز می‌تواند لغزش اتفاق افتد، لذا در این مساله دقت شود که حتماً تنش اصلی $\sigma_3 = 0$ نیز منظور گردد پس:

$\sigma_1 = 100\,Mpa$

$\sigma_2 = 700\,Mpa$

$\sigma_3 = 0$ مهم است

$$\left(\tau_{max}\right)_{12} = \frac{700-100}{2} = 300\,Mpa$$

$$\left(\tau_{max}\right)_{13} = \frac{100-0}{2} = 50\,Mpa$$

$$\left(\tau_{max}\right)_{23} = \frac{700-0}{2} = 350\,Mpa$$

یعنی ماکزیمم تنش برشی واقعی $\left(\tau_{max}\right)_{23}=350\,Mpa$ است.

ماکزیمم تنش برشی صفحه‌ای، یعنی تنشی که در صفحه بالا وجود دارد، یعنی:

$$\left(\tau_{max}\right)_{\text{صفحه‌ای}}=\frac{700-100}{2}=300\,Mpa$$

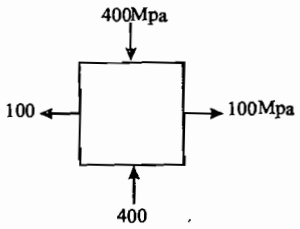
برای بررسی واماندگی داریم:

$$n_s=\frac{S_{sy}}{\left(\tau_{max}\right)_{23}}=\frac{0.5S_y}{\frac{700-0}{2}}$$

$$n_s=\frac{S_y}{400-0}=\frac{300}{700}=\frac{3}{7}$$

چون $n_s<1$ است پس جسم وامانده می‌شود.

مثال : در یک جسم مولفه‌های تنش به صورت زیر می‌باشند، اولاً ماکزیمم تنش برشی واقعی و ماکزیمم تنش برش صفحه‌ای را، ثانیاً اگر مقاومت تسلیم ماده $300\,Mpa$ باشد، آیا جسم دچار واماندگی می‌شود یا خیر؟



جواب :

$\sigma_1=100\,Mpa$

$\sigma_2=-400\,Mpa$

$\sigma_3=0$ مهم است

$$\left(\tau_{max}\right)_{12}=\frac{100-(-400)}{2}=250\,Mpa$$

$$\left(\tau_{max}\right)_{13}=\frac{100-0}{2}=50\,Mpa$$

$$\left(\tau_{max}\right)_{23}=\frac{0-(-400)}{2}=200\,Mpa$$

یعنی ماکزیمم تنش برش واقعی $\left(\tau_{max}\right)_{12}$ $250\,Mpa$ می‌باشد.

ماکزیمم تنش برشی صفحه‌ای عبارت است از:

$$\left(\tau_{max}\right)_{\text{صفحه‌ای}}=\frac{100-(-400)}{2}=250\,Mpa$$

یعنی ماکزیمم تنش برش واقعی و ماکزیمم تنش برشی صفحه‌ای با هم یکسان هستند. در حالت کلی در فضای دوبعدی هر گاه تنش‌های اصلی σ_1,σ_2 مختلف‌العلامه باشند، همواره ماکزیمم تنش برش واقعی و صفحه‌ای با یکدیگر برابر می‌شوند.

$$n_s=\frac{S_{sy}}{\left(\tau_{max}\right)_{12}}=\frac{150}{250}=\frac{3}{5}$$

چون $n_s<1$ است پس جسم دچار واماندگی می‌شود.

مثال : مولفه‌های تنش در یک نقطه به صورت زیر می‌باشند تعیین کنید. بر اساس تئوری ماکزیمم تنش اصلی واماندگی موقعی آغاز می‌شود که:

$$\sigma_{ij}=\begin{bmatrix}3\sigma & 3\sigma & 3\sigma\\ 3\sigma & 3\sigma & 3\sigma\\ 3\sigma & 3\sigma & 3\sigma\end{bmatrix}$$

(۱) $\sigma=\frac{2}{3}S_y$ (۲) $\sigma=\frac{1}{3}S_y$

(۳) $\sigma=\frac{1}{9}S_y$ (۴) $\sigma=\frac{2}{3}S_y$

جواب : ابتدا تنش‌های اصلی محاسبه می‌شود.

$$\begin{vmatrix}3\sigma-x & 3\sigma & 3\sigma\\ 3\sigma & 3\sigma-x & 3\sigma\\ 3\sigma & 3\sigma & 3\sigma-x\end{vmatrix}=0$$

یک معادله درجه سوم $x^3=Ax^2+Bx+2=0$ تشکیل می‌شود که ریشه‌های آن عبارت‌اند از:

$\sigma_1=9\sigma$

$\sigma_2=0$

$\sigma_3=0$

همان‌طوری که قبلاً گفته شد، برای بررسی صحت حل مساله بایستی $\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3+\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z=9\sigma$ باشد.

$$n_s=\frac{S_y}{\sigma_{max}}=\frac{S_y}{\sigma_1}$$

$$n_s=\frac{S_y}{9\sigma}$$

برای شروع واماندگی بایستی $n_s=1$ باشد، پس:

$$9\sigma=S_y \text{ یا } \sigma=\frac{1}{9}S_y$$

یعنی گزینه ۳ صحیح است.

تذکر مهم: هر گاه مولفه‌های تنش در یک نقطه همگی با هم برابر و مثلاً σ_0 باشند (مانند مثال قبل یا مثال زیر) مولفه‌های تنش‌های اصلی 0 , 0 و سه برابر σ_0 یعنی $3\sigma_0$ می‌باشند. مثلاً

$$\sigma_{xy}=\begin{bmatrix}\sigma_0 & \sigma_0 & \sigma_0\\ \sigma_0 & \sigma_0 & \sigma_0\\ \sigma_0 & \sigma_0 & \sigma_0\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix}\sigma_1=3\sigma_0\\ \sigma_2=0\\ \sigma_3=0\end{matrix}$$

یا در حالت دوبعدی:

$$\sigma_{xy}=\begin{bmatrix}\sigma_0 & \sigma_0\\ \sigma_0 & \sigma_0\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix}\sigma_1=2\sigma_0\\ \sigma_2=0\end{matrix}$$

مثال : مولفه‌های تنش در یک نقطه به صورت زیر می‌باشند. تعیین کنید کدام یک از مولفه‌های تنش اصلی صحیح است.

$$\sigma_{ij}=\begin{bmatrix}100 & -200 & 0\\ -200 & 400 & 0\\ 0 & 0 & 100\end{bmatrix}\text{Mpa}$$

۱) $400,500,200$ ۲) $100,200,-200$

۳) $-300,400,500$ ۴) $200,300,100$

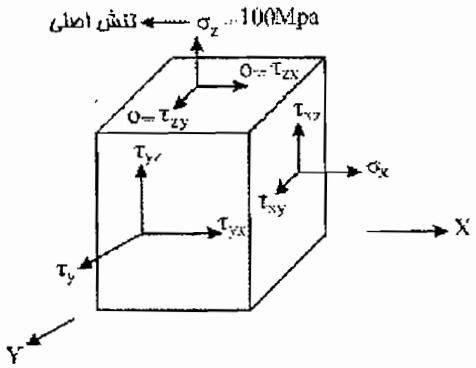
جواب : این مساله به دو صورت کلی و تستی قابل حل است.

روش کلی:

$$\begin{vmatrix}100-\sigma & -200 & 0\\ -200 & 400-\sigma & 0\\ 0 & 0 & 100-\sigma\end{vmatrix}=0 \quad\Rightarrow\quad \sigma^3+A\sigma^2+B\sigma+2=0$$

با حل این معادله درجه سوم ریشه‌های $\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3$ محاسبه می‌شوند.

روش تستی: در این مساله اولاً بایستی $\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3=\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z=100+400+100=600\text{Mpa}$ باشد. لذا یا گزینه 3 جواب است یا گزینه ۴. ثانیاً چون در ماتریس تنش $\tau_{xz}=\tau_{yz}=0$ است، لذا تنش $\sigma_z=100\text{Mpa}$ خود نیز یکی از تنش‌های اصلی می‌باشد و مثلاً $\sigma_1=100$ می‌باشد. پس بین گزینه ۳ و ۴ گزینه ۴ جواب مساله است.



تذکر: دانشجویان محترم دقت نمایید که از حل معادله درجه سوم بالا شاید جواب گزینه 4 استخراج نشود، زیرا صرفاً این یک مثالی است که روند حل را به عنوان یک مساله تستی بیان می‌کند.

c) فرمول‌های طراحی برای تنش چند محوری برای اجسام شکننده

اصولاً در اجسام شکننده چون تغییر شکل پلاستیک و خمیری وجود ندارد، لذا صفحات واماندگی به صورت صفحات لغزشی نمی‌باشند، و مکانیزم شکست پیچیده‌تر می‌باشد. در هر حال برای طراحی اجسام شکننده تحت تنش چند محوری بایستی از روش ترسیمی استفاده نمود. چون روش ترسیمی سه بعدی مشکل می‌باشد، لذا در دوره کارشناسی طراحی قطعات شکننده در شرایط دوبعدی انجام می‌گیرد. یعنی $\sigma_3=0$، فرضاً در یک نقطه بحرانی از جسم شکننده مولفه‌های تنش‌های اصلی σ_1,σ_2 را محاسبه می‌کنیم. این نقطه بحرانی را نقطه عمل $A(\sigma_1,\sigma_2)$ می‌نامیم.

حال یک محور S_1-S_2 رسم می‌کنیم که در روی محور S_1 مقادیر تنش‌های اصلی σ_1 و در روی محور S_2 مقادیر تنش‌های اصلی σ_2 انتخاب می‌شوند.

دقت شود که همیشه عدد بزرگ‌تر را σ_1 و کوچک‌تر را σ_2 می‌نامیم، سه تئوری برای طراحی وجود دارد.

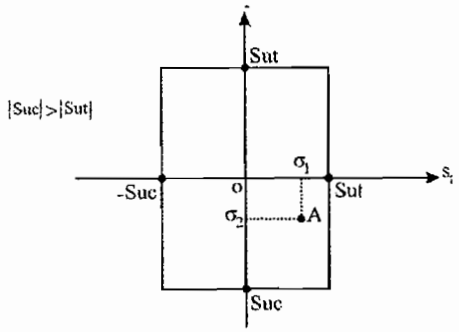
۱ـ تئوری ماکزیمم تنش اصلی

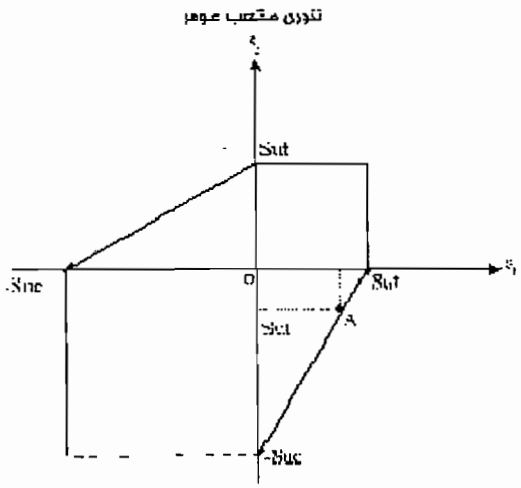
۲ـ تئوری کلمب ـ موهر

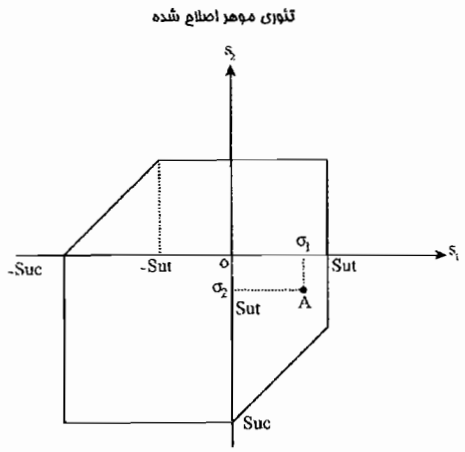
۳ـ تئوری موهر اصلاح شده

دقت شود که همیشه تئوری دوم کلمب موهر مطمئن‌ترین تئوری است. (همواره به معنای دقیق‌ترین نمی‌باشد.) و همواره جواب‌های آن Overestimate است.

تنش ماکزیمم تنش اصلی



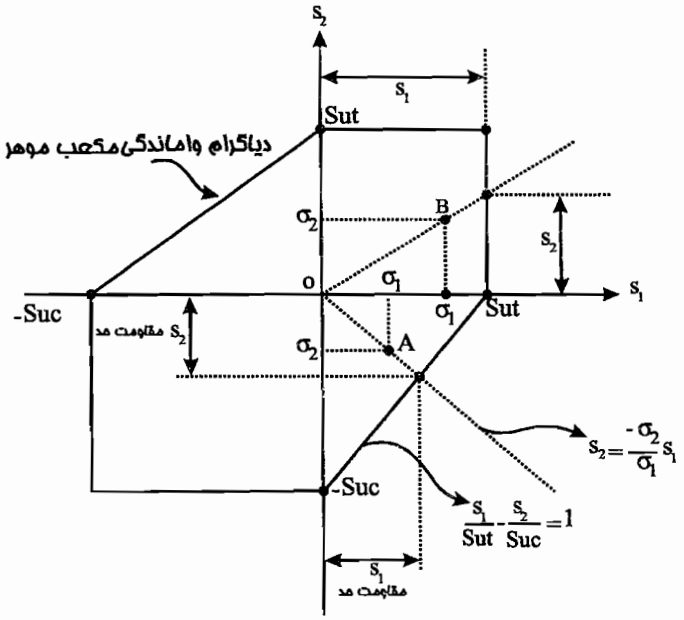




شکل بالا دیاگرام واماندگی اجسام شکننده را بر اساس سه تئوری شکست نشان می‌دهد. متاسفانه برخلاف اجسام نرم برای اجسام شکننده نمی‌توان به یک فرمول خاصی که در هر چهار ناحیه دیاگرام معتبر باشد دست یافت. زیرا مقاومت کششی S_{ut} و مقاومت فشاری S_{uc} در اجسام شکننده با یکدیگر مساوی نمی‌باشند، لذا برای حل مسایل از روش ترسیمی استفاده می‌شود.

یعنی ابتدا نقطه عمل $A(\sigma_1,\sigma_2)$ را که قبلاً در نقطه بحرانی جسم به‌دست آورده‌ایم را در روی دیاگرام واماندگی رسم می‌کنیم. سپس از مبدا مختصات به نقطه عمل وصل کرده، دیاگرام واماندگی را در یک نقطه قطع نمایند. از تقاطع این خط عمل و دیاگرام واماندگی مقاومت حد ماده به‌دست می‌آید. سپس ضریب اطمینان طراحی برابر است با مقاومت حد ماده تقسیم بر تنش اصلی مربوطه (یعنی $\frac{S_1}{\sigma_2}$ یا $\frac{S_2}{\sigma_2}$ = n_s).

مثلاً دیاگرام واماندگی کلمب موهر به صورت زیر می‌شود. فرضاً نقطه عمل A در ناحیه دوم قرار گیرد.



$$\begin{cases} \frac{S_1}{S_{ut}} - \frac{S_2}{S_{uc}} = 1 \\ S_2 = -\frac{\sigma_2}{\sigma_1} S_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} S_1 &= \frac{\sigma_1 S_{ut} . S_{uc}}{\sigma_1 S_{uc} + \sigma_2 S_{ut}} \\ S_2 &= -\frac{\sigma_1 \sigma_2 S_{ut} . S_{uc}}{\sigma_1^2 S_{uc} + \sigma_1 \sigma_2 S_{ut}} \end{aligned}$$

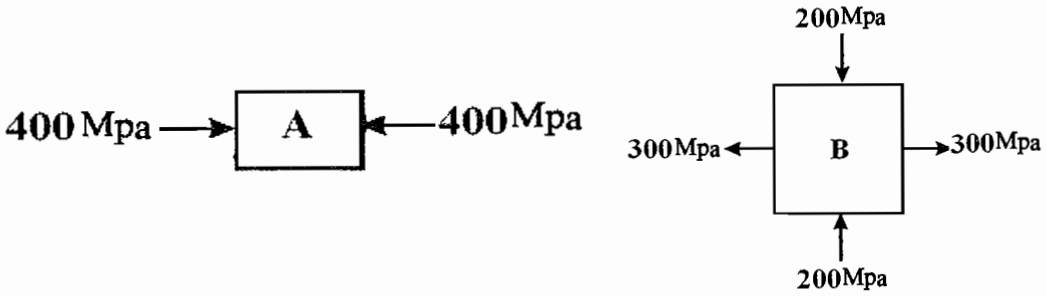
$$n_s = \frac{S_2}{\sigma_2} \text{ یا } \frac{S_1}{\sigma_1}$$

دقت شود که فرمول‌های (۱) و (۲) را نمی‌توان در ذهن سپرد، لذا برای اجسام شکننده سعی شود به روش ترسیمی مسایل را حل نمود نه این‌که مستقیماً از روابط (۱) و (۲) استفاده گردد. دقت شود که این فرمول بسته به این‌که نقطه عمل در چه ناحیه‌ای واقع می‌شود متفاوت می‌باشند. مثلاً اگر نقطه عمل $B(\sigma_1,\sigma_2)$ مانند شکل بالا در ربع اول واقع شود، ضریب اطمینان طراحی عبارت است از:

$$n_s = \frac{S_1}{\sigma_1} = \frac{S_{ut}}{\sigma_1}$$

مثال : در جسم شکننده زیر کدام نقطه زودتر وامانده می‌شود؟ A یا B؟

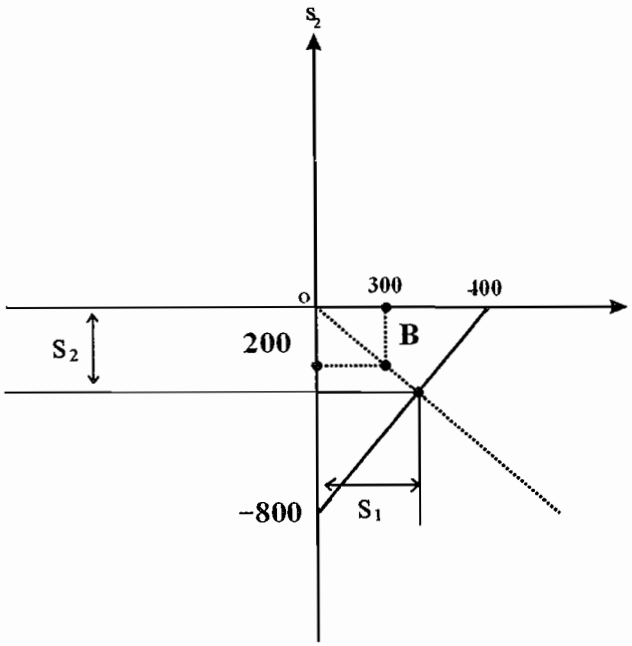
مشروط بر این‌که مقاومت کششی نهایی ماده $400\,Mpa$ و مقاومت فشاری نهایی $-800\,Mpa$ باشد.



جواب : نقطه A به صورت تک محوری است لذا:

ضریب اطمینان طراحی برای A $n_s=\frac{S_{uc}}{-400}=\frac{-800}{-400}=2$

در نقطه B چون تنش‌ها دو محوری است، لذا بایستی از روش ترسیم ضریب اطمینان آن را به‌دست آوریم و سپس با n_{SA} مقایسه کنیم و هر کدام کوچک‌تر باشد، زودتر وامانده می‌شود. تئوری کلمب موهر مطمئن‌تر است.



معادلات خط واماندگی و خط عمل را می‌نویسیم.

$$\begin{cases}\frac{S_1}{400}-\frac{S_2}{800}=1\\ S_2=-\frac{2}{3}S_1\end{cases}\Rightarrow\begin{matrix}S_1=300\,Mpa\\ S_2=-200\,Mpa\end{matrix}$$

پس:

$$n_{SB}=\frac{S_1}{\sigma_1}=\frac{300}{300}=1$$

$$n_{SB}=\frac{S_2}{\sigma_2}=\frac{-200}{-200}=1 \quad \text{یا}$$

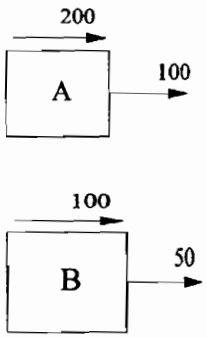
نتیجه: چون $n_{SA} > n_{SB}$ است، پس بدین معنا است که جسم B زودتر از A دچار واماندگی می‌شود.

هم‌چنین دقت شود که چون $n_{SA} > 1$ و $n_{SB} \leq 1$ است. آن بدین معنا است که جسم A دچار واماندگی شکست قرار نمی‌گیرد و جسم B در شروع واماندگی قرار می‌گیرد، زیرا ضریب اطمینان طراحی یک است.

مثال : کدام نقطه بحرانی است؟

جواب : نمی‌توان گفت زیرا به تابع تسلیم یا صفحات لغزش بستگی دارد.

مثال : کدام بحرانی است؟

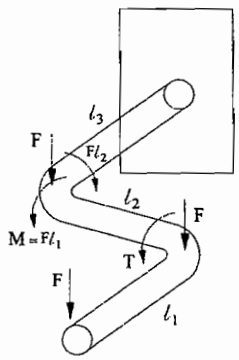


چون B,A متعلق به یک جسم‌اند (از یک جنس‌اند) و $\tau_{xyB} < \tau_{xyA}$ ، $\sigma_{xB} < \sigma_{xA}$ A بحرانی‌تر است، ولی اگر دو جسم باشند نمی‌توان گفت چون ممکن است صفحه لغزش B را بحرانی‌تر معرفی کنند.

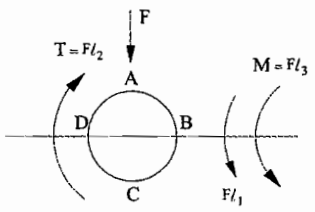
مثال : کدام مقطع بحرانی است؟

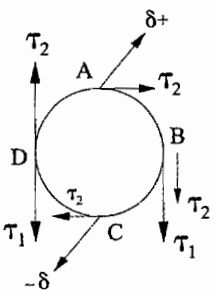
از تمرکز تنش‌ها صرف‌نظر می‌شود.

چون تیر یک سردرگیر است گشتاور خمشی M در محل اتصال به دیوار بیشتر است و در نتیجه مقطع بحرانی روی دیوار است.



اولین کاری که می‌کنیم این است که نیروها را به مقطع بحرانی منتقل می‌کنیم.





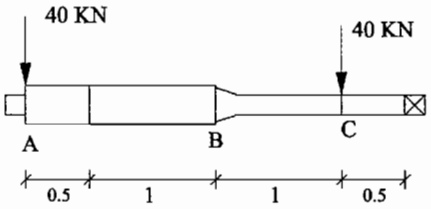
$$\tau_1 = \frac{4}{3}\frac{4F}{\pi D^2} \quad \tau_2 = \frac{Fl_2 \times 16}{\pi d^3} \quad \sigma = \frac{32F(l_1 + l_3)}{\pi d^3}$$

چون جنس نرم است، A یا B بحرانی است.

$$\sigma_e^A = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau_2^2}$$

$$\sigma_e^B = \sqrt{0^2 + 3(\tau_1 + \tau_2)^2}$$

مثال : کدام گزینه صحیح می‌باشد؟



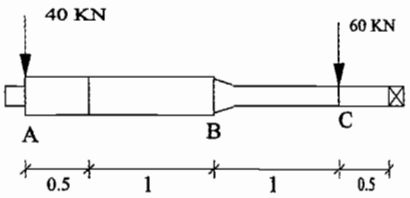
۱) A بحرانی است. چون ممان خالص است.

۲) A یا B بحرانی است. فقط B بحرانی است، زیرا تمرکز تنش دارد.

۳) C و B بحرانی است.

۴) فقط B بحرانی است.

مثال : کدام گزینه صحیح می‌باشد؟



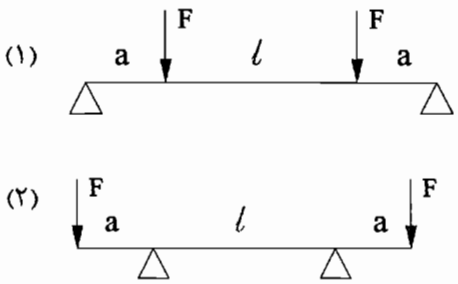
۱) A بحرانی است.

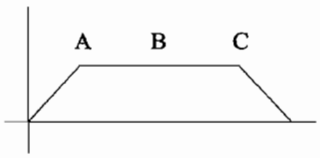
۲) A یا B بحرانی است.

۳) C بحرانی.

۴) Bبحرانی.

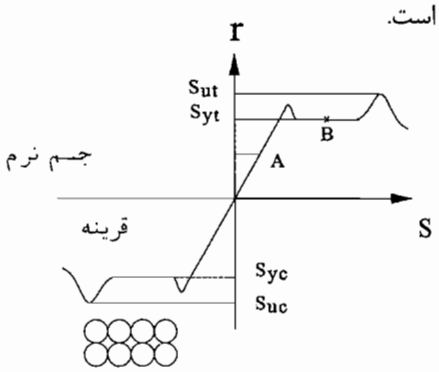
فقط دردو حالت زیر ممان خالص داریم.





در A ممان بیشترین مقدار است و در B تمرکز تنش داریم، بنابراین A یا B بحرانی است.

مقاومت حد تحمل:



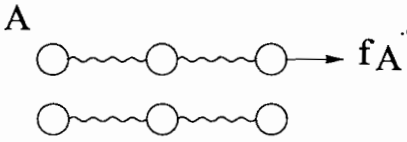
۱ـ جسم نرم (فولاد و آلیاژها)

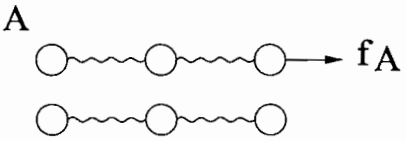
۲ـ جسم نیمه نرم (آلومینیوم و آلیاژها)

۳ـ جسم شکننده (چدن و شیشه و ...)

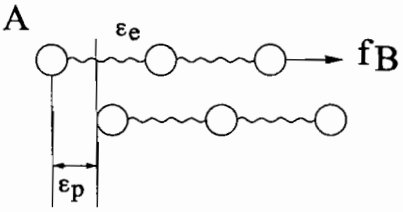
در جسم شکننده لغزش روی لایه‌ها وجود ندارد.

در B لغزش لایه‌ها رخ می‌دهد و اگر نیرو را برداریم لغزش‌ها به حالت اول برنمی‌گردد.

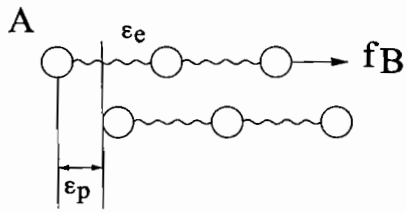




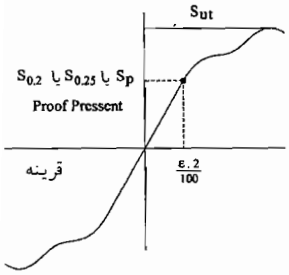
در جسم نرم $|S_{yc}| = |S_{yt}| = S_y$



$|S_{ut}| = |S_{uc}| = S_u$



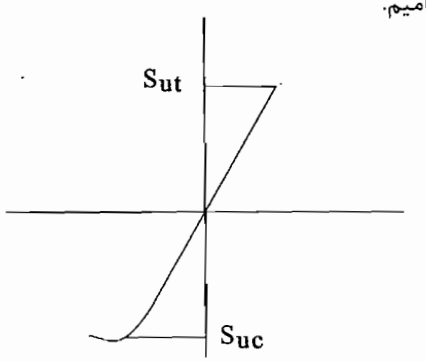
در مواد نیمه نرم به فاز پلاستیک می‌رود، ولی روی سطوح شیبدار نمی‌افتد. همهٔ پیچ‌ها نیمه نرمند.



مقاومت حد جسم نیمه نرم S_{ut} یا S_p است که ما آن را به غلط S_u یا S_y می‌نامیم.

در جسم شکننده:

$|S_{uc}| > |S_{ut}|$ (مقاومت فشاری بیشتر از مقاومت کششی است.)



نتیجه:

مقاومت حد در اجسام نرم S_y, S_u

مقاومت حد در اجسام نیمه نرم S_y, S_{ut} (S_p)

مقاومت حد در اجسام شکننده S_{uc}, S_{ut}

فرق جسم شکننده و نرم:

۱ـ جسم شکننده نقطه تسلیم ندارد و در واقع شکست ناگهانی است. ولی در جسم نرم شکست تدریجی است.

۲ـ در اجسام نرم مقاومت کششی و فشاری یکسان است، ولی در اجسام شکننده مقاومت فشاری بیشتر از کششی است.

در اجسام نرم مقاومت برشی تقریباً نصف کششی است. در حالی‌که در اجسام شکننده مقاومت برشی تقریباً برابر مقاومت کششی است یعنی:

در جسم شکننده $S_{su} = S_{ut}$ مقاومت برشی نهایی

در جسم نرم $S_{sy} = 0.5S_y$

عامل شکست در جسم نرم کرنش و در جسم شکننده تنش است.

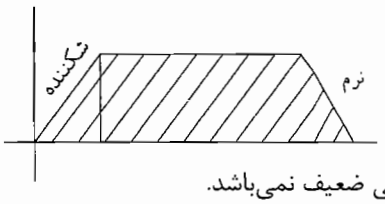
۳ـ در اجسام نرم تحت بار استاتیکی ضریب تمرکز تنش اهمیت ندارد و در مقابل بار نوسانی اهمیت دارد، چون عامل شکست کرنش است نه تنش. در جسم شکننده در هر حال تمرکز تنش اهمیت دارد، چون عامل شکست تنش است نه کرنش.

۴ـ در اجسام شکننده اختلاف طول در هنگام شکست با طول اولیه کمتر از 2% است، در حالی‌که در اجسام نرم ا ین اختلاف زیاد است.

(اختلاف سطح نمونه در هنگام شکست با سطح اولیه نمونه در جسم نرم به مراتب بیشتر از جسم شکننده است.)

۵ـ در جسم نرم انرژی کرنشی ذخیره شده (سفتی ماده) بیشتر از جسم شکننده است.

(سطح زیر منحنی)



۶ـ در اجسام شکننده مقاومت خستگی بسیار ضعیف است. ولی در جسم نرم مقاومت خستگی ضعیف نمی‌باشد.

۷ـ در اجسام نرم سطح شکست با اجسام شکننده متفاوت است.

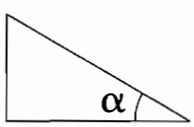
اجسام نرم در مقابل برش ضعیف هستند و اجسام شکننده در مقابل کشش ضعیف‌اند.

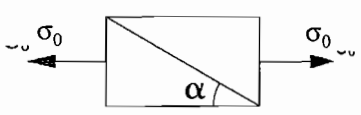
مثال : جسم نرم زیر در کدام صفحه می‌شکند.

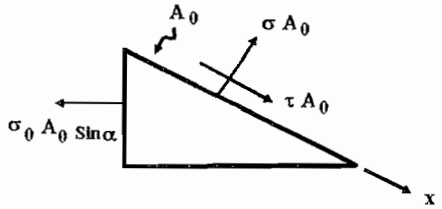
۱) در 45 درجه

۲) در 90 درجه

جواب :







$$\sum F_x = o \Rightarrow \tau A_o - \sigma_o A_o \, Sin\alpha Cos\alpha = o \qquad \Rightarrow \tau = \frac{1}{2}\sigma_0 Sin2\alpha$$

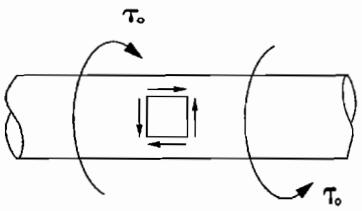
$$\text{if } \alpha = 45^\circ \Rightarrow \tau = \frac{1}{2}\sigma_o$$

$$\Sigma F_y = o \Rightarrow \sigma A_o - \sigma_o A_o Sin\alpha \; Sin\alpha = o \qquad \rightarrow \sigma = \sigma_o Sin^2\alpha$$

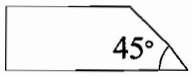
$$if\cdot\ \alpha = 45^\circ \Rightarrow \sigma = \frac{1}{2}\sigma_o$$

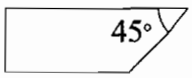
اگر جسم نرم باشد در اثر تنش عمودی در زاویه 45° می‌شکند.

تذکر : در مقابل پیچش (تنش برشی) جسم نرم در صفحهٔ عمودی می‌شکند و جسم شکننده در ۴۵° نحهٔ می‌شکند که مانند مثال بالا می‌توان اثبات نمود.

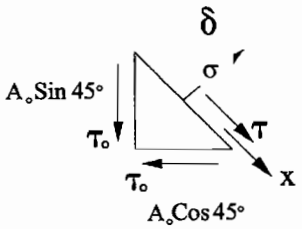


مثال : در جسم شکننده زیر کدام سطح شکست است؟

۱- 

۲- 

۳-



$$\Sigma F_x = o \Rightarrow \tau A_o - \tau_o A_o Cos45 + \tau_o A_o Sin45 \Rightarrow \tau = 0$$

$$\Sigma F_y = o \Rightarrow \sigma A_o - \tau_o A_o \; Cos45^\circ \sin 45 - \tau_o A_o \sin 45^\circ Cos\,45 = o \Rightarrow 2\tau_o \left[\frac{\sqrt{2}}{2}\right]^2 = \tau_o$$

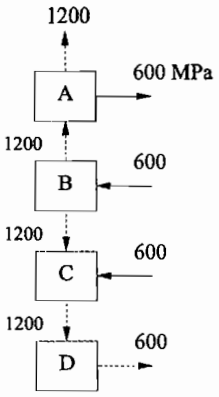
گزینه (۱) صحیح می‌باشد، اما اگر جسم نرم بود گزینه (۳) صحیح بود.

مثال :

در جسم زیر که اختلاف طول آن در هنگام شکست با طول اولیه کمتر از 2% می‌شود. (یعنی جسم‌شکننده است.)

۱) A بحرانی ۲) B بحرانی

۳) C بحرانی ۴) D بحرانی



بهترین حالت در جسم C است که هر دو تنش آن فشاری است و بدترین حالت در جسم A است که هر دو تنش آن کششی است.

ضریب اطمینان طراحی :

مقاومت حد در اجسام نرم و نیمه نرم: $\begin{cases} S_{sy} = 0.5 \ S_y \\ S_{su} = (0.5 - 0.75) \ S_{ut} \end{cases}$

مقاومت حد در اجسام شکننده: $S_{su} = S_{ut}$

مثال : ضریب اطمینان برای کابل آسانسور چقدر است؟

۱) 2 ۲) 4 ۳) 7 ۴) 10

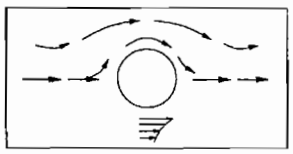
جواب : $n_s = 5-7$ برای قطعات ایمن مناسب است. زیرا ازدیاد بیش از حد وزن خود باعث وارد شدن در فاز شکست می‌شود.

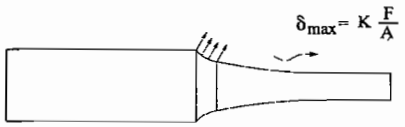
فرمول طراحی:

$$n_s = \frac{\text{مقاومت حد}}{\text{تنش بحرانی}}$$

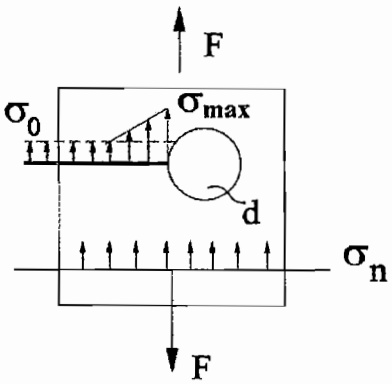
دیگر ضرایب اطمینان:

تمام فرمول‌های مقاومت مصالح برای جریان آرام است (برای مثلاً A) اما در حالی که انحراف جریان داریم، ضریب K لازم است. بر حسب انحراف K ممکن است مقادیر متفاوتی داشته باشد، ولی برای طراحی K ماکزیمم را لازم داریم.





در اثر انحراف جریان تنش یک افزایش تنش ایجاد شده که میزان افزایش آن نسبت به تنش در جریان آرام را تمرکز تنش گویند و با K_t نشان می‌دهند.



$$\sigma_n = \frac{F}{Wt}$$

$$\sigma_0 = \frac{F}{(W-d)t}$$

W = پهنای صفحه

t = ضخامت صفحه

d = قطر سوراخ

K_t به دو صورت تعریف می‌شود.

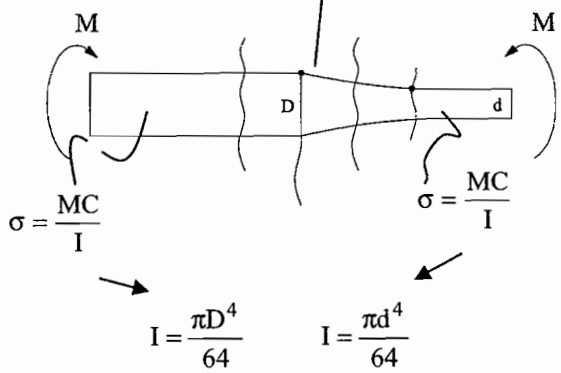
۱ـ $k_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n}$ که در آن σ_n تنش اصلی یا تنش در دور دست است.

۲ـ در تست‌ها از این رابطه استفاده می‌شود: $k_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0}$ که

σ_o تنش در مقطع کوچک‌تر در محل ناچ است.

$$\sigma = k_t \frac{Mc}{I} \rightarrow I = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$\sigma = K_t \frac{Mc}{I}$$



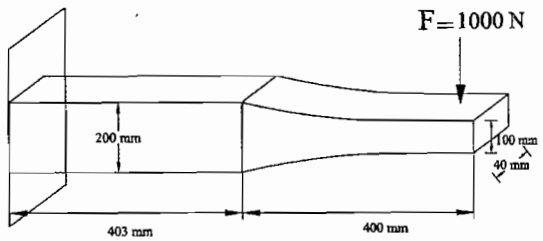
انواع تمرکز تنش
- K_{ta} : تمرکز تنش محوری
- K_{tb} : تمرکز تنشی خمشی
- K_{ts} : تمرکز تنش پیچشی

روش‌های محاسبه K_t:

۱ـ آزمایش (فتوالاستیسیته و کرنش سنجش و....)

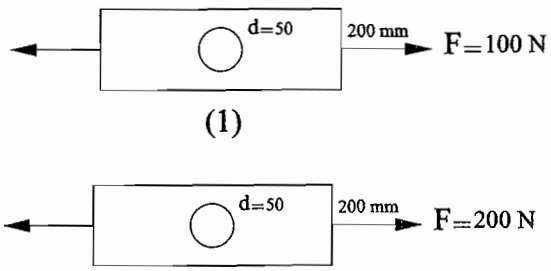
۲ـ روش‌های عددی و تحلیلی

مثال ۱ : در محل نیرو، کرنش سنج عدد 0.003 را نشان می‌دهد. جنس از فولاد با $E = 200\times10^3 MPa$ می‌باشد. ضریب تمرکز تنش هندسی چقدر است؟



$$K_t = \frac{0.003\ E}{\frac{1000\times400\times50}{\frac{1}{12}\times40\times(100)^3}}$$

مثال : کدام صحیح می‌باشد؟



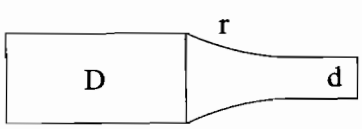
۱) $K_{t1} > K_{t2}$

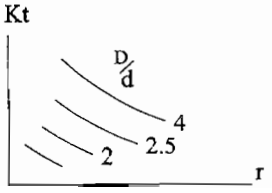
۲) $K_{t1} < K_{t2}$

۳) $K_{t1} = K_{t2}$

گزینه ۳ درست است. زیرا ضرایب تمرکز تنش به مقدار نیرو بستگی ندارد و فقط به نوع (پیچشی، محوری و..) بستگی دارد.

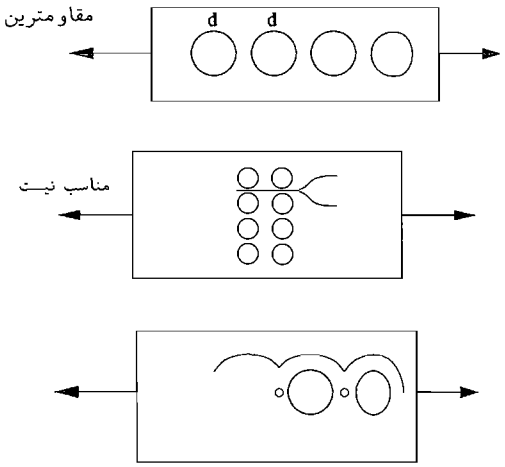
در شفت‌ها ضریب تمرکز تنش بر حسب r (شعاع راکورد) و نسبت قطر دو مقطع شفت $\frac{d}{D}$، به‌دست می‌آید.





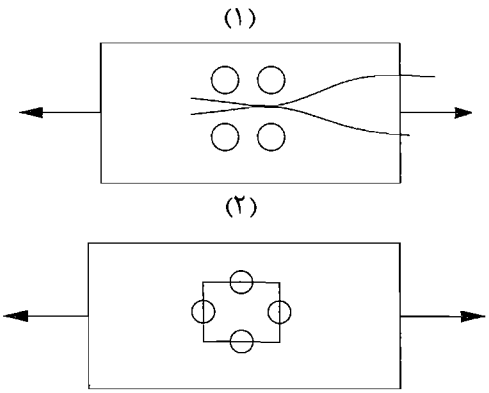
مثال : مقاومت کدام بیشتر است؟

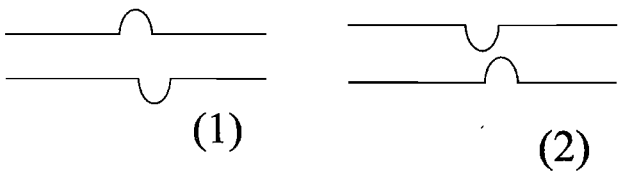
شکل (۱) مقاوم‌تر است.



مثال : کدام مقاوم‌تر است؟

از بین دو شکل سمت چپ، شکل ۲ مقاوم‌تر است.





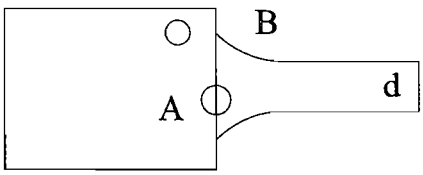
از بین دو شکل بالا شکل (۲) از (۱) مقاوم‌تر است.

مثال : با ایجاد حفره در جسم،

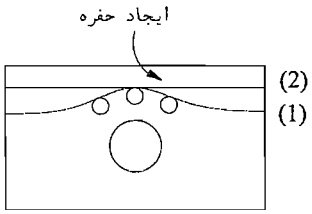
۱ـ جسم مقاوم‌تر می‌شود.

۲ـ جسم ضعیف‌تر می‌شود.

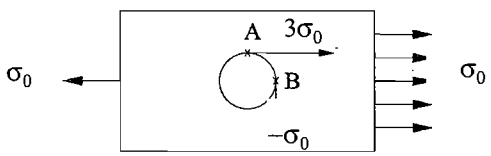
۳ـ فرق می‌کند.



اگر حفره را در A ایجاد کنیم، تفاوتی در مقاومت جسم ایجاد نمی‌شود. ولی اگر در B ایجاد کنیم، جریان را آرامتر می‌کند و جسم مقاوم‌تر می‌شود. (جریان از (۱) به (۲) تبدیل شده و بهتر می‌شود.)

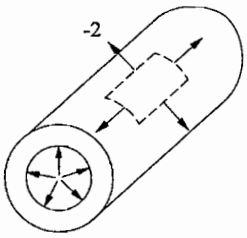


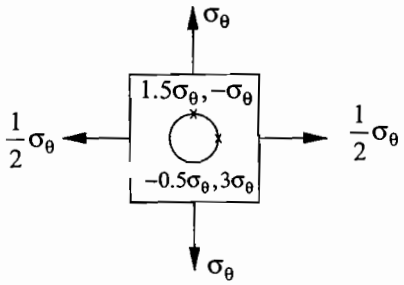
نکته :

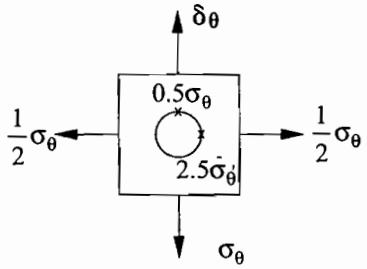


$$\sigma_A = 3\sigma_o$$
$$\sigma_B = -\sigma_o$$

مثال : در یک استوانه جدار نازک به قطر متوسط 400mm یک حفره کوچک ایجاد شده است و فشار داخلی $P = 400MPa$ است. ضریب تمرکز تنش کدام است؟



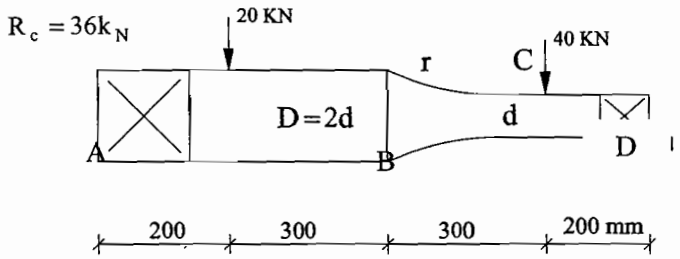




۱_ 2.5
۲_ 0
۳_ 4.5

$$K_t = \frac{0.5}{0.5} = 1 \qquad \Rightarrow K_t = 2.5$$
$$K_t = \frac{2.5}{1} = 2.5$$

مثال : تمرکز تنش 2.5 است. قطر شفت چقدر است؟ (جنس: فولاد با $S_y = 400MPa$)



$R_A = 24k_N$

اول مقطع بحرانی بر حسب این‌که بیشترین ممان را داشته باشد:

$$\sigma_A = \frac{R_A \times 200 \times 32}{\pi(2d)^3} = \frac{\text{عدد}}{d^3}$$

$$\sigma_B = K_{tb}\frac{M_B C}{I} = 2.5\frac{(R_A \times 5oo - 20\times 300)\times 32}{\pi(d)^3} = \frac{\text{عدد}}{d^3}$$

چون تنش تک محوری است، نیازی به تعیین صفحه لغزش نیست. σ_A و σ_B را مقایسه می کنیم فرض B بحرانی است، پس با فرض این‌که B بحرانی است مقدار قطر d محاسبه می‌گردد. یعنی محاسبه می‌شود. $n_s = \frac{S_y}{\sigma_B} \Rightarrow d =$

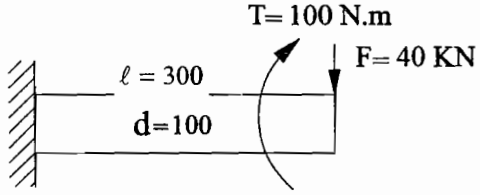
طراحی تحت تنش چند محوری:

ماده وقتی تسلیم می‌شود که در یکی از صفحات لغزش بلغزد. (صفحات لغزش در نقطه بحرانی تعریف می‌شوند.) یعنی ترکیبی از تنش‌های اصلی به S_y برسد.

$$n_s = \frac{S_y}{f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)}$$

(توابع تسلیم عدد ثابت ندارند.)

مثال : تابع تسلیم $\sigma_1^2 + \sigma_1\sigma_2 = 400$ است و مقاومت تسلیم 200MPa می‌باشد. ضریب اطمینان چقدر است؟



$\sigma_1 > \sigma_2$

$$\frac{1}{2}\sigma_1^2+\frac{1}{2}\sigma_1\sigma_2=200 \Rightarrow \quad n_s=\frac{S_y}{\frac{1}{2}\sigma_1^2+\frac{1}{2}\sigma_1\sigma_2}$$

$$\sigma=\frac{Mc}{I}=\frac{40\times10^3\times400\times32}{\pi(100)^3} \qquad \tau=\frac{Tr}{J}=\frac{100\times16}{\pi(100)^3}$$

$$\sigma_{1,2}=\frac{\sigma}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2+\tau^2}$$ محاسبه می‌شود =

$n_s =$ √

پس از این که تنش‌های اصلی محاسبه گردید. مقایسه را در رابطه بالا قرار می‌دهیم تا n_s به‌دست آید.

۱ـ تئوری ماکزیمم تنش اصلی

جسم زمانی تسلیم می‌شود که بزرگ‌ترین تنش اصلی برابر با مقاومت کششی ماده باشد، یعنی $\sigma_1>\sigma_2>\sigma_3$ و شرط تسلیم $\sigma_1=\sigma_y$ (در این‌جا تابع تسلیم σ_1 است.)

۲ـ تئوری ماکزیمم تنش برشی

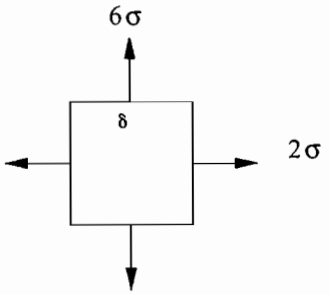
تسلیم یا واماندگی زمانی شروع می‌شود که بزرگ‌ترین تنش برشی واقعی برابر با مقاومت تسلیم برشی ماده شود، یعنی:

$$\sigma_1>\sigma_2>\sigma_3$$

$$(\tau_{max})=S_{sy}=\frac{1}{2}S_y$$

$$\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}=\frac{1}{2}S_y \rightarrow \sigma_1-\sigma_2=S_y \rightarrow n_s=\frac{S_y}{(\sigma_1-\sigma_2)_{actual}}$$

مثال : برای شروع واماندگی بر اساس تئوری ماکزیمم تنش برشی:



۱ـ $\sigma=\frac{1}{2}S_y$

۲ـ $\sigma=3S_y$

۳ـ $\sigma=\frac{1}{4}S_y$

۴ـ $\sigma=\frac{1}{6}S_y$

جواب :

$$\sigma_1-\sigma_3=6\sigma-o=6\sigma$$

$$n_s=\frac{S_y}{6\sigma}$$

$$\text{for } n_s=1 \rightarrow \sigma=\frac{1}{6}S_y$$

مثال : برای شروع واماندگی بر اساس تئوری ماکزیمم تنش برشی :

$$\sigma_s=\begin{bmatrix}\sigma & \sigma & \sigma\\ \sigma & \sigma & \sigma\\ \sigma & \sigma & \sigma\end{bmatrix}$$

۱- $\sigma=\frac{1}{2}S_y$

۲- $\sigma=\frac{1}{3}S_y$

۳- $\sigma=4S_y$

$$\begin{bmatrix}\sigma-x & \sigma & \sigma\\ \sigma & \sigma-x & \sigma\\ \sigma & \sigma & \sigma-x\end{bmatrix}=o \Rightarrow \begin{matrix}\sigma_1=3\delta\\ \sigma_2=o\\ \sigma_3=o\end{matrix} \Rightarrow \sigma=\frac{1}{3}S_y$$

۳-تئوری انرژی‌های پیچشی وان مایس

واماندگی زمانی آغاز شود که $\tau_{oct}=\frac{\sqrt{2}}{3}S_y$

$$\frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2}=\frac{\sqrt{2}}{3}S_y$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2}=S_y \Rightarrow \sigma_e=S_y$$

$$n_s=\frac{S_y}{\sigma_e}$$

تذکر :

$$\sigma_e=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2+.....+6(\tau_{xy}^2.....)}$$

اگر در یک نقطه فقط σ_x و τ_{xy} داشتیم:

$$\sigma_e=\sqrt{\sigma_x^2+3\tau_{xy}^2}$$

اگر یکی از تنش‌های اصلی صفر باشد:

$$\sigma_e=\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2-\sigma_1\sigma_2}$$

مثال : برای شروع واماندگی در جسمی که تانسور تنش آن به‌صورت زیر تعریف شده است، بر اساس معیار وان‌مایس کدام رابطه صحیح می‌باشد:

$$\sigma_{ij}=\begin{bmatrix}2\sigma & \sigma & 3\sigma\\ \sigma & 4\sigma & 5\sigma\\ 3\sigma & 5\sigma & 2\sigma\end{bmatrix}$$

۱) $\sigma=\frac{1}{4}S_y$

۲) $\sigma=\frac{1}{6}S_y$

۳) $\sigma=\frac{1}{3}S_y$

۴) هیچ‌کدام

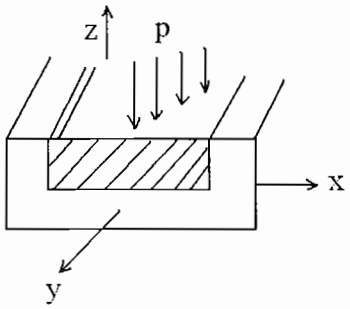
$$n_s=\frac{S_y}{\sigma_e} \text{ for } n_s=1 \Rightarrow S_y=\sigma_e$$

اگر تنش‌های اصلی را حساب کنیم مشکل است. بنابراین از فرمول σ_e بر حسب σ_x ، σ_y و ....استفاده می‌کنیم.

$$\sigma_e=\frac{1}{\sqrt{2}}\times \text{عدد} \times \sigma=S_y \Rightarrow \sigma=\text{عدد} \times S_y$$

مثال :

بر اساس معیار وان‌مایس فشار P کدام است؟



۱ـ $P=\frac{S_y}{\sqrt{1+\upsilon^2+\upsilon}}$

۲ـ $P=\frac{S_y}{\sqrt{1+\upsilon^2-\upsilon}}$

۳ـ $P=\frac{S_y}{\sqrt{1+\upsilon^2+\upsilon}}$

۴ـ $P=S_y$

$$n_s=\frac{S_y}{\sigma_e} \qquad n_s=1 \Rightarrow S_y=\sigma_e$$

$$\begin{cases}\sigma_z=-P\\ \sigma_y=o\\ \varepsilon_x=0\end{cases}$$

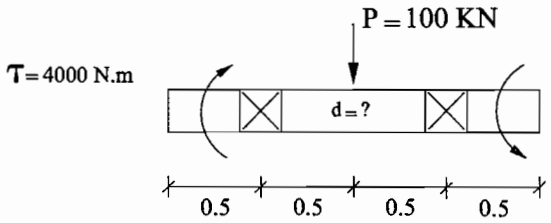
$$\varepsilon_x=\frac{1}{E}\left[\sigma_x-\upsilon(\sigma_y+\sigma_z)\right]\Rightarrow \sigma_x=\upsilon(\sigma_y+\sigma_z)=\upsilon(0-P)=-\upsilon P$$

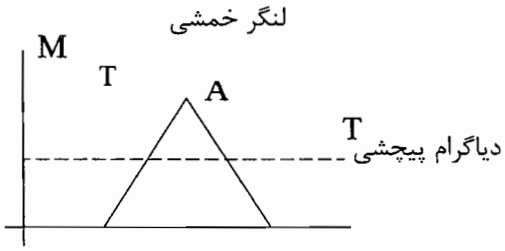
چون تنش‌ها، تنش‌های اصلی‌اند:

$$\sigma_e=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(-\nu p-0)^2+(-\nu p-p)^2+(p-0)^2}=S_y\Rightarrow p=\frac{S_y}{\sqrt{\nu^2-\nu+1}}$$

مثال : در شفت زیر قطر براساس ضریب اطمینان 2 چقدر است. جنس از فولاد با $S_y=600Mpa$ است.

۱ـ مقطع بحرانی

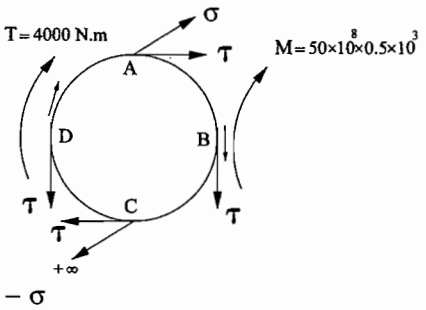




مقطع A: بحرانی

$$\sigma=\frac{MC}{I}=\frac{\text{عدد}}{d^3}=\frac{50\times10^3\times0.5\times10^3\times32}{\pi d^3}$$

$$\tau=\frac{Tr}{J}=\frac{16\times4000}{\pi d^3}=\frac{\text{عدد}}{d^3}$$



فرض : A بحرانی پس با استفاده از تئوری وان‌مایس داریم:

$$\sigma_e^A = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

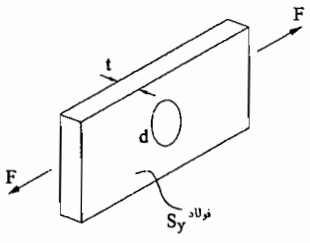
$n_s = \dfrac{S_y}{\sigma_e^A} \Rightarrow d =$ محاسبه می‌شود.

مثال : کدام t صحیح می‌باشد؟

۱) $t = \dfrac{n_s \ n_f \ S_y \ F}{k_t (d\ w)}$

۲) $t = \dfrac{n_s S_y \ F}{k_t (d-w) S_y}$

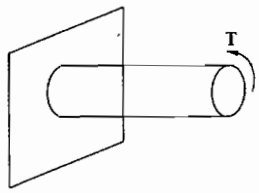
۳) $t = \dfrac{n_s n_f k_t F}{S_y (w-d)}$



$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_{max}} = \frac{sy}{k_t \dfrac{n_f . F}{(w-d)t}}$$

$$n_s = \frac{S_y (w-d)t}{K_t \ \ n_f . F} \rightarrow t = \frac{n_s \ \ n_f \ \ K_t \ \ F}{S_y (w-d)}$$

مثال : قطر شفت را به‌دست آورید.



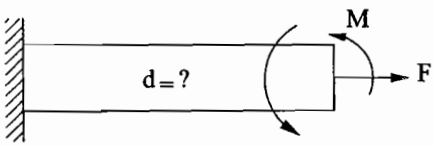
$$n_s = \frac{S_y}{2\tau_{max}}$$

$$\tau_{max} = \frac{Tr}{\dfrac{\pi d^4}{32}}$$

$$n_s = \frac{\dfrac{S_y}{2}}{\dfrac{16T.n_t}{\pi d^3}} \rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{32 n_s n_t T}{\pi S_y}}$$

ضرایب اطمینان دیگر

نیرو، گشتاور پیچشی و ممان خمشی هر سه خارجی‌اند.



اولین کاری که می‌کنیم این است که به نیروهای خارجی ضریب اطمینان می‌دهیم.

n_1 :F ضریب اطمینان اضافه بار برای

n_2 :M ضریب اطمینان اضافه بار برای $(n_i = 1.1-1.2)$

n_3 : T ضریب اطمینان اضافه بار برای

n_L : ضریب اطمینان عمومی

ضریب اطمینان عمومی را به‌دلایل زیر در نظر می‌گیریم:

- عدم دقت در مونتاژ
- عوامل غیر قابل پیش بینی
- عدم قابلیت طراح در محاسبات

در تست‌ها این‌ها را می‌دهند.

$n_F = n_1.n_L$

$n_M = n_2.n_L$

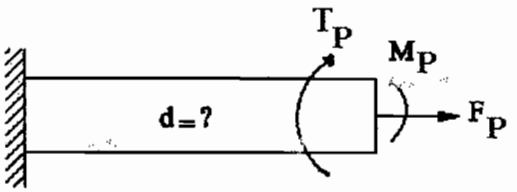
$n_T = n_3.n_L$

پس قبل از حل مساله نیروها و گشتاورها در ضرایب مربوطه ضرب می‌شوند.

$F_P = n_F.F$

$M_P = n_M.M$

$T_p = n_T.T$



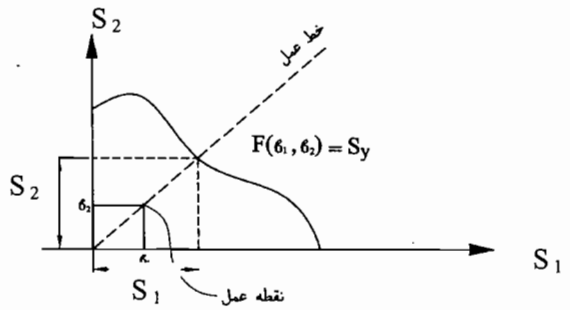
حال مساله را مانند دیگر مسایل قبل حل نموده و از رابطه $n_s = \frac{S_y}{\sigma_{max}}$ مثلاً قطر شافت را محاسبه می‌کنیم.

ضرایب اطمینان به روش ترسیمی:

این روش برای حالت دو بعدی مناسب است.

یعنی باید تابع تسلیم را رسم کنیم. $\sigma_1 > \sigma_2$ $f(\sigma_1,\sigma_2) = S_y$

بدترین شرایط نقطه این است که روی خط حرکت کند.



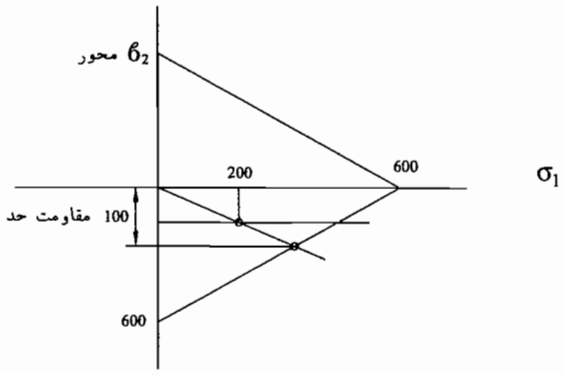
$$\begin{cases} S_2 = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} S_1 \\ f(\sigma_1,\sigma_2) = S_y \end{cases}$$

$n_s = \frac{S_2}{\sigma_2}$ or $n_s = \frac{S_1}{\sigma_1}$

از دو مقدار به‌دست آمده برای n_s در بالا کوچک‌ترین مقدار را کنترل می‌کنیم که کوچک‌تر از یک نشود.

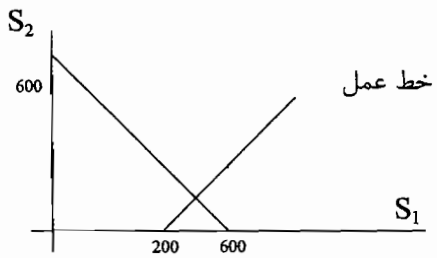
اگر دو تابع دارند، تابعی که به مبدا نزدیک‌تر است را انتخاب می‌کنیم، زیرا ایمن تر است .

مثال : ضریب اطمینان چقدر است؟



$$\begin{cases} S_1 - S_2 = 600 \\ S_2 = -\frac{1}{2} S_1 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} S_2 = -200 \\ n_s = \frac{-200}{-100} = 2 \end{matrix}$$

مثال : تابع زیر نشان می‌دهد که تنش‌های اصلی روی خط عمل حرکت می‌کنند.



۱ـ در جسم تنش پس ماند وجود ندارد.

۲ـ حرارت روی جسم بسیار بالاست.

۳ـ ماده تیر مرکب است.

۴ـ هیچ‌کدام

چون شروع خط عمل $(0,0)$ نیست از قبل در جسم تنش پس ماند وجود داشته است.

تئوری‌ها به روش هندسی

۱ـ تئوری ماکزیمم تنش نرمال

این تئوری در مورد هر دو دسته مواد نرم و ترد کاربرد دارد.

شکست یا تسلیم در یک قطعهٔ مکانیکی زمانی اتفاق می‌افتد که تنش اصلی بزرگ‌تر معادل تنش تسلیم برای مواد نرم و یا معادل تنش نهایی برای مواد ترد باشد

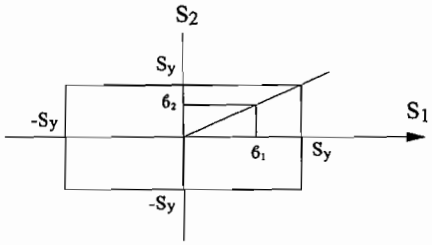
$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$

$\sigma_1 = S_y$ نرم

$\sigma_1 = Sut$ ترد

هر نقطه‌ای که در فضای مربع قرار بگیرد، نقطهٔ ایمن است و آن نوع بارگذاری بارگذاری مجاز است.

$$n = \frac{S_y}{\sigma_1}$$



در پیچش خالص ما نمی‌توانیم تا S_y جلو برویم.

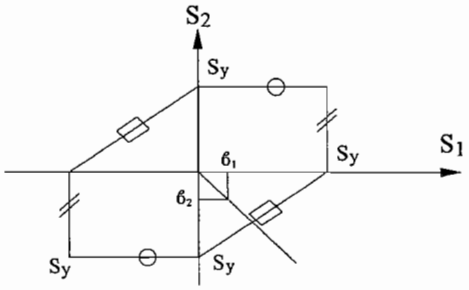
اگر σ_2, σ_1 مختلف العلامه باشند تئوری درست نیست. یعنی در ربع اول و سوم که تنش‌ها هم علامت هستند، تئوری درست است، اما در ربع دوم و چهارم تئوری درست نیست.

وقتی تنش‌ها هم علامت هستند τ_{max} از نصف S_y تجاوز نمی‌کند در حالی‌که می‌تواند تا 0.6 آن هم برسد. اما در حالتی که تنش‌ها مختلف العلامه باشند، در پیچش خالص که $|\sigma_1| = |\sigma_2|$ طبق تئوری ماکزیمم تنش نرمال، تنش برشی ماکزیمم مساوی S_y خواهد بود در حالی که تجربه می‌گوید که حداکثر می‌تواند $0.6S_y$ باشد، پس تئوری در این‌حالت درست نیست.

۲ـ تئوری ماکزیمم تنش برشی

این تئوری فقط برای مواد نرم کاربرد دارد.

طبق این تئوری، تسلیم در یک قطعه مکانیکی زمانی شروع می‌شود که تنش برشی ماکزیمم ایجاد شده در قطعه، با تنش برشی در یک نمونه تحت آزمایش کشش ساده، زمانی که به تسلیم می‌رسد برابر باشد.



$$S_{sy} = \frac{S_y}{2}$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

$$n = \frac{S_{sy}}{\tau_{max}}$$

$$n = \frac{S_y}{\sigma_1 - \sigma_2}$$

ضریب اطمینانی که تعریف می‌کنیم بر حسب این است که Load Line اول کدام خط را قطع می‌کند، (زاویه‌اش کمتر از 45° باشد یا بیشتر) تغییر می‌کند.

$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_1} \quad \text{یا} \quad \alpha < 45$$

$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_2} \quad \text{یا} \quad \alpha > 45$$

۳ـ تئوری انرژی تغییر شکل، وان مایس

این تئوری بیانگر آن است که انرژی لازم برای به تسلیم آوردن یک قطعه مقدار ثابتی است. این انرژی می‌تواند در جهات مختلف بکار رود در این تئوری باید همیشه از تنش‌های اصلی استفاده کنیم.

بهترین تئوری برای مواد نرم در بارگذاری‌های استاتیکی برای پیش‌بینی تسلیم تئوری انرژی تغییر شکل است. اگر Load Point ما درون بیضی این تئوری قرار بگیرد، هیچ گونه تسلیمی روی نخواهد داد.

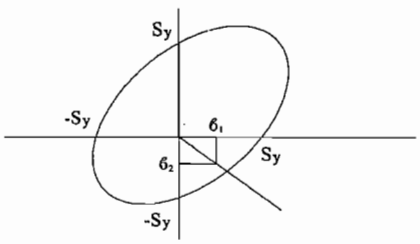
یک بعدی، دوبعدی یا سه بعدی

$$S_y = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}{2}} = \sigma' \quad \text{تنش وان مایس}$$

حد نهایی S_y برابر σ' می‌شود و در حالت کلی :

تنش صفحه‌ای یا دو بعدی: $\sigma_3 = 0$

$$\sigma' = \sqrt{\frac{2\sigma_1^2 + 2\sigma_2^2 - 2\sigma_1\sigma_2}{2}} \quad \Rightarrow \sigma' = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2}$$

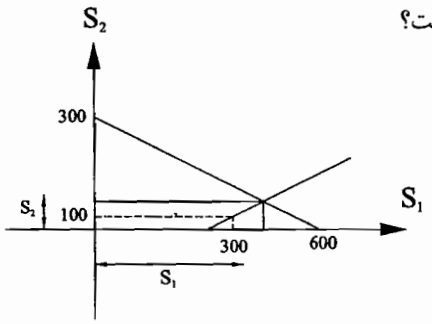


طبق این تئوری برای ماده‌ای که تحت پیچش خالص قرار دارد.

$$\sigma' = \sqrt{\tau_{max}^2 + \tau_{max}^2 + \tau_{max}^2} = \tau_{max}\sqrt{3}$$

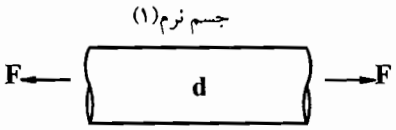
$$S_y = \sqrt{3}\tau_{max} \qquad \tau_{max} = S_{sy} = \frac{\sqrt{3}}{3} S_y = 0.577\, S_y$$

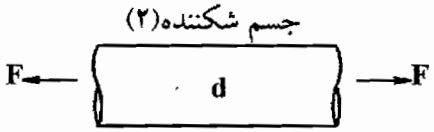
مثال : ضریب اطمینان طراحی کدام است؟



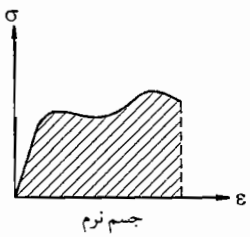
$$\begin{cases} \frac{S_1}{600} + \frac{S_2}{300} = 1 \\ S_1 = S_2 + 200 \end{cases} \Rightarrow n_s = \frac{S_2}{100}$$

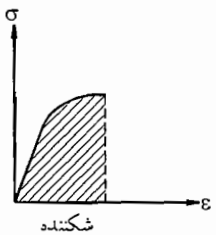
مثال : انرژی کرنشی کدام جسم بیشتر است؟





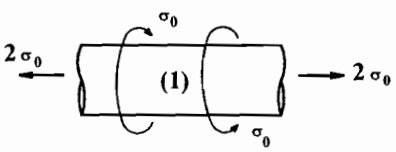
جواب : در جسم نرم اصولاً میزان جذب انرژی کرنشی بیشتر از جسم شکننده است، زیر سطح زیر منحنی تنش کرنشی بیشتر است از (2) است.

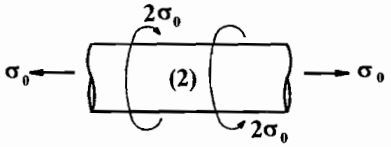




مثال : کدام شافت زیر را برای طراحی ترجیح می‌دهید؟ جنس شافت نرم یا ductile می‌باشند.

جواب : چون جسم نرم است، لذا براساس تئوری انرژی واپیچشی (یا حتی دیگر تئوری‌های تسلیم) می‌توان تنش‌های عامل واماندگی را در هر دو تعیین و لذا مقاسیه نمود.





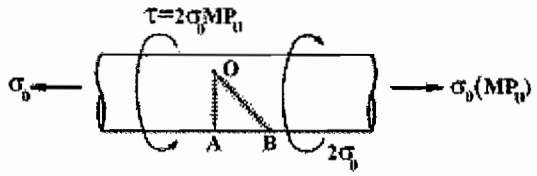
(1) جسم $\sigma_e = \sqrt{(2\tau_0)^2 + 3\tau_0^2} = \tau_0\sqrt{7}$

(2) جسم $\sigma_e = \sqrt{(\tau_0)^2 + 3(2\tau_0)^2} = \tau_0\sqrt{13}$

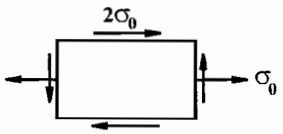
از 1 جسم یا شافت (1) تحت تنش کمتر بوده و از ضریب اطمینان بالاتری برخوردار است، یعنی:

$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_e}$$

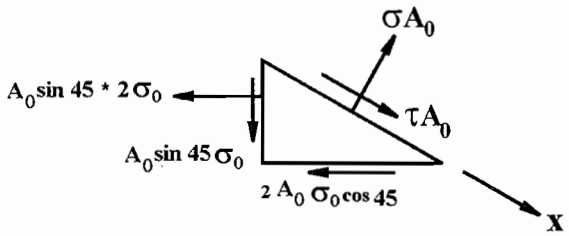
مثال : در شافت چرخی زیر اگر واماندگی شکست در یکی از دو صفحات قایم OA یا صفحه 45 درجه OB اتفاق افتد تعیین کنید، ضریب اطمینان طراحی استاتیکی چقدر است؟ sut و suc به ترتیب مقاومت نهایی حد کششی و فشاری چدن می باشد.



جواب : مولفه‌های تنش در روی صفحه OA و OB را می‌نویسیم.



در صفحه OB یا 45°:



$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_y = 0$$

با نوشتن رابطه تعادل در راستای u و y مولفه‌های تنش τ و T در صفحه مایل 45° محاسبه می‌گردد. یعنی:

در صفحهٔ 45° $\begin{cases} \tau = \frac{1}{2}\sigma_0 \\ \sigma = \frac{3}{2}\sigma_0 \end{cases}$

در صفحه قایم $\begin{cases} \tau = 2\sigma_0 \\ \sigma = \sigma_0 \end{cases}$

چون اجسام شکننده در مقابل کششی ضعیف است و در صفحه 45° تنش کششی بیشتر از صفحه 90° است پس جسم در صفحه 45° می‌شکند و ضریب اطمینان استاتیکی عبارت است از:

$$n_s = \frac{S_+}{\sigma} \Rightarrow n_s = \frac{2S_t}{3\sigma_0}$$

مثال : شرط واماندگی در جسم زیر کدام است؟ براساس تئوری واپیچشی (یا Von Mises)

۱) $\sigma = \frac{1}{3} S_y$ ۲) $\sigma = \frac{1}{9} S_y$ ۳) $\sigma = \frac{1}{4} S_y$ ۴) $\sigma = \frac{1}{6} S_y$

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 3\sigma & 3\sigma & 3\sigma \\ 3\sigma & 3\sigma & 3\sigma \\ 3\sigma & 3\sigma & 3\sigma \end{bmatrix}$$

جواب : چون تمام مولفه‌های تنش با یکدیگر برابر می‌باشند و از طرفی حجم تنش‌های اصلی با تنش زمان $\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$ برابرند یعنی $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = 9\sigma$ پس تنش‌های اصلی عبارت‌اند از:

$\sigma_1 = 0$

$\sigma_2 = 0$

$\sigma_3 = 9\sigma$

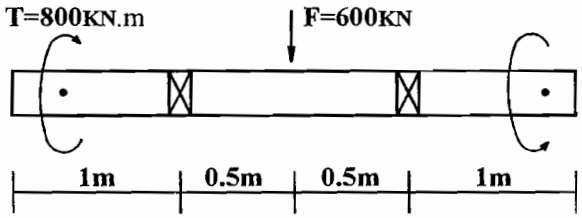
$n_s = \frac{S_y}{\sigma_e} \Rightarrow n_s = 1$ شروع واماندگی $\Rightarrow \sigma_e = S_{yu}$

$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^1}$$

$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(0)^2 + 81\sigma^2 + 81\sigma^2} = 9\sigma$$

شرط واماندگی $9\sigma = S_y \Rightarrow \boxed{\sigma = \frac{1}{9} S_y}$

مثال : در شافت بسیار طولانی زیر قطر شافت براساس ضریب اطمینان 2 کدام است؟ جنس شافت از فولاد با مقاومت تسلیم کششی 600 Mpa است.



جواب : چون شافت طولانی است از تنش برشی مستقیم صرف‌نظر می‌کنیم. با رسم لنگر خمشی و دیاگرام گشتاور پیچشی ماکزیمم تنش در وسط شافت اتفاق می‌افتد.

$$\sigma = \frac{MC}{I} = \frac{800 \times 10^3 \times 0.5 \times 10^3 \times 32}{\pi d^3} = \frac{\text{عدد}}{d^3}$$

$$\tau = \frac{\pi}{\sigma} = \frac{800 \times 10^3 \times 10^3 \times 16}{\pi d^3} = \frac{\text{عدد}}{d^3}$$

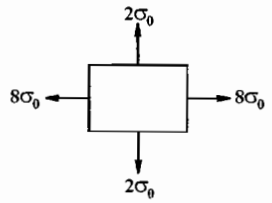
چون در صورت مساله تابع تسلیم یا سطح شکست مشخص نشده است، لذا از تئوری انژری واپیچشی (یا Von Mises) که ساده‌تر است استفاده می‌شود. یعنی:

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \frac{\text{عدد}}{d^3}$$

$n_s = \frac{S_y}{\sigma_e} \Rightarrow d =$ محاسبه می‌شود.

مثال : در صفحه نازک (تنش صفحه‌ای) از فولاد با مقاومت تسلیم S_y و نسبت پواسون $\nu = 0.3$ شرط واماندگی براساس تئوری ماکزیمم تنش برشی کدام است؟

جواب : تنش ما اصلی می‌باشد چون برش صفر است، پس:



$\sigma_1 = 8\,\sigma_0$

$\sigma_2 = 2\,\sigma_0$

$\sigma_3 = 0$ صفحه نازک است

$$(\tau_{max})_{12} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{8\sigma_0 - 2\sigma_0}{2} = 3\sigma_0$$

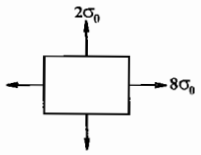
$$(\tau_{max})_{13} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{8\sigma_0 - 0}{2} = 4\sigma_0 \quad \Rightarrow \quad (\tau_{max}) = 4\,\sigma_0$$

$$(\tau_{max}) = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} = \frac{2\sigma_0 - 0}{2} = \sigma_0$$

$$n_s = \frac{S_{sy}}{\tau_{max}} = \frac{0.5\,S_y}{4\sigma_0} = \frac{S_y}{8\sigma_0}$$

$n_s = 1$ شروع واماندگی $\Rightarrow \quad 8\sigma_0 = S_y \quad \Rightarrow \quad \boxed{\sigma_0 = \frac{1}{8} S_y}$

مثال : در صفحه ضخیم زیر (کرنشی صفحه‌ای) از فولاد با مقاومت تسلیم S_y و نسبت پواسون $\nu = 0.3$ شرط واماندگی براساس تئوری ماکزیمم تنش برشی کدام است؟



جواب : چون صفحه ضخیم است و از نوع کرنشی صفحه‌ای است پس، $\varepsilon_z = 0$ یعنی:

$$\varepsilon_Z = \frac{1}{Z}\left[\sigma_Z - \nu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)\right] = 0$$

$$\sigma_Z = \nu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)$$

چون تنش برشی صفر و تنش ما خود اصلی می‌باشند، پس:

$\sigma_1 = 8\,\sigma_0$

$\sigma_2 = 2\,\sigma_0$

$\sigma_3 = \nu\left(\sigma_1 + \sigma_2\right) = \nu\left(10\,\sigma_0\right) = 3\,\sigma_0$

$$(\tau_{max})_{12} = \frac{8\sigma_0 - 2\,\sigma_0}{2} = 3\,\sigma_0$$

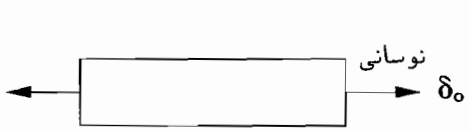
$$(\tau_{max})_{13} = \frac{8\sigma_0 - 3\sigma_0}{2} = 2.5\,\sigma_0$$

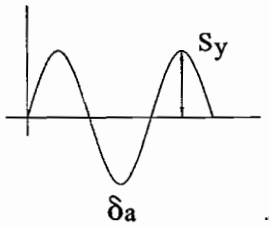
$(\tau_{max})_{23} = \dfrac{2\sigma_0 - 3\sigma_0}{2}$ یا $\dfrac{3\sigma_0 - 2\sigma_0}{2} = 0.5\delta_0$ (اصولاً قدرمطلق‌ها مدنظر هستند.)

$$(\tau_{max})_{\text{واقعی}} = 3\sigma_0 \quad \Rightarrow \quad n_s = \frac{S_{sy}}{(\tau_{max})} \quad \Rightarrow \quad n_{s_{\text{واقعی}}} = \frac{S_y}{6\,\sigma_0} \quad \Rightarrow \quad n_s = 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\sigma_0 = \frac{1}{6} S_y}$$

خستگی:

در بارگذاری خستگی بر خلاف بارگذاری استاتیکی در مورد شکست پیش آگاهی نداریم و تغییر شکل دایمی در قطعه روی نمی‌دهد، بلکه ابتدا در سطح قطعه ترکی به‌وجود می‌آید، با پیشرفت ترک سطح کم می‌شود و در نتیجه تنش زیاد می‌شود، تا جایی‌که شکست اتفاق می‌افتد.



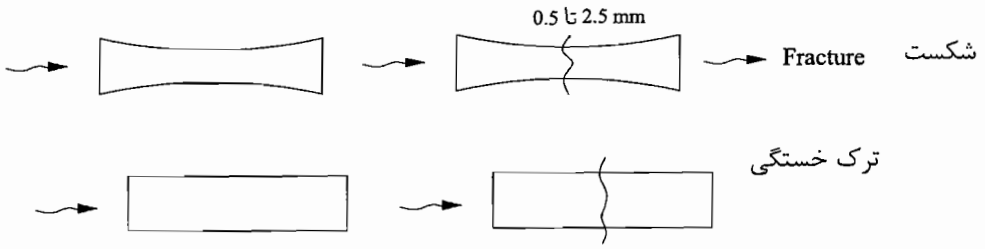


بدترین حالت خستگی هنگامی روی می‌دهد که نوسانات بین یک مقدار مثبت و یک مقدار منفی روی می‌دهد، خصوصاً اگر قدرمطلق دو مقدار با هم برابر باشند. این بارگذاری، بارگذاری کاملاً معکوس شونده نام دارد که در آن تنش میانگین صفر است $(\sigma_m = 0)$ و تنش تنها دارای مولفه نوسانی است (σ_a).

در بارگذاری استاتیکی تحت تنش‌های کمتر از تنش تسلیم (S_y) قطعه دچار تغییر شکل دایمی و تسلیم نمی‌شود، اما در تنش‌های بیشتر از حد تسلیم، قطعه دچار تغییر شکل شده و منجر به تشکیل گلویی و نهایتاً ایجاد ترک خستگی و شکست می‌شود.

اما در بارگذاری خستگی شکست گاهاً تحت تنشی صورت می‌گیرد که حتی از تنش تسلیم قطعه کمتر است. پس در بارگذاری خستگی حد تسلیم (S_y) اعتبار ندارد و نمی‌تواند ترک را کنترل کند. بنابراین از مقاومت حد دوام (تحمل) S'_e استفاده می‌کنیم که معادل S_y در بارگذاری استاتیکی است و جزء خواص فلز است.

فرض می‌کنیم بارگذاری کاملاً معکوس شونده است. یعنی $\sigma_m = 0$

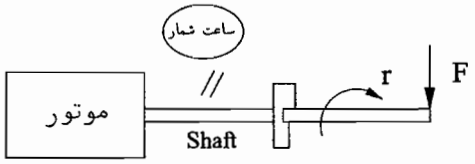


محاسبه S'_e

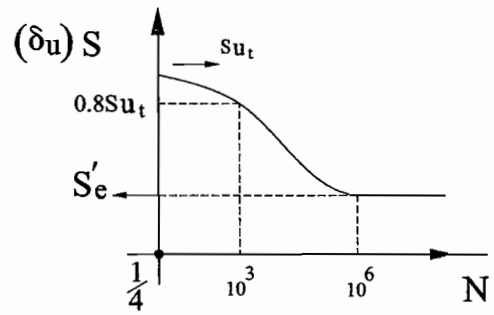
۱- از طریق آزمایش خستگی یا دیاگرام S-N به‌دست می‌آید که در آن S مقاومت و N تعداد سیکل‌های بارگذاری را نشان می‌دهد.

اگر قطعه‌ای تحت تاثیر تنش نوسانی بیشتر از حد استحکام نهایی (S_{ut}) خود قرار بگیرد، دچار شکست می‌شود. اما اگر تنش را تا مقداری کمتر از S_{ut} بالا ببریم قطعه پس از طی چند سیکل می‌شکند. اگر تنش از یک حدی کمتر باشد، تعداد سیکل‌های طی شده قبل از شکست بی‌نهایت می‌شود و قطعه نمی‌شکند. این نقطه حد دوام خستگی نام دارد و با استفاده از آن می‌توانیم قطعه‌ای با عمر بی‌نهایت داشته باشیم.

اگر تعداد سیکل‌های بارگذاری کمتر از 1000 باشد، می‌توانیم به‌جای بارگذاری خستگی، بارگذاری را استاتیکی فرض کنیم که حد استحکام نهایی آن 0.8 حد استحکام نهایی بارگذاری خستگی است. این بارگذاری بارگذاری شکست در دورهای پایین یا (LCF) نام دارد.



تغییرات σ_a برحسب N را در مختصات لگاریتمی رسم کرده و آن را دیاگرام $S-N(\sigma_a-N)$ می‌گویند.

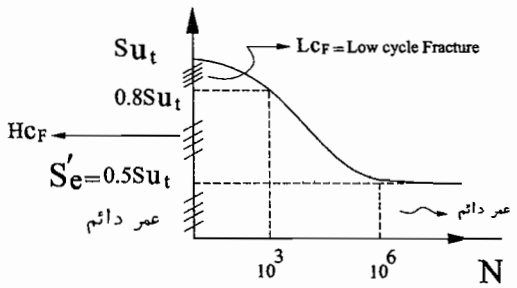


به‌طور تجربی:

$$S'_e = \frac{1}{2} S_{ut}$$

اعتبار نمودار فوق تا زمانی است که $\sigma_m = 0$ است.

تخمین عمر خستگی قطعات در LCF و HCF



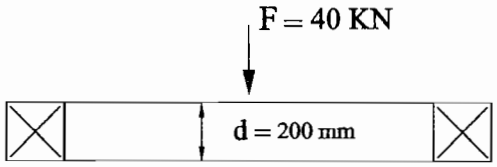
مثال : در شفت نشان داده شده (چرخان) از ماده‌ای با استحکام نهایی $S_{ut} = 600MPa$

۱- قطعه دارای عمر دایم است.

۲-قطعه در ناحیه LCF قرار دارد.

۳-قطعه در ناحیه HCF قرار دارد.

سطح بحرانی درست در وسط شفت است.



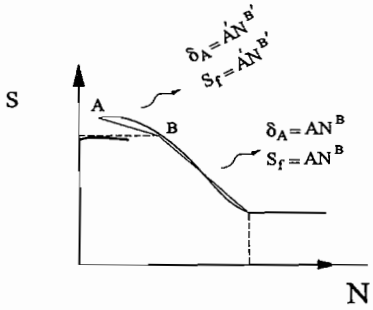
خستگی $S_{ut} = 0.8 \times 600 = 480$

$$S'_e = \frac{1}{2} S_{ut} = 300\,Mpa$$

$$\sigma_m = 0 \quad \text{و} \quad \sigma_a = \frac{20 \times 10^3 \times 32}{\pi (200)^3} = 420$$

$$S'_e < \sigma_a < S_{ut}$$

پس قطعه در ناحیه HCF قرار دارد.



برای تعیین عمر قطعات در نواحی HCF , LCF، هر یک از سه قسمت مختلف منحنی را با یک خط راست تقریب می‌زنیم.

$$\log\sigma_a = B\log N + \log A$$

$$\sigma_A = AN^B$$

A و B از شرایط مرزی به‌دست می‌آیند.

در ناحیه HCF :

σ_a	N
$0.8\ S_{ut}$	10^3
$0.5S_{ut}$	10^6

$$B = \frac{-1}{3}\log\left(\frac{0.8S_{ut}}{S'_e}\right)$$

$$A = \frac{0.8S_{ut}}{10^{-\log\frac{8}{5}}}$$

در ناحیه LCF:

σ_a	N
S_{ut}	$\frac{1}{4}$
$0.8\ S_{ut}$	10^3

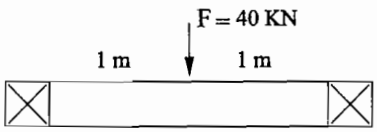
$\Rightarrow$ A , B =

مثال : قطر شفت چرخان زیر از فولاد $S_{ut} = 800^{MP}$ می‌باشد. در شرایط زیر :

۱- برای عمر 10^5 سیکل

۲- برای عمر 10^2 سیکل

قطر شفت را به‌دست آورید.



قطعه با عمر 10^5 سیکل در ناحیه HCF قرار دارد.

$\sigma_a = AN^B$

σ_a	N
0.8 Sut	10^3
0.5 Sut	10^6

$$B = -\frac{1}{3}\log\frac{8}{5} \qquad \sigma_m = 0$$

$$\sigma_a = \frac{20\times10^3\times1\times10^3\times32}{\pi d^3} = \frac{\text{عدد}}{d^3}$$

$$A = -\frac{0.8S_{ut}}{10^{-\log\frac{8}{5}}}$$

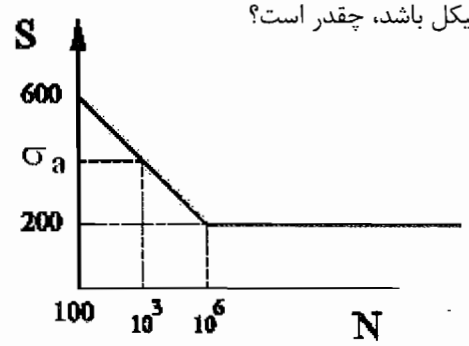
$\frac{\text{عدد}}{d^3} = A(10^5)^B \rightarrow d$ به‌دست می‌آید

قطعه با عمر $N=10^2$ در منطقه LCF قرار دارد.

$\sigma_m = A'(N)^{B'} \quad \Rightarrow \quad \frac{\text{عدد}}{d^3} = A'(10^2)^{B'} \rightarrow d$ به‌دست می‌آید.

A', B' از شرایط مرزی به‌دست می‌آید.

σ_a برای این‌که عمر قطعه 10^3 سیکل باشد، چقدر است؟



S	N
600	10^2
200	10^6

$\sigma_A = AN_1^B \qquad N = 1000$

$$\begin{cases} B = \frac{-1}{4}\log 3 \\ A = \frac{600}{10^{\frac{1}{2}\log 3}} \end{cases} \qquad \sigma_A = A(1000)^B$$

$N = 1000 \rightarrow \sigma_A = A(1000)^B$

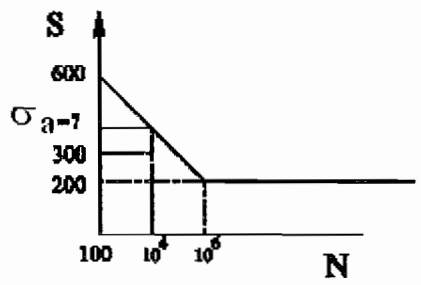
مثال :

با فرض $\sigma_a = 300$ برای ایجاد واماندگی دامنهٔ تنش باید:

۱- 1.5 برابر شود. $\sigma_0' = A(10^4)^B$

۲- 2.5 برابر شود. B, A از شرایط مرزی به‌دست می‌آید.

۳- 2 برابر شود.



σ_0' را از رابطه فوق به‌دست می‌آوریم و $\frac{\sigma_0'}{300}$ نسبت موردنظر را می‌دهد.

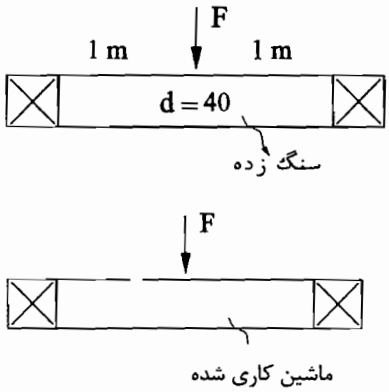
مثال : عمر یا مقاومت خستگی در کدام بیشتر است؟

۱ ـ (1)

۲ـ (2)

۳ـ در هر دو یکسان است.

۴ ـ نمی‌توان گفت.



- در فرمول‌ها به هیچ عنوان از S'_e استفاده نمی‌شود، زیرا در شرایط کاملاً آزمایشگاهی به‌دست آمده است که در آن

۱ـ سطح مقطع صیقلی بوده است.

۲ـ قطر کمتر از ۸ میلی‌متر بوده است.

۳ـ تمرکز تنش در نظر گرفته نشده است.

۴ـ درجه حرارت، درجه حرارت آزمایشگاه بوده است.

در عمل باید S'_e با استفاده از ضرایب تصحیح خاصی اصلاح شود.

$$S_e = K_a\ K_b\ K_c\ K_d\ K_e\ (S'_e)$$

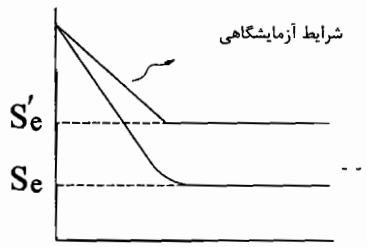
$$S'_e = 0.5\ S_{ut}$$

K_a ضریب اثر پرداخت سطح

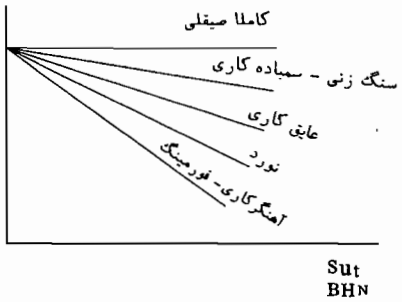
K_a را از دو راه می‌توانیم محاسبه کنیم، یا از روی منحنی و یا از رابطه زیر که در آن b,a تابع شرایط سطحی هستند. برای فولادها ضرایب b,a از جدولی مشابه جدول زیر به‌دست می‌آید. $K_a = aS_{ut}^b$

برای فولادها ضرایب b,a از جدولی مشابه جدول زیر به‌دست می‌آید.

سطح تمام شده	a		b
	kpsi	Mpa	
سطح سنگ‌زنی شده	1.34	1.58	−0.085
سطح ماشین‌کاری شده	2.70	4.51	−0.265
سطح نورد گرم شده	14.4	54.7	0.718
سطح فورجینگ شده	39.9	272	−0.995

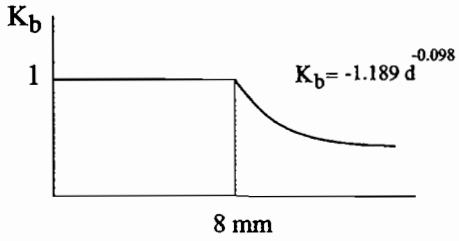


بعد از حالت ایده‌آل (سطح کاملاً صیقلی) سطح سنگ زنی شده، دارای بزرگ‌ترین k_a می‌باشد و در نتیجه S_e آن از همه بیشتر است.



K_b ضریب اثر اندازه

برای بارگذاری محوری چون تنش حالت یکنواختی دارد $K_b = 1$ است.
اما در بارگذاری‌های خمشی و پیچشی K_b از محل لایه خنثی تا دورترین نقاط تنش به‌صورت خطی برای خمش و از مرکز تا محیط به طور خطی برای پیچش تغییر می‌کند.
برای مقطع دایره‌ای دوار داریم :



$$K_b = \begin{cases} 1 & d \le 8 \quad mm \\ 1.189d^{-(0.098)} & d > 8mm \end{cases}$$

K_c: ضریب قابلیت اطمینان

در جداولی مخصوص به ازای مقادیر متفاوت قابلیت اعتماد(Reliability) موردنیاز در مساله مقادیری برای K_c وجود دارد.

R	K_c
50	1
99.99…	0.85
.	

K_d: ضریب اثر دما

ضریب اثر K_d بر اساس دما در جدولی موجود است، اما برای محاسبه تقریبی آن روابط زیر را در نظر می‌گیریم:

$$K_d = \begin{cases} 1 & T < 350^\circ C \\ 0.5 & T > 350^\circ C \end{cases}$$

$T^\circ C$	K_d
300	0.975
350	0.943
400	0.9
450	0.84
500	0.766
550	0.670
600	0.546

مثال : با افزایش دما:

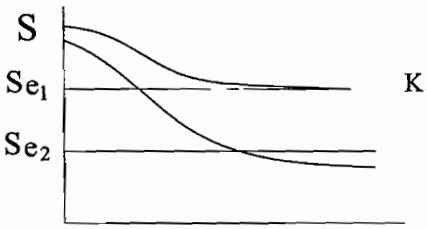
۱- عمر قطعه زیاد می‌شود. ۲- عمر قطعه کم می‌شود.

۳- عمر ثابت می‌ماند. ۴- نمی‌توان گفت.

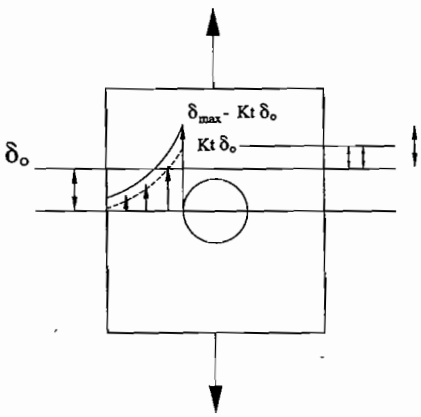
بستگی دارد که دما از $350^{o}C$ بیشتر شود یاخیر، بنابراین نمی‌توان نظر داد.

محاسبهٔ : K_f : میزان کاهش عمر

با تست ۱۰ نمونه دیاگرام S-N بدون ناچ و با ناچ به‌دست می‌آید.



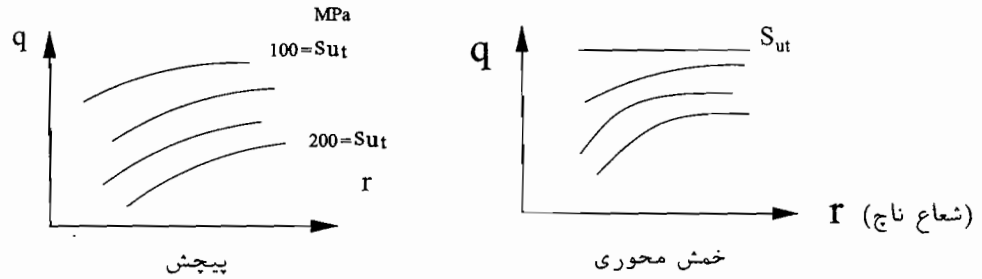
$$K_f = \frac{\text{مقاومت نمونه بدون ناچ}}{\text{مقاومت خستگی نمونه ناچ‌دار}}$$



$$q = \frac{K_f\sigma_o - \sigma_o}{K_t\sigma_o - \sigma_o}$$

q: ضریب حساسیت به شیار (ضخیم) است که بین صفر و یک تغییر می‌کند. $0 < q < 1$

q برای بارگذاری‌های مختلف و S_{ut} های مختلف فرق می کند. در نمودار زیر a برحسب S_{ut} و شعاع ناچ (r) در دو بارگذاری محوری و پیچشی نشان داده شده است.



نتایج:

۱ـ در اجسام نرم $K_f < K_t$

۲ ـ در اجسام شکننده همیشه $K_f = K_t$ (زیر این اجسام خستگی ندارند.)

۳ـ در اجسام نرم ضریب حساسیت به شیار به سمت صفر میل می‌کند. ولی در اجسام شکننده ضریب حساسیت به شیار به سمت یک میل می‌کند.

۴ ـ q به شعاع ناچ، نوع بار و جنس (sut) وابسته است .

تذکر : در اجسام نرم می‌توان از K_t استفاده کرد، زیرا در طراحی ایمن‌تر است. چون از K_f بزرگ‌تر است و شرایط بحرانی‌تر را در نظر می‌گیرد.

$$S'_e = \frac{1}{2}S_{ut} = \frac{1}{4}BHN$$

مثال : عمر کدام چرخدنده بیشتر است؟ (تمام شرایط یکسان فرض می‌شوند.)

سختی چرخدنده (۲) بیشتر است در نتیجه حد دوام آن بیشتر بوده و عمر آن نیز بیشتر است.

تخمین عمر خستگی در سه منطقه LCF و HCF و عمر دایم

تا اینجا فرض کردیم $\sigma_m = 0$ باشد. ولی باید بتوانیم حالت کلی $\sigma_m \neq 0$ را نیز در نظر بگیریم.

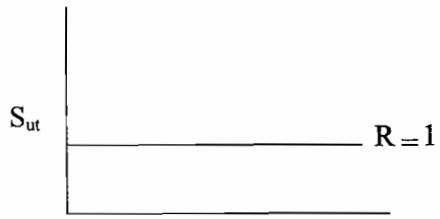
در تست‌ها هر جا S-N دیاگرام بود، $\sigma_m = 0$ در نظر گرفته شده است.

برای در نظر گرفتن حالت کلی، گودمن آزمایشی انجام داد. یک نمونه را با R=1 آزمایش کرد و تغییرات $\sigma(\sigma_a, \sigma_m)$ را روی نمودار رسم کرد.

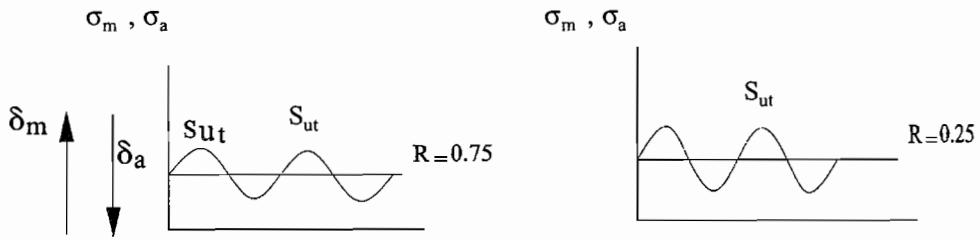
$\sigma_a = 0$

$\sigma_m = S_{ut}$

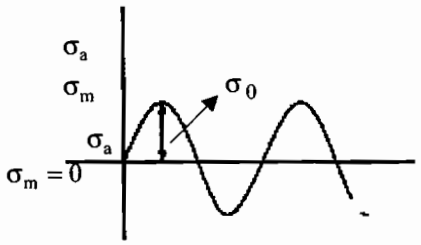
$\sigma_a = 0$ بیشترین



و سپس مقدار R را تغییر داد. آزمایش را برای ۱۰ نمونه از R=0 تا R= -1 انجام داد.

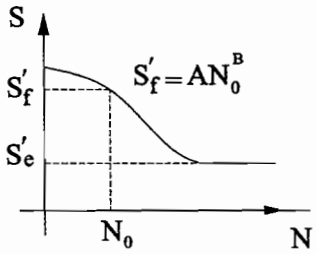


در شکل اول σ_m بیشترین مقدار را دارد و $\sigma_a = 0$، ولی در بارگذاری کاملاً معکوس‌شونده بر عکس است. ب $d > 8mm$ رای عمر دایم از S_e استفاده می‌شود.



$\sigma_m = 0$

ولی در حالت کلی به جای S_e از S_f استفاده می‌کنیم.

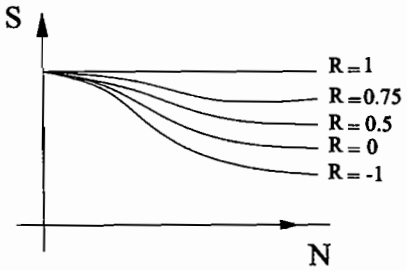


برای عمر دایم $S_e = K_a K_b K_c K_d K_e \; S'_e$

برای LCF و HCF $S_f = K_a K_b K_c K_d K_e S'_f$

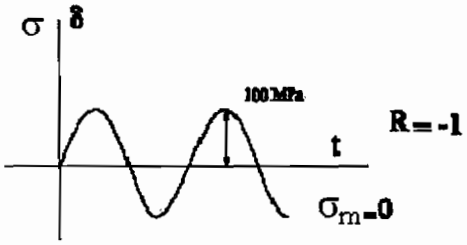
گودمن دیاگرام زیر را کشید:

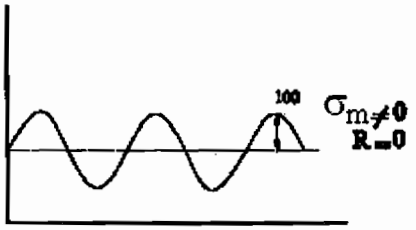
دیاگرام را به خاطر داشته باشیم:



این دیاگرام برای طراحی مناسب نبود، لذا نتایج را به‌صورت دیگری بیان کرد.

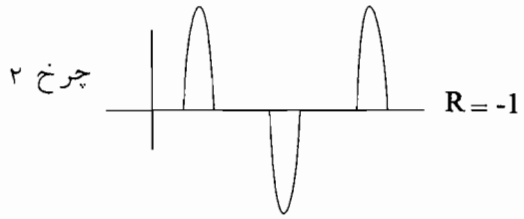
مثال : عمر کدام بیشتر است؟

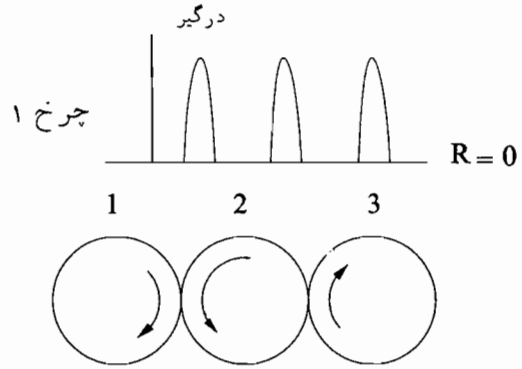




عمر ۲ بیشتر است، زیرا R=0 عمر بیشتری از R=-1 دارد (عمر آن ۴۰ درصد بیشتر است.)

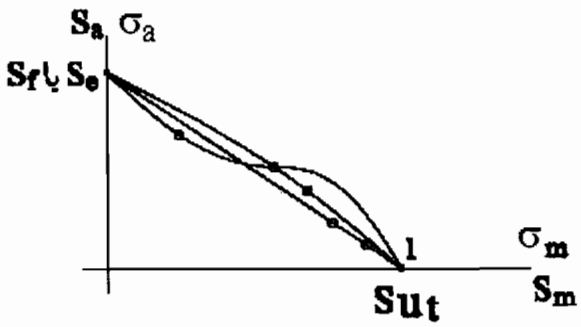
مثال : عمر کدام چرخدنده بیشتر است؟





مقاومت خستگی (1) از (2) ۴۰ درصد بیشتر است، بنابراین عمر چرخدنده (۱) از چرخدنده (۲) بیشتر است.

نتایج قبل راگودمن به‌صورت زیر رسم کرد:



σ_m و σ_a را تبدیل می‌کنیم به S_a, S_m

نمونه (1)
$$\begin{cases} \sigma_m = s_{ut} \\ \sigma_a = 0 \end{cases}$$

نمونه آخر
$$\begin{cases} \sigma_m = 0 \\ \sigma_a = S_e \text{ یا } S_f \end{cases}$$

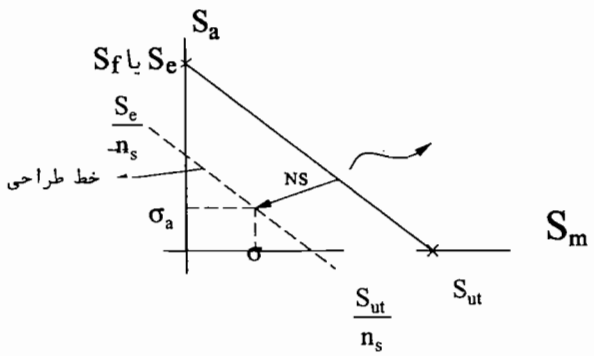
و نقاط وسطی را برای صفحهٔ نازک و ضخیم رسم کرد. گودمن این نقاط را به‌وسیله خطوط راست به هم وصل کرد.

فرمول طراحی:

ما باید کاری کنیم نقطه عمل روی خط طراحی بیفتد. (نمی‌خواهیم $n_s < 1$ شود.)

$$\frac{S_a}{\frac{S_e}{n_s}} + \frac{S_m}{\frac{S_{sut}}{n_s}} = 1$$

معادلهٔ خط طراحی $\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{sut}} = \frac{1}{n_s}$



حال نقطهٔ عمل بایستی در معادله طراحی صدق کند:

رابطه گودمن

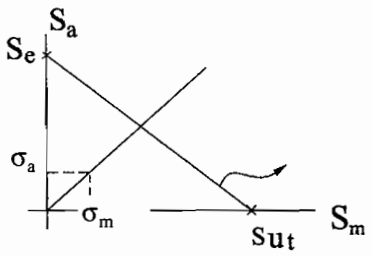
$$\frac{\sigma_a}{S_e \quad S_f} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n_s} \qquad \frac{S_{ut}}{n_s} = \sigma_m + \sigma_a \frac{S_{ut}}{S_e \text{ یا } S_f}$$

A,B از شرایط مرزی به‌دست می‌آید .

$$S_e = K_a K_b K_c K_d K_e S'_e$$
$$S_f = K_a K_b K_c K_d K_e S'_f$$
$$S'_f = AN^B$$

روش دوم: برای حل تست‌ها (در واقع تعریف دوم ضریب اطمینان)

ضریب اطمینان چقدر است:



$$S_a = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} S_m$$
$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_{ut}}{S_{ut}} = 1$$

خط طراحی را رسم می‌کنیم.

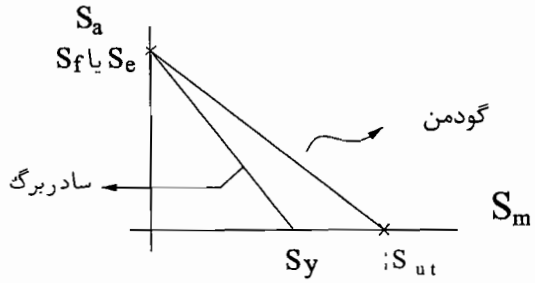
خط گودمن را داریم از تقاطع این‌ها S_a یا S_m به‌دست می‌آید.

$$n_s = \frac{S_a}{\sigma_a} \quad \text{or} \quad n_s = \frac{S_m}{\sigma_m}$$

تذکر : (تئوری سادربرگ)

گودمن یک‌سری قطعات را تست نکرده بود، در نتیجه یک‌سری نقاط ایراد داشت ، اما سادربرگ به جای S_{ut} از S_y استفاده کرد.

اگر در مسایل ذکر نکرده بود از چه معیاری استفاده کنیم، معیار طراحی سادربرگ منطقی‌تر است.



(گودمن سادربرگ)

$$\frac{S_y \text{ یا } S_{ut}}{n} = \sigma_m + \sigma_a \frac{S_y \quad S_{ut}}{S_e \quad S_f}$$

مثال : کدام معادله خستگی بر مبنای ضریب اطمینان 2 صحیح می‌باشد؟

۱) $\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{ut}} = \frac{1}{2}$

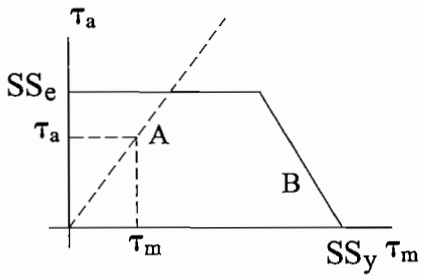
۲) $\frac{S_a}{2S_e} + \frac{S_m}{2S_{ut}} = 1$

۳) $\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 2$

۴) $\frac{S_a}{S_y} + \frac{S_m}{2S_{ut}} = \frac{1}{2}$

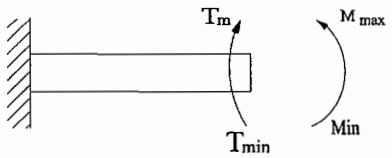
گزینه اول صحیح می‌باشد .

دیاگرام واماندگی خستگی برای پیچش:



$n_s = \frac{S_{Se}}{\tau_a}$ در کتاب $\begin{cases} S_{Sy} = 0.5\, S_y \\ S_{Se} = 0.577 S_e \end{cases}$ مقاومت تسلیم برای تحمل برش

راه‌حل کلی:



$$M_a, M_m = \frac{M_{max} \pm M_{min}}{2} \qquad T_a, T_m = \frac{T_{max} \pm T_{min}}{2}$$

$$\sigma_a = \frac{M_a c}{I} \qquad \tau_a = \frac{T_a r}{J} \rightarrow \text{معادل } \sigma'_a = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}$$

$$\sigma_m = \frac{M_m c}{I} \qquad \tau_m = \frac{T_m r}{J} \rightarrow \text{معادل } \sigma'_m = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2}$$

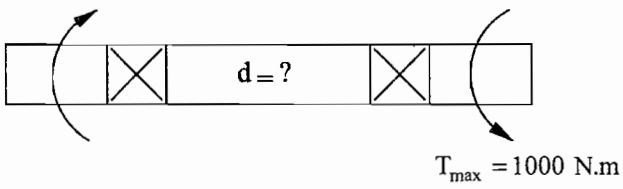
پس رابطهٔ کلی برای محاسبه ضریب اطمینان خستگی عبارت است از:

$$\frac{S_y \text{ یا } S_{ut}}{n_s} = \sigma'_m + \sigma'_a \frac{S_{ut} \text{ یا } S_y}{S_f \text{ یا } S_e}$$

اگر در مسایل در مورد عمر چیزی نگفت ، عمر را دایم می‌گیریم.

مثال : قطر شفت زیر بر اساس ضریب اطمینان 2 چقدر است؟ جنس شفت از فولاد با $S_{ut} = 800 MP_a$ می‌باشد.

$$T_a, T_m = \frac{1000 \pm 0}{2}$$



$$S_e = 0.5 S_{ut} = 400 Mpa$$

$$T_a = 500\ N.m \qquad \tau_a = \frac{T_a r}{J} = \frac{500 \times 16}{\pi d^3} = \frac{\text{عدد}}{d^3}$$

$$T_m = 500\ N.m \qquad \tau_m = \frac{T_m r}{J} = \frac{500 \times 16}{\pi d^3} = \frac{\text{عدد}}{d^3}$$

$$\sigma'_m = \sqrt{0 + 3\tau_m^2} = \sqrt{3}\tau_m = \frac{\text{عدد}}{d^3}$$

$$\sigma'_a = \sqrt{0 + 3\tau_a^2} = \sqrt{3}\tau_a = \frac{\text{عدد}}{d^3}$$

با فرض عمر دایم:

$\frac{800}{2}=\frac{\text{عدد}}{d^3}+\frac{\text{عدد}}{d^3}\times\frac{800}{400}\rightarrow$ d به‌دست می‌آید

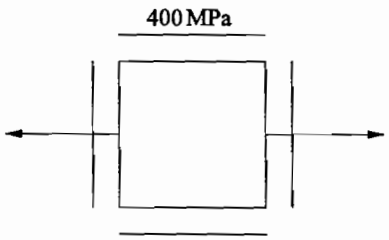
مثال: ضریب اطمینان طراحی برای عمر دایم کدام است؟

۱) 2

۲) 3

۳) 4

۴) هیچ‌کدام



$\sigma_m=200$

$\sigma_a=100$ $\qquad \sigma'_m=\sqrt{200^2+3(400^2)}$

$\tau_a=0$ $\qquad \sigma'_a=\sqrt{100^2+3\ (0)^2}=100$

$\tau_m=400\,MP_a$ $\qquad \frac{400}{n_s}=\sigma'_m+\sigma'_a\frac{400}{200}\ \Rightarrow$ n_s به‌دست می‌آید

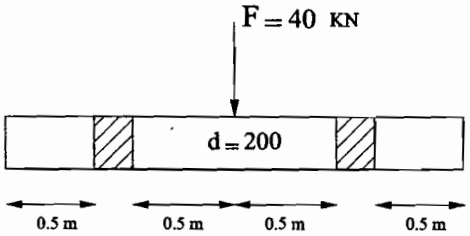
مثال : در شفت چرخان زیر ضریب اطمینان طراحی کدام است:

$T_{max}=1000$ N.m

$T_{min}=200$

فولاد $S_{ut}=600MPa$

$S_e=200$



بارگذاری کاملاً معکوس شونده است. $(\sigma_m=0)$

سطح بحرانی در وسط شفت است: $\sigma_a=\frac{20\times10^3\times0.5\times10^3\times32}{\pi(200)^3}$

$T_a,T_m=400,600$ $\qquad \tau_m=\frac{16\times600}{\pi(200)^3}$ $\qquad \tau_a=\frac{16\times400}{\pi(200)^3}$

$\sigma'_m=\sqrt{\sigma_m^2+3\tau_m^2}$ $\qquad \sigma'_a=\sqrt{\sigma_a^2+3\tau_a{}^2}$

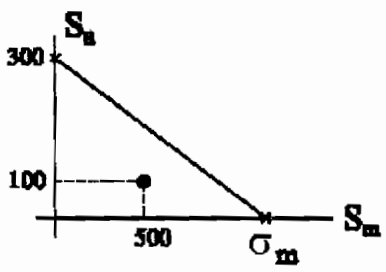
$\frac{600}{n_s}=\sigma'_m+\sigma'_a\frac{600}{200}\ \Rightarrow\ n_s=$

مثال : با فرض ضریب اطمینان 1.2 کدام گزینه صحیح می‌باشد: $S_{ut}=600$

۱ـ جسم وامانده می‌شود.

۲ـ جسم وامانده نمی‌شود.

۳ـ نمی‌توان دقیقاً اظهارنظر کرد.



طبق فرمول:

$\frac{600}{n_s}=500+100\frac{600}{300}\rightarrow n_s=\frac{6}{7}$

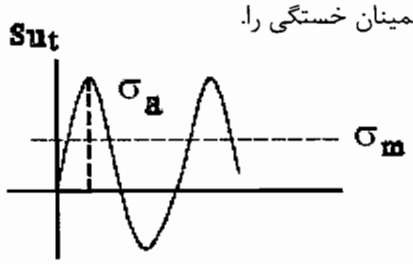
جسم وامانده می‌شود.

ولی فرض شده $n_s=1.2$ است. بنابراین طبق معیار خستگی قطعه نباید بشکند، ولی می‌شکند.

یعنی اصلاً در همان حالت استاتیکی می‌شکند و به حالت نوسانی نمی‌رسد. (همان $\frac{1}{4}$ سیکل می‌شکند) بنابراین اول باید ضریب اطمینان استاتیکی را چک کنیم و بعد ضریب اطمینان خستگی را.

$$\text{استاتیک} \leftarrow n_s = \frac{S_y \text{ یا } S_{ut}}{\sigma_{max} = \sigma_a + \sigma_m}$$

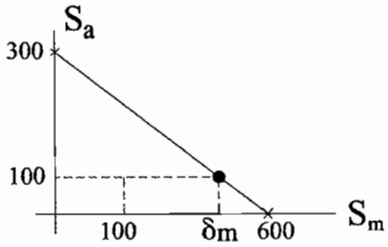
$$n_s = \frac{600}{600} = 1$$



مثال : برای ایجاد واماندگی خستگی بایستی تنش متوسط:

۱) 2 برابر شود. ۲) 1.5 برابر شود.

۳) 3 برابر شود. ۴) 4 برابر شود.



$$\frac{S_a}{300} + \frac{S_m}{600} = 1$$

$$\frac{100}{300} + \frac{\sigma_m}{600} = 1$$

$$\sigma_m = 600\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 400$$

$$\sigma_m = 4(100)$$

در نتیجه تنش متوسط بایستی 4 برابر شود.

تست سال ۷۸: میله‌ای به قطر 6mm که سطحش سنگ‌زنی شده $(K_a = 0.9)$ تحت بارگذاری خمشی با دامنه متغیر قراردارد. به‌طوری‌که بار وارد شده را می‌توان ترکیبی از $\sigma_m = 320\,Mpa$ و $\sigma_a = 300\,Mpa$ در نظر گرفت. اگر جنس میله از فولاد با استحکام نهایی $1000\,Mpa$ و استحکام تسلیم $800\,Mpa$ باشد، عمر میله براساس معیار گودمن چگونه خواهد بود؟ (ضریب اطمینان 50% فرض می‌شود).

۱) عمر بی‌نهایت خواهد داشت. ۲) عمر محدود بیش از 10000 سیکل خواهد داشت.

۳) عمر محدود کمتر از 1000 سیکل می‌نماید. ۴) تسلیم استاتیکی در آن اتفاق می‌افتد.

$$S_{ut} \le 1400\ Mpa \ : \ S'_e = 0.5\ S_{ut} = 0.5(1000) = 500\ Mpa$$

$$K_a = 0.9 \quad , \quad K_d = 1$$

$$d = 6\ mm < 8\ mm \Rightarrow K_b = 1$$

$$R = 50\% \Rightarrow K_c = 1$$

$$S_e = K_a K_b K_c K_d\ S'_e = (0.9)\times 1\times 1\times 1\times 500 = 450\ Mpa$$

$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma_m}{S_{ut}} + \frac{\sigma_a}{S_e} = \frac{320}{1000} + \frac{300}{450} \Rightarrow n = 1.014 > 1$$

در نتیجه قطعه عمر دایم خواهد داشت و گزینه (۱) صحیح می‌باشد.

باید از نظر استاتیکی هم بررسی شود.

تست سال ۷۸: یک میله مطابق شکل تحت بارثابت کششی F و ممان خمشی نوسانی $M(t)$ و گشتاور پیچشی نوسانی $T(t)$ قرار گرفته و تنش‌های به‌وجود آمده در نقطه‌ای بر سطح میله $\sigma_m = 100\ Mpa$ و $\sigma'_m = 100\ Mpa$ و $\tau_a = 100\ Mpa$ هستند. ضریب اطمینان خستگی میله طبق معیار گودمن کدام است؟ $(S_e = 250\ Mpa\ , S_u = 800\ Mpa)$

۱) 2.58 ۲) 2.58 ۳) 1.25 ۴) 1.08

$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}}$$

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} = \sqrt{(100)^2 + 3(100)^2} = 200\ Mpa$$

$$\sigma'_m = \sigma_m = 100\ \ Mpa$$

$$\frac{1}{n} = \frac{200}{250} + \frac{100}{800} \Rightarrow n = 1.08$$

بنابراین گزینه (۴) صحیح می‌باشد.

تست سال ۷۷: تنش‌های اصلی در یک قطعه عبارت‌اند از $\sigma_1 = 70\ Mpa$, $\sigma_2 = 30\ Mpa$, $\sigma_3 = 0$ ضریب اطمینان طراحی با استفاده از تئوری ماکزیمم تنش برشی چقدر است؟ $(S_y = 150 Mpa)$

۱) 1.5 ۲) 2.14 ۳) 3 ۴) 3.75

مطابق تئوری ماکزیمم تنش برشی

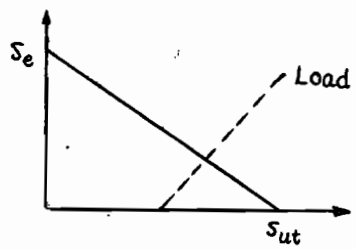
$$n = \frac{S_y}{2\tau_{max}}$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = \frac{70 - 0}{2} = 35\ \ Mpa$$

$$n = \frac{150}{2(35)} = 2.14$$

بنابراین گزینه (۲) صحیح می‌باشد.

تست سال ۷۷: دیاگرام اصلاح شده گودمن در شکل زیر نشان داده شده است. کدام عبارت در مورد نحوهٔ بارگذاری قطعه صحیح می‌باشد.



۱) قطعه تحت باراستاتیکی ثابت و یک بار دینامیکی با مقدار متوسط غیر صفر قرار دارد.

۲) قطعه تحت بار استاتیکی ثابت و بار دینامیکی با مقدار متوسط صفر قرار دارد.

۳) قطعه تحت یک بار دینامیکی برگشت‌پذیر با مقدار متوسط غیرصفر قرار دارد.

۴) قطعه تحت اثر یک باردینامیکی غیر برگشت‌پذیر با مقدار حداقل صفر قرار دارد.

گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

تست سال ۷۵: قطعه‌ای تحت بار نوسانی با دامنه تنش 200 Mpa و براساس ضریب اطمینان 2 عمر دایم دارد. اگر دامنه تنش را نصف کنیم مقدار تنش متوسط برحسب Mpa برای عمر دایم و براساس ضریب اطمینان 2 چه تغییری خواهد کرد؟ (مقاومت تسلیم $S_y = 600\ Mpa$ و حد دوام $S_e = 400\ \ Mpa$)

۱) از 100 به 150 ۲) از صفر به 150 ۳) تغییر نمی‌کند. ۴) از صفر به 250

طبق تئوری گودمن ضریب اطمینان برای قطعه‌ای با عمر محدود از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma_a}{S_e} - \frac{\sigma_m}{S_{ut}}$$

چون S_{ut} در این مساله داده نشده است، به‌جای آن از S_y استفاده می‌کنیم. (تئوری سادربرگ) با فرض $\sigma'_a = \frac{\sigma_a}{2} = 100$

$$\frac{1}{2} = \frac{100}{400} + \frac{\sigma_m}{600} \Rightarrow \sigma_m = 150 \text{ Mpa}$$

پس در حالت ثانویه مقدار متوسط تنش 150 Mpa می‌باشد. اما در حالت اولیه:

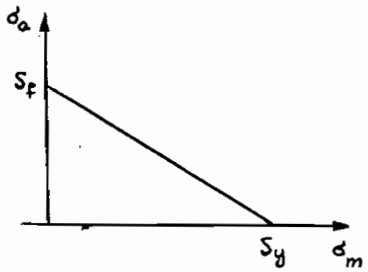
$$\frac{1}{2} = \frac{200}{400} + \frac{\sigma_m}{600} \Rightarrow \sigma_m = 0$$

بنابراین گزینه دوم صحیح می‌باشد.

تست سال ۷۵: یک قطعه تحت بار نوسانی با دامنه تنش $\sigma_a = 400$ Mpa و مقدار متوسط $\sigma_m = 200$ Mpa دارای عمر N است. دامنه تنش بار نوسانی کاملاً معکوس شونده (باری با مقدار متوسط تنش صفر) که همان عمر N را نتیجه می‌دهد، چند مگاپاسکال خواهد بود؟

$(S_e = 400 \text{ Mpa}, S_y = 800 \text{ Mpa})$

۱) 233 ۲) 333
۳) 433 ۴) 533



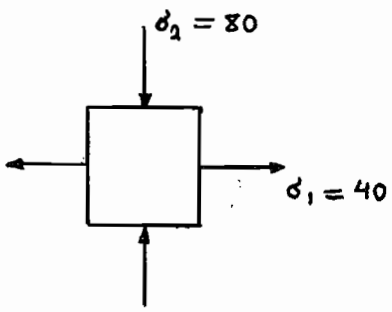
چون در صورت مساله S_{ut} داده نشده، به‌جای تئوری گودمن از تئوری سادربرگ استفاده می‌کنیم (که همان نمودارگودمن است که S_y در آن جایگزین S_{ut} شده و ناحیه بارگذاری ایمن‌تری را نشان می‌دهد.) در حالت ثانویه مقدار متوسط تنش صفر است پس طبق نمودار فوق σ'_a همان S_f خواهد بود. برای قطعه‌ای با عمر محدود:

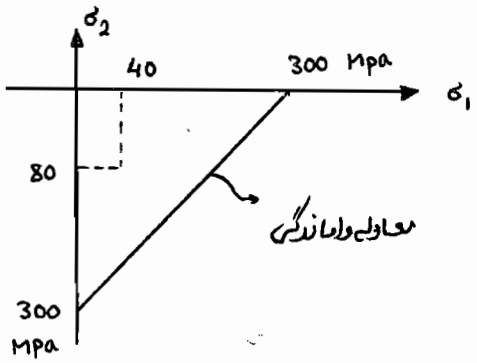
$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma_a}{S_f} + \frac{\sigma_m}{S_y} = 1 \Rightarrow \frac{\sigma_a}{S_f} = 1 - \frac{\sigma_m}{S_y}$$

$$\frac{400}{S_f} = 1 - \frac{200}{800} \Rightarrow S_f = \sigma'_a = 533.33 \text{ Mpa}'$$

تست سال ۷۵: تنش‌های اصلی در بحرانی‌ترین نقطه جسمی به‌صورت زیر هستند. اگر معادله واماندگی استاتیکی به‌صورت خطی مطابق شکل فرض شود، مقدار ضریب اطمینان کدام است؟

۱) 2
۲) 2.5
۳) 3
۴) 3.5



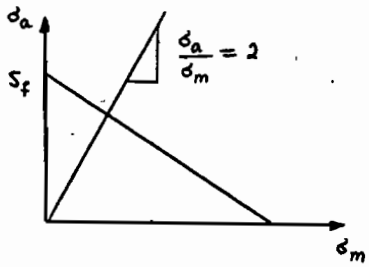


$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma_1}{300} + \frac{\sigma_2}{300} \Rightarrow \frac{1}{n} = \frac{40}{300} - \frac{80}{300} \Rightarrow n = 2.5$$

تست سال ۷۵: در طراحی قطعه‌ای با نیروی متناوب خمشی، دیاگرام گودمن مطابق شکل زیر است. مقدار ضریب اطمینان طراحی قطعه برابر است با :

$(S_{ut} = 460\ Mpa \quad , S_y = 380\ Mpa)$

$(\sigma_a = 80\ Mpa\ ,\ S_f = 90\ Mpa)$



۱) 1

۲) 1.32

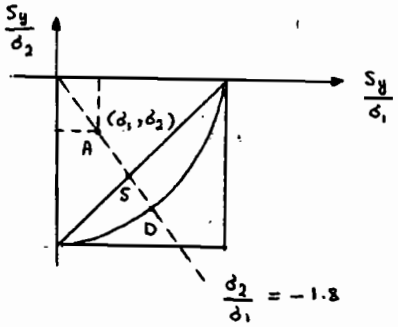
۳) 2

۴) 1.125

$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma_a}{S_f} + \frac{\sigma_m}{S_y}$$

$$\sigma_m = 0 \Rightarrow n = \frac{S_f}{\sigma_a} = \frac{90}{80} = 1.125$$

تست سال ۷۲: در طراحی قطعه‌ای با نیروی استاتیکی مرکب، مقدارضریب اطمینان با استفاده از بهترین تئوری شکست طبق نمودار زیر برابر است با:



۱) $\frac{OD}{OA}$

۲) $\frac{ON}{Os}$

۳) $\frac{OS}{OA}$

۴) 1.8

بهترین یا به‌عبارت دیگر دقیق‌ترین تئوری شکست تئوری وان‌مایس یا تئوری انرژی تغییر شکل است که طبق آن ضریب اطمینان از رابطه $n = \frac{OD}{OA}$ به‌دست می‌آید. D محل تلاقی خط بار (Load Line) با منحنی وان‌مایس است.

تست سال ۶۹: ماده ترد ماده‌ای است که:

۱) تا نقطه شکست از خود تغییر شکل پلاستیک ناگهانی نشان دهد.

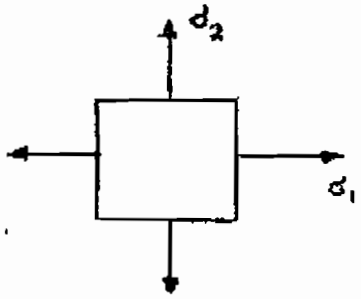
۲) استحکام فشاری و برشی آن یکسان باشد.

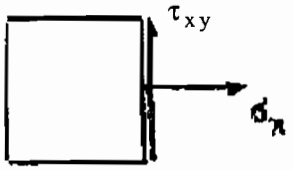
۳) تحت ضربه ترک بخورد.

۴) هیچ‌کدام

ماده ترد ماده‌ایست که ازدیاد طولش در هنگام شکست کمتر از 2% باشد، بنابراین تا نقطه شکست تغییر شکل پلاستیک ناگهانی نخواهد داشت. در مواد ترد استحکام فشاری بیش از استحکام کششی است و استحکام کششی با استحکام برشی برابر است، بنابراین گزینه دوم هم نمی‌تواند درست باشد. مواد ترد در مقابل ضربه آسیب‌پذیر تراز مواد نرم هستند و زودتر ترک می‌خورند. اما این بدین معنی نیست که مواد نرم تحت ضربه ترک نمی‌خورند و ترک خوردن در مقابل ضربه مشخصهٔ منحصر به‌فرد مواد ترد نمی‌باشد. بنابراین گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

تست سال ۶۹: ماده‌ای چکش‌خوار دارای استحکام نهایی کششی 300Mpa است. این ماده براساس معیار حداکثر تنش برشی تحت تنش دو بعدی زیر خواهد شکست؟





۱) $\sigma_2 = 120 , \sigma_1 = 200$

۲) $\sigma_2 = -30 , \sigma_1 = 280$

۳) $\sigma_2 = 0 , \sigma_1 = 280$

۴) $\tau_{xy} = 0 , \sigma_x = 280$

ابتدا باید طبق تئوری ماکزیمم تنش برشی، تنش برشی مجاز را پیدا کنیم.

$$\tau_{mzx} = \frac{\frac{S_y}{2}}{n} = \frac{\frac{300}{2}}{1} = 150 \ Mpa$$

حال ماکزیم تنش برشی را در هر گزینه به‌دست می‌آوریم.

$$\tau_{max_1} = \frac{(\sigma_{max} - \sigma_{min})}{2} = \frac{(200-0)}{2} = 100 \ Mpa$$

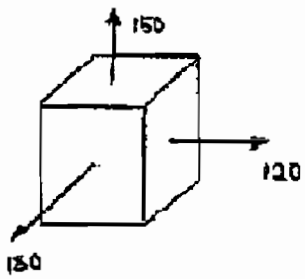
$$\tau_{max_2} = \frac{(280+30)}{2} = 155 \ Mpa > 150 Mpa$$

$$\tau_{max_3} = \frac{(280-0)}{2} = 140 \ Mpa$$

$$\tau_{max_4} = 140 \ Mpa$$

بنابراین گزینه ۲ جواب تست است. (دقت داشته باشد که در تنش‌های دو بعدی یک مولفه یک مولفه تنش $\sigma_3 = 0$ بوده که ذکر نشده است.)

تست سال ۶۹: ماده‌ای چکش‌خوار، دارای استحکام تسلیم $S_y = 100 \ Mpa$ و استحکام نهایی $S_u = 150 \ Mpa$ می‌باشد. در صورتی که المانی از ماده تحت بارگذاری زیر باشد، این ماده:



۱) حتماً تسلیم می‌شود ولی نمی‌شکند.

۲) حتماً خواهد شکست.

۳) تسلیم نخواهد شد و نخواهد شکست.

۴) بدون آنکه تسلیم شود خواهد شکست.

طبق تئوری ماکزیمم تنش نرمال چون یکی از مولفه‌های تنش بزرگ‌تر از استحکام نهایی ماده است، قطعه خواهد شکست. $\sigma_1 = 180 \ Mpa$ اما این تئوری به‌خصوص در مواد نرم کاربرد ندارد. طبق تئوری ماکزیمم تنش برشی:

$$n = \frac{S_y}{2\tau_{max}} = \frac{S_y}{\sigma_{max} - \sigma_{min}} = \frac{100}{180-120} = 1.67 > 1$$

بنابراین طبق این تئوری ماده تسلیم نخواهد شد و نخواهد شکست.

طبق تئوری انرژی تغییر شکل که دقیق‌ترین تئوری موجود است:

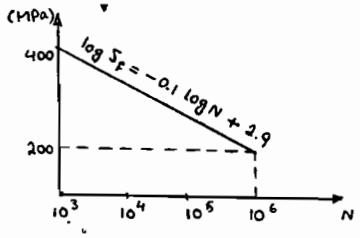
$$\sigma' = \sqrt{\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2}{2}}$$

$$\sigma' = \sqrt{\frac{(180-120)^2+(180-150)^2+(150-120)^2}{2}} = 52 \text{ Mpa}$$

$$n = \frac{100}{52} > 1$$

طبق این تئوری هم ماده تسلیم نخواهد شد و نخواهد شکست.

تست سال ۶۹: منحنی حد دوام ماده‌ای به‌شکل مقابل است. این ماده تا نقطه شکست



۱) 10^5 سیکل تحت تنش نوسانی 280 Mpa را تحمل می‌کند.

۲) بیش از 10^5 سیکل تحت تنش نوسانی 280 Mpa را تحمل می‌کند.

۳) کمتر از 10^5 سیکل تحت تنش نوسانی 280 Mpa را تحمل می‌کند.

۴) فقط تا 200 Mpa می‌تواند تنش نوسانی را تحمل کند.

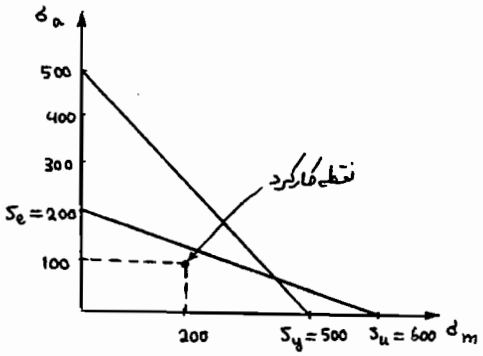
$$\log S_f = -0.1 \log N + 2.9$$

$$S_f = 280 \text{ Mpa} \Rightarrow \log 280 = -0.1 \log N + 2.9$$

$$\Rightarrow N = 33761.3 \simeq 3.3\times10^4 < 10^5$$

بنابراین گزینه سوم صحیح می‌باشد.

تست سال ۶۹: ماده‌ای با مشخصات بارگذاری زیر مفرض است. براساس معیار گودمن افزایش دامنه تنش نوسانی تا چه مقدار سبب شکست قطعه می‌شود.



۱) تا $\frac{5}{3}$ برابر

۲) تا 2 برابر

۳) تا $\frac{4}{3}$ برابر

۴) تا 3 برابر

طبق معیار گودمن :

$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} \Rightarrow 1 = \frac{\sigma_a}{200} + \frac{200}{600} \Rightarrow \sigma_a = \frac{400}{3} = \frac{4}{3}(100)$$

(با افزایش مولفه نوسانی تنش یعنی σ_a مولفه متوسط تنش ثابت فرض شده است.)

تست سال ۷۰: در صورتی که روی محوری $\sigma_a = 100\ Mpa$ و $\sigma_m = 500\ Mpa$ و جنس محور از فولاد با $S_{ut} = 800\ Mpa$ و $S_y = 550\ Mpa$ و حد دوام تصحیح شده برابر $S_e = 300\ Mpa$ باشد، کدام یک از جملات زیر صحیح می‌باشد؟ برای بررسی خستگی از معیار گودمن استفاده کنید.

۱) این محور تحت بارگذاری فوق گسیخته می‌شود.
۲) با ضریب ایمنی $n = 1.04$ گسیخته نمی‌شود.
۳) با ضریب ایمنی $n = 1.6$ گسیخته نمی‌شود.
۴) با ضریب ایمنی $n = 3$ گسیخته نمی‌شود.

ابتدا با استفاده از معیار گودمن ضریب اطمینان خستگی را به‌دست می‌آوریم.

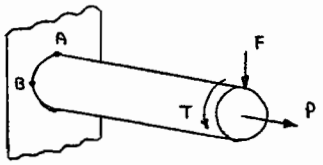
$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{100}{300} + \frac{500}{800} \Rightarrow n = 1.04 > 1$$

سپس محور در برابر بارگذاری خستگی مقاوم است. حال بارگذاری استاتیکی را در نظر می‌گیریم :

$$n = \frac{S_y}{2\tau_{max}} = \frac{S_y}{\sigma_m + \sigma_a} = \frac{550}{500 + 100} = 0.92 < 1$$

بنابراین محور در اثر بارگذری فوق دچار شکست می‌شود.

تست سال ۷۰: شکل زیر یک محور فولادی را نشان می دهد که تحت تاثیر نیروهای P,F و کوپل T قرار گرفته است. کدام یک از عبارات زیر صحیح می‌باشد.



۱) ضریب اطمینان جسم در نقطه A کمتر از نقطه B است، چون σ_{max} در نقطه A اتفاق می‌افتد .
۲) ضریب اطمینان جسم در نقطه A بیشتر از نقطه B است چون τ_{max} د رنقطه B اتفاق می‌افتد.
۳) چون ضریب اطمینان صرفاً به جنس محور بستگی دارد، ضرایب اطمینان نقاط A,B یکسان است.
۴) احتیاج به محاسبه داریم و مقادیر عددی S_y, T, F, P مورد نیاز هستند.

نیروی محوری P و گشتاور پیچشی T اثرات یکسانی بر نقطه‌های B,A دارند، ولی اثر نیروی F برای این دو نقطه متفاوت است. تنش خمشی ایجاد شده توسط نیروی F در نقطه A ماکزیمم و در نقطه B (که روی تار خنثی قرار دارد) صفر است. تنش برشی ایجاد شده توسط نیروی F در نقطه A برابر صفر و در نقطه B ماکزیمم است. اما تاثیر بارهای خمشی همیشه مخرب‌تر از بارهای برشی است. در نتیجه نقطه A بحرانی‌تر است و ضریب اطمینان جسم در نقطه A کمتر از B است و گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

تست سال ۶۷: در یک استوانه جدار نازک که دو سر آن بسته است، قطر داخلی $200\ mm$ ، ضخامت $10\ mm$ و فشار داخل استوانه برابر $35\,Mpa$ است. اگر حد تسلیم فلز $770\ Mpa$ باشد، ضریب اطمینان در مقابل تغییر شکل پلاستیک برای یک نقطه روی سطح داخلی استوانه چقدر است؟ از تئوری ماکزیمم تنش برشی استفاده شود.

۱) 3 ۲) 1.5 ۳) 2 ۴) 4

در یک مخزن تحت فشار جدار نازک:

$$\sigma_l = \sigma_t = \frac{P_{d_i}}{2t} = 350\ Mpa$$

$$\sigma_2 = \frac{P_{di}}{4t} = 175 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_3 = -35 \text{ Mpa}$$

$$n = \frac{S_y}{2\tau_{max}} = \frac{S_y}{\sigma_1 - \sigma_3} = \frac{770}{350+35} = 2$$

تست سال ۷۹: برروی جز بحرانی قطعه‌ای، تنش معکوس شوندهٔ $\sigma = 250$ Mpa و تنش برشی استاتیکی $\tau = 250$ Mpa وارد می‌شود. در صورتی که جنس قطعه از فولاد با $S_u = 700$ Mpa و $S_y = 580$ Mpa و حد دوام تصحیح شده $S_e = 350$ Mpa باشد، کدام گزاره صحیح می‌باشد.

۱) تحت شرایط بارگذاری خستگی گسیخته می‌شود، ولی در بارگذاری استاتیکی دوام می‌آورد.

۲) تحت شرایط بارگذاری استاتیکی گسیخته می‌شود، ولی در بارگذاری خستگی دوام می‌آورد.

۳) تحت هر دو شرایط بارگذاری استاتیکی و خستگی دوام می‌آورد.

۴) تحت هر دو شرایط بارگذاری استاتیکی و خستگی گسیخته می‌شود.

$$\sigma_a = 250 \ , \sigma_m = 0$$

$$\tau_a = 0 \ , \tau_m = 250$$

$$\sigma'_a = \sigma_a = 250$$

$$\sigma'_m = \sqrt{3}\,\tau_m = 433$$

از نظر بارگذاری خستگی، با استفاده از معیار گودمن

$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}} = \frac{250}{350} + \frac{433}{350} \Rightarrow n = 0.75 < 1$$

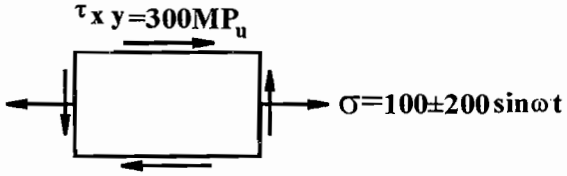
از نظر بارگذاری خستگی، با استفاده از تئوری وان مایس

$$\sigma_{max} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} = \sqrt{(250)^2 + 3(250)^2} = 500 \text{ Mpa}$$

$$n = \frac{S_y}{\sigma_{max}} = \frac{580}{500} = 1.6 > 1$$

قطعه مورد نظر تحت بارگذاری استاتیکی دوام می‌آورد، ولی تحت بارگذاری خستگی گسیخته می‌شود.

مثال : یک میل لنگ با سرعت زاویه‌ای ω دارای مولفه‌های تنش به‌صورت زیر می‌باشد، تعیین کنید ضریب اطمینان استاتیکی n_s و ضریب اطمینان خستگی n'_s را مشروط به این‌که مقاومت کششی نهایی ماده میل لنگ 800 Mpa باشد.



جواب : یعنی میل دچار واماندگی استاتیکی نمی‌شود و دچار واماندگی خستگی می‌گردد.

$$\sigma_m = 100$$

$$\sigma_a = 200$$

$$\tau_a = 0$$

$$\tau_m = 300 \quad \text{Mpa}$$

$$\sigma'_m = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\,\tau_m^2} = \text{عدد}$$

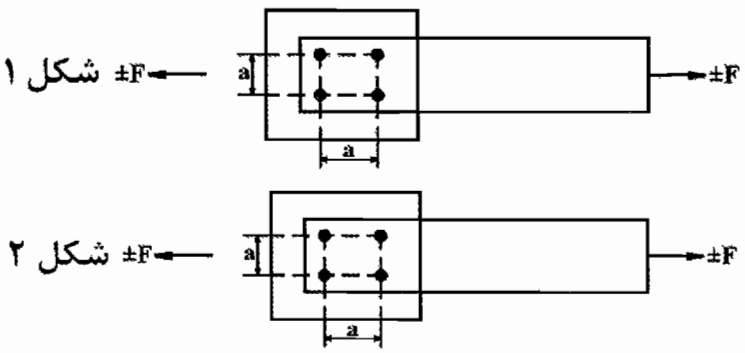
$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\,\tau_a^2} = \text{عدد}$$

$$n_s = \frac{Sut}{\sigma'_m + \sigma'_a} = 1.1$$

$$\frac{Sut}{n'_s} = \sigma'_m + \sigma'_m \frac{Sut}{se} \quad \Rightarrow \quad \frac{Sut}{n'_s} = \sigma'_m + \sigma'_a \frac{Sut}{0.5\,Sut} \quad \Rightarrow \quad n'_s = 0.86$$

مثال : دو صفحه با دو سیستم متفاوت (1) و (2) از طریق جوش مقاومتی (یا پیچ) به یکدیگر متصل شده‌اند و سپس تحت بار نوسانی $\pm F$ قرار گرفته‌اند، مقاومت خستگی کدام اتصال بیشتر است؟

جواب : در اتصال (1) امکان تداخل جریان تنش بیشتر از اتصال (2) است و یا به عبارت دیگر ضریب تمرکز تنش هندسی در اتصال 2 کمتر از اتصال (1) است و در نتیجه طبق فرمول $S_e = K_a K_b K_c K_e \frac{1}{K_+} S'_e$ مقاومت در تحمل خستگی اتصال بیشتر از اتصال (1) است.



مثال : رفتار خستگی یک ماده در ناحیه خستگی دور پایین (Lowcycle Fotigce) از معادله زیر تبعیت می‌کند. مقاومت کششی نهایی این ماده کدام‌یک از مقادیر زیر است.

$$S_f = 320\,(N)^{-0.5}$$

جواب : طبق دیاگرام $S - N$ در ناحیه خستگی دور پایین اگر در معادله بالا به جای سیکل $N = \frac{1}{4}$، قرار دهیم S_f برابر مقاومت کششی نهایی Sut می‌گردد.

$$N = \frac{1}{4} \text{ سیکل } S_f = S - t = 320\left(\frac{1}{4}\right)^{-0.5} = 640 \text{ Mpa}$$

مثال : چنان‌چه K_f ضریب کاهش مقاومت خستگی یک ماده باشد، کدام‌یک از عبارات زیر صحیح است؟

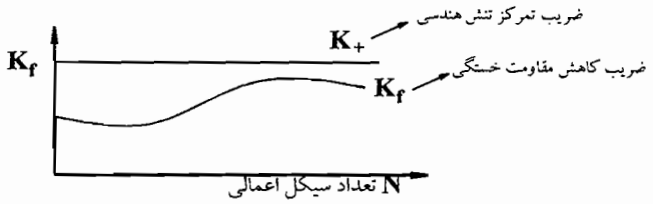
۱) K_f همواره تابعی از تعداد سیکل اعمالی به قطعه می‌باشد.

۲) K_f مستقل از تعداد سیکل اعمالی بوده و همواره ثابت است.

۳) K_f مستقل از تعداد سیکل اعمالی بوده و فقط به هندسه و ابعاد وابسته است.

جواب : گزینه ۱ صحیح می‌باشد. زیرا طبق تعریف K_f منحنی زیر همواره حاصل می‌گردد.

$$K_f = \frac{\text{مقاومت خستگی نمونه بدون ناچ}}{\text{مقاومت خستگی نمونه ناچ‌دار}}$$

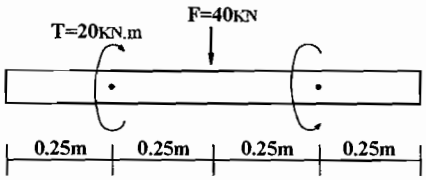


مثال : شافت چرخان زیر با سرعت ثابت هر چرخه تحت دو بار ثابت F و T قرار دارد. مقاومت کشش نهایی 800 Mpa است. ضریب اطمینان خستگی کدام است؟

۱) $n_s = 1.2$ ۲) $n_s = 2.1$ ۳) $n_s = 3.2$ ۴) $n_s = 2.5$

جواب : گزینه ۲ صحیح می‌باشد. یعنی:

$n_s = 2.1$



زیرا طبق دیاگرام لنگر خمشی و دیاگرام گشتاور پیچشی سطح وسط شافت بحرانی است و چدن شافت چرخان و نیروها ثابت هستند .

پس:

$\sigma_m = 0$

$\sigma_a = \frac{MC}{I} = \frac{20\times10^3\times0.5\times10^3\times32}{\pi(100)^3} =$ عدد

$\tau_a = 0$ چون گشتاور ثابت است

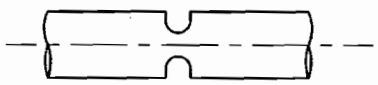
$\tau_m = \frac{Tr}{\tau} = \frac{20\times10^3\times10^3\times16}{\pi(100)^3} =$ عدد

$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} =$ عدد

$\sigma'_m = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2} =$ عدد

$\frac{Sut}{n_s} = \sigma'_m + \sigma'_a \frac{Sut}{1\times1\times1\times1\times1\,(0.5\,S - t)} \Rightarrow \boxed{n_s = 2.1}$

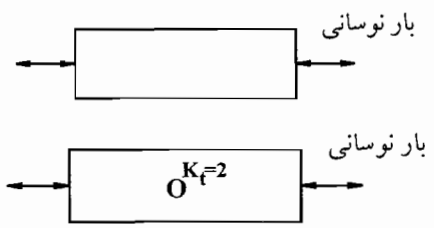
مثال : در شافت زیر ضریب تمرکز تنش هندسی $K_t = 2$ و ضریب حساسیت به شیار $q = 0.5$ است، ضریب کاهش مقاومت خستگی کدام است؟



$K_f = 1 + q\,(K_t - 1)$

$\boxed{K_f = 1.5}$

مثال : یک صفحه از جنس چدن (ماده شکننده) مانند شکل (1) تحت بار نوسانی دارای مقاومت خستگی 600 Mpa است. در وسط این صفحه یک سوراخ با تمرکز تنش هندسی $K_t = 2$ مانند شکل (2) ایجاد می‌شود و تحت همان بار نوسانی قرار می‌گیرد. مقاومت خستگی در جسم (2) کدام گزینه است؟



۱) 400 Mpa

۲) 200 Mpa

۳) 300 Mpa

۴) صفر

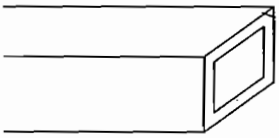
$$\text{مقاومت خستگی در جسم (2)} = \frac{\text{مقاومت خستگی در جسم بدون نارچ}}{K_f}$$

$$\text{مقاومت خستگی در جسم (2)} = \frac{600}{K_f}$$

از طرفی چون همواره $K_f \le K_t$ است، (یعنی برای اجسام نرم $K_f < K_t$ و برای اجسام شکننده $K_f = K_t$ و در این جسم شکننده است) پس گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

«جوش‌ها»

جوش‌ها جزو اتصالات جدا نشدنی هستند و برای اتصال دایم قطعات به هم بکار می‌روند.

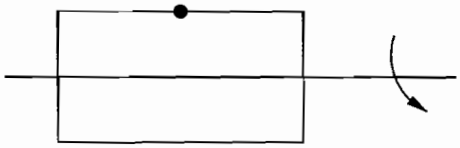


مثال : در کدام‌یک از مقاطع زیر جوش بحرانی‌تر است؟

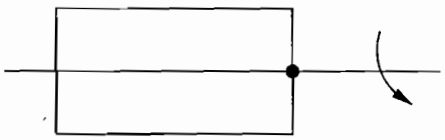
۱)

حالت ۱: بدترین حالت است، چون هم تنش و هم تمرکز تنش هندسی وجود دارد.

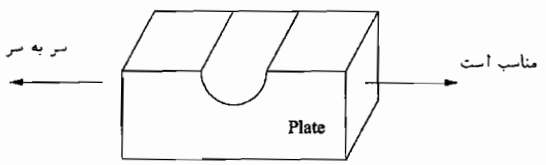
حالت ۲: هم تنش ماکزیمم و هم تمرکز تنش هندسی وجود دارد.

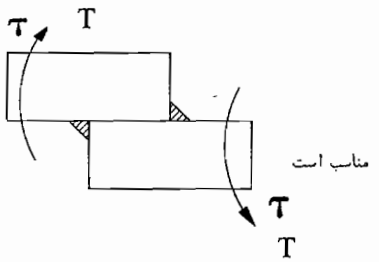
۲) 

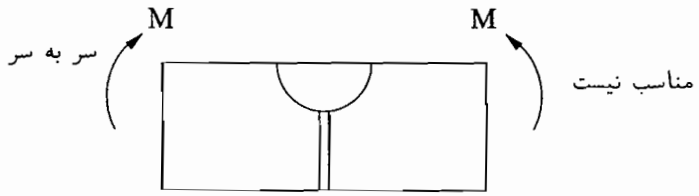
حالت ۳: بهترین حالت است، چون در محل تار خنثی تنش نرمال صفر است.

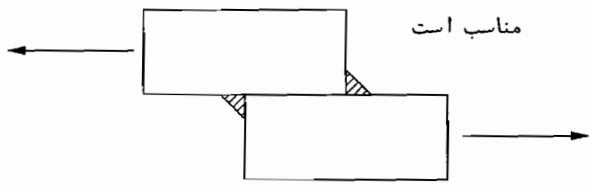
۳) 

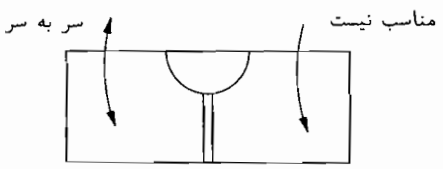
مثال : کدام اتصال مناسب نمی‌باشد؟

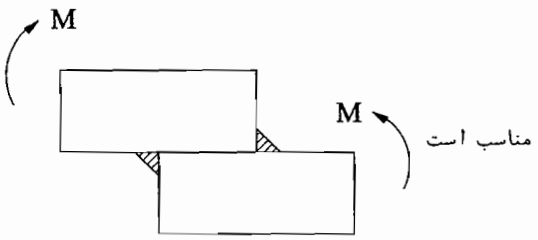




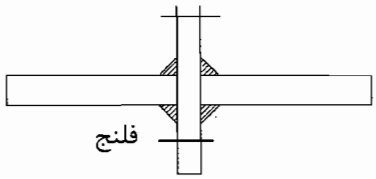








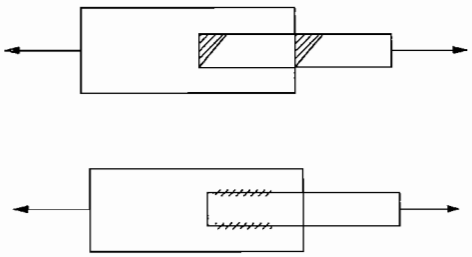
اصولاً جوش‌های سربه‌سر فقط بار محوری و برشی مستقیم را تحمل می‌کنند و جوش‌های نواری انواع بارهای خمشی و محوری و پیچشی و برشی و ترکیبی از آن‌ها را تحمل می‌کند.
شفت‌ها را این‌طوری اتصال می‌دهند.



انواع جوش

۱ـ جوش‌های سر به سر ، شیاری یا Bult
۲ـ جوش‌های نواری یا شعاعی یا فیلت

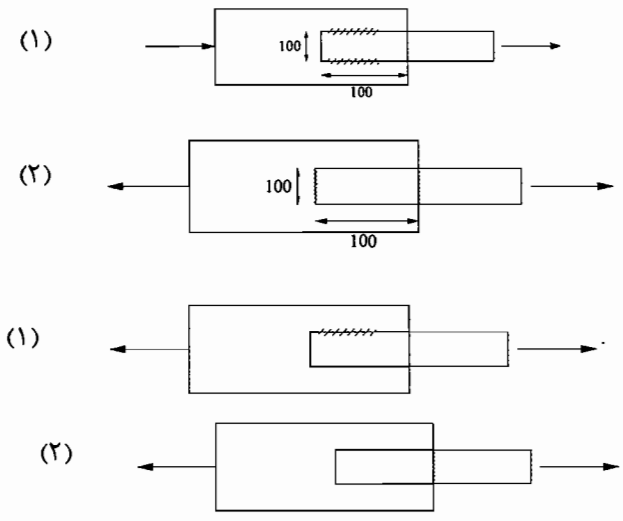
جوش سر به سر فقط بارهای محوری و برشی را تحمل می‌کند.
جوش نواری هر سه نوع بار را قبول می‌کند و ترکیب آن‌ها را هم قبول می‌کند.



ضریب تمرکز تنش جوش‌ها (حفظ باشیم)

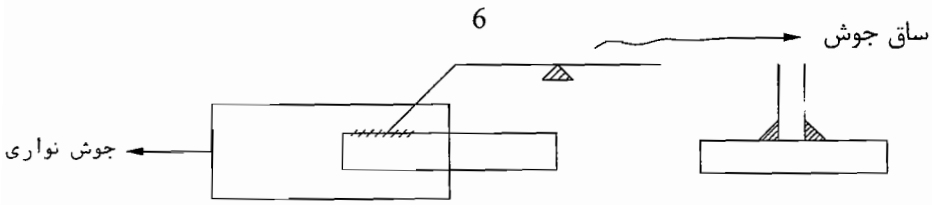
ـ در جوش سر به سر ۱/۲
ـ در جوش نواری عرضی ۱/۵
ـ در جوش نواری طولی ۲/۷

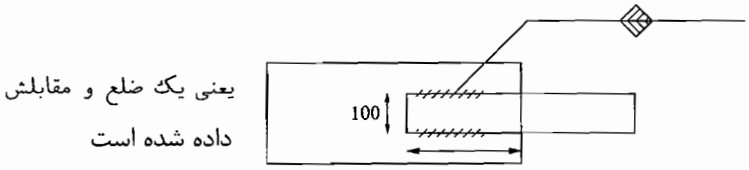
مثال : کدام اتصال بهتر است؟
در حالت ۲ ضریب تمرکز تنش کمتر و مقاومت بیشتر است.



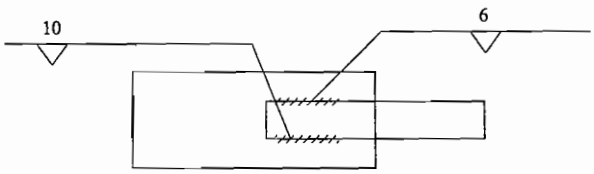
علایم و اصطلاحات در جوش

این عدد نشان‌دهنده ساق جوش است.

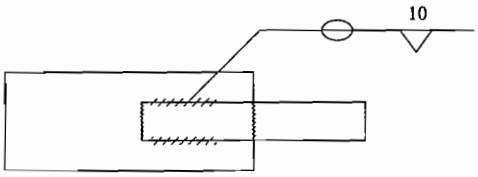


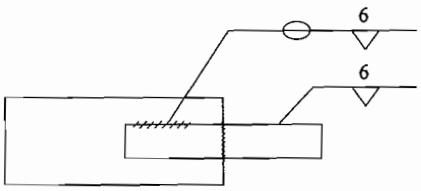


اگر به هر دلیل ساق جوش مختلف باشد باید جدا نوشته شود.

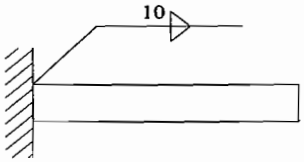


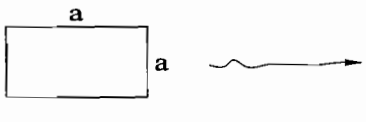
دورتادور جوش

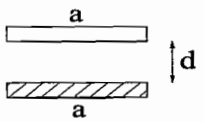




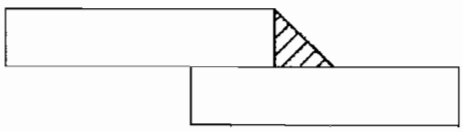
اگر اضلاع روبروی هم نباشند باید حتما ساق جوش را برای هر کدام جدا گرفت.

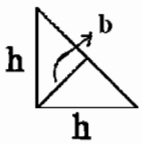






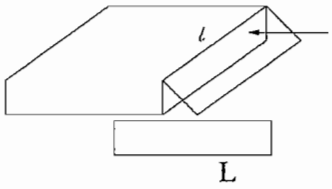
اصطلاحات:





ساق جوش:h

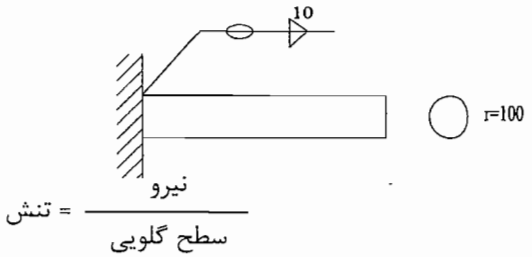
عرض گلویی جوش $b = o.707h$



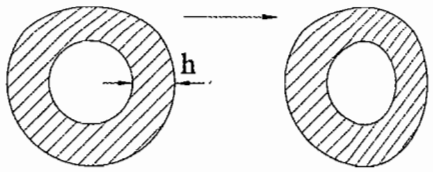
سطح گلویی جوش: (از همه مهم‌تر است.)

$A = bl = 0.707\,hl$

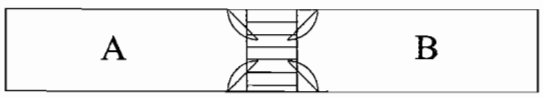
مثال :



$b = 0.707h$



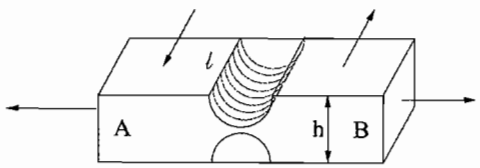
طراحی استاتیکی و خستگی جوش‌ها:



۱ـ جوش سربه‌سر:

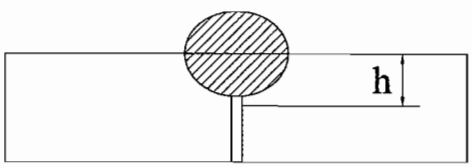
بارهای محوری و برشی را تحمل می‌کند.

معمولاً صفحات را می‌بریم بعد مذاب می‌ریزیم و خط‌های برش به منحنی تبدیل می‌شود.



در این‌جا h با عرض صفحه یکی شده است.

اگر جوش تحت بار استاتیکی است بهتر است، سنگ زنی صورت نگیرد.



اما اگر جوش تحت بار خستگی است، بهتر است سنگ زنی انجام شود، چون K_t کم شده و S_e زیاد می‌شود.

طراحی استاتیکی تحت بار F:

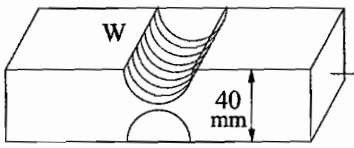
S_{sy}, S_y را از جدول استانداردها به‌دست می‌آوریم.

$$n_s = \frac{S_y}{\sigma}$$

$$n_s = \frac{S_{sy}}{\tau}$$

طراحی خستگی:

مثال : دو صفحه به ضخامت 40mm را جوشکاری کرده‌ایم.پهنای صفحه (w) برای عمر دایم چقدر است؟ (سطح صفحه چکش‌خواری شده است. $K_a = 1.5$) الکترود $S_{ut} = 600Mpa$



$F_{max} = 1000$

$F_{min} = 0$

$$F_a = 500 \qquad \sigma_a = \frac{500}{40w}$$

$$F_m = 500 \qquad \sigma_m = \frac{500}{40w}$$

$$\sigma = \frac{F}{hl} = \frac{F}{40w}$$

$$\frac{S_{ut}}{n_s} = \sigma_m + \sigma_a \frac{S_{ut}}{S_e'} \qquad S_e = K_a K_b K_c K_d K_e S_e' \qquad K_a = 1.5 \ , \ K_b = K_c = K_d = 1 \ , \ K_e = \frac{1}{K_t} = \frac{1}{1.2}$$

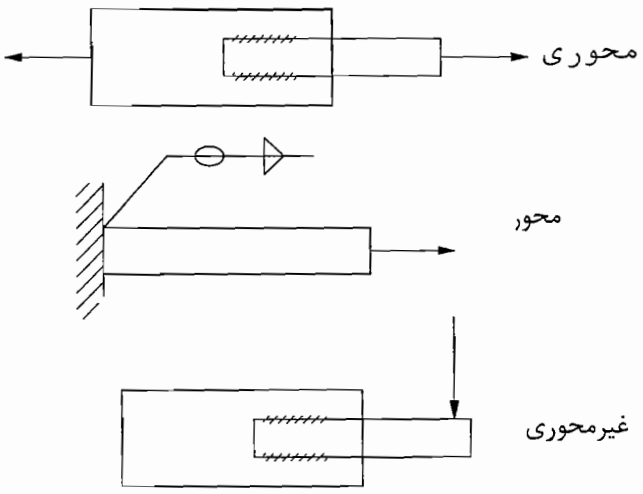
$$S_e' = 0.5 S_{ut}$$

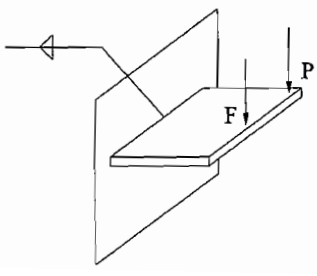
با معلوم بودن $S_e, S_{ut}, \sigma_a, \sigma_m$ و این‌که σ_m و این‌که σ_m, σ_a تابع w هستند، w به‌دست می‌آید.

جوش نواری:

جوش نواری تحت بار محوری

جوش نواری تحت بار غیر محوری

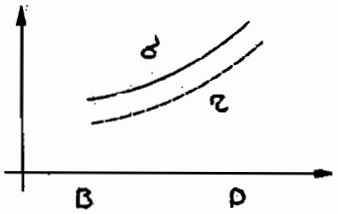




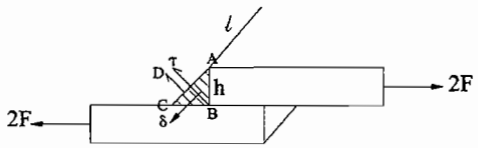
تنها یک راه برای تشخیص بار محوری و غیرمحوری وجود دارد. در بار غیر محوری تنش پیچشی یا خمشی وجود دارد، در حالی‌که در بار محوری چنین نیست.

محاسبه جوش نواری تحت بار محوری:

در روی عرض گلویی اولاً تنش‌ها یکسان نیست. ثانیاً تنش از همه تنش‌ها بیشتر است. یعنی قطعه روی عرض گلویی می‌شکند.

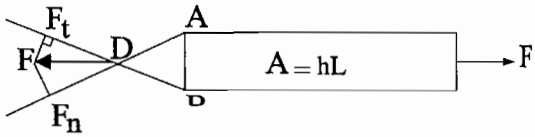


محاسبه تنش در روی عرض گلویی :

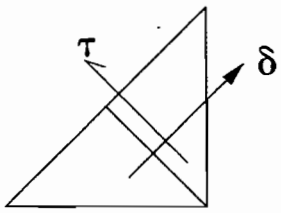


$$\sigma = \frac{F_n}{A}\ ,\ \tau = \frac{F_t}{A}$$

$$A = hl\cos 45$$



$$\begin{cases} \sigma = \dfrac{F}{hl} \\ \tau = \dfrac{F}{hl} \end{cases}$$



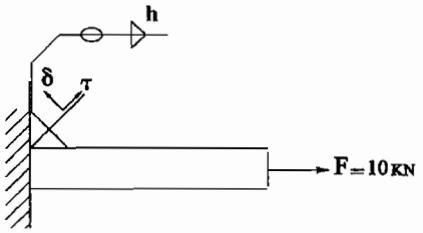
طراحی استاتیکی:

چون تنش چندمحوری است باید صفحهٔ لغزش تعیین گردد. در جوش‌ها تیوری ماکزیمم تنش برشی صحیح‌تر است.

$$n_s = \frac{S_{sy}}{\tau_{max}} \qquad \tau_{max} = \pm\sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

$$\tau_{max} = \frac{1.118F}{hl} \quad (۱)$$

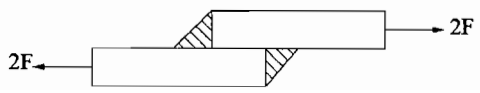
مثال : تنش ماکزیمم در جوش شکل مقابل چقدر است:



جواب : این مساله بعداً حل می‌گردد، یعنی:

$$\tau_{max} = \frac{F}{\text{سطح گلویی جوش}} \quad (۱)$$

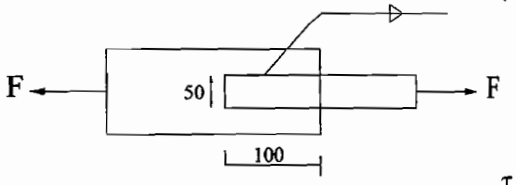
$$\tau_{max} = \frac{\text{نیرو}}{\text{سطح گلویی}} \quad (۲)$$



$$\tau_{max} = \frac{2F}{2\times 0.707hl} = \frac{1.414F}{hl}$$

فرمول (۲) نسبت به فرمول (۱) ساده‌تر و مطمین‌تر است، زیرا τ بیشتر است.

مثال : نیروی مجاز F چقدر است؟ (مقاومت تسلیم برشی جوش 400MPa است.)



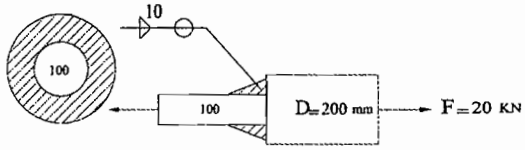
$h = 10$

$n_s = 1$

$$\tau_{max} = \frac{F}{2\times 0.707\times 10\times 10^{9}}$$

$n_s = \frac{S_{sy}}{\tau} \Rightarrow$ F به‌دست می‌آید.

مثال :



ضریب اطمینان استاتیکی جوش کدام است؟ $S_{sy} = 200Mpa$ الکترود

۱- 1.5

۲- 2

۳- 4

۴- هیچ‌کدام

جوش نواری تحت بار محوری $\Rightarrow \quad \tau_{max} = \frac{20\times 10^{3}}{\frac{\pi}{4}\left[(114)^{2} - 100^{2}\right]}$

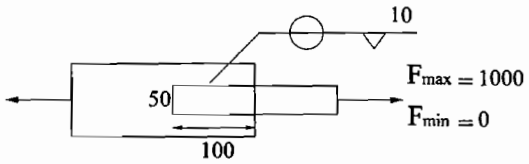
$$n_s = \frac{S_{sy}}{\tau}$$

مثال : ضریب اطمینان طراحی خستگی را به‌دست آورید. (الکترود $S_{ut} = 400^{MPa}$)

اول طراحی استاتیکی و بعد طراحی خستگی را در نظر می‌گیریم.

$F_{max} = 1000$

$F_{min} = 0$



$$\tau = \frac{F}{2(0.707)(10)(100) + 2(0.707)(10)(50)} = \frac{F}{14.5}$$

$F_a = 500 \quad \tau_a = \frac{500}{14.5} \quad \sigma'_m = \sqrt{0 + 3\tau_m^{2}}$

$F_m = 500 \quad \tau_m = \frac{500}{14.5} \quad \sigma'_a = \sqrt{0 + 3.\tau_a^{2}}$

$\frac{S_{ut}}{n_s} = \sigma'_m + \sigma'_a \frac{S_{ut}}{S_e} \Rightarrow$ n_s به‌دست می‌آید.

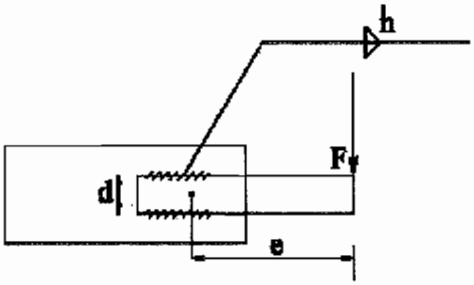
ـ طراحی استاتیکی:

$\tau_s = \frac{F_{max}}{14.5} \quad , \quad n_s = \frac{S_{sut}}{\tau_s} \Rightarrow$ n_s به‌دست می‌آید.

جوش‌های موازی تحت بار غیرمحوری:

مثال ۱ : در جوش زیر ضریب اطمینان طراحی چقدر است؟

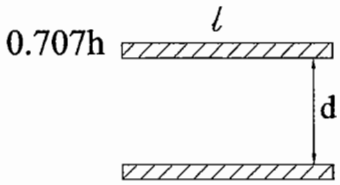
مثال ۲ : در جوش زیر ضریب اطمینان طراحی چقدر است؟ مشروط بر این‌که $I_u = 1\times10^3\,mm^3$, $J_u = 2\times10^3\,mm^3$



برش و پیچش (ممان حول محورها)

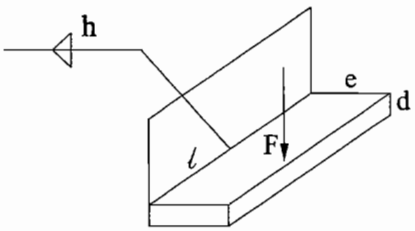
در مثال (۱) از روش اول و در مثال (۲) از روش دوم (خط جوش) استفاده می‌شود.

روش اول برای هر دو شکل:

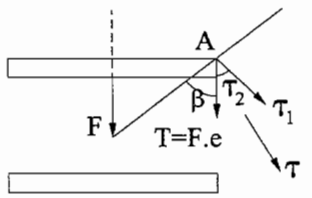


۱ـ ابتدا سطح گلویی رسم شود.

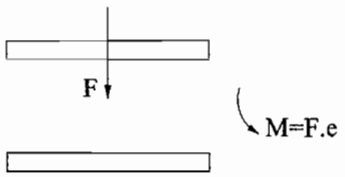
۲ـ تعیین مرکز ثقل جوش



۳ـ انتقال نیرو همراه کوپل به مرکز ثقل



$$\left.\begin{aligned}\rightarrow \tau_1 &= \frac{F}{\text{سطح گلویی}} = \frac{F}{2\times0.707hl}\\ \tau_2 &= \frac{Tr_A}{J} = \frac{Fe\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2+\left(\frac{d}{2}+b\right)^2}}{J}\end{aligned}\right\}$$



τ_2 جایی بحرانی است که r بیشتر است.

$$\tau^2 = \tau_1^2 + \tau_2^2 + 2\tau_1\tau_2\cos\alpha$$

۴ـ رسم تنش در نقطهٔ بحرانی

$$\alpha = 90-\beta \qquad t_g\beta = \frac{\frac{l}{2}}{\frac{d}{2}+b} \Rightarrow \tau_1 = \rightarrow n_1 = \frac{S_{sy}}{\tau_{max}}$$

محاسبه J و I:

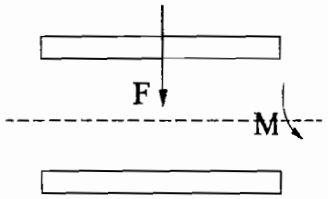
اگر در صورت مساله I_n, J_u را داده بودند که مساله حل است. ولی اگر نداده بودند باید از فرمول‌های مقاومت مصالح استفاده کنیم.

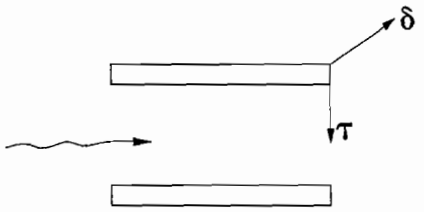
$$J = \left(J_{G_1} + A_1 r_1^2\right) + \left(J_{G_2} + A_2 r_2^2\right)$$

$$J_{G_1} = I_{x_1} + I_{y_1} = \frac{1}{12}\left(lb^3 + bl^3\right)$$

$$J_{G_2} = \frac{1}{12} lb^3 + \frac{1}{12} bl^3$$

$$A_1 = bl \quad \& A_2 = bl \quad \& r_1 = \frac{d}{2} + \frac{b}{2} \quad \& \quad r_2 = \frac{d}{2} + \frac{b}{2} \Rightarrow$$ J به‌دست می‌آید

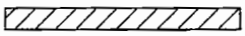




$$\tau_1 = \frac{F}{A} = \frac{F}{2bl}$$

$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{Fe\left(\frac{d}{2} + b\right)}{I}$$

$$I = \left(I_{G_1} + A_1 d_1^2\right) + \left(I_{G_2} + A_2 d_2^2\right) \quad , I_{G1} = \frac{1}{12} lb^3 \quad , I_{G2} = \frac{1}{12} lb^3 \quad , \quad A_1 = A_2 = bl$$



$$d_1 = d_2 = \frac{b}{2} + \frac{d}{2}$$

در جوش‌ها تیوری ماکزیمم تنش برشی دقیق‌تر است.

$$n_s = \frac{S_{sy}}{\tau_{max}}$$

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \rightarrow \left(\tau_{max}\right)_{actual} = \qquad \Rightarrow n_s =$$

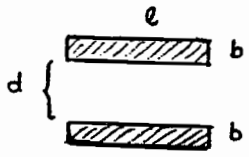
روش دوم:

استفاده از خط جوش برای حالتی که I_u, J_u را داریم.

$$J = bJ_u = 0.707\, h\, J_u$$
$$I = bI_u = 0.707\, h\, I_u$$

برای روش دوم مراحل زیر را داریم :

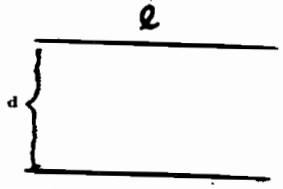
۱ـ رسم سطح گلویی :



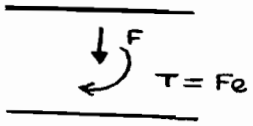
۲ـ تعیین مرکز ثقل جوش:

(یا از جدول یا از راه استاتیک)

۳ـ تبدیل سطح گلویی به خط جوش:

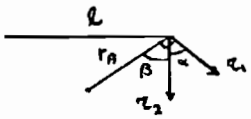


۴- انتقال نیرو به مرکز ثقل :



۵- رسم تنش در نقطه بحرانی:

J_u ممان اینرسی واحد عرض گلویی



$$\tau_1 = \frac{F}{A} = \frac{F}{2bl = 2\times 0.707hl}$$

$$J_u = F(\ell)$$

$$\alpha = 90 - \beta \quad J_u = F(\ell, d)$$ از جدول

$$\beta = \text{arctg}\frac{l}{d}$$

$$\tau^2 = \tau_1^2 + \tau_2^2 + 2\tau_1\tau_2\cos\alpha$$

$$\tau_1 = \frac{F}{A} = \frac{F}{2bl}$$

$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{F.e\frac{d}{2}}{0.707hI_u}$$

$$n_s = \frac{S_{sy}}{\tau_{max}}$$

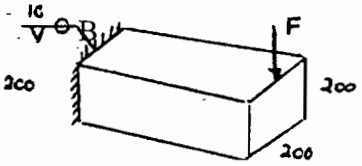
تذکر : جوش‌های مقاومتی مانند پیچ‌ها عمل می‌کنند.

مثال : کدام گزینه صحیح می‌باشد:

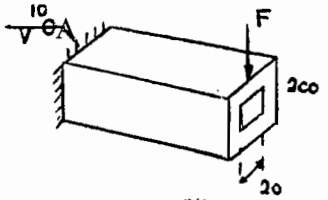
۱ـ ابتدا جوش A و سپس جوش B می‌شکند.

۲ـ ابتدا جوش B و سپس جوش A می‌شکند.

۳ـ هر دو جوش با هم می‌شکنند.



(۱)

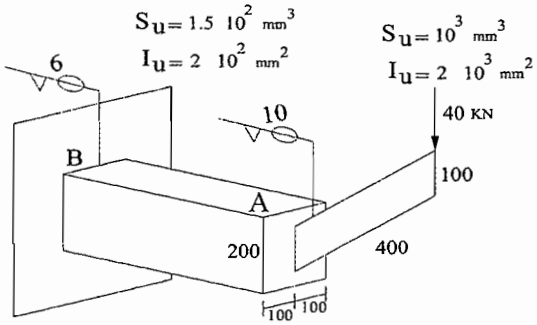


(۲)

$I_1 > I_2 \Rightarrow \sigma_{m_2} > \sigma_{m_1} \Rightarrow$ ابتدا جوش A می‌شکند

مثال : قطعه روبرو در کدام‌یک از نقاط A یا B زودتر می‌شکند؟

بین A,B هر کدام n_s کمتری دارد، زودتر می‌شکند.



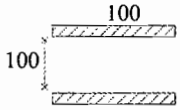
$$\alpha = B = 45^\circ$$

$$\tau' = \frac{F}{A} = \frac{40\times 10^3}{2\times 0.707\times 10\times 100}$$

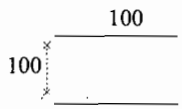
هر دو جوش با یک الکترود با مقاومت تسلیم 400MPa صورت گرفته‌اند.

جوش A:

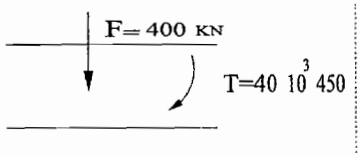
10×0.707



10×0.707

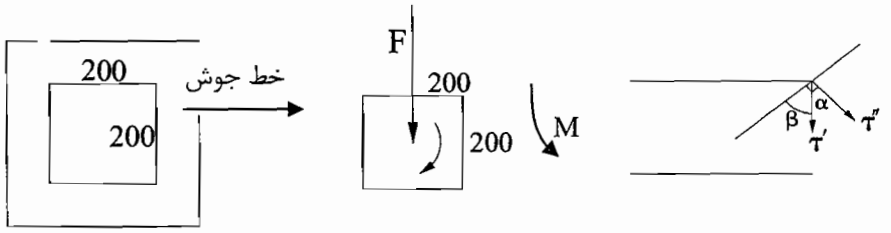


$$\tau'' = \frac{Tr_a}{J} = \frac{40\times10^3\times450\times50\sqrt{2}}{0.707\times10\times J_u}$$



$$\tau^2 = \tau'^2 + \tau''^2 + 2\tau'\tau''\cos\alpha$$

$$n_s = \frac{S_{sy}}{\tau}$$



جوش B:

$$M = 40\times10^3\times1\times10^3$$

$$T = 40\times10^3\times1\times10^3$$

$$\tau' = \frac{F}{A} = \frac{40\times10^3}{\text{سطح گلویی}}$$

$$\tau'' = \frac{J\times50\sqrt{2}}{0.707\times6\times15\times10^3}$$

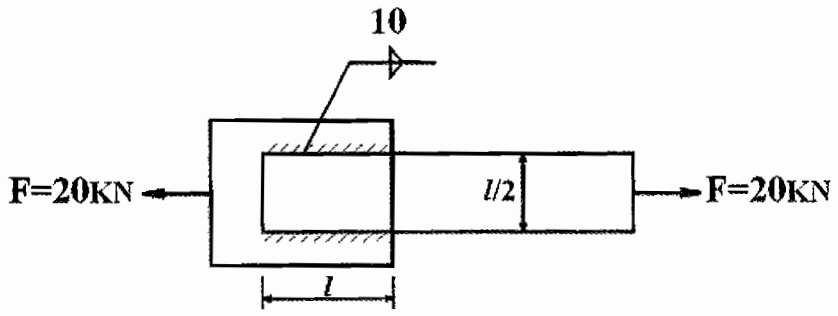
$$\tau^2 = \tau'^2 + \tau''^2 + 2\tau'\tau\cos+S$$

$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{F\times1\times10^3}{0.707\times6\times2\times10^2}$$

$$\sigma,\tau \rightarrow n_s = \frac{S_{sy}}{(\sigma_{max})_{actual}}$$

n_s را مقایسه می‌کنیم هر کدام بیشتر بود، امکان شکست آن کمتر است.

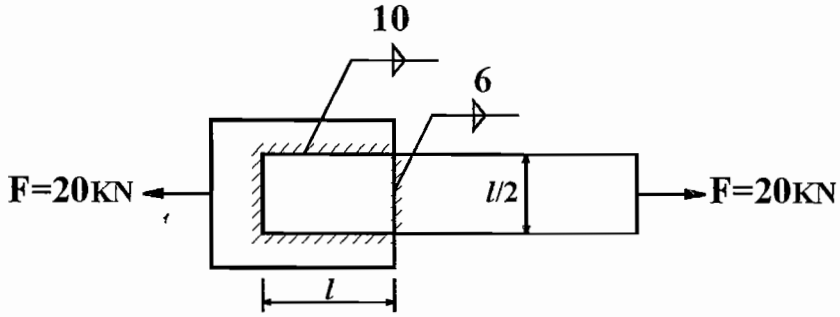
مثال : در اتصال جوش زیر طول مناسب جوش کدام است؟ مشروط بر این‌که ماکزیمم تنش برش جوش 300 Mpa فرض شود.



جواب : چون جوش از نوع نواری طولی است، پس:

$$\tau = \frac{F}{\text{سطح گلویی جوش}} = \frac{20\times10^3}{2\times0.707\times10\times\ell} = \tau_{max} = 300 \Rightarrow \ell$$

مثال : در اتصال جوش زیر طول مناسب جوش کدام است، مشروط به این‌که ماکزیمم تنش برشی مجاز جوش طول 100 Mpa و جوش عرضی 150 Mpa باشد.

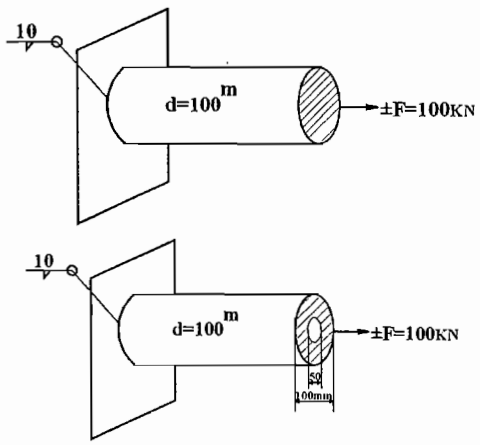


جواب : چون اتصال دارای جوش طولی و جوش عرضی بوده و همواره مقاومت جوش‌های عرضی بیشتر از نوع طولی می‌باشد، لذا برخلاف مثال بالا دو مقاومت برشی متفاوت برای جوش طولی و عرضی ارایه شده است و حل چنین مسایلی به صورت زیر با استفاده از رابطه تعادل می‌باشد. یعنی:

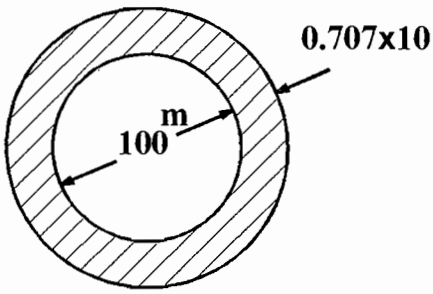
$$F_{کل} = (\text{سطح گلویی عرضی}) \times \tau_{عرضی} + (\text{سطح گلویی طولی}) \times \tau_{طولی} \quad \Rightarrow \quad F_{کل} = F_{عرضی} + F_{طولی}$$

$$100\left(2 \times 0.707 \times 10 \times \ell\right) + 150\left(2 \times 0.707 \times 6 \times \frac{\ell}{2}\right) = 20 \times 10^3 \quad \Rightarrow \quad \ell$$

مثال : دو شافت توپر و تو خالی به دیواره جوش شده است و تحت بار نوسانی $\pm F$ قرار دارد، مقاومت خستگی کدام اتصال جوش 1 و 2 بهتر است؟



جواب : دو مسیر دارای مقاومت خستگی یکسان می‌باشند، چون سطح گلویی جوش در هر دو یکسان بوده و مانند شکل زیر می‌باشند.



سطح گلویی هر دو جوش

پیچ‌ها و پرچ‌ها

پیچ‌ها قطعاتی هستند که عموماً در یکی از موارد زیر بکار می‌روند.

۱ـ اتصال قطعات

۲ـ انتقال قدرت

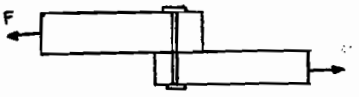
۳ـ تنظیم فواصل

مثال : کدام اتصال بهتر است؟

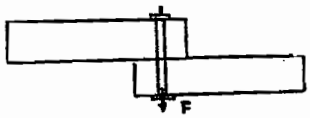
تحت بار یکسان پیچ قوی‌تر از پرچ است، زیرا پرچ از آلومینیوم و آلیاژهای سبک است. (در هواپیمایی از آن استفاده می‌شود) دو یا سه پرچ معادل یک پیچ است.

پرچ‌ها تحت بار برشی بهتر از پیچ‌ها عمل می‌کنند. اما تحت بار محوری بهتر است از پیچ استفاده کنیم. بنابراین گزینه‌های ۲و۳ مناسب هستند.

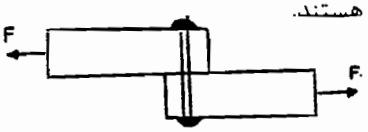
در پیچ سوراخ از طرف پیچ به آن صورت تحت فشار قرار نمی‌گیرد.



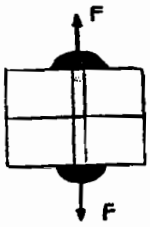
(۱) پیچ تحت بار برشی



(۲) پیچ تحت بار محوری



(۳) پرچ تحت بار برشی



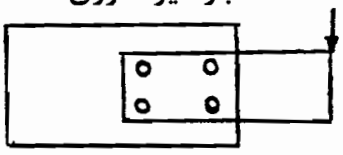
(۴) پرچ تحت بار محوری

پیچ اتصال قطعات:

محاسبات برای دو حالت مختلف انجام می‌شود:

۱- بار محوری (بار در جهت محور پیچ)

۲- بار غیرمحوری



محاسبه پیچ‌ها تحت بارغیرمحوری:

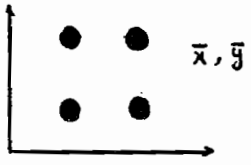
۱ـ پیدا کردن مرکز ثقل پیچ‌ها و به‌دست آوردن مختصات آن.

$$\bar{x}=\frac{\sum x_i A_i}{\sum A_i}\ ,\ \bar{y}=\frac{\sum y_i A_i}{\sum A_i}$$

۲ـ محاسبه سطح تحت تنش کششی. قطر خارجی : d_o

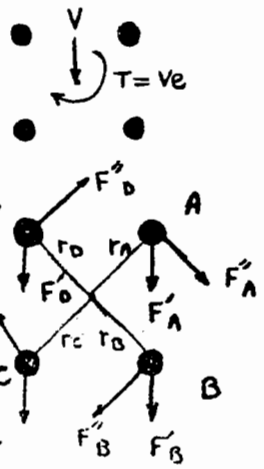
A_t : سطح مربوط به محاسبه تنش کششی قطر داخلی : d_i

است. قطر متوسط : d_m



$$d_t=\frac{d_i+d_m}{2} \qquad A_t=\pi\frac{d_t^4}{4}$$

۳ـ انتقال نیرو به مرکز ثقل.



۴ـ ترسیم نیروهای وارد بر هر پیچ.

F'_n : نیروی حاصل از برش V بر روی پیچ nام است.

F''_n: نیروی حاصل از گشتاور پیچشی T روی پیچ nام است.

$F'_n = \frac{V}{N}$ (N: تعداد پیچ‌ها) در این‌جا $F'_A = F'_B = \ldots = \frac{V}{4}$

$$(I)\ T = F''_A r_A + F''_B r_B + F''_C r_C + F''_D r_D$$

نیروی F'' وارد بر هر پیچ رابطه مستقیم با فاصلهٔ آن پیچ تا مرکز ثقل دارد.

$$(II)\ \frac{F''_A}{r_A} = \frac{F''_B}{r_B} = \frac{F''_C}{r_C} = \frac{F''_D}{r_D} \xrightarrow{I,II} F''_n = \frac{T r_n}{\sum_i^n r_i^2}$$

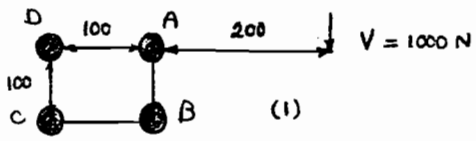
$$F''_A = \frac{T r_A}{r_A^2 + r_B^2 + r_C^2 + r_D^2}$$

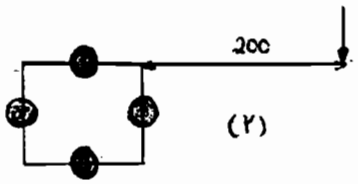
در حالت خاص: $r_A = r_B = \ldots = r$ رابطه F''_n به‌صورت زیر ساده می‌شود:

$$F''_n = \frac{T}{Nr}$$

مثال : اولاً: کدام اتصال بهتر است؟

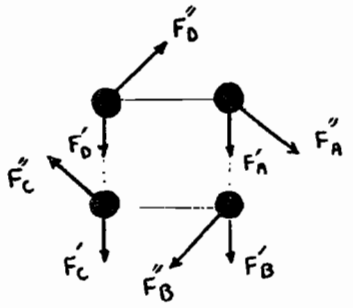
ثانیاً: اگر جنس پیچ از آلومینیوم با $S_y = 450\,MPa$ باشد، قطر پیچ برای اتصال بهتر کدام است؟





پیچ بحرانی را در ۱ و ۲ تعیین می‌کنیم و بررسی می‌کنیم نیروی کل در کدام کمتر است.

اتصال (۱):



$$F'_A = F'_B = F'_C = F'_D = \frac{1000}{4} = 250\,N$$

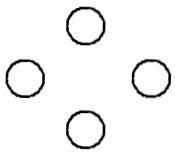
$$F''_A = F''_B = F''_C = F''_D = \frac{1000 \times 250}{4 \times 50\sqrt{2}}$$

هر پیچی که در آن زاویه بین دو نیروی F'',F' کمتر باشد بحرانی‌تر است، در این مجموعه پیچ‌ها A بحرانی است. $(\alpha = 45^\circ)$

$$F'_A = 250\,N,\quad F''_A = \frac{1000\times 250}{4\times 50\sqrt{2}}$$

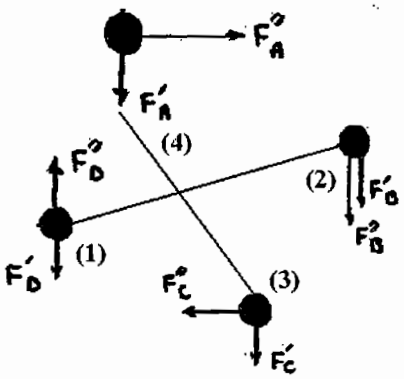
اتصال (۲) :

(۱) و (۲) و هم‌چنین (۳) و (۴) باید دقیقاً مقابل هم واقع شوند



در این مجموعه پیچ B بحرانی است. $(\alpha = 0)$

به‌صورت لوزی



$$F'_A = F'_B = \ldots = 250$$

$$F'_A = F'_B = \ldots = \frac{1000\times 250}{4\times 50}$$

$$F'_B = 250$$

$$F''_B = \frac{1000\times 250}{4\times 50}$$

نیروی F''_B در اتصال ۲ بیشتر از F''_A در اتصال ۱ است و زاویه بین دو نیروی F'_B و F''_B هم در ۲ کمتر است. بنابراین اتصال ۲ بحرانی است و اتصال ۱ بهتر است.

حال قطر پیچ برای اتصال بهتر را می‌خواهیم پیچ A در اتصال ۱ بحرانی است.

$$F_A^2 = F_A'^2 + F_A''^2 + 2F'_A F''_A \cos 45$$

$$n_s = \frac{S_{sy}}{\tau_A}$$

$$\tau_A = \frac{F_A}{\frac{\pi d^2}{4}} \Rightarrow d^2 = \frac{4 n_s F_A}{\pi S_{sy}}$$

مثال : برای انتقال قدرت از یک الکتروموتور با دور $N = 1200\,rpm$ و توان $800\,KW$ از یک فلانج استفاده شده است.

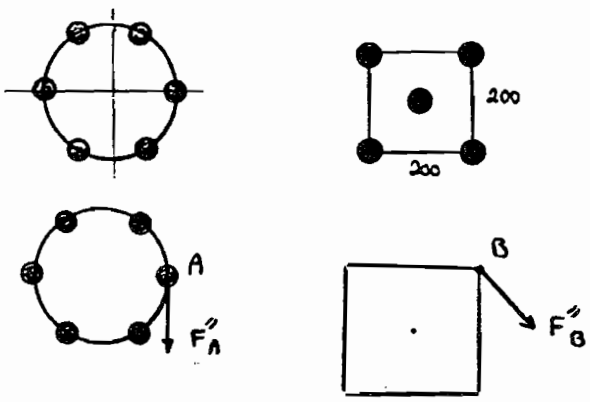
$S_{sy} = 400Mpa$

اولاً کدام اتصال بهتر است؟ ثانیاً: در آرایش دایره‌ای قطر پیچ چقدر باید باشد؟

اتصال (۱) بهتر است چون نیروی F'' در آن کمتر است.

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{800}{2\pi(1200)\frac{1}{60}}$$

(۱) (۲)

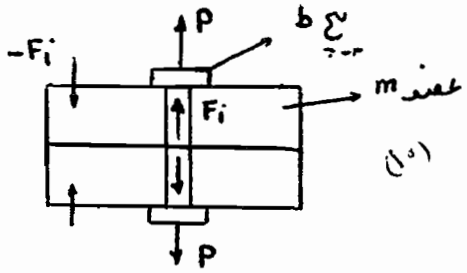


$$F''_A = \frac{T}{6\times 100} = \frac{T}{600}$$

$$F''_B = \frac{T\times 100\sqrt{2}}{0^2 + 4\left(100\sqrt{2}\right)^2} = \frac{T}{400\sqrt{2}}$$

$$n_s = \frac{S_{sy}}{\tau_A} \quad , \quad \tau_A = \frac{4F''_A}{\pi d^2} \rightarrow d \text{ محاسبه می‌شود}$$

پیچ‌های اتصال قطعات تحت بار محوری:



۱ـ مهره بسته می‌شود و نیروی کششی $+F_i$ در پیچ و نیروی فشاری $-F_i$ در عضو ایجاد می‌شود که نباید خیلی زیاد و یا خیلی کم باشد و حتماً باید با گشتاور سنج بسته شود.

۲- نیروی استاتیکی P یا نوسانی 0 تا P بر سیستم وارد می‌شود. (P- تا P نداریم.)

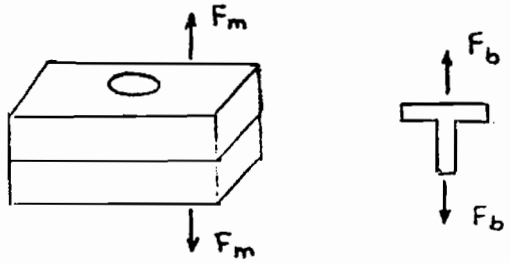
می‌خواهیم طراحی استاتیکی و خستگی پیچ را بررسی کنیم.

قسمتی از P که به پیچ وارد می‌شود: P_b

قسمتی از P که به عضو وارد می‌شود: P_m

کل نیروی وارد بر پیچ: F_b

کل نیروی وارد بر عضو: F_m



$$F_b = P_b + F_i$$

$$F_m = P_m - F_i$$

محاسبه P_b و P_m از رابطه تعادل:

$$P = P_m + P_b \quad (1)$$

$$\delta_b = \delta_m$$

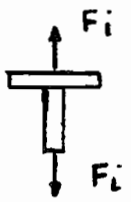
$$\delta_b = \frac{P_b}{K_b} \quad \& \quad \delta_m = \frac{P_m}{K_m}$$

$$\frac{P_m}{K_m} = \frac{P_b}{K_b} \quad (2)$$

$$1 \,\&\, 2 \rightarrow \begin{cases} P_b = \dfrac{K_b}{K_b + K_m} P \\ P_m = \dfrac{K_m}{K_b + K_m} P \end{cases}$$

اندیس پیچ $C = \dfrac{K_b}{K_b + K_m}$

$$F_b = CP + F_i \quad \& \quad F_m = (1-C)P - F_i$$



طراحی استاتیکی پیچ:

$$n_s = \frac{S_y}{\frac{F_b}{A_t}} = \frac{S_y A_t}{F_b}$$

پس به جای S_y از S_p استفاده می‌کنیم. در پیچ‌ها جنس نیمه نرم است، زیرا مقاومت ضربه‌ای بیشتر است.

$$n_S = \frac{S_p A_t}{F_b} \quad \& \quad F_b = \frac{K_b}{K_b + K_m} P + F_i$$

محاسبه F_i و K_b و K_m:

$$F_i \text{ پیش بار} = \begin{cases} 0.75 S_p A_t & \text{برای حالتی که پیچ هرچند وقت یک‌بار باز و بسته می‌شود.} \\ 0.9 S_p A_t & \text{برای حالتی که پیچ دایماً بسته باشد.} \end{cases}$$

$$n_s = \frac{\frac{S_p}{F_i}}{A_t} \rightarrow F_i = \frac{1}{n_s} S_p A_t \quad (\text{با } n_s \text{ دلخواه})$$

محاسبه K_m:

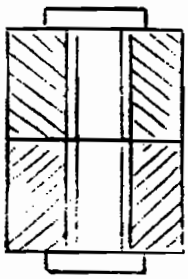
A
B
C

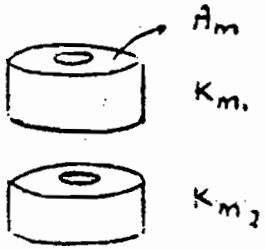
سختی K_m را نمی‌توان یک دفعه برای دو عضو نوشت. وقتی چند صفحه موازی هم قرار گرفته باشند K_m معادل را محاسبه می‌کنیم.

حالت اول: رابطهٔ $\delta = \frac{PL}{AE}$ برقرار است.

$$\frac{1}{K_m} = \frac{1}{K_A} + \frac{1}{K_B} + \frac{1}{K_C}$$

مثال : دوتا سیلندر روی هم قرار گرفته و به‌هم پیچ شده‌اند. K_m کلی چقدر است؟

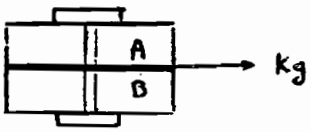




$$K_{m_1} = \frac{A_m E_m}{l_m}\Big)_1 \qquad K_{m_2} = \frac{A_m E_m}{l_m}\Big)_2 \qquad \frac{1}{K_m} = \frac{1}{K_{m1}} + \frac{1}{K_{m2}}$$

حالت دوم:

اگر بین دو عضو یک واشر بسیار نرم با سختی K_g باشد $K_m = K_g$ (واشر بسیار نرم است، لذا K_A و K_B در مقابل آن بسیار بزرگ هستند.)



اگر دو صفحه روی هم، ولی واشر نرم باشد:

$$\frac{1}{K_m}=\frac{1}{K_A}+\frac{1}{K_B}+\frac{1}{K_g}$$

حالت سوم:

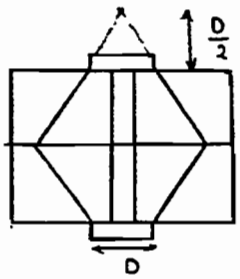
اگر واشر سخت باشد یا اصلاً واشر وجود نداشته باشد. $D=1.5d$

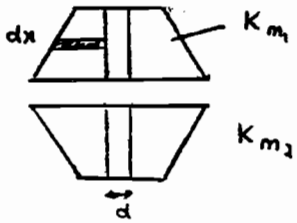
$$\delta_1=\int\frac{Pdx}{AE} \qquad K_{m1}=\frac{P}{\delta_1}$$

$$K_{m_1}=\frac{\pi E_m d}{\ln 5\frac{2.5d+2t}{0.5d+2t}} \qquad K_{m2}=\dots$$

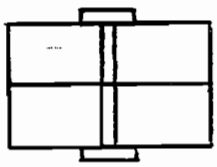
$$F_b=\frac{K_b}{K_b+K_m}P+F_i$$

$$F_m=\frac{K_m}{K_m+K_b}P-F_i$$





مثال : حداقل نیروی F_i برای شل شدن اتصال کدام است؟



۱ـ $F_i=P(1-C)$

۲ـ $F_i=P(1+C)$

۳ـ $F_i=P\left(\frac{1}{2}-C\right)$

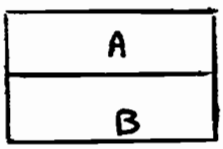
اتصال زمانی شل است که تنش بین صفحات صفر شود و تمام نیرو به پیچ اعمال شود:

$$F_b=P\Rightarrow P=CP+F_i\rightarrow F_i=P(1-C)$$

با افزایش E مقدار K_b افزایش یافته و در نتیجه پیش بار F_i کم می‌شود.

$$C=\frac{K_b}{K_m+K_b}=\frac{1}{1+\frac{K_m}{K_b}}$$

مثال : بین دو صفحه یک واشر قرار می‌دهیم. کدام گزینه صحیح می‌باشد؟



۱ـ نیروی وارد بر پیچ زیاد و نیروی وارد بر عضو کم می‌شود.

۲ـ نیروی وارد بر پیچ کم و بر عضو زیاد می‌شود.

۳ـ نیروی وارد بر پیچ و عضو کم می‌شود.

۴ـ نیروی وارد بر پیچ و عضو زیاد می‌شود.

گزینه‌های سوم و چهارم نمی‌توانند درست باشند، زیرا جهت تغییرات نیروی وارد بر پیچ و نیروی وارد بر عضو همیشه عکس است.

$$\frac{1}{K_m}=\frac{1}{K_{m1}}+\frac{1}{K_{m2}}$$

$$\frac{1}{K_{m'}}=\frac{1}{K_{m1}}+\frac{1}{K_{m2}}+\frac{1}{K_g}$$

$$K_{m'}<K_m\rightarrow F_b\uparrow$$

بنابراین گزینه (۱) صحیح می‌باشد.

مثال : مدول الاستیسیته پیچ را افزایش داده‌ایم:

۱ـ نیروی وارد بر عضو کم می‌شود.

۲ـ نیروی وارد بر عضو زیاد می‌شود.

۳ـ نیروی وارد بر عضو ثابت است .

$$E_b \uparrow \rightarrow K_b \uparrow$$

$$\downarrow F_m = \frac{K_m}{K_m + K_b \uparrow} P$$

با افزایش E_b، سختی پیچ افزایش می‌یابد. در نتیجه نیروی وارد بر عضو کم و نیروی وارد بر پیچ زیاد می‌شود.

مثال :

در یک اتصال تحت نیروی پیش بار F_i و نیروی خارجی P نیروی وارد بر عضو کدام است؟

۱ـ $F_m = \frac{K_m}{K_b} CP - F_i$

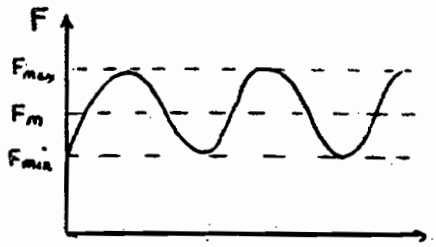
۲ـ $F_m = \frac{K_b}{K_m} CP - F_i$

۳ـ $F_m = \frac{K_m K_b}{C_P} - F_i$

$$F_m = \frac{K_m}{K_m + K_b} P - F_i$$

$$F_m = \frac{K_m}{K_b} \quad \frac{K_b}{K_b + K_m} P - F_i = \frac{K_m}{K_b} CP - F_i$$

طراحی خستگی:



$$F_a = \frac{F_{max} - F_{min}}{2} = \frac{F_b - F_i}{2}$$

$$F_a = \frac{CP}{2}$$

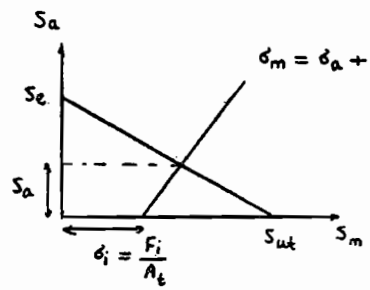
$$\frac{F_a}{A_t} = \frac{CP}{2A_t} \quad \Rightarrow \quad \sigma_a = \frac{CP}{2At}$$

$$F_m = F_a + F_i \quad \Rightarrow \quad \frac{F_m}{A_t} = \frac{F_a + F_i}{A_t} \quad \Rightarrow \sigma_m = \sigma_a + \frac{F_i}{A_t}$$

برای خستگی نمی‌توان از فرمول $\frac{S_{ut}}{n_s} = \sigma_m + \sigma_a \frac{S_{ut}}{S_e}$ استفاده کرد، زیرا خط طراحی در این‌جا از مبدا نمی‌گذرد.

در نتیجه از طریق تقاطع طراحی می‌کنیم.

برای بررسی خستگی و ضریب اطمینان:

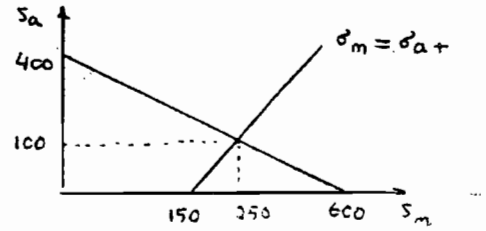


$$\sigma_m = \sigma_a + \frac{F_i}{A_t}$$

$$\left.\begin{cases} \frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 1 \\ S_m = S_a + \frac{F_i}{A_t} \end{cases}\right\} \rightarrow S_a$$

$$n_s = \frac{S_a}{\sigma_a} = \frac{S_a}{\frac{CP}{2A_t}}$$

مثال : در پیچ زیر اولاً تنش پس‌ماند کدام است؟ ثانیاً: ضریب اطمینان طراحی خستگی چقدر است؟



$\sigma_i = 150$

استاتیکی : $n_s = \dfrac{S_y}{\sigma_m + \sigma_\alpha}$

$$\begin{cases} \dfrac{S_a}{400} + \dfrac{S_m}{600} = 1 \\ S_m = S_a + 150 \end{cases} \Rightarrow S_a \text{ به‌دست می‌آید} \Rightarrow n_s = \frac{S_a}{\sigma}$$

استاندارد پیچ‌ها:

سیستم متریک

$M_{24\times4}$

$d_o = 24mm$

$P = 4mm$ گام پیچ (فاصله دودندانه متوالی)

در سیستم اینچی

$$d_0 = \frac{1}{2}'' \leftarrow \frac{1}{2} - 12\,\text{UNEF} - 2A - RH$$

گام $\frac{1}{12}''$ لقی دسته

جنس پیچ از صفحه سخت‌تر → دندانه درشت UNC (Uniformed Coarse thrend)

در جاهایی که ارتعاشات زیاد است، استفاده می‌شود → UNEF (Uniformed Enthrendly Fine thrend)

لقی پیچ و مهره مطابق یکی از سه استاندارد زیر است:

لقی دسته ۱: لقی بین پیچ و مهره زیاد است.

لقی دسته ۲: لقی بین پیچ و مهره کم است.

لقی دسته ۳: هیچ لقی وجود ندارد. (بهترین و گران‌ترین حالت)

راست گرد : RH　　پیچ رزوه داخلی : A

چپ گرد : LH　　پیچ رزوه خارجی : B

پیچ انتقال قدرت

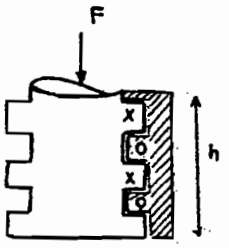
پیچ‌های انتقال قدرت باید قوی‌تر باشد (مربعی و ذوزنقه‌ای)

۱ـ پیچ ذوزنقه‌ای برای سرعت‌های بالا و پیچ مربعی برای سرعت‌های پایین مورد استفاده قرار می‌گیرند.

۲ـ گشتاور لازم برای بالا بردن جسم در پیچ ذوزنقه‌ای بیشتر است، زیرا سطح بیشتر است. (الکترو موتور قویتری لازم دارد.)

۳ـ راندمان پیچ ذوزنقه‌ای کمتر از مربعی است.

۴ـ ساخت پیچ مربعی گرانتر و مشکل‌تر است.



در پیچ‌های انتقال قدرت هدف حل مساله زیر است:

می‌خواهیم یک خودرو به وزن f تن را h متر بالا ببریم. پیچ مناسب را تعیین کنید.

X: سطح شکست پیچ

O: سطح شکست مهره

انتخاب پیچ: جمع h →

رزوه‌ها در جایی که درگیر شده‌اند می‌شکنند (اگر مهره نباشد هیچ فشاری روی رزوه‌ها نخواهد بود.)

$$\tau_{\text{پیچ}} = \frac{F}{\pi d_r \frac{h}{2}} = \frac{2F}{\pi d_r h}$$

$$\tau_{\text{مهره}} = \frac{2F}{\pi d_h h}$$

همیشه پیچ زودتر از مهره می‌شکند (هیچ شرط دیگری هم ندارد).

$$d_2 < d_h \Rightarrow \tau_{\text{پیچ}} > \tau_{\text{مهره}}$$

d_r به‌دست می‌آید $\rightarrow n_S = \frac{S_{sy}}{\tau}$ طراحی استاتیکی

انتخاب موتور

T_{f1} : گشتاور اصطکاکی چرخدنده

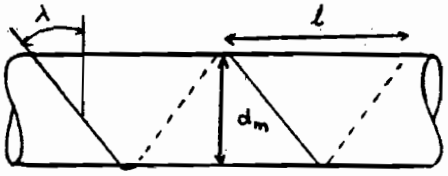
T_{f2}: گشتاور اصطکاکی یاتاقان

محاسبه T_{A-B}: (یا T_1)

$$T = \frac{P}{\omega} \geq T_{f_1} + T_{f_2} + T_{A-B}$$

$$T_{f_2} = \mu_C F \frac{d_c}{2}$$

$$T_{f_1} = F_F \cdot \frac{d}{2}$$



ψ = زاویهٔ مارپیچ (helix angle)

ψ متمم = زاویهٔ جلو برنده λ

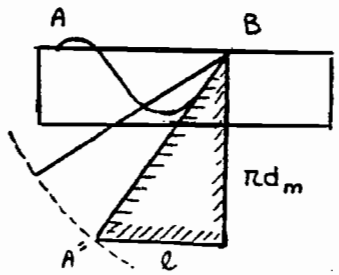
P= گام دنده

ℓ :مسافتی است که مهره برای یک دور چرخش کامل طی می‌کند.

N :تعداد راه‌نخ پیچ است.

$$l = NP$$

مثلث پیچ



B را ثابت می‌کنیم و در A طناب را باز کنیم و در حالت کشیده نگه داریم.

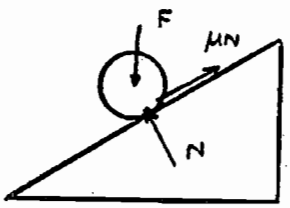
$$tg\lambda = \frac{l}{\pi d_m}$$

$$Cos\lambda = \frac{\pi dm}{\sqrt{l^2 + \pi^2 d_m}}$$

محاسبه T_1:

گشتاور لازم برای بالابردن جسم از دنده A به B مانند گشتاور لازم برای بالا بردن از A'' به B در روی سطح شیبدار است.

مثال : کدام گزینه صحیح می‌باشد؟ در پیچ انتقال قدرت زیر



۱ـ جسم بالا می‌رود.

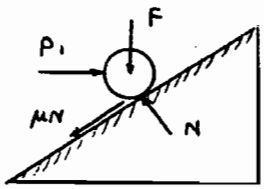
۲ـ جسم پایین می‌آید.

۳ـ نمی‌توان گفت.

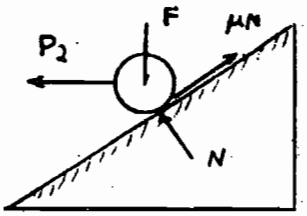
جسم پایین می‌رود زیرا اصطکاک رو به بالاست.

محاسبه T_1 گشتاور لازم برای بالا بردن جسم (انتخاب الکتروموتور)

محاسبه T_2 گشتاور لازم برای پایین آوردن (بررسی خودقفلی)



(۱)



(۲)

P_1: نیروی لازم برای بالا بردن جسم

$$T_1 = P_1 \frac{d_m}{2}$$

P_2: نیروی لازم برای پایین بردن جسم

$$T_2 = P_2 \frac{d_m}{2}$$

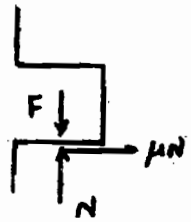
محاسبه P_1 و P_2:

شکل ۱ $\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases}$ شکل ۲ $\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases}$

در هر دو مورد N از هر دو رابطه حذف شود و P به‌دست می‌آید.

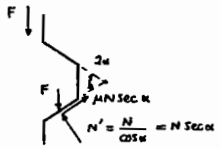
$$T_1 = \frac{F d_m}{2}\left(\frac{l + \pi\mu d_m}{-\mu l + \pi d_m}\right) \quad \& \quad T_2 = \frac{F d_m}{2}\left(\frac{-l + \pi\mu d_m}{\mu l + \pi d_m}\right)$$

بررسی خودقفلی در پیچ مربعی:



از طریق استاتیک :

$$\begin{cases} \tan\lambda < \mu & \text{شرط خودقفلی} \\ & \text{(Self locking)} \\ \tan\lambda \geq \mu & \text{شرط خودرویی} \\ & \text{(Over haul)} \end{cases}$$



از طریق گشتاور:

اگر $T_2 < 0$ باشد، جسم خودبخود پایین می‌آید.

$T_2 > 0$ شرط خود قفلی است. زیرا موتور، گشتاور T_2 را لازم دارد تا جسم را پایین بیاورد.

T_2 منفی، یعنی علاوه بر غلبه بر اصطکاک به اندازهٔ $-T_2$ گشتاور برای پایین آمدن خودبخود جسم فراهم می‌کند. (خودرویی)

$$\pi\mu d_m - l \leq 0 \Rightarrow \mu \leq \frac{l}{\pi dm} \Rightarrow \mu \leq \tan\lambda$$

فرمول T_1 و شرط خودقفلی برای پیچ ذوزنقه‌ای:

در پیچ دنده مربعی F عمود است. در فرمول‌ها μ را به $\mu\sec\alpha$ تبدیل می‌کنیم تا شرط خود قفلی پیچ ذوزنقه‌ای به‌دست آید.

(۴)
$$\begin{cases} \tan\lambda < \mu\sec \quad \text{or} \quad \tan\lambda\,\mathrm{Cos}\,\alpha < \mu & \text{شرط خودقفلی در ذوزنقه‌ای:} \\ \tan\lambda \geq \mu\sec\alpha \quad \text{or} \quad \tan g\lambda\,\mathrm{Cos}\alpha \geq \mu & \text{شرط خودرویی:} \end{cases}$$

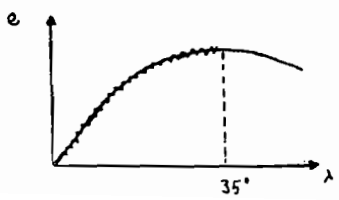
محاسبه راندمان پیچ‌ها:

$e = \dfrac{(T_1)_{\mu=0}}{(T_1)_{\mu=\mu_1}}$ $\mu = 0$ را در رابطه T_1 قرار می‌دهیم.

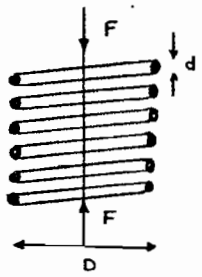
T_1 در پیچ ذوزنقه‌ای بزرگ‌تر است، زیرا سطح بیشتر است.

در پیچ ذوزنقه‌ای به الکتروموتور قوی‌تر نیاز داریم، چون راندمان پیچ ذوزنقه‌ای کمتر است.

بیشترین راندمان در $\lambda = 35°$ است و اغلب طراحی در ناحیهٔ صعودی نمودار صورت می‌گیرد. $\lambda_{opt} : 25° \sim 45°$



فنرها:



فنرها به دسته‌های زیر تقسیم می‌شوند:

۱- فنر مارپیچ حلقوی
- ۱- نوع باز
- ۲- نوع بسته

۲- فنر میله پیچشی

۳- فنر مارپیچ پیچشی

سختی در تمام فنرها چه خطی و چه غیرخطی (پیچشی) متناسب با d^4 است.

فنر مارپیچ حلقوی:

قطر سیم فنر: d

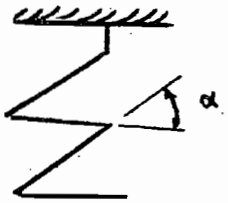
قطر متوسط حلقهٔ فنر: D

اندیس فنر $C=\frac{D}{d}:(\text{Spring Index})$

اگر $\alpha\le 14^\circ$ باشد، مانند $\alpha=0$ عمل می‌کند و به آن فنر نوع بسته می‌گویند.

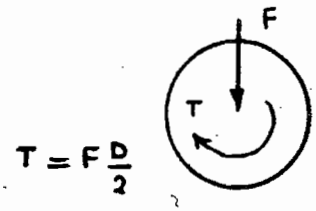
اگر $\alpha\le 14^\circ$ باشد به فنر نوع باز می‌گویند.

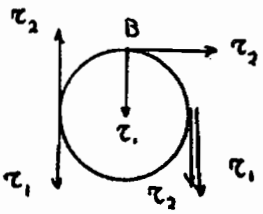
فنر نوع بسته بیشتر در صنعت استفاده می‌شود.



تنش در فنر نوع بسته:

تنش فقط به‌صورت برشی و پیچشی بر آن وارد می‌شود.





$$\tau_1=\frac{4F}{\pi d^2}$$

$$\tau_2=\frac{F\times\frac{D}{2}\times 16}{\pi d^3}=\frac{8FD}{\pi d^3}$$

فنر همیشه در سطح داخل می‌شکند. (این موضوع ربطی به جهت اعمال نیروی F ندارد.)

$$\tau=\tau_1+\tau_2=\frac{4F}{\pi d^2}+\frac{8FD}{\pi d^3}=\frac{8FD}{\pi d^3}\left(1+\frac{0.5}{C}\right)$$

ضریب اثر تنش برشی $K_S=1+\frac{0.5}{C}$

$$\tau=K_S\frac{8FD}{\pi d^3}$$

مثال : در یک فنر مارپیچ قطر سیم فنر را دو برابر کرده‌ایم:

۱- تنش ۸ برابر می‌شود.

۲- تنش نصف می‌شود.

۳- نمی توان تغییرات تنش را پیش‌بینی کرد.

گزینه ۳ صحیح می‌باشد، زیرا در K_S هم قطر سیم فنر d موثر است و هم قطر متوسط حلقهٔ فنر D، بنابراین نمی‌توان اظهار نظر کرد.

اثر انحنای حلقه فنر:

با انحنای حلقه فنر، تنش در سطح داخل زیاد و در خارج مقداری کمتر می‌شود. لذ اثرات آن را با K_C بیان می‌کنیم.

$$\Rightarrow \tau = K_S K_C \frac{8FD}{\pi d^3}$$

وال (Wall) پیشنهاد نمودکه:

ضریب وال : $K_W = K_S K_C$

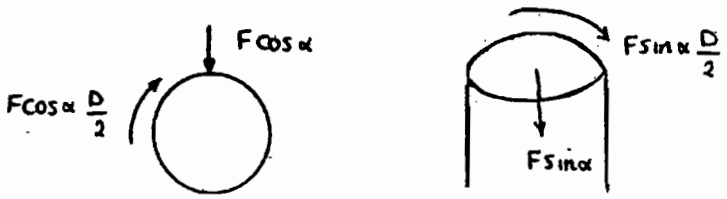
$$K_C = \frac{K_W}{K_S}$$

$$K_W = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0.615}{C}$$

$$K_S = 1 + \frac{0.5}{C}$$

فنر حلقوی نوع باز $(\alpha > 14^\circ)$

هر چهار نوع تنش محوری، برشی، پیچشی و خمشی بر این نوع فنر اعمال می‌شود.



$$\tau_1 = \frac{F\cos\alpha}{A = \frac{\pi d^2}{4}} \qquad \tau_2 = \frac{(F\cos\alpha)\frac{D}{2}\times 16}{\pi d^3}$$

$$\sigma_1 = \frac{F\sin\alpha}{A = \frac{\pi d^2}{4}} \qquad \sigma_2 = \frac{(F\sin\alpha)\frac{D}{2}\times 32}{\pi d^3}$$

محاسبه سختی فنر: (در نوع بسته)

$$U = \frac{1}{2} T\phi$$

$$T = F.\frac{D}{2} \;\&\; \phi = \frac{TL}{GJ} \;\&\; L = \pi D N$$

$$U = \frac{1}{2}\left(F\frac{D}{2}\right)\left(\frac{F\frac{D}{2}\pi D N_a}{G\frac{\pi d^4}{32}}\right)$$

$$U = \frac{4F^2 D^3 N_a}{G d^4} \qquad \delta = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{8FD^3 N_a}{Gd^4}$$

$$K = \frac{F}{\delta}$$

$N_a \uparrow \Rightarrow K \downarrow$ یعنی با زیاد شدن تعداد حلقه‌های آزاد فنر سختی آن افزایش می‌یابد.

$$K = \frac{Gd^4}{8D^3 N_a}$$

مثال : کدام گزینه صحیح می‌باشد؟

فنر اول

$N = 400$

$C = 2$

$F = 100\ N$

فنر دوم

$N = 400$

$C = 2$

$F = 100\ N$

۱) $K_1 > K_2$ تعداد حلقه قبل از بارگذاری $\rightarrow$ ۱.۵

۲) $K_1 < K_2$

۳) $K_1 = K_2$

N تعداد حلقه قبل از بارگذاری است.

$N_{a1} = 400 + 0.5 \qquad N_{a2} = 400 + 1.5 \quad \Rightarrow \quad K_2 < K_1$

گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

مثال : کدام گزینه صحیح می‌باشد؟.

فنر اول

$F = 1000\ N$

$N_D = 2$

$N = 100$

$C = 2$

فنر دوم

$F = 1000\ N$

$N_D = 4$ $\rightarrow$ تعداد حلقه‌های مرده

$N = 100$ $\rightarrow$ تعداد حلقه‌ها قبل از اعمال بار

$C = 2$

۱) $K_1 < K_2$

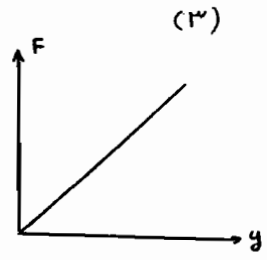
۲) $K_1 < K_2$

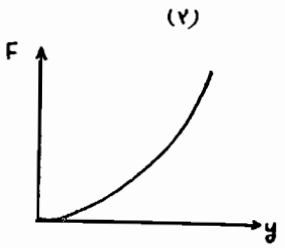
۳) $K_1 = K_2$

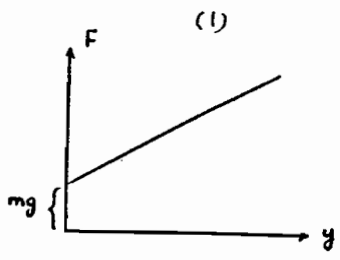
$N_{a1} = 100 - 2 = 97 \qquad N_{a2} = 100 - 4 = 96 \quad \Rightarrow \quad K_2 > K_1$

گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

مثال : کدام سیستم فنر بهتر است؟

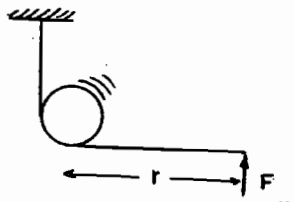






در فنرها بهتر است یک نیروی پیش بار وجود داشته باشد. (فنری مناسب است که تحت وزن خودش آویزان نشود تا طول آزاد فنر درست باشد)، زیرا تا وزن فنر خنثی نشود در فنر هیچ تغییر طولی ایجاد نمی‌شود. بنابراین گزینه ۱ حالت بهینه می‌باشد.

فنر مارپیچ پیچشی : (فنر لوله‌ها)

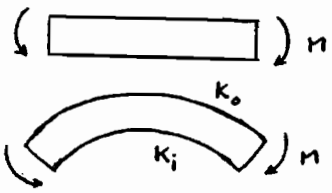


فنرهای مارپیچ پیچشی فقط تحت خمش قرار می‌گیرند.

$$\sigma = \pm\frac{MC}{I}$$

$$\sigma = (K_i, K_0)\frac{MC}{I}$$

$$\sigma = (K_i, K_0)\frac{32F.r}{\pi d^3}$$



K_i : ضریب وال برای سطح داخل

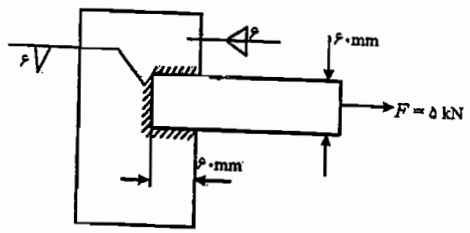
K_0 : ضریب وال برای سطح خارج

از دو ضریب K_i و K_0 هر کدام بزرگ‌تر بود، شکست فنر در همان سطح اتفاق می‌افتد.

سختی فنر :

$$K \sim \frac{Ed^4}{DN}$$

تست سال ۶۹: میله‌ای با مقطع مستطیل شکل از سه طرف با جوشی به ضخامت 6mm به صفحه‌ای متصل گردیده است. اگر نیروی محوری $F = 5KN$ به میله وارد شود و تنش برشی مجاز جوش 142MPa باشد، مطلوب است ضریب اطمینان جوش بکار رفته.



۱) $n = 1.5$

۲) $n = 21.7$

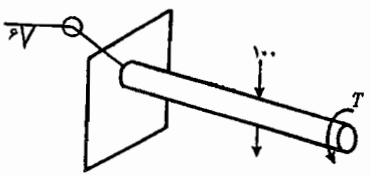
۳) $n = 2.3$

۴) $n = 1.8$

$$\tau = \frac{F}{0.707\,hl} = \frac{5000}{0.707(6)(60+60+60)} = 6.55 \text{ Mpa}$$

$$n = \frac{\tau_{max}}{\tau} = \frac{142}{6.55} = 21.7$$

تست سال ۶۹: لوله‌ای به قطر 100 mm به صفحه‌ای دور تا دور جوش شده است. ارتفاع جوش 6 mm و استحکام برشی نهایی ماده جوش 300 Mpa است. در این‌صورت گشتاور پیچشی (T) که صفحه و میله را از هم جدا می‌کند برابر است با:



۱) $T \approx 40$ kN.m

۲) $T \approx 20$ kN.m

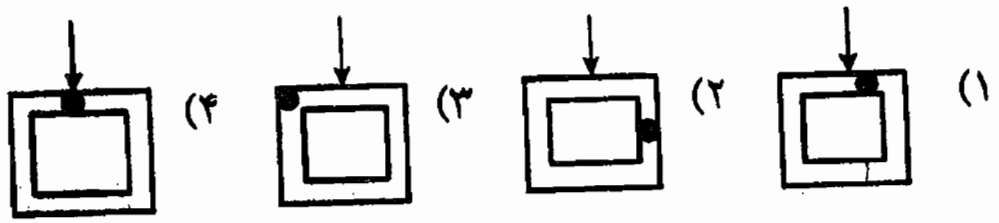
۳) $T = 80$ KN.m

۴) $T \approx 60$ kN.m

$$\tau = \frac{Tr}{J} \quad , \quad J = 0.707\ hJ_u = 0.707\ h(2\pi r^3)$$

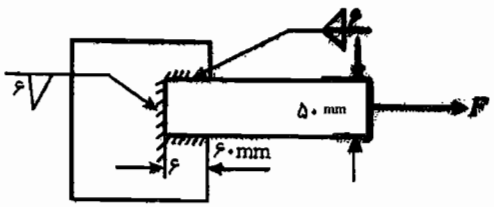
$$\tau = \frac{(T\times 1000)(50)}{0.707(6)(2\pi)(50)^3} = 300 \text{ Mpa} \rightarrow T = 20 \text{ kN.m}$$

تست سال ۷۰: می‌خواهیم ورقی را به شکل یک پروفیل چهار گوش شکل دهیم و در صورتی که نیروی برشی در مقطعی از پروفیل مطابق جهت نشان داده شده باشد، اتصال جوش در کدام‌یک از حالت‌های زیر بدتر است.



حالت۳ بدترین حالت است چون جوش نباید جایی باشد که تنش ماکزیمم است. (یعنی تمرکز تنش داریم.)

تست سال۷۵: تنش برشی مجاز جوش در شکل زیر 140 Mpa است. مقدار مجاز بار F تقریباً چند کیلو نیوتن است؟

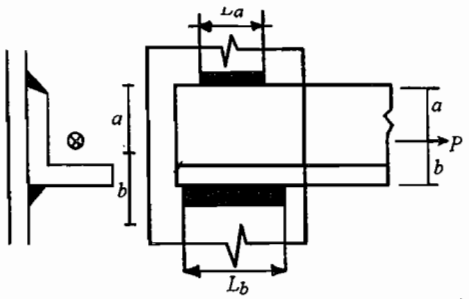


۱) 101
۲) 91
۳) 121
۴) 131

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{F}{0.707\,hl}$$

$$\tau = \frac{F}{0.707(6)(50+60+60)} = 140\ \text{Mpa} \Rightarrow F = 101\ \text{Mpa}$$

تست سال۶۷: اگر نیروی P در مرکز سطح مقطع نبشی وارد شود، کدام طول جوش مناسب است؟ $L = L_a + L_b$



۱) $L_b = \frac{aL}{a+b}$ و $L_a = \frac{bL}{a+b}$
۲) $L_b = \frac{bL}{a+b}$ و $L_a = \frac{aL}{a+b}$
۳) $L_a = L_b$
۴) $L_a = \frac{a^2L}{a+b}$ و $L_a = \frac{b^2L}{a+b}$

گشتاور نیروی وارد بر جوش‌های b,a حول مرکز سطح، باید با هم برابر باشند.

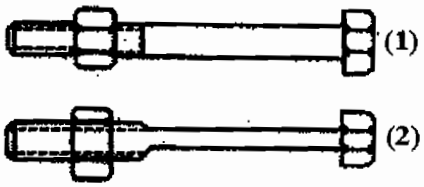
$$aF_a = bF_b \Rightarrow a(\sigma_a L_a) = b(\sigma_b L_b)$$

از طرفی تنش‌ها در هر دو جوش با هم برابرند.

$$\sigma_a = \sigma_b \ \Rightarrow\ aL_a = bL_b$$

$$L = L_a + L_b \ \Rightarrow\ L_a = \frac{bL}{a+b}\ ,\ L_b = \frac{aL}{a+b}$$

تست سال۶۷: کدام پیچ در مقابل ضربه کششی مقاومت تر است و چرا؟



۱) پیچ (۱) مقاوم‌تر است، چون سطح مقطع آن بیشتر و تمرکز تنش در آن کمتر است.

۲) پیچ (۱) مقاوم‌تر است، چون حجم آن بیشتر است.

۳) پیچ (۲) مقاوم‌تر است، چون انرژی بیشتری ذخیره می‌کند و تمرکز تنش در آن کمتر است.

۴) پیچ (۲) مقاوم‌تر است، چون قابلیت انعطاف آن بیشتر است.

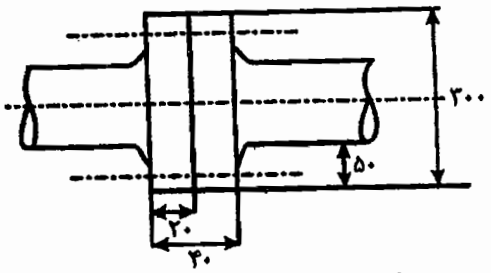
گزینه ۴ صحیح می‌باشد. پیچ ۲ قابلیت انعطاف بیشتری دارد، در نتیجه مقاوم‌تر است.

تست سال۶۷: دو فلانج مربوط به اتصال دو لوله مطابق شکل زیر مفروض است. با محاسبات انجام شده، کلاً $1450\ mm^2$ سطح مقطع موثر برای پیچ‌های متصل کننده دو فلانج به هم و تحمل بار کششی ناشی از فشار داخلی لوله لازم است. کدام‌یک از طرح‌های زیر جهت اتصال دو فلانج صحیح و قابل قبول است؟

$M10 \rightarrow A_t = 60\ mm^2$

$M20 \rightarrow A_t = 250\ mm^2$

$M30 \rightarrow A_t = 550\ mm^2$



۱) ۴ عدد پیچ M30

۲) ۶ عدد پیچ M20

۳) ۲۶ عدد پیچ M10

۴) هر سه گزینه قابل قبول است.

محیطی که پیچ‌ها روی آن بسته می‌شوند برابر است با:

$$[300-2(25)]\pi = 785.4$$

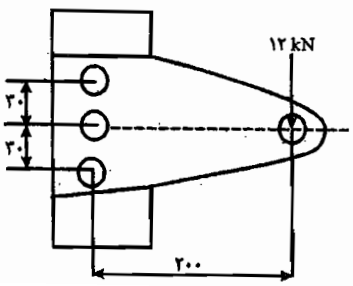
برای این‌که اتصال کامل بین دو فلانج برقرار باشد باید:

$$(t+1.5d+t)n \geq 785.4$$

که n تعداد پیچ‌ها می‌باشد. رابطه فوق به ازای $d=10$ عدد $n=15$، به ازای $d=20$ عدد $n=10$ و به ازای $d=30$ عدد $n=10$ را می‌دهد. گزینه ۳ تعداد 26 پیچ به قطر $d=10$ را پیشنهاد می‌کند (در حالی‌که حداقل تعداد موردنیاز 15 عدد پیچ با این قطر بوده است.) و سطح مقطع مؤثر آن‌ها برابر $1560\ mm$ است که کمی از سطح مقطع مورد نیاز بیشتر است.

تست سال۶۹: اتصال پیچی مطابق شکل با استفاده از سه پیچ $M12\times1.75$ صورت گرفته است. نیروی $12\ KN$ بر سیستم وارد می‌شود. تنش برشی ماکزیمم وارد بر پیچ چقدر است؟

($A_r = 113\ mm^2$ مقطع برشی پیچ)



۱) 35 Mpa

۲) 145 Mpa

۳) 296 Mpa

۴) 355 Mpa

مرکز گروه بر مرکز پیچ وسطی منطبق است و پیچ‌های بالایی و پایینی حداکثر نیروی برشی را تحمل می‌کنند.

$$2F''(30)=12\times10^3\times200 \Rightarrow F''=40\times10^3 \text{ N}$$

$$F'=\frac{12\times10^3}{3}=4\times10^3$$

$$F^2=F'^2+F''^2 \Rightarrow F=40199$$

$$\tau=\frac{F}{A_r}=\frac{40199}{133}=355.74 \text{ Mpa}$$

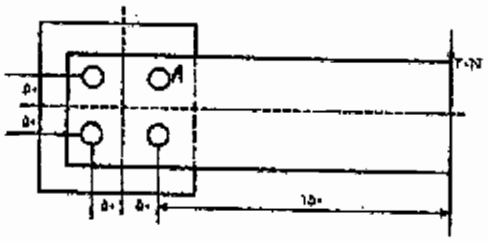
تست سال ۷۰: نیروی وارد بر پرچ A در شکل زیر برابر است با:

۱) 25N

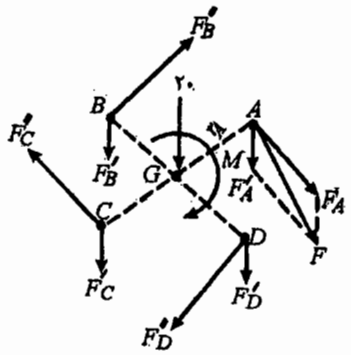
۲) $6\sqrt{13}$ N

۳) $4\sqrt{13}$

۴) $5\sqrt{13}$ N



نیروی F و ممان حاصل از آن را به مرکز سطح پیچ‌ها منتقل می‌کنیم.



$$F'_A=F'_B=F'_C=F'_D=\frac{20}{4}=5 \text{ KN}$$

$$M=200(20)=4000 \text{ N.m}$$

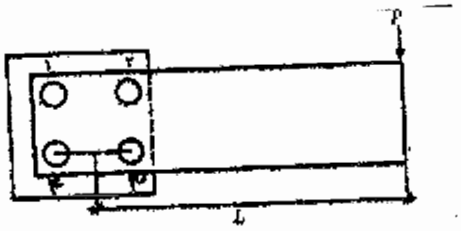
$$r=\sqrt{50^2+50^2}=70.71 \text{ mm}$$

$$F''_A=F''_B=F''_C=F''_D=\frac{M}{4r}=14.14 \text{ N}$$

زاویه بین نیروهای F' و F'' در پیچ‌های A و D برابر 45 درجه و در پیچ‌های B و C برابر 135 درجه است. بنابراین پیچ‌های A و D بحرانی‌تر هستند.

$$P=F'^2+F''^2+2F'F''\cos45=5\sqrt{13} \text{ N}$$

تست سال ۷۱: یک پروفیل ناودانی توسط چهار پیچ به قطعه ورقی متصل شده وتحت بار خارج از مرکز قرار دارد. کدام‌یک از حالتهای زیر صحیح است؟



۱) تنش برشی در پیچ‌های ۱و۴ برابر و ماکزیمم است.

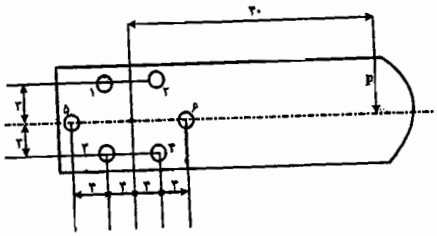
۲) تنش برشی در پیچ‌های ۲و۳ برابر و ماکزیمم است.

۳) تنش برشی در پیچ‌های ۱و۲ برابر و ماکزیمم است.

۴) تنش برشی در پیچ ۴ ماکزیمم است.

مشابه تست قبلی نیروی برآیند در پیچ‌های ۲و۳ برابر و ماکزیمم است. بنابراین تنش برشی هم در این پیچ‌ها ماکزیمم است .

تست سال ۷۰: گروه پیچ نشان داده شده در شکل زیر دارای ۶ عضو می‌باشد که برای اتصال پیچی یا بارگذاری خارج از مرکز در نظر گرفته شده است، مقدار تنش برشی ماکزیمم چقدر است و در کدام پیچ می‌باشد؟



۱) $\tau = 1.21\,\frac{P}{a}$ پیچ شماره ۲

۲) $\tau = 1.05\frac{P}{a}$ پیچ شماره ۴

۳) $\tau = 1.57\,\frac{P}{a}$ پیچ شماره ۶

۴) $\tau = 1.57\,\frac{P}{a}$ پیچ شماره ۲

$$F_6'' = \frac{Mr_6}{\sum_{n=1}^{6} r_n^2} = \frac{40P(8)}{4(5)^2 + 2(8)^2} = 1.4\ P$$

$$F_6' = \frac{P}{6} \Rightarrow F_6 = 1.4P + \frac{1}{6}P = 1.57\ P$$

چون سطح مقطع پیچ‌ها با هم برابرند، بیشترین تنش را پیچی تحمل می‌کندکه دورتر از مرکز سطح پیچ‌ها باشد و علاوه بر این نیروهای ناشی از پیچش و برش در آن با هم جمع شوند، بنابراین پیچ ۶ از همه بحرانی‌تر است.

تست سال ۷۲: در پیچ‌های انتقال قدرت در صورتی که ضریب اصطکاک پیچ با مهره ثابت باشد کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟

۱) با افزایش قطر متوسط پیچ، گشتاور لازم برای انتقال بار کاهش می‌یابد.

۲) با افزایش قطر متوسط پیچ، امکان خود قفل شدن کاهش می‌یابد.

۳) با افزایش گام پیچ، گشتاور لازم برای انتقال بار افزایش می‌یابد.

۴) تمام موارد فوق صحیح می‌باشد.

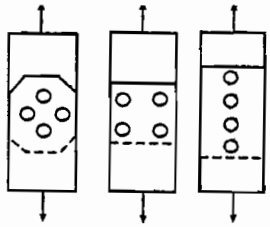
با افزایش گام پیچ گشتاور لازم برای انتقال افزایش می‌یابد.

$$T = \frac{Fd_m}{2}\left(\frac{\pi\mu d_m + L}{\pi d_m - \mu L}\right)$$ برای بالا بردن

$$T = \frac{Fd_m}{2}\left(\frac{\pi\mu d_m - L}{\pi d_m + \mu L}\right)$$ برای پایین آوردن

در هر دو صورت با افزایش d_m گشتاور لازم برای انتقال بار افزایش می‌یابد.

تست سال ۷۳: در یک اتصال پرچی مطابق شکل از ۴ پرچ استفاده شده است. کدام‌یک از توزیع پرچ‌ها از نظر مقاومت بیشتر تیر مناسب است؟

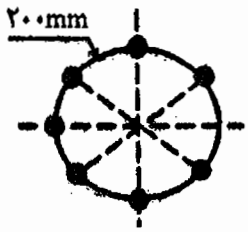


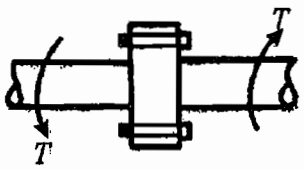
۱) پشت سرهم در امتداد نیرو ۲) در دو ردیف به‌شکل مربع

۳) در سه ردیف به‌شکل لوزی ۴) تفاوتی ندارد.

از نظر توزیع مناسب خطوط جریان نیرو بین پرچ‌ها گزینه سوم از همه مناسب‌تر است.

تست سال ۷۴: توانی معادل 220kW در سرعت 600 rpm از طریق دو فلانج منتقل می‌شود. فلانج‌ها توسط ۶ پیچ که مطابق شکل در فواصل مساوی در روی دایره‌ای به‌قطر 200 mm قرار دارند به‌هم متصل هستند. براساس ضریب اطمینان ۲ قطر پیچ چند میلی متر باید باشد؟ (مقاومت برش نهایی پیچ 300Mpa است).





۱) 21.5

۲) 30.5

۳) 9.5

۴) 10

گشتاور انتقال یافته = $\frac{\text{توان}}{\text{سرعت زاویه‌ای}}$

هیچ یک از گزینه‌های فوق صحیح نیستند.

$$T=\frac{H}{\omega}=\frac{H}{2\pi N}=\frac{200\times10^{3}}{2\pi\frac{600}{60}}=3501.4\ \text{N.m}$$

$$F=\frac{T}{6r}=\frac{3501.4}{6\left(100\times10^{-3}\right)}=5835.7\ \text{N}$$

$$n=\frac{\tau_{max}}{\tau}\Rightarrow n=\frac{300}{\frac{F}{A}}$$

$$A=\frac{nF}{300}=\frac{2(5835.7)}{300}=38.9$$

$$A=\frac{\pi d^{2}}{4}\Rightarrow d=7\ \text{mm}$$

تست سال ۷۴: در پیچ‌های انتقال قدرت برای شرط خود قفلی پیچ، ضریب اصطکاک باید از کدام مقدار بزرگ‌تر باشد؟

۱) ۲ برابر تانژانت زاویه مارپیچ

۲) تانژانت زاویه مارپیچ

۳) تانژانت زاویه جلوبر

۴) مجموع تانژانت‌های زوایای مارپیچ و جلوبر

شرط خودقفلی هنگام پایین آمدن یک بار عبارت‌است از $\mu > tg\lambda$ که در آن λ زاویه پیشروی یا جلوبر است.

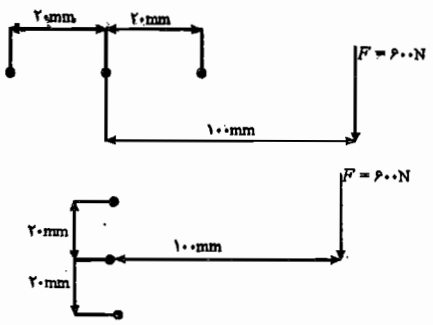
تست سال ۷۵: کدام یک از دو اتصال (۱) و (۲) که توسط پرچ‌های یکسان انجام شد، مناسب‌تر است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) فرقی ندارد.

۴) به جنس پرچ‌ها بستگی دارد.



$$F'_A=F'_B=F'_C=\frac{F}{3}=200\ \text{N}$$

در این مجموعه پیچ A پیچ بحرانی است.

$$F''_B = 0 \ , \ F''_A = F''_C = \frac{600(100)\times 20}{0^2 + 20^2 + 20^2}$$

$$F'_A = F'_B = F'_C = \frac{F}{3} = 200 \ \text{N}$$

$$F''_C = F''_A = \frac{600\times 100\times 20}{0 + 20^2 + 20^2}$$

در این مجموعه پیچ A و C بحرانی هستند. اما در سیستم ۱ پیچ A وضعیت بحرانی‌تری دارد، چون زاویه بین دو نیروی F' و F'' در این پیچ صفر است و برآیند دو نیرو در این حالت حداکثر است. پس در مجموع سیستم۲ وضعیت مناسب‌تری دارد.

تست سال۷۷: پیچ انتقال قدرت دنده ذوزنقه‌ای نسبت به دنده مربعی کدام مزیت را دارد؟

۱) ارتفاع شعاعی دنده‌های پیچ در آن بیشتر است.

۲) استحکام دنده‌های آن در مقابل برش بیشتر است.

۳) بدلیل تورب دنده‌ها تنش سطحی ما بین پیچ و مهره در آن کمتر است.

۴) در سرعت‌های بالاتری قابل بکارگیری است.

مزیت دنده ذوزنقه‌ای نسبت به دنده مربعی استحکام بیشتر آن در مقابل برش است.

تست سال۷۸: یک فنر مارپیچ فشاری دارای قطر متوسط 60 mm و قطر میلهٔ 6 mm و دارای 8 حلقه موثر باشد. اگر گام حلقه‌ها 10 mm باشد، تنش ماکزیمم برشی به‌وجود آمده در فنر وقتی به طول مرده (طول جامد) برسد برابر کدام خواهد بود؟ $(G = 70\,\text{GPa})$

۱) $\approx 390\,\text{Mpa}$ ۲) $\approx 234\ \text{MPa}$ ۳) $\approx 156\,\text{MPa}$ ۴) $\approx 19.5\ \text{MPa}$

فاصله بین حلقه‌های فنر برابر است با:

فاصله بین هر دو حلقه $= 10 - 6 = 4$ mm

کل فاصله بین حلقه‌ها $= 8\times 4 = 32$ mm

$$F_{max} = K\,\Delta_{max}$$

$$K = \frac{d^4 G}{8D^3 N} = \frac{6^4 (70000)}{8(60)^3 8} = 6.625 \ \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$F_{max} = 6.625(32) = 210 \ \text{N}$$

$$\tau_{max} = \left(1 + \frac{0.5d}{D}\right)\frac{8FD}{\pi d^3}$$

$$\tau_{max} = \left[1 + \frac{0.5(6)}{60}\right]\frac{8(210)60}{\pi(6)^3} = 155.97$$

تست سال۷۷: فنری مارپیچ که قطر متوسط $D=10\ mm$ و قطر مفتول $d=2\ mm$ را دارد، تحت تاثیر نیروی فشاری $F=10\pi$ نیوتن قرار گرفته است. حداکثر تنش برشی ایجاد شده در این فنر کدام است؟

۱) 10 MPa ۲) 165 MPa ۳) 55 MPa ۴) 110 MPa

$$\tau_{max}=\frac{8FD}{\pi d^3}+\frac{4F}{\pi d^2}=\frac{8(10\pi)(10)}{\pi(2)^3}+\frac{4(10\pi)}{\pi(2)^2}=100+10=110MPa$$

تست سال۷۵: در یک فنر مارپیچ قطر سیم فنر را هشت برابر می‌کنیم. برای این‌که سختی فنر ثابت بماند قطر حلقه فنر باید چند برابر شود؟

۱) ۴ ۲) ۸

۳) ۱۶ ۴) ۳۲

سختی فنر از رابطه $K=\frac{d^4G}{8D^3N}$ محاسبه می‌شود. در صورتی‌که قطر سیم فنر d را هشت برابر کنیم، برای ثابت ماندن سختی، قطر حلقه فنر باید 16 برابر شود.

$$\frac{(8d)^4\,G}{8(nD)^3\,N}=\frac{d^4G}{8D^3N}\Rightarrow n=16$$

تست سال۷۵: برای افزایش طول عمر فنرهای مارپیچی فشاری با در نظر گرفتن مساله خستگی، ایجاد کدام عامل مناسب‌ترین است؟

۱) پیش تنش فشاری ۲) پیش تنش فشاری و کششی

۳) پیش تنش فشاری یا کششی بر حسب مورد ۴) پیش تنش کششی

فنرهای فشاری با یک پیش بار فشاری و فنرهای کششی با یک پیش بار کششی نصب می‌شوند بنابراین گزینه ۱ صحیح می‌شود.

در فنرهای فشاری با اعمال فشاری بیش از بار مجاز، تنش‌های پس ماند مفید در سطح فنر ایجاد می‌شود.در حین کار مقداری از بار خستگی صرف خنثی کردن این تنش‌ها می‌شود و بدین ترتیب عمر این فنرها افزایش می‌یابد.

تست سال۷۴: در یک فنر کششی مارپیچ از نوع بسته (زاویه α کوچک) است. اگر قطر حلقه فنر را دو برابر کنیم تغییر تنش چگونه می‌شود؟

۱) 0.5 ۲) ۲ برابر می‌شود.

۳) تنش علاوه بر قطر حلقه به ضریب وال هم بستگی دارد. ۴) ۲ برابر ضریب وال می‌شود.

$$\tau_{max}=K_w\frac{8FD}{\pi d^3}$$

$$K_w=\frac{4C-1}{4C-4}+\frac{0.615}{C}$$

با افزایش قطر حلقه فنر (D) مقدار τ_{max} افزایش می‌یابد. اما ضریب وال K_w به $C=\frac{D}{d}$ وابسته است و افزایش D در C و در نتیجه در K_w نیز موثر است. بنابراین گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

تست سال ۷۰: در فنر فشاری با قطر سیم d و قطر حلقه D، کدام‌یک از عبارات زیر صحیح است؟

۱) با افزایش قطر متوسط فنر (D)، تنش برشی در مقطع افزایش و تغییر مکان فنر نیز افزایش می‌یابد.

۲) با افزایش قطر مفتول d، تنش برشی کاهش یافته و تغییر مکان فنر افزایش می‌یابد.

۳) تنش حد تحمل فنر تابعی از جنس فنر بوده و رابطه‌ای با ابعاد فنر ندارد.

۴) با افزایش تعداد حلقه‌های فنر، تنش برشی در مقطع مفتول فنر کاهش می‌یابد.

$$\tau_{max} = \frac{8FD}{\pi d^3} + \frac{4F}{\pi d^3} \quad , K = \frac{d^4 G}{8D^3 N}$$

با افزایش قطر متوسط فنر D، تنش برشی حداکثر افزایش یافته و K کاهش می‌یابد و با کاهش K مقدار تغییر مکان افزایش می‌یابد. بنابراین گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

تست سال ۶۹: دو فنر مارپیچ کششی با قطر میله و تعداد حلقه و جنس یکسان مفروض‌اند ولی طول آزاد دو فنر یکسان نیست. در این صورت

۱) ضریب فنریت فنر بلندتر بیشتر است.

۲) ضریب فنریت فنر کوتاه‌تر بیشتر است.

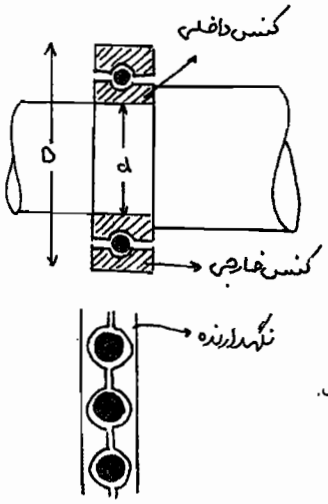
۳) ضریب فنریت دو فنر یکسان است.

۴) تحت نیروی برابر فنر بلندتر زودتر تسلیم می‌شود.

ضریب فنریت فنر طبق رابطه $K = \frac{Gd^4}{8NaD^3}$ به طول فنر بستگی ندارد و ضریب فنریت دو فنر با قطر میله، تعداد حلقه و جنس یکسان با هم برابر است.

یاتاقان‌ها:

یاتاقان‌های غلتشی (بیرینگ‌ها):



بخش‌های اصلی بیرینگ‌ها:

۱) کنس خارجی: استوانه‌ای است که روی سطح داخلی آن یک شیار تعبیه شده است.

۲) کنس داخلی: استوانه‌ای است که روی سطح خارجی آن یک شیار تعبیه شده است.

محور روی کنس داخلی سوار می‌شود، یعنی بیرینگ‌ها روی آن مونتاژ می‌شوند.

۳) گوی: عضو سوم بیرینگ است که غلتش توسط آن صورت می‌گیرد و به شکل‌های زیر است.

کروی (Ball Bearing)

استوانه‌ای (Roller Bearing)

مخروطی

بشکه‌ای

کنس خارجی همیشه روی پوسته سوار می‌شود و حرکت دورانی محور توسط گوی‌ها به لغزش تبدیل می‌شود.

۴) نگهدارنده (cage) : عضو چهارم بیرینگ‌ها است که فاصله گوی‌ها را از هم حفظ می‌کند تا گوی‌ها همیشه در فاصله معینی از هم باشند و به هم برخورد نکنند، چون برخورد آن‌ها به هم سبب کچلی می‌شود و بیرینگ خراب می‌شود.

کد گذاری بیرینگ‌ها:

mc d ue

کد اندازه : ue　　کلاس بیرینگ (ظرفیت دینامیکی) : d　　کد نوع بیرینگ : mc

کد اندازه مشخص کننده قطر کنس داخلی یا قطر شفتی است که بیرینگ روی آن سوار می‌شود.

بیرینگ‌ها بر حسب ظرفیت باری که می‌توانند تحمل کنند، به سه کلاس زیر تقسیم می‌شوند:

۱) کلاس سبک

۲) کلاس متوسط

۳) کلاس سنگین

قطر داخلی محور برای هر سه کلاس بیرینگ یکی است و فقط ظرفیت تحمل بار آن‌ها با هم فرق دارد.

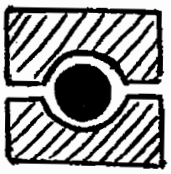
هرچه کلاس بیرینگ بالاتر رود قطر کنس خارجی و پهنای بیرینگ افزایش می‌یابد تا بار بیشتری را بتواند تحمل کند.

در جاهایی که نمی‌توانیم قطر شفت را تغییر دهیم باید ابتدا کلاس بیرینگ را افزایش دهیم تا ظرفیت تحمل بار آن افزایش یابد. در مرحله بعد نوع بیرینگ را تغییر می‌دهیم تا ظرفیت مورد نیاز را تامین کنیم. هم‌چنین باید مسایل اقتصادی را در نظر بگیریم. در بعضی موارد اگر نوع یا کلاس بیرینگ را تغییر دهیم قیمت آن بسیار کمتر خواهد شد. افزایش دما باعث کاهش ظرفیت دینامیکی بیرینگ است که در نظر نگرفتن تلورانس‌ها باعث به‌وجود آمدن یک پیش بار روی کنس‌های بیرینگ می‌شود و دما به سرعت افزایش می‌یابد.

انواع بلبیرینگ:

۱ـ بلبیرینگ ساده شیار عمیق

mc = 6



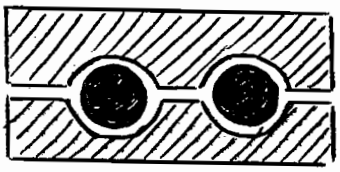
با توجه به ساختمان داخلیشان عمدتاً برای تحمل بارهای شعاعی طراحی می‌شوند، ولی در حضور بارهای شعاعی، مختصری بار محوری هم می‌توانند تحمل کنند، یعنی برآیند دو نیرو نباید زاویه‌ای داشته باشد که باعث درگیری گوی و لبه تیز کنس داخلی یا خارجی شود.

$$p = xF_r + yF_a$$

این بیرینگ هیچ آزادی محوریی برای محوری که در آن قرار می‌گیرد قایل نمی‌شود و مانند یک تکیه‌گاه گیردار برای محور عمل می‌کند.

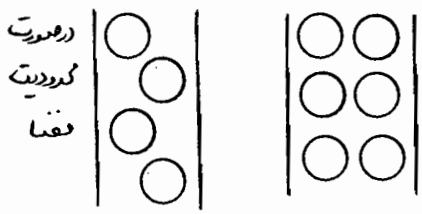
۲ـ بلبیرینگ شیار عمیق دوبل

mc=3



اگر دو بلبیرینگ شیار عمیق ساده را کنار هم قرار دهیم می‌توانند ظرفیت دو برابر را تحمل کنند، اما پهنای آن‌ها خیلی زیاد می‌شود و قرار دادن آن‌ها کنار هم نیز مشکل است، به همین دلیل از بلبیرینگ دوبل استفاده می‌کنند. این نوع بلبیرینگ علاوه بر نیروی شعاعی و مختصری نیروی محوری مقداری ممان خمشی هم می‌تواند تحمل کند، چون ممان تبدیل به یک جفت نیرو می‌شود که نیرو × فاصله، ممان را مشخص می‌کند.

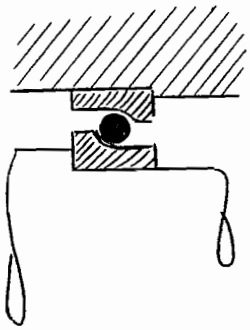
۳ـ بلبیرینگ خود میزان



مختص جاهایی است که ممان خمشی داریم. شبیه تکیه‌گاه‌های مفصلی است و محور یا کنس داخلی آن نسبت به کنس خارجی آن می‌تواند زاویه داشته باشد. این خاصیت به علت شکل خاص کنس خارجی است. پس محور شافت می‌تواند با محوری که بیرینگ روی آن سوار می‌شود در یک امتداد نباشد و در جاهایی که طول محور زیاد است و محدودیت فضا داریم مفید است.

بار محوری را مطلقاً تحمل نمی‌کند، اما بار شعاعی خیلی کوچک را می‌تواند تحمل کند. ممان خمشی را هم در حقیقت به صورت نیرو به بقیه محور منتقل می‌کند.

۴ـ بلبیرینگ فشنگی:

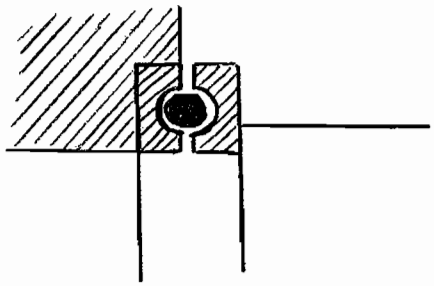


معمولاً به صورت دوبل به کار می‌روند، پشت به پشت یا روبه‌رو. در یک جهت نیروی محوری خیلی زیادی را می‌توانند تحمل کنند، ولی در جهت مخالف نه. چون به خاطر وجود پله نیروی محوری را می‌تواند تحمل کند، ولی در جهت عکس هیچ تکیه‌گاهی ندارد.

اگر زاویه بین دو گوی در حالت کلی کم شود، به‌صورت روبه‌رو (face to face) هستند. دو بیرینگ می‌توانند در یک فاصله معین بهم متصل باشند. اگر نیروی محوری فقط در یک جهت وارد شود یکی از دو بیرینگ می‌تواند ساده باشد.

۵ـ بلبیرینگ کف گرد

trust B . B

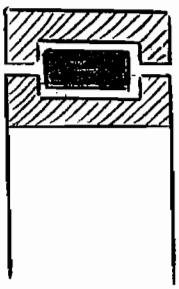


ساختمان این بیرینگ با سایر بیرینگ‌ها تفاوت دارد و فقط برای تحمل بار محوری است. اگر هم بار محوری داشته باشیم و هم بار شعاعی، می‌توانیم از یک بیرینگ ساده و یک کف گرد با هم استفاده کنیم.

انواع رولربیرینگ‌ها

بلبرینگ‌ها تماس نقطه‌ای دارند و بار زیادی نمی‌توانند تحمل کنند. اما در رولر بیرینگ‌ها تماس نقطه‌ای به تماس خطی تبدیل می‌شود و نیروی (توان) بیشتری را انتقال می‌دهند، اما چون سنگینتر از بلبرینگ‌ها هستند در سرعت‌های کم مورد استفاده قرار می‌گیرند.

۱ـ رولر بیرینگ استوانه‌ای



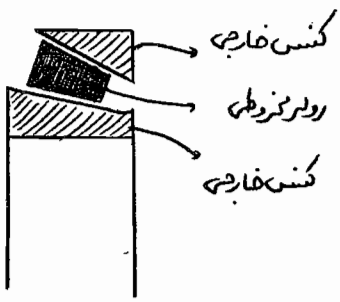
تماس بین کنس و رولر به صورت خط است و فقط بار شعاعی را می‌تواند تحمل کنند و بار محوری را مطلقاً نمی‌تواند تحمل کند. اگربار محوری اعمال شود بین سطوح صاف اصطکاک فوق‌العاده شدید به وجود می‌آید.

چون تماس به خط تبدیل شده است با کوچک‌ترین عدم تقارن بین پوسته و محور، توزیع بار حالت یکنواخت را از دست می‌دهد و مشکل ایجاد می‌کند. (بیرینگ از بین می‌رود.) یعنی محور پوسته و محور کنس داخلی بیرینگ باید حتماً منطبق باشند و گرنه مشکل ایجاد می‌شود و در دادن تلورانس‌ها باید دقت کافی داشته باشیم.

تفاوت این بیرینگ‌ها در این است که در یکی رولر به کنس داخلی و در دیگری به کنس خارجی چسبیده است.

در رولر بیرینگ‌های سوزنی طول رولرها را زیاد و قطر آن‌ها را هم کرده‌اند و در جاهایی که محدودیت فضا در مونتاژ داریم از آن‌ها استفاده می‌شود، مثلاً در چهار شاخ گاردن اتومبیل:

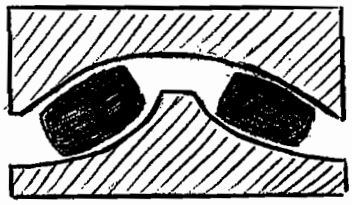
۲ـ رولربیرینگ مخروطی:



در این بیرینگ‌ها رولرها مخروط ناقص هستند، چون سرعت نقاط قاعده کوچک‌تر کمتر است و سرعت نقاط قاعده بزرگ‌تر، بیشتر، رولر دورهای منظم می‌زند و لغزش نخواهیم داشت. رولربیرینگ‌های مخروطی همیشه به‌صورت دوتایی (دوبل) روی محور نصب می‌شوند.

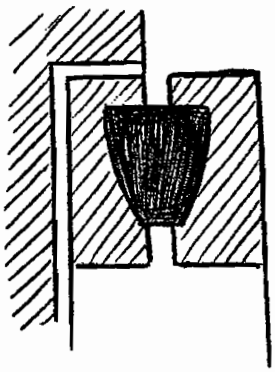
وقتی که کنس خارجی دوار باشد و کنس داخلی ثابت باشد از حالت پشت به پشت استفاده می‌کنیم مثل چرخ جلوی پیکان، ولی وقتی محور حرکت می‌کند و پوسته ثابت است از حالت روبه‌رو استفاده می‌کنیم. این نوع رولربیرینگ برای تحمل بارهای محوری و شعاعی ساخته شده و ظرفیت تحمیل بار محوری بستگی به زاویه تماس مخروط‌ها دارد.

۳ـ رولربیرینگ بشکه‌ای:



ساختمان آن‌ها دارای دو ردیف گوی و دو ردیف رولر است و از حالت خود میزنی هم برخوردارند، اما گوی‌ها بخشی از یک کُره هستند.
کنس خارجی این بیرینگ‌ها به راحتی می‌تواند نسبت به کنس داخلی زاویه بگیرد. ظرفیت آن‌ها به مراتب بیشتر از ظرفیت بیرینگ‌های خود میزان است و mc آن‌ها تابع زاویه‌ای است که محور رولر ها با هم دارند. این نوع رولربیرینگ جای کمی اشغال می‌کند و قادر به تحمل بارهای محوری نیز می‌باشد.

۴ـ رولر بیرینگ‌های کف گرد:



برای تحمل بارهای محوری زیاد به همراه بار شعاعی کم به کار می‌روند. دلیل این‌که سطح رولرها انحنادار است، این است که این انحنا از حرکت به سمت بالا جلوگیری می‌کند و سطح انحنا بار را تحمل می‌کند.
باید عمر بیرینگ‌ها را بدانیم و بیرینگی که سخت‌ترین حالت مونتاژ را دارد و تعویض آن مشکل است باید بیشترین عمر را داشته باشد. عمر بیرینگ‌ها را با توجه به مقدار کار روزانه و تعداد دورها در دقیقه پیش‌بینی می‌کنیم.

عمر بیرینگ‌ها:

هدف محاسبه عمر مفید بیرینگ‌ها است، با توجه به باری که به آن‌ها اعمال می‌شود.

عوامل موثر در عمر بیرینگ‌ها:

۱ـ روغن‌کاری: با اعمال روغن در محل مناسب تماس نقطه‌ای در محل به سطح تبدیل می‌شود و در لغزش بخاطر بار محوری، روغن از ایجاد خمش جلوگیری می‌کند. وجود روغن در دماهای بالا باعث تعادل حرارتی می‌شود و دما کاهش می‌یابد. دما رابطه عکس با ظرفیت دینامیکی و در نتیجه با عمر بیرینگ دارد.

۲ـ رعایت تلورانس‌های مجاز: عدم رعایت تلورانس‌های کارخانه در مورد محور یا بیرینگ باعث می‌شود ظرفیت دینامیکی بیرینگ پایین بیاید و در نتیجه عمر آن کم شود.

۳ـ جلوگیری از نفوذ گردوخاک به داخل بیرینگ: برای این منظور حفاظی برای آن درست می‌کنیم. ذرات غبار اکثراً سیلیس به صورت منشورهایی نوک تیز است که روی گوی‌ها ایجاد خراش ریز می‌کنند و نهایتاً سبب کوتاه شدن عمر آن‌ها می‌شود.

۴ـ جلوگیری از افزایش درجه حرارت بیرینگ: این‌کار با روش روغن‌کاری یا روش‌های مشابه دیگر انجام می‌شود.

عمر بیرینگ‌ها:

عمر نامی: عمری است که ۹۰ درصد یک گروه تحت مطالعه از بیرینگ‌ها تحت یک بار مشخص بدون خرابی پشت سر می‌گذارند.

عمر متوسط: عمری است که ۵۰٪ بیرینگ‌ها تحت بار مشخص پشت سر می‌گذارند.

$$\frac{L_1}{L_2}=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^n$$

L عمر

P بار

$$\begin{cases} n=3 & \text{B.B} \\ n=10/3 & \text{R.B} \end{cases}$$

(بلبرینگ)

(رولربیرینگ)

پس هرچه بار را بالا ببریم عمر کمتر می‌شود.

C ظرفیت دینامیکی یک بیرینگ عبارت‌است از میزان باری که بیرینگ تحت آن می‌تواند 1000 000 دور بزند بدون آن که خراب شود.

$$P_2=C\rightarrow L_2=1000\,000$$

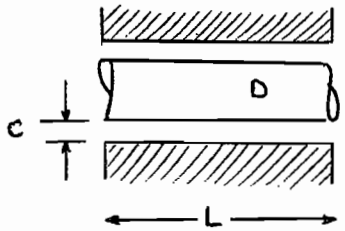
$$L_{m_{rev}}=\left(\frac{C}{P}\right)^n \qquad \frac{L_1}{1\times10^6}=\left(\frac{C}{P_1}\right)^n$$

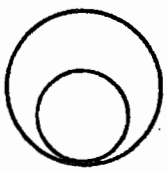
ظرفیت استاتیکی Co : میزان باری است که تحت آن بار مجموع تغییر شکل‌های گوی و کنس‌ها کمتر از $\frac{1}{10000}$ اینچ باشد.

C را با توجه به نوع، کلاس و اندازه بیرینگ از روی جدول به دست می‌آوریم. هرچه کلاس بیرینگ بالاتر رود ظرفیت دینامیکی بیشتر می‌شود.

در عمل شفت بر روی یک طرف می‌نشیند و لقی شعاعی در دو طرف آن وجود ندارد.

پس C اختلاف قطر پوسته و شفت است.





در صورتی که شفت به سمت راست بچرخد یک P ماکزیمم تولید می‌شود و شفت را به سمت چپ پرت می‌کند و بعد به حالت پایدار می‌رسد.

می‌نیمم ضخامت روغن : h_o

خروج از مرکز $OO'=e$

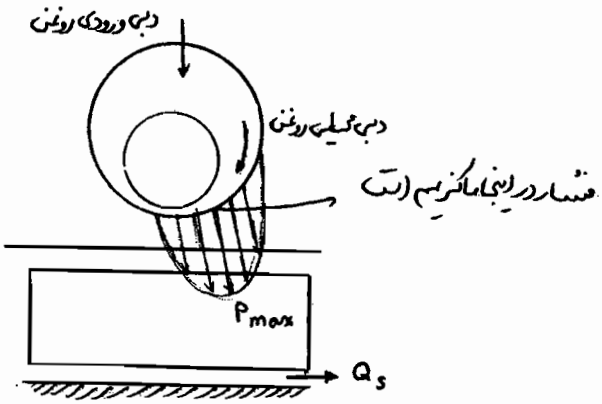
هدف از طراحی یاتاقان:

لقی که حساب شود همه چیز استاندارد است → محاسبهC → محاسبه $\frac{L}{D}$ → محاسبه L → محاسبه d از طراحی‌ها

محاسبه L (طول یاتاقان) و D (قطر یاتاقان):

D : از طراحی ۱ (با فرض حالتی که بـار ثابـت اسـت و شفت می‌چرخد: $\sigma_m = 0$) محاسبه می‌شود.

محاسبه L :



$Q = Q_t + Q_s$

Q_s : دبی محوری ، جانبی یا نشت جانبی

بهتر است Q_s وجود داشته باشد تا روغن داغ بیرون رود و روغن سرد جای آن را بگیرد.

هرچه $\frac{L}{D}$ کوچک‌تر شود نشت جانبی بیشتر است. حالت بهینه $\frac{L}{D} < 1.5$

L به‌دست می‌آید $\Rightarrow 0.25 \sim 0.75$: $\frac{L}{D}$ بهترین

این تنها شرطی است که در مورد L وجود دارد.

مثال : در یک یاتاقان لغزشی، قطر شفت را افزایش داده‌ایم:

۱ـ نشت جانبی کم می‌شود.

۲ـ نشت جانبی زیاد می‌شود. $D \uparrow \Rightarrow \frac{L}{D} \downarrow \Rightarrow Q_s \uparrow$

یعنی با افزایش قطر شفت، نسبت $\frac{L}{D}$ کاهش یافته و در نتیجه نشت جانبی افزایش می‌یابد.

عدد سامرفیلد

عدد سامر فیلد $S = \left(\frac{r}{c}\right)^2 \mu \frac{n}{P}$

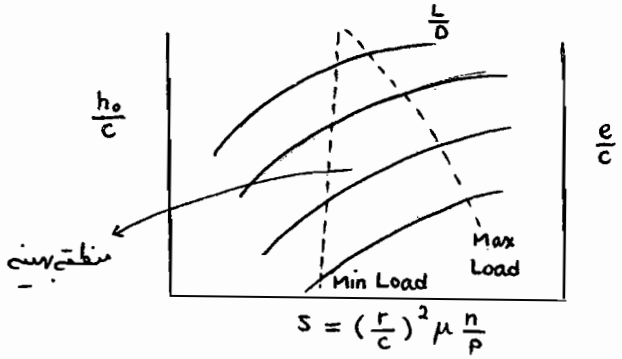
μ : ویسکوزیته روغن

متوسط فشار روغن $P = \frac{W}{LD}$

c: لقی شعاعی

r: شعاع محور

n: سرعت بر حسب دور بر ثانیه



مثال :

در یک یاتاقان قطر (شفت) را افزایش داده‌ایم. می‌نیمم ضخامت روغن

۱ـ کم‌تر می‌شود. $D\uparrow \Rightarrow \frac{L}{D}\downarrow \Rightarrow h\downarrow$

۲ـ زیاد می‌شود. $D\uparrow \Rightarrow P\downarrow \Rightarrow S\uparrow \Rightarrow h_o\uparrow$

۳ـ ثابت می‌ماند.

۴ـ معلوم نیست.

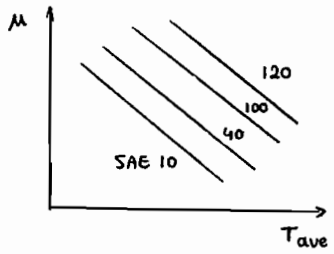
نمی‌توان قطعاً پاسخ داد، چون افزایش شفت از دو طرف روی h_o تاثیر می‌گذارد.

مثال : در یک یاتاقان روغن SAE 40 را جایگزین SAE 10 می‌کنیم. می‌نیمم ضخامت روغن

۱ـ کم می‌شود.

۲ـ زیاد می‌شود.

۳ـ تغییر نمی‌کند.



$\mu\uparrow \rightarrow S\uparrow \rightarrow ho\uparrow$

$L\uparrow \rightarrow h_o\uparrow$

مثال : در یک یاتاقان لغزشی طول یاتاقان افزایش می‌یابد، خارج از مرکزیت

۱ـ کم می‌شود.

۲ـ زیاد می‌شود.

۳ـ ثابت می‌ماند.

۴ـ نمی‌توان قطعاً نظر داد.

$L\uparrow \Rightarrow \frac{L}{D}\uparrow \Rightarrow e\uparrow$

$L\uparrow \Rightarrow p\downarrow \Rightarrow S\uparrow \rightarrow e\uparrow$ $\rightarrow$ e زیاد می‌شود

انواع روغن‌کاری:

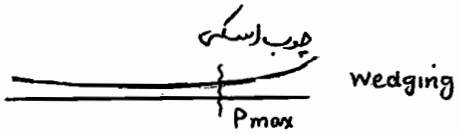
۱ـ هیدرودینامیکی (مثل میل‌لنگ)

۲ـ هیدرو استاتیکی (مثل ترن)

۳ـ روغن‌کاری مرزی

روغن‌کاری هیدرودینامیکی:

دراین نوع روغن‌کاری نیاز به منبع تامین فشار مثل پمپ نمی‌باشد، زیرا سیستم به خاطر Wedging کار پمپ را انجام می‌دهد.
سطوح حامل به وسیله لایه نسبتاً ضخیمی از روغن از هم جدا می‌شوند و روغن بر اثر حرکت نسبی سطوح وارد منطقه تبادل بار می‌شود و موجب تولید یک گرادیان فشار می‌شود که سطوح را از هم جدا می‌کند. در این حالت فقط تامین مداوم روغن لازم است.
این نوع روغن‌کاری برای وزن کم و سرعت بالا مناسب است.



روغن‌کاری هیدرواستاتیکی:

برای جایی که وزن زیاد و سرعت پایین است مناسب می‌باشد. در این نوع روغن‌کاری نیاز به منبع تغذیه فشار از بیرون است. روغن با فشار زیاد در منطقه بار وارد می‌شود و سطوح حامل بار را از یکدیگر جدا نگه می‌دارد. پس علاوه بر P_{max} یک P_S (فشار پمپ) هم داریم.

$$P_{oil} = P_S + P_{max}$$ (هیدرودینامیکی «سهمی شکل»)

در این‌جا مجبوریم طول را زیاد بگیریم $P = \frac{W}{LD}$ تا افزایش طول اثرات وزن بالا و افزایش فشار را جبران کند. با ایجاد یک شیار یاتاقان به دو نیم یاتاقان تبدیل می‌شود و و L بزرگ می‌شود.

روغن‌کاری مرزی:

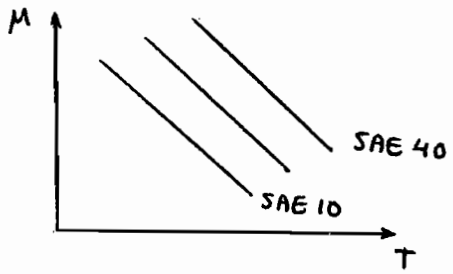
در روغن‌کاری هیدرودینامیکی وقتی ضخامت لایه روغن کاهش می‌یابد به سمت حالتی پیش می‌رویم که در آن لایه روغن به طور دایمی وجود ندارد و در مواردی تماس بین سطوح حامل بار با یکدیگر اتفاق می‌افتد. به این حالت روغن‌کاری با لایه نازک نیز گفته می‌شود.

مثال : کدام گزینه صحیح می‌باشد؟

۱ـ روغن SAE 10 مرغوب‌تر از SAE 40 است.

۲ـ روغن SAE 40 مرغوب‌تر از SAE 10 است.

۳ـ مرغوبیت هر دو یکسان است.



روغنی مناسب است که تغییرات ویسکوزیته آن نسبت به دما کم باشد.
ولی شیب این‌جا یکسان است و در نتیجه مرغوبیت روغن‌ها یکسان است. مرغوبیت روغن‌ها را با index VI نشان می‌دهند. با افزایش این اندیس بین صفر تا صد مرغوبیت روغن افزایش می‌یابد.

مثال : کدام صحیح می‌باشد:

۱ـ روغن با جرم مخصوص بالا عدد سی‌بولت بالا دارد.

۲ـ روغن با جرم مخصوص بالا عدد سی‌بولت پایین دارد.

هر چه جرم مخصوص بالاتر باشد عدد سی بولت کمتر است.

مثال : دستگاه سی‌بولت:

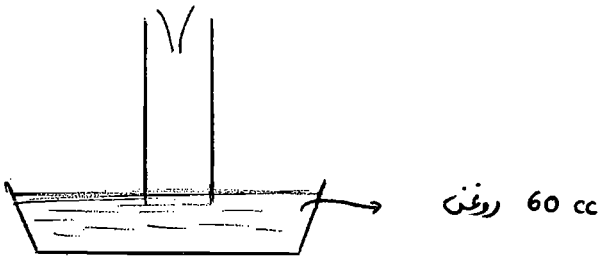
۱ـ ویسکوزیته سینماتیک را اندازه می‌گیرد.

۲ـ ویسکوزیته سینماتیک مطلق را می‌گیرد.

۳ـ نمی‌توان گفت.

گزینه ۱ صحیح می‌باشد. (زیرا ویسکوزیته سینماتیک به جرم مخصوص وابسته است).

دستگاه سی‌بولت



$T = 100^\circ C \quad or \quad T = -180^\circ C$

مدت زمانی که 60 cc روغن در دمای $(-18^\circ C)$ یا $100^\circ C$ از لولهٔ سی‌بولت عبور می‌کند را اندازه گرفته و آن را با S_{sec} نشان داده و عدد سی‌بولت روغن نامند. (مثلاً یک روغن عدد سی‌بولت ۲۰ ثانیه دارد.)

اگر آزمایش در $100^\circ C$ باشد روغن با SAE 10 , SAE 60 ,.... نشان می‌دهند.

اگر آزمایش در $100^\circ C$ باشد روغن با SAE W 15 , SAEW60 و .... نشان می‌دهند.

در روغن‌های ترکیبی یک سری افزودنی‌های شیمیایی افزوده می‌شود تا دو نوع روغن کنار هم باقی بمانند. روغن‌های ترکیبی مرغوبترند و VI بالاتری دارند.

مثال :

یک شفت که با سرعت 1200 rpm می‌چرخد تحت بار محوری 20 KN و بار شعاعی 40 KN قرار دارد. ظرفیت دینامیکی بلبرینگ 120 KN است.عمر دینامیکی بلبرینگ چقدر است؟

K_c : ضریب قابلیت اطمینان

$$L = K_C L_R \left(\frac{C}{K_A F_e}\right)^3$$

$x = 0.56$
$y = 1.2$

K_A : ضریب ضربه

$F_e = xF_r + yF_t$

F_r: بار شعاعی

F_t: بار محوری

$L_R = 10^6$ سیکل برای همهٔ یاتاقان‌ها (مقاومت حد تحمل)

C : ظرفیت تحمل دینامیکی: عبارت‌است از مقدار باری که بلبرینگ‌ها برای عمر 10^6 سیکل تحمل می‌کنند.

L = برحسب دور به‌دست می‌آید

عمر برحسب ساعت: $x = \frac{L}{60n}$

n : دور شفت بر حسب rpm است.

روغن‌کاری پایدار:

نمودار زیر تغییرات ضریب اصطکاک f را بر حسب مشخصه یاتاقان یعنی $\frac{\mu N}{P}$ برای یک یاتاقان خاص نشان می‌دهد. F طبق پتروف از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$f = \frac{2\pi^2 \mu N}{P}\frac{r}{c}$$

N : دور یاتاقان (بر حسب دور بر ثانیه)

P : بار بر واحد سطح تصویر شده یاتاقان $\left(P = \frac{W}{2rL}\right)$

μ: ویسکوزیته مطلق روغن

c : لقی شعاعی

r : شعاع محور

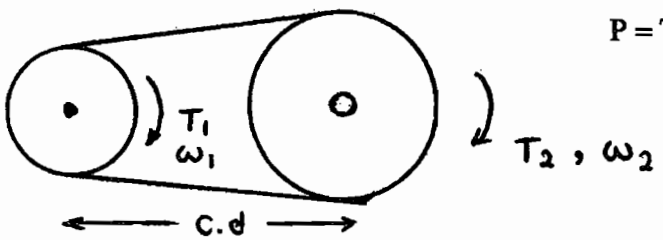
دو ناحیه اصلی در دو طرف خط‌چین وجود دارد.

در سمت راست منحنی با زیاد شدن دمای روغن ویسکوزیته کاهش می‌یابد و بنابراین مقدار $\frac{\mu N}{P}$ کم می‌شود و در نتیجه f کاهش می‌یابد. با کم شدن f دمای روغن کاهش می‌یابد و مجدداً به نقطه قبلی روی منحنی بر می‌گردیم، پس در این ناحیه حالت پایدار وجود دارد. اما در سمت چپ منحنی عکس این حالت وجود دارد و با افزایش دمای روغن ویسکوزیته کاهش یافته، مقدار $\frac{\mu N}{P}$ کم می‌شود و در نتیجه f افزایش می‌یابد و افزایش دمای روغن تشدید می‌شود. بنابراین در این ناحیه ناپایداری وجود دارد. سمت راست منحنی ناحیه روغن‌کاری هیدرودینامیکی (لایه ضخیم) و سمت چپ منحنی ناحیه روغن‌کاری مرزی (لایه نازک) نام دارد.

وسایل انتقال قدرت انعطاف‌پذیر:

برای انتقال قدرت و حرکت بین دو محور که فاصله نسبتاً زیادی از هم دارند به کار می‌روند و فقط تحت کشش نیرو را منتقل می‌کنند (و در اثر فشار جمع می‌شوند.) و عبارت‌اند از:

۱) تسمه‌ها: برای بارهای سبک و انتقال قدرت در سرعت‌های بالا و فواصل دور بکار می‌روند.



$$P = T_1\omega_1 = T_2\omega_2$$

مقداری لغزش داریم که از آن صرفنظر می‌شود. در تسمه و پولی عامل انتقال قدرت، اصطکاک است که برای ایجاد اصطکاک کافی باید روی محور یک کشش اولیه بگذاریم. پس حتماً باید فاصله مرکز دو پولی (centeral distance) انعطاف‌پذیر باشد یا عامل سومی برای ایجاد کشش وجود داشته باشد.

۲) زنجیرها: برای دورهای پایین و انتقال هر مقدار توان بکار می‌رود.

در زنجیرها محدودیتی از لحاظ انتقال قدرت نداریم، ولی چون وزن زنجیرها زیاد است، در اثر گردش نیروی اینرسی آن زیاد می‌شود و از روی چرخ زنجیر بلند می‌شود، پس در دورهای بالا از آن استفاده نمی‌کنیم.
دندانه‌های زنجیر و چرخ زنجیر در هم قفل و درگیر می‌شوند و انتقال قدرت به این ترتیب صورت می‌گیرد و در این‌جا هیچ‌گونه لغزشی نداریم. بنابراین نسبت سرعت ثابتی را منتقل می‌کند.

تسمه Belt

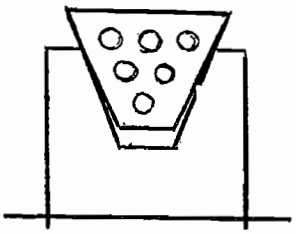
ساختمان تسمه‌ها از یک مغزی انعطاف‌پذیر تشکیل شده که داخل آن الیاف نرمی با نیروی کششی بالا از جنس ریون تعبیه شده است و اطراف آن پلاستیک تعبیه شده تا بتواند اصطکاک با پولی را تامین کند. چون انتقال قدرت به وسیلهٔ اصطکاک است در ابتدا حتماً مقداری لغزش داریم و نسبت تبدیل دقیقاً رعایت نمی‌شود و هم‌زمانی حرکت در انتقال قدرت به وسیله تسمه ایجاد نمی‌شود. و مثلاً در انتقال قدرت از میل لنگ به میل سوپاپ نمی‌تواند استفاده شود، چون نیاز به هم زمانی حرکت و نسبت تبدیل دقیق داریم. اما مزیت آن این است که به علت انعطاف‌پذیری ضربات ناشی از بار را به موتور انتقال نمی‌دهد.

۱) تسمه تخت: Flat Belts

مقطع کاملاً مستطیلی دارند که داخلش از الیاف ریون پر شده و به صورت حلقه‌ای به طول دلخواه می‌رسند و چون قابل کنترل نیستند معمولاً به صورت یک ردیف مورد استفاده قرار می‌گیرند.

۲) تسمه V شکل

V – Belts



پولی‌هایی که برای این تسمه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند، هم شکل V دارند. ولی زاویه شیار پولی کمی کمتر از زاویه شیار تسمه است تا کف آن‌ها درگیر نشود و تنها روی سطح جانبی با هم درگیر باشند و گرنه تسمهٔ تخت می‌شود. مزیت آن این است که می‌توان از تعداد تسمه‌های بیشتری روی یک پولی استفاده کرد و ظرفیت انتقال قدرت را بالا برد.

تسمه‌های V شکل عموماً به صورت حلقوی (دایره‌ای) و بدون درز ساخته می‌شوند و از این رو نصب آن‌ها تا حدودی مشکل است. در سیستم استاندارد به صورت A , B , C , D , E هستند و از A تا E انتقال قدرت بیشتر می‌شود. یک عدد بر حسب in در کنار حروف نوشته شده که نشان‌دهندهٔ قطر داخلی تسمه است.
در سیستم متریک عددی که کنار حروف نوشته می‌شود، محیط دایرهٔ گام است.

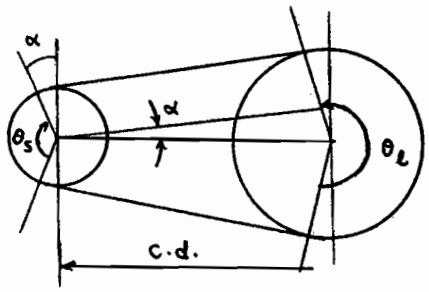
۳) تسمهٔ تایم

Timing belts

روی محیط داخل تسمه دندانه یا عاج تعبیه شده که مشابه آن‌ها روی محیط خارجی پولی تعبیه شده است. به علت گران بودن فقط جاهایی که مجبوریم از تسمه تایم استفاده می‌کنیم و ایراد دیگر آن لرزش جزیی ایجاد شده در اثر انتقال قدرت است.

$$\theta_s = \pi - 2\alpha$$

$$\theta_L = \pi + 2\alpha$$



$$\alpha = \sin^{-1}\frac{D-d}{2C}$$

طول تسمه $L = \frac{1}{2}(d\theta_s + D\theta_L) + 2C\cos\alpha$

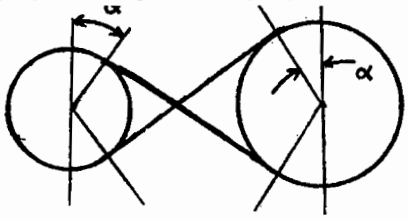
$$L = \frac{1}{2}(\theta_s d + \theta_L D) + 2\sqrt{C^2 - \left(\frac{D-d}{2}\right)^2}$$

$$L = \frac{1}{2}(\theta_s d + \theta_L D) + \sqrt{4C^2 - (D-d)^2}$$

طول دایره گام $L_P = \frac{1}{2}(\theta_L D + \theta_s d) + \sqrt{2C^2 - (D-d)^2}$

ثابت $-$ طول دایره داخلی $L_S = L_P -$

این محاسبات مربوط به تسمه‌ای است که باز استفاده می‌شود و لغزش همیشه در قرقره‌ای صورت می‌گیرد که زاویه تماس کوچک‌تری دارد، پس محاسبات مربوط به قرقره کوچک‌تر است. اما حالت cross هم داریم فرق آن با حالت قبل این است که زاویه تماس در هر دو قرقره برابر است و طول تسمه از رابطه زیر به‌دست می‌آید:



$$L_P = \sqrt{4C^2 - (D+d)^2} + \frac{\theta}{2}(D+d)$$

$$\theta = \pi + 2\alpha = \pi + 2\sin^{-1}\frac{D+d}{2C}$$

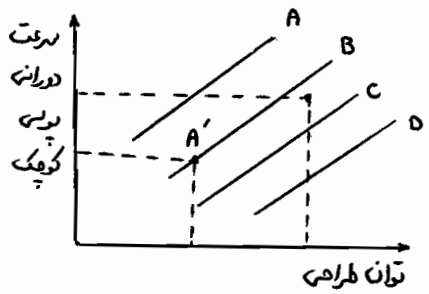
ضریب اصطکاک بین پولی و تسمه بین 0.3 تا 0.4 است که بهینهٔ آن 0.35 است. البته در تسمه‌های خاص ضریب اصطکاک تا 0.7 هم می‌تواند بالا رود.

روش انتخاب تسمه:

ابتدا یک سرویس فاکتور (S.F) یا ضریب اطمینان انتخاب می‌کنیم و با استفاده از آن توان تسمه را به‌دست می‌آوریم. (این ضریب اطمینان با توجه به زمان کاربری و نوع کاربرد انتخاب می‌شود.)

با استفاده از نمودار روبرو یعنی با داشتن rpm و توان طراحی می‌توانیم نوع تسمه را تعیین کنیم. توان طراحی $P = p \times S.F$

تعداد ردیف تسمه‌ها نباید بیشتر از 5 باشد و گرنه انحراف در موتور داریم. با استفاده توان طراحی و سرعت دورانی پولی کوچک، نوع تسمه (A , B ,...) تعیین می‌شود و بعد از تعیین شدن نوع تسمه از روی جدولی ابعاد تسمه به‌دست می‌آیند.



در نمودار محدودهٔ بالای هر خطی مربوط به آن است. اگر روی خط باشد مثل نقطهٔ A' هم از تسمه نوع B می‌توان استفاده کرد و هم ازتسمه نوع C. اگر از نوع B استفاده کنیم، تعداد ردیف بیشتری لازم است و اگر از C استفاده کنیم از تعداد ردیف کمتر استفاده می‌شود.

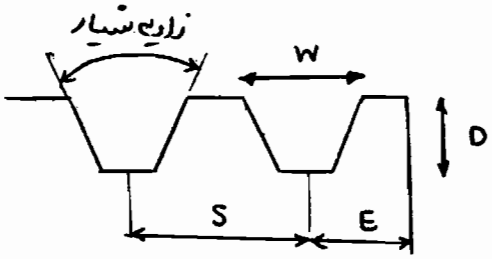
BELT	W	t
A		
B		
C		
D		

از جدولی مشابه جدول زیر ابعاد ابعاد هندسی پولی‌ها را درمی‌آوریم. هرچه ابعاد پولی کوچک‌تر باشد بیشتر باید تغییر شکل بدهد. بنابراین زاویه شیار آن عوض می‌شود.

Belt	مقدار پیشنهادی	قطر دایره گام	زاویه شیار	W	D	X	S	E
B	5.4	4.6 – 7	34°					
		بالای 7	38°					

X در واقع اختلاف D_0 و D_p است

بعنوان مثال:



$d = 5.4"$

$D = 5.4" \times e$

e: نسبت تبدیل یا $\frac{D}{d}$ است.

اگر نسبت تبدیل $e = 2$ باشد، پس $D = 10.8"$ که از حد بالای مجاز (یعنی ۷) بالاتر است، پس زاویه شیار و w تغییر می‌کند و برای یک تسمه دوتا پولی با زاویه شیار و w متفاوت طراحی می‌شود. علاوه بر این باید C هم مشخص باشد. اگر مساله C را به ما نداده باشد، آن را در محدوده زیر در نظر می‌گیریم.

$C \approx 1.5\,D - 2D$

$D \le C < d + D$ بیشتر از این حد تسمه شلاق می‌زند.

بعد از انتخاب تعداد ردیف‌ها قطر تغییر می‌کند که برای حالت بهینه بهتر است کاری کنیم که نه از 4.6 پایین‌تر و نه از 7 بالاتر رود.

$P = T \times \omega = (F \times r) \times \omega$

در این رابطه تنها r است که در دست ماست و می‌توانیم تغییر دهیم، بقیه پارامترها را مساله می‌دهد.

$d_e = k_d \times d$

K_d ضریب اصلاحی قطر است که بر حسب نسبت تبدیل e در جداول موجود است.

d_e قطر معادل است که برحسب سرعت خطی تسمه در جداول موجود است.

d قطر پولی کوچک‌تر است.

در این جدول‌ها توان انتقالی هر ردیف تسمه بر حسب hp (اسب بخار) به‌دست می‌آید. البته این توان اصلاح نشده است.

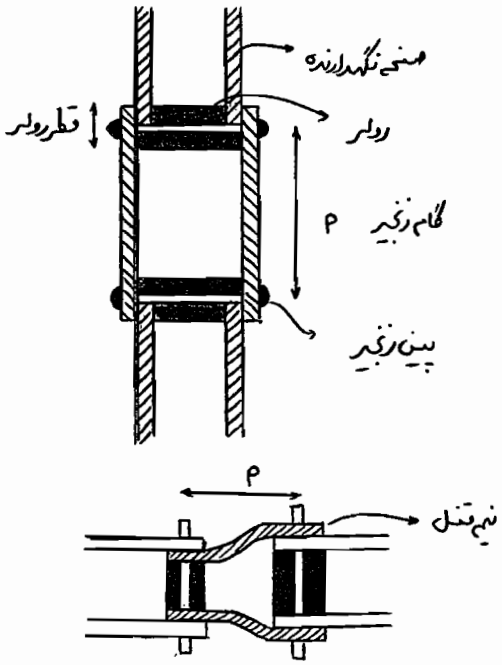
توان اصلاح شده = توان خام × K_θ × K_L

$$\text{تعداد تسمه} = \frac{\text{توان طراحی}}{\text{توان اصلاح شدهٔ هر ردیف تسمه}}$$

زنجیر : Chain

از زنجیرها هم (مانند تسمه‌ها) فقط در کشش استفاده می‌شود. اختلاف آن با تسمه در این است که:

chain :



۱ـ در انتقال قدرت به وسیله زنجیر ما هر توانی را انتقال می‌دهیم، به جز در دورهای خیلی بالا، چون جرم زنجیر در مقایسه با تسمه زیاد است و در اثر نیروهای گریز از مرکز در سرعت‌های بالا زنجیر از روی چرخ زنجیر بلند می‌شود.

۲ـ در زنجیر نسبت تبدیل دقیقاً رعایت می‌شود و هم‌زمانی حرکت هم همیشه وجود دارد، چون به علت گیر کردن دندانه‌ها در هم لغزش نداریم.

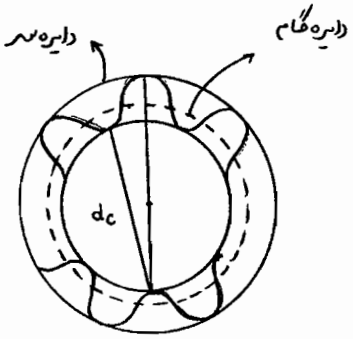
هرچه فاصلهٔ دو پین یعنی گام زنجیر بزرگ‌تر باشد، قدرت بیشتری را می‌توان انتقال داد و وزن آن نیز بیشتر می‌شود و سرعت باز هم پایین می‌آید.

تعداد حلقه‌ها باید حتماً زوج باشد و گرنه دو تا نیم پلیت داخلی یا خارجی که روبروی هم قرار می‌گیرند نمی‌توانند به هم وصل شوند. چون باید به صورت نر و ماده داخل هم باشند.

از نیم قفل زمانی استفاده می‌کنیم که نیم پلیت داخلی و خارجی به هم رسیده‌اند، ولی نمی‌خواهیم پین را در بیاوریم و جا بزنیم چون مونتاژ و دمونتاژ آن مشکل می‌شود.

در جاهایی که نسبت تبدیل بالاست نمی‌توانیم مستقیماً از یک چرخ زنجیر کوچک به یک چرخ زنجیر بزرگ قدرت را منتقل کنیم. در این‌صورت باید مجموعه‌ای از چرخدنده‌ها داشته باشیم. چرخ زنجیر حتماً باید لبه‌های سخت داشته باشد و گرنه خورده می‌شود و لقی ایجاد می‌شود.

تعاریف مشخصه:



۱) دایره گام

دایره‌ای است که پین‌های مربوط به چرخ زنجیر روی محیط آن قرار می‌گیرند.

۲) دایرهٔ سر (دایرهٔ خارجی)

دایره‌ای است که نوک دندانه‌های چرخ زنجیر روی آن قرار می‌گیرد.

۳) دایرهٔ ریشه

دایره ای است که ریشه‌های دندانه‌ها روی محیط آن دایره مماس می‌شوند.

۴) شمارهٔ زنجیر ANSI N0.40 P = 1/2" شمارهٔ زنجیر گام را هم مشخص می‌کند.

۵) تعداد دندانه‌های چرخ زنجیر $Z = 19$

۶) قطر دایرهٔ سر

۷) قطر دایرهٔ ریشه (برای تعداد دندانه‌های زوج)

۸) قطر کالیپر (برای تعداد دندانه‌های فرد) d_c

اگر تعداد دندانه‌ها زوج باشد از مرکز به ریشه وصل می‌کنیم و ادامه می‌دهیم خطی که از مرکز می‌گذرد از دو طرف به ریشه ختم می‌شود، بنابراین قطر دایره ریشه را تعریف می‌کنیم.

ولی اگر تعداد دندانه‌ها فرد باشد ازیک طرف به ریشهٔ یک دندانه و از طرف دیگر به نوک یک دندانه دیگر می‌رسیم. (خط واصل از مرکز می‌گذرد) بنابراین قطر کالیپر را تعریف می‌کنیم (d_c) که از ریشه به ریشهٔ نزدیک‌ترین دندانهٔ مقابل می‌رسد. این قطر از مبدا نمی‌گذرد.

مهم‌ترین مساله دادن نافی برای ایجاد جاخار است. نافی می‌تواند از دو طرف باشد، مهم این است که باید هم محور باشند. یعنی ابتدا نافی را درچرخ زنجیر جا می زنیم بعد دور تا دور آن را جوش می‌دهیم و بعد سوراخی به اندازهٔ شفت در هر دو ایجاد می‌کنیم به این ترتیب چرخ زنجیر لنگ نمی‌زند.

محاسبات مربوط به زنجیر و چرخ زنجیر:

P : گام زنجیر

D : قطر رولرها

N : تعداد دندانه‌های چرخ زنجیر

$$D_p = \frac{P}{\sin\frac{180}{N}}$$

D_0 : قطر خارجی (دایره سر)

D_i : قطر ریشه $\quad D_i = D_p - D$

D_c : قطر کالیپر $\quad D_0 = P\left(0.6 + \cot g\frac{180}{N}\right)$

D_p : قطر دایره گام $\quad D_C = D_P \cos\frac{90}{N} - D$

روش انتخاب زنجیر:

ابتدا برای پوشش ضربات ناشی از بار بنابر نوع ماشین یک ضریب اطمینان در نظر می‌گیریم و توان طراحی را محاسبه می‌کنیم. تعداد دندانه‌های چرخ زنجیر کوچک‌تر و سرعت دورانی چرخ زنجیر کوچک‌تر باعث می‌شود بتوانیم چرخ زنجیر مورد نظر را پیدا کنیم. همیشه از سبکترین زنجیرها استفاده می‌کنیم یعنی 80 , 60 , 50 . چون وقتی سنگین می‌شود مشکلاتی پیدا می‌کنیم.

باید حتماً تعداد دندانه‌های راننده را طوری انتخاب کنیم که نسبت تبدیل دقیقاً رعایت شود، مثلاً اگر نسبت تبدیل 2.25 باشد باید حتماً تعداد دندانه‌ها (N_1) مضرب 4 باشد تا N_2 هم عدد صحیح شود، چون زنجیر با تعداد دندانه اعشاری نداریم و اگر رند کنیم نسبت تبدیل عوض می‌شود.

این عدد حتماً باید در محدوده $30 \le C_P \le 50$ باشد. $\quad C_p = \frac{C}{P} = \frac{\text{central distance}}{\text{pitch}}$

طول زنجیر را به طور دلخواه نمی‌توانیم تغییر دهیم، تنها به اندازهٔ یک گام می‌توانیم کم یا زیاد کنیم. بنابراین در مسایل یا باید c.d قابل تغییر باشد و یا از زنجیر سفت کن استفاده کنیم. زمانی که c . d قابل تغییر نیست باید در جهتی قرار گیرد که تعداد دندانه‌های درگیر چرخ زنجیر کوچک‌تر را افزایش دهد.

محاسبه طول زنجیر:

$$L_P = \frac{N_1 + N_2}{2} + \frac{N_2 - N_1}{180}\alpha^\circ + 2C_P\cos\alpha \qquad C_p = \frac{C}{P}$$

تعداد حلقه‌ها باید حتماً زوج باشد چون یک رینگ پلیت داخلی و یک خارجی داریم. همیشه یک حلقه کمتر می‌خریم چون خود قفل زنجیر یک حلقه محسوب می‌شود.

همیشه سعی می‌کنیم تعداد دندانه‌های چرخ زنجیر کوچک‌تر را فرد بگیریم، چون تعداد حلقه‌ها زوج است و هر بار یک حلقه با یک دندانه درگیر می‌شود و دفعه بعد عوض می‌شود و اگر خرابی در این قسمت پیش بیاید دندانه وحلقه هر دو با هم خراب نمی‌شوند. (همیشه یک حلقه و یک دندانه مشخص با هم درگیر نمی‌شوند.)

چرخدنده‌ها:

۱ـ چرخدنده‌های ساده Spur Gears

با کمترین فضا توان را با هر زاویه‌ای از یک محور به محور دیگر انتقال می‌دهیم. و جعبه دنده‌ای که چرخدنده‌ها در آن قرار دارند، از کمترین ابعاد برخوردار است.

در چرخدندهٔ ساده شیارهای روی استوانهٔ دنده که دندانه‌ها را به وجود آورده‌اند به موازات محور دنده هستند و هنگامی به کار می‌روند که دو محور با هم موازی باشند.

۱ـ چرخدندهٔ کوچک‌تر Pinion

۲ـ چرخدندهٔ بزرگ‌تر Gear

تعاریف:

۱ـ گام دایره‌ای P (Circular pitch)

فاصلهٔ دو نقطهٔ مشابه از دو دندهٔ متوالی بر روی دایرهٔ گام را گام دایره‌ای می‌نامیم. مقدار آن برابر است با مجموع ضخامت یک دنده به علاوهٔ فضای خالی بین دو دنده.

۲ـ ادندوم (a)

$a = m$ یا $a = \frac{1}{P}$

فاصلهٔ شعاعی بین دایرهٔ گام و دایرهٔ سر دنده

۳ـ دیدندوم (b)

$b = 1.25\ m$ یا $b = \frac{1.25}{P}$

فاصلهٔ شعاعی بین دایرهٔ گام و دایرهٔ ریشه دنده

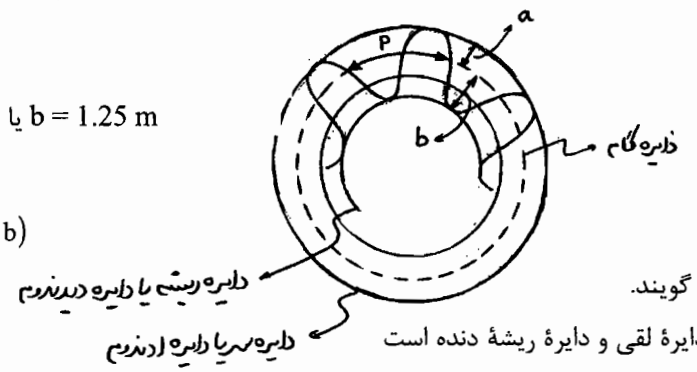
۴ـ عمق دندانه h_t (whole depth)

$h_t = (a + b)$

مجموع ادندوم و دیدندوم یک دنده را عمق دندانه گویند.

۵ـ لقی شعاعی (clearance) فاصلهٔ شعاعی بین دایرهٔ لقی و دایرهٔ ریشهٔ دنده است

۱ـ۵ دایرهٔ لقی : دایره‌ای است مماس بر دایره ادندوم چرخ دندهٔ درگیر



لقی شعاعی $c = b - a$

$c = b - a$ لقی شعاعی

۶ـ عمق کاری h_k (Working depth)

عمقی است که دو چرخدنده همیشه با هم درگیرند.

در مورد چرخدنده‌های استاندارد مقدار آن 2a است ودر حالت کلی مقدار آن مجموع ادندوم چرخ دنده‌های راننده و رانده شده است.

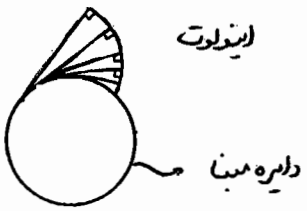
۷ـ لقی جانبی (back lash)

اختلاف فضای خالی بین دو دنده با ضخامت دندهٔ دیگر را لقی جانبی گویند. البته از یک حدی نباید بیشتر باشد و گرنه در حین انتقال قدرت ضربه می‌زند.

۸ ـ دایره گام (pitch circle)

دایره‌ای است فرضی که دو چرخدندهٔ دیگر با فرض عدم لغزش روی آن بر هم مماس شده و انتقال قدرت را انجام می‌دهند. یا دایره‌ای است که روی آن فضای خالی بین دو دنده با ضخامت یک دنده با هم برابر می‌شود و مقدارشان برابر نصف گام دایره‌ای است. (طبق تعریف گام دایره‌ای)

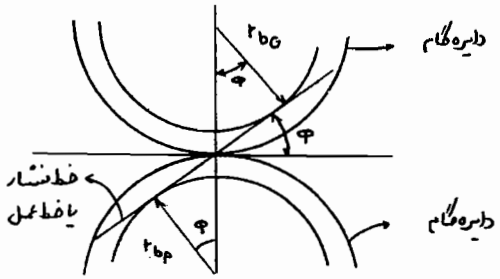
وقتی دو چرخدنده با هم درگیر می‌شوند درگیری از نوک یکی از دنده‌ها شروع می‌شود و به ریشهٔ دنده ختم می‌شود. منحنی بدنهٔ دنده هر شکلی نمی‌تواند داشته باشد و باید به شکل یک منحنی خاص (اینولوت) باشد، به طوری که در هر نقطه اگر عمودی بر منحنی رسم کنیم بر دایره‌ای به نام دایرهٔ پایه مماس باشد.



نخی را به نقطه‌ای فیکس می‌کنیم و منحنی اینولوت را طوری رسم می‌کنیم که نخ همیشه کشیده باقی بماند.

۹ـ دایره مبنا (Base circle)

دایره مبنا دایره‌ای است که مولد سطح اینولوت دنده است. همیشه باید درگیری در قسمت اینولوت انجام شود و گرنه ایجاد مشکل می‌کند.



نیرو در امتداد خط مماس بر دایرهٔ مبناست.

$$r_{b_p} = r_p \cos\varphi$$

$$r_{b_G} = r_G \cos\varphi$$

استانداردهای متریک و انگلیسی:

۱ـ گام قطری diameteral pitch معرف گام در سیستم انگلیسی است. باید استاندارد باشد و هر عددی نمی‌تواند باشد.

$$P = \frac{N}{d} \qquad \left[\frac{1}{\text{in}}\right]$$

d: قطر دایره گام است.

۲ـ گام دایره‌ای : فاصله دو نقطه مشابه از دو دندهٔ متوالی روی دایره گام است و لازم نیست استاندارد باشد و هر عددی می‌تواند باشد.

$$p = \frac{\pi d}{N}$$

حاصل‌ضرب گام قطری و گام دایره‌ای برابر است با مقدار ثابت π

$$p.P = \pi$$

۳ـ گام مبنا: برابر است با گام دایره‌ای ضرب در کسینوس زاویه فشار

$$p_b = \frac{2\pi r_b}{N} = \frac{2\pi r\cos\varphi}{N} = p\cos\varphi$$

به ازای هر گام برحسب تعداد دندانه‌های چرخدنده ۸ نوع ابزار داریم. برای این‌که ابزارها محدودیت پیدا کنند و ما در ساخت از آن‌ها استفاده کنیم، باید استانداردی تعریف کنیم.

سیستم متریک:

۱ـ مدول: سهم هر دندانه از قطر دایره گام $m=\frac{d}{N}\ [mm]$

۲ـ گام دایره‌ای: مانند سیستم انگلیسی $p=\frac{\pi d}{N}$

رابطه گام دایره‌ای و مدول $p=\pi m$

$c.d.=r_p+r_G$

$c.d=\frac{N_1}{2p}+\frac{N_2}{2p}$ در سیستم انگلیسی $p=\frac{N}{d}=\frac{N}{2r_p}$

اولین محدودیت در طراحی چرخدنده‌ها $c.d=\frac{N_1+N_2}{2p}$

$c.d=\frac{mN_1}{2}+\frac{mN_2}{2}$ در سیستم متریک

تعداد دندانه‌ها باید عدد صحیح و m یک عدد استاندارد باشد. $c.d=\frac{m(N_1+N_2)}{2}$

$e=\frac{N_2}{N_1}$ $c.d=\frac{N_1+eN_1}{2p}=\frac{N_1(1+e)}{2p}$ در سیستم انگلیسی

$e=\frac{N_2}{N_1}$ $c.d=\frac{m(N_1+N_2)}{2}=\frac{mN_1(1+e)}{2}$ در سیستم متریک

$d_o=\frac{N+2}{p}$ در سیستم انگلیسی

$d_o=m(N+2)$ در سیستم متریک

تداخل:

تداخل زمانی پیش می‌آید که نوک چرخدندهٔ رانده شده با قسمت غیر اینولوت راننده تداخل پیدا کند. این در صورتی است که اولین برخورد بین نوک دندانه راننده با دندانه رانده شده در زیر دایره مبنای چرخدنده رانده شده، انجام شود. یکی از راه‌های از بین بردن تداخل افزایش زاویه فشار است. با این کار دایره مبنا کوچک‌تر می شود و مقدار بیشتری از منحنی دنده اینولوت خواهد بود.

اشکال این روش این است که مولفه‌ای که برای ما کار انجام می‌دهد W_t است و با افزایش زاویه فشار φ باعث می‌شویم که این مولفه کم شود و عکس‌العمل شعاعی افزایش پیدا کند. (این مولفه شعاعی نیروی بیشتری به یاتاقان‌ها اعمال می‌کند.)

راه دوم اصلاح دنده‌هاست که از راه اول بهتر است، ولی اشکال آن این است که چرخدنده از حالت استاندارد خارج می‌شود. برای این منظور تکهٔ تداخل کننده را در زیر دایره مبنا حذف می‌کنند، به این عمل زیربرش می‌گویند. اگر دایرهٔ سر چرخدندهٔ رانده شده را بتراشیم باعث می‌شود تداخل از بین برود، اما با این کار تماس کمتر می‌شود.

راه سوم از بین بردن تداخل، افزودن تعداد دنده‌های چرخدنده است، این کار فقط با افزایش قطر گام میسر است که باعث بزرگ‌تر شدن چرخدنده و اشغال جای بیشتر و گران‌تر شدن چرخدنده می‌شود. در ضمن چرخدنده بزرگ‌تر سرعت خطی گام بیشتری دارد و در نتیجه چرخدنده پر سر و صدا شده و توان انتقالی آن نیز تا حدودی کاهش می‌یابد.

برای این‌که تداخل ایجاد نشود استانداردهای زیر تعریف شده است.

متداول‌ترین	$z=17-18$	$\varphi=20^\circ$
	12	25°
	25	14.5°

اگر زاویهٔ فشار مقدار معینی داشته باشد (مثلاً 20)، ولی تعداد دندانه‌ها مثلاً 13 بود برای این که تداخل ایجاد نشود می‌توانیم از روش دوم و یا ریشه تراشی (under cutting) استفاده کنیم، ولی در ریشه تراشی چون سطح کم می‌شود باعث می‌شود که تنش بالا رود و استحکام دندانه‌ها کاهش یابد.

روش ساخت چرخدنده‌ها:

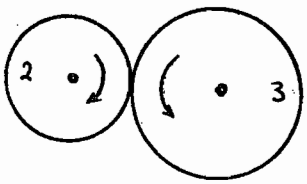
مهم‌ترین مساله در ساخت چرخدنده‌ها ابزاری است که در ساخت چرخدنده‌ها بکار می‌رود. برای هر مدول برای دندانه‌های مختلف ۸ نوع ابزار داریم.

داده‌های جدول برای مدول $m = 1$ می‌باشد و وقتی مدول عوض می‌شود، این جدول تغییر می‌کند.

با افزایش مدول چرخدنده قوی‌تر می‌شود و توان بیشتری را انتقال می‌دهد با کاهش گام قطری نیز می‌توان توان بیشتری انتقال داد.

شماره تیغه	تعداد دندانه
1	135 – Rack
2	55 – 134
3	36 – 54
4	26 – 35
5	21 – 25
6	17 – 20
7	14 – 16
8	12 – 13

نسبت تبدیل (e) :

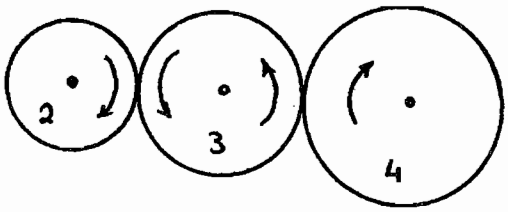


$$e = \frac{N_3}{N_2} = \frac{n_2}{n_3}$$

n : دور چرخدنده‌ها (rpm)

N :تعداد دنده‌ها

چرخدندهٔ واسطه هیچ نقشی در نسبت تبدیل کلی ندارد.



$$e = \frac{N_3}{N_2} \times \frac{N_4}{N_3} = \frac{N_4}{N_2}$$

$$e = \frac{n_2}{n_4}$$

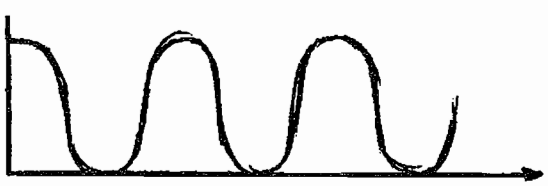
از نظر استحکام چرخدندهٔ3 با 2 و 4 تفاوت دارد، چون در یک لحظه با دو دنده در ارتباط است.

$$S_e = K_a K_b \ \dots \ K_f S'_e$$

که در طراحی I ، K_f را یک در نظر گرفتیم، ولی در این‌جا مقدار دیگری دارد.

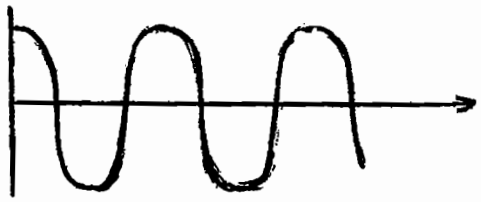
همیشه نقطه A تحت کشش و B تحت فشار است و چرخدندهٔ تحت کشش همیشه تحت کشش باقی می‌ماند. بنابراین بار گذاری به صورت زیر است.

در این حالت K_f را دیگر یک در نظر نمی‌گیریم.



اما در چرخدندهٔ واسطه چون هم تحت کشش قرار می‌گیرد و هم تحت فشار جهت نیروها عکس می‌شود و بارگذاری به صورت زیر است.

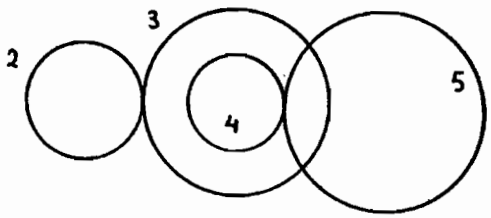
در این‌جا K_f را همان مقدار یک در نظر می‌گیریم.



در دندهٔ 4 نسبت تبدیل یک به یک است. در دندهٔ یک 1 به 7 یا 6 یا 5 ولی در دندهٔ5 نسبت تبدیل 0.7 یا 0.8 است، یعنی خروجی گیربکس بیشتر از ورودی است. بنابراین از نظر سرعت افزاینده است.

$$e = \frac{\text{حاصل‌ضرب تعداد دندانه‌های رانده شده}}{\text{حاصل‌ضرب تعداد دندانه‌های راننده}}$$

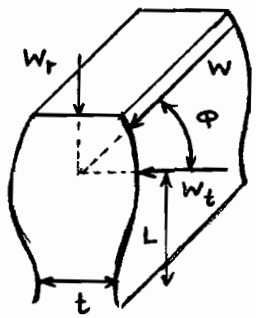
$$e=\frac{N_5\times N_3}{N_2\times N_4}$$



اما دور چرخدنده‌های 3 و 4 یکی است، چون هر دو روی یک محور سوار شده‌اند. $n_3 = n_4$

محاسبات مربوط به تنش خمشی در ریشهٔ دنده:

F : پهنای دنده

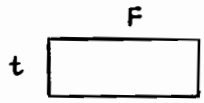


ریشهٔ دنده

تنش در ریشهٔ دنده $\sigma=\frac{MC}{I}$

$$\begin{cases} M = W_t \times L \\ I=\frac{Ft^3}{12} \\ C=\frac{t}{2} \end{cases} \rightarrow \quad \delta=\frac{W_t\times L\times\frac{L}{2}}{\frac{Ft^3}{12}}$$

$$\sigma=\frac{6W_tL}{Ft^2}$$



در سیستم متریک : $\sigma=\frac{W_t}{K_V F m Y}$

Y فاکتور لوییس است که از جداول به‌دست می‌آید و K_V فاکتور سرعت است.

۱ـ فاکتور سرعت KV : یک حرکت لغزشی روی سطح دو دنده داریم و فاکتور سرعت بستگی به صافی سطح و سرعت خطی دنده دارد.

هرچه سطح صاف‌تر و سرعت کمتر باشد، این فاکتور به یک نزدیک‌تر است.

در ماشین آلاتی که دقت و حساسیت خاصی ندارند مثل ماشین‌آلات کشاورزی:

$$\begin{cases} K_V = \dfrac{600}{600 + V(\text{fpm})} \\ K_V = \dfrac{600}{600 + 200\,V(\text{m/s})} \end{cases}$$

در چرخدنده‌های تجاری:

$$\begin{cases} K_V = \dfrac{1200}{1200 + V(\text{fpm})} \\ K_V = \dfrac{1200}{1200 + 200\,V(\text{m/s})} \end{cases}$$

در چرخدنده‌های دقیق:

$$\begin{cases} K_V = \dfrac{50}{50 + \sqrt{V}\,(\text{fpm})} \\ K_V = \dfrac{50}{50 + \sqrt{200\,V}\,(\text{m/s})} \end{cases}$$

در چرخدنده‌های خیلی دقیق و سنگ‌زده:

$$\begin{cases} K_V = \sqrt{\dfrac{78}{78 + \sqrt{V}}} \\ K_V = \sqrt{\dfrac{78}{78 + \sqrt{200\,V}}} \end{cases}$$

در چرخدنده‌های خیلی دقیق، سنگ خورده و پرداخت شده:

$$K_V = 1$$

ما در مسایل از K_V برای چرخدنده‌های تجاری استفاده می‌کنیم، مگر این‌که در مساله نوع خاصی از چرخدنده ذکر شود.
اگر سرعت خیلی پایین و نزدیک به صفر باشد K_V از تمام روابط یک به‌دست می‌آید.

در سیستم انگلیسی $\sigma = \dfrac{W_t P}{F Y K_V}$

در حالت استاتیکی σ را با σ_{all} مقایسه می‌کنیم.
و در حالت خستگی σ را با Se مقایسه می‌کنیم و K_V هم مقدار دارد.

در سیستم متریک $\sigma = \dfrac{W_t}{F Y K_V m}$

۲ـ فاکتور تمرکز تنش: چون زاویه فشار است که شکل دنده را تعیین می‌کند، به ازای هر زاویه فشار یک ضریب تمرکز تنش داریم:

$\varphi = 20^\circ$ $\qquad K_t = 0.18 + \left(\dfrac{t}{r_f}\right)^{0.15} \times \left(\dfrac{t}{L}\right)^{0.45}$

$\varphi = 25^\circ$ $\qquad K_t = 0.14 + \left(\dfrac{t}{r_f}\right)^{0.11} \times \left(\dfrac{t}{L}\right)^{0.5}$

$q = 1$ در نظر گرفتیم پس $K_f = K_t$، یعنی ضریب حساسیت نسبت به زخم (q) بالا بوده و تمرکز تنش زیاد است.

$$\sigma = \frac{W_t P \times K_t}{F Y K_V} = \frac{W_t P}{F K_V \dfrac{y}{K_t}}$$

$\frac{y}{K_t}$ فاکتور هندسی دنده (J) نام دارد.

در سیستم انگلیسی $\sigma = \frac{W_t P}{F K_V J}$

در سیستم متریک $\sigma = \frac{W_t}{F K_V J m}$

$\sigma = \sigma_{all} = \frac{Se}{n_G}$

$n_G = K_0 K_m n$

K_0 ضریب اضافه بار است که تابع نوع بارگذاری می‌باشد.

K_m ضریب توزیع بار است که تابع نحوهٔ ساخت و نحوهٔ درگیری چرخدنده‌ها و نیز تابع پهنای دنده است. (یعنی تابع مدول یا گام قطری) چون این مجهول است K_m را در مساله به عنوان یکی از مجهولات در نظر می‌گیریم. (در حدس اولیه برای $F < 50mm : K_m \approx 1.6$)

n : ضریب اطمینان خام که معمولاً آن را 2 در نظر می‌گیریم.

K_m را حدس می‌زنیم و مساله را حل می‌کنیم گام قطری یا مدول به‌دست می‌آید و از روی آن F به‌دست می‌آید، بعد برمی‌گردیم و K_m را اصلاح می‌کنیم.

$W_t = \frac{2T}{d_p} = \frac{2T}{N/P} = \frac{2TP}{N}$

$\frac{8}{P} \le F \le \frac{14}{P}$

در شروع مساله F را $\frac{10}{P}$ فرض می‌کنیم K_b (که در Se موثر بود) و K_m را هم فرض کردیم.

$F = \frac{x}{P} = \frac{10}{P}$ (در شروع مساله)

در سیستم انگلیسی $Se = \frac{\left(\frac{2TP}{N}\right) \times P \times n_G}{\frac{10}{P} \times J \times K_V} = \frac{2TP^3 n_G}{10 K_V J N}$

از رابطهٔ بالا با استفاده از یک سری فرضیات P قابل محاسبه است.

در سیستم متریک : $8m \le F \le 14m$

$Se = \frac{2Tn_G}{10 K_V J N m^3}$

$Se = \frac{2Tn_G P^3}{10 K_V J N}$

$Se = \frac{2Tn_G P^3}{x K_V J N} \qquad 8 \le x \le 14$

$Se = \frac{2Tn_G}{10 K_V J N m^3}$

$Se = \frac{2Tn_G}{x K_V J N m^3}$

$Se = K_a K_b K_c K_d K_e K_f S'e$

$S'e = 0.5 S_{ut} \qquad S_{ut} \le 200 kpsi \text{ or } 1400 Mpa$

$S'e = 100 Kpsi \qquad S_{ut} > 200 kpsi \text{ or } 1400 Mpa$

K_a: ضریب صافی سطح

K_b : ضریب اصلاحی اندازه

K_c : ضریب اطمینان با توجه به Reliability

K_d : ضریب درجه حرارت

K_e : ضریب تمرکز تنش را یک در نظر می‌گیریم، چون در J منظور شده است.

K_f : ضریب عوامل دیگر

یک سری ضرایب را در ابتدا فرض می‌کنیم.

$K_b = 0.85$

K_v= 0.5 چرخدنده تجاری

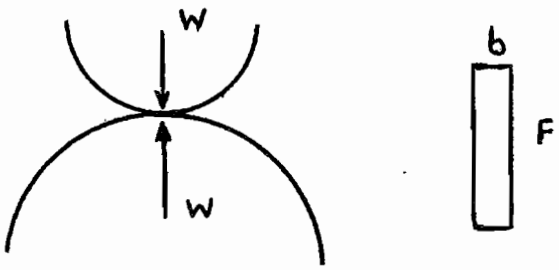
چرخدنده دقیق 0.8

K_m :1.6 $F \le 2"$

طراحی دنده از نظر استحکام سطحی:

چرخدنده باید بتواند تنش تماسی که از برخورد فلز با فلز به‌وجود می‌آید را هم تحمل کند، یعنی باید سطح دنده از استحکام سطحی خاصی برخوردار باشد. آبکاری یا سخت‌کاری سطحی را پیشنهاد می‌کنیم.

هرچه سطح بزرگ‌تر باشد تنش کمتر می‌شود. در مورد دو استوانه:



$$\sigma_H = -\frac{2W}{\pi b F}$$

روی سطح اینولوت $\sigma_H = \frac{-2W}{\pi b F}$

$$b = \sqrt{\frac{2W\left(\frac{1-\nu_p^2}{E_p} + \frac{1-\nu_G^2}{E_G}\right)}{\pi F\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right)}}$$

$$r_1 = r_p \sin\varphi$$

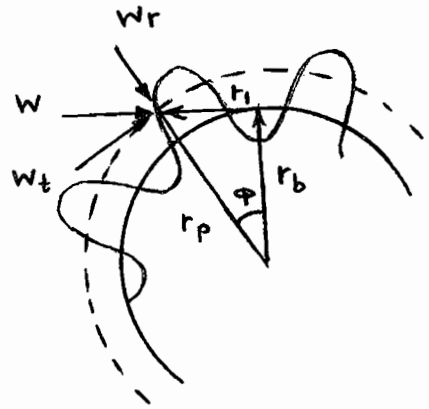
$$r_2 = r_G \sin\varphi$$

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{\sin\varphi}\left[\frac{r_p + r_G}{r_p r_G}\right]$$

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{2}{\sin\varphi}\left[\frac{1}{d_p} + \frac{1}{d_G}\right]$$

$$m_G = \frac{N_G}{N_p}$$

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{W_t}{F d_p} \times \frac{1}{\pi\left(\frac{1-\nu_p^2}{E_p} + \frac{1-\nu_G^2}{E_G}\right)} \times \frac{1}{\frac{\sin\varphi\cos\varphi}{2} \times \frac{m_G}{m_G + 1}}}$$



$$C_P = \sqrt{\frac{1}{\pi\left(\frac{1-\nu_p^2}{E_p} + \frac{1-\nu_G^2}{E_G}\right)}}$$

که C_P فاکتور هندسی است، درست مثل J در رابطهٔ خمش که فقط مربوط به هندسهٔ دنده است.

I از جدول به‌دست می‌آید و یا در چرخدنده‌های ساده قابل محاسبه است.

$$\sigma_H = -C_p\sqrt{\frac{W_t}{Fd_p IK_V}}$$

$$I = \frac{\sin\varphi\cos\varphi}{2}\times\frac{m_G}{m_G+1}$$

حد دوام سطحی اصلاح نشده S'_{es}

حد دوام سطحی اصلاح شده S_{es}

همان‌طوری که S'_e با S_{ut} رابطه داشت، در این‌جا S'_{es} با سختی سطح (BHN) رابطه دارد.

$$S'_{es} = 0.4\ BHN - 10(kpsi)$$

$$S'_{es} = 2.79\ BHN - 70\ (Mpa)$$

$$S_{es} = S'_{es}\times\frac{C_L\,C_H}{C_T\,C_R}$$

C_L فاکتور عمر

C_H فاکتور سختی نسبی

$$C_H = \frac{BHN\quad pinion}{BHN\quad Gean}$$

C_T فاکتور درجه حرارت

C_R فاکتور قابلیت اعتماد

$$S_{es} = C_p\sqrt{\frac{W_t\,n_G}{Fd_p\,K_V\,I}}$$

$$W_t = \frac{2T}{d_p} = \frac{2Tp}{N}\ \text{یا}\ \frac{2T}{mN}$$

$F = \frac{10}{P}$ یا $10m$ در شروع

$d_P = \frac{N}{P}$ یا Nm

$$S_{es} = -C_p\sqrt{\frac{2TP^3\,n_G}{10N^2\,K_V\,I}} \longrightarrow S_{es} = -C_P\sqrt{\frac{2TP^3 n_G}{10K_V\,IN^2}}$$

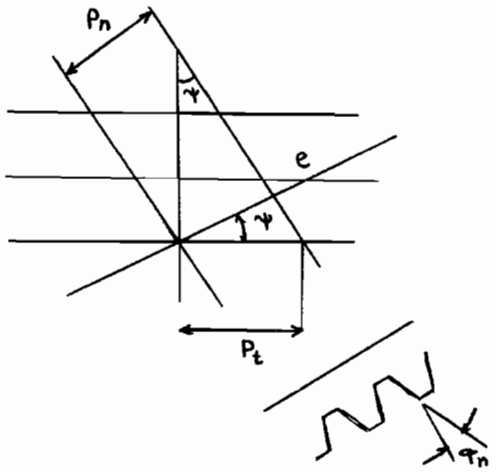
$$S_{es} = -C_P\sqrt{\frac{2TP^3\,n_G}{xK_V\,IN^2}}$$

n_G در استحکام سطح و در خمش در حقیقت یک عدد هستند، ولی ممکن است در مساله یکی در نیایند. اگر n_G در استحکام سطح را مثلاً 4 فرض کنیم و وقتی به قسمت خمش رسیدیم n_G بزرگ‌تری به‌دست بیاوریم مساله مشکلی ندارد، چون استحکام سطح را بحرانی فرض کرده‌ایم. اما اگر وقتی به قسمت خمش رفتیم ضریب n_G کوچک‌تری به‌دست آید، مساله مشکل دارد و باید خمش را بحرانی فرض کنیم.

همیشه استحکام سطح را برای pinion در نظر می‌گیریم، چون تعداد دندانه‌های کمتری دارد و تعداد دفعات درگیری هر دنده بیشتر از تعداد دفعات درگیری دندهٔ متناظر در Gear است.

چرخدنده‌های هلیکال

چرخدنده‌های هلیکال برای انتقال قدرت بین محورهای موازی بکار می روند، با این تفاوت که دندانه‌ها با محور چرخدنده زاویه‌ای خاص می‌سازند. این چرخدنده‌ها نسبت به چرخدنده‌های ساده کم سر و صداترند و از این رو در سرعت‌های بالاتر از این نوع چرخدنده استفاده می‌شود. زاویه دنده‌ها با محور چرخدنده زاویه هلیکس (ψ) نامیده می‌شود. این زاویه باید در دو چرخدنده هلیکال که با هم درگیر هستند، مساوی باشد.



$$p_n = p_t \cos\psi$$

$$P_a = \frac{P_t}{\tan\psi}$$

۱ـ گام دایره‌ای مماس transverse circular pitch

فاصله دو نقطه مشابه از دو دنده متوالی بر روی دایره چرخش یا دایره گام در صفحه عمود بر محور دوران است.

۲ـ گام دایره‌ای نرمال normal circular pitch

فاصله دو نقطه مشابه از دو دنده متوالی بر روی دایره چرخش یا دایره گام در صفحه عمود بر سینه دنده است.

۳ـ گام محوری axial circular pitch

فاصله دو نقطه مشابه از دو دنده متوالی بر روی دایره چرخش یا دایره گام در صفحهٔموازی با محور دوران .

φ_n زاویه فشار نرمال

$$\varphi_t = \tan^{-1}\frac{\tan\varphi_n}{\cos\psi}$$

φ_t زاویه فشار مماس

در مورد چرخدنده ساده:

$$pP = \pi$$

$$p = m\pi$$

در مورد چرخدنده هلیکال:

$$p_n P_n = \pi \qquad p_n = p_t \cos\psi$$

$$p_t P_t = \pi \qquad P_t = P_n \cos\psi$$

$$m_n = m_t \cos\psi$$

m_n : مدول نرمال

m_t : مدول مماسی

قطر دایره گام در صفحه چرخش تعریف می‌شود.

$$d_p = \frac{N_p}{P_t} = \frac{N_p}{P_n \cos\psi}$$

$$d_G = \frac{N_G}{P_t} = \frac{N_G}{P_n \cos\psi}$$

$$c.d. = \frac{d_p + d_G}{2} = \frac{(N_G + N_P)}{2P_n \cos\psi} = \frac{m_n (N_P + N_G)}{2\cos\psi}$$

در چرخدنده‌های ساده یک جفت دنده همزمان درگیر و آزاد می‌شود، ولی در چرخدنده‌های هلیکال این‌طور نیست و درگیری دو دنده با هم تدریجی است. در نتیجه دنده‌ها در یک حجم و هندسه ثابت توان بیشتری را منتقل می‌کنند، اما در عوض لغزش هم بیشتر اتفاق می‌افتد و بنابراین از K_V بزرگ‌تری استفاده می‌کنیم و سعی می‌کنیم سطح دنده حتی‌الامکان سنگ خورده باشد. برای درگیری باید جمع جبری ψها صفر شود، یعنی زوایای هلیکس مساوی و مخالف باشند $\psi_1 = -\psi_2$. چون درگیری تدریجی است سر و صدا کمتر است و در سرعت های بالا از این نوع چرخدنده استفاده می‌کنیم.

$$K_V = \sqrt{\frac{78}{78 + \sqrt{V}}}$$

$$0.8 \le K_V \le 0.9$$

W_b مولفه‌ای از نیروست که سبب حرکت می‌شود و W_a مولفه‌ای است که به دلیل وجود زاویه به وجود می‌آید و توسط یاتاقان‌ها کنترل می‌شود. W_r مولفه شعاعی نیرو و از نقطه درگیری به سمت مرکز است.

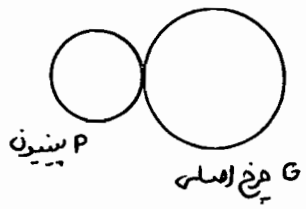
$$P = T\omega$$

$$W_t = \frac{2T}{dp}$$

$$W_r = W_t \tan\phi_t$$

$$W_a = W_t \tan\psi$$

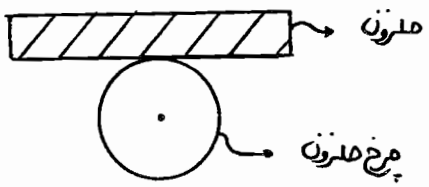
چرخ‌دنده حلزونی



اصولاً در چرخ‌دنده‌های ساده همواره تعداد دندانه‌های پینیون بایستی کمتر از 18 باشد.

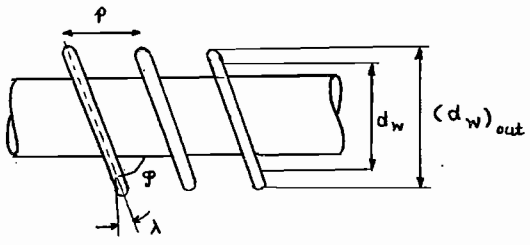
$$N_p \le 18$$

لذا برای انتقال قدرت با توان بسیار بالا یا به عبارت بهتر اگر بخواهیم دور را به میزان زیادی کاهش دهیم (حداقل به نسبت هفت به یک 7:1،) دیگر استفاده از چرخ دنده‌های ساده امکان نداشته و از چرخ‌دنده‌های حلزونی بایستی استفاده شود.



در این نوع چرخ‌دنده‌ها مانند دیگر چرخ‌دنده‌ها سه مساله سینماتیک چرخ دنده ـ نیروها ـ خستگی‌های خمشی وسطحی نیز بایستی مورد توجه قرار گیرند.

سینماتیک چرخ‌دنده



λ : زاویه مارپیچ یا زاویه جلوبرنده

φ :زاویه هلیکس

d_w: قطر حلزون (قطر متوسط)

$(d_w)_{out}$: قطر خارجی حلزون

N_g : تعداد دندانه چرخ حلزون

d_g : قطر دایره گام چرخ حلزون

a : ادندم چرخ حلزون

ω_w, ω_g : سرعت حلزون و چرخ حلزون

p :گام محوری حلزون

N_w : تعداد اندازه حلزون

ℓ : جلو روندگی یا Lead

در چرخ دنده حلزونی سینماتیک چرخ دنده به صورت زیر خلاصه می‌شود.

$$\frac{\omega_w}{\omega_g} = \frac{N_g}{N_w} \quad (1)$$

دقت شود که در چرخ‌دنده حلزونی رابطه گام به صورت زیر صحیح و به صورت دیگری از آن غلط می‌باشد.

$$p = \frac{\pi d_g}{N_g} \rightarrow \text{صحیح}$$

$$p = \frac{\pi d_w}{N_w} \text{ غلط} \Rightarrow p \neq \frac{\pi d_w}{N_w} \text{ صحیح}$$

با توجه به این روابط صحیح یا ناصحیح به رابطه زیر دقت شود که

$$\frac{\omega_w}{\omega_g} = \frac{N_g}{N_w} \neq \frac{d_g}{d_w}$$

در چرخ‌دنده‌های حلزونی همواره:

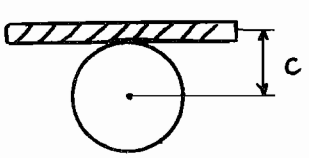
$$N_w + N_g > 40$$

$$N_g \geq 24$$

با توجه به این‌که برخی از روابط سینماتیک (مانند بالا) را نمی‌توان برای حلزون استفاده نمود، لذا پیشنهاد می‌شود در طراحی موارد زیر بررسی محاسبه d_w مدنظر قرار گیرد.

۱ـ برای انتقال ماکزیمم توان توسط چرخ حلزون و حلزون قطر حلزون بایستی از نامعادله زیر ارضا گردد.

$$\frac{C^{0.875}}{3} \leq d_w \leq \frac{C^{0.875}}{1.7}$$



۲ـ همواره رابطه زیر بین گام محوری و قطر حلزون صادق باشد.

$d_w \geq 2.4p+1.1(in)$ اینچ

۳ـ پهنای چرخ حلزون (b) از رابطه زیر تبعیت نماید.

$$b \leq 0.5(d_w)_{out}$$

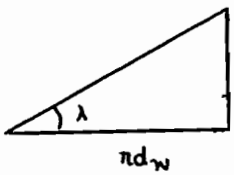
$(d_w)_{out} = d_w + 2a$

a : ادندم چرخ حلزون

$a = \frac{1}{P} \rightarrow$ گام قطری

$(d_w)_{out} = d_w + \frac{2}{P}$

۴ـ مثلث حلزون مانند یک پیچ انتقال قدرت از شرایط زیر تبعیت می‌کند.



$\ell = N_w P \quad tg\lambda = \frac{N_w P}{\pi d_w}$

$\cos\lambda$ و $\sin\lambda$ نیز قابل محاسبه می‌باشد.

۵ـ شرایط ایجاد خودقفلی (Self-locking) در چرخ‌دنده حلزونی مانند: پیچ‌های انتقال قدرت از رابط زیر تبعیت می‌کند.

μ: ضریب اصطکاک بین حلزون و چرخ حلزون

$\cos\varphi_n tg\lambda < \mu \leftarrow$ شرط خود قفلی

φ_n: زاویه فشار در چرخ دنده حلزون $\cos\varphi_n tg\lambda \geq \mu \leftarrow$ شرط خودرویی

λ : زاویه مارپیچ

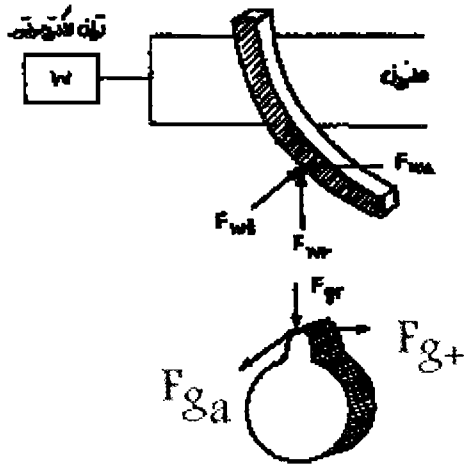
۶ـ برای جلوگیری از حالت تداخل (Inferference) و خودرویی (Overhaul) زاویه مارپیچ (λ) با زاویه فشار نرمال (φ_n) بایستی با یکدیگر رابطه مناسب داشته باشند یا به عبارت دیگر :

φ_n	λ
14.5	15
20	25
25	35
30	45

۷ـ گام محوری در چرخ دنده حلزونی به صورت استاندارد زیر پیشنهاد می‌شود.

$\frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}, 1\frac{1}{4}, 1\frac{1}{2}, 2$ اینچ

تحلیل نیروها :



$$\begin{cases} F_{wr} = F_{gr} \\ F_{wt} = F_{gt} \\ F_{wa} = F_{ga} \end{cases}$$

اصولاً در طراحی (به‌خصوص طراحی خستگی) بارهای شعاعی (F_r) یک تنش متوسط مفید در خستگی ایجاد می‌کنند و حذف آن‌ها در محاسبات به منزله طراحی Over estimate تلقی می‌شود. بار محوری F_a با بلبرینگ و تکیه‌گاه‌ها خنثی می‌شود.

نهایتا نیروهای شعاعی (F_r) در طراحی خستگی مهم می‌باشند که به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$F_{wt} = \frac{\text{توان الکترو موتور } W}{\text{سرعت خطی حلزون } V_w}$$

$$F_{gt} = F_{wt}\ \frac{\cos\varphi_n \cos\lambda - \mu \sin\lambda}{\cos\varphi_n \cos\lambda + \mu \cos\lambda}$$

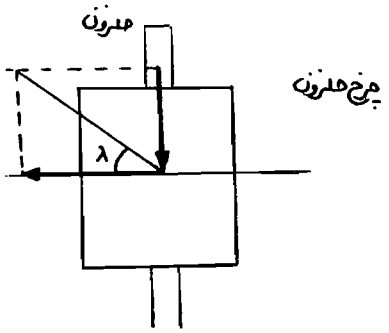
بر خلاف چرخ‌دنده‌های ساده، مخروطی و ..... در چرخ‌دنده‌های حلزونی به علت عمود بودن مولفه‌های سرعت، همواره سرعت لغزش غیر صفر وجود دارد که در نتیجه باعث دخالت ضریب اصطکاک لغزشی در فرمول‌ها شده است. این ضریب اصطکاک لغزشی راندمان را کاهش داده و به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

راندمان چرخ‌دنده حلزونی

$$\ell = \frac{\text{کار نیروی خروجی}}{\text{کار نیروی ورودی}} = \frac{F_{gt}.V_g}{F_{wt}.V_w}$$

$\frac{F_{gt}}{F_{wt}}$ از روابط صفحه قبل محاسبه می‌شود.

محاسبه $\frac{V_g}{V_w}$: دیاگرام سرعت‌ها به صورت زیر می‌باشند.

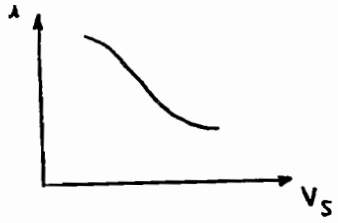


$$tg\lambda = \frac{V_g}{V_w}$$

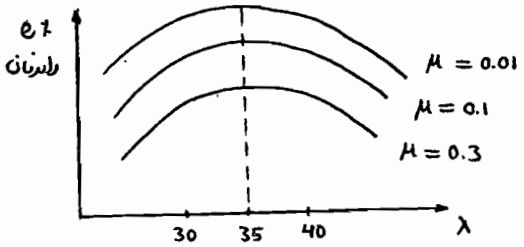
$$\cos\lambda = \frac{V_w}{V_s}$$

$$\sin\lambda = \frac{V_g}{V_s}$$

V_s سرعت لغزشی نسبی است که شدیداً به ضریب اصطکاک μ بستگی دارد یعنی:



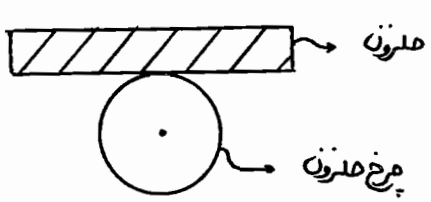
راندمان بر حسب زاویه مارپیچ و ضریب اصطکاک نیز به‌صورت زیر نشان داده شده است.



ماکزیمم راندمان بین 30 تا 40 درجه (معمولاً $\lambda = 35$) اتفاق می‌افتد.

خستگی خمشی و سطحی در چرخ‌دنده‌های حلزونی

بر خلاف چرخ‌دنده‌های ساده ـ مخروطی و .... که واماندگی خستگی بر اساس تنش‌های خمشی و تنش‌های سطحی (تنش‌های تماس هرتز) موردبحث قرار گرفتند، در چرخ‌دنده‌های حلزونی به علت وجود سرعت لغزشی در محل تماس حلزون با چرخ حلزون استفاده از معیارهای تنش برای بحث خستگی بسیار مشکل می‌باشد. لذا از روش "Dynamic Approach" یا روش نیروهای دینامیکی استفاده می‌گردد.



از آنجایی‌که چرخ حلزون همراه دچار بارهای دینامیکی بحرانی‌تری واقع است. لذا محاسبات بر اساس نیروهای دینامیکی وارد بر چرخ حلزون انجام می‌گیرد.

۱ـ خستگی خمشی

(اگر $n_s \le 1$ باشد چرخ‌دنده دچار خستگی خمشی می‌شود و اگر $n_s > 1$ باشد دچار واماندگی خستگی خمشی نمی‌شود) $n_s = \frac{F_s}{F_d} \Rightarrow$

n_s : ضریب اطمینان طراحی

F_s: ماکزیمم نیروی خمشی مجاز دینامیکی یا نیروی حد خمشی

F_d: نیروی دینامیکی وارد بر چرخ حلزونی

$F_d = F_{gt} . K_v$

نیروی F_{gt} که نیروی مماسی وارد بر چرخ حلزون است از روابط قبل در بحث قبلی قابل محاسبه است. K_v ضریب اثر ضربه ناشی از عدم دقت در ساخت دنده‌ها می‌باشد که برای این نوع چرخ دنده عبارت است از:

$$K_v = \frac{1200 + V_g}{1200}$$

واحد سرعت چرخ حلزون (یعنی V_g) بر حسب $\frac{ft}{min}$ یا $\frac{\text{فوت}}{\text{دقیقه}}$ می‌باشد.

$$F_d = F_{gt}\frac{1200 + V_g}{1200}$$

$$F_s = bpyS_n$$

b : پهنای چرخ‌دنده

p :گام دایره‌ای چرخدنده

y : ضریب لوییس

همان طوری که در فصل قبل اشاره شد ضریب لوییس در چرخ دنده‌های حلزونی حتما بایستی با زاویه فشار نرمال φ_n و زاویه مارپیچ از λ سازگاری داشته باشد، یعنی:

φ_n	λ	y
$14\frac{1}{2}^\circ$	15°	0.1
20°	25°	0.125
25°	35°	0.15
30°	45°	0.175

S_n مقاومت حد تحمل ماده چرخ حلزون

$$S_n = K_a K_b K_c K_d K_c S_n'$$

K_e, K_d, K_c, K_b, K_a به ترتیب ضرایب پرداخت سطح ـ اندازه ـ قابلیت اطمینان دما و تمرکز تنش می‌باشند که مطابق روش‌های ارایه شده در بخش‌های قبل قابل محاسبه می‌باشند، اما در چرخ‌دنده‌های حلزونی به ندرت فلزاتی مانند آلومینیوم، چدن ریخته‌گری، پلاستیک و..... استفاده می‌شود و معمولاً از فلز برنز SAE65 استفاده می‌شود. در این فلز همواره مقاومت حد تحمل $S_e = 24ksi$ می‌باشد و دیگر نیاز به استفاده از ضرایب بالا نمی‌باشد، لذا در این نوع چرخ دنده‌ها همواره $S_e = 24ksi$ می‌باشند.

۲ـ خستگی سطحی:

$$n_s = \frac{F_w}{F_d}$$

$n_s \le 1$ یعنی چرخ‌دنده‌ها دچار خستگی سطحی می‌شود

$n_s > 1$ یعنی چرخ‌دنده‌ها دچار خستگی سطح نمی‌شود

$$F_d = F_{gt} \cdot \frac{1200 + V_g}{1200}$$

F_w = ماکزیمم نیروی سطحی مجاز دینامیکی یا نیروی حد سطحی

$$F_w = b\, d_g k_w$$

b: پهنای چرخ دنده

d_g: قطر دایره گام چرخ حلزون

K_w: فاکتور سایش یا فاکتور هندسه و ماده (Material & Geomefry factor)

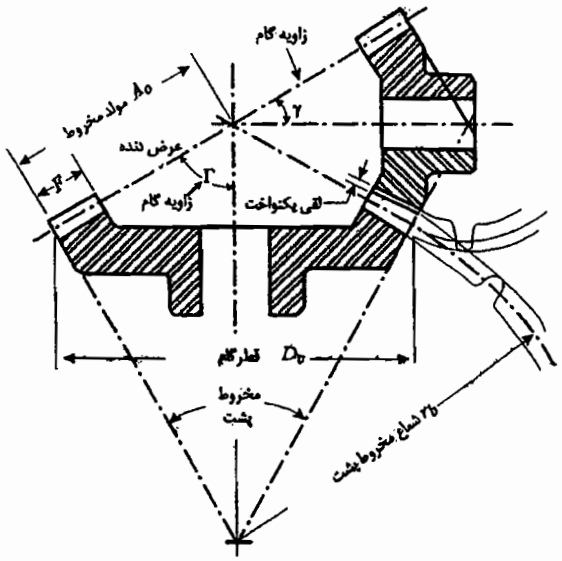
فاکتور سایش شدیدا به زاویه مارپیچ و جنس چرخ‌دنده‌های حلزونی وابسته است، یعنی:

جنس چرخ دنده‌ها		$K_w \frac{tb}{in^2}$		
جنس حلزون	جنس چرخ حلزون	$\lambda < 10^\circ$	$\lambda < 25^\circ$	$\lambda > 25^\circ$
Steel , 250BHN	Bronze	60	75	90
Hardened steel (500 BHN)	Bronze	80	100	120
Hardened Steel هر نوع سختی	Chill – cast Bronze	120	150	180
Cast Iron	Bronze	150	185	225

چرخدنده مخروطی

چرخدنده‌های مخروطی راندمان بالایی دارند و در سرعت‌های بالا می‌توان از آن‌ها برای انتقال توان بین دو محور با راستاهای عمود بر هم استفاده کرد.

برای بررسی هندسهٔ چرخدنده‌های مخروطی از تخمین تردگلد استفاده می‌شود به این ترتیب که تصویر شکل دنده‌ها از پشت مخروط همانند شکل چرخدنده‌های ساده است که شعاع دایره گامشان معادل شعاع دایره پشت مخروط باشد، در نتیجه داریم:



$$tg\gamma = \frac{N_P}{N_G} \quad ، \quad tg\Gamma = \frac{N_G}{N_p}$$

$$N_G = \frac{2\pi r_{bG}}{p} \quad ، \quad N_P = \frac{2\pi r_{bp}}{p}$$

$$\text{نسبت تبدیل سرعت} = \frac{\omega_P}{\omega_G} = \frac{N_G}{N_P} \equiv \frac{d_G}{d_P} = tg\Gamma = \cot g\gamma$$

اگر زاویه بین محورها $(\Sigma)\ 90^\circ$ نباشد آنگاه:

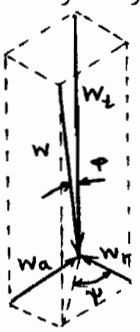
$$tg\gamma = \frac{(\sin\Sigma)}{\left[\frac{N_P}{N_G} + \cos\Sigma\right]}$$

دندانه‌های مستقیم استاندارد در چرخدنده‌های مخروطی، با زاویه فشار $\phi = 20^\circ$ ساخته می‌شوند و معمولاً به صورت کامل (بـدون زیـر برش) و با اندازهٔ سر و ته دندهٔ مساوی ساخته می‌شوند. بنابراین نسبت تماس در این چرخدنده‌ها بالا می‌باشد.

تحلیل نیروها

در شکل زیرمولفه‌های نیروی وارد بر دندانهٔ یک چرخدنده مخروطی نشان داده شده‌اند.

مقادیر این مولفه‌ها عبارت‌اند از:



مولفه‌های نیروی وارد بر یک دندانه

$$\left(V_{ave} = \frac{2\pi r_{ave} n}{60}\right)$$

$W_t = \frac{P}{V_{av}}$ توان منتقل شده : P

$$W_r = W_t tg\phi \cos\gamma$$

$$(W_{rP} = W_{aG} \ , \ W_{aP} = W_{rG})$$

$$W_a = W_t tg\phi \sin\gamma$$

کلاچ و ترمز

کلاچ و ترمز اجزایی از ماشین هستند که برای قطع و وصل جریان قدرت بین دو عضو به کار گرفته می‌شوند. عمل کلاچ قطع و وصل انتقال قدرت است که در این انتقال اتلاف کمی اتفاق می‌افتد، ولی در هنگام عمل کلاچ به طور کامل، اتلافی در کار نیست.

عمل ترمز اتلاف انرژی است که به صورت کاهش انرژی انتقالی یا کند کردن یک حرکت صورت می‌گیرد.

عمل به‌صورت تماس بین دو عضو یکی متحرک و دیگری حرکت گیرنده (در کلاچ‌ها) یا ثابت (در ترمزها) می‌باشد.

این تماس اصطکاکی مسلماً سایش به همراه خواهد داشت، پس بایستی بنوعی در ترمز و کلاچ سایش را تحت کنترل قرار داد که به قطعه ارزشمندتر آسیبی نرسد.

یک کلاچ ترمز موفق کلاچ ترمزی است که در یک فاصله زمانی خواسته شده بتواند عمل خود را انجام دهد. عملکرد یک کلاچ و ترمز عبارت است از عملکرد یک سطح سایش‌پذیر، با سطح محکم که در مقابلش قرار می‌گیرد.

انواع مختلف کلاچ و ترمز که مورد استفاده قرار می‌گیرند عبارت‌اند از:

۱ـ نوع کفشکی با کفشک‌های داخلی

۲ـ نوع کفشکی با کفشک‌های خارجی

۳ـ نوع تسمه‌ای

۴ـ نوع دیسکی یا محوری

۵ـ نوع مخروطی

۶ـ انواع متنوع دیگر

بررسی استاتیکی

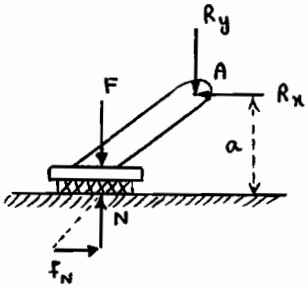
برای تجزیه و تحلیل انواع کلاچ‌ها و ترمزهای اصطکاکی که از یک روش عمومی تبعیت می‌کنند مراحل زیر لازم به نظر می‌رسد.

۱ـ فرض نمودن یا تعیین توزیع فشار بر روی سطوح اصطکاکی

۲ـ پیدا کردن رابطه‌ای بین فشار ماکزیمم و فشار وارد بر هر نقطه

۳ـ به کار بردن شرایط تعادل اصطکاکی برای یافتن

۱ـ نیروی محرک ۲ـ تورک تکیه‌گاه‌ها ۳ـ عکس‌العمل تکیه‌گاه‌ها



حال مراحل فوق را برای مساله تیوری نشان‌داده شده در شکل زیر بکار می‌گیریم

شکل زیر یک کفشک کوتاه را که در نقطه A لولا شده است نشان می‌دهد. نیروی محرک F و نیروی عکس‌العمل N دو سطح را به یکدیگر فشار می‌دهند. صفحه زیر به سمت راست حرکت می‌کند و کفشک در حال سکون است. فشار در هر نقطه را با P مشخص می‌کنیم و فشار ماکزیمم را با P_a نشان می‌دهیم با فرض این که A سطح کفشک باشد.

قدم اول: چون کفشک کوتاه است فرض می‌کنیم که فشار به‌طور یکنواخت در سطح اصطکاکی گسترده شده باشد.

قدم دوم: از قدم اول نتیجه می‌شود که

$$P_a = P$$

قدم سوم: چون فشار به‌طور یکنواختی گسترده شده است،پس می‌توان نیروی معادل آن را به صورت زیر در نظر گرفت.

$$N = P_a A$$

حال شرایط تعادل استاتیکی را با گرفتن ممان حول نقطه لولا شده A به‌دست می‌آوریم.

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow Fb - Nb + fNa = 0$$

$$N = P_a A$$

$$Fb - P_a Ab + fP_a Aa =$$

$$F = \frac{P_a A(b - fa)}{b}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_x = fP_a A$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_y = fP_a A - F$$

بدین ترتیب تجزیه و تحلیل مساله به پایان می‌رسد.

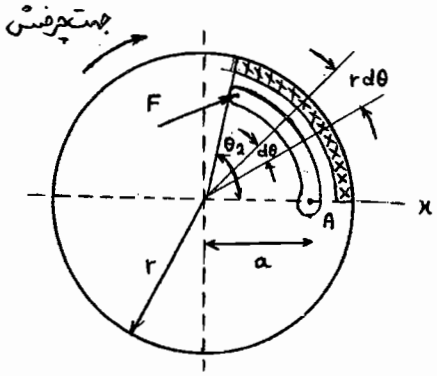
تا اینجا در مورد این مساله می‌توان گفت زمانی تجزیه و تحلیل مساله فوق مفید است که ابعاد کلاچ و ترمز را بدانیم و از طرفی مشخصات جنس اصطکاکی از جمله ضریب اصطکاک را بدانیم. در طراحی ما سعی می‌کنیم که ابعاد و جنس را بتوانیم انتخاب نماییم. در مساله قبل بهترین استفاده را از جنس اصطکاکی نمودیم، زیرا فراش را در تمام نقاط یکسان در نظر گرفتیم و همه جان آن را ماکزیمم فرض نمودیم. حال ابعاد را در مورد امتحان قرار می‌دهیم.

در معادله $F = \frac{P_a A(b - fa)}{b}$

اگر $b = f\,a$ را انتخاب نماییم صورت صفر می‌شود و در این صورت به هیچ نیروی محرکی احتیاج نداریم، که این همان شرط خود قفلی است. معمولاً در طراحی علاقه‌ای به ترمزی که خود قفل‌کن باشد نداریم، ولی از طرف دیگر به اثر خود تحریک‌کن علاقه‌مندیم. یکی از طرق به‌دست آوردن ابعاد a و b برای این منظور این است که مقدار ضریب اصطکاک را تغییر دهیم، بدین ترتیب که مثلاً $f' = 1.25f$ تا $f' = 1.15f$ را در نظر بگیریم و در این صورت $b = f'a$ باشد.

و از روی آن ابعاد a, b به‌دست می‌آیند که در این حالت وضعیت خود تحریکی پدید می‌آید.

کلاچ ترمزهای کفشکی با کفشک داخلی:



این نوع کلاچها از سه قسمت اصلی تشکیل شده‌اند:

۱ـ سطح‌های درگیر اصطکاکی

۲ـ وسیله‌ای برای انتقال تورک

۳ـ مکانیزم تحریک یا محرک

برای تجزیه و تحلیل به شکل مقابل توجه نمایید. کفشک در نقطه A لولا شده است در حالی که نیروی تحریک در سمت دیگر کفشک عمل می‌نماید.

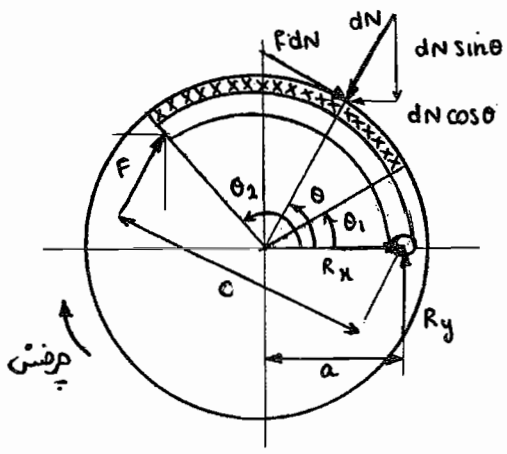
در این‌جا چون کفشک بلند است نمی‌توان از فرض یکنواخت بودن توزیع نیروهای عمودی استفاده نمود. ترتیب قرار گرفتن قطعات چنین نتیجه می‌دهد که هیچ فشاری در پایه کفشک اعمال نمی‌گردد، در این صورت فشار در این نقطه صفر می‌باشد. عملاً حذف عنصر اصطکاکی در فاصله کوتاهی از پایه روشی عملی می‌باشد.

در برخی از طراحی‌ها پین لولا را متحرک می‌گیرند تا بتوانند فشار اضافی در پایه را نیز مهیا نمایند که این نتیجه اثر کفشک شناور می‌باشد.

حال فشار واحد P را که بر روی المانی از ماده اصطکاکی در فاصله θ از پین لولا اعمال می‌شود در نظر می‌گیریم. باز فشار ماکزیمم را با P_a مشخص می‌کنیم وَ آن را در موقعیتی به اندازه θ_a از لولا در نظر می‌گیریم. حال فرض قدم اول را در این مورد در نظر که فشار در هر نقطه متناسب است با فاصله عمودی از لولا و فاصله عمودی نیز متناسب است با Sinθ و با استفاده از قدم دوم رابطه بین فشارها چنین خواهد بود.

$$\frac{P}{Sin\theta}=\frac{P_a}{Sin\theta_a} \qquad \Rightarrow P=P_a\frac{Sin\theta}{Sin\theta_a} \qquad (1)$$

با استفاده از رابطه بالا می‌بینیم که P زمانی ماکزیمم است که $\theta=90^\circ$ باشد و یا این‌که اگر زاویه لبه کفشک θ_1 کمتر از 90° درجه باشد.در این صورت P مقدار ماکزیمم خود را روی لبه کفشک دارد. زمانی که $\theta=0$ باشد از معادله (۱) چنین نتیجه می‌شود که P نیز صفر است، در این صورت ماده اصطکاکی که در لولا قرار گرفته است، ارتباط بسیار کمی با عمل ترمزی دارد و از این رو بایستی حذف گردد.



طرح خوب طرحی است که مادهٔ اصطکاکی خوب را تا مدتی که امکان دارد، در نقطه فشار ماکزیمم متمرکز نماید. چنین طرحی در شکل زیر نشان داده شده است در این شکل ماده اصطکاکی از زاویه θ_1 که از لولا اندازه‌گیری می شود شروع شده و در زاویه θ_2 خاتمه می‌پذیرد. هر ترتیبی مانند شکل مقابل یک توزیع مناسب و خوبی از ماده اصطکاکی را بیان می‌کند. حال قدم دوم را در مورد شکل بالا برای یافتن عکس‌العمل تکیه‌گاه‌ها به کار می‌بریم. در صورتی که بعد عمود بر صفحه را برای لنت (b) در نظر بگیریم، در هر زاویه‌ای مثل θ از لولا نیروی جزیی عمودی dN عمل می‌نماید که اندازه آن چنین است:

$$dN = pbrd\theta$$

$$P = P_a \frac{Sin\theta}{Sin\theta_a}$$

$$dN = \frac{P_a br \sin\theta d\theta}{\sin\theta_a}$$

نیروی عمودی dN دارای دو مولفه $dN\cos\theta, dN\sin\theta$ است،

که در شکل نشان داده شده است. هم‌چنین نیروی اصطکاک fdN نیز دارای دو مولفه $fdN\sin\theta$ و $fdN\cos\theta$ است. شرط تعادل استاتیکی را می‌نویسیم و نیروی تحریکی F، تورک (گشتاور) و عکس‌العمل‌های لولا F_x و F_y را می‌یابیم.

M_f را ممان نیروی اصطکاک حول نقطه لولا و M_n را ممان نیروی عمودی حول لولا نام‌گذاری می‌نماییم، که به ترتیب چنین می‌باشند.

$$M_f = \int fdN(r - a\cos\theta) = \frac{fP_a br}{\sin\theta_a}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta(r - a\cos\theta)d\theta$$

$$M_n = \int dN(a\sin\theta) = \frac{P_a bra}{\sin\theta_a}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2\theta d\theta$$

در نتیجه نیروی تحریکی F چنین است:

$$F = \frac{M_n - M_f}{C}$$

در این‌جا می‌بینیم که شرط نیروی تحریکی مساوی صفر می‌تواند برقرار باشد، به عبارت دیگر اگر $M_n = M_f$ گردد حالت خود قفلی پدید می‌آید و به هیچ نیروی تحریکی نیاز نیست.

مقدار گشتاور T که به وسیله ترمز به دیسک اعمال می‌شود برابر است با جمع نیروهای اصطکاکی fdN در شعاع دیسک.

$$T = \int fdN_r = \frac{fP_a br^2}{\sin\theta_a}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta d\theta$$

$$T = \frac{fP_a\, br^2(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)}{\sin\theta_a}$$

عکس العمل‌های لولا در جهات y, x عبارت‌اند از:

$$R_x = \int dN\cos\theta - \int fdN\sin\theta - F_x$$

$$= \frac{P_a br}{\sin\theta_a}\left(\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta\cos\theta d\theta - F\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2\theta d\theta\right) - F_x$$

$$R_y = \int dN\sin\theta + \int fdN\cos\theta - F_y$$

$$= \frac{P_a br}{Sin\theta_a}\left[\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2\theta d\theta + f\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta\cos\theta d\theta\right] - F_y$$

در صورت عوض شدن جهت چرخش طبعاً جهت نیروی اصطکاک تغییر نموده و برای جهت عکس عقربه‌های ساعت وضعیت نیرو به صورت زیر می‌گردد.

$$F = \frac{M_n + M_f}{C}$$

که در این صورت به علت هم جهت بودن ممان‌ها حالت خود تحریکی از بین می‌رود و هم‌چنین علامت عبارات مربوط به اصطکاک تغییر می‌پذیرد. و عکس‌العمل‌های لولا F_y, F_x به صورت زیر متجلی می‌گردد.

$$R_x = \frac{P_a br}{\sin\theta_a}\left(\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta\cos\theta d\theta + f\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2\theta d\theta\right) - F_x$$

$$R_y = \frac{P_a br}{\sin\theta_a}\left(\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin^2\theta d\theta - f\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\cos\theta d\theta\right) - F_y$$

$$A = \int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\cos\theta = \left(\frac{1}{2}\sin^2\theta\right)_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$B = \int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin^2\theta d\theta = \left(\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4}\sin 2\theta\right)_{\theta_1}^{\theta_2}$$

در این صورت برای چرخش در جهت عقربه‌های ساعت عکس‌العمل‌های لولا چنین می‌شود.

$$R_x = \frac{P_a br}{\sin\theta_a}(A - fB) - F_x$$

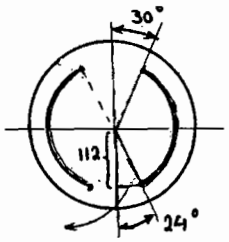
$$R_y = \frac{P_a br}{\sin\theta_a}(B + fA) - F_y$$

برای چرخش در خلاف عقربه‌های ساعت معادلات نیروی عکس العمل لولا به صورت زیر در می‌آید.

$$R_x = \frac{P_a br}{\sin\theta_a}(A - fB) - F_x$$

$$R_y = \frac{P_a br}{\sin\theta_a}(B - fA) - F_y$$

مثال : در ترمز نشانداده شده در شکل زیر قطر درام $300\,mm$ می‌باشد. ترمز فوق توسط مکانیزمی نیروی تحریک F را به هر یک از کفشک‌ها اعمال می‌نماید. پهنای هر یک از کفشک‌ها معادل $b = 32\,mm$ و ماده اصطکاکی دارای ضریب اصطکاک $f = 0.32$ می‌باشد با ماکزیمم فشاری معادل $1000\,kPa$



۱ـ مطلوبست مقدار F

۲ـ ظرفیت ترمز

۳ـ عکس‌العمل در پین‌ها

لنت سمت راست خود تحریک می‌باشد، در نتیجه نیروی F را بر مبنای این که ماکزیمم فشار در لنت مذکور اتفاق می‌افتد محاسبه می‌نماییم.

$$\theta_1 = 0$$

$$\theta_2 = 126^\circ$$

$$\theta_a = 90^\circ \Rightarrow \sin\theta_a = 1$$

$$a = \sqrt{(112)^2 + (50)^2} = 123mm$$

$$M_f = \frac{fP_a br}{\sin\theta_a}\left(r - r\cos\theta_2 - \frac{a}{2}\sin^2\theta_2\right)$$

$$M_f = 0.32\times1000\times10^3\times0.032\times0.5\times\left[0.15 - 0.15\cos126^\circ - \left(\frac{0.123}{2}\right)\sin^2126^\circ\right]$$

$$M_f = 304\,N.m$$

$$M_n = \frac{P_a bra}{\sin\theta_a}\left(\frac{\theta_2}{2} - \frac{1}{4}\sin 2\theta_2\right)_0^{\theta_2} = 1000\times10^3\times0.032\times0.15\times0.123\times\left[\frac{\pi}{2}\times\frac{126}{180} - \frac{1}{4}\sin(2\times126)\right]$$

$$M_n = 790\,N-m$$

$$F = \frac{M_n - M_f}{C} = \frac{790-304}{100+112} = 2.29\,kN$$

از معادله $T=\frac{fPabr^2(\cos\theta_1-\cos\theta_2)}{\sin\theta_a}$ تورک اعمال شده توسط کفشک سمت راست به‌دست می‌آید:

$$T_R=\frac{fP_abr^2(\cos\theta_1-\cos\theta_2)}{\sin\theta_a}=0.32\times1000\times10^3\times0.32\times(0.15)^2\left[\cos0^\circ-\cos126\right]$$

$$T_f=366\,N.m$$

تا زمانی که ماکزیمم فشار عملکرد لنت سمت چپ را نداشته باشیم ظرفیت آن را نمی‌توانیم محاسبه نماییم. معادلات M_n, M_f بر مبنای فشار ماکزیمم هستند، بنابراین برای لنت سمت چپ:

$$M_n=\frac{790P_a}{1000}\,,M_f=\frac{304P_a}{1000}$$

$$F=\frac{M_n+M_f}{C}\Rightarrow2.29=\frac{\left(\frac{790}{1000}\right)P_a+0.304P_a}{100+112}\Rightarrow P_a=444\,kP_a$$

$$T_L=\frac{fP_abr^2(\cos\theta_1-\cos\theta_2)}{\sin\theta_a}=0.32\times\left[444\times10^3\right]\times0.032\times0.15^2\left(1-\cos126^\circ\right)=162\,N.m$$

$$T=T_R+T_L=366+162=528N.m$$

$$R_x=\frac{P_abr}{\sin\theta_a}(A-fB)-F_x$$

$$R_y=\frac{P_abr}{\sin\theta_a}(B+fA)-F_y$$

$$A=\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\cos\theta\,d\theta=\frac{1}{2}\sin^2\theta\Big|_{\theta_1}^{\theta_2}=\frac{1}{2}\sin^2126^\circ=0.3273$$

$$B=\frac{\theta_2}{2}-\frac{1}{4}\sin2\theta_2=\frac{\pi(126)}{2\times180}-\frac{1}{4}\sin(2)(126)=1.3373$$

$$R_x=1000\times0.32\times0.5\left(0.3273-0.32\left(1.3373\right)\right)-2.29\sin24^\circ=-1.414kN$$

$$R_y=1000\times0.32\times0.15\left(1.3373+0.32\left(0.3273\right)\right)-2.29\cos24^\circ=4.830\,kN$$

$$\Rightarrow R=\sqrt{(1.414)^2+(4.830)^2}=5.03KN$$

برای به‌دست آوردن عکس‌العمل در لولای سمت چپ با استفاده از روابط مربوط به چرخش در خلاف عقربه‌های ساعت:

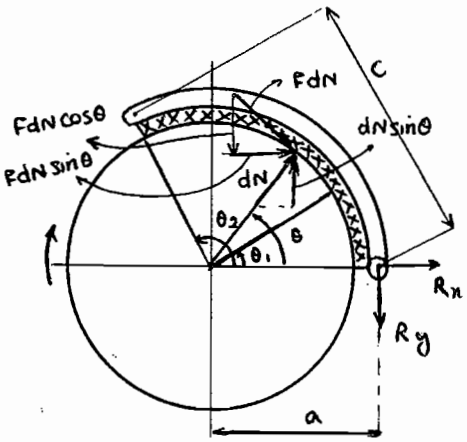
$$R_y=0.535KN\ ,\ R_x=0.678kN$$

$$R=\sqrt{(0.678)^2+(0.535)^2}=0.864kN$$

کلاچ و ترمز با کفشک خارجی جمع شونده

وضعیت یک کلاچ یا ترمز با کفشک خارجی را در شکل روبرو ملاحظه می‌نمایید.

در این حالت نیز ممان‌های نیروهای اصطکاک و عمودی نسبت به لولا همانند نوع قبلی بوده که کفشک‌ها در داخل قرار داشتند، بدین ترتیب معادلات قبل M_f, M_n در این مورد نیز صادقند و به صورت زیر تکرار می‌شوند.



$$M_f = \frac{fP_a br}{\sin\theta_a}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta(r - a\cos\theta)\,d\theta$$

$$M_n = \frac{P_a bra}{\sin\theta_a}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2\theta\,d\theta$$

در نتیجه نیروی تحریک F بایستی ممانی ایجاد نماید که به اندازه حاصل جمع دو ممان فوق که در یک جهت هستند، باشد:

$$F = \frac{M_f + M_n}{C}$$

مولفه‌های افقی و قایم در این حالت نیز مانند قبل می‌باشد.

$$R_x = \int dN\cos\theta + \int f\,dN\sin\theta - F_x$$

$$R_y = \int f\,dN\cos\theta - \int dN\sin\theta + F_y$$

با استفاده از تعاریف A ، B در قسمت قبل

$$R_x = \frac{P_a br}{\sin\theta_a}(A + fB) - F_x$$

$$R_y = \frac{P_a br}{\sin\theta_a}(fA - B) + F_y$$

$$F = \frac{M_n - M_f}{C}$$

اگر جهت چرخش عوض شود:

و حالت خود تحریکی در حالت چرخش در جهت عکس عقربه‌های ساعت وجود دارد.

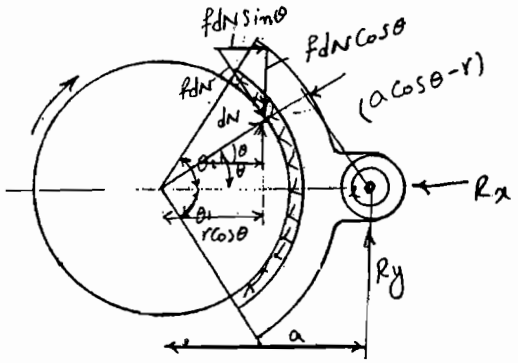
در چرخش عکس نیز عکس‌العمل‌ها مثل قبل به‌دست خواهند آمد.

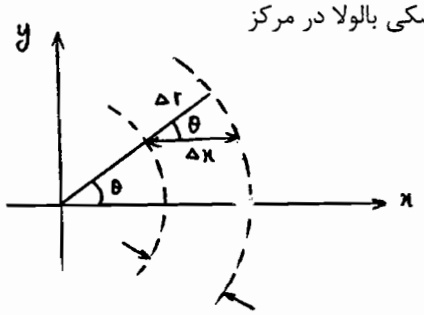
$$R_x = \frac{P_a br}{\sin\theta_a}(A - fB) - F_x$$

$$R_y = \frac{P_a br}{\sin\theta_a}(-fA - B) + F_y$$

به این مساله بایستی توجه کرد که هنگام استفاده از طرح کفشک‌های خارجی به عنوان کلاچ، اثر نیروی گریز از مرکز باعث کاهش نیروی عمودی می‌گردد. بدین لحاظ هر چه سرعت افزایش می‌یابد، بالطبع مقدار نیروی محرک نیز بایستی افزایش یابد. برای رفع این نقص نوع زیر پیشنهاد می‌شود.

ترمز کفشکی بالولا در مرکز





در این نوع خاص کفشک‌ها به صورت متقارن قرار گرفته‌اند، به طوریکه ممان نیروی اصطکاک نسبت به مفصل صفر می‌باشد.
برای به‌دست آوردن توزیع فشار فرض می‌کنیم که سایش‌های لنت به شکلی باشد که همواره شکل استوانه‌ای خود را حفظ کند. از این رو می‌توان نتیجه گرفت که در این شکل سایش (Δx) ثابت بوده و بستگی به θ ندارد. پس سایش شعاعی کفشک‌ها چنین است.

$$\Delta r = \Delta x \cos\theta$$

اگر روی هر جزیی در سطح کفشک فرض کنیم که انرژی تلف شده متناسب با فشار جزیی باشد، و اگر فرض کنیم که سایش در رابطه مستقیم با از دست دادن اصطکاک است، پس خواهیم داشت:

$$P = P_a \cos\theta$$

و واضح است که جایی P ماکزیمم است که $\cos\theta$ ماکزیمم باشد و θ می‌نیمم، یعنی $\theta = 0$ باشد با توجه به شکل در می‌یابیم:

$$dN = pbrd\theta$$

$$dN = P_a\, br\cos\theta d\theta$$

فاصله a ، باید طوری انتخاب شود که ممان نیروهای اصطکاکی M_f صفر شود. تقارن چنین نتیجه می‌دهد که $\theta_1 = \theta_2$

$$M_f = 2\int_{\theta_1}^{\theta_2} (fdN)(a\cos\theta - r) = 0$$

به جای dN قرار می‌دهیم.

$$2fP_a\, br\int_0^{\theta_2} \left(a\cos^2\theta - r\cos\theta\right)d\theta = 0$$

که از این معادله a به‌دست می‌آید.

$$a = \frac{4r\sin\theta_2}{2\theta_2 + \sin 2\theta_2}$$

با قرار گرفتن مفصل در رابطه با این فاصله ممان‌ها نسبت به این نقطه صفر خواهد بود و عکس‌العمل‌های افقی و قایم چنین می‌شوند.

$$R_x = 2\int_\theta^\theta dN\cos\theta = \frac{P_a br}{2}(2\theta_2 + \sin 2\theta_2)$$

$$\int fdN\sin\theta = 0$$

$$R_y = 2\int_0^\theta fdN\cos\theta = \frac{P_a brf}{2}(2\theta_2 + \sin 2\theta_2) \Rightarrow R_y = fR_x$$

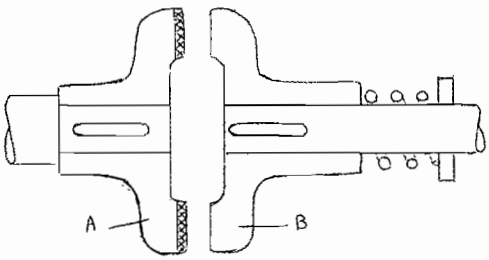
$$\int dN\sin\theta = 0$$

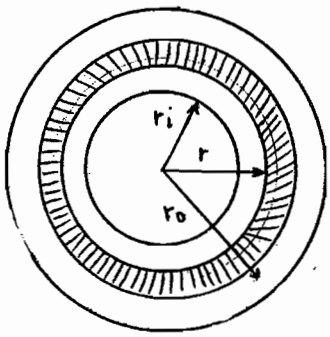
هم‌چنین بایستی بدین مساله توجه کرد که $R_x = -N, R_y = -fN$ (چیزی که با انتخاب صحیح (a) انتظار آن را داریم.) که در این صورت مقدار گشتاور چنین است.

$$T = afN$$

کلاچ دیسکی

ساده‌ترین فرم کلاچ‌ها کلاچ دیسکی است، مانند شکل زیر کلاچ دیسکی نوعی است که عضوهای درگیر در جهت موازی شافت حرکت می‌کند. از محاسن این نوع کلاچ آزادی آن از اثرات نیروی گریز از مرکز می‌باشد و دیگر آن‌که سطح اصطکاکی زیادی را می‌توان در فضای کمی قرارداد، سوم آن‌که سطوح تبادل حرارت در این نوع کلاچ موثرتر می‌باشد و نهایتاً توزیع فشار در این نوع کلاچ مطلوب‌تر است.





در این نوع کلاچ با توجه به شکل فوق لنت به یکی از دو دیسک مثلاً دیسک A متصل شده و دیسک B در مقابل آن فشرده می‌شود. دو فرض برای فشار ناشی از نیروی فنر که از طرف دیسک B به لنت وارد می‌شود موجود است .

فرض اول ـ سایش ثابت: سایش به فشار وارده و سرعت خطی بین لنت و دیسک بستگی دارد.

$$\delta \sim PV \rightarrow \delta = k\,Pr$$

چون در شکل بالا سرعت هر نقطه نسبت به مرکز دوران متفاوت می‌باشد $V = r\omega$ پس برای این که سایش ثابت باشد بایستی حاصل‌ضرب Pr مقدار ثابتی باشد.

در شعاع کمتر فشار بیشتر می‌شود و حداکثر فشار در قطر داخلی اتفاق می‌افتد.

$$Pr = P_a \times r_i = P_a \times \frac{d}{2r}$$

$$P = P_a \frac{d}{2r}$$

P_a همان فشار ماکزیمم است که روی شعاع داخلی اتفاق می‌افتد.

(در صورتی که فرض شود که دو سطح هندسه اولیه خود را حفظ می‌کنند. $\delta = const$)

برای المان حلقوی نشان داده شده

نیروی نرمال $dF_n = \underbrace{2\pi r dr}_{A}.P$

$$P = P_a \frac{d}{2r} \Rightarrow dF_n = 2\pi r dr \times P_a \times \frac{d}{2r} = P_a \pi d \times dr$$

$$F = \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{D}{2}} P_a \pi d\,dr = \frac{P_a \pi d}{2}(D - d)$$

$$F_n = \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{D}{2}} 2\pi p f r^2 dr = \pi f P_a d \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{D}{2}} r dr = \frac{\pi f P_a d}{8}\left(D^2 - d^2\right)$$

با قرار دادن به‌جای P_a بر حسب نیروی F

$$dF_s = f\,dF_a$$

$$T = \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{P}{2}} 2\pi p F r^2\, dr = \frac{\pi f P_a d}{8}\left(D^2 - d^2\right)$$

$$T = \frac{Ff}{4}(D+d) = \frac{Fi}{2}\left(r_o + r_i\right) = F f r_{ave}$$

در عمل صفحه کلاچ را به صورتی می‌سازند که با تغییر در سایش صفحه خود را در بین دو دیسک تطبیق می‌دهد. این حالت مثل این است که فشار در سطح صفحه کلاچ ثابت بماند.

فرض دوم ـ فشار ثابت $P = P_{max} = \text{const tan t}$ زمانی که فرض می‌کنیم فشار یکنواختی بر روی یک دیسک وارد می‌شود، نیروی محرک یا تحریک F برابر است با فشار ضربدر مساحت.

$$F = \frac{\pi P_a}{4}\left(D^2 - d^2\right)$$

مثل حالات قبل گشتاور توسط انتگرال‌گیری از حاصل‌ضرب نیروی اصطکاک و شعاع حاصل می‌شود.

$$T = 2\pi f P_a \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{D}{2}} r^2 dr = \frac{2\pi f P_a}{24}\left(D^3 - d^3\right)$$

$$T = \frac{Ff}{3}\frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2}$$

بایستی توجه کرد که هر دو معادله برای دو سطح درگیر صادق می‌باشند، اگر چندین جفت سطح داشته باشیم بایستی معادلات در تعداد جفت سطوح ضرب شوند.

حال این حالت را با حالت قبل مورد مقایسه قرار می‌دهیم، برای مقدار مساوی f, F_n و برای نسبت $\frac{D}{d} = \frac{1}{2}$ داریم:

فرض فشار ثابت $T = \frac{7}{18} f F_n D = \frac{7}{9} f F_n r_o$

سایش ثابت $T = \frac{3}{8} f F_n D = \frac{3}{4} f F_n r_o$

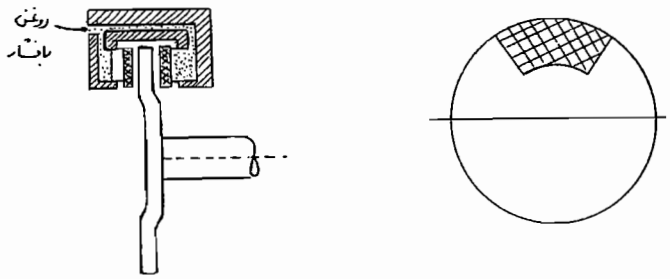
که نشان می‌دهد ساخت کلاچ به‌طوری که فرض فشار ثابت برقرار باشد کاردهی بیشتری دارد.

در عمل صفحه کلاچ در وسط به شافت متحرک متصل بوده و دو دیسک A , B به شافت محرک متصل بوده و از دو سطح صفحه را در بر می‌گیرند. در این حالت تورک اصطکاکی از دو سطح ناشی می‌شود و کاردهی دو برابر می‌گردد.

ترمزهای دیسکی:

در این گونه ترمزها دیسک به شافت محرک متصل بوده و دو قطعه دیسک که تنها قسمتی از تاج دایره هستند، دو طرف دیسک را در بر می‌گیرند.

روابط و نحوه کار همان شکل کلاچ است، اما در این‌جا به‌خاطر شرایط حدی موجود در لبه لنتها حدود ۵٪ تفاوت بین تورک محاسبه شده و تورک واقعی موجود است. به هر جهت همان روابط را اگر در $\frac{\alpha}{360}$ ضرب کنیم، تورک ناشی از یک طرف ترمز به‌دست خواهد آمد و تمامی تورک دو برابر مقدار به‌دست آمده است.



برای ترمزهای دیسکی فرض سایش ثابت به علت صلب بودن قطعات برقرار است و معادله تورک به شکل زیر خواهد بود.

$$F = \frac{\pi P_a d}{2}(D-d)$$

$$F = \frac{\pi P_a (2r)}{2}(2R-r) = 2\pi P_a r(R-r)$$

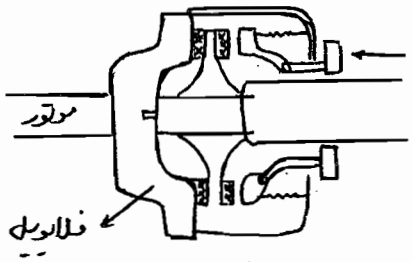
به‌جای مقدار 2π که تمام دیسک را بپوشاند برای ترمز مقدار α را بر حسب رادیان می‌گذاریم. در این صورت:

$$F = \alpha P_a r(R-r)$$

و همین‌طور برای تورک انتقالی:

$$T = \frac{\pi f P_a d}{8}(D^2-d^2)$$

با فرض فشار ثابت می‌توان در کلاچ‌های با شرایط یکنواخت ظرفیت بیشتری نسبت به حالت سایش یکنواخت منتقل کرد. (چون در تمام عضو فشار ماکزیمم اعمال می‌شود.)

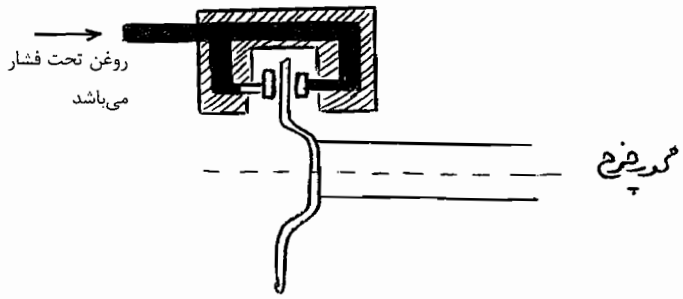


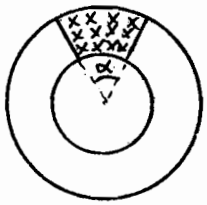
در صنعت صفحه کلاچ می‌سازند که دو تا عضو اصطکاکی دارد. عضو اصطکاکی را در دو طرف صفحه با پرچ مخصوصی می‌چسباند.

در این حالت در محاسبات قبل T را دو برابر می‌کنیم چون ظرفیت دو برابر می‌شود.

ترمز دیسکی:

مکانیزم ترمز دیسکی چنین است که یک دیسک روی محور چرخ بسته می‌شود. در قسمتی از این محور دو عضو اصطکاکی قرار گرفته که دو طرف عضو را شامل می‌شوند.





فقط در یک زاویه α عضو اصطکاکی داریم.

فرمول‌های قبلی (در مورد کلاچ دیسکی) را در یک مقدار $\frac{\alpha}{360}$ ضرب می‌کنیم، به این صورت:

$$F_n = \frac{\pi P_a d}{2}(D-d) = 2\pi P_a r\,(R-r) \Rightarrow F_n = \alpha P_a\, r(R-r)$$

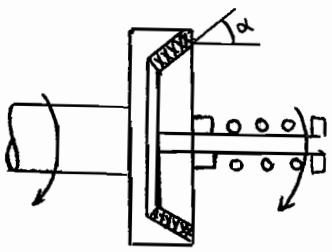
$$T = \frac{2\pi}{2}\mu P_a r\left(R^2-r^2\right) \Rightarrow T = \frac{\alpha}{2}\mu P_a r\left(R^2-r^2\right)$$

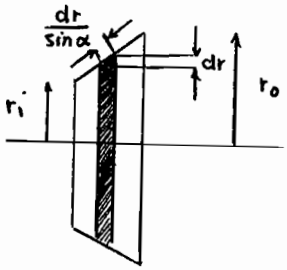
در واقع α را به‌دست آورده و در هر طرف مقدار $\frac{\alpha}{2}$ می‌گذاریم. (α بر حسب رادیان)

کلاچ‌های مخروطی:

نحوه کار این کلاچ‌ها همانند کلاچ‌های دیسکی است. به جای این‌که درگیری روی دو سطح قایم صورت بگیرد، درزون دو سطح زاویه‌دار صورت می‌گیرد و این کلاچ‌ها در حجم یکنواخت توان بیشتری را نسبت به کلاچ دیسکی منتقل می‌کند.

این نوع کلاچ‌ها برای کوپله کردن موتورهای ژنراتورها و ..... استفاده می‌شوند.





$$P = P_{max}\frac{r_i}{r}$$

فرض سایش یکنواخت

$$dA = 2\pi r\frac{dr}{\sin\alpha}$$

$$F_n = \int_{r_i}^{r_o} pdA\sin\alpha = \int_{r_i}^{r_o}\left(P_a \times \frac{d_i}{2r}\right)\left(\frac{2\pi r dr}{\sin\alpha}\right)\times\sin\alpha \Rightarrow$$

$$F_n = \frac{P_a\pi\alpha}{2}(D-\alpha)$$

$$T = \int \mu\, pdAr \Rightarrow \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{D}{2}} \mu P_a \times \frac{d}{2r}\times\frac{2\pi r dr}{\sin\alpha}(r) = T$$

$$T = \frac{\mu\pi P_a d}{8\sin\alpha}\left(D^2-d^2\right)$$

می‌بینیم که ترک پیچشی این کلاچ‌ها نسبت به کلاچ ساده بیشتر است.

فرض فشار ثابت

$$T = \frac{F_n \mu}{4 \sin \alpha}(D + d)$$

$$P = P_a \Rightarrow F_n = \int P dA \sin \alpha = \frac{\pi P_a}{4}\left(D^2 - d^2\right)$$

$$T = \int P dA \mu r = \frac{\pi \mu P_a}{12 \sin \alpha}\left(D^3 - d^3\right)$$

$$T = \frac{\mu F_n}{3 \sin \alpha} \times \frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2}$$

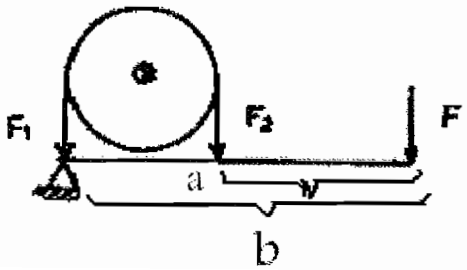
ترمز تسمه‌ای:

اگر یک پولی داشته باشیم و تسمه‌ای را روی آن فیکس نماییم و نیروی F را وارد کنیم، طوری که F_2 در طرف شل تسمه ایجاد شود، نیروی بزرگ F_1 ایجاد می‌شود. پس ترک ترمزی زیادی روی سیستم ایجاد می‌شود.

$$\frac{F_1}{F_2} = e^{\mu \beta}$$

$$T = (F_1 - F_2)\, r \;,\; F = \frac{F_2 (b - a)}{b}$$

یعنی سعی کنیم که F_1 زیادی در اثر اعمال F ایجاد شود. در مجموعه مقابل می‌توان حالت خودتحریکی هم ایجاد کرد. باید سعی کرد تغییر مکان نقطه a بیش از تغییر مکان نقطه b باشد، به طوری که تسمه تحت کشش باشد. (نقطه O لولا است.)
(یعنی a>d)



۱ ـ یک چرخنده مارپیچ (هلیکال) با زاویه فشار نرمال 20° ، مدول ظاهری 2.2 و مدول نرمال 2 می‌باشد. زاویه فشار مماسی ϕ_t چقدر است؟

۱) 18.3° ۲) 21.8° ۳) 22.6° ۴) 24.6°

جواب : گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

$$\frac{m_n}{m_t} = \frac{\tan\varphi_n}{\tan\varphi_t}$$

$$\frac{2}{2.2} = \frac{\tan 20}{\tan\varphi_t} \Rightarrow \varphi_t = 21.8^\circ$$

۲ ـ در دو چرخدنده ساده با نسبت تبدیل و فاصله مراکز ثابت، افزایش تعداد دندانه‌ها موجب کدام پدیده خواهد شد؟

۱) افزایش تنش هرتزین به دلیل کاهش انحنای دندانه‌ها

۲) افزایش ضریب هندسی چرخدنده‌ها

۳) افزایش نیروی تماسی بین دندانه‌ها به دلیل کوتاه‌تر شدن دندانه‌ها

۴) کاهش دایره مبنا به دلیل کوتاه‌تر شدن دندانه‌ها

جواب : گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

افزایش تعداد دندانه‌های چرخدنده ساده سبب افزایش ضریب هندسی چر خدنده‌ها می‌شود.

۳ ـ برای کلاچ‌های اصطکاکی دیسکی کدام اتفاق درست است؟

۱) اصولاً در این گونه کلاچها سایش در طول عمر کارکرد آن ثابت است.

۲) اصولاً در این گونه کلاچها فشار در تمام مناطق دیسک ثابت است که باعث سایش غیر یکنواخت کلاچ در طول عمر آن می‌شود.

۳) در اثر درگیری دیسک‌ها، ابتدا سایش در سرتاسر دیسک ثابت بوده و سپس در مناطق خارجی سایش افزایش می‌یابد.

۴) در اثر درگیری دیسک‌ها،ابتدا فشار ثابت بوده و سایش در مناطق خارجی دیسک‌ها بیشتر و سپس سایش ثابت می‌گردد.

جواب : گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

در کلاچ‌های دیسکی در ابتدای درگیری دیسک‌ها، بیشترین سایش در مناطق خارجی دیسک‌ها رخ می‌دهد، چون کار نیروی اصطکاک در این نواحی بیشتر است. بعد از مقدار معینی سایش، توزیع فشار به گونه‌ای تغییر می‌کند که اجازه می‌دهد، سایش به‌طور یکنواخت انجام شود.

۴ ـ در یاتاقان‌های هیدرودینامیکی (Journal Bearing) افزایش دور شافت:

۱) موجب کاهش فشار هیدرودینامیک ماکزیمم یاتاقان می‌شود.

۲) موجب کاهش زاویه محل پارگی لایه روغن می‌شود.

۳) موجب بیشتر شدن دبی روغن در گردش و کاهش اصطکاک می‌شود.

۴) موجب افزایش سرعت حرکت روغن و کاهش ضخامت لایه روغن می‌شود.

جواب : گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

با فرض ثابت بودن سایر پارامترها افزایش دور شافت باعث کاهش فشار هیدرودینامیک یاتاقان می‌شود.

۵ـ بلبرینگی دارای ظرفیت دینامیکی 24kN بوده و بار معادلی به صورت یکنواخت و به میزان 8kN بر آن وارد می‌شود. در صورتی که سرعت دورانی شافت 2000RPM باشد، این بلبرینگ چند ساعت عمر خواهد کرد؟

۱) 27 ۲) 1500 ۳) 225 ۴) 3000

جواب : گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

$$L=\left(\frac{C}{F}\right)^{a}$$

برای بلبرینگ $a=3$

$$C=24KN$$

$$F=8KN$$

$$L=\left(\frac{24}{8}\right)^{3}=27 \text{ میلیون دور} \Rightarrow \text{ساعت } L=\frac{27\times10^{6}}{60\times2000}=225$$

۶ـ دو چرخدندهٔ ساده با مدول برابر و تعداد دندانه‌های غیر مساوی با یکدیگر به گونه‌ای درگیر شده‌اند که فاصله مراکز فعلی آن‌ها 10٪ بیش از نصف مجموع اقطار دو دوایر گام آن‌ها شده است. در این حالت:

۱) شعاع دوایر مبنای دو چرخدنده عوض می‌شود.

۲) شعاع دوایر گام چرخدنده عوض می شود.

۳) زاویه فشار دو چرخدنده عوض می‌شود .

۴) گام دایره‌ای چرخدنده‌ها عوض می‌شود.

جواب : گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

قطر دوایر گام در چرخدنده‌ها مستقل از فاصله مراکز آن‌هاست. با افزایش فاصله مراکز چرخدنده‌ها زاویه فشار تغییر می‌کند. (البته باید توجه داشته باشید که با تغییر زاویه فشار قطر دایره‌های مبنا نیز تغییر می‌کند.)

۷ـ در یک گیربکس حلزونی (Worm Gear) یک پیچ دو نخ به قطر 100mm با یک چرخدنده به قطر 600mm که دارای 40 دندانه است درگیر می‌باشد. نسبت تبدیل این گیربکس برابر است با:

۱) 1:6 ۲) 1:20 ۳) 1:30 ۴) 1:40

جواب : گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

در چرخدنده حلزونی نسبت سرعت فقط به تعداد دندانه چرخ حلزون و تعداد راه حلزون بستگی دارد و ربطی به قطر آن‌ها ندارد.

$$\text{نسبت تبدیل} = \frac{\text{تعداد راهها در حلزون}}{\text{تعداد دندانه چرخ حلزون}} = \frac{2}{40}=\frac{1}{20}$$

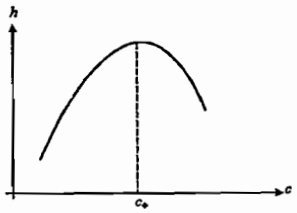
۸ـ بین دو شافت با نسبت دور 1:3 قدرت 5kW قرار است منتقل شود. اگر دور شافت راننده 100rpm بوده و به دلیل محدودیت فضا فاصلهٔ مراکز دوشافت 800mm باشد وسیلهٔ انتقال قدرت مناسب کدام است؟

۱) یک عدد تسمهٔ V شکل ۲) چند عدد تسمهٔ V شکل ۳) زنجیر و چرخ زنجیر ۴) تسمهٔ تخت

جواب : گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

تسمه‌ها اعم از نوع تخت یا V شکل در سرعت‌های بالا دارای بازده مناسبی هستند، اما در این مساله به‌دلیل پایین بودن دور شافت سرعت خطی پایین است و از طرفی فاصله مراکز دو شافت هم چندان زیاد نیست. بنابراین از زنجیر و چرخ زنجیر استفاده می‌کنیم.

۹ ـ نمودار زیر تغییرات کمترین ضخامت لایه روغن h را بر حسب لقی شعاعی c نشان می‌دهد. کدام گزینه لقی شعاعی اولیه مناسب برای این یاتاقان لغزشی است.



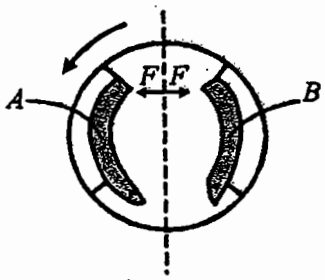
۱) $c_\circ$
۲) $\frac{5}{4}c_\circ$
۳) $\frac{c_\circ}{3}$
۴) $\frac{3}{4}c_\circ$

جواب : گزینه ۴ صحیح می‌باشد

لقی اولیه در یاتاقان لغزشی بهتر است مقداری کمتر از لقی بهینه $c_\circ$ باشد، در این صورت چنان‌چه لقی در اثر سایش افزایش یابد به $c_\circ$ خواهد رسید که مناسب‌ترین نقطه می‌باشد.

۱۰ ـ در ترمز کفشکی نشان داده شده در شکل مقابل با توجه به جهت دوران کاسه ترمز کدام یک از جملات زیر صحیح می‌باشد؟

۱) کفشک A نسبت به کفشک B در تورک ترمز بیشتر موثر است، لکن سایش لنت کفشک B بیشتر است.
۲) کفشک B نسبت به کفشک A در تورک ترمز بیشتر موثر است، لکن سایش لنت کفشک A بیشتر است.
۳) کفشک A در تورک ترمز موثرتر است و لنت آن بیشتر ساییده می‌شود.
۴) کفشک B در تورک ترمز موثرتر است و لنت آن بیشتر ساییده می‌شود.



جواب : گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

در کفشک A نیروی اصطکاک در جهتی است که به نیروی F کمک می‌کند و فشار وارد بر لنت A را افزایش می‌دهد. در صورتی که برای کفشک B نیروی اصطکاک در جهت تضعیف نیروی F است و در نتیجه فشار سطح کفشک B را کاهش می‌دهد. در نتیجه کفشک A در گشتاور ترمز موثرتر است و لنت آن نیز بیشتر ساییده می‌شود.

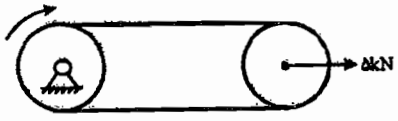
۱۱ ـ در یاتاقان‌های ژورنال کدام یک از عبارات زیر غلط می‌باشد؟

۱) با افزایش نسبت طول به قطر یاتاقان حداقل ضخامت لایه روغن افزایش می‌یابد.
۲) با افزایش نسبت طول به قطر یاتاقان ضریب اصطکاک موثر افزایش می‌یابد.
۳) با افزایش ویسکوزیته روغن مقدار نشست روغن به خارج یاتاقان کم می‌شود.
۴) با افزایش ویسکوزیته روغن میزان خروج از مرکز محور نسبت به مرکز یاتاقان کاهش می‌یابد.

جواب : گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

با افزایش نسبت طول به قطر یاتاقان ضریب اصطکاک موثر کاهش می‌یابد. بنابراین تنها گزینه نادرست گزینه ۲ است.

۱۲ ـ بین دو پولی (فلکه) تخت با قطر 200mm به وسیله یک تسمه لاستیکی تخت قدرت انتقال می‌یابد. ضریب اصطکاک بین تسمه و پولی 45% و کشش اولیه پولی‌ها 5KN می‌باشد. حداکثر قدرت قابل انتقال بین دو پولی در دور 500rpm برابر است با: (از نیروی گریز از مرکز تسمه صرف‌نظر شود.)



۱) 2.32 KW
۲) 31.8 W
۳) 14.57 KW
۴) 8.43 KW

جواب : گزینه۲ صحیح می‌باشد.

$$\frac{F_1}{F_2}=e^{\mu\theta}\ ,\ F_i=\frac{F_1+F_2}{2}$$

$$\frac{F_1}{F_2}=e^{0.45\times\pi}\rightarrow\frac{F_1}{F_2}=4.1;5=\frac{4.1F_2+F_2}{2}=5\rightarrow F_2=1.96$$

$$F_1=8.04$$

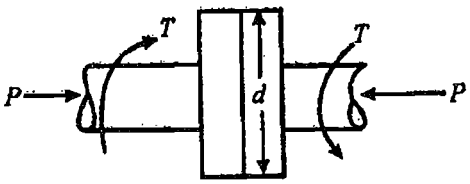
$$H=(F_1-F_2)V=(F_1-F_2)r\omega$$

$$=(8.04-1.96)\times\frac{0.2}{2}\times\frac{500\times2\pi}{60}=31.8kW$$

۱۳ ـ کلاچی مطابق شکل لنگر پیچشی را از یک محور به محور دیگر انتقال می‌دهد. صفحه‌های کلاچ دایره‌ای شکل به قطر d می‌باشند و به وسیله نیروی P فشرده می‌شوند. با فرض این‌که نیروی P به طور یکنواخت در سطح صفحه‌های کلاچ پخش گردد و ضریب اصطاک بین صفحه‌ها μ باشد، حداکثر لنگر پیچشی T را که بتوان به وسیله کلاچ بدون لغزش انتقال داد برابر است با:

۱) $\frac{\mu pd}{6}$ ۲) $\frac{\mu pd}{4}$

۳) $2\mu pd$ ۴) $4\mu pd$



جواب : گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

بر این کلاچ صفحه‌ای با فرض توزیع یکنواخت نیروی P در کل صفحه، سایش یکنواختی در صفحه کلاچ به وجود می‌آید، بنابراین با فرض سایش یکنواخت:

$$T=\frac{Ff}{4}(D+d)$$

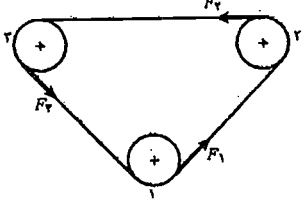
در این مساله $d=0$ و $f=\mu$ و $F=P$ و $D=d$

$$T=\frac{\mu pd}{4}$$

۱۴ ـ به منظور انتقال قدرت در سیستم زیر، از زنجیر و چرخ استفاده نموده‌ایم. اگر توان انتقال یافته از طرف چرخ زنجیر محرک 1 به چرخ زنجیرهای 2 و 3 یکسان باشد، در این صورت روابط زیر بین نیروهای کششی در هر قسمت زنجیر برقرار است:

۱) $F_1=F_2=F_3$ ۲) $F_1=2F_2\ ,F_3=0$

۳) $F_2=2F_1,F_3=0$ ۴) $F_1=F_3,F_2=0$



جواب : گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

با توجه به جهت نیروهای داخلی در زنجیر مشخص است که بخش ۳ـ۱ بخش شل زنجیر است پس $F_3=0$ و از طرفی چون توان مصرف شده در چرخ زنجیرهای ۲ و ۳ برابر است، پس $F_1=2F_2$

۱۵ ـ در تسمه‌های V شکل کاهش قطر پولی‌ها:

۱) باعث افزایش عمر تسمه به خاطر کاهش سرعت خطی می‌شود.

۲) باعث کاهش عمر تسمه خواهد شد.

۳) در عمر تسمه تاثیر ندارد.

۴) موجب افزایش اصطکاک بین پولی و تسمه خواهد شد.

جواب : گزینه ۲ صحیح می‌باشد

با کم شدن قطر پولی، مقدار انحنای تسمه بیشتر شده در نتیجه تنش خمشی بیشتری بر الیاف تسمه وارد می‌شود که باعث فرسودگی سریع‌تر آن می‌شود.

۱۶ ـ بلبرینگ ساده یک ردیفه شیار عمیق (Deep Groove Ball Bearing):

۱) نمی‌تواند بار محوری تحمل نماید.

۲) نمی‌تواند بار شعاعی تحمل کند.

۳) در غیاب بار شعاعی می‌تواند به میزان محدودی بار محوری تحمل کند.

۴) در حضور بار شعاعی می‌تواند به میزان محدودی بار محوری تحمل کند.

جواب : گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

بلبرینگ‌های ساده شیار عمیق علاوه بر بارهای شعاعی می‌توانند به مقدار محدود بار محوری را نیز تحمل کنند.

۱۷ ـ در یاتاقان‌های با روغن‌کاری هیدرودینامیک (ژورنال بیرینگ) با فیلم روغن پایدار:

۱) تغییر جنس بوش یاتاقان از فولاد به برنز موجب کاهش اصطکاک می‌شود.

۲) تغییر جنس بوش یاتاقان از فولاد به برنز موجب کاهش درجه حرارت می‌گردد.

۳) افزایش ویسکوزیته روغن مصرفی سبب کاهش دمای کارکرد می‌شود.

۴) هر سه مورد فوق اشتباه است.

جواب : گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

چون روانسازی به صورت هیدرودینامیکی می‌باشد تماس مستقیم فلز وجود ندارد، پس جنس بوش و یاتاقان تاثیری در اصطکاک ندارد. بنابراین گزینه اول نادرست است. گزینه سوم هم نادرست است، چون با توجه به نمودارهای ارایه شده با افزایش μ، عدد سامرفیلد $S=\left(\frac{r}{c}\right)^2\frac{\mu N}{P}$ افزایش می‌یابد و مقدار f (ضریب اصطکاک) زیاد می‌شود، بنابراین دمای کارکرد افزایش می‌یابد. ضریب هدایت حرارت برنز بیشتر از فولاد است، بنابراین حرارت تولید شده در یاتاقان از جنس برنز سریع‌تر و بهتر به سمت خارج از ناحیه یاتاقان منتقل می‌شود.

۱۸ ـ در یاتاقان‌های کامل با روغن‌کاری هیدرودینامیک (ژورنال بیرینگ) کدام یک از جملات زیر صحیح می‌باشد؟

۱) تاثیر دور محور و ویسکوزیته روغن بر گسترش فشار نا محسوس است.

۲) تاثیر دور محور و ویسکوزیته روغن بر گسترش فشار محسوس می‌باشد.

۳) تاثیر دور نامحسوس و تاثیر ویسکوزیته محسوس است.

۴) تاثیر ویسکوزیته نامحسوس و تاثیر دور بر گسترش فشار محسوس می‌باشد.

جواب : گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

N (دو محور) و μ (ویسکوزیته روغن) هر دو در عدد سامرفیلد $S=\left(\frac{r}{c}\right)^2\frac{\mu N}{P}$ موثرند و بنابراین بر گسترش فشار تاثیر محسوس دارند.

۱۹ ـ دو چرخدنده مخروطی ساده تحت زاویه محوری و 60° با هم درگیر هستند در صورتی که تعداد دندانه‌های اولی برابر $N_1=48$ و تعداد دندانه‌های دومی برابر $N_2=64$ باشد، زاویه مخروطی موثر دو چرخدنده باید برابر باشند با:

۱) $\alpha_1=21^\circ,\alpha_2=39^\circ$ ۲) $\alpha_1=15^\circ,\alpha_2=35^\circ$ ۳) $\alpha_1=32^\circ,\alpha_2=28^\circ$ ۴)هیچ‌کدام

جواب : گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

$$\sum N_P = 48 \quad N_G = 64 \qquad \sum = \Gamma + \gamma = 60^\circ$$

$$tg\gamma = \frac{\sin\sum}{\frac{N_P}{N_G} + \cos\sum} \rightarrow \gamma = 34.7 \approx 35$$

$$\Gamma = 60 - 35 = 25^\circ$$

۲۰ ـ دو چرخدنده استاندارد متریک با زاویه فشار 20° با فاصله مراکز 200mm با هم درگیر هستند، در صورتی که نسبت تبدیل 1:4 بوده و نخواهیم اصلاحات و ریشه تراشی بر روی چرخدنده‌ها اعمال کنیم مدول چرخدنده‌ها کدام یک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟

۱) m=5 ۲) m=2 ۳) m=6 ۴) m=8

جواب : گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

$$\frac{d_G}{d_P} = 4 \qquad C = \frac{d_P + d_G}{2} \rightarrow 200 = \frac{d_P + 4d_P}{2}$$

$$d_P = 80mm \qquad d_G = 320mm$$

برای آن‌که عمل زیر برش لازم نباشد معمولا سعی می‌شود حداقل تعداد دندانه برای پینیون ا نتخاب شود. با توجه به مطالب ارایه شده اگر $N_P = 18$ فرض شود (برای زاویه فشار 20°) آنگاه:

$$m = \frac{d}{N} \rightarrow m = \frac{80}{18} = 4.44$$

۲۱ ـ افزایش در ویسکوزیته روغن یک یاتاقان مشخص باعث کدام یک از پدیده‌های زیر می‌شود؟

۱) خارج از مرکزی یاتاقان را افزایش می‌دهد.

۲) خارج از مرکزی یاتاقان‌ها را کاهش می‌دهد.

۳) خارج از مرکزی یاتاقان به ویسکوزیته روغن بستگی ندارد.

۴) بر روی خارج از مرکزی تاثیر می‌گذارد ولی مشخصا معلوم نیست که آن را کم یا زیاد کند.

جواب : گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

با افزایش ویسکوزیته روغن عدد سامرفیلد افزایش می‌یابد $S = \left(\frac{r}{c}\right)^2 \frac{\mu N}{P}$ با زیاد شدن عدد سامرفیلد نسبت خروج از مرکز $\varepsilon = \frac{e}{c}$ کاهش می‌یابد و چون مقدار لقی c ثابت است پس خروج از مرکز یاتاقان کم می‌شود.

۲۲ ـ دو چرخدنده مارپیچی می‌بایست دو محور به فاصله 6 اینچ از یکدیگر را به هم متصل سازند. پینیون دارای گام قطری (Diametral Pitch) برابر 6 و یک گام قطری مستقیم (normal diametral pitch) برابر 7 و زاویه فشار 20 درجه می‌باشد، هر گاه نسبت سرعت‌ها $\frac{1}{2}$ باشد، تعداد دندانه‌های هر یک از چرخدنده‌ها را تعیین کنید.

۱) 24 و 48 ۲) 52 و 26 ۳) 12 و 24 ۴) 18 و 36

جواب : گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

$$c.d. = \frac{d_P + d_G}{2} = 6 \quad , \quad d_G = 2dP$$

$$\frac{d_P + 2d_P}{2} = 6 \Rightarrow d_P = 4'' \ , \ d_G = 8''$$

گام قطری $P = \frac{N_G}{d_G} = \frac{N_P}{d_P} = 6 \Rightarrow N_G = 48 \ , \ N_P = 24$

۲۳ ـ یک کلاچ مخروطی با فشار کاراندازی برابر با 45kpa دارای قطر خارجی 50mm و قطر داخلی 25mm می‌باشد. محاسبه نمایید گشتاور لازم برای به کار انداختن کلاچ در صورتی که زاویه مخروط 20 درجه و ضریب اصطکاک برابر با 0.14 باشد.

۱) 363.29 KNm فشار ثابت
۲) 363.29 KNm فرسایش ثابت
۳) 250.15KNm فشار ثابت
۴) 250.15KNm فرسایش ثابت

جواب : هیچ یک از گزینه‌ها صحیح نیست.

برای فرسایش ثابت:

$$T=\frac{\pi f P_{max} d}{8\sin\alpha}\left(D^2-d^2\right)$$

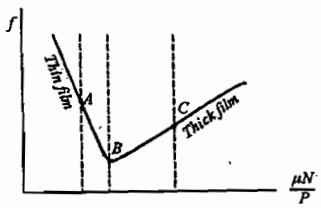
برای فشار ثابت:

$$T=\frac{\pi f P_{max}}{12\sin\alpha}\left(D^3-d^3\right)$$

$$T_{\text{فرسایش ثابت}}=\frac{\pi\times0.14\times45\times10^{-3}\times25}{8\times\sin20}\left(50^2-25^2\right)=339.07N.mm$$

$$T_{\text{فشار ثابت}}=\frac{\pi\times0.14\times45\times10^{-3}}{12\times\sin20}\left(50^3-25^3\right)=527.44N.mm$$

۲۴ ـ در کدام نقطه از منحنی زیر حالت تعادل برای روان‌کاری وجود دارد. چرا؟



۱) نقطه A زیرا لایه منحنی فیلم نازک است.
۲) نقطه C زیرا لایه فیلم ضخیم است.
۳) نقطه B زیرا اصطکاک کمترین حد خود را داراست.
۴) نقطه C زیرا تغییرات در اصطکاک خود اصلاح‌کننده است. (Self Correcting)

جواب : گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

چون نقطه C در ناحیه روغن‌کاری هیدرودینامیکی (پایدار) قرار دارد و طبق مطالب ارایه شده در متن جزوه تغییرات دمایی در این ناحیه خود اصلاح شونده است.

۲۵ ـ اگر در یاتاقان کاملی (ژورنال یا لغزشی) نسبت $\frac{L}{D}$ به طریقی عوض شود که عدد سامرفیلد یاتاقان یعنی S ثابت باشد، در آن صورت با افزایش قطر شافت:

۱) توان از دست رفته در اثر اصطکاک کاهش می‌یابد.
۲) توان از دست رفته در اثر اصطکاک ثابت می‌ماند.
۳) توان از دست رفته در اثر اصطکاک افزایش می‌یابد.
۴) توان از دست رفته در اثر اصطکاک با مجذور طول یاتاقان رابطه مستقیم دارد.

جواب : گزینه۳ صحیح می‌باشد.

$$\text{عدد سامرفیلد } S=\left(\frac{r}{c}\right)^2\frac{\mu N}{P},\ P=\frac{W}{2rL}$$

$$\text{عدد سامرفیلد } S=\frac{d^3 l}{4c}\frac{\mu N}{W}$$

با فرض ثابت بودن عدد سامرفیلد در صورت افزایش d مقدار l باید کاهش یابد پس مقدار $\frac{1}{d}$ به‌طور مضاعف کاهش می‌یابد و در نتیجه ضریب اصطکاک افزایش می‌یابد. با افزایش ضریب اصطکاک مقدار توان از دست رفته در اثر اصطکاک افزایش می‌یابد.

۲۶ ـ در یک کلاچ چند صفحه‌ای (Mulit – Disk – Clutch) نسبت قطر داخلی به قطر خارجی صفحات اصطکاکی برابر 1.25 می‌باشد. در صورتی که ضریب اصطکاک و حداکثر فشار مجاز صفحات در حالات نو و شرایط ساییدگی یکنواخت ثابت بمانند، نسبت حداکثر قدرت قابل انتقال در سرعت‌های یکسان برای این دو در شرایط صفحات نو و کار کرده چقدر است؟

۱) 1.13 ۲) 1.20 ۳) 1.25 ۴) 1.07

جواب : گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

با فرض فشار یکنواخت:

$$T_1 = \frac{\pi f p_{max}}{12}\left(D^3 - d^3\right) = \frac{\pi f p_{max} d^3}{12}\left(\frac{D^3}{d^3} - 1\right)$$

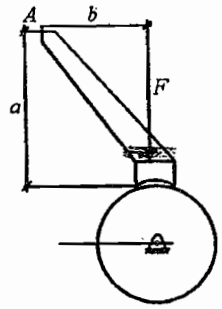
$$T_2 = \frac{\pi f P_{max}}{8}\left(D^2 - d^2\right) = \frac{\pi f P_{max} d^3}{8}\left(\frac{D^2}{d^2} - 1\right)$$

با فرض سایش یکنواخت:

چون $H = T\omega$، بنابراین چون $\omega_1 = \omega_2$ است.

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{2}{3}\left[\frac{(1.25)^3 - 1}{(1.25)^2 - 1}\right] = 1.13$$

۲۷ ـ در سیستم ترمز زیر اگر ضریب اصطکاک بین شافت و لنت برابر با 0.2 باشد، در آن صورت به ازای کدام یک از حالات زیر خاصیت خود قفل‌کنندگی (Self – locking effect) در ترمز وجود خواهد داشت:



۱) دوران شافت $\frac{a}{b} = 5$ cw ۲) دوران شافت $\frac{a}{b} = 5$ ccw

۳) دوران شافت $\frac{a}{b} > 5$ cw ۴) دوران شافت $\frac{a}{b} > 5$ ccw

جواب : گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

برای شکل فوق آستانه حالت خود قفل‌کنندگی فقط در شرایط گردش دیسک در خلاف جهت عقربه‌های ثابت امکان‌پذیر است، به شرطی که:

$$b - fa = 0 \rightarrow b = fa \rightarrow \frac{a}{b} = 5$$

۲۸ ـ در صورتی که ظرفیت دینامیکی یک بلبرینگ و یک رولربرینگ برابر باشد و بتوان از هر دو روی تکیه‌گاه مشخصی استفاده کرد، عمر کدام بیشتر است؟

۱) به اطلاعات دیگری هم نیاز است. ۲) بلبرینگ

۳) رولربرینگ ۴) عمر هر دو مساوی است.

جواب : گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

برای بلبرینگ a=3

$L = \left(\frac{C}{F}\right)^a$ عمر به میلیون دور

بری رولربرینگ a=1.03

چون C و F در این مساله ثابت هستند، پس عمر رولربرینگ بیشتر خواهد بود.

۲۹ ـ دردو چرخدندهٔ درگیر از نوع مخروطی ساده که هر دو هم‌جنس می‌باشند کدام بحرانی‌تر است؟

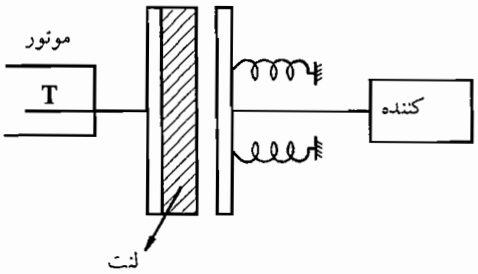
۱) پینیون ۲) چرخ‌دنده

۳) پینیون (اگر راننده باشد) ۴) چرخ‌دنده (اگر راننده باشد)

جواب : گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

معمولا از بین دو چرخدنده درگیر چون سرعت پینتون بیشتر است و از تعداد دندانه‌های کمتری برخوردار است احتمال خوردگی و شکست ناشی از خستگی در آن بیشتر است.

مثال : در سیستم کلاچ زیر که تمام صفحه لنت کوبی شده است، گشتاور اصکاکی انتقالی چقدر است؟



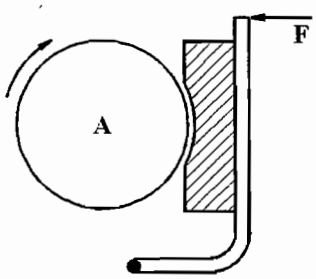
۱) $T = 0$

۲) $\frac{1}{2}T$

۳) T

جواب : $T = 0$ است. زیرا تمام دیسک لنت کوبی شده است.

مثال : در سیستم ترمز کوتاه زیر کدام گزینه صحیح است؟



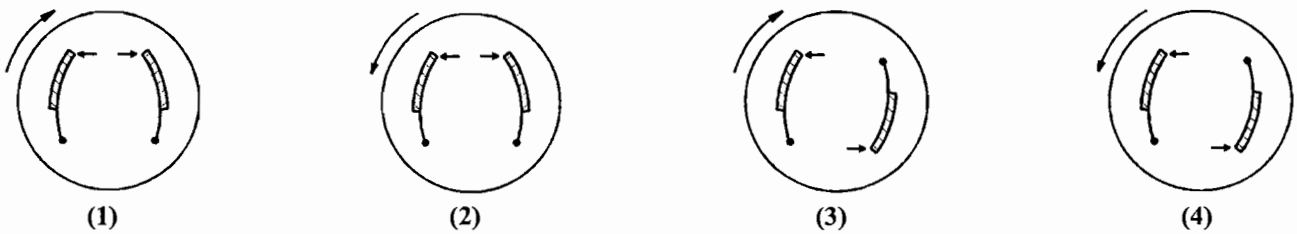
۱) سیستم خاصیت کمک ترمزی دارد.

۲) سیستم خاصیت غیرکمک ترمزی دارد.

۳) نمی توان گفت چون محل هندسی معلوم نمی‌باشد.

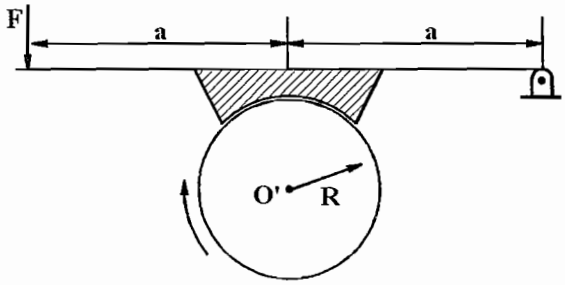
جواب : سیستم خاصیت غیرکمک ترمزی دارد. زیرا ممانی که نیروی F ایجاد می‌کند در خلاف جهت چرخش کاسه چرخ است.

مثال : در سیستم ترمز بلند زیر کدام سیستم ترمز قدرت ترمزی بیشتری دارند.

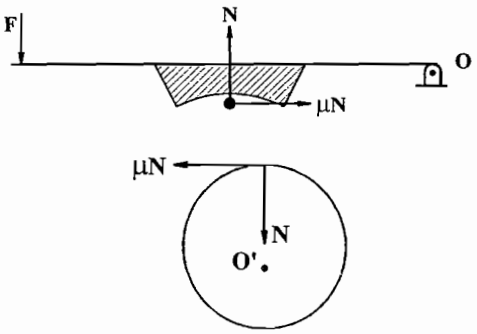


جواب : سیستم (4) بیشترین قدرت ترمزی را دارد، زیرا هر دو لنت آن خاصیت کمک ترمزی دارند (یعنی جهت نیروی محرک F حول پاشنه با جهت چرخش کاسه چرخ یکسان است.) متأسفانه لنتی که قدرت ترمزی بیشتری دارد، همواره در معرض سایش بیشتر و فرسودگی بیشتری است.

مثال : در سیستم ترمز کوتاه زیر اولاً تعیین کنید آیا ترمز خاصیت کمک ترمزی دارد یا غیرکمک ترمزی. همین گشتاور ترمزی را محاسبه نمایید.



جواب : دیاگرام آزاد نیرو را رسم می‌کنیم.



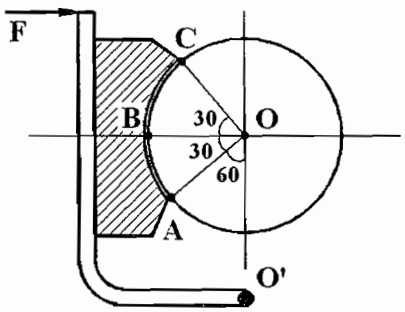
ممانی که نیروی F حول پاشنه O ایجاد می‌کند در خلاف جهت عقربه ساعت است و ممانی که نیروی اصطکاک $f - \mu_N$ حول پاشنه ایجاد می‌کند در خلاف جهت عقربه ساعت است و چون هر دو ممان ایجاد شده توسط F و f هر دو در یک جهت می‌باشند. (یعنی در خلاف جهت عقربه ساعت). پس سیستم خاصیت کمک ترمزی دارد. اگر ممان‌ها در خلاف جهت یکدیگر بودند، لنت خاصیت غیرکمک ترمزی داشت.

$$\sum M_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad -F(Z_a) + N(a) - \mu_N\left(\frac{a}{2}\right) = 0$$

N = محاسبه می‌شود

سپس در رابطه $T = \mu N$ به جای N از بالا مقدار قرار داده گشتاور ترمزی T محاسبه می‌شود.

مثال : در سیستم ترمز بلند زیر کدام گزینه صحیح است؟



۱) $P_A > P_B$

۲) $P_A < P_B$

۳) $P_A = P_B$

جواب : چون ترمز از نوع بلند است، پس توزیع فشار در لنت از معادله زیر تبعیت می‌کند.

$$P_\theta = P_{max}\frac{\sin\theta}{(\sin\theta)_{max}}$$

از طرفی در این نوع سیستم ترمز همواره زوایای θ در معادله بالا نسبت به خط مربع OO' (یعنی خطی که مرکز کاسه را به پاشنه وصل می‌کند) اندازه‌گیری می‌شود.پس:

$\theta_A = 60^\circ$

$\theta_B = 90^\circ$

$\theta_C = 120^\circ$

از طرفی $(\sin\theta)_{max}$ در بین این سه زاویه $\sin 90 = 1$ می‌باشد، پس:

$P_\theta = P_{max} \sin\theta$

$$\begin{cases} P_A = P_{max} \sin 60^\circ \\ P_B = P_{max} \sin 90^\circ \\ P_C = Pl\ max \sin 120^\circ \end{cases} \Rightarrow P_B > Pl\ a$$

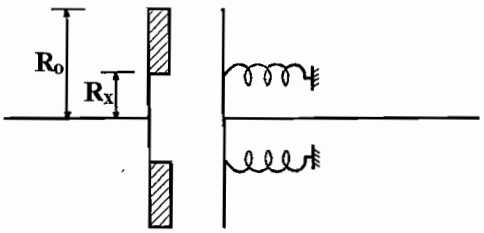
مثال : در کلاچ زیر برای انتقال حداکثر گشتاور اصطکاکی کدام گزینه است؟

(R_i و R_0 شعاع داخلی و خارجی لنت کلاچ است.)

۱) $R_i = 0.2\, R_0$

۲) $R_i = 0.5\, R_0$

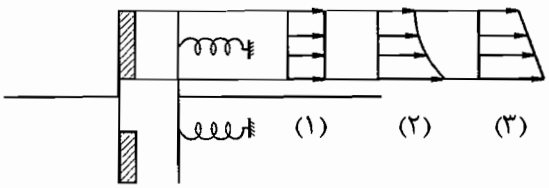
۳) $R_i = 0.8\, R_0$



جواب : گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

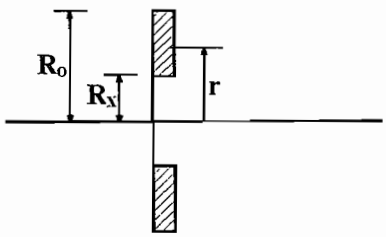
زیرا بیشترین گشتاور اصطکاکی وقتی است که $R_i = 0.5\, R_0$ باشد.

مثال : در سیستم کلاچ زیر کدام توزیع فشار بین لنت صحیح است؟ مشروط به این‌که کهنه باشد.



جواب : گزینه ۲ صحیح می‌باشد. زیرا در لنت کهنه توزیع فشار بین لنت از معادله زیر تبعیت می‌کند و توزیع فشار یک معادله هموگرافیک است.

$$P = P_{max} \frac{R_i}{r}$$



دقت شود که اگر لنت از نوع کهنه نباشد و نو باشد توزیع فشار همواره ثابت عرضی می‌شد و گزینه (۱) جواب مساله می‌شد، ولی در این‌جا چون لنت کهنه است و توزیع فشار طبق معادله بالا هموگرافیک است، پس گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

مثال : در یک بلبرینگ غلتشی کدام گزینه صحیح است؟

۱) قدرت حمل بار در نوع کانراد بیشتر از نوع ناچدار است.

۲) قدرت حمل بار در نوع کانراد کمتر از نوع ناچدار است.

۳) قدرت حمل بار در نوع کانراد مساوی با نوع ناچدار است.

جواب : نوع کانراد یعنی نوع بدون ناچ که هنگام مونتاژ رینگ‌ها و ساچمه‌ها همزمان مونتاژ شده و از تعداد محدودی ساچمه می‌توان استفاده نمود در صورتیکه در نوع ناچدار ابتدا رینگ‌ها و قفسه‌ها مونتاژ شده و سپس ساچمه از داخل ناچها به سمت شیارها هدایت می‌شوند و لذا می‌توان از تعداد ساچمه‌های بیشتری استفاده نمود. لذا در نوع ناچدار با توجه به تعداد ساچمه‌های بیشتر قدرت تحمل بار بیشتر است.

سوالات کنکور کارشناسی ارشد سال ۸۵:

۱ـ یک جعبه دندهٔ حلزونی را یک حلزون دو راهه با قطر $d_w = 50\ mm$ و تعداد دانانه‌های $N_W = 6$ که با سرعت دورانی $\omega_W = 1500$ می‌نماید و یک چرخ حلزون به قطر $d_G = 500\ mm$ و تعداد دندانه‌های $N_G = 60$ تشکیل شده است. نسبت تبدیل در این جعبه دنده و سرعت دورانی چرخ حلزون عبارت هستند از:

۱) 60 : 1 و 25 rpm ۲) 30 : 1 و 50rpm ۳) 15 : 1 و 100 rpm ۴) 10 : 1 و 150 rpm

۲ـ قطعه‌ای قرار است از فولاد چکش خوار طراحی و ساخته شود. بدیهی است در طراحی قطعات از جنس فولاد چکش‌خوار لازم است از معیارهای طراحی مختص اینگونه مواد استفاده شود. چنانچه معیارهایی همچون حداکثر تنش محوری، حداکثر تنش برشی (ترسکا) و انرژی واپیچش (فون میسر) مد نظر باشد:

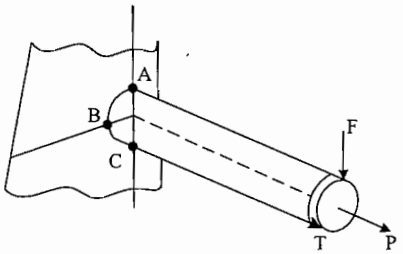
۱) در صورتی که $\sigma_1 , \sigma_2 > 0$ $\sigma_3 < 0$ باشد باید از معیار فون میسز استفاده نمود.

۲) در صورتی $\sigma_1 , \sigma_2 , \sigma_3 < 0$ باشند باید از یکی از معیارهای فون میسز یا حداکثر تنش محوری استفاده نمود.

۳) از هر یک از معیارهای طراحی برای مواد چکش‌خوار می‌توان استفاده نمود و اختلاف چندانی در نتایج حاصله نخواهد بود.

۴) در صورتی σ_1 یا σ_{max} > 0 و σ_2 یا σ_{min} < 0 باشد باید از یکی از معیارهای فون میسز یا ترسکا استفاده نمود

۳ـ شکل شماتیک محوری فولادی (با ازدیاد طول لحظهٔ شکست کمتر از 5%) و نیروهای وارد بر آن نشان داده شده است. هدف طراحی محور بر اساس نیروهای وارد بر آن می‌باشد؟



۱) طراحی باید بر اساس تنش‌های وارده بر نقطه A انجام گیرد.

۲) طراحی باید بر اساس تنش‌های وارده بر نقطه B انجام گیرد.

۳) طراحی باید بر اساس تنش‌های وارده بر نقطه C انجام گیرد.

۴) طراحی باید بر اساس تنش‌های وارده بر نقطه A یا C که نقاط بحرانی هستند و نتیجهٔ طراحی بر اساس هر یک از آن نقاط یکسان خواهد بود انجام گیرد.

۴ـ کدام‌یک از موارد زیر در مورد طناب‌های سیمی صحیح است؟

۱) طناب‌ها در تاب لنگ در برابر سایش و خستگی مقاوم‌تر از طناب‌های با تاب منظم هستند.

۲) طناب‌های با تاب منظم، جهت تابیدن سیم‌ها برای ساختن رشته‌ها، مخالف جهت تابیدن رشته‌ها برای ساختن طناب است.

۳) در طناب‌های با تاب منظم سیم‌ها و رشته‌ها از هم باز نمی‌شوند، در صورتی که احتمال باز شدن سیم‌ها و رشته‌ها در طناب‌های با تاب لنگ زیاد است.

۴) تمام موارد صحیح می‌باشند.

۵ـ در یک کلاچ چند صفحه‌ای (Multiples Clutch) که جمعاً دارای 5 دیسک است قطر خارجی و داخلی صفحات اصطکاک به ترتیب 10 in و 8in می‌باشد. در صورتی که ضریب اصطکاک برابر 0.3 و حداکثر فشار مجاز صفحات $30\ \frac{lb}{in^2}$ باشد حداکثر قدرت قابل انتقال در سرعت 1000 rpm برای حالت کار کرده (ساییده شده) چقدر است؟

۱) تقریباً 37 hp ۲) تقریباً 56 hp ۳) تقریباً 65hp ۴) تقریباً 73hp

۶ـ در یک ترمز کفشکی با کشفک خارجی (External Shoe Brake)؛ کدام گزینه صحیح است؟

۱) وقتی کفشک نسبت به خط واصل مراکز لولا و طبلک دارای تقارن است فشار متبادله در کفشک خود انرژی‌زا بیشتر است و از این جهت نرخ سایش بیشتری دارد.

۲) وقتی لولا در یک انتهای بازوی حامل کفشک قار داشته باشد فشار متبادله کفشک و طبلک متناسب با سایش راستای شعاعی نقاط مختلف کفشک است.

۳) وقتی کفشک حول خط واصل مراکز لولا و طبلک دارای تقارن است، فشار متبادله کفشک و طبلک غیریکنواخت و متناسب با سینوس زاویه تعیین موقعیت نقاط کفشک نسبت به خط تقارن مذکور است.

۴) وقتی لولا در یک انتهای بازوی حامل کفشک قرار داشته باشد فشار متبادله کفشک و طبلک غیریکنواخت و متناسب با زاویه تعیین موقعیت نقاط طبلک نسبت به خط واصل مراکز لولا و طبلک (برحسب رادیان) است.

۷ـ در انتقال قدرت معین توسط یک زوج چرخدنده ساده (Spur Gear) با انتخاب زاویه فشار بزرگتر، شرایط کدام گزینه فراهم می‌شود؟

۱) از حداقل تعداد دندانه کوچک‌تری برای پینیون می‌توان استفاده کرد و لذا قطر چرخدنده‌های لازم کوچک‌تر می‌باشد.

۲) از حداقل تعداد دندانه بیشتری برای پینیون باید استفاده کرد و لذا قطر چرخدنده‌های لازم بزرگتر می‌باشد.

۳) از مدول بزرگتری برای چرخدنده‌ها باید استفاده کرد و لذا قطر چرخدنده‌های لازم بزرگ‌تر می‌باشد.

۴) از مدول کوچک‌تری برای چرخدنده‌ها باید استفاده کرد و به این علت قطر چرخدنده‌های لازم کوچک‌تر می‌باشد.

۸ـ در یک سیستم تسمه انتقال قدرت از نوع باز (Open Belt Drive) از تسمه چرمی با خاصیت پیروی از قانون هوک استفاده شده است. در شرایط عملکرد فعلی نیروی کشش ناشی از گریز از مرکز 10% نیروی کششی اولیه در تسمه است. هر گاه نیروی کشش اولیه به میزان 19% نسبت به شرایط فعلی افزایش داده شود، حداکثر قدرت قابل انتقال چقدر افزایش خواهد یافت؟

۱) 12.0% ، دوازده درصد افزایش می‌یابد.

۲) 19%، نوزده درصد افزایش می‌یابد.

۳) 21%، بیست و یک درصد افزایش می‌یابد.

۴) 0%، افزایش نمی‌یابد.

۹ـ به منظور پایداری بهتر محور چرخ جلوی خودرو بارکش و به دلیل تأثیر بارهای بزرگ، از دو یاتاقان غلتشی استفاده می‌شود که به صورت زیر همبندی (یا مونتاژ) شده‌اند:

۱) یاتاقان‌بندی دو یاتاقان مایل کف گرد ثابت

۲) یاتاقان‌بندی دو یاتاقان مایل یکی کف‌گرد ثابت

۳) یاتاقان‌بندی دو یاتاقان مایل در ترتیب "X" (یا DF یا رو به رو)

۴) یاتاقان‌بندی دو یاتاقان مایل در ترتیب "D" (یا DB یا پشت به پشت)

۱۰ـ در یک گیربکس کاهنده سرعت سه مرحله‌ای با کل درجهٔ تبدیل $i_{total} = |200|$، نسبت تعداد دندانه برای هر مرحله به صورت زیر انتخاب می‌شوند:

۱) $U_{total} = U_I \times U_{II} \times U_{III} = 10 \times 5 \times 4$

۲) $U_{total} = U_I \times U_{II} \times U_{III} = 9.5 \times 5.5 \times 3.8$

۳) $U_{total} = U_I \times U_{II} \times U_{III} = 20 \times 5 \times 2$

۴) $U_{total} = U_I \times U_{II} \times U_{III} \times 9 \times 5 \times 4.444$

پاسخ سوالات کارشناسی ارشد سال ۸۵:

۱ـ گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

نکته

نسبت تبدیل در حلزون و چرخ حلزون به تعداد دندانه‌های حلزون و همین‌طور قطر آنها بستگی ندارد بلکه از نسبت تعداد نخ‌ها (راه‌ها)ی حلزون به تعداد دندانه‌های چرخ حلزون به دست می‌آید. این ارتباط، مانند پیچ مهره است، دوران کامل یک پیچ یک راهه (حلزون) موجب جابجایی مهره به اندازه یک گام پیچ می‌شود. (چرخ حلزون، یک دندانه دوران می‌کند.)

$$\text{نسبت تبدیل} = \frac{\text{تعداد دندانه‌های چرخ حلزون}}{\text{تعداد نخ‌های حلزون}} = \frac{60}{2} = 30$$

$$\frac{W_G}{W_w} = \frac{N_w}{N_G} = \frac{2}{60} = \frac{1}{30} \Rightarrow W_G = \frac{1500}{30} = 50\,\text{rpm}$$

۲ـ گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

برای مواد نرم بیشتر از معیارهای ترسکا و فون میزز استفاده می‌شود و از معیار حداکثر تنش محوری تقریباً استفاده نمی‌شود و بنابراین برای هر نوع میدان تنشی از هر دو معیار ترسکا و وان میزز می‌توان استفاده کرد و نتایج اختلاف چندانی نخواهند داشت. توجه شود که همیشه معیار ترسکا از معیار وان میزز کمی محافظه‌کارانه‌تر می‌باشد.

جزوه پارسه برای مطالعه بیشتر به قسمت تنش‌های معادل از جزوه طراحی اجزاء ارجاع داده می‌شود.

۳ـ گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

اثر (تنش‌های ناشی) از نیرو P و گشتاور T برای هر سه المان برابر است. برای نیروی F در دو المان A و C تنش نرمال ناشی از گشتاور خمشی ایجاد می‌کند که برای المان‌های A و C به ترتیب کششی و فشاری است و برای المان B تنش برشی ایجاد می‌کند و همان‌طور که می‌دانیم اثر نیروی F در تنش‌های نرمال حاصل از گشتاور خمشی بیشتر از برش است و چون هم تنش حد دوام در تنش‌های کششی کمتر و هم اثر تنش نرمال حاصل از F و P در المان A با هم جمع می‌شوند پس المان A بحرانی است و بر اساس آن باید طراحی صورت گیرد.

نکته

ازدیاد طول در لحظه شکست یا کرنش نهایی مواد معیاری است تقریبی برای نرم یا ترد بودن قطعات که اگر ε_f یا کرنش نهایی در قطعه‌ای زیر 2% درصد باشد ترد است و اگر بالای 5% باشد نرم محسوب می‌شود.

جزوه پارسه برای مطالعه بیشتر به قسمت خمشی تحت بارهای ترکیبی از جزوه مقاومت مصالح ارجاع داده می‌شود.

۴ ـ گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

نکته

طناب‌های سیمی به دو روش کلی پیچیده می‌شوند:

۱ـ تاب معمولی (منظم): در این روش سیم‌ها به یک جهت تابیده می‌شوند تا رشته‌هایی را به وجود می‌آورند. سپس رشته‌ها به جهت عکس تابیده می‌شوند تا کابل را بسازند. در چنین کابلی سیم‌ها تقریباً موازی محور کابل دیده می‌شوند. طناب‌های با تاب منظم نه از هم باز می‌تابند و نه چمبره می‌شوند، از این‌رو کار با آنها آسان است.

۲ـ تاب لنگ (هم‌جهت یا بلند): در این روش جهت تابیدن سیم‌ها و رشته‌ها یکسان است. از این‌رو راستای سیم بیرونی نسبت به محور کابل مورب دیده می‌شود. این کابل‌ها از مقاومت بیشتری در برابر ساییدگی و شکست خستگی برخوردارند ولی تمایل به باز شدن و چمبره شدن دارند.

۵ ـ گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

نکته

لنت یا دیسک‌های نو بیشتر در حالت فشار یکنواخت کار می‌کنند و پس از مدتی کارکرد به حالت سایش یکنواخت تبدیل می‌شوند.

$$T = \frac{\pi}{8} P_a f d \left(D^2 - d^2\right) = 324\pi \text{lb.in} = 36.6\pi \text{N.m}$$

$$\therefore \quad P_1 = \frac{T}{746} \cdot \frac{2\pi n}{60} = \frac{36.6\pi}{746} \cdot \frac{2\pi \times 1000}{60} = 16.14 \text{ hP}$$

5 دیسک شامل دو دیسک (دو طرفه) انتقال توان و سه دیسک مرتبط می‌باشند لذا:

$$P = P_1 \times 4 = 64.6 \text{ hp} = 65 \text{ hp}$$

نکته

تبدیل واحدهای زیر در حل استفاده شده است:

$1\,hp = 746\,watt$

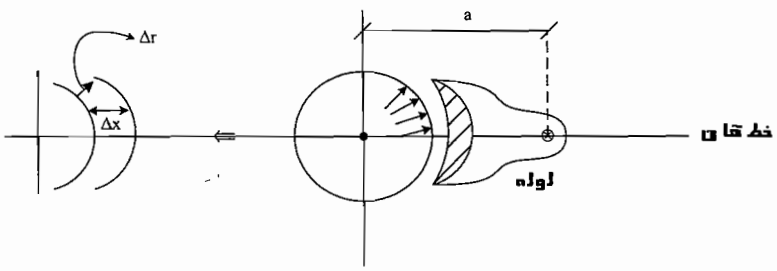
$1\,lb = 4.44\,N$

$1\,in = 25.4\,mm = 2.54 \times 10^{-2}\,m$

۶ـ گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

نکته

در ترمزهای کفشکی با کفشک خارجی وقتی لولا در یک انتهای بازوی حامل کفشک قرار دشته باشد فشار تبادله کفشک و طبلک متناسب با سایش راستای شعاعی نقاط مختلف کفشک است و همچنین وقتی کفشک نسبت به خط واصل مراکز لولا و طبلک دارای تقارن باشد فشار متبادله کفشک و طبلک غیریکنوخت و متناسب با کسینوس زاویه تعیین موقعیت نقاط کفشک نسبت به خط تقارن مذکور است.



$$\Delta r = \Delta x \cos\theta \quad \rightarrow \quad P = Pa\cos\theta = \frac{Pa\Delta r}{\Delta x}$$

که با فرض اینکه لنت شکل ترمزی خود را حفظ می‌کند Δx ثابت است.

$P \sim \cos\theta\ ,\ P \sim \Delta r$

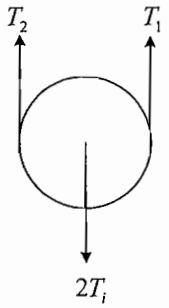
۷ـ گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

با انتخاب زاویه فشار بزرگ‌تر، دایرهٔ مبنا کوچک‌تر می‌شود، تداخل کاهش می‌یابد پس نیروهای شعاعی افزایش پیدا کرده و نسبت درگیری کمتر می‌شود و همچنین اندازه چرخنده کوچک‌تر می‌شود و در نتیجه تعداد دندانه‌های آن کاهش می‌یابد.

جزوه پارسه برای مطالعه بیشتر به قسمت چرخنده‌ها از جزوه طراحی اجزاء ارجاع داده می‌شود.

۸ـ گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

طبق قانون هوک:



$$\begin{cases} T_1 + T_2 = 2T_i \\ \dfrac{T_1}{T_2} = e^{\mu\theta} = h \Rightarrow (Tc \text{ به علت وجود نیروی کششی حاصل از گریز مرکز}) \quad \Rightarrow \dfrac{T_1 - T_c}{T_2 - T_c} = e^{\mu\theta} = h \\ (T_1 - T_2)V = P \end{cases}$$

$$\text{حالت اول} \Rightarrow \frac{T_1 - T_c}{T_2 - T_c} = e^{\mu\theta} = h \quad , \quad T_1 + T_2 = 2T_i \quad , \quad T_c = 0.1T_i$$

$$\Rightarrow \frac{T_1 - 0.1T_i}{T_2 - 0.1T_i} = h \quad \Rightarrow \quad T_1 = \frac{h}{h+1}\left(1.9 + \frac{0.1}{h}\right)T_i \quad \Rightarrow \quad T_2 = T_c + \frac{(T_1 - T_c)}{h}$$

$$\text{حالت دوم} \Rightarrow \frac{T_1' - T_c}{T_2' - T_c} = e^{\mu\theta} = h \ , \ T_1' + T_2' = 2T_i' = 2 \times (1.19T_i) = 2.38T_i$$

$$\Rightarrow T_1' = \frac{h}{h+1}\left(2.28 + \frac{0.1}{h}\right)T_i \quad , \quad T_2' = T_c + \frac{T'_1 - T_c}{h}$$

$$\Rightarrow \frac{P'}{P} = \frac{(T_1' - T_2')V}{(T_1 - T_2)V} = \frac{T_1'\left(T_c + \dfrac{T_1' - T_c}{h}\right)}{T_1 - \left(T_c + \dfrac{T_1 - T_c}{h}\right)} \Rightarrow$$

$$\frac{P'}{P} = \frac{\dfrac{h+1}{h}(T_1' - T_c)}{\dfrac{h+1}{h}(T_1 - T_c)} = \frac{\dfrac{h}{h+1}\left(\left(2.28 + \dfrac{0.1}{h}\right)T_i - 0.1T_i\right)}{\dfrac{h}{h+1}\left(\left(1.9 + \dfrac{0.1}{h}\right)T_i - 0.1T_i\right)} = \frac{2.18}{1.8} = 1.21$$

جزوه پارسه برای مطالعه بیشتر به قسمت ترمز تسمه‌ای از جزوه طراحی اجزاء ارجاع داده می‌شود.

۹ـ گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

نکته

در مواردی که حداکثر سفتی و مقاومت در برابر انحراف راستای محور موردنظر باشد از ترکیبد و بلبرینگ تماس زاویه‌ای (مخروطی) در کنار هم (دوتایی) استفاده می‌شود و سه حالت مختلف برای نصب وجود دارد:

۱ـ حالت روبه‌رو (DF): که در این حالت بلبرینگ‌ها قادر به تحمل بارهای شعاعی بزرگ و بارهای محوری از هر دو سمت می‌باشند.

۲ـ پشت به پشت (DB): در این حالت مجموعه مقاومت بیشتری در برابر ناهمراستایی محور دارد و نیز در این حالت هم قادر به تحمل بارهای شعاعی نسبتاً بزرگ و بارهای محوری از هر دو سمت می‌باشد.

۳ـ حالت پشت سر هم (DT): که این حالت بیشتر برای مواردی استفاده می‌شود که بار محوری همیشه از یک سمت وارد می‌شود.

در مواردی که کنس خارجی حرکت می‌کند (توپی ماشین) از حالت پشت به پشت استفاده می‌شود.

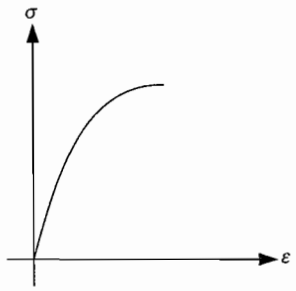
---

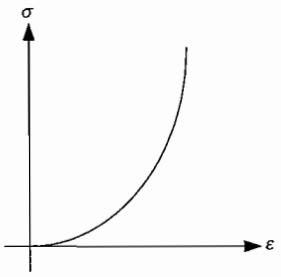
۱۰ ـ گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

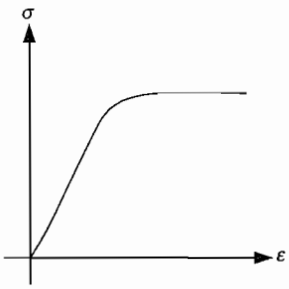
در طراحی تعداد دنده چرخ‌دنده درگیر را به نحوه‌ای می‌گیرند که نسبت به هم اول باشند علت این کار آن است که چنانچه تعداد دندانه‌ها ضریبی از هم باشند (نسبت تبدیل صورت عدد طبیعی) در دنده‌های یکسان در هر دور همدیگر را ملاقات می‌کنند. بنابراین نسبت تبدیل چرخ‌دنده‌ها باید عدد اعشاری باشد.

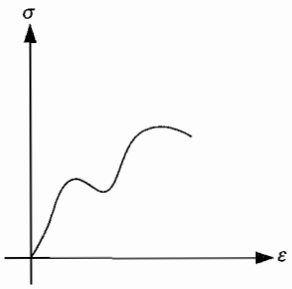
سوالات کنکور کارشناسی ارشد سال ۸۶:

۱ـ نمودار تنش و کرنش برای مواد ترد کدام است؟

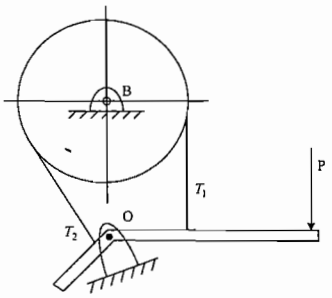
۱)


۲)


۳)


۴)


۲ـ در ترمز نواری دیفرانسیلی زیر، تسمه‌های T_1 و T_2 بر میله پایه عمودند و فاصله محل اتصال آنها تا مفصل O به ترتیب m_1 و m_2 هستند. ترمز گشتاور پیچشی T را به مرکز دیسک اعمال می‌کند.



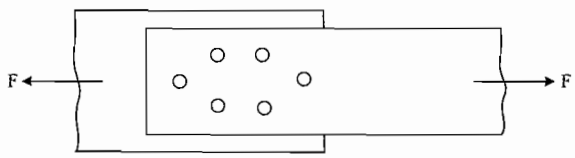
۱) $T_2 = e^{\mu\alpha}T_1 \ , \ T = r(T_2 - T_1)$

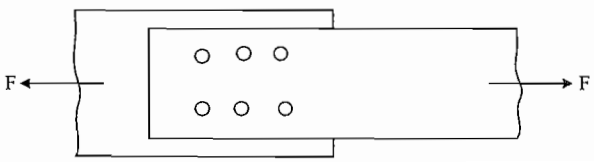
۲) $T_2 = e^{\mu\alpha}T_1 \ , \ T = r(T_1 - T_2)$

۳) $T_1 = e^{\mu\alpha}T_2 \ , \ T = r(T_2 - T_1)$

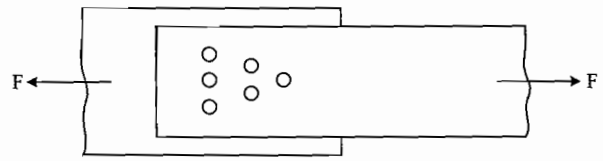
۴) $T_1 = e^{\mu\alpha}T_2 \ , \ T = r(T_1 - T_2)$

۳ـ در یک اتصال پرچی از شش پرچ استفاده شده است. چیدمان پرچ‌ها در اتصال چگونه باید باشد؟

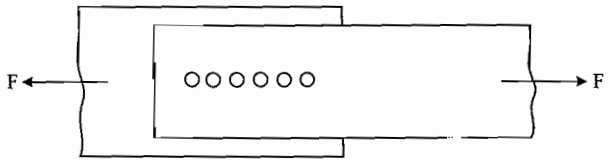
۱)


۲)


۳)



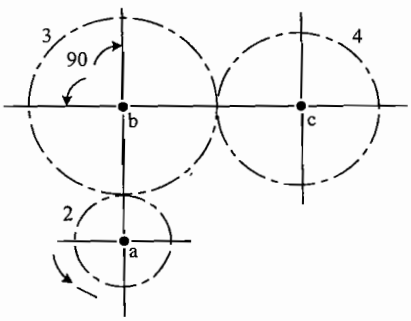
۴)



۴ ـ بلبرینگ ساده (DeepGrove) می‌تواند قابلیت زیر را از خود نشان دهد:

۱) گشتاور تکیه‌گاهی شافت را تحمل نماید.
۲) فقط نیروی شعاعی تحمل کند.
۳) فقط نیروی محوری تحمل نماید.
۴) به میزان محدودی نیرو در جهات مختلف تحمل کند.

۵ ـ در شکل داده شده، چرخ دنده‌های 2 و 3 و 4 به ترتیب محرک، هرزگرد و متحرک می‌باشند. در این‌صورت کدام عبارت صحیح است؟



۱) دندانه‌های 2 و4 تحت خمش یک طرفه و 3 تحت خمش دو طرفه می‌باشند.
۲) دندانه‌های 2 و 4 تحت خمش دو طرفه و 3 تحت خمش یک طرفه می‌باشد.
۳) دندانه‌های هر سه چرخ‌دهنده تحت خمش یک‌طرفه می‌باشند.
۴) دندانه‌های هر سه چرخ‌دنده خمش دوطرفه می‌باشند.

۶ ـ یک پیچ متریک M10 با مقطع کششی $70\,mm^2$ از گرید 5.8 قرار است برای اتصال دائم دو قطعه به کار رود. گشتاور پیچشی لازم جهت سفت کردن پیچ تقریباً برابر است با: $(S_P = 340\,MPa)$

۱) 8Nm ۲) 21Nm ۳) 43Nm ۴) 65Nm

۷ ـ یک قطعه تحت تنش خمش کاملاً معکوس σ_1، 40 ساعت و تحت تنش σ_2، 50 ساعت کار می‌کند. اگر 30 ساعت تحت σ_1 باشد پس از آن چقدر تحت σ_2 دوام می‌آورد؟

۱) 7.5 ساعت ۲) 10 ساعت ۳) 12.5ساعت ۴) 15 ساعت

۸ ـ در فنرهای مارپیچ فشاری، با کاهش اندیس فنر $C = \frac{D}{d}$، د صورتی که سایر پارامترها ثابت باشند، یکی از تغییرات زیر حاصل می‌شود:

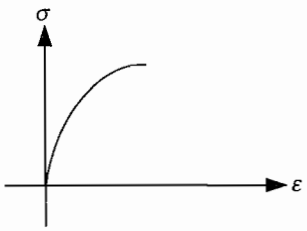
۱) ضریب فنریت فنر کاهش می‌یابد.
۲) ضریب فنریت فلز افزایش می‌یابد.
۳) تنش برشی در مقطع فنر افزایش می‌یابد.
۴) طول مرده (جامد) فنر بیشتر می‌شود.

پاسخ سوالات کارشناسی ارشد سال ۸۶:

۱ـ گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

نکته

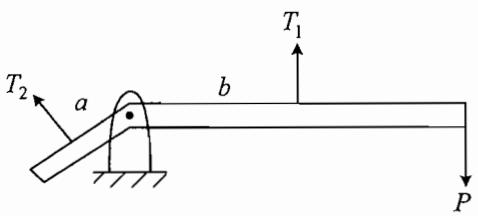
مواد ترد رفتار پلاستیک نسبتاً کمی دارند پس در این مواد ناحیه پلاستیک کمی در نمودار تنش کرنش آنها یافت می‌شود و تغییر طول نهایی یا کرنش نهایی آنها قبل از شکست کم (معمولاً کمتر از 2% می‌باشد.) و در این مواد تنش تسلیم و تنش نهایی شکست تقریباً با هم برابر می‌باشند.



۲ـ گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

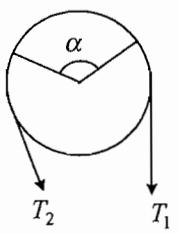
با توجه به دیاگرام آزاد میله و تعادل آن طول لولای O واضح است که:

$$\Rightarrow P \times L + T_2 \times a = T_1 \times b \Rightarrow T_1 > T_2$$



و با توجه به وجود اصطکاک تسمه با پولی خواهیم داشت:

$$\rightarrow \frac{T_1}{T_2} = e^{\mu\alpha}$$



پس در نتیجه داریم:

$$T_1 = T_2\, e^{\mu\alpha}$$

و برای گشتاور اعمالی روی پولی یا چرخ هم خواهیم داشت:

$$T = \left(T_1 - T_2\right) r = \left(e^{\mu\alpha} - 1\right) T_2 r$$

جزوه پارسه برای مطالعه بیشتر به قسمت ترمز تسمه‌ای از جزوه طراحی اجزاء ارجاع داده می‌شود.

۳ـ گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

با توجه به یکی بودن تعداد پیچ در همه اتصال‌ها پس تنش میانگین وارده به پرچ‌های یکسان می‌باشد ولی چون در اتصال 1 تغییرات سطح مقطع چیدمان پیچ‌ها نسبت به سایر گزینه‌ها کمتر و از نظم بهتری در تغییر سطح مقطع چیدمان پرچ‌ها برخوردار است پس این چیدمان بهتر می‌باشد.

۴ـ گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

نکته

بلبرینگ ساده نیروی شعاعی خوبی تحمل می‌کند و معمولاً برای تحمل نیروهای شعاعی طراحی می‌شود و اما علاوه بر نیروی شعاعی نیروی محوری هم به میزان محدودی تحمل می‌کند.

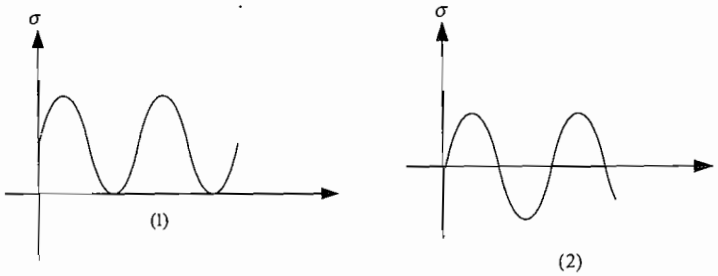
که احتمالاً در این تست نظر طراح گزینه ۴ بوده است.

۵ـ گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

در چرخدنده‌های محرک و متحرک همان‌طور که می‌دانیم جهت نیرو در یک سمت و تنش خمشی ایجاد شده نیز در یک سمت و یک طرفه می‌باشد ما در چرخ‌دنده هرزگرد دندانه‌های آن در تماس با دندانه‌های محرک نیروی در یک سمت و در تماس با دندانه‌های چرخ‌دنده متحرک نیرویی در سمت دیگر تحمل می‌کنند پس در کل دندانه‌های چرخ‌دنده هرزگرد نیرویی درهر دو سمت و در نتیجه تنش خمشی ناشی از آن نیز دو طرفه می‌باشد.

نکته

در طراحی چرخ‌دهنده‌ها برای محاسبه S_e و اثر ضرایب آن، k_f برای چرخ‌دنده‌هایی که تحمل تنش یک‌طرفه همانند نمودار (۱) می‌کنند $k_f > 1$ می‌باشد و اما برای چرخ‌دهنده‌های تحت تنش دو طرفه $k_f = 1$ می‌شود (نمودار (۲))



۶ـ گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

نکته

برای پیچ‌های متریک، از گرید آنها اطلاعات زیر قابل حصول می‌باشد.

$$\text{گرید } x.y \Rightarrow \begin{cases} S_{ut} = x \times 100 \\ \dfrac{S_y}{S_{ut}} = y \end{cases} \quad , \quad Mx \Rightarrow d = x\,mm$$

در نتیجه برای این تست داریم:

$$\text{گرید } 5.8 \Rightarrow \begin{cases} S_{ut} = 5 \times 100 = 500\,MPa \\ \dfrac{S_y}{S_{ut}} = 0.8 \Rightarrow S_y = 450\,MPa \end{cases} \quad , \quad M10 \Rightarrow d = 10\,mm$$

نکته

برای پیچ‌ها استحکام تثبیت مهم است که از رابطه زیر به دست می‌آید

$$S_P = 0.85 S_y$$

و برای این تست داریم:

$$S_P = 0.85 \times 450 = 340\,MPa$$

نکته

برای به دست آوردن پیش بار در اتصال قطعات با پیچ داریم:

$$f_i = \begin{cases} 0.75\ S_P A_t & \text{اتصال‌هایی که باز و بسته می‌شود} \\ 0.9 S_P A_t & \text{اتصال دائم} \end{cases}$$

و همین‌طور با تقریب مناسب گشتاور پیچشی لازم جهت سفت کردن برابر است با:

$$T = 0.2 F_i d$$

در نتیجه برای این تست داریم:

اتصال دایم : $F_i = 0.9 S_P A_t = 0.9 \times 340 \times 70 = 21420\,N$

$$\Rightarrow T = 0.2 F_i d = 0.2 \times 21420 \times 10 \times 10^{-3} = 42.84\,N.m \approx 43\,N.m$$

۷ ـ گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

نکته

با توجه به اصل خستگی بر اثر جمع آثار خواهیم داشت که:

$$\sum \frac{n_i}{N_i} = 1 \text{ که } \begin{cases} n_i : & \text{عمری که قطعه تحت تنش } \sigma_i \text{ کار کرده} \\ N_i : \sigma_i & \text{عمری کلی قطعه تا شکست تحت تنش} \end{cases}$$

با توجه به این اصل برای این سوال داریم:

$$\sigma_1 \Rightarrow \begin{cases} n_1 = 30 \\ N_1 = 40 \end{cases} \qquad \sigma_2 \Rightarrow \begin{cases} n_2 = ? \\ N_2 = 50 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sum \frac{n_i}{N_i} = 1 \Rightarrow \frac{30}{40} + \frac{n_2}{50} = 1 \Rightarrow n_2 = 12.5$$

روش ریاضی: با توجه به اینکه عمر قطعه تحت تنش σ_1 برابر 40 ساعت است و قطعه موردنظر تحت این تنش 30 ساعت کار کرده است پس $\frac{30}{40} = \frac{3}{4}$ عمر آن هدر رفته و تنها $\frac{1}{4}$ از عمر آن باقی است و چون عمر قطعه در حالت سالم تحت تنش σ_2 برابر 50 ساعت می‌باشد و حال که تنها $\frac{1}{4}$ از عمر باقی است پس مقدار ساعت تحملی تحت تنش σ_2 برابر است با:

$$n_2 = \frac{1}{4} \times 50 = 12.5$$

۸ ـ گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

برای فنر مارپیچ داریم:

$$\tau = \left(1 + \frac{0.5}{C}\right)\frac{8FD}{\pi d^3}$$

$$K = \frac{d^4 G}{8D^3 N}$$

با توجه به اینکه $\frac{D}{d}$ کاهش یافته یعنی C کم شده پس قسمت ضریب تنش برشی افزایش یافته ولی قسمت دوم آن کاهش یافته و نمی‌توان در مورد تنش برشی نظر داد (احتمالاً کم شده) ولی برای ضریب فنریت می‌توان به قطع گفت که افزایش یافته است. چون برای اینکه $\frac{D}{d}$ کاهش یابدیا باید D کاهش بیابد یا d افزایش، که در هر دو این‌صورت k افزایش می‌یابد.

جزوه پارسه برای مطالعه بیشتر به قسمت فنرها از جزوه طراحی اجزاء ارجاع داده می‌شود.

سوالات کنکور کارشناسی ارشد سال ۸۷:

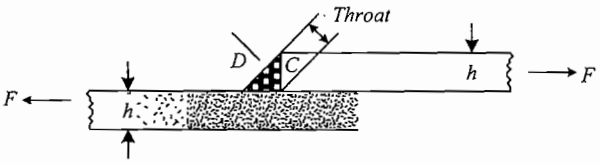
۱ـ در جوش نشان داده شده h اندازه ساق و L طول جوش می‌باشد. معمولاً طراحی این نوع جوش براساس تنش برشی $\frac{\sqrt{2}F}{hL}$ می‌باشد. زیرا:

۱) این مقدار بیشترین تنش اصلی می‌باشد.

۲) تنش فون میز در سطح گلویی BD برابر $\frac{\sqrt{2}F}{hL}$ می‌باشد.

۳) تنش برشی ماکزیمم در سطح گلویی BD برابر $\frac{\sqrt{2}F}{hL}$ می‌باشد.

۴) این مقدار از تقسیم نیروی F به سطح گلویی به‌دست می‌آید که از تنش برشی ماکزیمم بیشتر و محافظه‌کارانه می‌باشد.



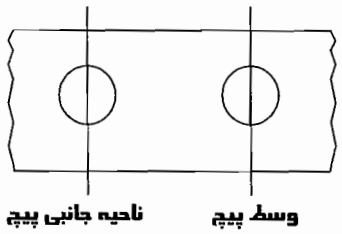
۲ـ پلاک‌های ارتوپدی عموماً دچار چه نوع تخریبی می‌شوند؟

۱) خم‌شدگی از وسط یکی از پیچ‌ها

۲) شکستگی از وسط یکی از پیچ‌ها

۳) خم‌شدگی از ناحیه جانبی یکی از پیچ‌ها

۴) شکستگی از ناحیه جانبی یکی از پیچ‌ها



۳ـ چنانچه در ترمزهای کاسه‌ای، M_N و M_f به‌ترتیب گشتاور نیروهای عمودی و مماسی بین لنت و استوانه نسبت به لولای نصب شده در انتهای لنت باشد، خود انرژی‌زایی (self-energizing) وقتی وجود دارد که:

۱) $M_f = 0$ یا $M_N = 0$

۲) M_N و M_f همدیگر را تقویت کنند. (هم‌جهت هم باشند)

۳) M_N و M_f همدیگر را تضعیف کنند. (در خلاف‌جهت هم باشند)

۴) اول باید مشخص شود که لنت در داخل یا خارج استوانه قرار دارد و سپس در مورد آن اظهار نظر کرد.

۴ـ در یک جعبه دنده تسمه‌ای، در صورت استفاده از حداکثر تنش مجاز چر از یک سرعت معین به بعد، انتقال توان کاهش می‌یابد؟ (ضریب اصطکاک ثابت است)

۱) به‌دلیل افزایش تنش خمشی در تسمه

۲) به‌دلیل افزایش تنش اضافه بر لبه‌ی تسمه

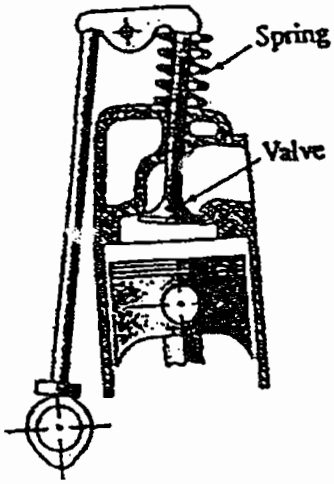
۳) به‌دلیل افزایش تنش کششی در قسمت بار تسمه

۴) به‌دلیل افزایش تنش کششی نیروی گریز از مرکز

۵ـ حداقل تعداد دندانه یک چرخدنده سیکلوئیدی که در پمپ استفاده می‌شود، چند است؟

۱) 2 عدد ۲) 4 عدد ۳) 6 عدد ۴) 8 عدد

۶ـ فنر نشان داده شده در شکل، هنگام بسته بودن سوپاپ نیروی 300N و هنگام باز بودن نیروی 600N را تحمل می‌کند. قطر مفتول فنر 5mm، قطر فنر 25mm، $S_e = 500MPa$، $S_{se} = 300MPa$، $S_{ut} = 1200MPa$ و $S_{sut} = 840MPa$ می‌باشند. ضریب اطمینان خستگی براساس معیار گودمن چقدر است؟ از ضرایب تمرکز تنش K_s و K_B صرف‌نظر کنید.



۱) $n = 0.8$

۲) $n = 1.2$

۳) $n = 1.8$

۴) $n = 2.9$

۷ـ در نقطه‌ای از یک قطعه (نقطه A) که تحت تنش‌های دوبعدی قرار دارد، تنش‌های وارده با هم برابر و مقداری جزئی (ε) کمتر از حد تسلیم قطعه می‌باشند. به‌عبارت دیگر $\sigma_1 = \sigma_2 = S_y - \varepsilon$ است (ε آن مقدار جزئی است). در نقطه دیگری از همان قطعه (نقطه B) تنش‌های عبارتند از: $\sigma_2 = 0$، $\sigma_1 = S_y - \varepsilon$. کدام‌یک از عبارات زیر درخصوص این دو نقطه صحیح می‌باشد؟ (ماده از جنس فولاد چکش‌خوار است.)

۱) براساس نتایج تجربی و نظریه واپیچش (فون میسز)، احتمال واماندگی در نقطه A بیشتر است.

۲) براساس نتایج تجربی و نظریه حداکثر کرنش محوری، احتمال واماندگی در نقطه B بیشتر است.

۳) براساس نظریه حداکثر تنش برشی (ترسکا)، احتمال واماندگی در نقطه B بیشتر است.

۴) احتمال واماندگی براساس نتایج تجربی و همچنین براساس نظریه‌های موجود (حداکثر تنش محوری، ترسکا، فون‌میسز، حداکثر کرنش محوری) یکسان می‌باشد.

پاسخ سوالات کنکور کارشناسی ارشد سال ۸۷:

۱ـ گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

جزوه پارسه برای مطالعه بیشتر به قسمت جوش‌ها از جزوه طراحی اجزاء ارجاع داده می‌شود.

۲ـ گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

۳ـ گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

جزوه پارسه برای مطالعه بیشتر به قسمت کلاچ از جزوه طراحی اجزا ارجاع داده می‌شود.

۴ـ گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

با افزایش سرعت از یک سرعت معین، باعث افزایش نیروی گریز از مرکز تسمه شده و به نوعی تماس تسمه با پولی یعنی نیروی عمودی بین تسمه و پولی کاهش می‌یابد که کاهش این نیرو باعث کاهش نیروی اصطکاک بین پولی و تسمه می‌شود و در نتیجه انتقال توان کاهش می‌یابد.

۵ـ گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

۶ـ گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

ابتدا نیروی متوسط و نیروی نوسانی را محاسبه و از روی آن‌ها تنش متوسط و تنش نوسانی را در فنر به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{matrix} F_{max}=600N \\ F_{min}=300N \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} F_m=\dfrac{600+300}{2}=450N \\ F_a=\dfrac{600-300}{2}=150N \end{cases}$$

تنش در فنر مارپیچ برشی است و به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\tau=\underbrace{\frac{4F}{\pi d^2}}_{\text{ناشی از برش}}+\underbrace{\frac{8FD}{\pi d^3}}_{\text{ناشی از پیچش}}=F\left(\frac{4}{\pi d^2}+\frac{8D}{\pi d^3}\right) \rightarrow \begin{cases} F_m=450N \rightarrow \tau_m=450\left(\dfrac{4}{\pi\times5^2}+\dfrac{8\times25}{\pi\times5^3}\right) \\ F_a=150N \rightarrow \tau_a=150\left(\dfrac{4}{\pi\times5^2}+\dfrac{8\times25}{\pi\times5^3}\right) \end{cases}$$

چون تنها برش هستند پس در معیار گودمن از S_{se} و S_{sut} استفاده می‌کنیم:

$$\rightarrow \begin{cases} \tau_m=\dfrac{44\times450}{25\pi} \\ \tau_a=\dfrac{44\times150}{25\pi} \end{cases}$$

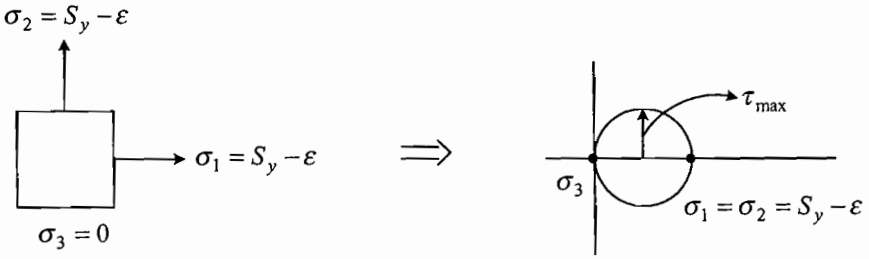
$$\text{معیار گودمن}: \frac{\tau_m}{S_{sut}}+\frac{\tau_a}{S_{se}}=\frac{1}{n} \rightarrow \frac{\frac{44\times450}{25\pi}}{840}+\frac{\frac{44\times150}{25\pi}}{300}=\frac{1}{n}\approx\frac{44}{50\pi}+\frac{44}{50\pi}=\frac{1}{n} \rightarrow n\approx\frac{50\pi}{88}=1.78\simeq1.8$$

جزوه پارسه برای مطالعه بیشتر به فصل طراحی خستگی جزوه طراحی اجزاء ارجاع داده می‌شود.

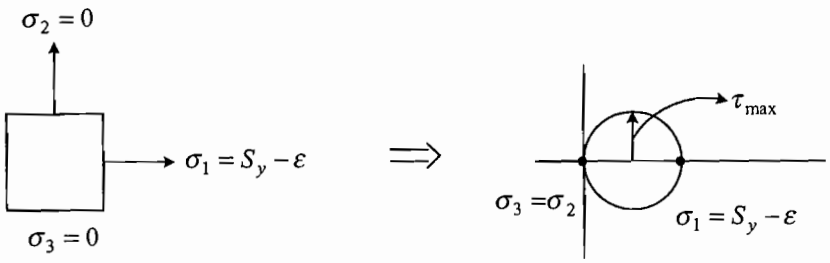
۷ ـ گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

ابتدا دایره مور را برای هر دو نقطه A و B و با در نظر گرفتن تنش در هر سه بعد رسم می‌کنیم:

نقطه A :



نقطه B :



حال برای معیار حداکثر تنش محوری چون حداکثر تنش محوری در هر دو نقطه برابر $S_y - \varepsilon$ می‌باشد پس احتمال واماندگی طبق این معیار برای هر دو نقطه برابر است و برای میار ترسکا از آنجا که حداکثر تنش برشی با توجه به در نظر گرفتن بعد سوم و طبق دوایر مور برای هر دو نقطه برابر $\tau_{max} = \frac{S_y - \varepsilon}{2}$ می‌باشد. پس طبق این معیار هم احتمال واماندگی برای 2 قطعه یکسان می‌باشد و برای معیار وان میزز طبق فرمول تنش معادل خواهیم داشت:

برای نقطه A : $\sigma'_A = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\left(S_y - \varepsilon - 0\right)^2 + \left(S_y - \varepsilon - 0\right)^2 + \left(S_y - \varepsilon - \left(S_y - \varepsilon\right)\right)^2\right]} = S_y - \varepsilon$

برای نقطه B : $\sigma'_B = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\left(S_y - \varepsilon - 0\right)^2 + \left(0 - 0\right)^2 + \left(S_y - \varepsilon - 0\right)^2\right]} = S_y - \varepsilon$

پس با توجه به برابر بودن تنش معادل وان میزز برای هر دو نقطه طبق این معیار هم احتمال واماندگی یکسان می‌باشد. اما طبق فرمول برای 3 راستای 1، 2 و 3 برای کرنش محوری داریم:

نقطه A : $\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left(S_y - \varepsilon - \nu\left(S_y - \varepsilon\right)\right)$

$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}\left(S_y - \varepsilon - \nu\left(S_y - \varepsilon\right)\right)$

$\varepsilon_3 = -\frac{1}{E}\left(-\nu\left(S_y - \varepsilon + S_y - \varepsilon\right)\right)$

نقطه B : $\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left(S_y - \varepsilon\right)$

$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}\left(-\nu\left(S_y - \varepsilon\right)\right)$

$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}\left(-\nu\left(S_y - \varepsilon\right)\right)$

طبق کرنش‌های محوری به دست آمده واضح است که مقدار کرنش در راستای 1 در نقطه B (که ماکزیمم کرنش محوری در نقطه B است) از مقدار کرنش در راستای 1 یا 2 نقطه A (که ماکزیمم کرنش محوری در نقطه A است.) بیشتر است پس طبق معیار حداکثر کرنش محوری احتمال واماندگی در نقطه B بیشتر است.

سوالات کنکور کارشناسی ارشد سال ۸۸:

۱ـ دو فنر مارپیچ فشاری از مفتول‌های یکسان با قطرهای برابر ساخته شده‌اند. طول اولیه هر دو فنر نیز یکسان می‌باشد. لیکن یک فنر (A) دارای گام کمتری نسبت به فنر دیگر (B) است. برای یک جابه‌جایی یکسان در این دو فنر، می‌توان گفت: «در فنر A انرژی ..... ذخیره می‌شود چون ضریب فنریت آن ..... است.»

۱) کمتری ـ کمتر ۲) بیشتری ـ بیشتر ۳) بیشتری ـ بیشتر ۴) کمتری ـ بیشتر

۲ـ یک مخزن استوانه‌ای تحت فشار با دو انتهای بسته از جنس آلیاژ آلومینیوم 2024 دارای قطر 3.5 اینچ و ضخامت دیواره 0.065 اینچ است. یک شیر اطمینان به این مخزن متصل است که در فشار 500Psi باز می‌شود. ضریب اطمینان برای مخزن چقدر است؟ (مقاومت تسلیم و مقاومت نهایی آلیاژ مذکور به‌ترتیب عبارتند از: 46000 Psi , 70000 Psi)

۱) 1.6 ۲) 2.5 ۳) 3.87 ۴) 5.9

۳ـ با استفاده از مدل ساده لوئیس و با توجه به اینکه ضخامت دندانه در ریشه 1 اینچ و در سر دندانه 0.8 اینچ است و این چرخ‌دنده باری برابر با 2000 پوند را با نسبت تماس (contact ratio) 1.25 انتقال می‌دهد، تنش وارد بر ریشه دندانه یک چرخ‌دنده ساده با عرض دندانه 2 اینچ و طول دندانه 1.8 اینچ چقدر است؟

۱) 9600 ۲) 8640 ۳) 10800 ۴) 12000

۴ـ یک بلبرینگ شیار عمیق باید در سرعتی برابر با 1500rpm بار شعاعی 2500 پوند و بار محوری 1000 پوند را تحمل نماید. در صورتی‌که رینگ خارجی گردنده باشد و ضریب شوک بارهای ناگهانی را نیز 1.5 در نظر بگیریم، عمر بلبرینگ برحسب ساعت چقدر خواهد بود؟ (ظرفیت این بلبرینگ را برابر با $C = 9120\,lb$ و $C_o = 6730\,lb$ در نظر گرفته و ضرایب تقسیم بار محوری و شعاعی را به‌ترتیب 1.2 و 0.5 فرض نمایید.)

۱) 92.5 ۲) 50.2 ۳) 1250 ۴) 1436

۵ـ یک مخزن کروی شکل به شعاع 100cm از ورقی به ضخامت 4mm و از جنس VCN150 ساخته شده است. این نوع فولاد در گروه فولادهای نرم قرار دارد و حد تسلیم آن 650MPa می‌باشد. هدف تعیین حداکثر فشار داخلی است که این مخزن می‌تواند تحمل نماید. برای این هدف از کدام معیار طراحی بهتر است استفاده شود؟

۱) معیار حداکثر تنش محوری

۲) معیار حداکثر تنش برشی (ترسکا)

۳) معیار انرژی واپیچشی (Von-Mises)

۴) از معیارهای حداکثر تنش محوری، حداکثر تنش برشی و انرژی واپیچش می‌توان استفاده نمود و نتیجه آن‌ها یکسان خواهد بود.

۶ـ یک مخزن کروی شکل به‌شعاع 100cm از ورقی به ضخامت 4mm و از جنس VCN150 ساخته شده است. این نوع فولاد در گروه فولادهای نرم قراردارد و حد تسلیم آن 650Mpa می‌باشد. هدف تعیین حداکثر فشار داخلی است که این مخزن می‌تواند تحمل نماید. برای این هدف از کدام معیار طراحی بهتر است استفاده شود؟

۱) معیار حداکثر تنش محوری

۲) معیار حداکثر تنش برشی (ترسکا)

۳) معیار انرژی واپیچشی (Von-Mises)

۴) از معیارهای حداکثر تنش محوری، حداکثر تنش برشی و انرژی واپیچشی می‌توان استفاده نمود و نتیجه آن‌ها یکسان خواهد بود.

پاسخ تشریحی کنکور کارشناسی ارشد سال ۸۸:

۱ـ گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

$$K=\frac{Gd^4}{8ND^3}$$

باتوجه به فرضیات مسأله G و d و D برای هر دو فنر یکی است.

چون فنر A گام کمتری دارد، درنتیجه با فرض طول اولیه مساوی دارای تعداد حلقه (N) بیشتری از فنر B است.

$$N_A>N_B \Rightarrow K_A<K_B \qquad U=\frac{1}{2}KX^2 \Rightarrow U_A<U_B$$

۲ـ گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

$$\sigma_e=\sqrt{3}\,\sigma_2=\frac{\sqrt{3}PD}{4t}$$

$$\sigma_e=\frac{\sqrt{3}\times500\times3.5}{4\times0.065}=11658\,psi$$

ضریب اطمینان $f=\frac{\sigma_y}{\sigma_e}=\frac{46000}{11658}\simeq3.9$

۳ـ گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

طبق مدل لوئیس: $\sigma=\frac{6wtL}{Ft^2}$

$F=2\,in$

$t=1\,in$

$L=1.8\,in$

$w_t=1600\,Lb$

$$\Rightarrow \quad \sigma=\frac{6\times1600\times1.8}{2\times(1)^2}=\boxed{8640\,Psi}$$

چون $mc=1.25$ است، در نتیجه در یک لحظه 1.25 دندانه با هم در تماس هستند و نیرو توسط آن‌ها منتقل می‌شود.

نیروی انتقالی یک دندانه $w_t=\frac{2000}{1.25}=1600\,(Lb)$

۴ـ گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

$F_r=2500\,Lb$

$F_a=1000\,Lb$

$Y=1.2$

$X=0.5$

$V=1.2$ (رینگ خارجی)

$k=1.5$ ضریب شوک

$$\begin{cases} F_{e_1} = XVF_r + YF_a = 0.5\times1.2\times2500+1.2\times1000 = 2700\,Lb \\ F_{e_2} = VF_r = 1.2\times2500 = 3000\,Lb \end{cases} \Rightarrow F_{e_2} > F_{e_1}$$

$$F_e = F_{e_2} = 3000\,Lb$$

$$P = F_e \times k = 3000\times1.5 = 4500$$

$$L = \left(\frac{c}{p}\right)^3 = \left(\frac{9120}{4500}\right)^3 = 8.324 \text{ میلیون دور}$$

$$1500\times60 = 90000\ \frac{rev}{hr} \Rightarrow \frac{8.324\times10^6}{90000} = \boxed{92.5\,hr}$$

۵ـ گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

$$e = \frac{T_o}{T_R} = \frac{FL}{2\pi T_R}$$

در هر اینچ 5 نخ داریم و چون پیچ از نوع دو نخه است.

$$L = \frac{1}{\frac{5}{2}} = \frac{2}{5}\ in$$

$$e = \frac{10000\times0.4}{2\times\pi\times2264.5} = 0.28 \Rightarrow \boxed{e = 28\%}$$

۶ـ گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

زیرا در مخزن کروی $\sigma_1 = \sigma_2$ می‌باشد و $\sigma_3 = 0$ است.

ون میزز $\sigma_e = \sqrt{\sigma_1^2+\sigma_1^2-\sigma_1^2} = \sigma_1 = \sigma_y$

حداکثر تنش محوری $\sigma_1 = \sigma_y$

ترسکا $\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2} = \frac{\sigma_y}{2} \Rightarrow \sigma_1 = \sigma_y$

یادداشت