دانشگاه آزاد اسلا ی واحد ساری

عنوان درس : طراحی اجزاء ۱

استاد : جناب آقای مهندس حامد آهنگر دارابی

Subject:

Data:

به نام او

طراحی اجزاء ۱

استاد: آقای مهندس دارابی

کتاب: طراحی اجزای جوزف ادوارد شیگلی

MICRO

Subject: Date

سرفصل ها

۱) مروری بر تنش، کرنش و دایره مور

۲) طراحی بر مبنای بارگذاری استاتیکی

۳) طراحی بر مبنای بارگذاری خستگی

۴) قطعات مکانیکی (پیچ - جوش - فنر ها)

Subject: Data:

۱) $\sigma = \frac{F}{A}$ ← تنش محوری

۲) $\sigma = \frac{MC}{I}$ ← تنش خمشی

۳) $\tau = \frac{VQ}{It}$ ← تنش پیچشی

۴) $\tau = \frac{T \times r}{J}$ ← تنش برشی

← کرنش

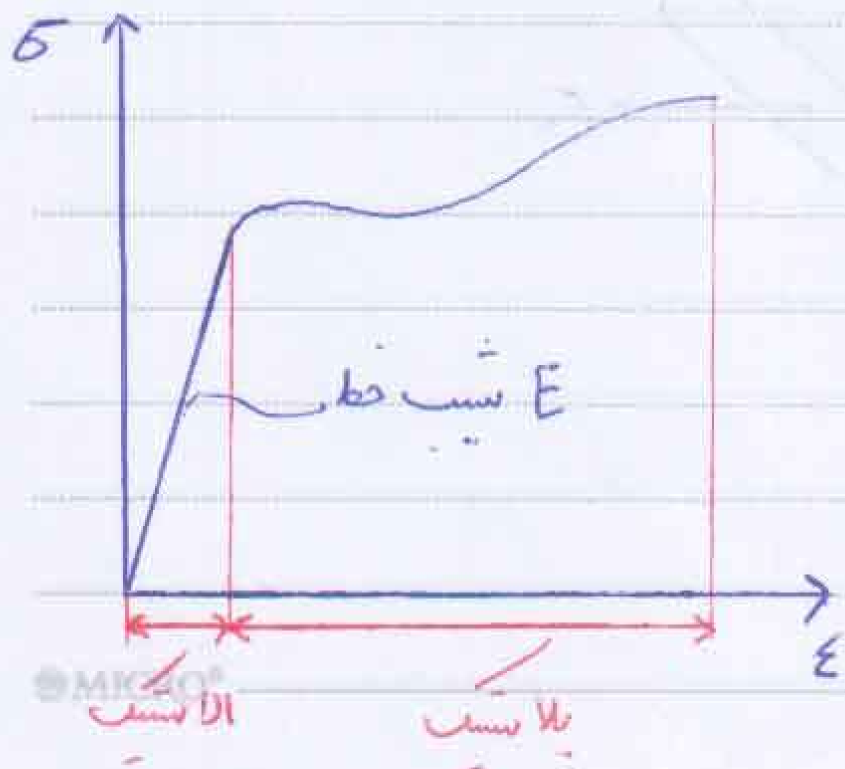
۱) محوری $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\delta}{L}$

۲) برشی ← تغییر شکل زاویه‌ای

ضریب پواسان : $\nu = -\frac{\text{کرنش جانبی}}{\text{کرنش محوری}}$ $\qquad 0 < \nu < 0.5$

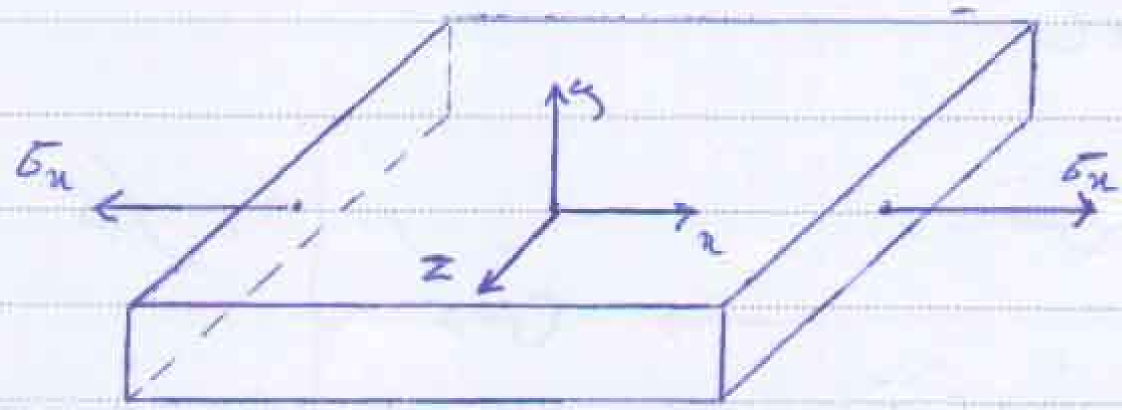
قانون هوک در حالت یک بعدی

در نمودار تنش کرنش دو منطقه وجود دارد قسمت اول منطقه الاستیک است و قسمت دوم منطقه‌ی پلاستیک می‌باشد.



$\sigma = E\varepsilon$

در نمودار تنش کرنش، ε و σ حاصل بارگذاری محوری می‌باشند به بیان دیگر این نمودار توسط آزمون کشش ساده ترسیم می‌شود.

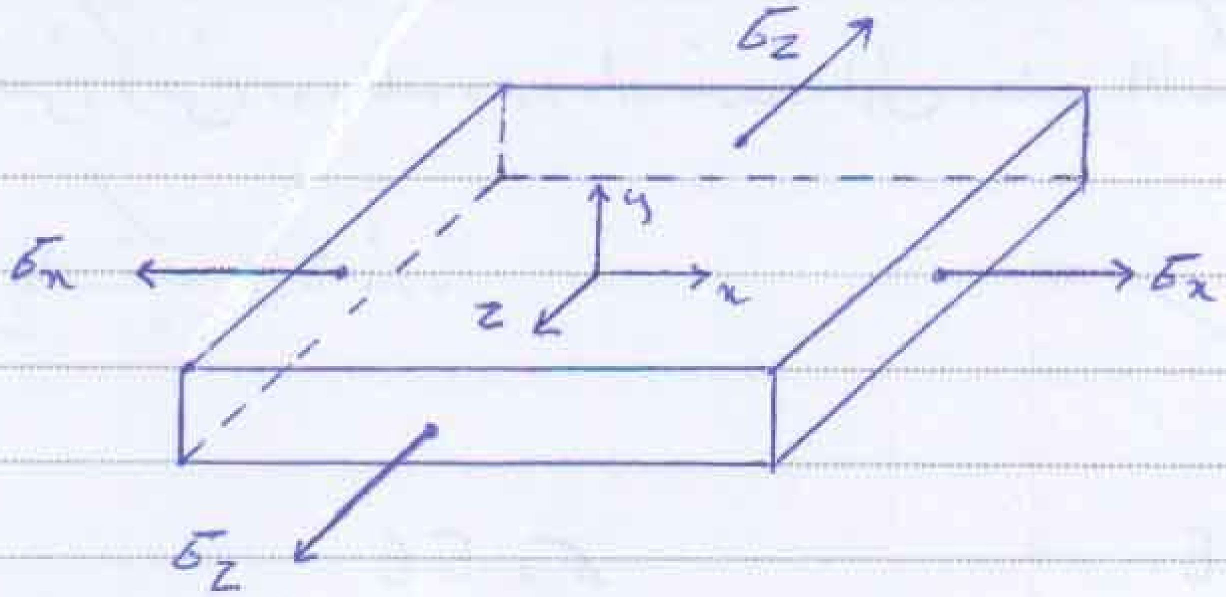


نکته: منظور از حالت تک بعدی وجود تنش در یک راستا است ولی کرنش همواره سه بعدی است.

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \quad , \quad \varepsilon_y = -\nu\,\varepsilon_x = -\nu\,\frac{\sigma_x}{E} \quad , \quad \varepsilon_z = -\nu\,\varepsilon_x = -\nu\,\frac{\sigma_x}{E}$$

قانون هوک در حالت دو بعدی

در این حالت علاوه بر جهت x در جهت z هم تنش داریم.

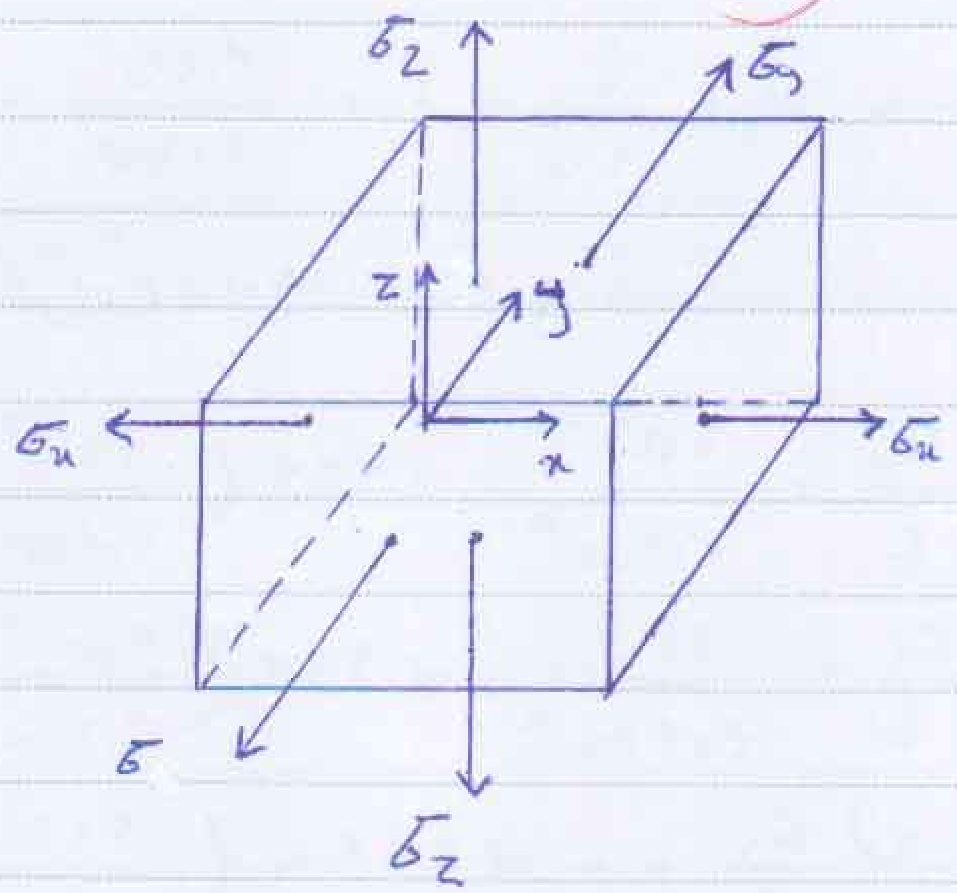


$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\varepsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E}$$

قانون هوک در حالت سه بعدی

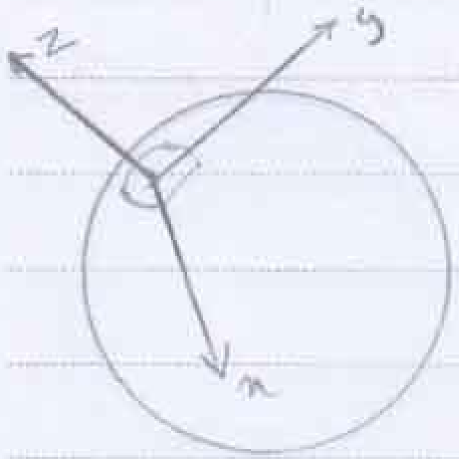


$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E}$$

مثال ۶) توپ پلاستیکی به میزانی باد می‌شود که تنش‌های مماسی $\sigma_x = \sigma_y = 2MPa$ در آن ایجاد می‌شود. ضخامت شعاعی این توپ قبل از باد کردن ۱/۲ mm است. اگر مدول کشسانی ۳/۴۵ GPa باشد و مدول برشی ۱/۴ GPa باشد. ضخامت آن را پس از باد کردن به دست آورید.



$$E = 2G(1+\nu)$$

$$\rightarrow \nu = \frac{E}{2G} - 1 = \frac{3.45}{2\times 1.4} - 1 = 0.232$$

قانون هوک سه‌بعدی برای تنش دو بعدی:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu\frac{\sigma_y}{E} = \frac{2\times10^{6}}{3.45\times10^{9}} - 0.232\left(\frac{2\times10^{6}}{3.45\times10^{9}}\right) = 4.4521$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu\frac{\sigma_x}{E} = \frac{2\times10^{6}}{3.45\times10^{9}} - 0.232\left(\frac{2\times10^{6}}{3.45\times10^{9}}\right) = 4.452$$

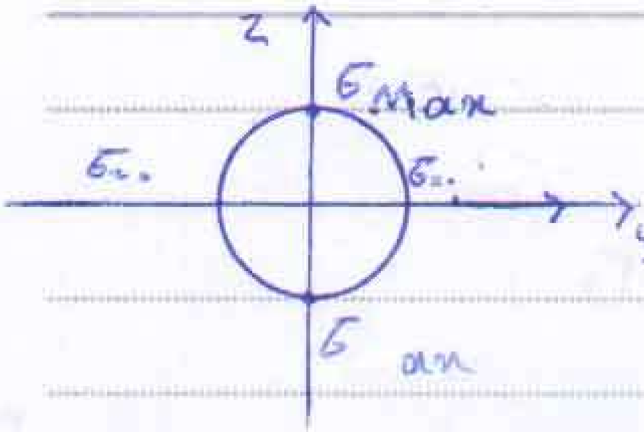
$$\varepsilon_z = -\nu\frac{\sigma_x}{E} - \nu\frac{\sigma_y}{E} = -0.232\left(\frac{2\times10^{6}}{3.45\times10^{9}} + \frac{2\times10^{6}}{3.45}\right.$$

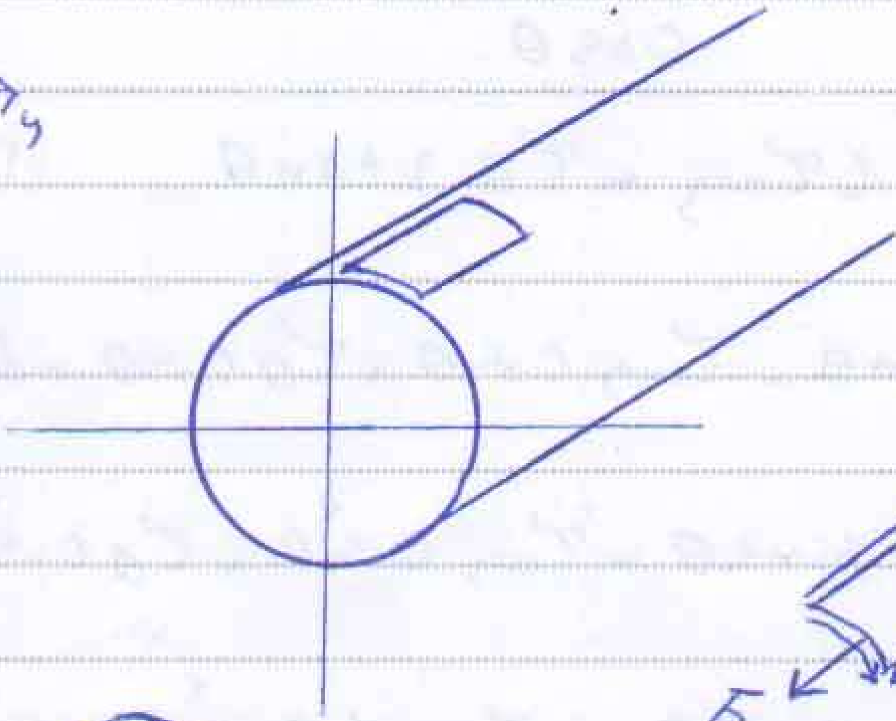
$$\varepsilon_z = -2.689\times10^{-4}$$

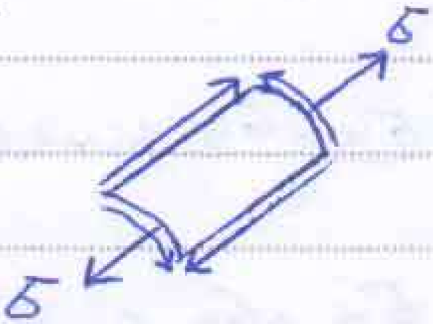
ضخامت هم در جهت z معنی می‌یابد و ε_x و ε_y تنها برای یادآوری به دست آورده شده‌اند.

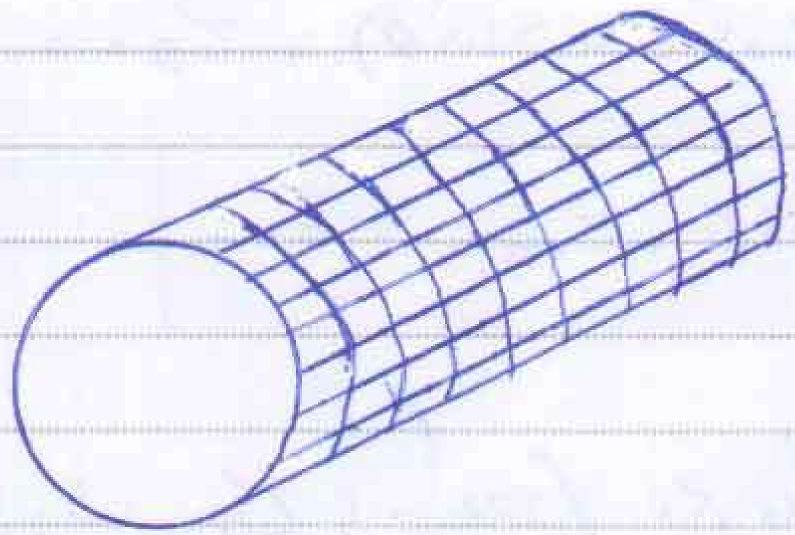
$$\Delta t = \varepsilon_z \times t = -2.689\times10^{-4} \times 1.2\times10^{-3} = -3.228\times10^{-7}\, m$$

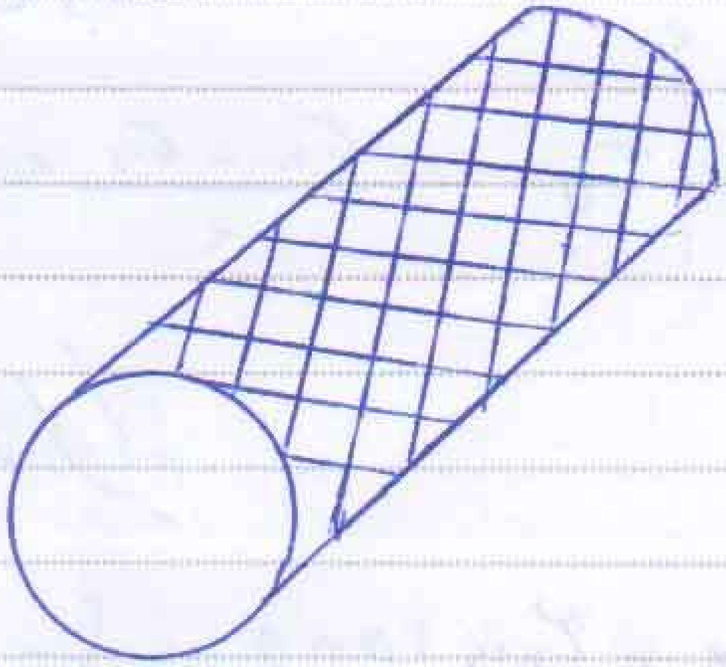
$$\Delta t = t_2 - t_1 \longrightarrow t_2 = -3.228\times10^{-7} + 1.2\times10^{-3} = 1.1996$$

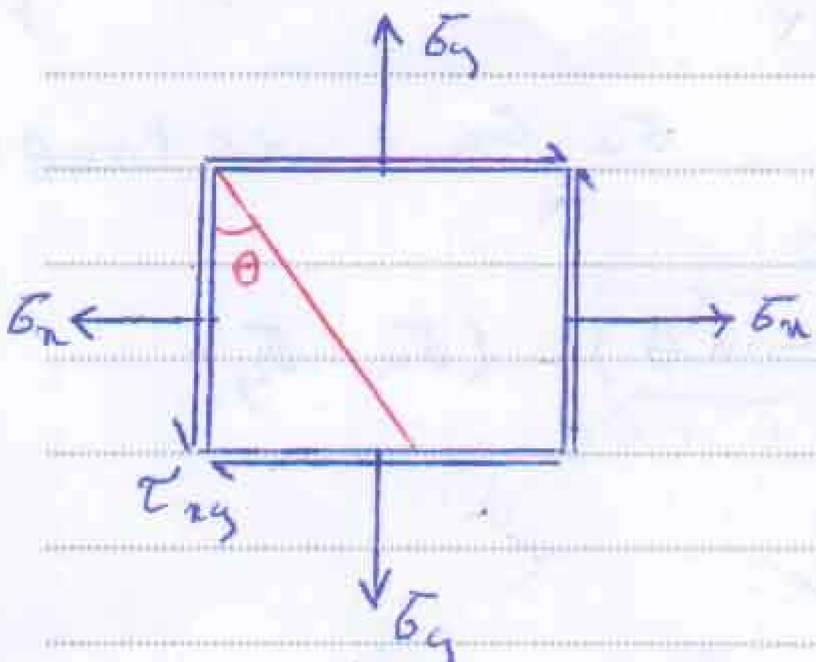


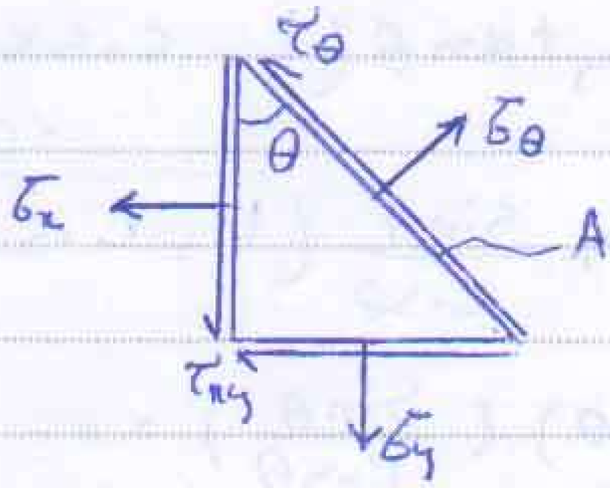












$\Sigma F_x = 0 \xrightarrow{(1)} -\sigma_x A\cos\theta - \tau_{xy} A\sin\theta - \tau_\theta A\sin\theta + \sigma_\theta A\cos\theta = 0$

$\Sigma F_y = 0 \xrightarrow{(2)} -\sigma_y A\sin\theta - \tau_{xy} A\cos\theta + \tau_\theta A\cos\theta + \sigma_\theta A\sin\theta = 0$

Subject : Date

$$\rightarrow \sigma_\theta = \frac{\sigma_x \cos\theta + (\tau_{xy} + \tau_\theta)\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\sigma_\theta = \sigma_x + (\tau_{xy} + \tau_\theta)\tan\theta \qquad (۳)$$

$$\xrightarrow{(۳)\text{ در }(۱)} -\sigma_y \sin\theta - \tau_{xy}\cos\theta + \tau_\theta \cos\theta + \sigma_x \sin\theta + (\tau_{xy} + \tau_\theta)\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}$$

$$\xrightarrow{\times\cos\theta} \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta - \tau_{xy}\cos^2\theta + \tau_\theta \cos^2\theta + \tau_{xy}\sin^2\theta + \tau_\theta \sin^2\theta$$

$$\rightarrow \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta - \tau_{xy}(\cos^2\theta - \sin^2\theta) + \tau_\theta = 0$$

$$\boxed{\tau_\theta = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta}$$

حال باید τ_θ را در معادله دیگر جایگذاری کنیم.

$$\sigma_\theta = \sigma_x + \tau_{xy}\tan\theta + \left[-\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta\right]\tan\theta$$

$$\sigma_\theta = \sigma_x + \tau_{xy}\tan\theta(1 + \cos 2\theta) - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta \tan\theta$$

$$\sigma_\theta = \sigma_x + \tau_{xy}\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\Big(\overbrace{1 + \cos^2\theta - \underbrace{\sin^2\theta}_{1-\cos^2\theta}}^{2\cos^2\theta}\Big) - (\sigma_x - \sigma_y)$$

$$\times(\sin\theta\cos\theta)\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_x + \tau_{xy}(2\sin\theta\cos\theta) - (\sigma_x - \sigma_y)\sin^2\theta$$

$$\sigma_\theta = \sigma_x + \tau_{xy}(\sin 2\theta) - (\sigma_x - \sigma_y)\frac{1 - \cos 2\theta}{2}$$

MICRO

$$\sigma_\theta = \sigma_x - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta$$

$$\boxed{\sigma_\theta = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta}$$

$$\boxed{\tau_\theta = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta}$$

حال می‌خواهیم به سوالات زیر پاسخ دهیم.

۱) σ_θ در چه θ ماکزیمم و مینیمم می‌شود؟

$$\frac{d\sigma_\theta}{d\theta} = 0 \rightarrow -2\,\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta + 2\tau_{xy}\cos 2\theta = 0$$

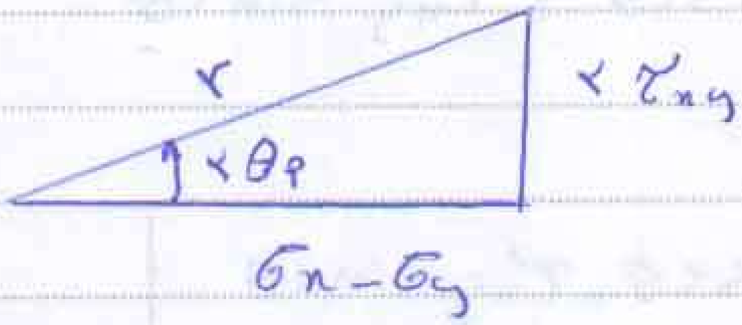
$$\tan 2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \rightarrow \boxed{\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}}$$

نکته: در θ ای که σ_θ اکسترمم باشد به آن θ، θ_p می‌گویند.

۲) مقدار اکسترمم σ_θ چقدر است؟ برای یافتن این مقدار باید به جای 2θ، $2\theta_p$ را قرار دهیم

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \cos 2\theta_p\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} + \tau_{xy}\left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}\right)\right)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \cos 2\theta_p\left(\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}{2(\sigma_x - \sigma_y)}\right)$$



$$r=\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2+4\tau_{xy}^2} \longrightarrow \cos 2\theta_p=\frac{\sigma_x-\sigma_y}{\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2+4\tau_{xy}^2}}$$

$$\sigma_\theta=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}+\frac{\sigma_x-\sigma_y}{\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2+4\tau_{xy}^2}}\left(\frac{(\sigma_x-\sigma_y)^2+4\tau_{xy}^2}{2(\sigma_x-\sigma_y)}\right)$$

$$\rightarrow \sigma_\theta=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2+4\tau_{xy}^2}$$

با ساده کردن عبارت بالا و همچنین با توجه به اینکه $\cos 2\theta=\frac{-(\sigma_x-\sigma_y)}{\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2+4\tau_{xy}^2}}$ باشد بنابراین:

$$\boxed{\sigma_{\theta\,max,min}=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2}}$$

حال در جایی که σ_θ اکسترمم است τ_θ چه مقداری دارد؟

$$\tau_{\theta_p}=-\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin 2\theta_p+\tau_{xy}\cos 2\theta_p$$

$$\tau_{\theta_p}=\cos 2\theta_p\left(-\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x-\sigma_y}\right)+\tau_{xy}\right)=0$$

$$\boxed{\tau_{\theta_p}=0}$$

Subject : Date ....

۴) τ_θ در چه θ اکسترمم می‌شود؟

$$\frac{d\tau_\theta}{d\theta}=0 \rightarrow 2\left(-\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)\cos 2\theta - 2\tau_{xy}\sin 2\theta = 0$$

$$-2\tau_{xy}\sin 2\theta = \sigma_x-\sigma_y \cos 2\theta$$

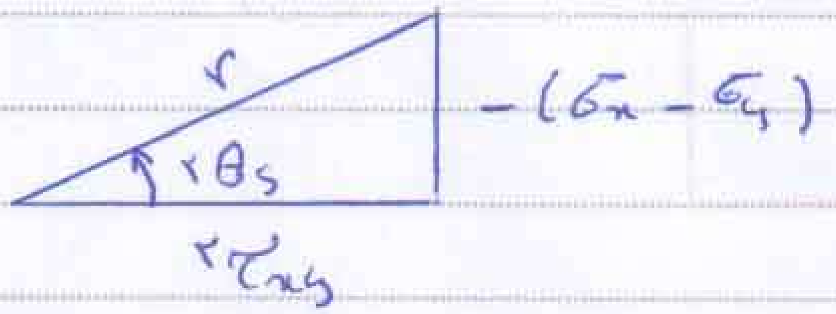
$$\tan 2\theta = \frac{-(\sigma_x-\sigma_y)}{2\tau_{xy}} \longrightarrow \boxed{\tan 2\theta_s = -\frac{(\sigma_x-\sigma_y)}{2\tau_{xy}}}$$

نتیجه: τ_θ در $2\theta_s$ اکسترمم می‌شود.

۵) مقدار اکسترمم τ_θ را بدست آوریم.

$$\tau_\theta = -\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin 2\theta_s + \tau_{xy}\cos 2\theta_s$$

$$\tau_\theta = \left(-\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\tan 2\theta_s + \tau_{xy}\right)\cos 2\theta_s$$



$$r=\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2+4\tau_{xy}} \quad , \quad \cos 2\theta_s = \frac{2\tau_{xy}}{\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2+4\tau_{xy}}}$$

$$\tau_\theta = \left(-\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\left(-\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2\tau_{xy}}\right)+\tau_{xy}\right)\times\frac{2\tau_{xy}}{\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2+4\tau_{xy}}}$$

$$\tau_{\theta_s} = \left(\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}{4\tau_{xy}} \right) \times \frac{2\tau_{xy}}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}}$$

$$\tau_{\theta_s} = \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

باتوجه به این که $\cos 2\theta_s = \frac{-2\tau_{xy}}{\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2+4\tau_{xy}^2}}$ هم می باشد و با ساده کردن عبارت بالا داریم:

$$\boxed{\tau_{\theta_s} = \pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}}$$

حال در جایی که τ_θ اکسترمم است مقدار σ_θ را به دست آورید.

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta$$

$$\sigma_{\theta_s} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} + \tau_{xy}\left(-\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}\right)\right)\cos 2\theta_s$$

$$\boxed{\sigma_{\theta_s} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}}$$

رسم دایره مور:

فرم اول فرمول دایره: $(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=R^2$

فرم دوم فرمول دایره: $x=\alpha+R\sin\theta \quad , \quad y=\beta+R\cos\theta$

$$\begin{cases} \sigma_\theta = \dfrac{\sigma_x+\sigma_y}{2}+\dfrac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos 2\theta+\tau_{xy}\sin 2\theta \\ \tau_\theta = -\dfrac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin 2\theta+\tau_{xy}\cos 2\theta \end{cases}$$

حال باید σ_θ و τ_θ را به فرم دوم فرمول دایره دربیاوریم.

$$\xrightarrow{A}\left[\sigma_\theta-\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\right]^2=\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2\cos^2 2\theta+\tau_{xy}^2\sin^2 2\theta$$

$$\xrightarrow{B}\tau_\theta^2=\left(-\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2\sin^2 2\theta+\tau_{xy}^2\cos^2 2\theta$$

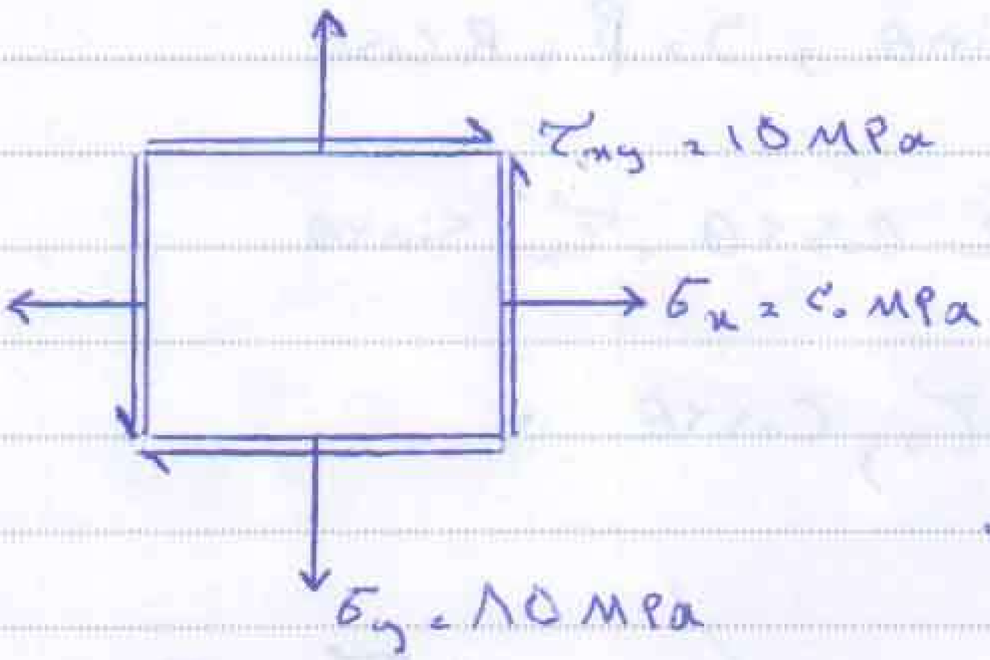
$$\xrightarrow{A+B}\left[\sigma_\theta-\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\right]^2+\tau_\theta^2=\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2$$

حال می‌توان گفت که دایره‌ای به مرکز $\left(\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\ ,\ 0\right)$ و شعاع زیر

$\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2}$ تشکیل شده است.

حال فرض کنید که المان زیر تحت تنش $\sigma_x = ۲۰\ MPa$, $\sigma_y = ۸۵\ MPa$, $\tau_{xy} = ۱۵\ MPa$ باشد

می خواهیم دایره مور را برای آن رسم کنیم.



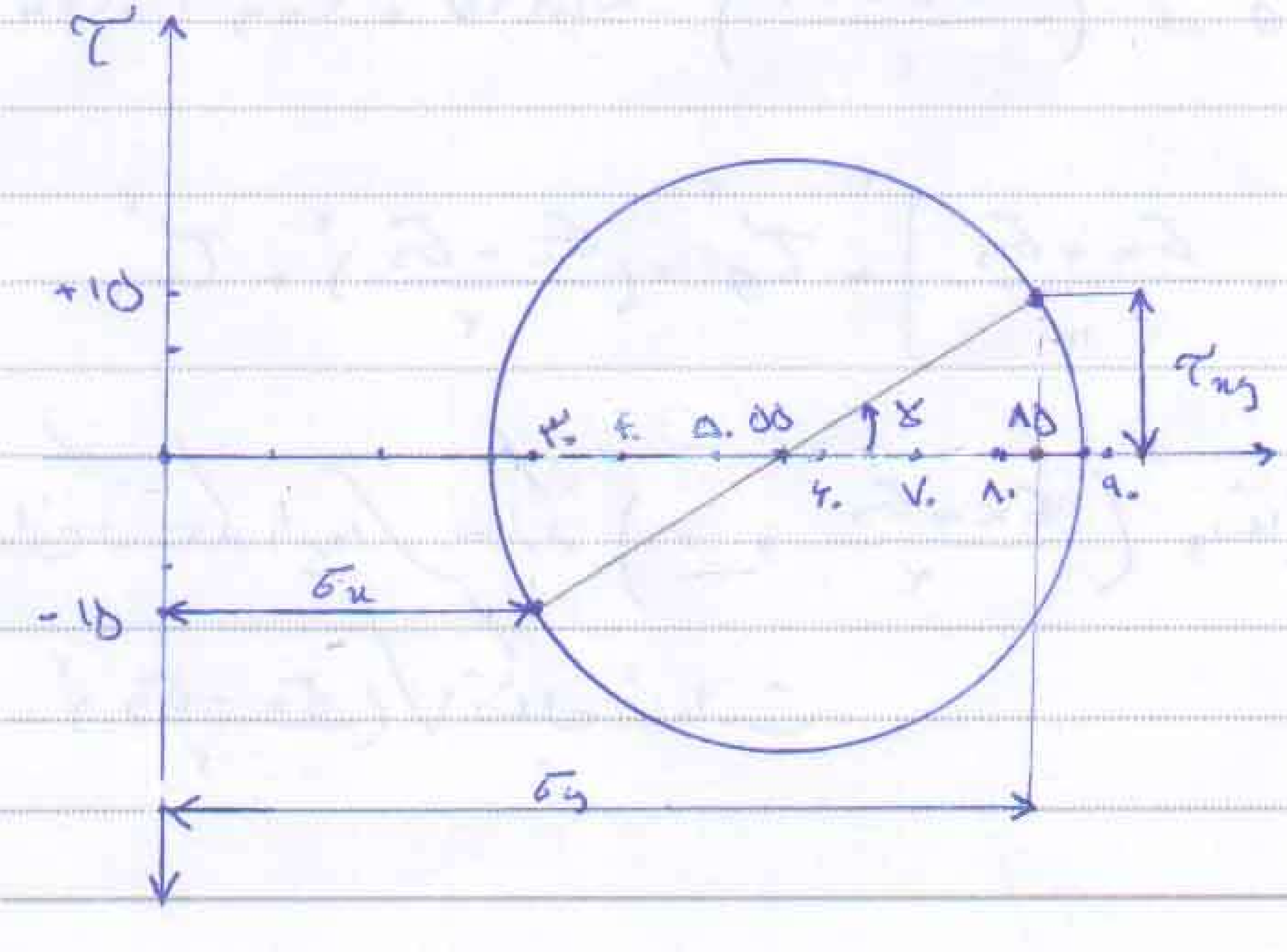
قرارداد:

تنش برشی ساعتگرد مثبت فرض شود

تنش برشی پادساعتگرد منفی فرض شود.

$A\ (\sigma_x \quad -\tau_{xy}) \longrightarrow (۲۰ \quad -۱۵)$

$B\ (\sigma_y \quad +\tau_{xy}) \longrightarrow (۸۵ \quad ۱۵)$



مختصات مرکز دایره‌ی مور $\begin{cases} \dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \\ 0 \end{cases}$ $R = \sqrt{\left(\dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

$$\tan \gamma = \frac{\tau_{xy}}{\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}} = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

با توجه به روابط به دست آمده در قسمت قبل می‌توان گفت $2\theta_p = \gamma$ است.

نکته: نتیجه‌ی فوق همواره برقرار است. در واقع چرخش روی دایره‌ی مور دو برابر چرخش روی المان است.

نکته: خط AB جهت‌گیری المان است. اگر المان شروع به چرخش کند خط AB هم در همان جهت خواهد چرخید.

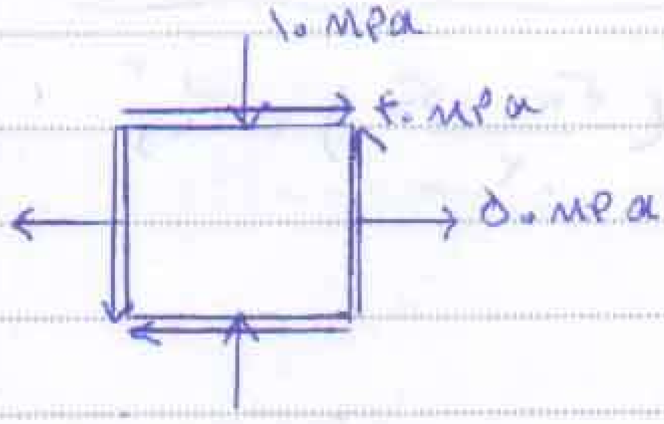
$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_{min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \xrightarrow{\tau_{max}} \sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

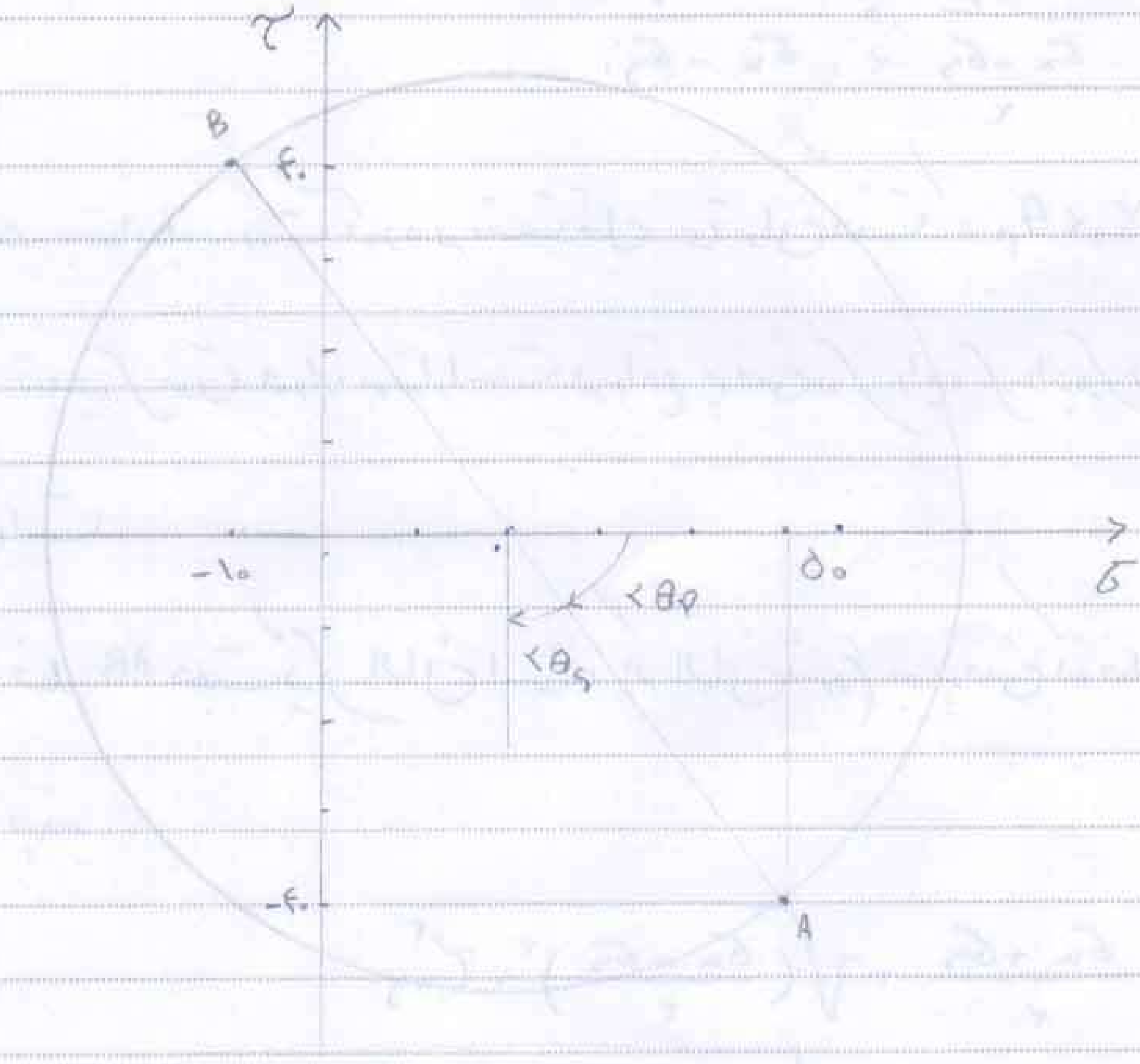
$$\tau_{min} = 0$$

مثال) تنش‌های اصلی و جهت آنها را به دست آورید.



A (۵۰ , -۴۰)

B (-۱۰ , ۴۰)



$$\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}=\frac{50+(-10)}{2}=20$$

$$R=\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2}=\sqrt{\left(\frac{50+10}{2}\right)^2+40^2}=50$$

$$\sigma_{max}=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}+R=20+50=70$$

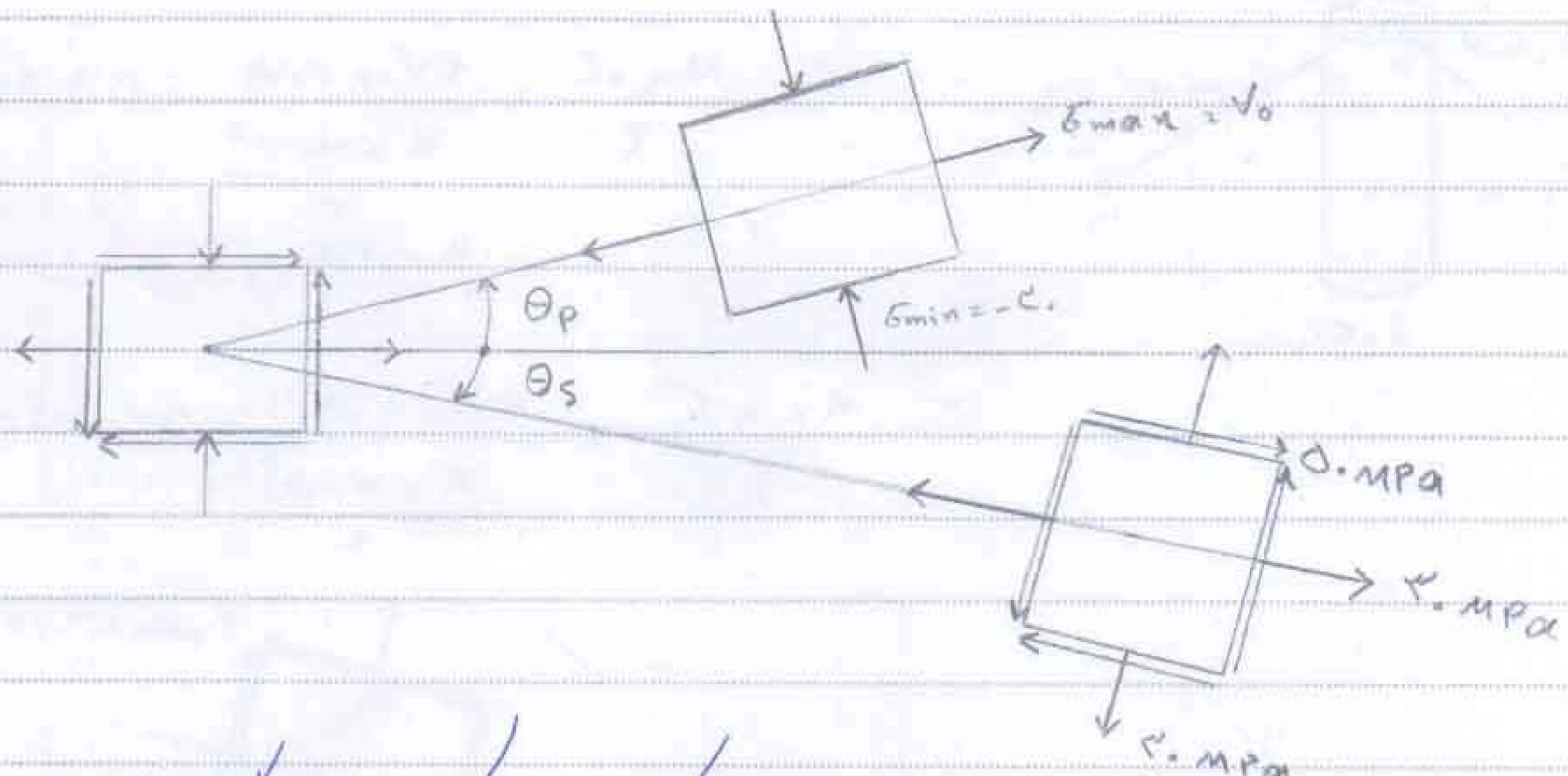
Subject : Date

$$\sigma_{min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - R = 20 - 50 = -30$$

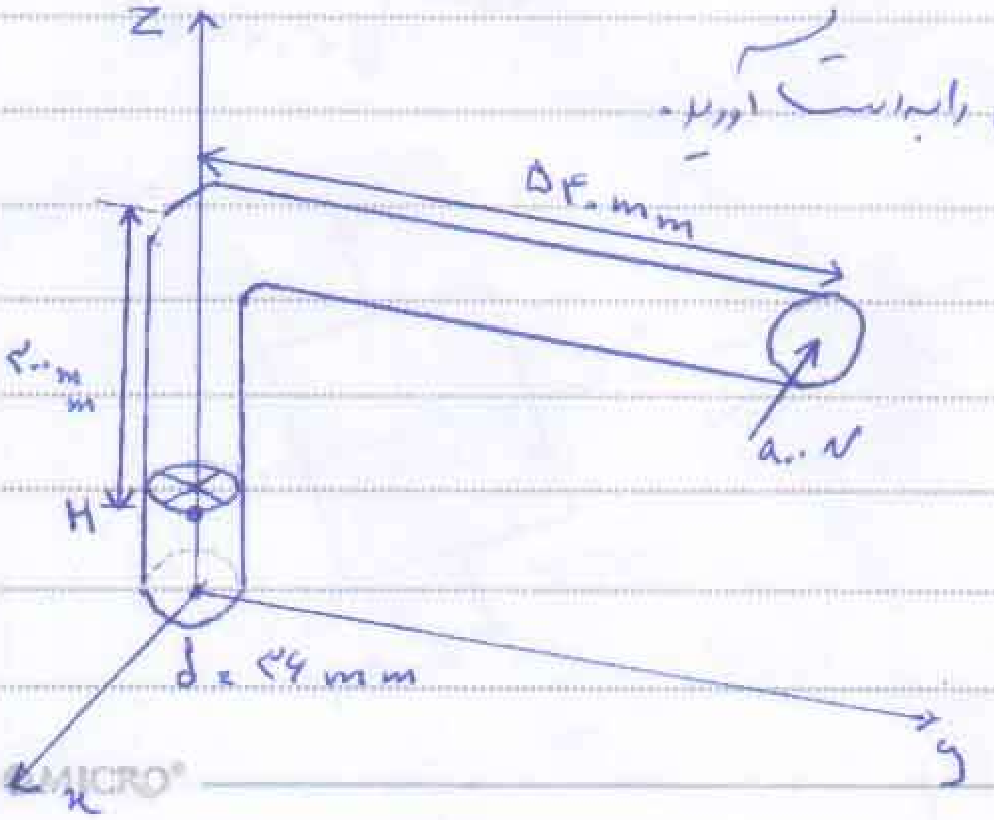
$$\tau_{max} = R = 50 \xrightarrow{\text{که در حالتی که } \tau_{max} \text{ باشد}} \sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = 20$$

$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2 \times 40}{50 - (-10)} = \frac{80}{60} \longrightarrow \theta_p = 26.56^\circ$$

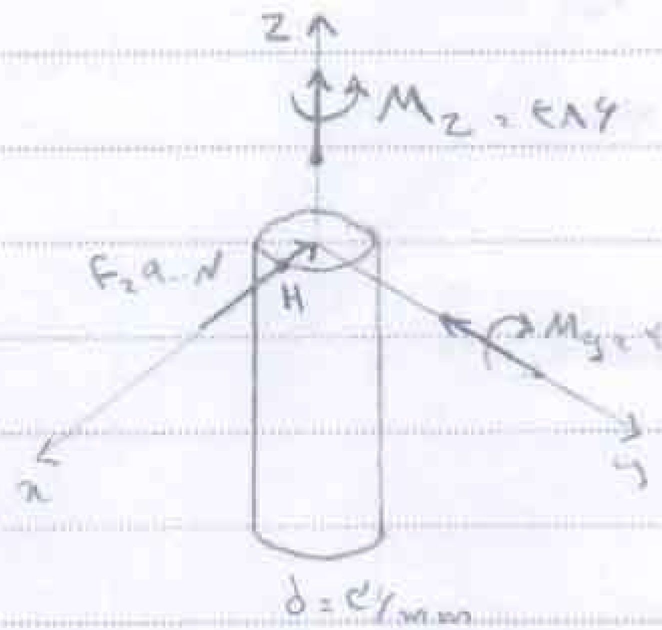
$$\theta_p + \theta_s = 45 \longrightarrow \theta_s = 18.44$$



مثال ۲) نیروی 900 N در راستای x بر انتهای میله L شکل مطابق شکل زیر وارد می‌گردد. برای المان نقطه H تنش‌های اصلی و راستاهای اصلی را بدست آورید.



$$M = r \times F = \begin{vmatrix} i & j & k \\ ۰ & ۰٫۱۵۴ & ۰٫۳ \\ -۹۰۰ & ۰ & ۰ \end{vmatrix} = (۰)i - (۲۷۰)j + (۴۸۶)k$$

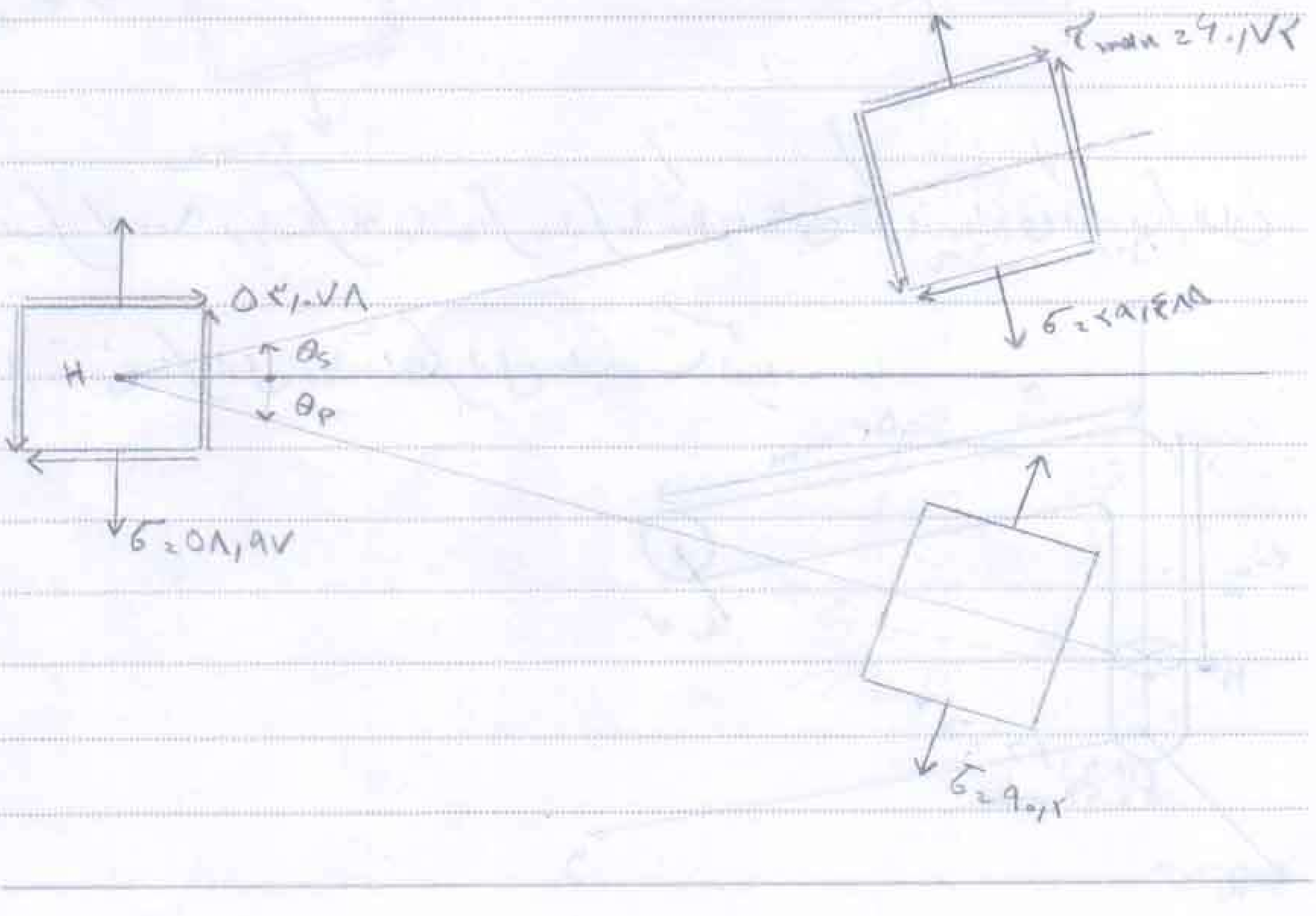


تنش های عمودی در المان H :

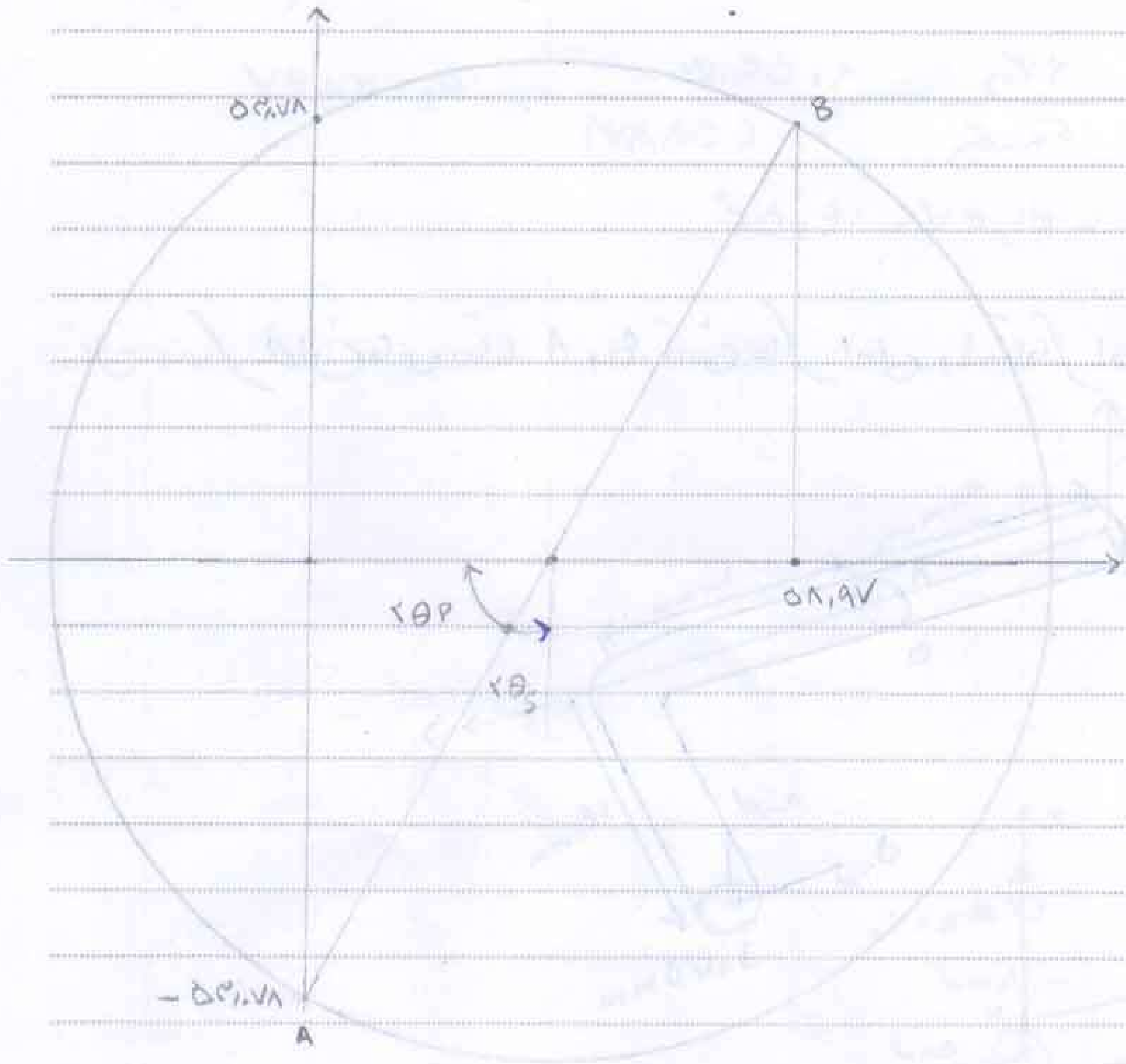
$$\sigma = \frac{M_y \times C}{I} = \frac{۲۷۰ \times ۰٫۰۱۸}{\frac{\pi \times ۰٫۰۱۸^۴}{۴}} = ۵۸٫۹۷\,M$$

تنش های برشی المان H :

$$\tau = \frac{M_z \times r}{J} = \frac{۴۸۶ \times ۰٫۰۱۸}{\frac{\pi \times ۰٫۰۱۸^۴}{۲}} = ۵۳٫۰۷۸\,MPa$$



$A = (۰ \, , \, -۵۲٫۰۷۸)$ $B = (۵۸٫۹۷ \, , \, ۵۲٫۰۷۸)$



$$\sigma_{ave} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{۲} = \frac{۰ + ۵۸٫۹۷}{۲} = ۲۹٫۴۸۵$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{۲}\right)^۲ + \tau_{xy}^۲} = \sqrt{\left(\frac{-۵۸٫۹۷}{۲}\right)^۲ + ۵۲٫۰۷۸^۲} = ۶۰٫۷۲$$

$$\sigma_{max} = \sigma_{ave} + R = ۲۹٫۴۸۵ + ۶۰٫۷۲ = ۹۰٫۲$$

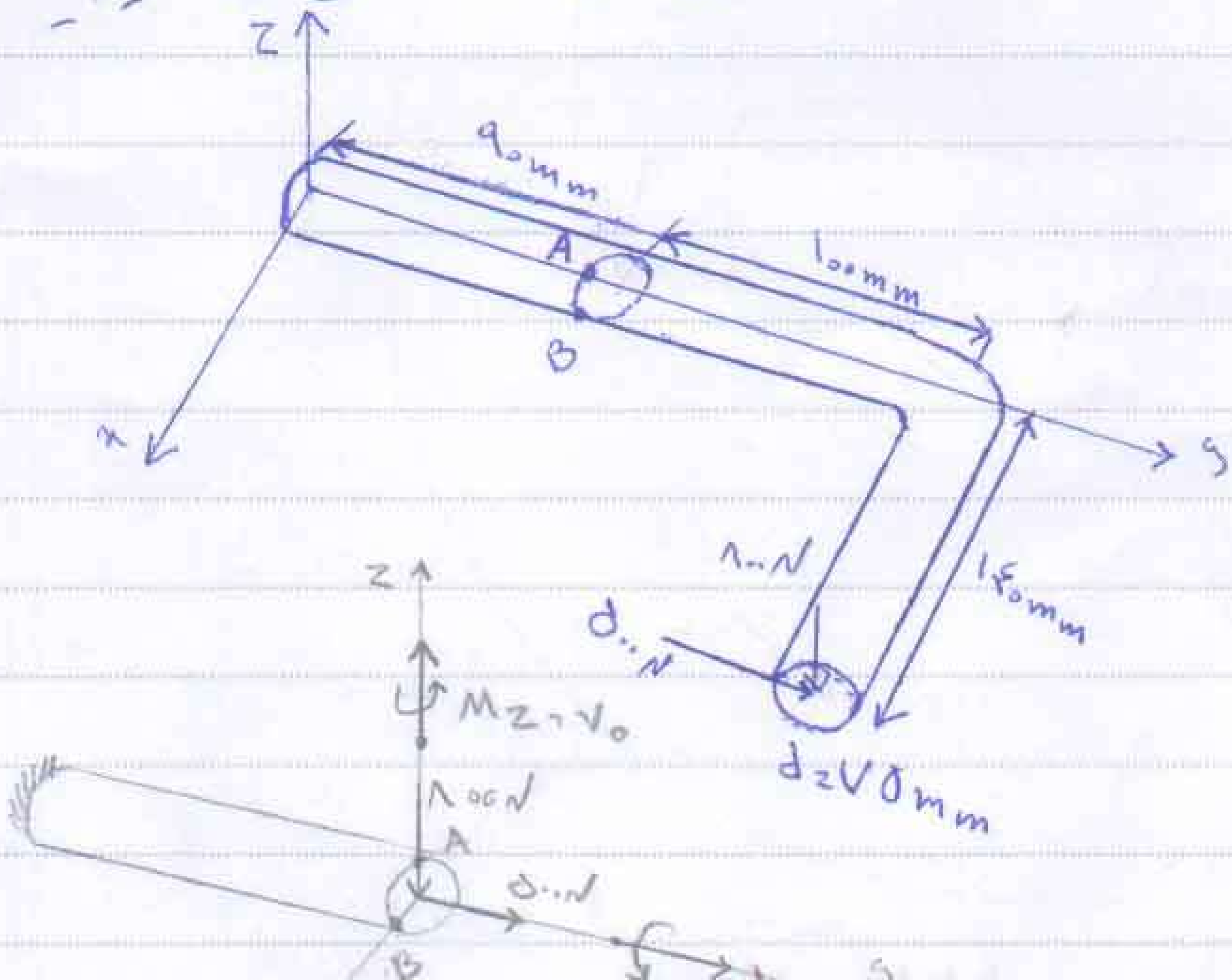
$$\sigma_{min} = \sigma_{ave} - R = ۲۹,۴۸۵ - ۴۰,۷۲ = -۱۱,۲۳۵$$

$$\tau_{max} = R = ۴۰,۷۲ \xrightarrow{\text{در حالتی که } \tau_{max} \text{ صفحه است } \sigma \text{ ها برابر}} \frac{\sigma_x + \sigma_y}{۲} = \frac{۰ + ۵۸,۹۷}{۲} = ۲۹,۴۸۵$$

$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{۲ \times ۵۳,۰۷۸}{۰ - (۵۸,۹۷)} \Rightarrow \theta_p = ۳۰,۴۷$$

$$\theta_s = ۴۵ - ۳۰,۴۷ = ۱۴,۵۳^\circ$$

مثال ۱- برای المان‌های نقاط A و B تنش‌های اصلی و راستاهای اصلی را بیابید.



$$M = r \times F = \begin{vmatrix} i & j & k \\ ۰/۱۴ & ۰/۱ & ۰ \\ ۰ & ۵۰۰ & -۸۰۰ \end{vmatrix} = -۸۰\,\hat{i} - (-۱۱۲)\,\hat{j} + ۷۰\,k$$

$$\Rightarrow M_x = -۸۰ \quad M_y = ۱۱۲ \quad M_z = ۷۰$$

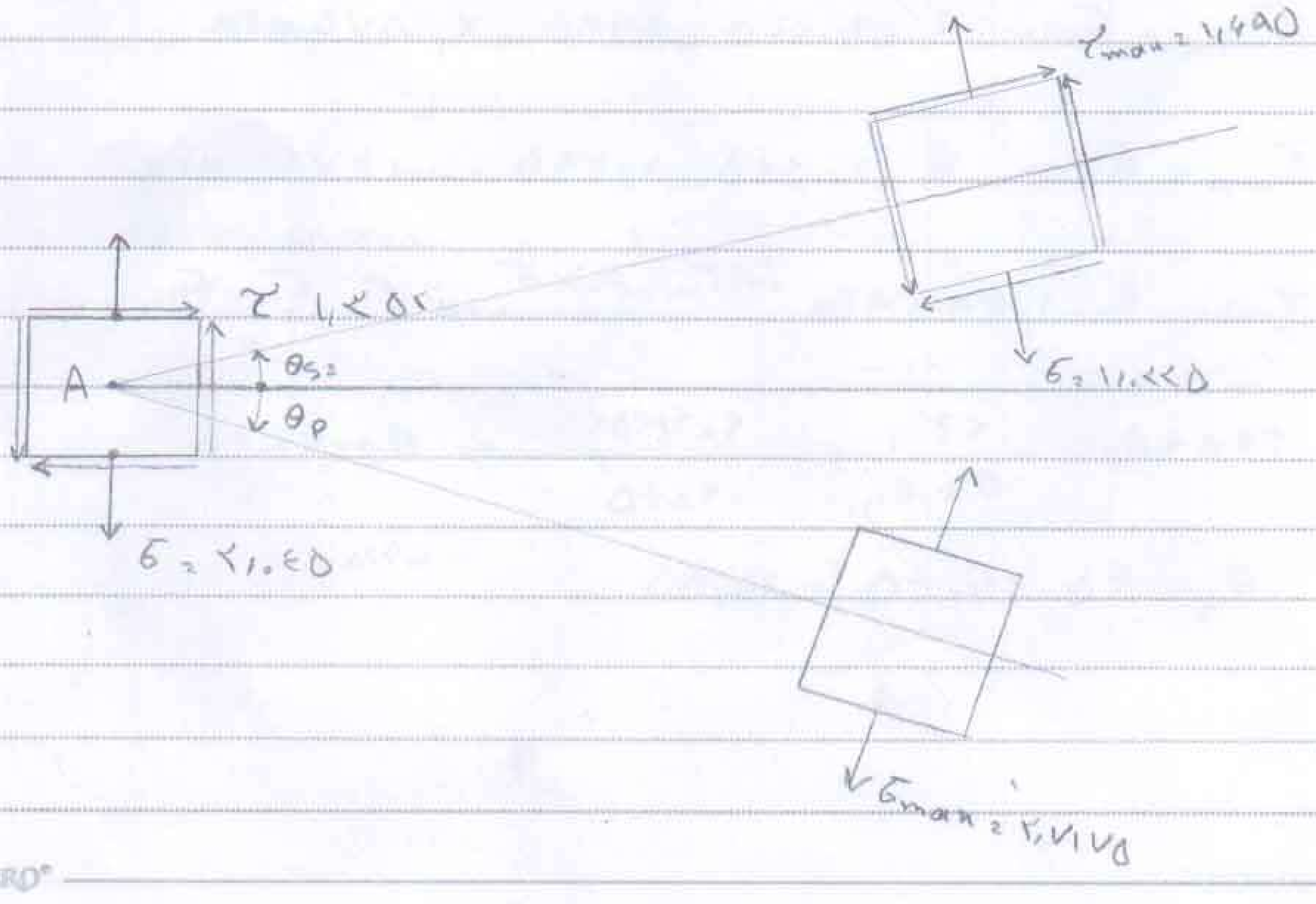
$$\begin{cases} \sigma_A = \dfrac{F}{A} + \dfrac{M_x \times C}{I} = \dfrac{٥٠٠}{\pi \times ٠/٠٢٧٥^2} + \dfrac{٨٠ \times ٠/٠٢٧٥}{\frac{\pi}{4} \times ٠/٠٢٧٥^4} = ٢/٠٤٥ \ MPa \\ \tau_A = \dfrac{M_y \times r}{J} = \dfrac{١١٢ \times ٠/٠٢٧٥}{\frac{\pi}{2} \times ٠/٠٢٧٥^4} = ١/٢٥٢ \ MPa \end{cases}$$

$$\sigma_B = \frac{F}{A} + \frac{M_z \times C}{I} = \frac{٥٠٠}{\pi \times ٠/٠٢٧٥^2} + \frac{٧٠ \times ٠/٠٢٧٥}{\frac{\pi}{4} \times (٠/٠٢٧٥)^4} = ١/٨٠٤ \ MPa$$

$$\tau_B = \frac{VQ}{It} - \frac{M_y \times r}{J} = \frac{٨٠٠ \times \left(\frac{٣/١٤}{٢} \times ٠/٠٢٧٥^2\right)\left(\frac{٤ \times ٠/٠٢٧٥}{٣ \times ٣/١٤}\right)}{\frac{\pi}{4} \times (٠/٠٢٧٥^4) \times ٠/٠٥٥}$$

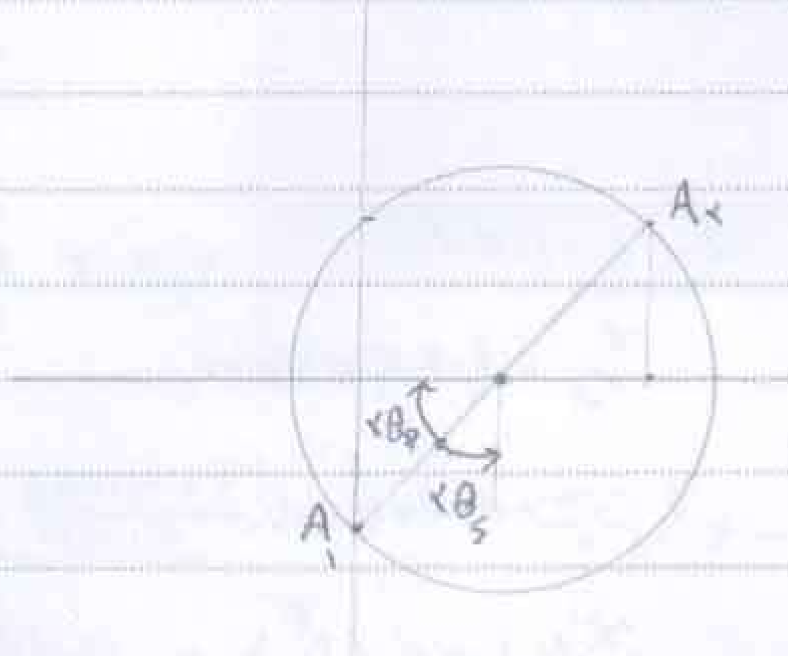
$$- \frac{١١٢ \times ٠/٠٢٧٥}{\frac{\pi}{2}(٠/٠٢٧٥^4)} = -١/٥٩٢٥$$

دایره مور برای المان A:



Subject : Date ....

$A_1 = (۰ , -۱,۳۵۲)$, $A_۲ = (۲,۰۴۵ , ۱,۳۵۲)$



$$\sigma_{ave} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{۲} = \frac{۰ + ۲,۰۴۵}{۲} = ۱,۰۲۲۵ \text{ MPa}$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{۲}\right)^۲ + \tau_{xy}^۲} = \sqrt{\left(\frac{۰ - ۲,۰۴۵}{۲}\right)^۲ + ۱,۳۵۲^۲} = ۱,۶۹۵$$

$$\sigma_{max} = \sigma_{ave} + R = ۱,۰۲۲۵ + ۱,۶۹۵ = ۲,۷۱۷۵ \text{ MPa}$$

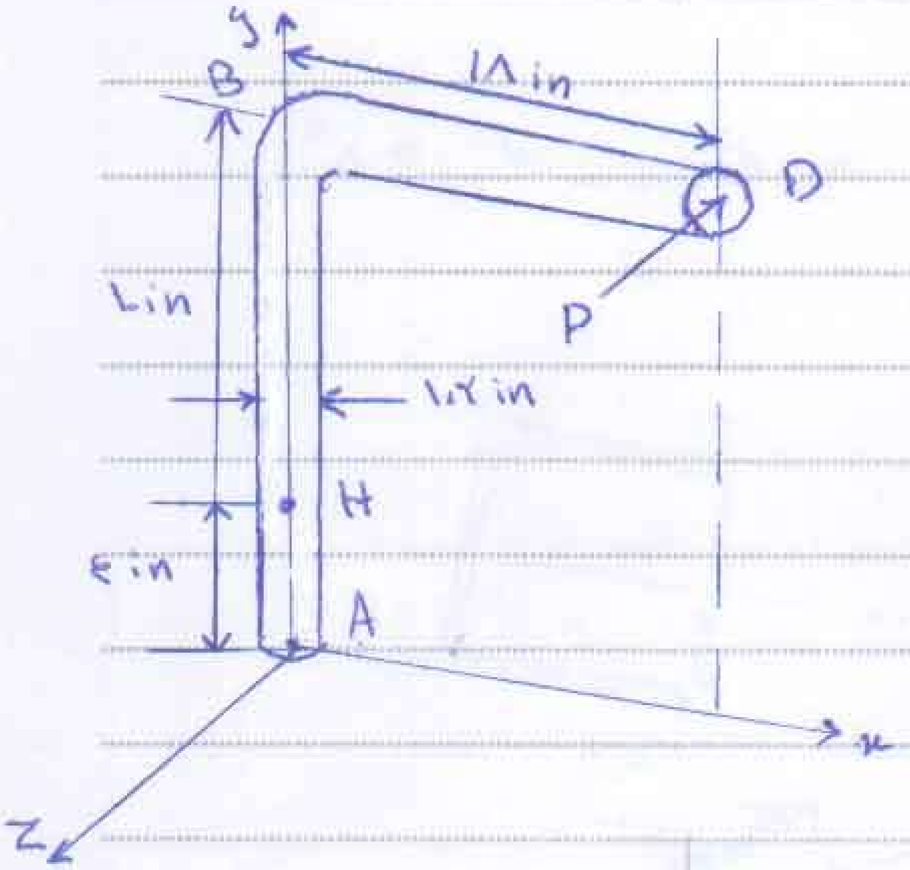
$$\sigma_{min} = \sigma_{ave} - R = ۱,۰۲۲۵ - ۱,۶۹۵ = -۰,۶۷۲۵ \text{ MPa}$$

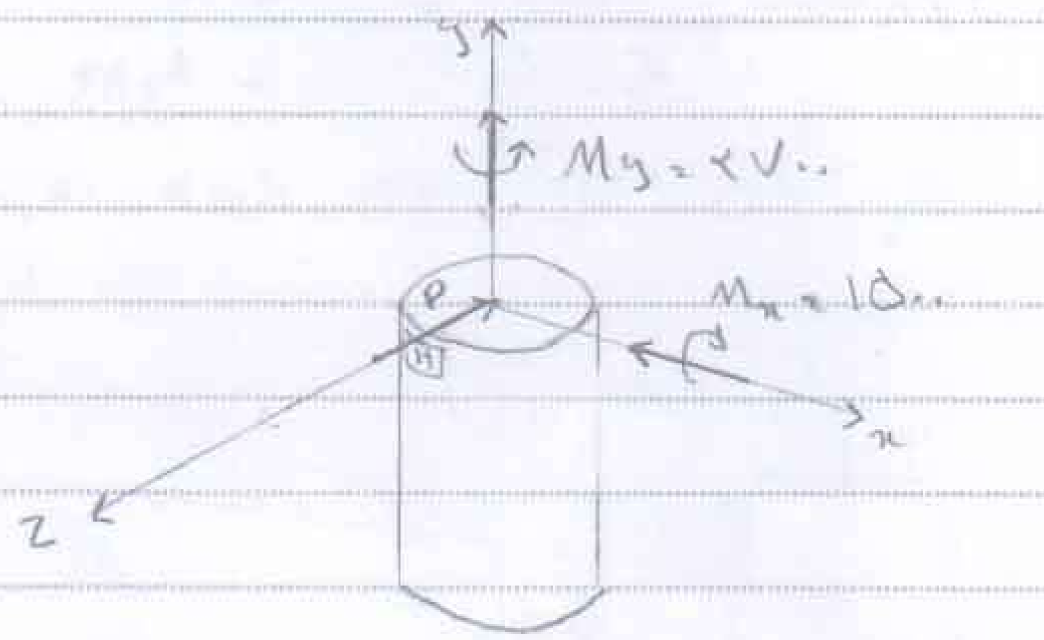
$$\tau_{max} = R = ۱,۶۹۵ \text{ MPa} \xrightarrow{\sigma \text{ در حالت } \tau_{max} \text{ برابر است}} \sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{۲} = ۱,۰۲۲۵ \text{ MPa}$$

$$\tan ۲\theta_p = \frac{۲\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{۲ \times ۱,۳۵۲}{-۲,۰۴۵} \rightarrow \theta_p = ۲۶,۴۵$$

$$\theta_s = ۴۵ - ۲۶,۴۵ = ۱۸,۵۵$$

مثال) بار متمرکز افقی P به مقدار ۱۵۰lb بر انتهای D اهرم ABD وارد شده است. اگر قطر قسمت AB اهرم ۱/۲in باشد مطلوب است الف) تنش های عمودی و برشی در جزئی واقع در نقطه H که بالهای آن موازی با محورهای x و y هستند. ب) صفحه های اصلی و تنش های اصلی در نقطه H.

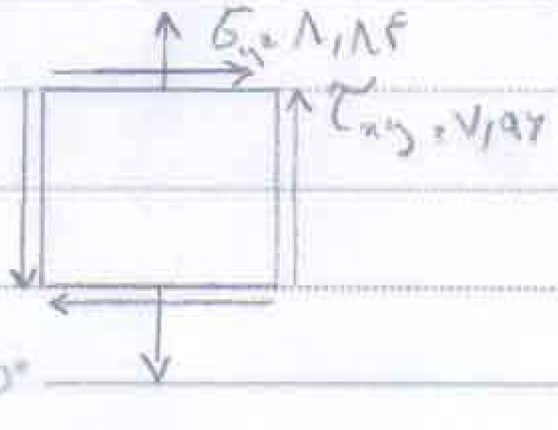




الف) $M = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 18 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & -150 \end{vmatrix} \rightarrow M_x = -1500 \quad M_y = 2700$

$$\sigma_H = \frac{M_x \times C}{I} = \frac{1500 \times 0.6}{\frac{\pi \times 0.6^4}{4}} = 8.84 \ \text{kips}$$

$$\tau_H = \frac{M_y \times r}{J} = \frac{2700 \times 0.6}{\frac{\pi \times 0.6^4}{2}} = 7.96 \ \text{kips}$$



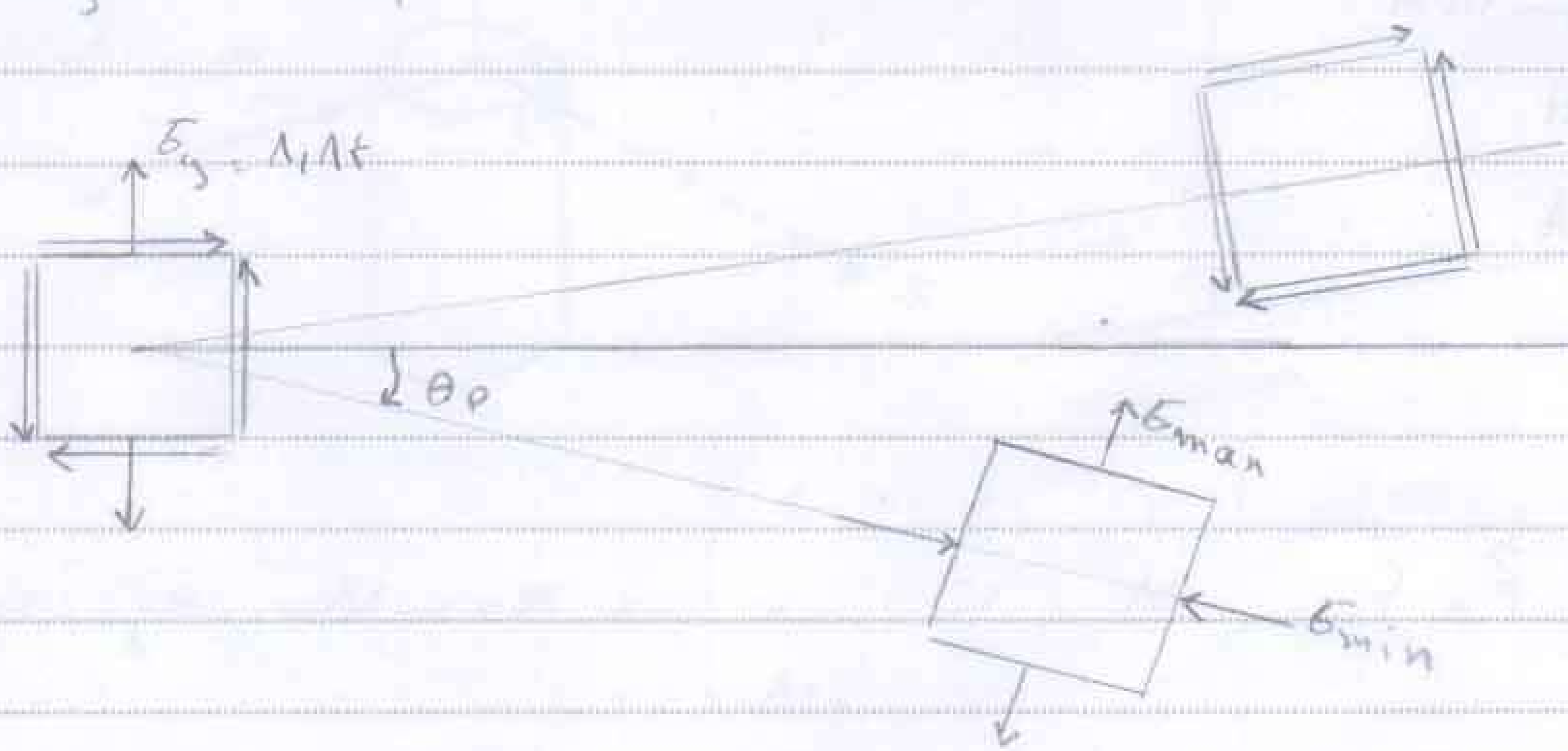
Subject :   Date ....

A = (۰ , -۷,۹۴)

B = (۱,۱۸ , ۷,۹۴)

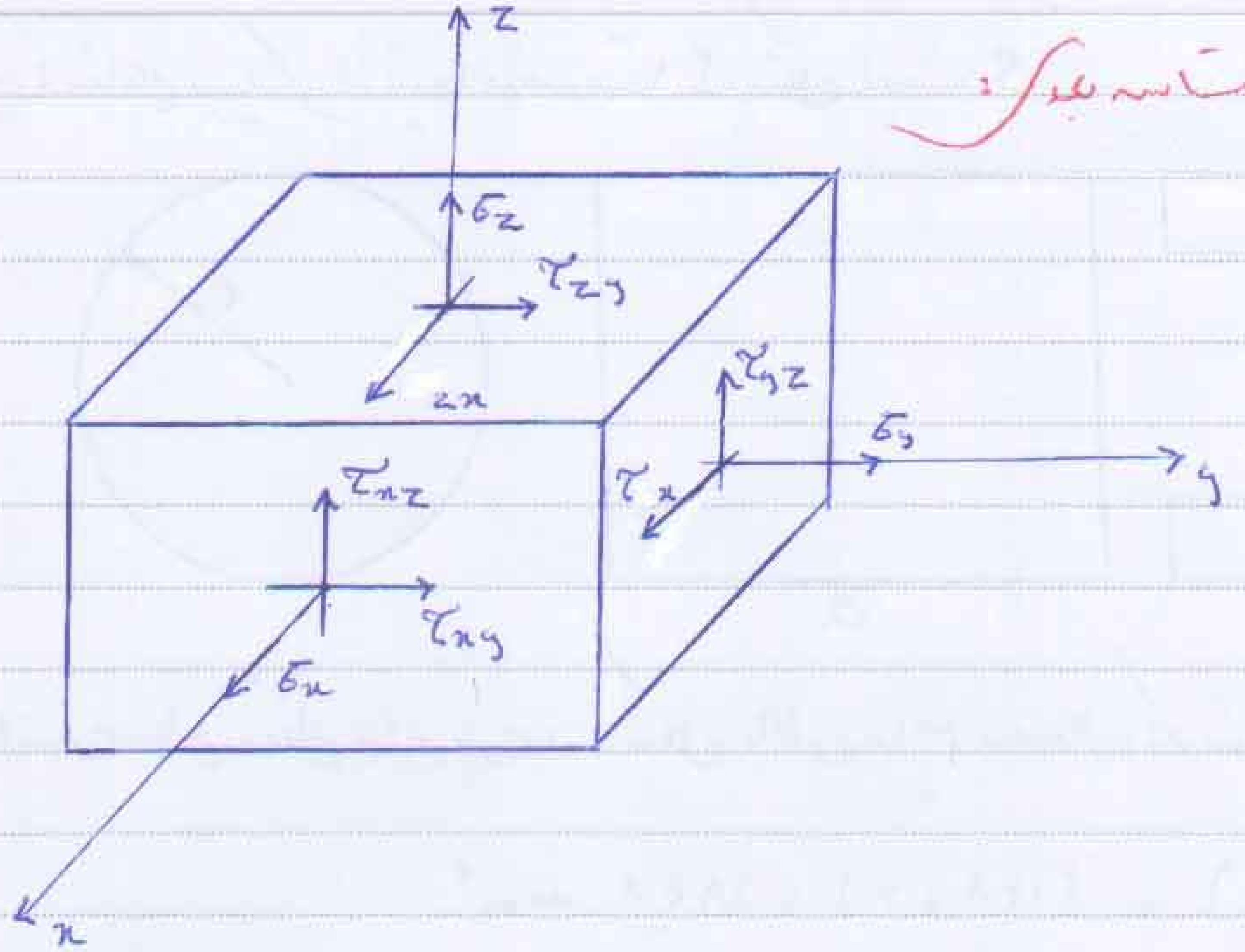
$\tan 2\theta = \dfrac{\tau_{xy}}{\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}} = \dfrac{2 \times ۷,۹۴}{-۱,۱۸} \longrightarrow \theta_p = -۴۰,۴۸^\circ$

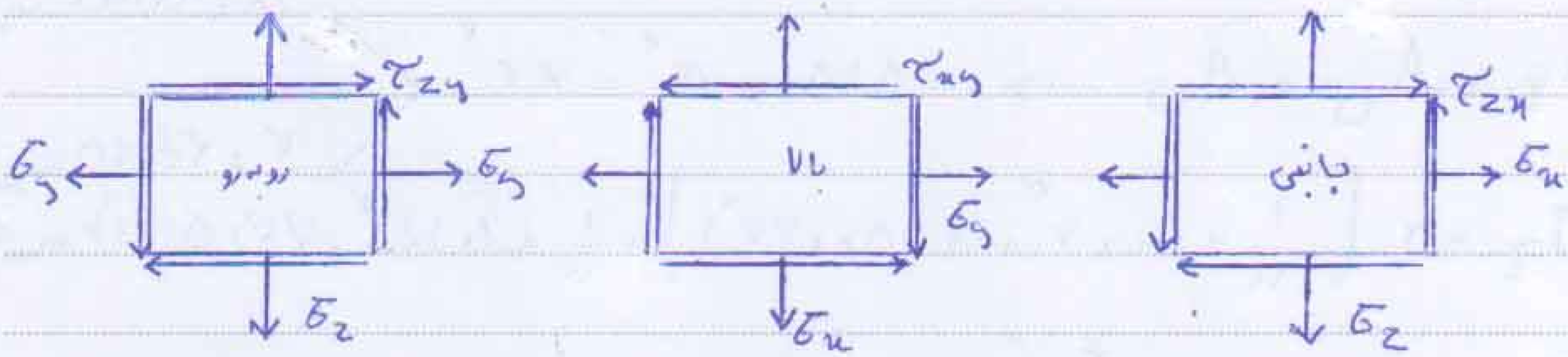
$\theta_s = ۴۵ - \theta_p = ۴۵ - ۴۰,۴۸ = ۴,۵۲^\circ$



$\sigma_{max,min} = \dfrac{۰ + ۱,۱۸}{۲} \pm \sqrt{\left(\dfrac{-۱,۱۸}{۲}\right)^۲ + ۷,۹۴^۲}$ $\begin{cases} \sigma_{max} = ۸,۵۰ \\ \sigma_{min} = -۴,۸ \end{cases}$

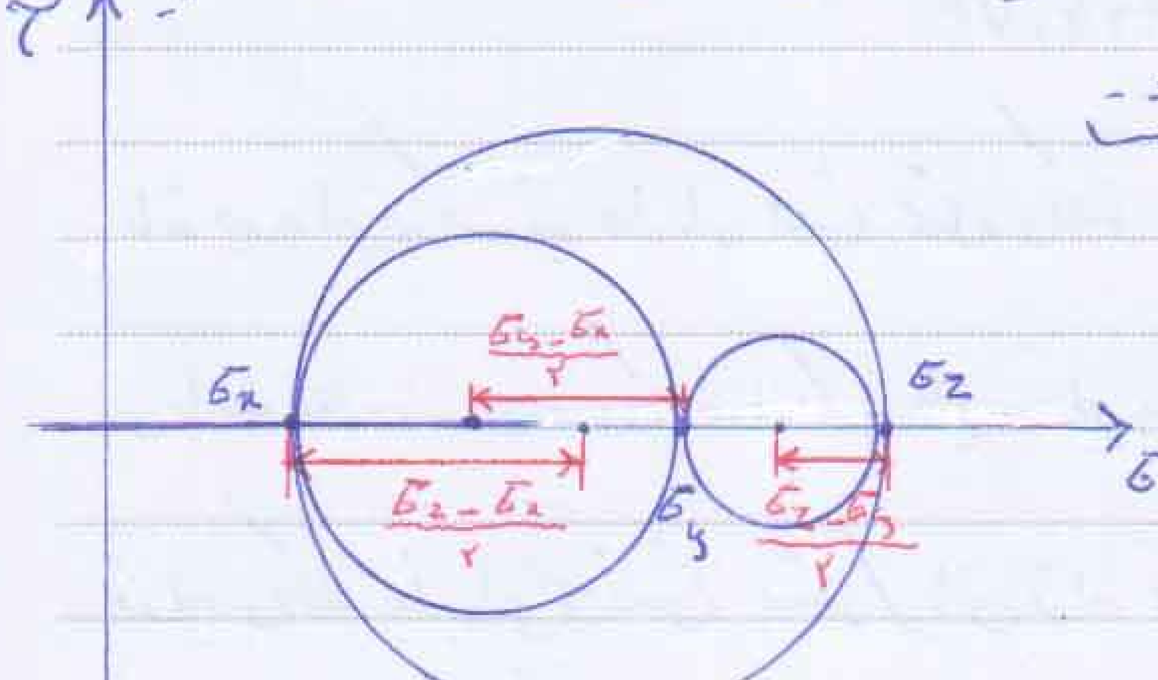
دایره‌ی مور در حالت سه بعدی :





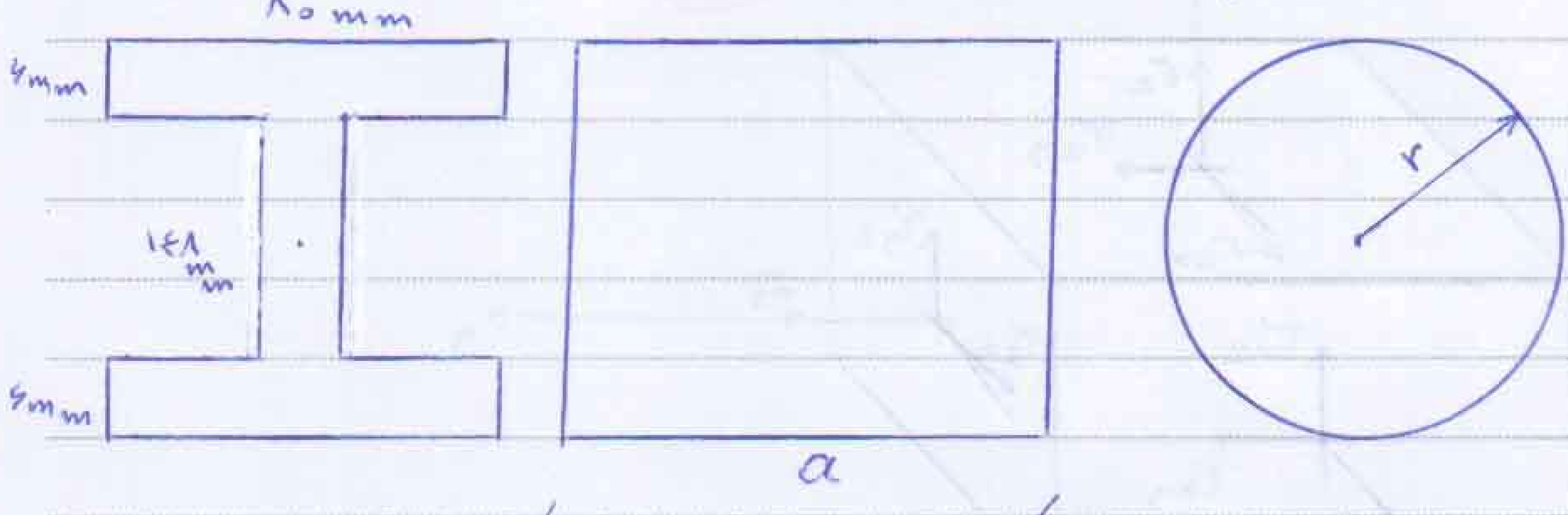
پس از رسم المان در سه صفحه دایره‌ی مور را برای سه المان نشان داده شده رسم می‌نمایم

با فرض $\sigma_x < \sigma_y < \sigma_z$ خواهیم داشت



$$\tau_{max} = \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}$$

چرا مقاطع بسیاری از تیرها به صورت I شکل است؟



با فرض سطح مقطع برابر بین سه شکل بالا می‌خواهیم به سوال ذکر شده پاسخ دهیم.

$$A_I = 2(6\times 80) + (148\times 6) = 1848\ mm^2$$

$$A_I = A_\square = A_\bigcirc \rightarrow 1848 = a^2 = \pi r^2 \begin{cases} a = 42.99\ mm \\ r = 24.25\ mm \end{cases}$$

$$I_I = 2\left[\frac{1}{12}\times 80\times 6^3 + (480\times 77^2)\right] + \frac{1}{12}\times 6\times 148^3 = 7315616\ mm^4$$

$$I_\square = \frac{1}{12}\times 42.99^4 = 2846370.4$$

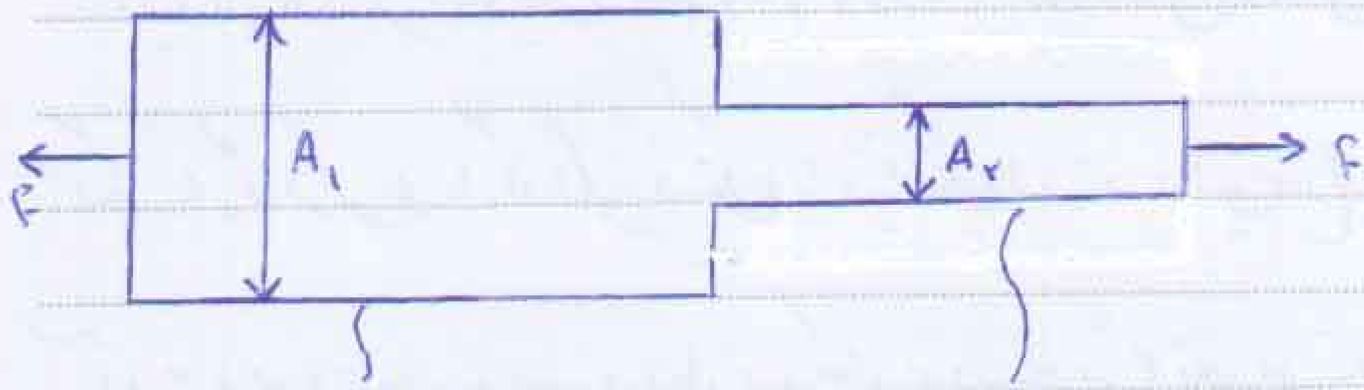
$$I_\bigcirc = \frac{\pi\times 24.25^4}{4} = 271466.74$$

$\sigma = \frac{MC}{I}$ با توجه به اینکه تیرها بار خمشی تحمل می‌کنند و با توجه به اینکه

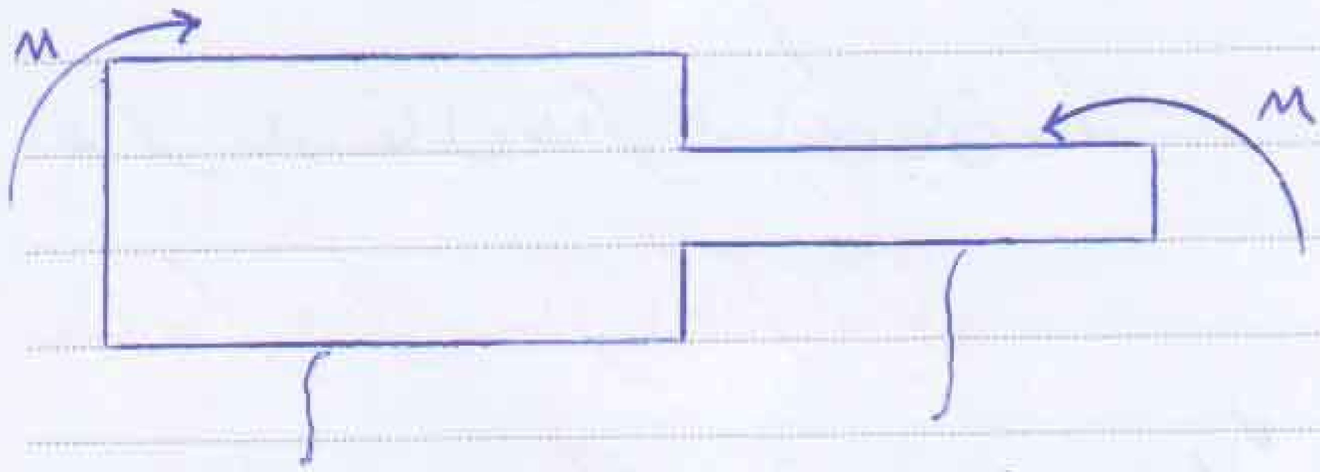
می‌باشد ملاحظه می‌شود که به ازای سطح مقطع برابر تیر I شکل ممان اینرسی بیشتری

تولید می‌کند بنابراین تنش بیشتری را می‌تواند تحمل کند.

تمرکز تنش (K_t):



$\sigma_1 = \dfrac{F}{A_1}$ $\qquad$ $\sigma_2 = \dfrac{F}{A_2}$



$\sigma = \dfrac{MC_1}{I_1}$ $\qquad$ $\sigma = \dfrac{MC_2}{I_2}$

در اجسامی که تحت یک بارگذاری خاص قرار دارند ممکن است پدیده‌ی تمرکز تنش رخ دهد. علت وجود تمرکز تنش ترک‌های ریز، سوراخ و شیار، تغییر مقطع آنی و لبه‌های تیز است. در این مکان‌ها تنش به میزان کاهش سطح مقطع افزایش نمی‌یابد بلکه این افزایش چندین برابر بیشتر، ضریب K_t بوده که آن تعریف می‌شود.

طراحی بر مبنای بارگذاری استاتیکی:

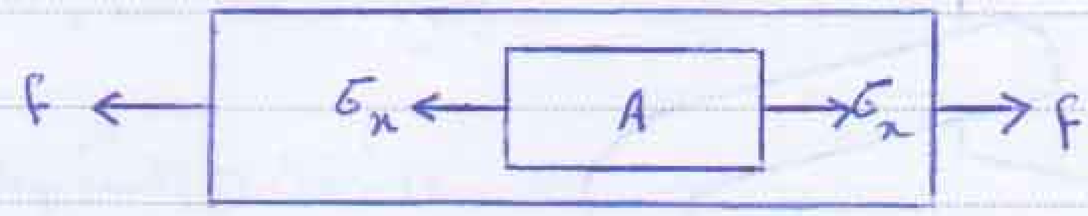
در یک بارگذاری استاتیکی جسم و بار وارده با گذر زمان و مکان تغییر نمی کند. در مقابل نوع
دیگر بارگذاری، بارگذاری خستگی یا دینامیکی است. در این نوع بارگذاری تغییر در نوع بار و مقدار
آن وجود دارد. و جسم در زمان و مکان مشخصی تغییرات می شود.
شکست در بارگذاری خستگی به صورت آنی و ناگهانی رخ می دهد و این موضوع اهمیت این نوع
طراحی را در مقابل طراحی استاتیکی بیان می کند.

معیارهای طراحی بر مبنای بارگذاری استاتیکی:

۱) تئوری تنش عمودی حداکثر: بر طبق این معیار جسم زمانی گسیخته خواهد شد که تنش عمودی
حداکثر وارده برآن با تنش عمودی حاصل از آزمون کشش ساده همان جنس ماده برابر گردد

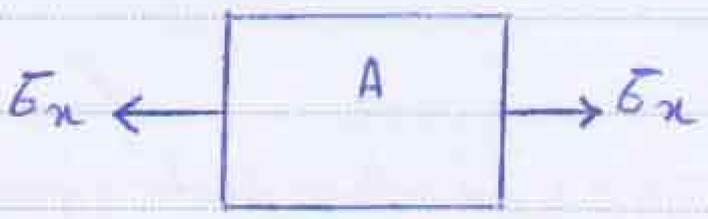
۲) تنش برشی حداکثر (ترسکا): بر طبق این معیار جسم زمانی گسیخته خواهد شد که تنش برشی
حداکثر وارده برآن با تنش برشی حاصل از آزمون کشش ساده همان جنس ماده برابر بود.

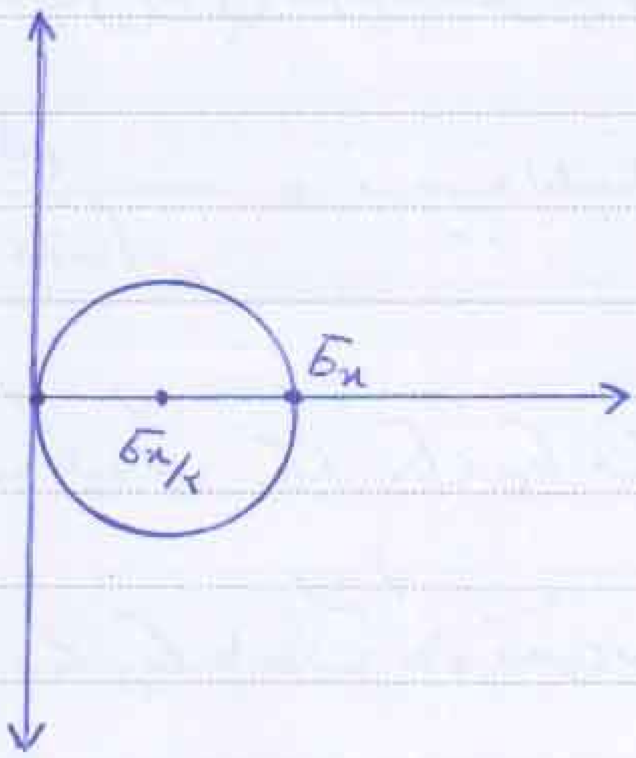
۳) انرژی واپیچش (معیار فون - میزز): بر طبق این نظریه جسم زمانی گسیخته خواهد شد
که انرژی واپیچش جسم با انرژی واپیچش حاصل از آزمون کشش ساده برابر باشد.



در مرحله تسلیم $\quad \sigma_x = S_y$ $\qquad$ S_y: تنش حد تسلیم

در مرحله شکست $\quad \sigma_x = S_u$ $\qquad$ S_u: تنش حد نهایی





$(0 \ , \ 0)$

$(\sigma_x \ , \ 0)$

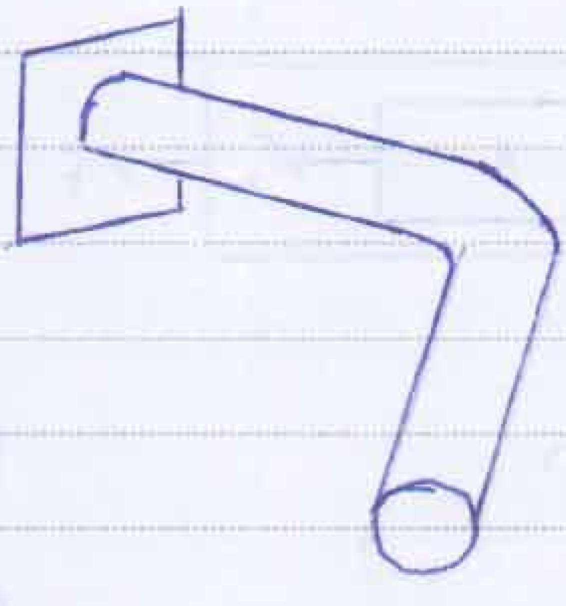
$$\sigma_{max} = \sigma_x = S_y \ , \ \tau_{max} = \frac{\sigma_x}{2} = \frac{S_y}{2}$$

بررسی تئوری های طراحی:

حال می خواهیم به بررسی تئوری طراحی در سه نظریه گفته شده بپردازیم و ضریب اطمینان را برای جسم در سه تئوری فوق به دست آوریم. برای این کار شکل بعد را به عنوان مثال در نظر بگیرید.

Subject: Date

نکته: ضریب اطمینان در روابط زیر به حسب معیار تسلیم نشان داده شده است.



۱) ضریب اطمینان از نظریه تنش عمودی حداکثر: ضریب اطمینان در این نظریه به شکل زیر خواهد شد

$$\text{ضریب اطمینان} = \frac{\text{تنش حد تسلیم}}{\text{تنش حداکثر مجاز بحرانی}} \longrightarrow n = \frac{S_y}{\sigma_{max}}$$

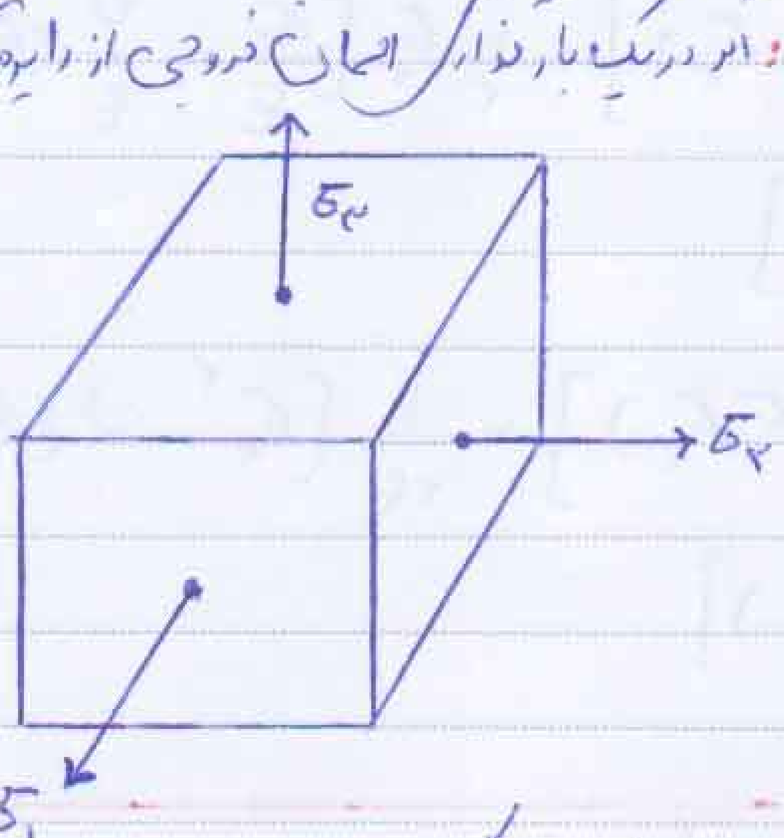
۲) ضریب اطمینان از نظریه تنش برشی حداکثر: در حالت کلی اگر σ_1 ، σ_2 ، σ_3 مرکز دایره‌ای مور باشند به طوری که داشته باشیم: $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ باشد آنگاه تنش برشی حداکثر و ضریب اطمینان به شکل زیر تعریف می‌شوند.

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

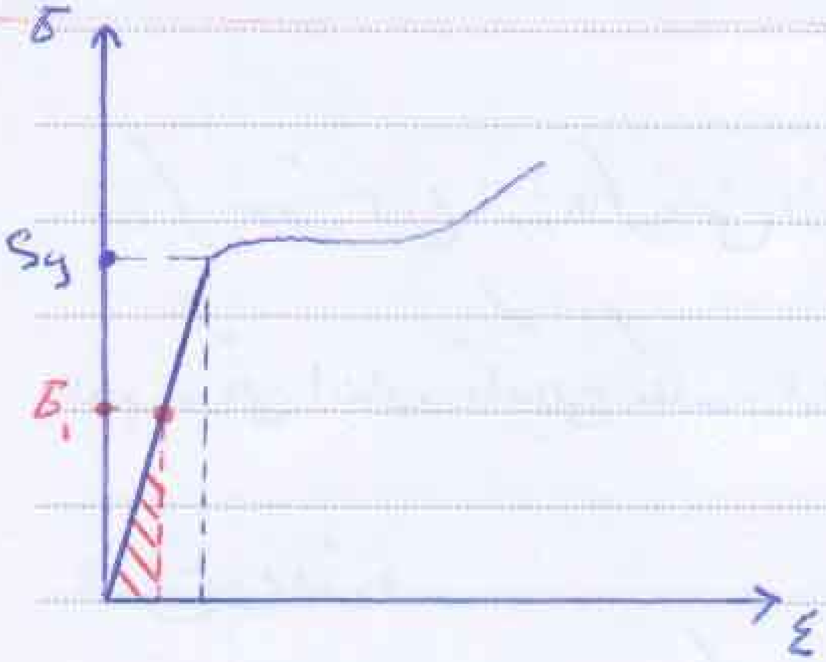
$$n = \frac{S_y/2}{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}} = \frac{S_y}{\sigma_1 - \sigma_3}$$

نکته: تنش برشی حد تسلیم نصف تنش عمودی حد تسلیم می‌باشد.

۳) ضریب اطمینان در نظریه انرژی واپیچش: اگر در یک بارگذاری المان خروجی از دایره‌ی مور به صورت زیر باشد. $\sigma_3 < \sigma_2 < \sigma_1$



اگر به جسم تنش σ_1 وارد کنیم در جسم انرژی ذخیره می‌شود زیرا اگر σ_1 از جسم حذف شود جسم به حالت اولیه‌ی خود برمی‌گردد. با فرض اینکه در محدوده‌ی الاستیک باشیم.



مساحت زیر نمودار تنش کرنش انرژی ذخیره شده در واحد حجم است.

$$U_1 = \frac{1}{2}\sigma\varepsilon \rightarrow U = U_1 + U_2 + U_3$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \nu\frac{\sigma_2}{E} - \nu\frac{\sigma_3}{E}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \nu\frac{\sigma_1}{E} - \nu\frac{\sigma_3}{E}$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\sigma_3}{E} - \nu\frac{\sigma_1}{E} - \nu\frac{\sigma_2}{E}$$

$$U = \frac{1}{2}\sigma_1\left[\frac{\sigma_1}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_2+\sigma_3)\right] + \frac{1}{2}\sigma_2\left[\frac{\sigma_2}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_1+\sigma_3)\right]$$

$$+ \frac{1}{2}\sigma_3\left[\frac{\sigma_3}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_1+\sigma_2)\right]$$

$$U = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 - \nu(\sigma_1\sigma_2+\sigma_1\sigma_3)\right] + \frac{1}{2E}\left[\sigma_2^2 - \nu(\sigma_1\sigma_2+\sigma_2\sigma_3)\right]$$

$$\frac{1}{2E}\left[\sigma_3^2 - \nu(\sigma_1\sigma_3+\sigma_2\sigma_3)\right]$$

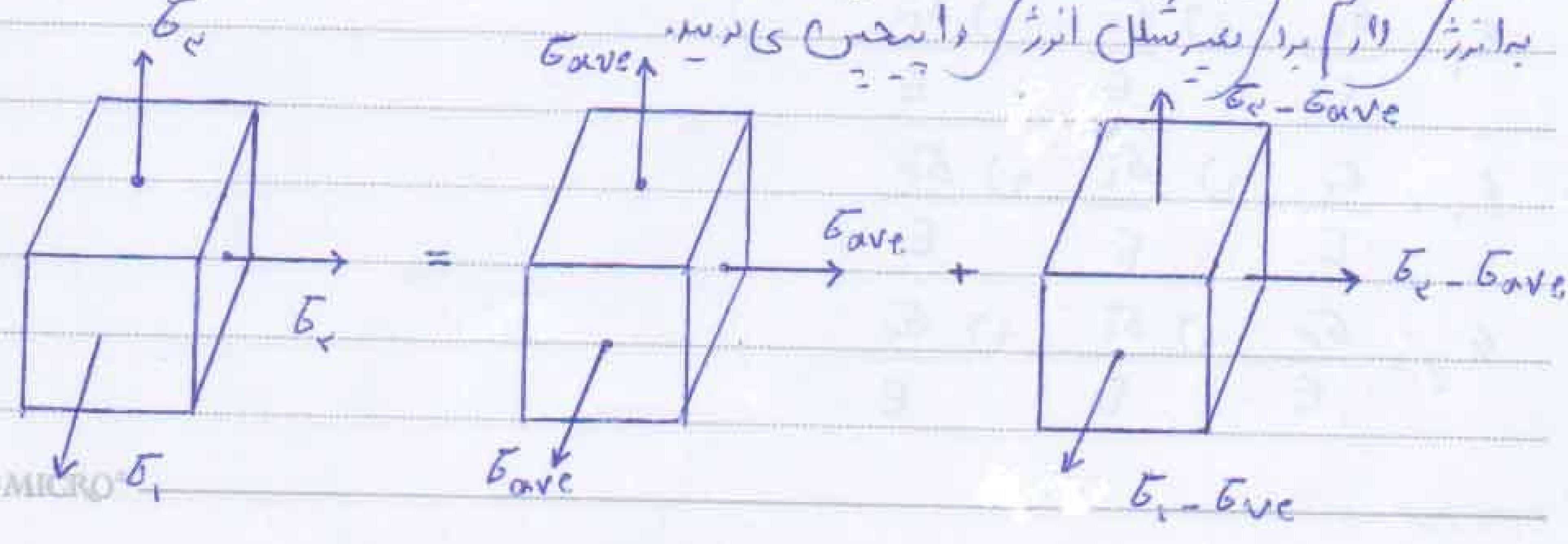
$$\boxed{U = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2+\sigma_1\sigma_3+\sigma_2\sigma_3)\right]}$$

انرژی فوق مجموع انرژی‌های ناشی از تغییر شکل و تغییر حجم است. تغییر شکل (اعوجاج) سبب بهم خوردن ابعاد و تابیدن مکعب المان می‌شود ولی تغییر حجم سبب انبساط یا انقباض المان می‌شود.

$U = U_v + U_d$

$U =$ انرژی تغییر حجم + انرژی تغییر شکل

به انرژی لازم برای تغییر شکل انرژی واپیچش می‌گویند.



با توجه به شکل قبل المان دو تنها دچار تغییر حجم خواهد شد. اما المان سوم دچار تغییر حجم نمی شود زیرا

$$\frac{\Delta V}{V}=\frac{1-2\nu}{E}\left[\sigma_1-\sigma_{ave}+\sigma_2-\sigma_{ave}+\sigma_3-\sigma_{ave}\right]$$

$$\frac{\Delta V}{V}=\frac{1-2\nu}{E}\left[\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3-3\sigma_{ave}\right]$$

$$\sigma_{ave}=\frac{\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3}{3}\rightarrow\frac{\Delta V}{V}=\frac{1-2\nu}{E}\left\{\cancel{\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3-(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)}\right\}\nearrow 0$$

اگر به جای σ_1، σ_2 و σ_3 در فرمول U مقدار σ_{ave} را جایگذاری کنیم انرژی تغییر حجم به صورت زیر خواهد بود.

$$U_V=\frac{1}{2E}\left[3\sigma_{ave}^2-6\nu\sigma_{ave}^2\right]$$

$$U_V=\frac{3\sigma_{ave}^2}{2E}(1-2\nu)$$

بنابراین برای به دست آوردن انرژی واپیچش $U_d=U-U_V$ خواهد بود.

$$\rightarrow U_d=\frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2-2\nu(\sigma_1\sigma_2+\sigma_1\sigma_3+\sigma_2\sigma_3)\right]-\frac{3\sigma_{ave}^2}{2E}(1-2\nu)$$

$$\rightarrow U_d=\frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2-2\nu(\sigma_1\sigma_2+\sigma_1\sigma_3+\sigma_2\sigma_3)\right]-\frac{1-2\nu}{6E}\left[\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2+2\sigma_1\sigma_2+2\sigma_1\sigma_3+2\sigma_2\sigma_3\right]$$

Subject : Date

$$U_d = \frac{1}{2E}\Big[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)$$

$$- \frac{1}{3}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 2\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_1\sigma_3 + 2\sigma_2\sigma_3)$$

$$+ \frac{2}{3}\nu(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 2\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_1\sigma_3 + 2\sigma_2\sigma_3)\Big]$$

$$U_d = \frac{1}{6E}\Big[3\sigma_1^2 + 3\sigma_2^2 + 3\sigma_3^2 - 6\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)$$

$$- (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 2\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_1\sigma_3 + 2\sigma_2\sigma_3)$$

$$+ 2\nu(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 2\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_1\sigma_3 + 2\sigma_2\sigma_3)\Big]$$

$$U_d = \frac{1}{6E}\Big[2\sigma_1^2 + 2\sigma_2^2 + 2\sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)$$

$$- 2(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3) + 2\nu(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)\Big]$$

$$U_d = \frac{1}{3E}\Big[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3) + \nu\big((\sigma_1^2$$

$$+ \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)\big)\Big]$$

$$U_d = \frac{1}{3E}\Big[(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)(1+\nu) - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)$$

$$(1+\nu)\Big]$$

$$U_d = \frac{1+\nu}{3E}\Big[\frac{1}{2}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \frac{1}{2}(2\sigma_1\sigma_2$$

MICRO

$$+2\sigma_1\sigma_3+2\sigma_2\sigma_3)\Big]$$

$$\boxed{U_d=\frac{1+\nu}{3E}\left[\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2}{2}\right]}$$

نکته: اگر $\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3$ باشد با توجه به رابطه‌ی بالا انرژی واپیچشی جسم صفر خواهد شد.

نکته‌ی ۲: فرضیه‌ی انرژی واپیچشی پیش بینی می‌کند که تسلیم هنگامی رخ خواهد داد که انرژی واپیچشی در یک حجم واحد با انرژی واپیچشی در همان حجم به هنگام آزمایش تسلیم تحت تنش تک محوری قرار گرفته، برابر شود. ($\sigma_1=S_y$ و $\sigma_2=\sigma_3=0$ باشد.)

انرژی واپیچشی در حالت تسلیم

$$U_d=\frac{1+\nu}{3E}\left(S_y^2\right)$$

$$\frac{1+\nu}{3E}\left[\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2}{2}\right]=\frac{1+\nu}{3E}\left(S_y^2\right)$$

$$S_y=\sqrt{\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2}{2}}$$

در حالت دو بعدی $\sigma_3=0$ خواهد بود.

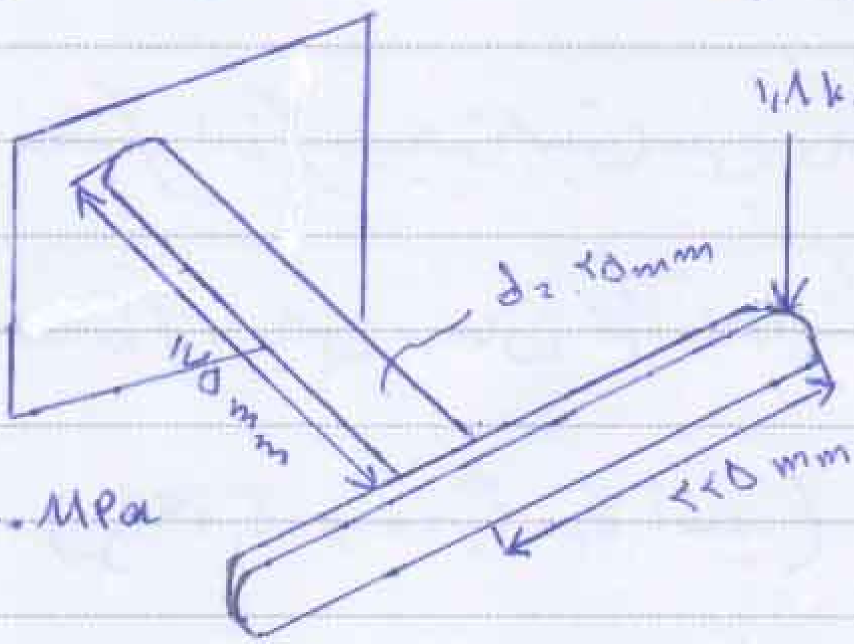
$$S_y^2=\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2+\sigma_1^2+\sigma_2^2}{2}=\sigma_1^2-\sigma_1\sigma_2+\sigma_2^2$$

بنابراین برای حالتی که ضریب اطمینان یک باشد یعنی تنش معادل با تنش تسلیم برابر باشد داریم

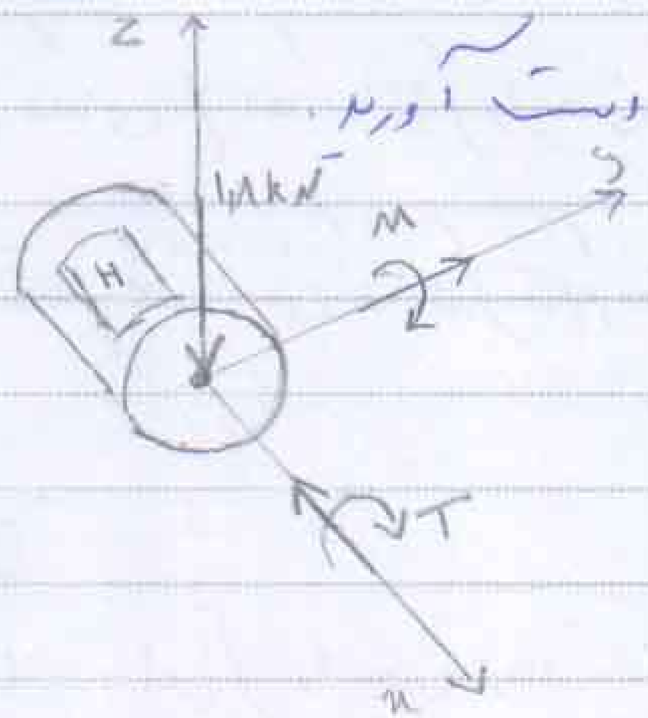
$$S_y = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$$

$$\left(\frac{S_y}{n}\right)^2 = \sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2$$

مثال: در بارگذاری شکل زیر ضریب ایمنی را براساس نظریه بارگذاری استاتیکی به دست آورید.



$S_y = 400\ \text{MPa}$

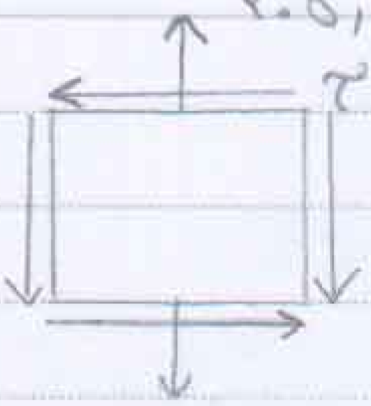


گشتاور خمشی $M = 1.8 \times 175 = 315\ \text{N.m}$

گشتاور پیچشی $T = 1.8 \times 225 = 405\ \text{N.m}$

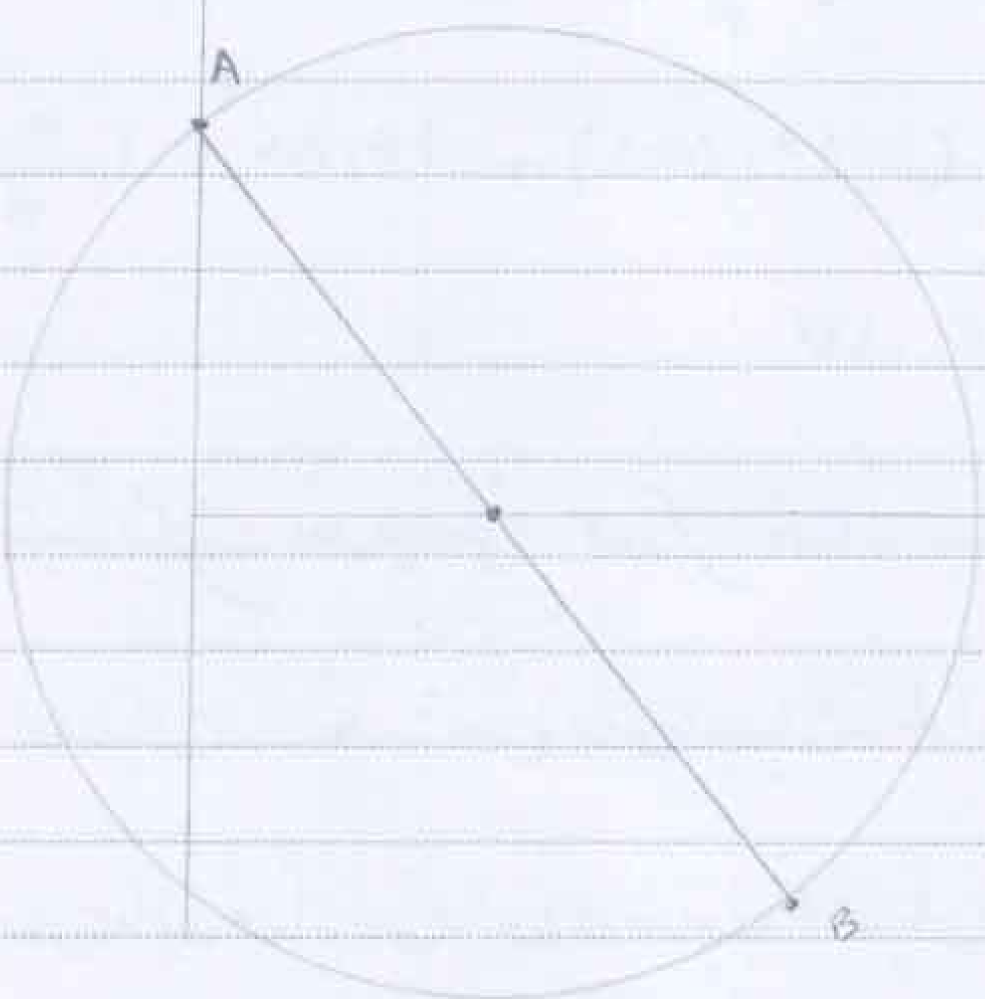
$$\sigma = \frac{MC}{I} = \frac{315 \times \frac{0.025}{2}}{\frac{3.14}{64} \times (0.025)^4} = 205.4\ \text{MPa}$$

$$\tau = \frac{T \times r}{J} = \frac{405 \times \frac{0.025}{2}}{\frac{3.14}{32} \times (0.025)^4} = 132\ \text{MPa}$$



A (۰ , ۱۳۲)

B (۲۰۵,۳ , −۱۳۲)



$r = \sqrt{\left(\frac{۰ - ۲۰۵,۳}{۲}\right)^۲ + ۱۳۲^۲} = ۱۶۷,۲۱۵ \text{ MPa}$

$\sigma_{ave} = \frac{۰ + ۲۰۵,۳}{۲} = ۱۰۲,۶۵ \text{ MPa}$

$\sigma_۱ = r + \sigma_{ave} = ۱۰۲,۶۵ + ۱۶۷,۲۱۵ = ۲۶۹,۸۶ \text{ MPa}$

$\sigma_۲ = r - \sigma_{ave} = ۱۰۲,۶۵ - ۱۶۷,۲۱۵ = -۶۴,۵۶ \text{ MPa}$

$\tau_{max} = r = ۱۶۷,۲۱۵ \text{ MPa}$

نظریه تنش عمودی ماکزیمم $n = \frac{S_y}{\sigma_{max}} = \frac{۴۰۰}{۲۶۹٫۸۶} = ۱٫۴۸۲$

نظریه تنش برشی ماکزیمم $n = \frac{S_y/۲}{\tau_{max}} = \frac{۴۰۰}{۲\times۱۶۷٫۲۱۵} = ۱٫۱۹۶$

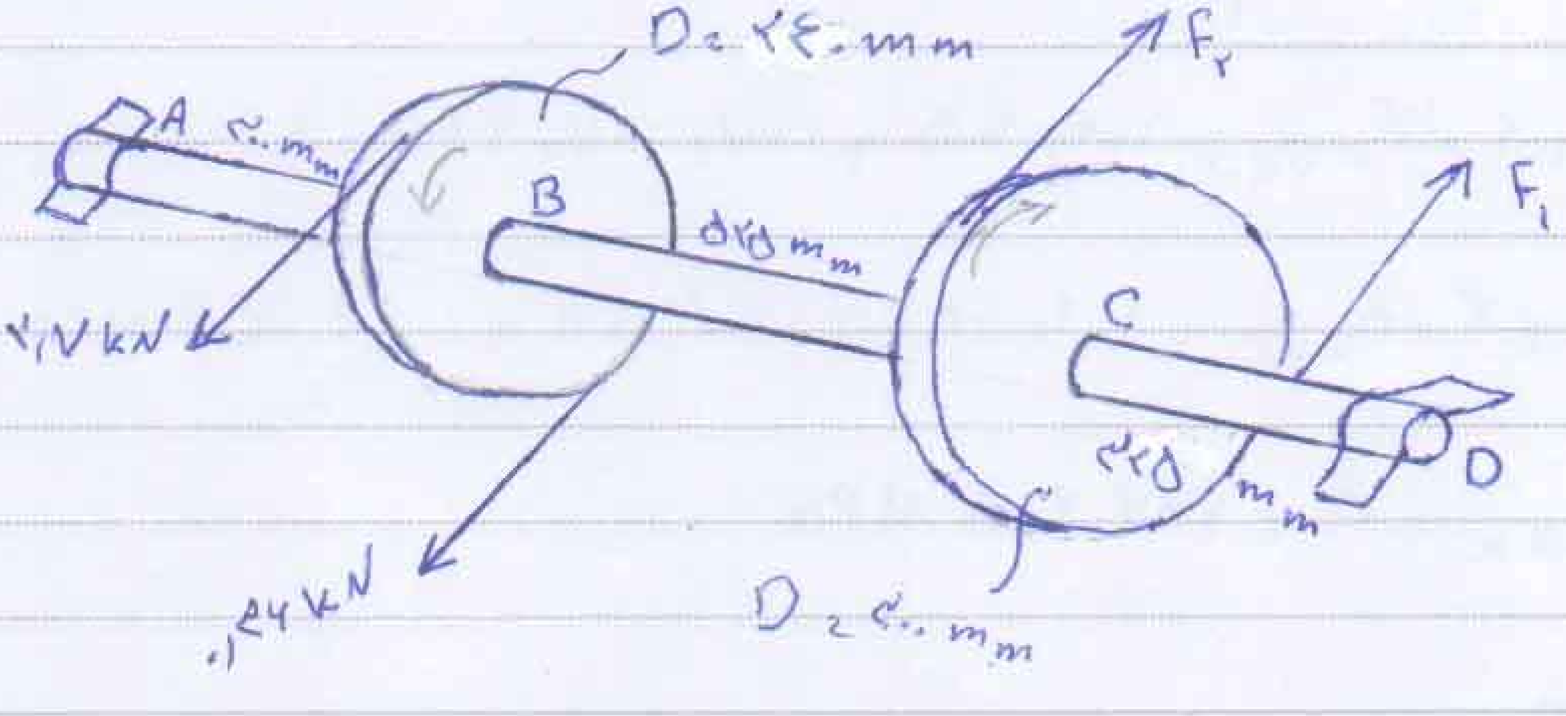
نظریه فون مایزز: $\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = \left(\frac{S_y}{n}\right)^2$

$\longrightarrow ۲۶۹٫۸۶^2 - (۲۶۹٫۸۶ \times (-۶۴٫۵۶۱)) + ۶۴٫۵۶^2 = \left(\frac{۴۰۰}{n}\right)^2$

$\longrightarrow n = ۱٫۴۰۱۷$

نتیجه‌گیری: نظریه تنش عمودی همواره یک ضریب اطمینان خوش‌بینانه می‌دهد و ضریب اطمینان از نظریه تنش برشی بسیار محافظه‌کارانه است. ضریب اطمینان بدست آمده از نظریه فون مایزز همواره بین این دو ضریب اطمینان قرار دارد.

مثال) در بارگذاری شکل زیر کشش تسمه در قسمت متحرک ۰٫۱۲۵ برابر قسمت محرک است. با فرض اینکه $S_y = ۴۰۰\ MPa$ باشد مقدار قطر شفت را بدست آورید.



Subject: Date

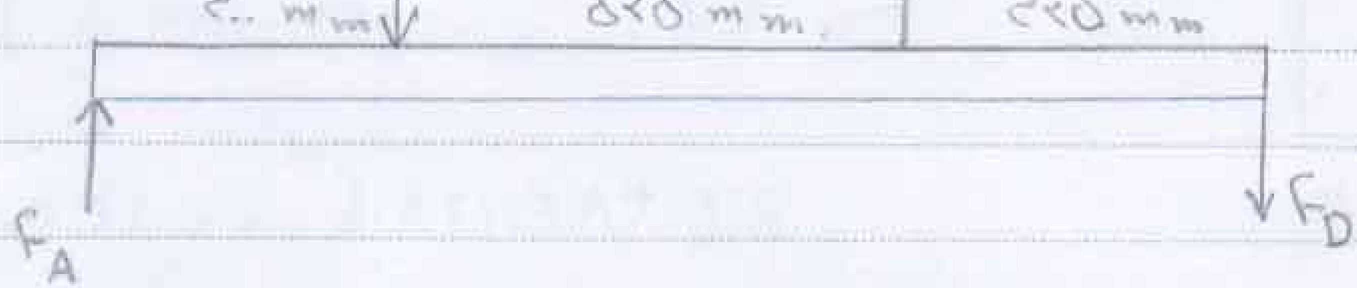
گشتاور وارده به چرخ تسمه B $\quad T_B = (2.7 - 0.36) \times \frac{240}{2} = 280.8$

گشتاور منتقل شده توسط دو چرخ تسمه باهم برابر است $T_B = T_C$

$$T_C = (F_2 - F_1) \times \frac{300}{2} = 280.8$$

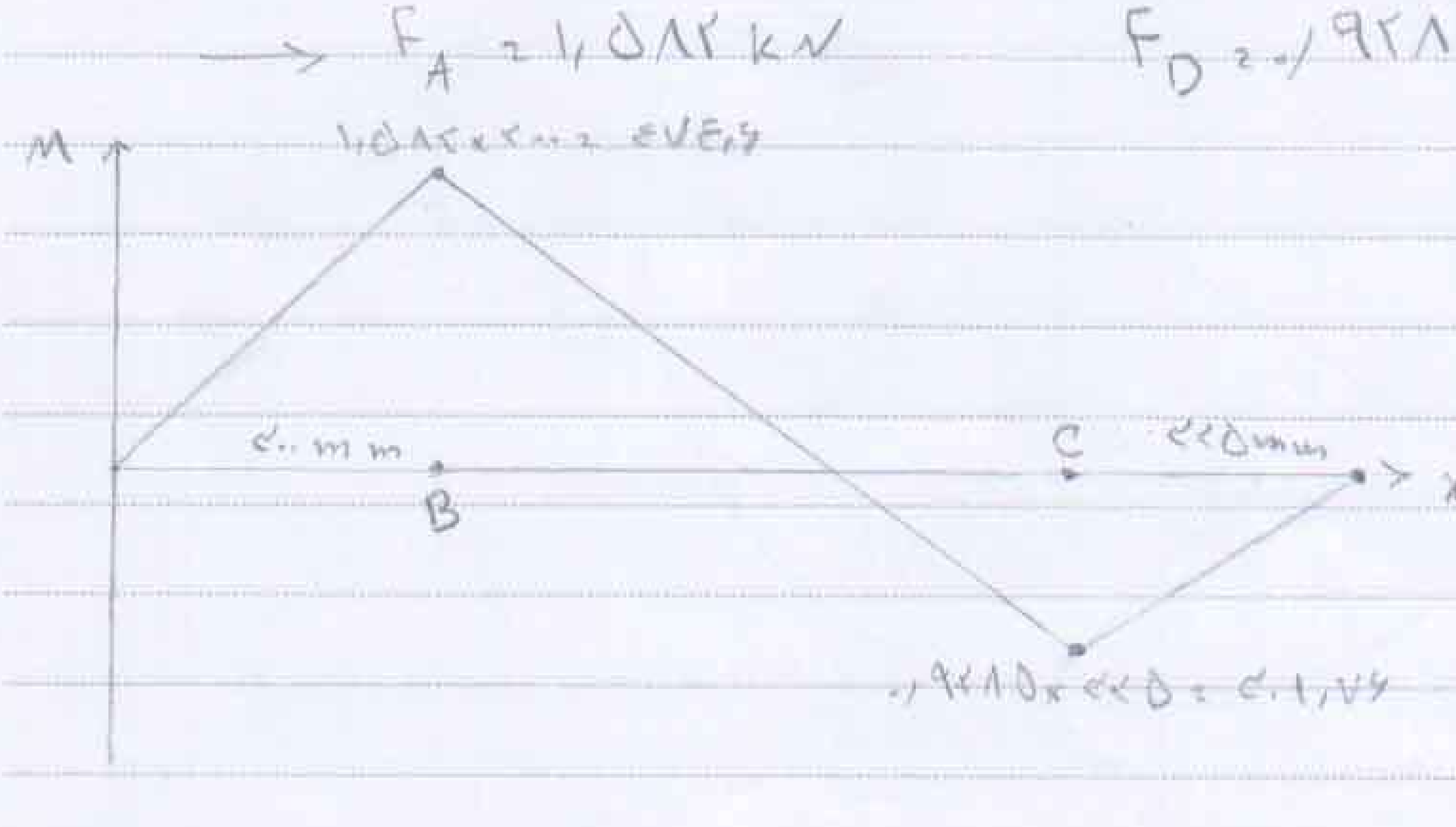
$F_2 - F_1 = 1.872 \qquad F_1 = 0.125 F_2$ (از فرض داریم)

$F_2 - 0.125 F_2 = 1.872 \longrightarrow F_2 = 2.14\,kN$ و $F_1 = 0.267\,kN$



$$\overset{+}{\curvearrowleft}\ \Sigma M_D = 0 \longrightarrow -2.407 \times 325 + 3.06 \times 850 - F_A \times 1150 = 0$$

$$\longrightarrow F_A = 1.582\,kN \qquad F_D = 0.9285\,kN$$



© MICRO

بنابر نمودار قبل نقطه B مبنای طراحی می باشد. در نتیجه باید σ_{max} و τ_{max} را برای

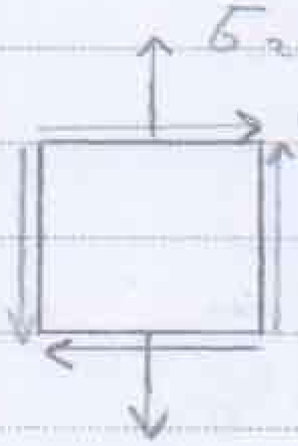
این نقطه حساب کنیم.

$$\sigma = \frac{MC}{I} = \frac{۴۷۶۶۶ \times \left(\frac{d}{۲}\right)}{\frac{۳,۱۴ \times d^{۴}}{۶۴}} = ۴۸۳۶,۶۸\, d^{-۳}$$

$$\tau = \frac{T \times r}{J} = \frac{۲۸۰,۱۸ \times \left(\frac{d}{۲}\right)}{\frac{۳,۱۴ \times d^{۴}}{۳۲}} = ۱۴۳۰,۸۲\, d^{-۳}$$

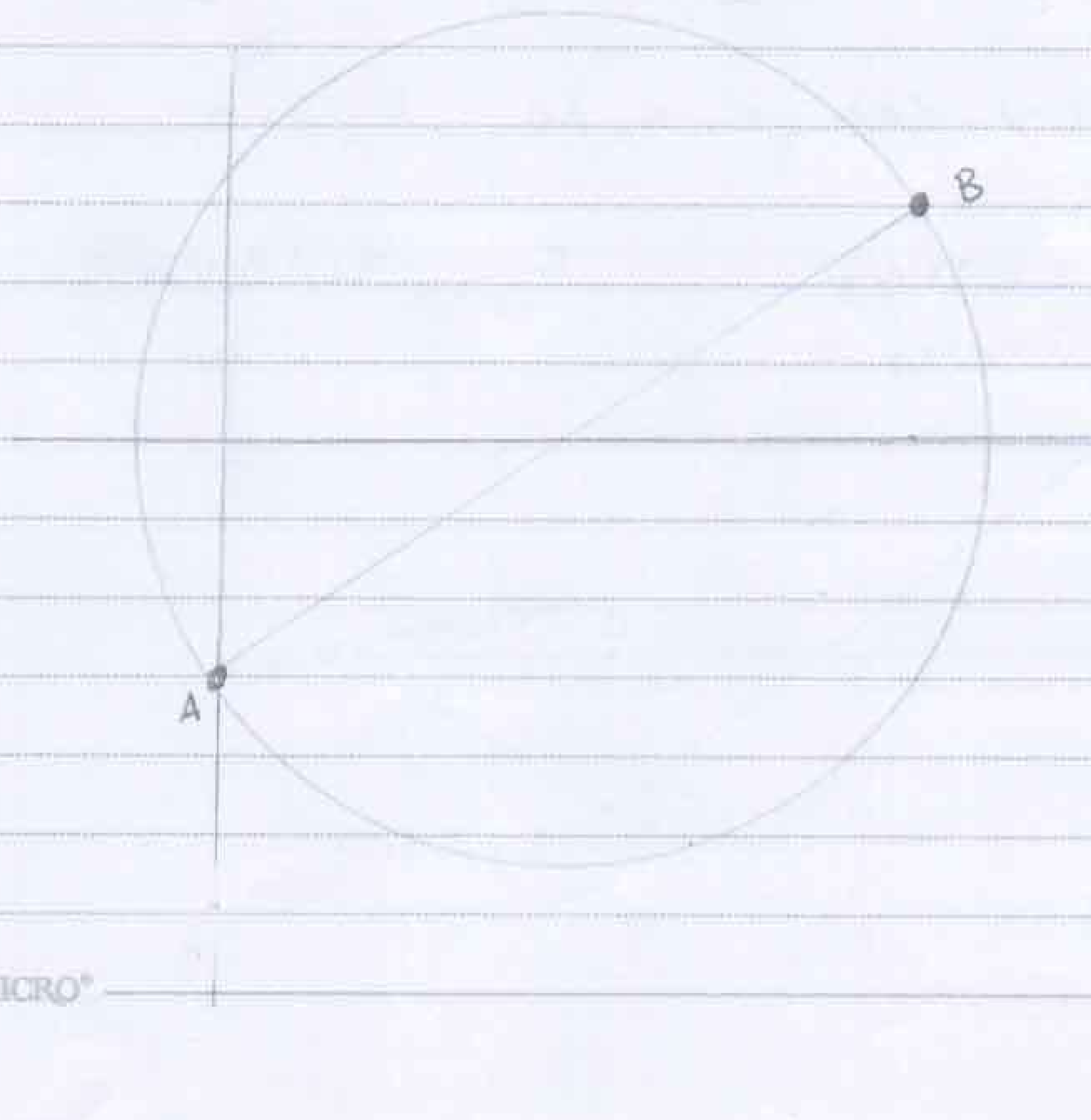
$\sigma = ۴۸۳۶,۶۸\, d^{-۳}$

$\tau = ۱۴۳۰,۸۲\, d^{-۳}$



$A\,(۰ \,,\, -۱۴۳۰,۸۲\, d^{-۳})$

$B\,(۴۸۳۶,۶۸\, d^{-۳} \,,\, +۱۴۳۰,۸۲\, d^{-۳})$



Subject : Date

$$\tau = \sqrt{\left(\frac{0 - 4836.68\, d^{-3}}{2}\right)^2 + \left(1450.82\, d^{-3}\right)^2} = 2810\, d^{-3}$$

$$\sigma_{ave} = \frac{0 - 4836.68\, d^{-3}}{2} = 2418.34\, d^{-3}$$

$$\sigma_1 = \sigma_{ave} + \tau = 2418.34\, d^{-3} + 2810\, d^{-3} = 5228.34\, d^{-3}$$

$$\sigma_2 = \sigma_{ave} - \tau = 2418.34\, d^{-3} - 2810\, d^{-3} = -391.66\, d^{-3}$$

$$\tau_{max} = \tau = 2810\, d^{-3}$$

$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = \left(\frac{S_y}{n}\right)^2$$

$$\left(5228.34\, d^{-3}\right)^2 - \left(\left(5228.34\, d^{-3}\right)\left(-391.66\, d^{-3}\right)\right)$$

$$+\left(391.66\, d^{-3}\right)^2 = \left(\frac{400 \times 10^6}{1}\right)^2$$

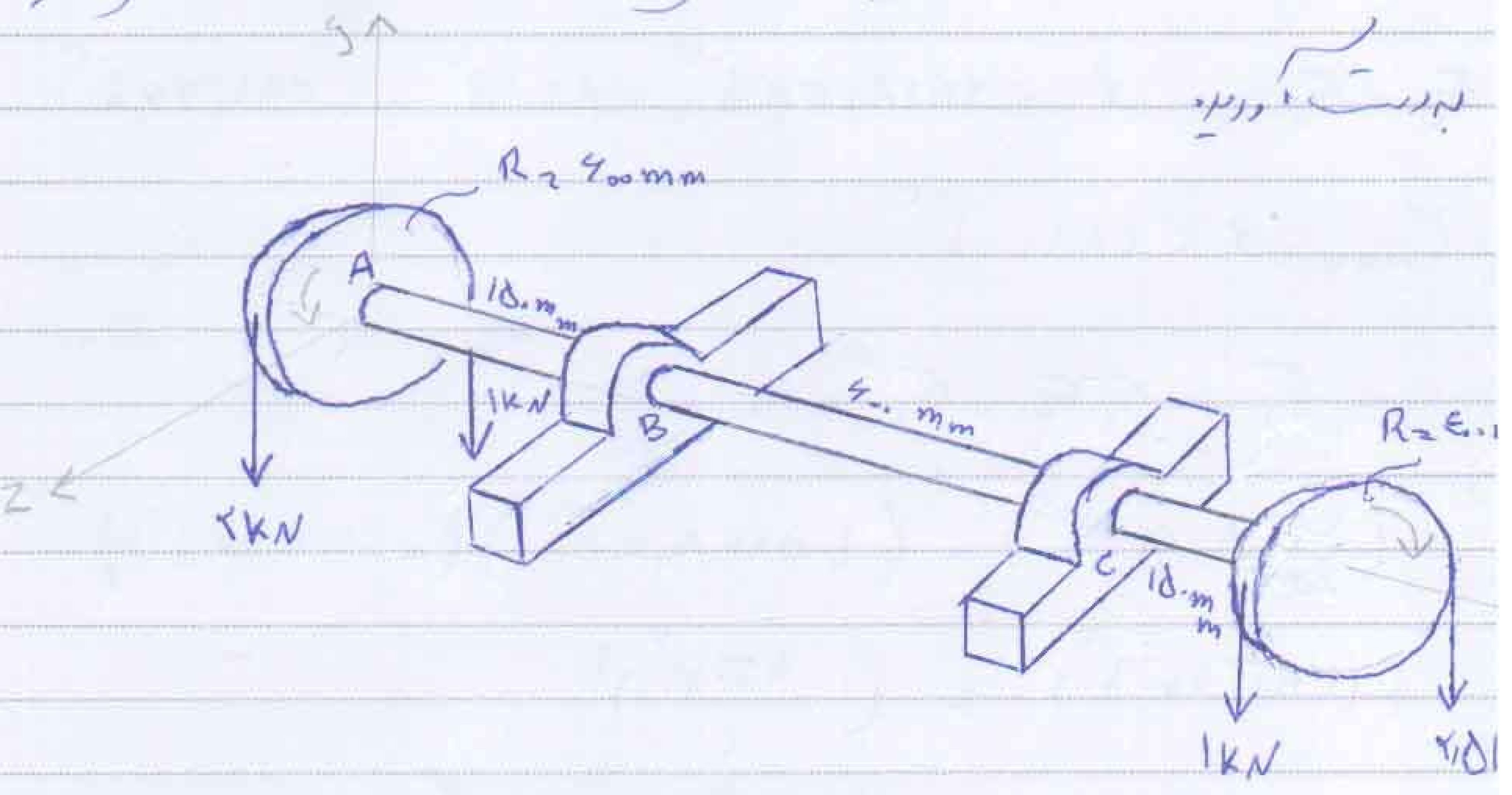
$$29536668.23\, d^{-6} = 1.6 \times 10^{17}$$

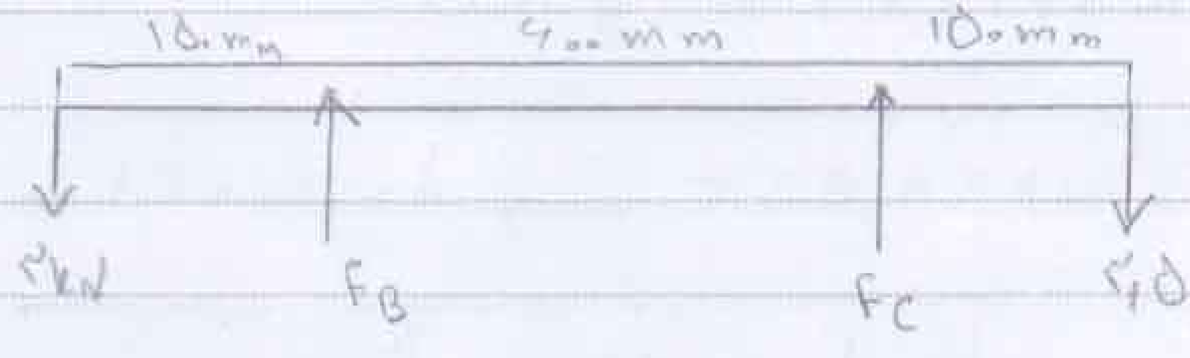
$$\rightarrow d^{-6} = 5416995514 \rightarrow d = 0.0238\, m$$

$$\boxed{d = 0.024\, m}$$

®MICRO®

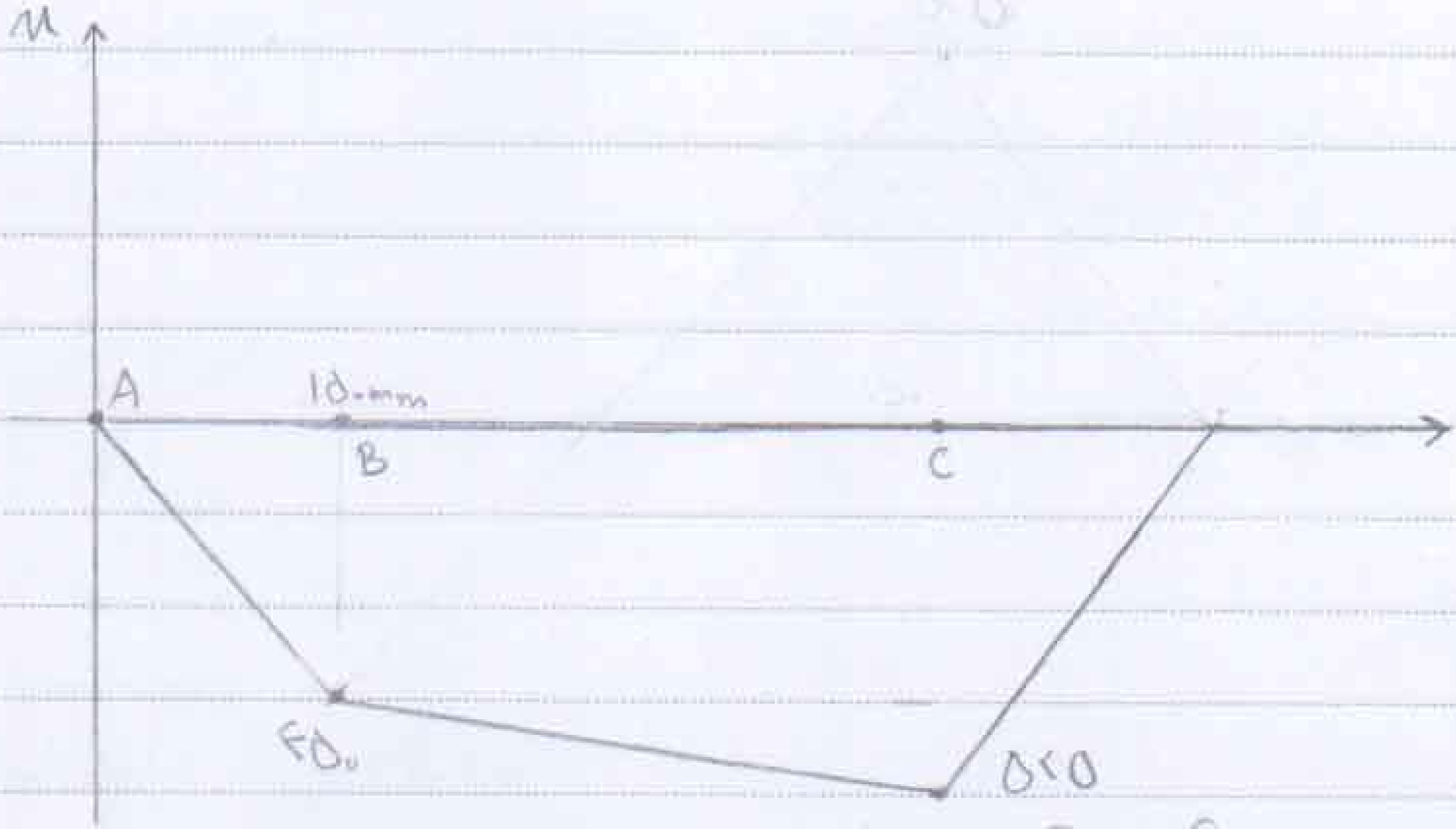
سوال ۱) بر روی انتهای محور شکل زیر دیسک های A و D نصب شده اند محور بر روی دو تکیه گاه ساده ی B و C قرار دارند تنش حد تسلیم آن $S_y = 248\ MPa$ می باشد اگر قطر محور 50mm باشد ضریب اطمینان این بارگذاری را براساس سه نظریه بارگذاری استاتیکی بدست آورید





$$\Sigma M_C = 0 \qquad 2 \times 750 - F_B \times 400 - 2.5 \times 150 = 0$$

$$F_B = 2.875\ kN \qquad F_C = 1.625\ kN$$

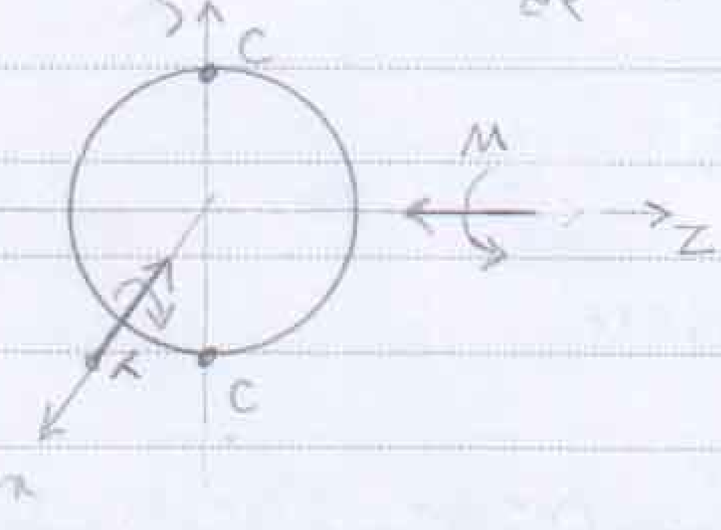


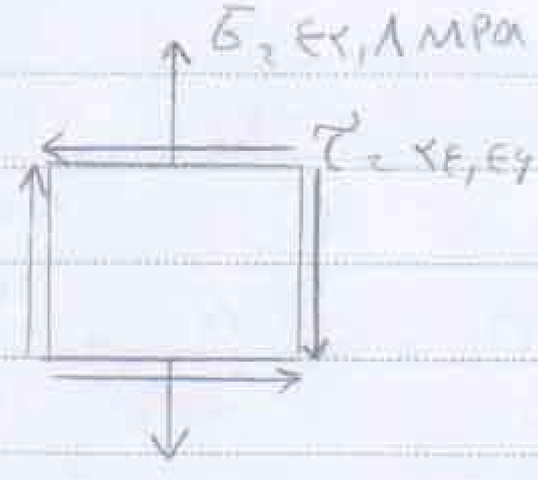
نقطه C نقطه حساس و بحرانی طراحی می باشد.

گشتاور پیچشی در نقطه C $T = ۱٫۵ \times ۴۰۰ = ۶۰۰ \ N.m$

$$\sigma = \frac{MC}{I} = \frac{۵۲۵ \times \left(\frac{۰٫۰۵}{۲}\right)}{\frac{\pi}{۶۴} \times (۰٫۰۵)^۴} = ۴۲٫۸ \ MPa$$

$$\tau = \frac{Tr}{J} = \frac{۶۰۰ \times \left(\frac{۰٫۰۵}{۲}\right)}{\frac{\pi}{۳۲} \times (۰٫۰۵)^۴} = ۲۴٫۴۶ \ MPa$$





Subject: Date

$$r = \sqrt{\left(\frac{0 - ۴۲,۸۵}{۲}\right)^{۲} + ۲۴,۴۶^{۲}} = ۳۲,۵۱ \longrightarrow \tau_{max} = ۳۲,۵$$

$$\sigma_{ave} = \frac{0 + ۴۲,۸۵}{۲} = ۲۱,۴۲۵ \text{ MPa}$$

$$\sigma_1 = \sigma_{ave} + r = ۲۱,۴۲۵ + ۳۲,۵۱ = ۵۳,۹۳ \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = \sigma_{ave} - r = ۲۱,۴۲۵ - ۳۲,۵۱ = -۱۱,۰۸۵ \text{ MPa}$$

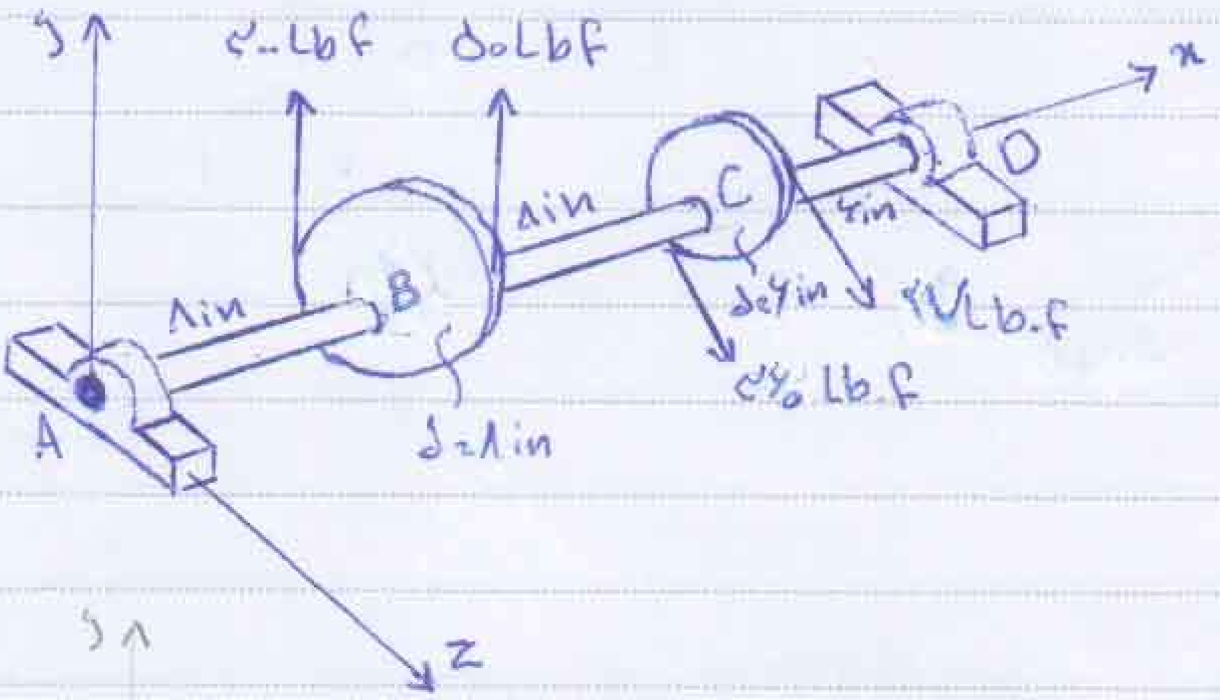
تنش عمودی حداکثر $n = \frac{S_y}{\sigma_1} = \frac{۲۴۸}{۵۳,۹۸} = ۴,۶$

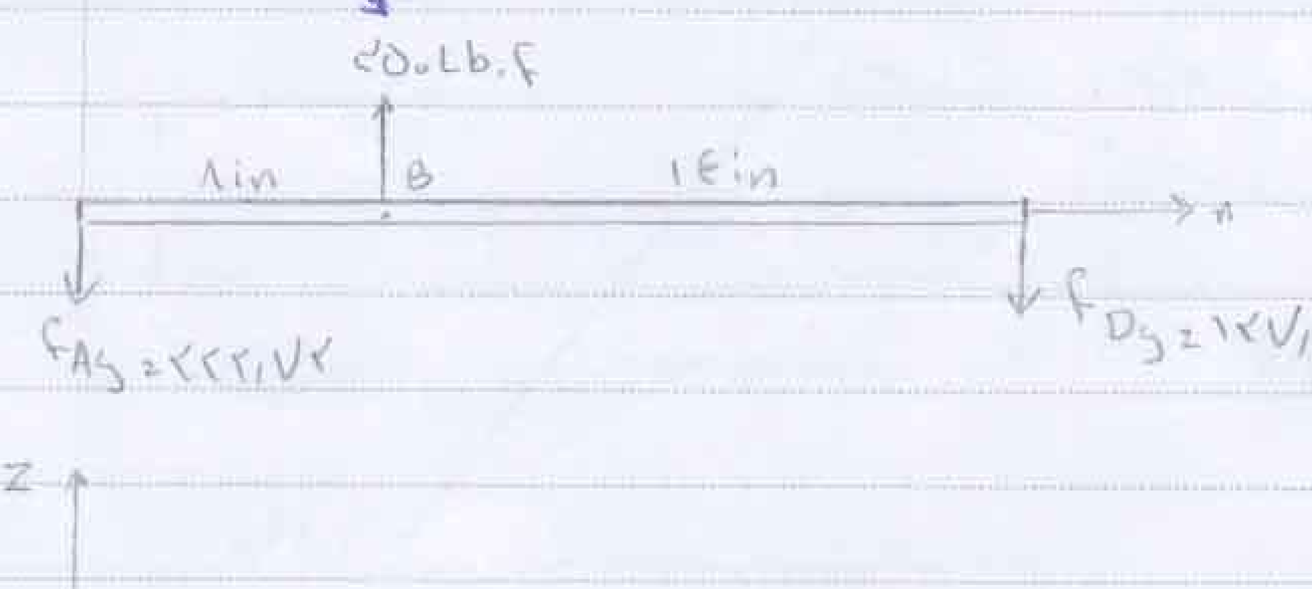
تنش برشی حداکثر $n = \frac{S_y/۲}{\tau_{max}} = \frac{۲۴۸/۲}{۳۲,۵۱} = ۳,۸۱۴$

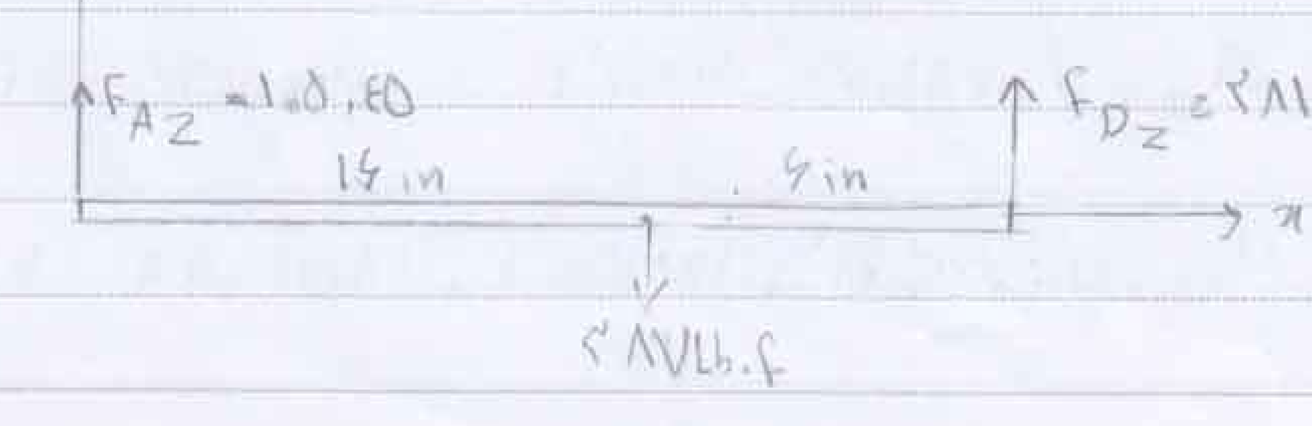
نظریه واپیچش $\sigma_1^{۲} - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^{۲} = \left(\frac{S_y}{n}\right)^{۲} \rightarrow ۵۳,۹۳^{۲} - (۵۳,۹۳ \times (-$

$$\rightarrow ۵۳,۹۳^{۲} - (۵۳,۹۳ \times (-۱۱,۰۸۵)) + ۱۱,۰۸۵^{۲} = \left(\frac{۲۴۸}{n}\right)^{۲} \rightarrow n = ۴,۱۱۷$$

سوال ۲) یک شافت که بر روی دو یاتاقان A و D نصب شده است را در شکل مشاهده می‌بینید.
دو چرخ تسمه در نقاط B و C بر روی این شفت نصب شده‌اند. نیروهایی که به چرخ تسمه‌ها وارد می‌شود
ناشی از کشش تسمه‌هایی است که آنها را به حرکت در می‌آورند. چنانچه شفت از فولاد سرد کشیده
AISI 1020 ساخته شده باشد، با استفاده از یکی از تئوری‌های محتاطانه شکست و با ضریب اطمینان ۲/۸
کمترین قطر مورد نیاز شفت را برای پیشگیری از تسلیم تعیین کنید.



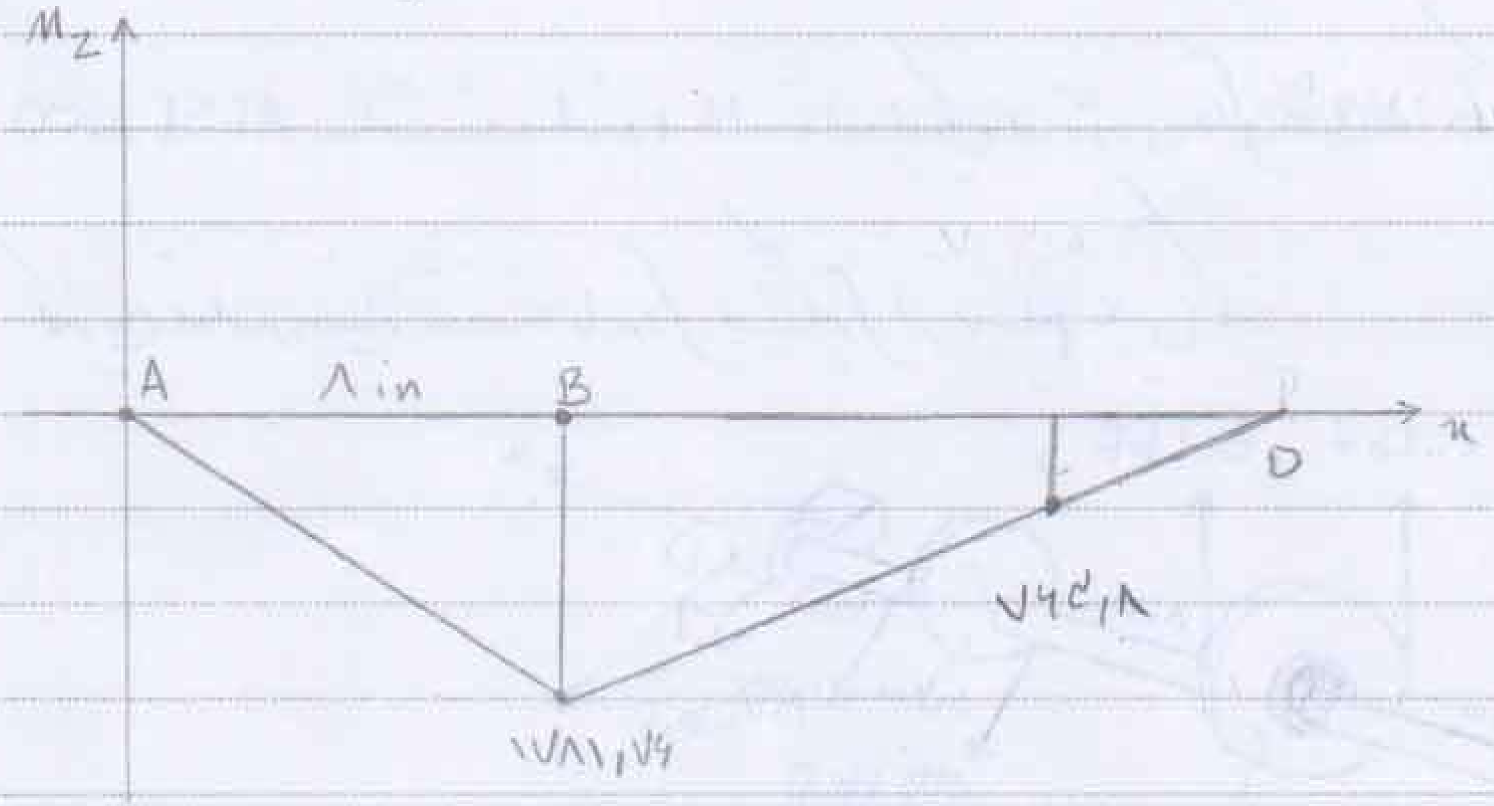


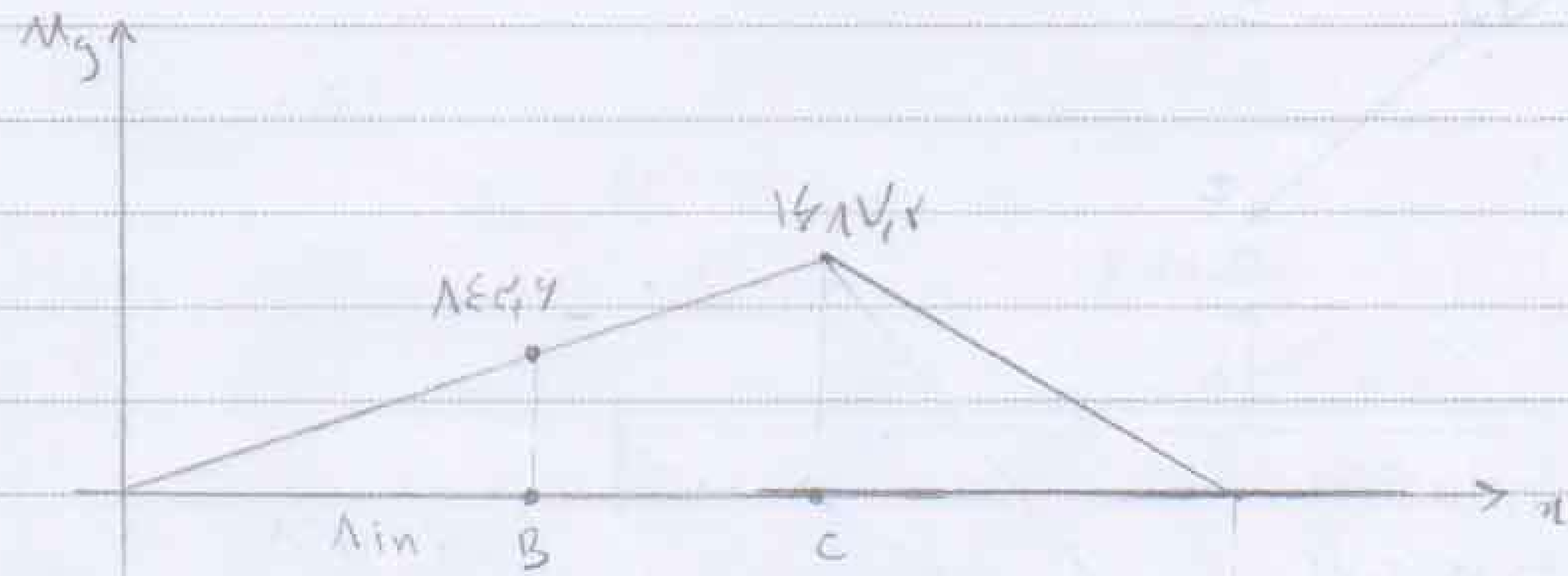


$\Sigma M_{zD} = 0 \rightarrow -۳۵۰ \times ۱۴ + F_A \times ۲۲ = ۰ \rightarrow F_{A_y} = ۲۲۲٫۷۲ \, lb$

$\Sigma M_{yD} = 0 \rightarrow ۳۸۷ \times ۶ - F_A \times ۲۲ = ۰ \rightarrow F_{A_z} = ۱۰۵٫۵۰ \, lb.f$

$\rightarrow F_{Dy} = ۱۲۷٫۲۸ \, lb.f \qquad F_{Dz} = ۲۸۱٫۵۵ \, lb.f$





$M_B = \sqrt{(۱۷۸۱٫۷۶^۲ + ۸۴۴٫۴^۲)} = ۱۹۷۱٫۳۷ \, lbf.in$

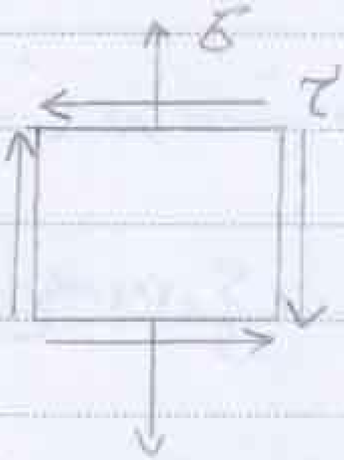
$M_C = \sqrt{(۷۶۳٫۶۸^۲ + ۱۶۸۷٫۲^۲)} = ۱۸۵۱٫۹۸ \, lbf.in$

نقطه B نقطه‌ای است که معیار ما برای طراحی به حساب می‌آید.

تنش‌ها در بحرانی‌ترین نقطه B $T = (300 - 50) \times \frac{8}{2} = 1000 \ lbf.in$

$$\sigma = \frac{MC}{I} = \frac{19741.27 \times d/2}{\frac{\pi}{64} \times (d)^4} = 20090.4 \, d^{-3}$$

$$\tau = \frac{Tr}{J} = \frac{1000 \times d/2}{\frac{\pi}{32} \times (d)^4} = 5095.54 \, d^{-3}$$



$A \, (0 \, , \, 5095.54 \, d^{-3})$

$B \, (20090.4 \, d^{-3} \, , \, -5095.54 \, d^{-3})$

شعاع دایره مور $r = \sqrt{\left(\frac{0 - 20090.4 \, d^{-3}}{2}\right)^2 + (5095.54 \, d^{-3})^2} = 11263.68 \, d^{-3} = \tau_{xy}$

$$\sigma_{ave} = \frac{0 + 20090.4 \, d^{-3}}{2} = 10045.2 \, d^{-3}$$

$$\sigma_1 = \sigma_{ave} + r = 10045.2 \, d^{-3} + 11263.68 \, d^{-3} = 21308.88 \, d^{-3}$$

$$\sigma_2 = \sigma_{ave} - r = 10045.2 \, d^{-3} - 11263.68 \, d^{-3} = -1218.48 \, d^{-3}$$

$S_y = 67 \ kPSI$ از جدول الف-۲۰

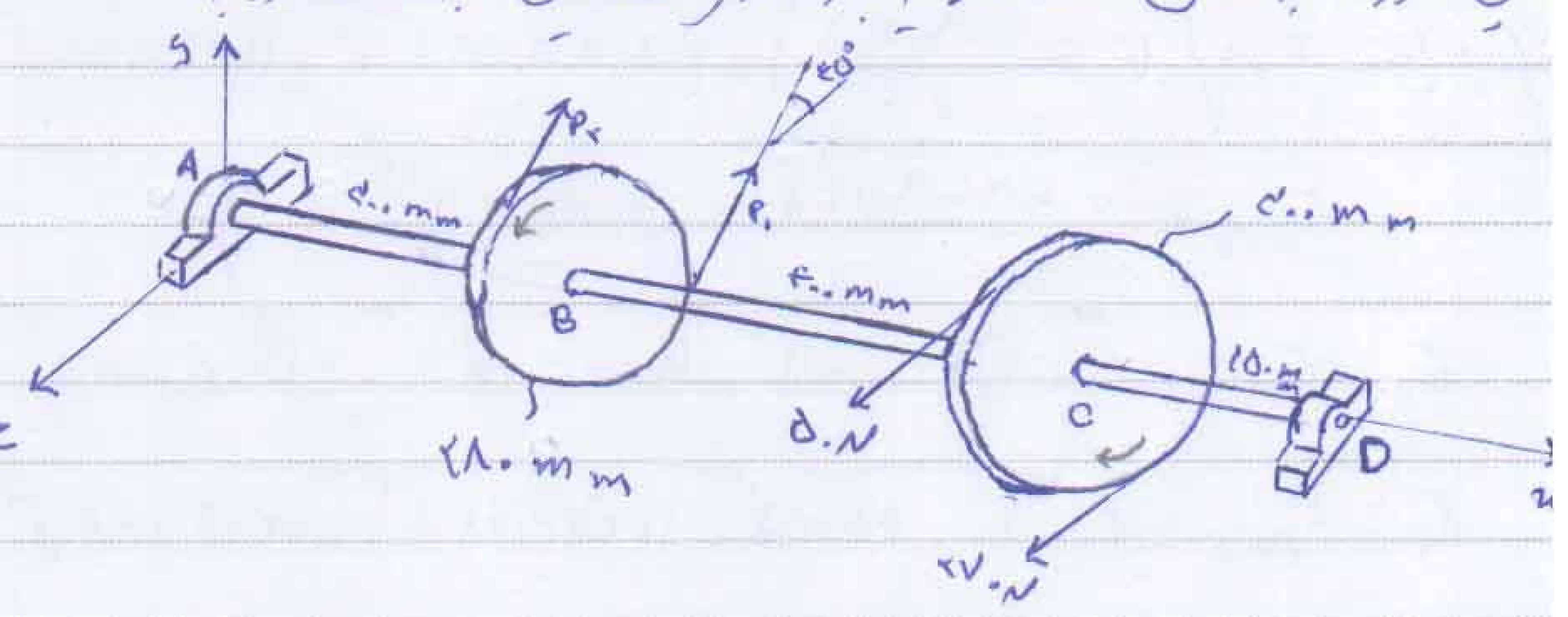
تئوری انرژی واپیچش $\sigma_1^{۲} - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^{۲} = \left(\frac{S_y}{n}\right)^{۲}$

$\rightarrow (۲۱۴۰۸٫۸۸\, d^{-۳})^{۲} - (۲۱۴۰۸٫۸۸\, d^{-۳} \times -۱۲۱۸٫۴۸\, d^{-۳})$

$+ (۱۲۱۸٫۴۸\, d^{-۳})^{۲} = \left(\frac{۶۷۰۰۰}{۲٫۸}\right)^{۲}$

$d^{-۶} = ۱٫۱۸۹ \rightarrow d = ٫۹۷۱\ in$

سوال) محور شکل زیر، توسط دو یاتاقان در O و E حمل شده است. با فرض اینکه کشش در سمت متحرک در A برابر ۱۵٪ کشش سمت محرک باشد. و تنش تسلیم آن $S_y = ۲۴۸\ MPa$ است. اگر قطر در مدار ۳۰ mm باشد، ضریب اطمینان مدار این محور را براساس سه نظریه بارگذاری استاتیکی به دست آورید.



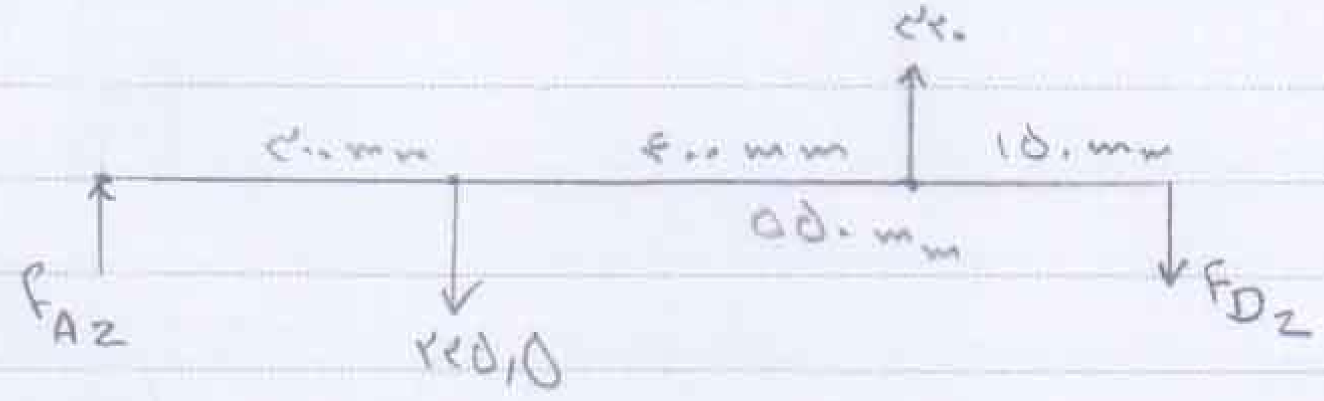
$T_C = (۲۷۰ - ۵۰) \times ٫۱۵ = ۳۳\ Nm$

$T_B = (P_1 - P_2) \times ٫۱۴$

$T_B = T_C \longrightarrow$ ۳۲ $= (P_1 - P_2) \times$ ۰/۱۴ $\longrightarrow P_1 - P_2 =$ ۲۲۸,۵۷

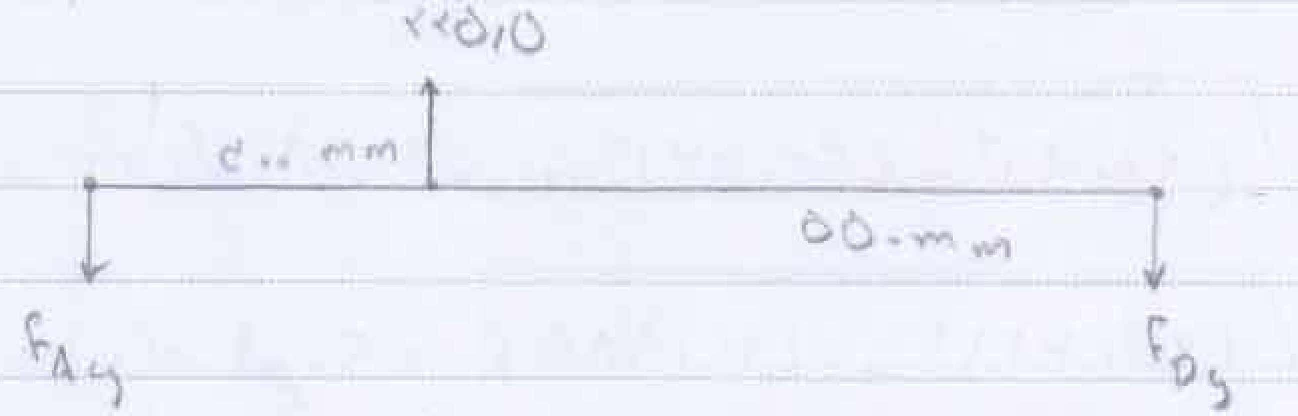
از طرفی $P_2 =$ ۰/۱۵ $P_1 \longrightarrow P_1 -$ ۰/۱۵ $P_1 =$ ۲۲۸,۵۷ $\longrightarrow P_1 =$ ۲۷۷,۲ N

$\longrightarrow P_2 =$ ۴۱,۶ N



$\Sigma M_D = 0 \longrightarrow$ ۲۲۸ × ۰/۵۵ − ۴۲۰ × ۰/۱۵ − F_{Az} × ۰/۸۵ = ۰

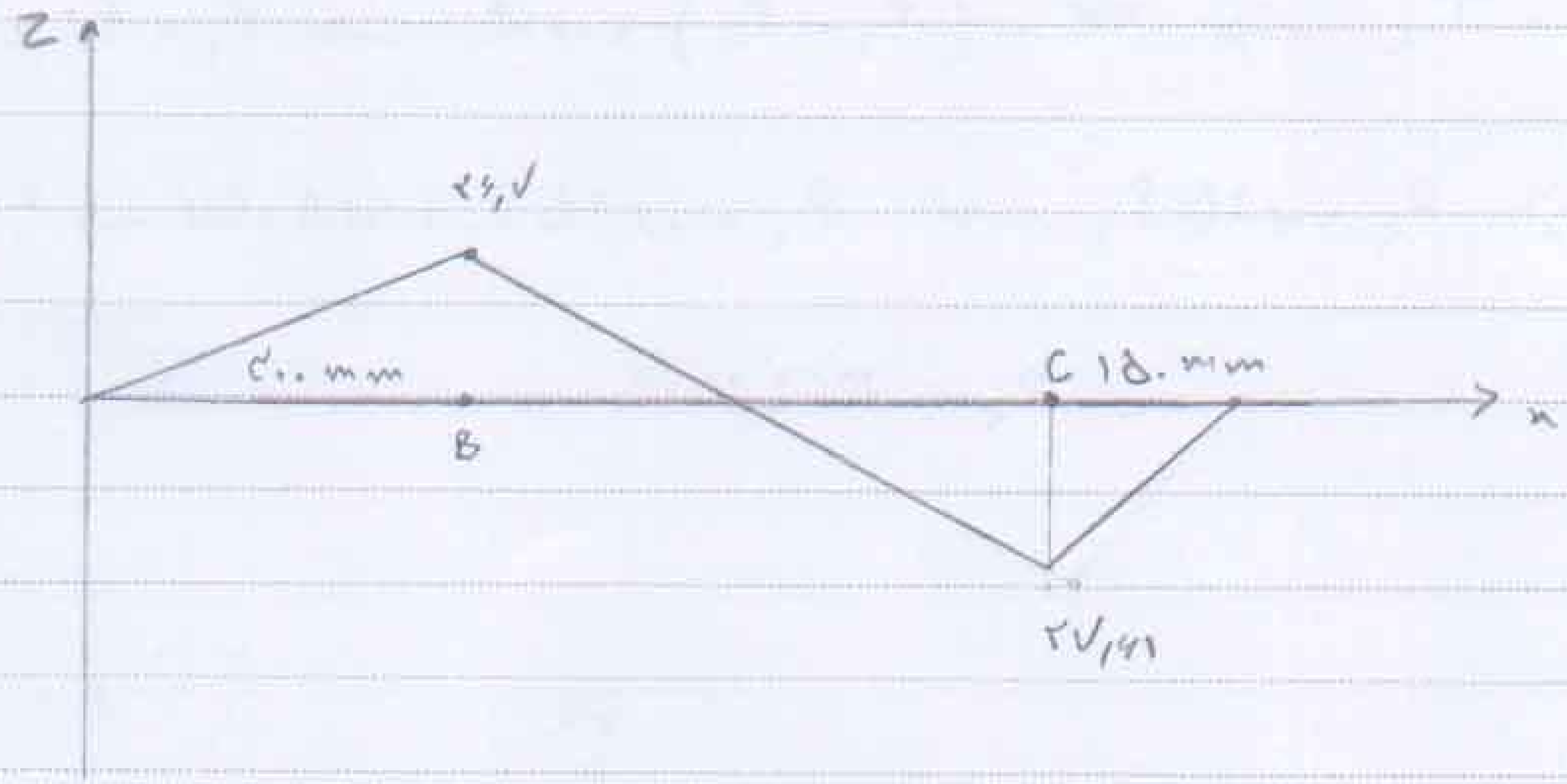
$F_{Az} =$ ۸۹,۱۱ N	$F_{Dz} =$ ۱۸۴,۱۱ N

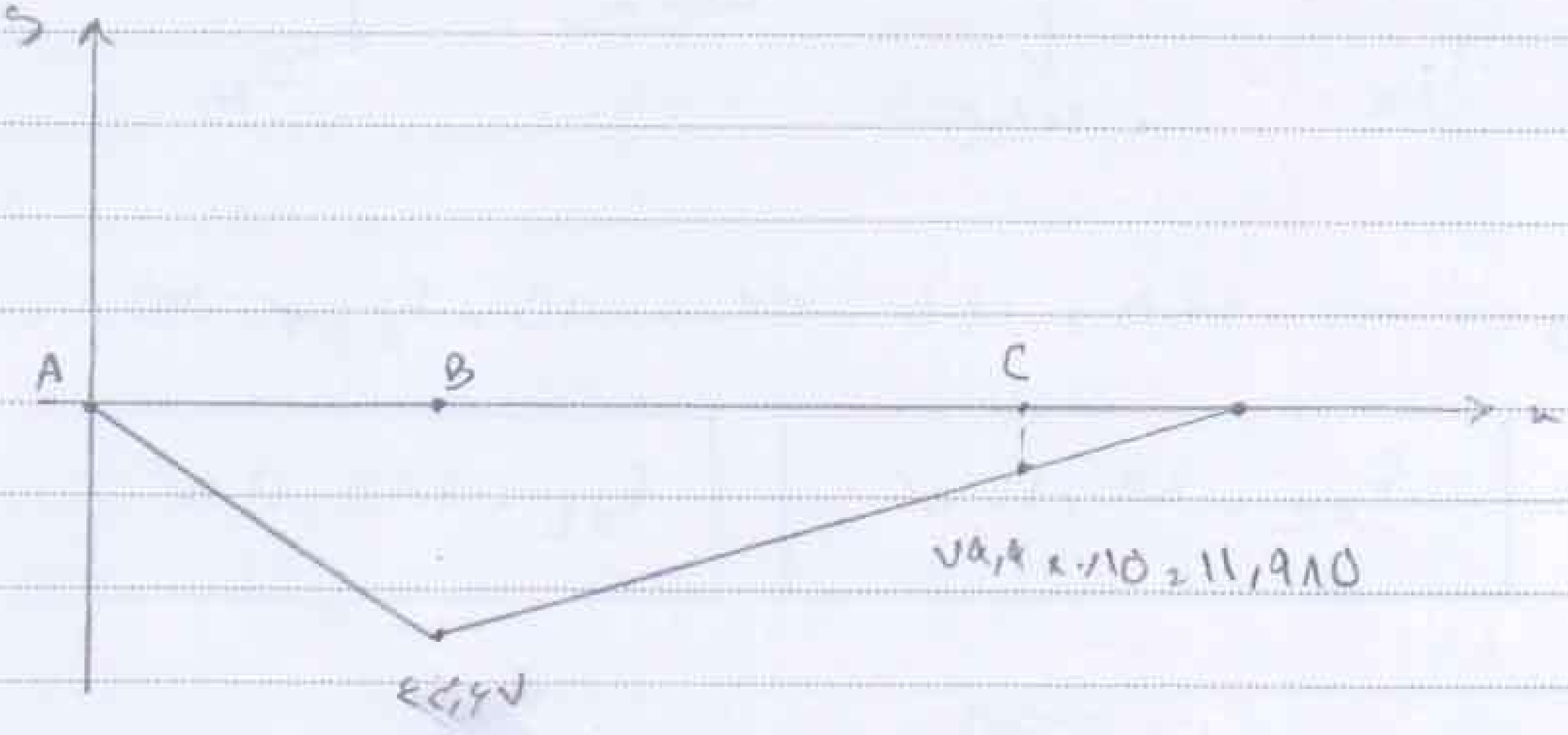


$\Sigma M_D = 0 \longrightarrow$ −۲۲۸,۵ × ۰/۵۵ + F_{Ay} × ۰/۸۵ = ۰

$F_{Ay} =$ ۱۴۵,۵۹ N	$F_{Dy} =$ ۷۹,۹ N

Subject :   Date ....



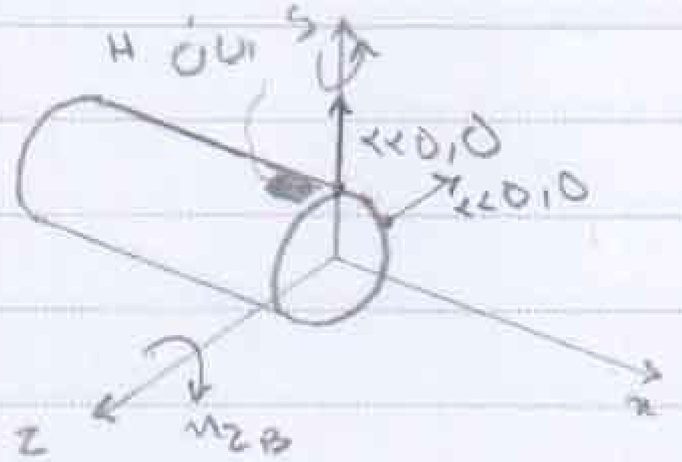


$$M_B = \sqrt{(۲۶,۷)^۲ + (۴۲,۴۷)^۲} = ۵۱,۱۸ \ N.m$$

$$M_C = \sqrt{(۲۷,۴۱)^۲ + (۱۱,۹۸۵)^۲} = ۳۰,۱ \ N.m$$

نقطه B نقطه مورد نظر برای طراحی می‌باشد.

Subject: Data:



$$H \begin{cases} \sigma = \dfrac{M_B \times d/2}{\frac{\pi}{64} \times d^4} = \dfrac{۳۲ \times ۵۱,۱۸}{\pi \times ۰/۰۳^۳} = ۱۹,۳۱ \ MPa \\ \tau = \dfrac{T\, d/2}{\frac{\pi}{32} \times d^4} = \dfrac{۱۶ \times ۳۳}{\pi \times ۰/۰۳^۳} = ۶,۲۲ \ MPa \end{cases}$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{۱۹,۳۱}{۲}\right)^2 + (۶,۲۲)^2} = ۱۱,۴۸ \ MPa$$

$$\sigma_{ave} = \frac{۱۹,۳۱}{۲} = ۹,۶۵۵ \ MPa$$

$$\sigma_1 = ۱۱,۴۸ + ۹,۶۵۵ = ۲۱,۱۳ \ MPa$$

$$\sigma_2 = ۹,۶۵۵ - ۱۱,۴۸ = -۱,۸۲۵ \ MPa$$

نظریه تنش عمودی ماکزیمم $n = \dfrac{S_y}{\sigma_{max}} = \dfrac{۲۴۸}{۲۱,۱۳} = ۱۱,۷۱$

نظریه تنش برشی ماکزیمم $n = \dfrac{S_y}{\sigma_1 - \sigma_2} = \dfrac{۲۴۸}{۲۱,۱۳ + ۱,۸۲۵} = ۱۰,۸$

نظریه انرژی واپیچش $\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 = \left(\dfrac{S_y}{n}\right)^2$

$$n = \left(\frac{۲۴۸^2}{۲۱,۱۳^2 + (۲۱,۱۳ \times ۱,۸۲۵) + ۱,۸۲۵^2}\right)^{\frac{1}{2}} = ۱۱,۱۵$$

©MICRO

نکات و فرمول های مهم

نکته: اگر تنش حد تسلیم S_y باشد در معیار تنش عمودی حداکثر $\sigma_{max} = S_y$ و $\tau_{max} = \frac{S_y}{2}$

خواهد بود. $1)\ n = \frac{S_y}{\sigma_{max}}$

نکته: اگر تنش حد تسلیم S_y باشد در معیار تنش برشی حداکثر $\tau_{max} = \frac{\sigma_1+\sigma_2}{2}$ خواهد بود

تنش حد تسلیم برشی برابر نصف تنش حد تسلیم عمودی می باشد بنابراین ضریب اطمینان

در این روش از رابطه فوق بدست می آید. $2)\ n = \frac{S_y/2}{\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2}} = \frac{S_y}{\sigma_1+\sigma_2}$

$$3)\ U_d = \frac{1+\nu}{3E}\left(\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2}{2}\right)$$

نکته: براساس فرضیه واپیچش تسلیم هنگامی رخ می دهد که انرژی واپیچش در یک حجم

با انرژی واپیچش در همان حجم که تا حد استحکام تسلیم مطلق تحت تنش تک محوری

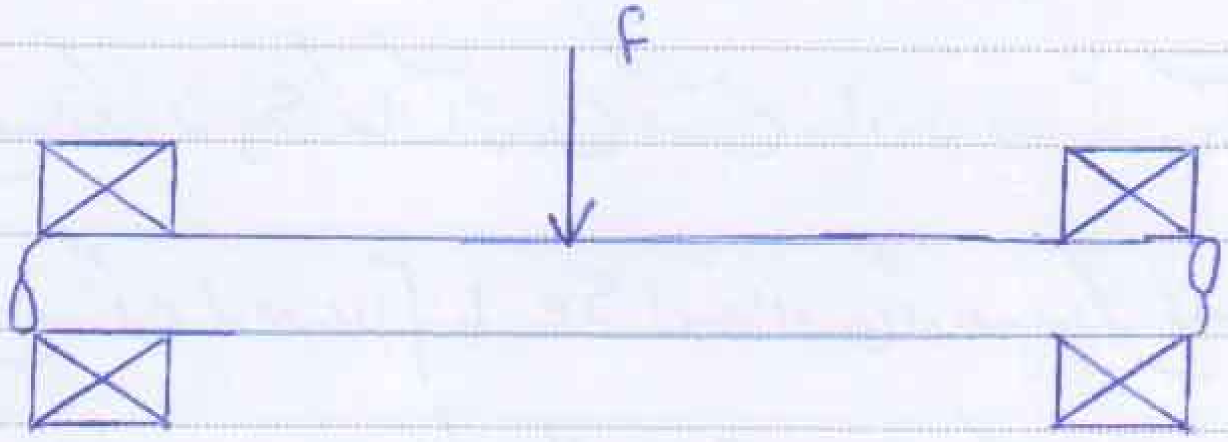
قرار گرفته برابر شود. ($\sigma_1 = \frac{S_y}{n}$ و $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$) بنابراین ضریب اطمینان در این

نظریه از رابطه فوق بدست می آید (برای حالت دو بعدی)

$$4)\ \sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = \left(\frac{S_y}{n}\right)^2$$

طراحی بر مبنای بارگذاری خستگی:

در بارگذاری خستگی بر خلاف بارگذاری استاتیکی هم بار وارده ممکن است تغییر کند و هم اینکه قطعه‌ی تحت بارگذاری دارای سرعت باشد. به طور مثال محور چرخان زیر را در نظر بگیرید که تحت بار F قرار دارد.

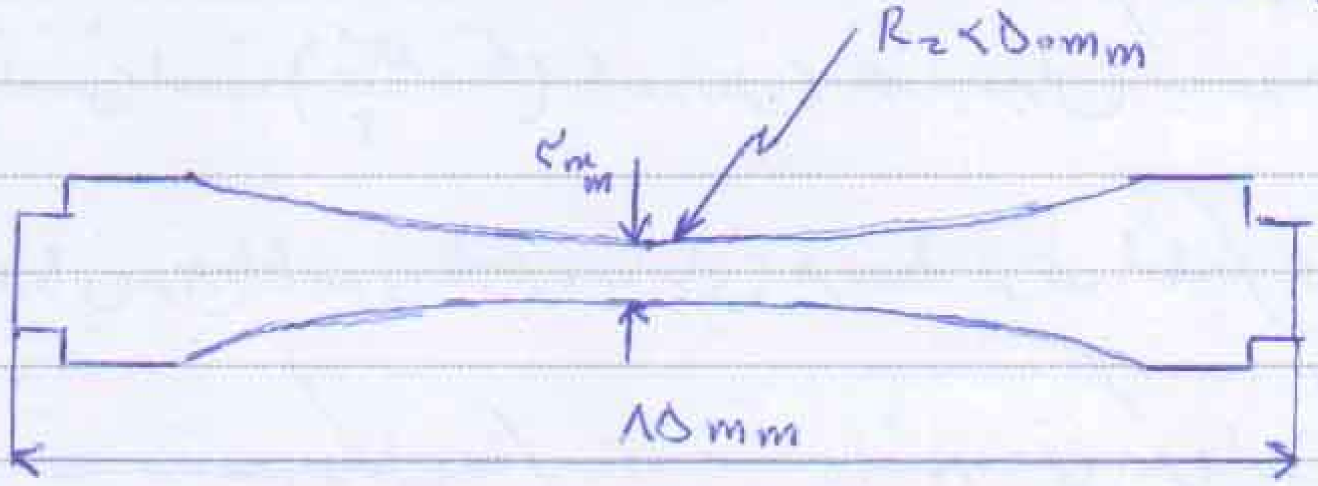


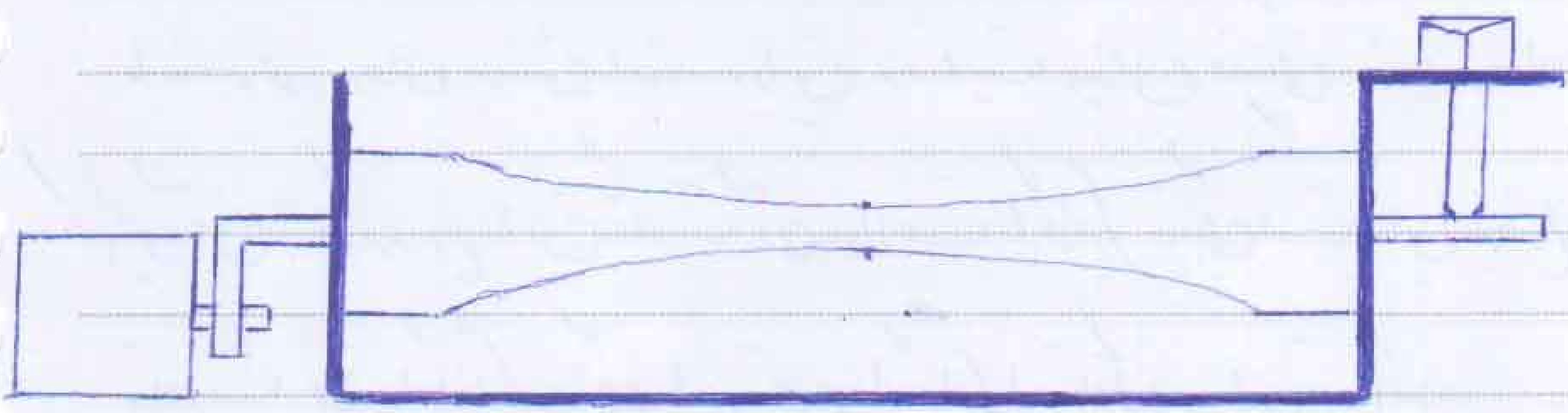
اگر بار F ثابت باشد و محور چرخان باشد در لحظه‌ای خاص قسمت بالای محور تحت فشار و قسمت پایین تحت کشش است ($\sigma = \frac{MC}{I}$) با دوران محور به میزان یک دور جای کشش و فشار عوض می‌شود و این روند ادامه می‌یابد، بنابراین هر نقطه از محور لحظه‌ای تحت کشش و لحظه‌ای تحت فشار است. در نتیجه مولکول‌های ماده خسته می‌شوند. حتی ممکن است که بار F متغیر باشد و محور در حال چرخش باشد. در این وضعیت میزان خستگی شدیدتر خواهد بود. نکته‌ای که باید به آن توجه کرد رخ دادن شکست آنی مواد تحت بارگذاری خستگی است. و این موضوع طراحی قطعات تحت بارگذاری خستگی را در قیاس بارگذاری استاتیکی حساس‌تر می‌کند.

نکته : به تجربه دیده شده است که قطعات تحت بارگذاری خستگی در تنش های چندین مرتبه کوچکتر از S_u گسیخته یا تسلیم خرا نشده. بنابراین نیازمند تعریف استانداردی برای این موضوع هستیم.

آزمون تیر چرخان مور :

در بارگذاری استاتیکی از S_u که از آزمون کشش ساده به دست می آید استفاده می شود. در بارگذاری خستگی از حد دوام یا S_e استفاده می گردد. برای محاسبه ی S_e و تعریف آن از آزمون تیر چرخان مور کمک می گیریم. برای انجام این آزمون از نمونه های و مطابق شکل زیر استفاده می گردد.





اگر آزمایش فوق برای فولادی با $S_y = ۴۰۰ MPa$ طراحی شده باشد. برای تنش های مختلف اعداد زیر به صورت فرضی به شکل زیر خواهد شد

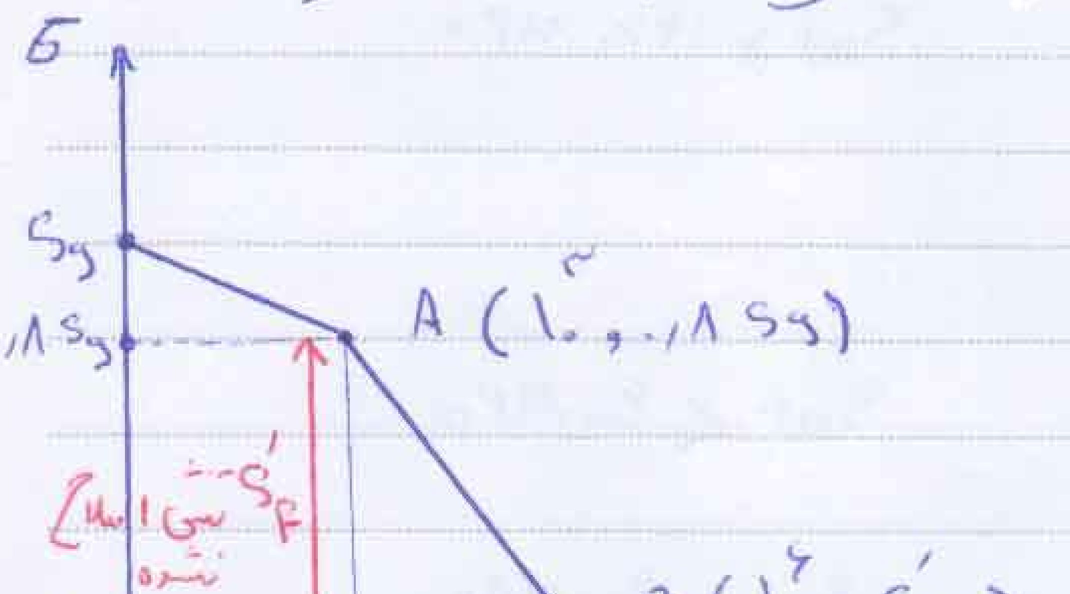
$\sigma = ۴۰۰ \longrightarrow N = ۰$ $\qquad$ $\sigma = ۳۰۰ \longrightarrow N = ۸۵۰$

$\sigma = ۳۸۰ \longrightarrow N = ۱۰$ $\qquad$ $\sigma = ۲۵۰ \longrightarrow N = ۱۴۰۰$

$\sigma = ۳۵۰ \longrightarrow N = ۱۵۰$ $\qquad$ $\sigma = ۲۰۰ \longrightarrow N = ۱۰۰۰۰$

$\sigma = ۳۲۰ \longrightarrow N = ۵۵۰$ $\qquad$ $\sigma = ۱۷۵ \longrightarrow N = ۱۸۵۰۰۰$

پس از انجام آزمایش فوق نمودار لگاریتمی $N-\sigma$ برای فولاد و چدن به صورت زیر خواهد شد:



S'_e : حد دوام خستگی اصلاح نشده

Subject : Date

در نمودار نگارشی که حاصل از آزمون تیر چرخان مور برای فولاد و چدن ها قسمتی

از نمودار خطی افقی خواهد بود. افقی شدن نمودار به این مفهوم خواهد بود که حدی وجود

دارد که اگر تنش از این حد کمتر باشد قطعه هرگز شکسته یا تسلیم نمی گردد. این حد به

حد خستگی S_e مشهور است.

با انجام آزمایش تیر چرخان مور برای فولادها و چدن های مختلف رابطه زیر بین S_{ut} و S'_e

برقرار است.

$$S'_e \text{ فولاد} = \begin{cases} 0.504\, S_{ut} & S_{ut} < 1460\ \text{MPa} \\ 740\ \text{MPa} & S_{ut} \geq 1460\ \text{MPa} \end{cases}$$

$$S'_e \text{ چدن} = \begin{cases} 0.45\, S_{ut} & S_{ut} < 600\ \text{MPa} \\ 275\ \text{MPa} & S_{ut} \geq 600\ \text{MPa} \end{cases}$$

S_{ut}: استحکام کششی حد نهایی

برای سیکل های پرچرخه $10^3 < N < 10^6$ ، S'_f به صورت زیر خواهد شد.

$$S'_f = 10^C N^b \longrightarrow N = \left(\frac{S'_f}{10^C}\right)^{\frac{1}{b}}$$

$$b = -\frac{1}{3}\log\frac{(0.8 S_{ut})}{S'_e} \qquad C = \log\frac{(0.8 S_{ut})^2}{S'_e}$$

مثال) حد دوام یک عضو فولادی $112\,MPa$ استحکام کششی آن $385\,MPa$ است. استحکام خستگی مربوط به عمر 70000 دور را به دست آورید.

$S'_e = 112\,MPa$

$S_{ut} = 385\,MPa$

$N = 70000$

$$S'_f = 10^C N^b$$

$$b = -\frac{1}{3}\log\frac{(0.8 \times 385)}{112} = -0.146$$

$$C = \log\frac{(0.8 S_{ut})^2}{S'_e} = \log\frac{(0.8 \times 385)^2}{112} = 2.928$$

$$S'_f = 10^{(2.928)} \times 70000^{(-0.146)} = 166.2\,MPa$$

ضرایب تصحیح حد دوام:

آزمون تیر چرخان مور در شرایط آزمایشگاهی زیر انجام می‌شود.

۱) دما در این محیط $22^\circ C$ می‌باشد.

۲) نوع بارگذاری خمشی است.

Subject : Date

۳) اندازه‌ی قطعه به میزان معینی می‌باشد.

۴) صافی سطح قطعه در حد سنگ‌زنی می‌باشد.

و ....

در شرایط واقعی رخ دادن هر یک از شرایط فوق تقریباً غیر ممکن است. به همین خاطر از ضرایب تصحیح استفاده می‌کنیم.

$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e$ حد دوام اصلاح شده

k_a : ضرایب پرداخت سطح

k_b : ضریب اندازه

k_c : ضریب نوع بارگذاری یا ضریب اعتماد

k_d : ضریب دما

k_e : ضریب اصلاحی تمرکز تنش

k_f : ضرایب دیگر

©MICRO®

بررسی ضرایب تصحیح حد دوام:

ضریب پرداخت سطح (k_a): در شرایط واقعی همواره پرداخت سطح به اندازه‌ی صافی سطح نمونه‌های آزمون تیر چرخان دوار نیست برای اصلاح این شرایط از k_a کمک می‌گیریم.

$$k_a = a(S_{ut})^b$$

فرایند پرداخت سطح	ضریب a	ضریب b
سنگ زنی	۱٫۵۸	-۰/۰۸۵
ماشین کاری یا نورد سرد	۴٫۵۱	-۰/۲۶۵
نورد گرم	۵۷٫۷	-۰/۷۱۸
فورجینگ	۲۷۲	-۰/۹۹۵

✓ کار مکانیکی روی جسم سختی آن را بالا می‌برد اما باعث کاهش نرمی آن می‌شود

✓ ضریب a و b برای فرآیند ریخته‌گری مانند فرآیند فورجینگ است

✓ فرآیندی که ضخامت شمش را کم می‌کند نورد نام دارد مرز سرد و گرم بودن فرآیند نورد برابر با دمای ذوب × (۰٫۵ تا ۰٫۳) است

✓ کاری که منجر به افزایش سختی جسم شود را کار سختی می‌گویند

Subject: Date

ضریب اندازه (k_b): علت وجود این ضریب اصلاح حد دوام در شرایط واقعی یا آزمایشگاهی است زیرا قطعات صنعتی در شرایط واقعی با نمونه‌های آزمون هم‌اندازه نیستند.

$k_b = 1 \longrightarrow$ بارگذاری محوری

$$k_b = \begin{cases} \left(\dfrac{d}{7.62}\right)^{-0.107} & 2.79 < d < 51\ mm \\ 1.51\, d^{-0.157} & 51 \leq d < 254\ mm \end{cases}$$

$\longrightarrow$ دارای خمشی و پیچشی

نکته: فرمول فوق برای k_b برای تیر چرخان توپر با قطر d است و در صورتی که تیر چرخان نباشد یا مقطع دایره‌ای نباشد k_b از معادله‌ی دیگری به دست می‌آید.

ضریب نوع بارگذاری (k_c): نوع بارگذاری در آزمون تیر چرخان مور از نوع خمشی بوده که ممکن است در حالت واقعی پیچشی یا محوری هم باشد.

$$k_c = \begin{cases} 1 & \text{خمشی} \\ 0.85 & \text{محوری} \\ 0.59 & \text{پیچشی} \end{cases}$$

ضریب دما (k_d): دما در آزمون تیر چرخان مور دمای محیط $22^\circ C$ است که در دنیای واقعی این چنین نخواهد بود.

@MICRO

°C دما	k_d	°C دما	k_d
۲۰	۱	۴۵۰	۰/۸۴۳
۵۰	۱/۰۱	۵۰۰	۰/۷۴۸
۱۰۰	۱/۰۲	۵۵۰	۰/۶۷۲
۱۵۰	۱/۰۲۵	۶۰۰	۰/۵۴۹
۲۰۰	۱/۰۲		
۲۵۰	۱		
۳۰۰	۰/۹۷۵		
۳۵۰	۰/۹۴۳		
۴۰۰	۰/۹		

ضریب اصلاحی تمرکز تنش (k_e): این ضریب به علت وجود تمرکز تنش در قطعه به وجود می‌آید.

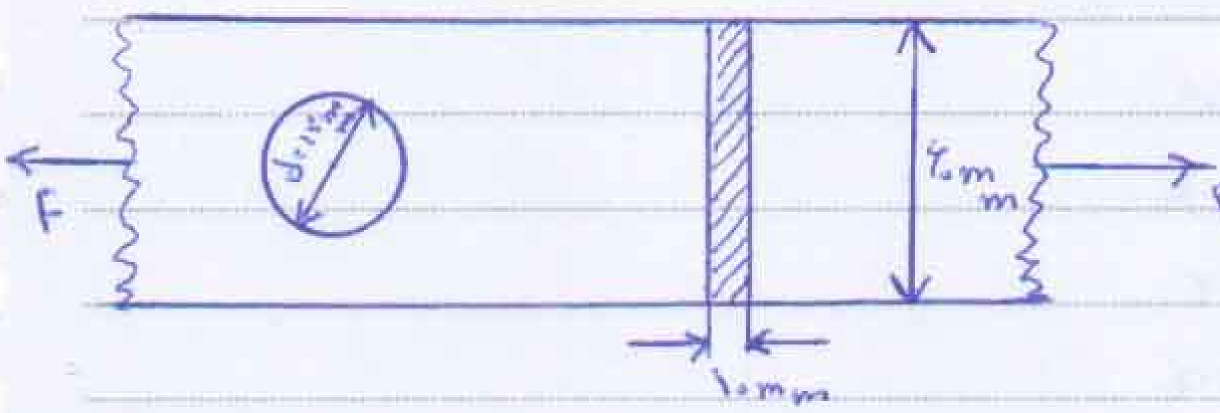
$$k_e = \frac{1}{k_f}$$

k_f: ضریب تمرکز تنش

مثال) قطعه‌ی نشان داده شده در شکل دارای ضخامت ۱۰ mm و پهنای ۶۰ mm است، سوراخی به قطر ۱۲ mm در آن تعبیه شده است. این قطعه تحت بارگذاری محوری معکوس‌شونده‌ای قرار دارد. اگر بار F به طور یکنواخت در سطح مقطع آن توزیع شده باشد و جنس قطعه‌ای از فولاد BS۰۷۰M۲۰ باشد و قطعه به روش نورد سرد تولید شده باشد حداکثر بار F را برای عمر

Subject : Date

تا کدور با ضریب اطمینان ۱٫۵ به دست آورید.



نورد سرد : $a = ۴٫۵۱$, $b = -۰٫۲۶۵$, $BS\ ۰۷۰M۲۰ \rightarrow S_y = ۲۱۵$, $S_{ut} = ۴$

$k_a = ۴٫۵۱\,(۴۳۰)^{-۰٫۲۶۵} = ۰٫۹۰۴$

بارگذاری محوری $\longrightarrow k_b = 1$, $k_c = ۰٫۸۵$ $k_d = 1$

$k_e = \dfrac{1}{k_f} = \dfrac{1}{۲٫۵} = ۰٫۴$

$S_{ut} < ۱۴۶۰ \longrightarrow S'_e = ۰٫۵۰۴ \times ۴۳۰ = ۲۱۶٫۷$

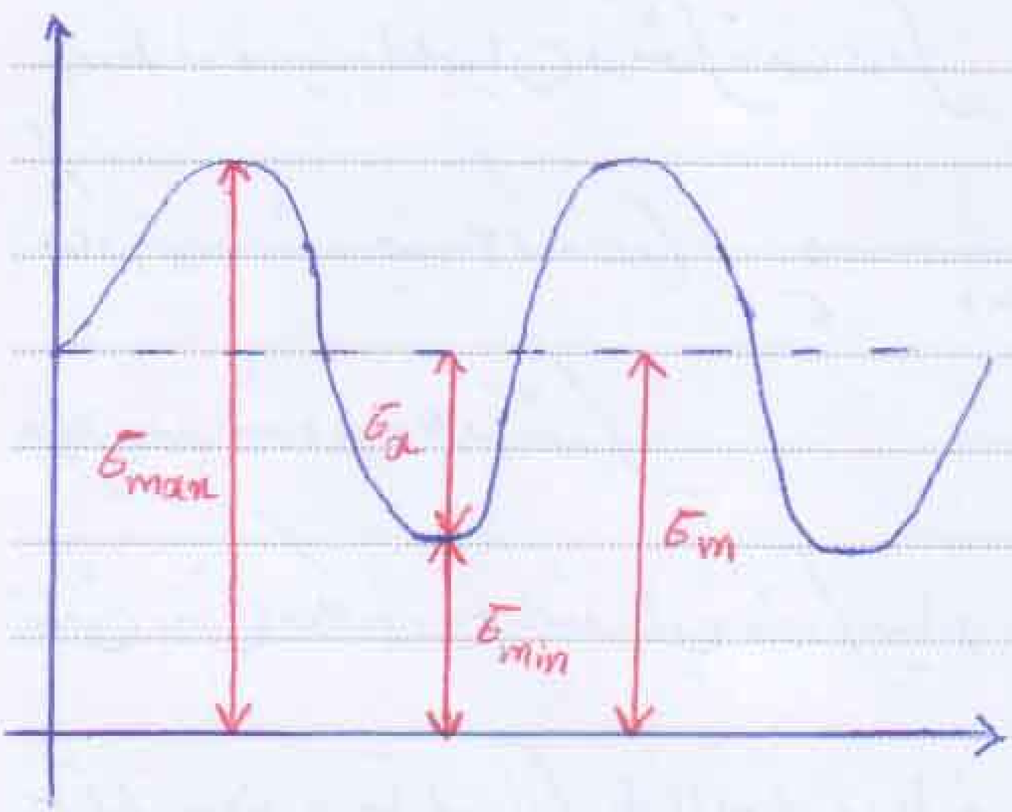
$S_e = (۰٫۹۰۴ \times 1 \times ۰٫۸۵ \times 1 \times ۰٫۴) \times ۲۱۶٫۷ = ۶۶٫۶\,MPa$

ضریب اطمینان $n = \dfrac{S_e}{\sigma_{all}} \longrightarrow \sigma_{all} = \dfrac{۶۶٫۶}{۱٫۵} = ۴۴٫۴\,MPa$

$\sigma_{all} = \dfrac{F}{A} \Rightarrow F = (۴۴٫۴ \times 10^{6}) \times ((۶۰ - ۱۲) \times ۱۰ \times 10^{-6}) = ۲۱٫۳$

بار نوسانی:

بار نوسانی به باری گفته می‌شود که بین دو مقدار با گذر زمان نوسان کند این دو مقدار می‌توانند کشش یا فشاری باشند دارای نظم باشد یا نباشد در هر صورت می‌توان یک منحنی سینوسی به بار منظم یا نامنظم لحاظ کرد اگر منحنی سینوسی در یک نمودار بار زمان به صورت زیر باشد اصطلاحات زیر قابل تعریف هستند.



$\sigma_{max} =$ بار حداکثر

$\sigma_{min} =$ بار حداقل

$\sigma_a =$ مولفه‌ی نوسانی بار

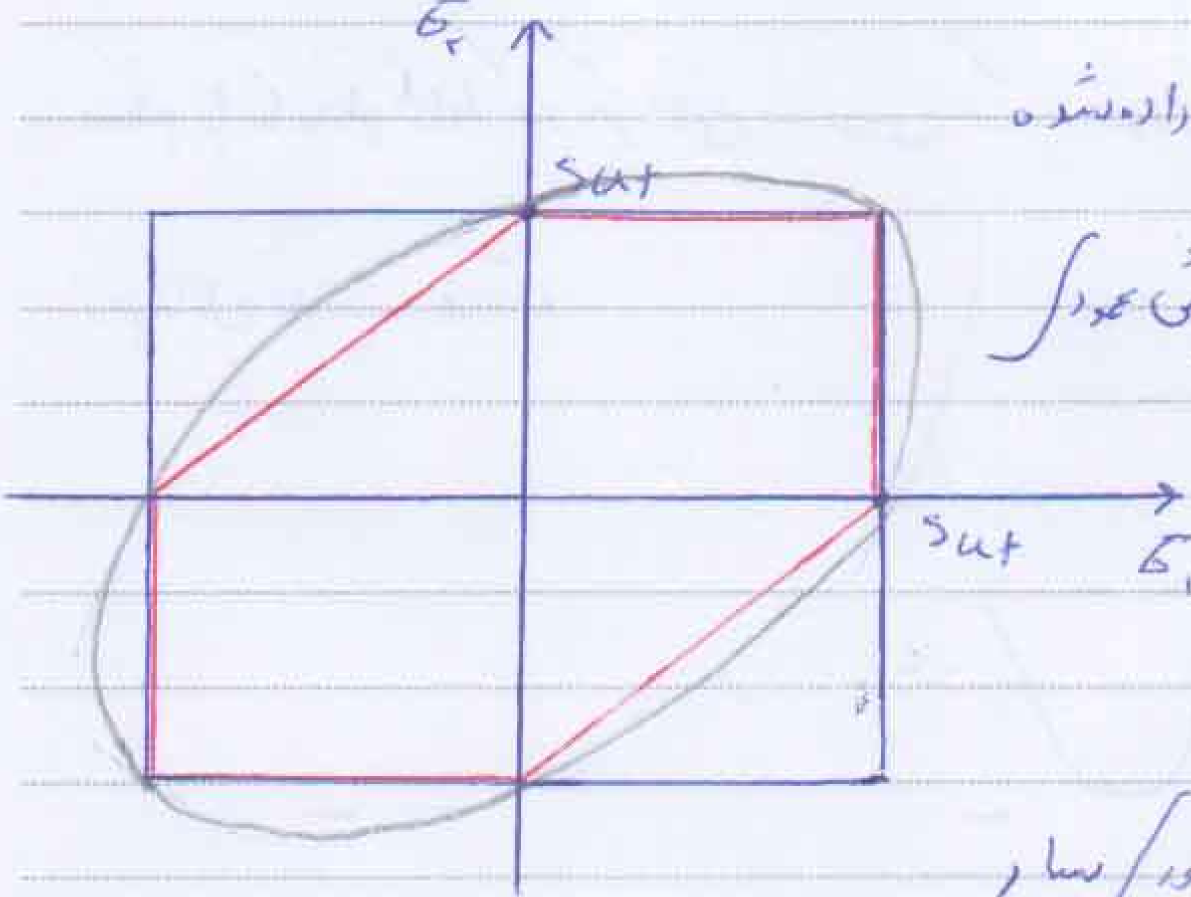
$\sigma_m =$ مولفه‌ی استاتیکی بار

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{۲}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{۲}$$

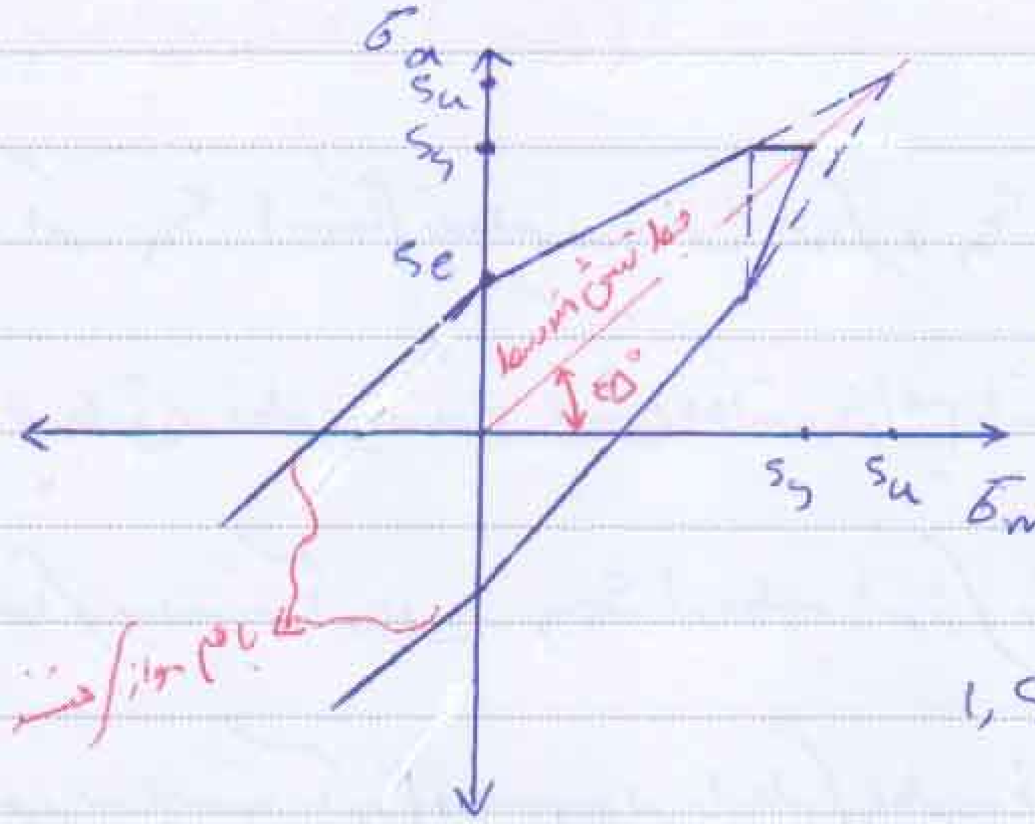
تئوری های شکست :

در این مبحث ابتدا به بررسی تئوری شکست در اثر بارگذاری استاتیکی می پردازیم و سپس تئوری شکست در بارگذاری خستگی را به چالش می کشیم.

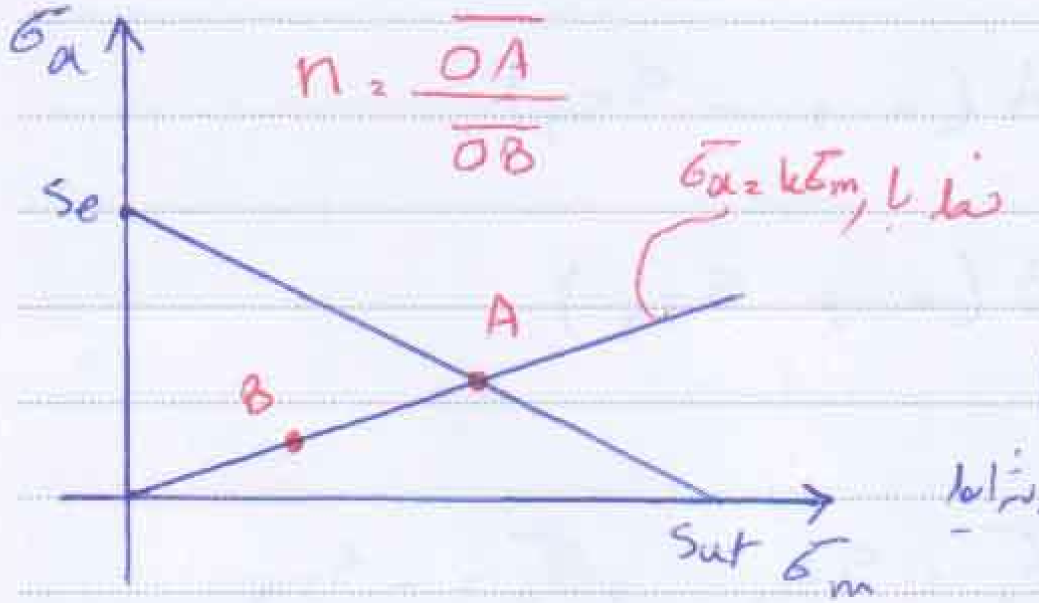


در نمودار نشان داده شده مربع نمایش داده شده مربوط به ضریب اطمینان در تئوری تنش عمودی حداکثر می باشد. چند ضلعی که درون مربع رسم شده مربوط به تئوری تنش برشی حداکثر می باشد. این تئوری بسیار محتاط بوده و نقاط زیادی را ناامن می داند. اما بیضی نشان داده شده در شکل مربوط به تئوری انرژی واپیچش می باشد. ضریب اطمینان در این تئوری با حل معادله‌ی $\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = \left(\frac{S_y}{n}\right)^2$ به دست می آید. که این معادله‌ی یک بیضی می باشد.

حال می خواهیم معیارهای شکست در خستگی را مورد بحث قرار دهیم. در تئوری خستگی برای اجسام وجود دارد که یکی معیار گودمن و دیگری معیار اصلاح شده گودمن می باشد.



معیار اصلاح شده گودمن را در نمودار فوق مشاهده می‌کنید. برای به دست آوردن ضریب اطمینان در نمودار اصلاح شده گودمن باید ابتدا شیب خطی که S_e را به S_{ut} وصل می‌کند به دست آوریم.



معادله خط $\sigma_a = a\sigma_m + b$

شرایط
$$\begin{cases} \sigma_m = 0 \longrightarrow \sigma_a = S_e \\ \sigma_m = S_{ut} \longrightarrow \sigma_a = 0 \end{cases}$$

از شرط اول $\longrightarrow$ $S_a = 0 + b \rightarrow b = S_{ut}$

از شرط دوم $\longrightarrow$ $0 = a(S_{ut}) + S_e \longrightarrow a = -\frac{S_e}{S_{ut}}$

$$\longrightarrow \sigma_a = -\frac{S_e}{S_{ut}}\sigma_m + S_e \rightarrow \sigma_a = S_e\left(-\frac{\sigma_m}{S_{ut}} + 1\right)$$

در صورتی که ضریب اطمینان ۱ باشد $\longrightarrow$ $\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = 1$

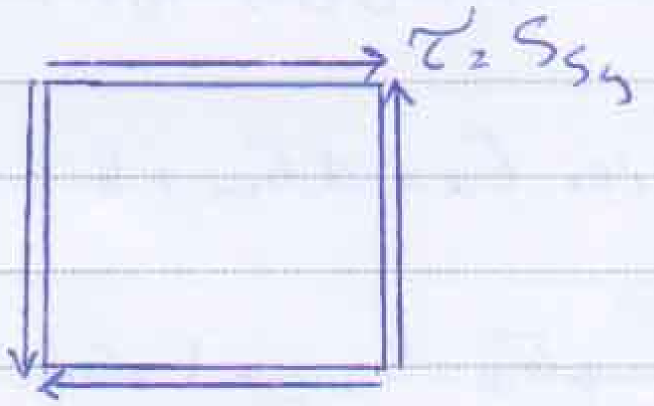
در صورتی که ضریب اطمینان n باشد $\longrightarrow$ $\boxed{\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n}}$

پیچش در خستگی (برشی):

اگر S_y استحکام تسلیم در تنش محوری و S_{sy} استحکام تسلیم در تنش برشی باشد

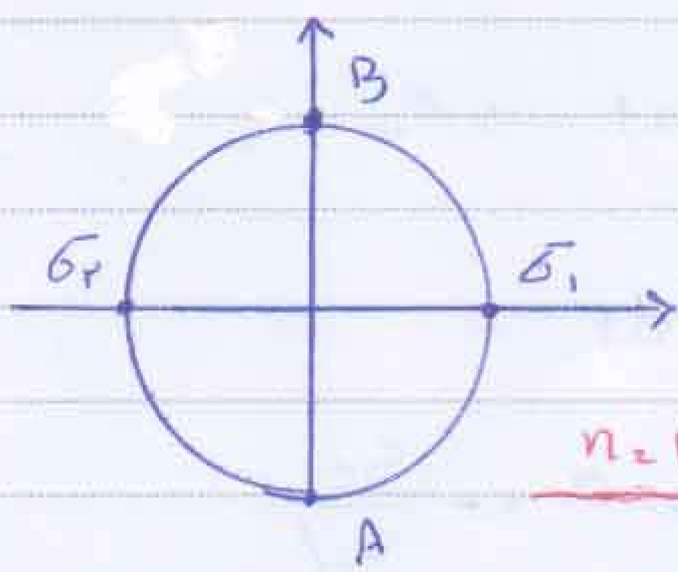
بر طبق نظریه تنش برشی حداکثر خواهیم داشت: $S_{sy} = \frac{S_y}{2}$

برای به دست آوردن S_{sy} از نظریه انرژی واپیچشی ابتدا باید σ_1 و σ_2 را توسط دایره مور به دست آوریم و سپس در رابطه نظریه قرار داده و برای $n=1$، S_{sy} را به دست آوریم



$A(0\ ,\ -S_{sy})$

$B(0\ ,\ S_{sy})$



$\sigma_1 = S_{sy}\ ,\ \sigma_2 = -S_{sy}$

$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = \left(\frac{S_y}{n}\right)^2$

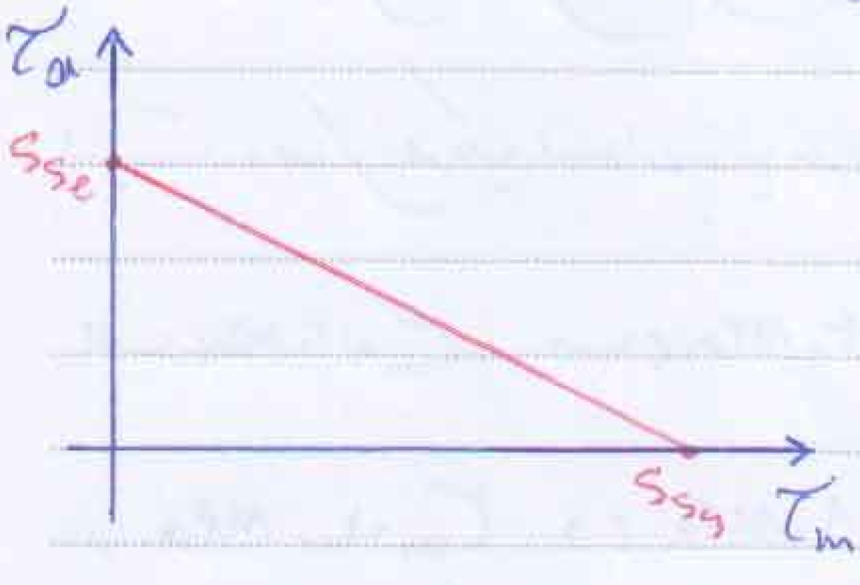
$\xrightarrow{n=1} S_{sy}^2 + S_{sy}^2 + S_{sy}^2 = S_y^2$

$$\boxed{S_{sy} = 0.577\, S_y}$$

مطالب فوق به تجربه دیده شده که در خستگی هم صادق است بنابراین خواهیم داشت:

$$\boxed{S_{se} = 0.577\, S_e}$$

نکته: معیار اصلاح شده گودمن در حالت برش هم صادق است.



$$\frac{\tau_a}{S_{se}} + \frac{\tau_m}{S_{sy}} = \frac{1}{n}$$

بارگذاری مرکب:

در این حالت برای به دست آوردن ضریب اطمینان باید σ'_m و σ'_a را به دست آوریم

فرض کنید تنش های وارده بر جسم به شکل زیر باشد آنگاه خواهیم داشت:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_m \\ \tau_m \end{Bmatrix} \qquad \begin{Bmatrix} \sigma_a \\ \tau_a \end{Bmatrix}$$

برای به دست آوردن σ'_m و σ'_a ابتدا σ_m ، τ_m را به دایره موری می بریم تا σ_{1m} و σ_{2m} به دست آید

سپس σ_a و τ_a را به دایره موری می بریم و تا σ_{1a} و σ_{2a} به دست آید در مرحله بعد

σ_{1m} و σ_{2m} و همینطور σ_{1a} و σ_{2a} را جداگانه در رابطه نظریه واپیچش قرار می دهیم

$$\sigma'_m = \sqrt{\sigma_{1m}^2 - \sigma_{1m}\sigma_{2m} + \sigma_{2m}^2} \xrightarrow{\text{پس از ساده سازی}} \boxed{\sigma'_m = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2}}$$

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_{1a}^2 - \sigma_{1a}\sigma_{2a} + \sigma_{2a}^2} \qquad \boxed{\sigma'_a = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}}$$

مثال) میله‌ای فولادی دارای $S_{ut}=700\ MPa$ و $S_y=500\ MPa$ و حد دوام اصلاح شده‌ای ۲۰۰ MPa

است. برای هر یک از موارد زیر ضریب ایمنی را به دست آورید.

الف) $\tau_m=140\ MPa$ ب) $\tau_m=140\ MPa$, $\tau_a=70\ MPa$ ج) $\sigma_a=80\ MPa$,

$\tau_m=100\ MPa$ د) $\sigma_a=80\ MPa$, $\sigma_m=60\ MPa$, $\tau_a=35\ MPa$, $\tau_m=70\ MPa$

الف) بارگذاری فوق خمشی است ولی مولفه ثابت دارد (استاتیکی)

$S_{sy}=0.577 S_y=0.577\times 500=288\ MPa$

$n=\frac{S_{sy}}{\tau_m}=\frac{288}{140}=2.06$

ب) بارگذاری خمشی با مولفه ثابت (استاتیکی) و متغیر (دینامیکی)

ضریب اطمینان استاتیکی $\boxed{n=2.06}$

ضریب اطمینان دینامیکی $n=\frac{S_{se}}{\tau_a}=\frac{115}{70}=1.64$

$S_{se}=0.577 S_e=0.577\times 200=115\ MPa$

ج) بارگذاری مرکب

$\sigma'_m=\sqrt{(0)^2+3(100)^2}=173.2$

$\sigma'_a=\sqrt{(80)^2+(0)^2}=80$

در بارگذاری مرتب $\frac{\sigma_a'}{S_e} + \frac{\sigma_m'}{S_{ut}} = \frac{1}{n} \longrightarrow \frac{80}{200} + \frac{173.2}{700} = \frac{1}{n}$

$$\longrightarrow \boxed{n = 1.54}$$

د) بارگذاری مرتب

$$\sigma_m' = \sqrt{(60)^2 + 3(70)^2} = 135.26 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a' = \sqrt{(80)^2 + 3(35)^2} = 100.37 \text{ MPa}$$

در بارگذاری مرتب $\frac{\sigma_a'}{S_e} + \frac{\sigma_m'}{S_{ut}} = \frac{1}{n} \longrightarrow \frac{100.37}{200} + \frac{135.26}{700} = \frac{1}{n}$

$$\longrightarrow \boxed{n = 1.44}$$

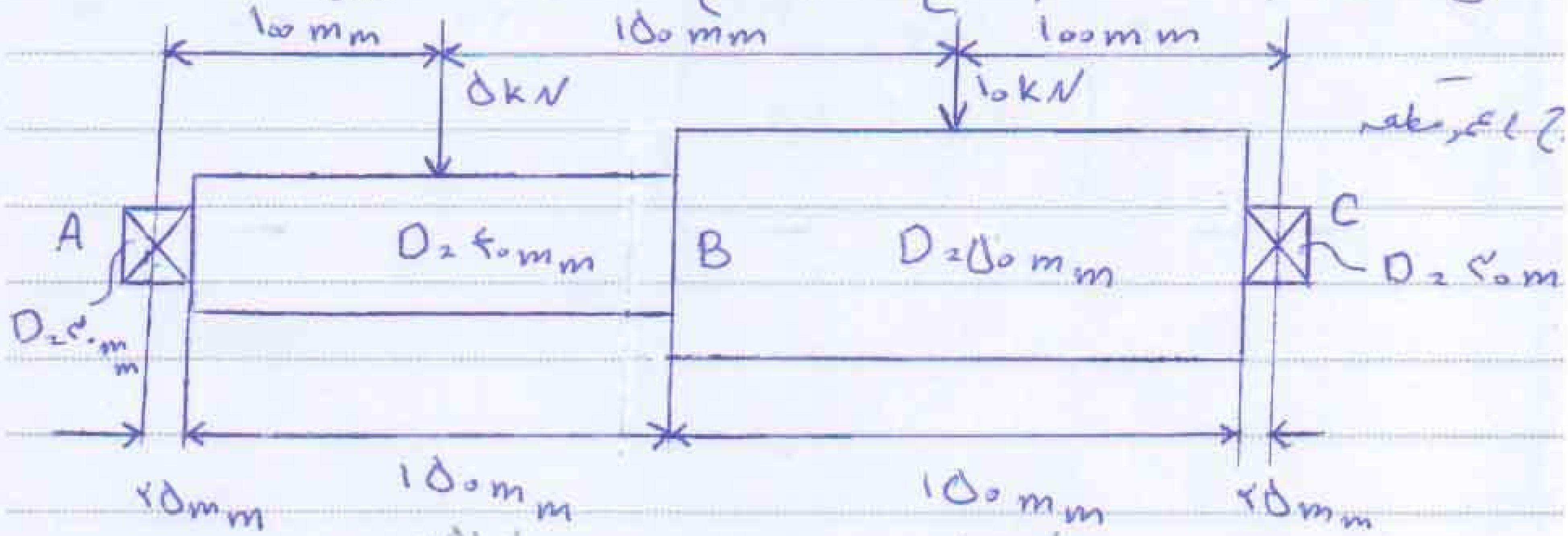
مثال): محور چرخانی که توسط یاتاقان های غلتشی در A و C حمل می شود توسط نیروهای 5kN و 10kN بارگذاری شده است برای این محور $S_y = 215\,MPa$ و $S_{ut} = 690\,MPa$ است.

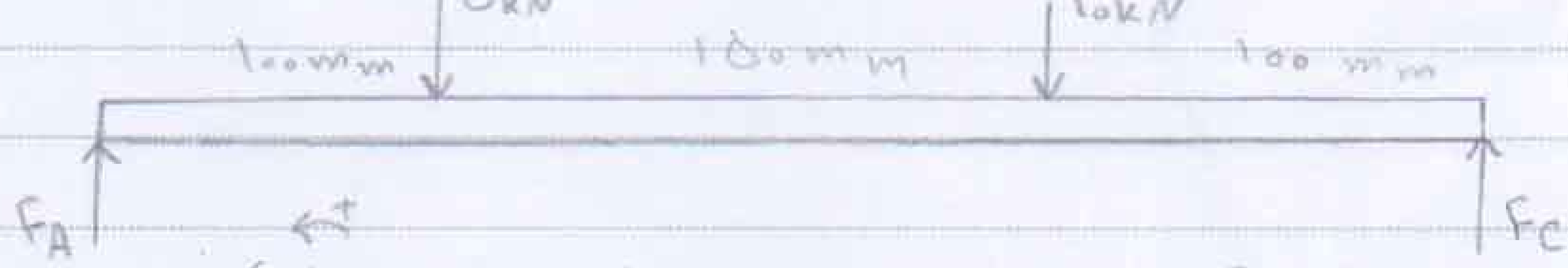
مطلوب است

الف) حساس ترین مقطع محور در طراحی

ب) اگر محور به روش نورد سرد ساخته شده باشد به ضریب تمرکز تنش در آن برای حساس ترین مکان ۱٫۵۴ باشد. حد دوام اصلاح شده و اصلاح نشده را به دست آورید.

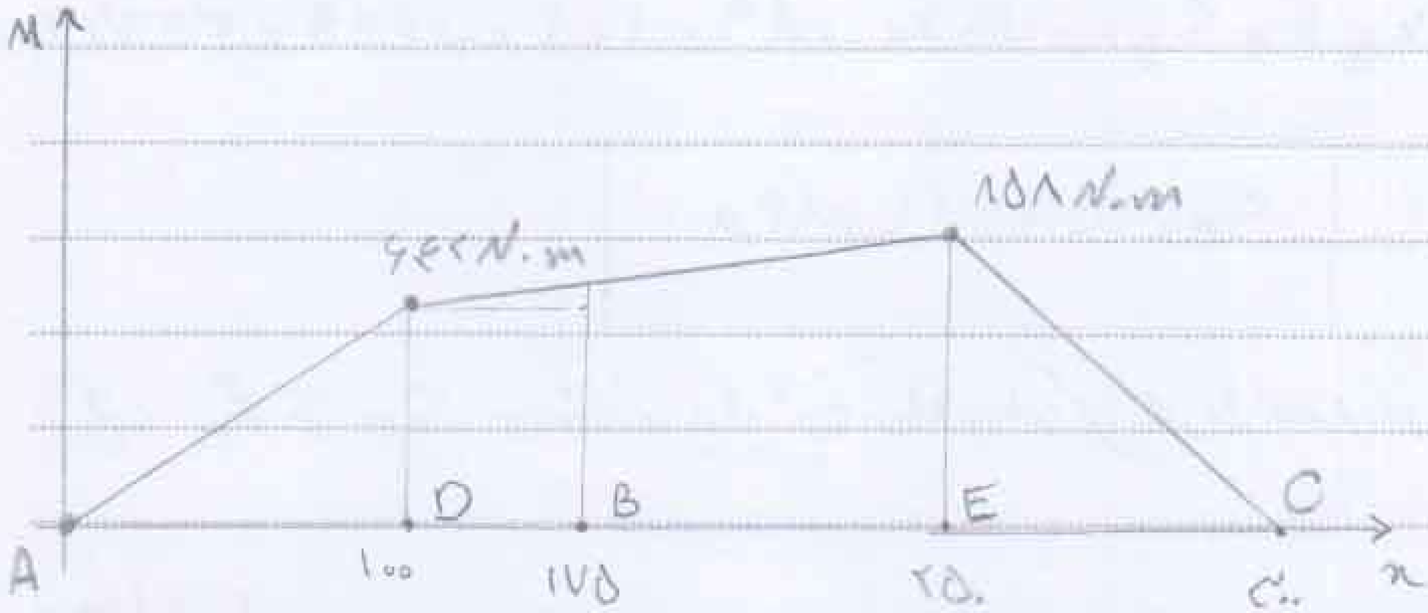
ج) عمر قطعه





$$\Sigma M_C = 0 \rightarrow (10 \times 100) + (5 \times 250) - F_A \times 350 = 0$$

$$F_A = 6.42\,kN \quad و \quad F_C = 8.58\,kN$$



$$M_B = 642 + 75\left(\frac{858 - 642}{150}\right) = 750\ N.m$$

$$\sigma = \frac{M \times d/2}{\frac{\pi}{64} d^4} = \frac{32M}{\pi d^3}$$ حال σ را برای مقاطع B, D, E حساب می‌کنیم.

$$\sigma_B = \frac{32 \times 750}{3.14 \times 0.04^3} = 119.42\ MPa \qquad \sigma_E = \frac{32 \times 858}{3.14 \times 0.05^3} = 69.95\ MPa$$

$$\sigma_D = \frac{32 \times 642}{3.14 \times 0.04^3} = 102.23\ MPa$$

نقطه B حساس‌ترین نقطه می‌باشد.

$$S'_e = 0.504\ S_{ut} = 0.504 \times 690 = 347.76\ MPa$$

$$k_a = a\,(S_{ut})^b = 4.51\,(690)^{-0.265} = 0.797$$

$$k_b = \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.107} = \left(\frac{40}{7.62}\right)^{-0.107} = 0.84 \ ,\ k_c = 1 \ ,\ k_d = 1$$

$$k_e = \frac{1}{k_f} = \frac{1}{1.54} = 0.649$$

Subject: Date

$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e S'_e = ۰/۷۹۲ \times ۰/۸۹ \times ۱ \times ۱ \times ۰/۶۴۹ \times ۳۴۷/۲$

$$\boxed{S_e = ۱۵۹/۸۱ \ MPa}$$

ج) $S_e > \sigma_B$ می باشد بنابراین قطعه دارای عمر نامحدود خواهد بود.

مثال ۲

سوال) یک تیر فولادی که به روش نورد گرم ساخته شده دارای مشخصات $S_y = 415\,MPa$, $S_{ut} = 795\,MPa$ است. این عضو دارای مقطع دایره‌ای به قطر $25\,mm$ بوده و به علت وجود تغییر قطر ضریب تمرکز تنش در آن برابر $k_t = 1.9$ می‌باشد و تحت بارگذاری ترکیب: گشتاور خمشی ثابت $260\,N.m$ و گشتاور نوسانی خمشی صفر تا $720\,N.m$ و گشتاور پیچشی ثابت $250\,N.m$ ، گشتاور پیچشی نوسانی صفر تا $500\,N.m$ قرار دارد. ضریب ایمنی را در بارگذاری فوق بدست آورید ($k_c = 0.9$)

$$S_e' = 0.504\,S_{ut} = 0.504 \times 795 = 400.68\,MPa$$

$$k_a = a(S_{ut})^b = 57.7(795)^{-0.718} = 0.477$$

$$k_b = \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.107} = \left(\frac{25}{7.62}\right)^{-0.107} = 0.849$$

$$k_c = 0.9 \quad , \quad k_d = 1 \quad و \quad k_e = \frac{1}{k_f} = \frac{1}{1.9} = 0.526$$

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e S_e' = 0.477 \times 0.849 \times 0.9 \times 0.526 \times 400.68$$

$$\longrightarrow S_e = 76.81\,MPa$$

$$\sigma_m = \frac{M_m\, d/2}{\frac{\pi}{64} d^4} = \frac{32 \times 260}{3.14 \times 0.025^3} = 85.56\,MPa$$

$$\sigma_a = \frac{M_a\, d/2}{\frac{\pi}{64} d^4} = \frac{32 \times 260}{3.14 \times 0.025^3} = 85.56$$

Subject : Date

$$\tau_m = \frac{T_m \times d/2}{\frac{\pi}{32} \times d^3} = \frac{۱۶ \times ۲۵۰}{\pi \times ۰,۰۲۵^3} = ۲۹,۷۱ MPa$$

$$\tau_a = \frac{T_a \times d/2}{\frac{\pi}{32} \times d^3} = \frac{۱۶ \times ۲۵۰}{\pi \times ۰,۰۲۵^3} = ۲۹,۷۱ MPa$$

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_a^2 + ۳\tau_a^2} = \sqrt{۸۵,۵۶^2 + ۳(۲۹,۷۱)^2} = ۹۹,۸۴$$

$$\sigma'_m = \sqrt{\sigma_m^2 + ۳\tau_m^2} = \sqrt{۸۵,۵۶^2 + ۳(۲۹,۷۱)^2} = ۹۹,۸۴$$

$$\longrightarrow \frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n} \longrightarrow \frac{۹۹,۸۴}{۷۶,۸۱} + \frac{۹۹,۸۴}{۷۹۵} = \frac{1}{n}$$

$$\longrightarrow n = ۰,۷$$

Subject :   Date

«نکات و فرمول های مهم»

نکته ۱: اگر تنش وارد شده به قطعه‌ای در محدوده تنش اعمال شده S'_f باشد عمر قطعه بین 10^3 تا 10^6 دور خواهد بود (سیکل یا چرخه)

۱) فولاد
$$S'_e = \begin{cases} 0.504\, S_{ut} & S_{ut} < 1460\ \text{MPa} \\ 740\ \text{MPa} & S_{ut} \geq 1460\ \text{MPa} \end{cases}$$

۲) چدن
$$S'_e = \begin{cases} 0.45\, S_{ut} & S_{ut} < 600\ \text{MPa} \\ 275\ \text{MPa} & S_{ut} \geq 600\ \text{MPa} \end{cases}$$

۳) $S'_f = 10^c N^b \qquad b = -\frac{1}{3} \log \frac{(0.8 S_{ut})}{S'_e}, \quad c = \log \frac{(0.8 S_{ut})^2}{S'_e}$

۴) $S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e$

۵) $k_a = a (S_{ut})^b$

۶)
$$\begin{cases} k_b = 1 & \text{بارگذاری محوری} \\ k_b = \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.107} & 2.79 \leq d < 51\ \text{mm} \\ k_b = 1.51\, d^{-0.157} & 51 \leq d \leq 254\ \text{mm} \end{cases}$$

بارگذاری خمشی و پیچشی

MICRO

۷)
$$k_c = 1$$ خمشی
$$k_c = 0.85$$ محوری
$$k_c = 0.59$$ پیچشی

۸) $k_e = \dfrac{1}{k_f}$

نکته: k_b (ضریب اندازه) با توجه به نوع بارگذاری و هندسه‌ی جسم تعیین می‌شود

فرمول داده شده برای k_b، برای تیرچرخان دایروی توپری باشد

۹) برای بارهای غیرنوسانی (ضریب اطمینان) $n = \dfrac{S_e}{\sigma_{all}}$

۱۰) برای بارهای نوسانی (ضریب اطمینان) $\dfrac{\sigma_a}{S_e} + \dfrac{\sigma_m}{S_{ut}} = \dfrac{1}{n}$ مولفه‌ی محوری و بار مرکب

۱۱) برای نوسانی استحکام تسلیم برشی $S_{sy} = 0.577\, S_y$

۱۲) برای نوسانی استحکام تسلیم محوری $S_{se} = 0.577\, S_e$

۱۳) برای نوسانی بارهای برشی (ضریب اطمینان) $\dfrac{\tau_a}{S_{se}} + \dfrac{\tau_m}{S_{sy}} = \dfrac{1}{n}$ فقط مولفه‌ی برشی

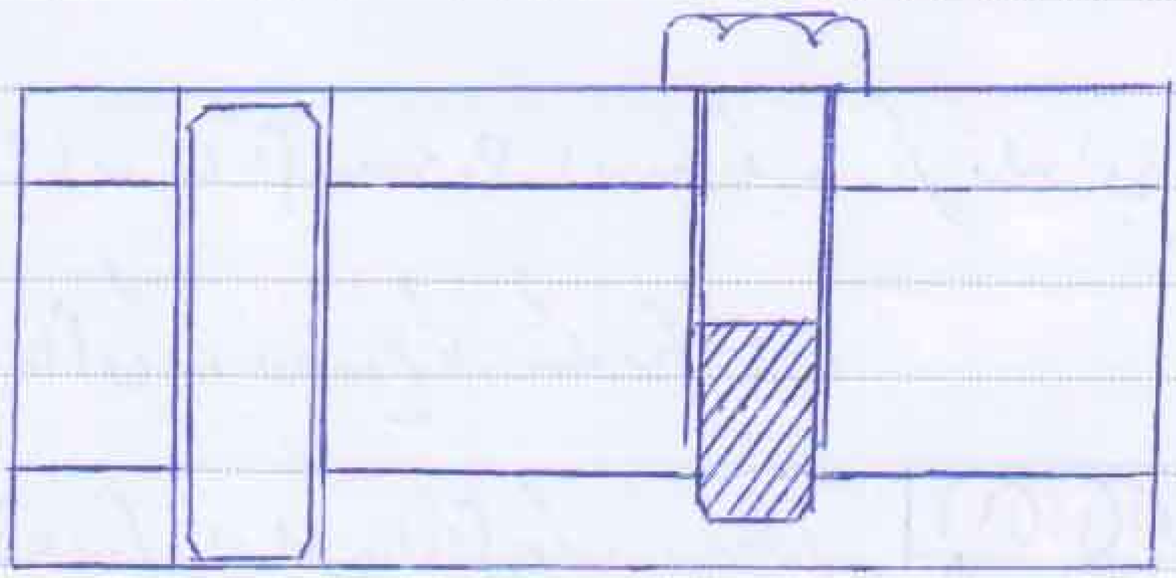
۱۴) برای نوسانی بار استاتیکی معادل $\sigma'_m = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2}$ برای بارهای مرکب

۱۵) برای نوسانی بار خستگی معادل $\sigma'_a = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}$ برای بارهای مرکب

Subject :   Date

پیچ ها :

پیچ ها برای اتصال موقت قطعات به کار برده می شوند. تفاوت پیچ و پین در این است که پیچ ها برای جلوگیری از جدایش صفحات به کار برده می شوند و درجه آزادی را در جهت محور پیچ می گیرد اما پین برای جلوگیری از حرکت عرضی صفحات نسبت به هم بکار برده می شوند و درجه آزادی را در جهت مماسی بر صفحه می گیرد.



درجه ی سختی پین بسیار بزرگ است اما درجه ی سختی پیچ بسیار پایین است.

✓ سختی نوعی تنش است و واحد آن راکول سی (برای سیستم‌های متعارف) برینل (برای اجسام نرم) و ویکرز (برای اجسام خیلی سخت) می باشد.

پیچ های چپ گرد و راست گرد. پیچ های چپ گرد در دو مورد زیر مصرف می شوند

ا) در جایی که فضای لازم برای پیچ های راست گرد موجود نباشد.

۲- برای حفظ ایمنی در اتصالات گاز و ...

پیچ های چند راهه:

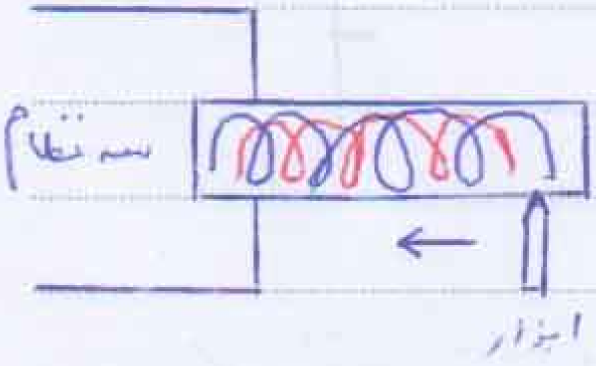
پیچ های چند راهه برای باز و بسته شدن سریع به کار برده می شوند در این پیچ ها گام ظاهری و گام حقیقی وجود دارد گام حقیقی که به آن پیشروی می گویند برابر است با:

طول پیشروی $L = n \times P$

n: تعداد راه

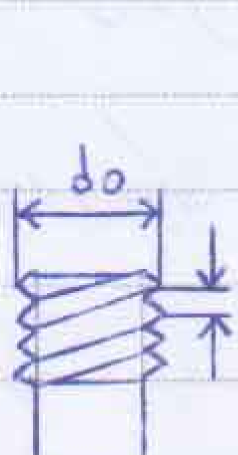
P: گام ظاهری

به طور مثال پیچ ۲ راهه با گام $P = 2mm$ را در نظر بگیرید برای تولید این پیچ عملیا به صورت تکراری برای هر پیچ انجام می گیرد در شروع کار دستگاه برای گام



۲x۲ تنظیم و عملیات برای راه اول انجام می گیرد. در مرحله بعد با انتقال ابزار به اندازه ۲mm به سمت چپ یا راست مسیر دوم رزوه هم زده می شود.

اصطلاحات پیچ



P: گام پیچ

do: قطر خارجی

di: قطر داخلی (قطر ریشه)

dm : قطر متوسط

L : پیشروی - مقدار حرکت رفت و برگشتی پیچ به ازای یک دور چرخش پیچ $L = n \times P$

پیچ ها را می توان به لحاظ اعمال نیرو به دو دسته زیر تقسیم کرد.

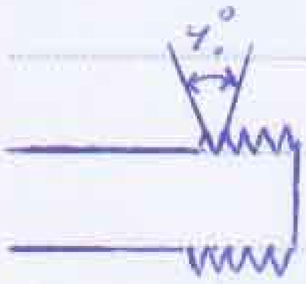
Belt : پیچ هایی که با آچار بسته می شوند (در مصارف صنعتی) به این پیچ ها، پیچ های قدرت می گویند.

Screw : پیچ هایی که با پیچ گوشتی سفت می شوند

انواع پیچ های قدرت :

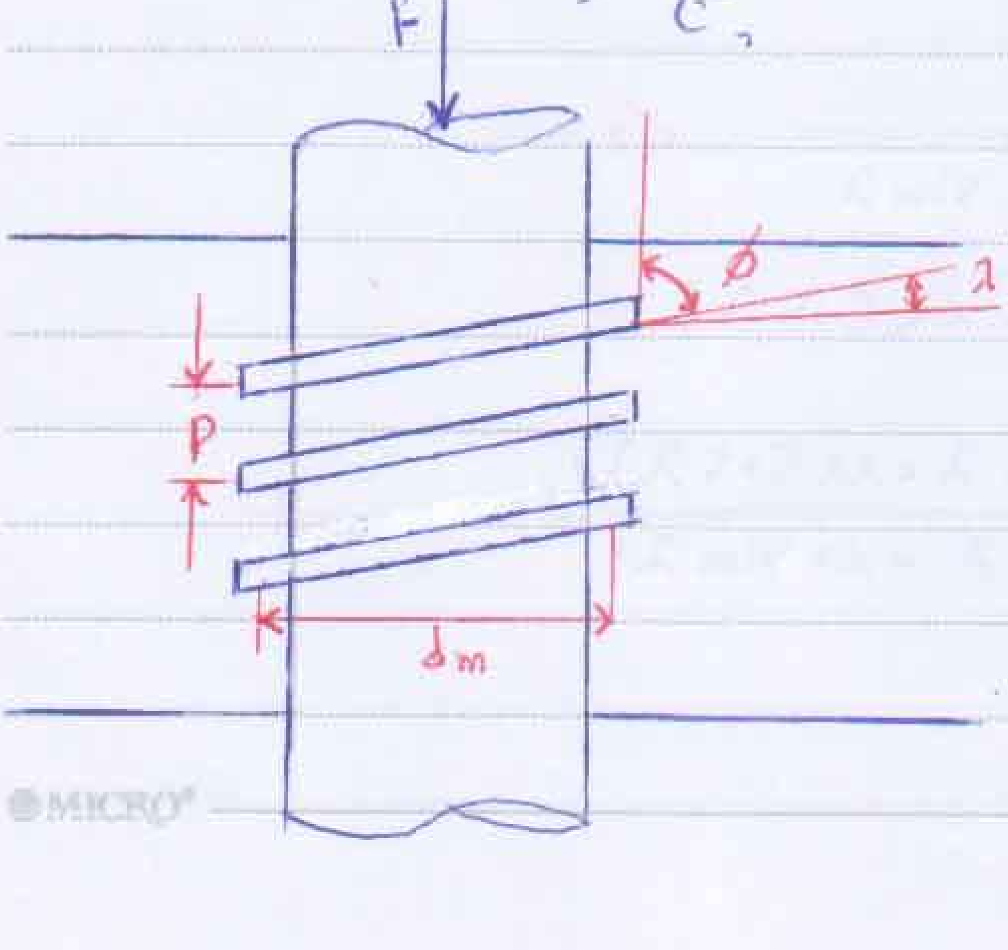
شکل زروه در پیچ (مقطع دنده یا زروه) می تواند به فرم های مختلف باشد معمولاً در پیچ های متریک دنده

مثلثی با زاویه 60° و در پیچ های اینچی با زاویه 55° می باشد ولی پیچ های انتقال قدرت



انواع دنده مربعی هستند. پیچ های متریک با حرف M نمایش داده می شوند

مثلاً $M\ 12 \times 2$ که ۱۲ قطر بیرونی به میلی متر و ۲ گام پیچ به میلی متر است.



مشخصات پیچ های قدرت :

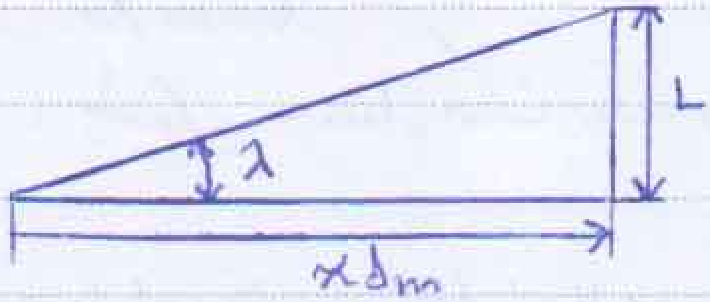
P : گام

dm : قطر متوسط

λ : زاویه جلوبری

φ : زاویه بار پیچ

L : طول پیشروی

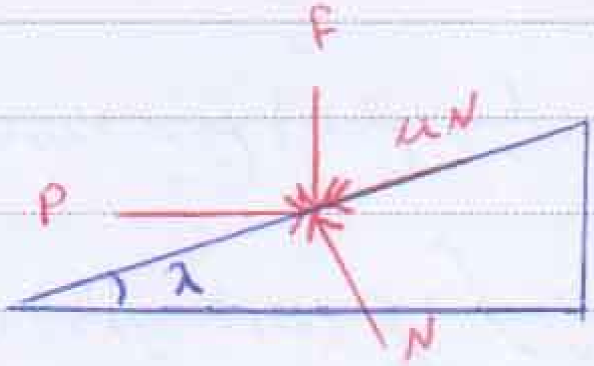


اگر یک دور رزوه پیچ را به طور فرضی باز کنیم خواهیم داشت.

$$\tan \lambda = \frac{L}{x\, d_m}$$

هدف از مبحث فوق یافتن اندازه‌ی نیروی گشتاور لازم برای چرخاندن پیچ است که باری به اندازه‌ی F روی آن قرار دارد. می‌خواهیم دو حالت موجود را بررسی کنیم.

۱) اگر بار F به بالا حمل شود یعنی اینکه با چرخاندن پیچ بار F به عنوان یک عامل مزاحم عمل کند.



$$\Sigma F_x = 0 \quad P - \mu N \cos\lambda - N \sin\lambda = 0 \qquad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad N \cos\lambda - F - \mu N \sin\lambda = 0 \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{(2)} \quad N = \frac{F}{\cos\lambda - \mu \sin\lambda} \qquad (3)$$

$$\xrightarrow{(1)} \quad P = N(\sin\lambda + \mu \cos\lambda) \qquad (4)$$

$$\xrightarrow{(3)\text{ in }(4)} \quad P = F\,\frac{(\sin\lambda + \mu\cos\lambda)}{(\cos\lambda - \mu\sin\lambda)} \qquad *$$

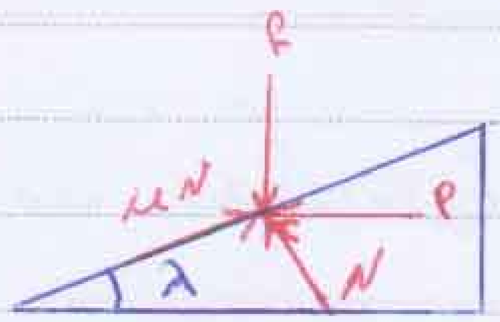
اگر در رابطه * صورت و مخرج کسر را تقسیم بر $\cos\lambda$ کنیم نیز خواهیم داشت:

$$P = F\,\frac{(\tan\lambda + \mu)}{(1 - \mu\tan\lambda)} = F\,\frac{\left(\dfrac{L + \mu\pi d_m}{\pi d_m}\right)}{\left(\dfrac{\pi d_m - \mu L}{\pi d_m}\right)}$$

گشتاور لازم برای بالا بردن پیچ

$$\boxed{T = P\,\frac{d_m}{2} = \frac{F d_m}{2}\left(\frac{L + \mu\pi d_m}{\pi d_m - \mu L}\right)}$$

۲) اگر بار F به پایین حمل شود یعنی اینکه با چرخاندن پیچ بار F به عنوان یک عامل ایجاد کار عمل کند.



$$\Sigma F_x = 0 \quad \mu N\cos\lambda - N\sin\lambda - P = 0 \qquad (۱)$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad N\cos\lambda + \mu N\sin\lambda - F = 0 \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۲)} \quad N = \frac{F}{(\cos\lambda + \mu\sin\lambda)} \qquad (۳)$$

$$\xrightarrow{(۱)} \quad P = N(\mu\cos\lambda - \sin\lambda) \qquad (۴)$$

$$\xrightarrow{(۳)\ \text{in}\ (۴)} \quad P = F\,\frac{(\mu\cos\lambda - \sin\lambda)}{(\cos\lambda + \mu\sin\lambda)} = F\,\frac{(\mu - \tan\lambda)}{(1 + \mu\tan\lambda)}$$

$$P = F\,\frac{\left(\dfrac{\mu\pi d_m - L}{\pi d_m}\right)}{\left(\dfrac{\pi d_m + \mu L}{\pi d_m}\right)} = F\,\frac{(\mu\pi d_m - L)}{(\pi d_m + \mu L)}$$

Subject: Date

گشتاور لازم برای پایین آوردن

$$\boxed{T = \frac{F d_m}{2}\left[\frac{\pi \mu d_m - L}{\pi d_m + \mu L}\right]}$$

از رابطه‌ی بالا درمی‌یابیم که اگر $\pi \mu d_m = L$ شود نیازی به اعمال گشتاور برای پایین آوردن پیچ نیست در نتیجه:

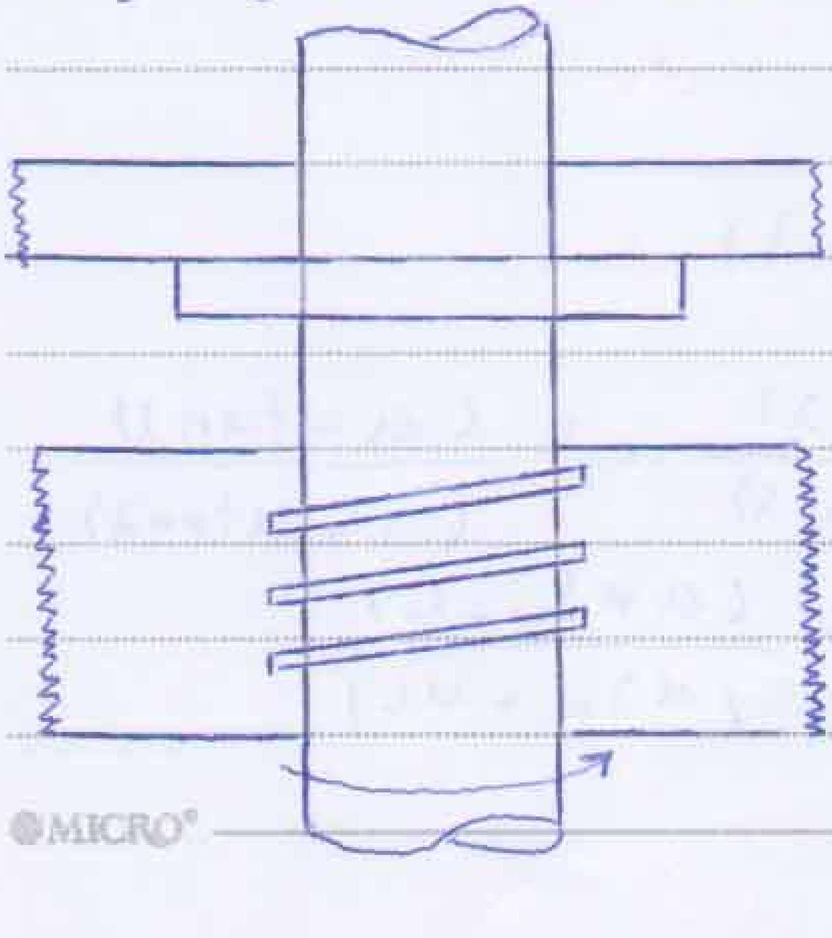
$$\pi \mu d_m = L \longrightarrow \mu = \frac{L}{\pi d_m} \longrightarrow \boxed{\tan\lambda = \mu}$$

با توجه به خطرناک بودن حالت فوق شرطی را به نام شرط خودقفلی به شکل زیر تنظیم می‌کنیم.

$$T > 0 \longrightarrow \pi \mu d_m > L \longrightarrow \boxed{\tan\lambda < \mu}$$

واشر (gasket)

عمدتاً در اتصال پیچ‌ها از واشر نیز استفاده می‌شود به طور معمول $d_g = d_c = 1.5 d_m$ است.



گشتاور لازم برای غلبه بر اصطکاک سطح واشر از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$T_g = \frac{F \mu_g d_g}{2}$$

بازده پیچ :

بازده پیچ برابر است با نسبت گشتاور بسته شدن پیچ در شرایط ایده‌آل $(\mu = 0)$

به گشتاور بسته شدن پیچ در شرایط واقعی $(\mu \neq 0)$

گشتاور واقعی $T = \frac{F d_m}{2}\left[\frac{L + \pi \mu d_m}{\pi d_m - \mu L}\right]$

گشتاور شرایط ایده‌آل $T_0 = \frac{FL}{2\pi}$

راندمان $\boxed{R_{\alpha} = \frac{T_0}{T} = \frac{FL}{2\pi T}}$

مثال) یک پیچ قدرت دو راهه دارای قطر بزرگ ۳۲ mm و گام ۴ mm است، ضریب اصطکاک

در کلیه سطوح ۰/۰۸ است. قطر واشر ۴۰ mm و نیروی اعمال شونده $F = 6/4\,kN$ است. مطلوبست:

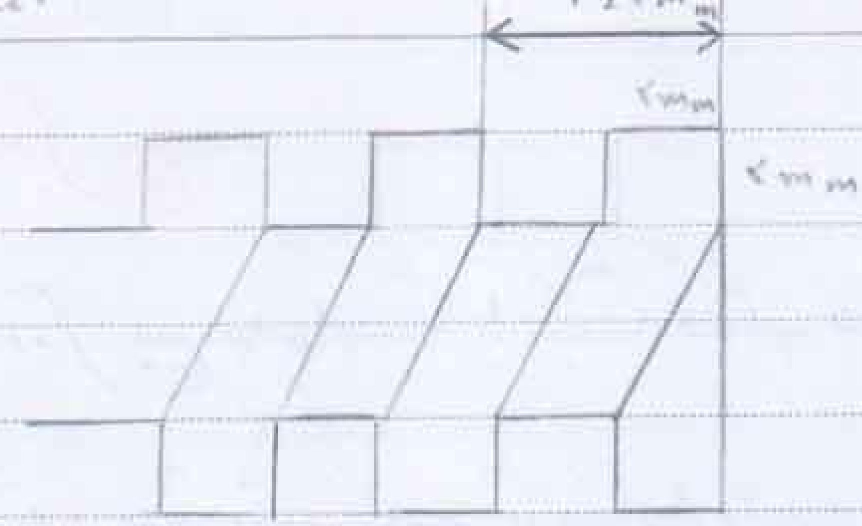
الف) عمق دنده - پهنای دنده - قطر میانی - قطر ریشه و میزان جلوبری

ب) گشتاور لازم برای چرخاندن پیچ در مقابل بار

ج) گشتاور لازم برای چرخاندن پیچ با بار

د) بازده پیچ

Subject : Date



الف)

عمق دنده = 2 mm

پهنای دنده = 2 mm

قطر داخلی $d_i = d_o - 4 = 32 - 4 = 28\ mm$

قطر متوسط $d_m = \frac{d_o + d_i}{2} = \frac{32 + 28}{2} = 30\ mm$

طول پیشروی $L = n \times P = 2 \times 4 = 8\ mm$

ب)

$$T = \frac{F d_m}{2}\left[\frac{L + \pi \mu d_m}{\pi d_m - \mu L}\right] + \frac{F \mu_c d_c}{2}$$

$$T = \frac{6.4 \times 30}{2}\left[\frac{8 + 3.14 \times 0.08 \times 30}{3.14 \times 30 - 0.08 \times 8}\right] + \frac{6.4 \times 0.08 \times 40}{2} = 26.18\ N.m$$

ج)

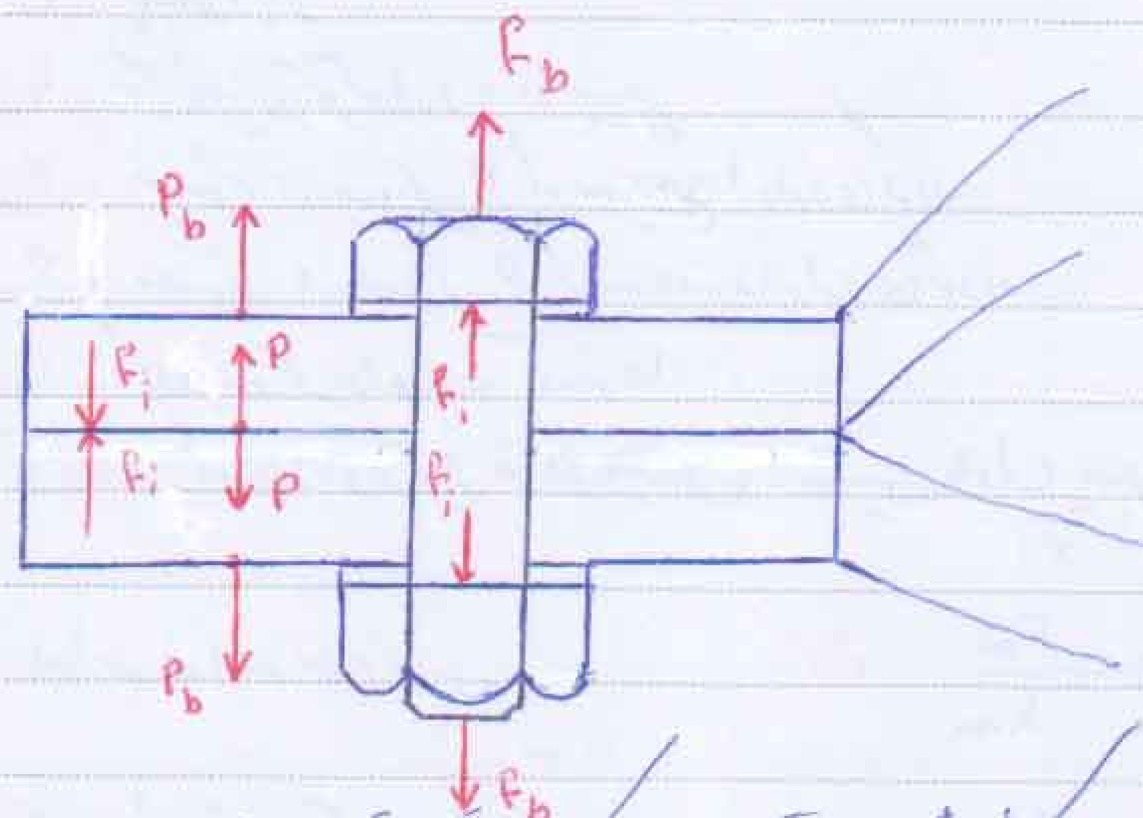
$$T = \frac{F d_m}{2}\left[\frac{\pi \mu d_m - L}{\pi d_m + \mu L}\right] + \frac{F \mu_c d_c}{2}$$

$$T = \frac{6.4 \times 30}{2}\left[\frac{\pi \times 0.08 \times 30 - 8}{\pi \times 30 + 0.08 \times 8}\right] + \frac{6.4 \times 0.08 \times 40}{2} = 9.77\ N.m$$

د)

$$R_a = \frac{T_0}{T} = \frac{FL}{2\pi T} = \frac{6.4 \times 28}{2\pi \times 26.18} = 31.1\ \%$$

پیچ ها در کشش :



وظیفه ی اصلی پیچ ها عموما تحمل بار کششی است . شکل نوعی مقطع برش خورده از یک پیچ تخت تحت فشار، فرشی با نیروی جدایش است . واضح است که پیچ تحت کشش قرار می گیرد . برای اینکه جدایش رخ ندهد پیچ ها با یک نیروی اولیه به نام پیش بار (F_i) محکم می شوند در این قسمت هدف یافتن شرطی برای پیش بار لازم است . شروع کار را با این سوال آغاز می کنیم که چه میزان از نیروی P (نیروی جدایش خارجی) توسط عضوها و چه میزان توسط پیچ ها تحمل می شود؟ یعنی :

$$P = P_b + P_m$$

در اثر اعمال P پیچ ها کشیده تر می شود و عضوها تمایل به جدا شدن پیدا می کنند . در نتیجه بار کل وارد بر پیچ ها و عضوها عبارتند از :

Subject :   Date ....

$F_b = P_b + F_i$

$F_m = P_m - F_i$

F_i : پیش بار

F_b : کل نیروی وارده بر پیچ

P_b : بخشی از نیروی P که به پیچ وارد می گردد.

P_m : بخشی از نیروی P که به عضوها وارد می گردد

F_m : کل نیروی وارد به عضوها

تا زمانی که جدایش رخ ندهد میزان افزایش طول پیچ و عضوها در اثر اعمال بار P با هم برابر خواهد بود.

$\delta_b = \delta_m \longrightarrow \dfrac{P_b}{k_b} = \dfrac{P_m}{k_m}$ (۱)

$P = P_b + P_m$ (۲) از طرفی داشتیم

k_b : ثابت فنری پیچ

k_m : ثابت فنری عضوها

$\xrightarrow{(۱)\ in\ (۲)} P_b = \dfrac{k_b}{k_m}(P - P_b)$

$\longrightarrow P_b + \dfrac{k_b}{k_m} P_b = \dfrac{k_b}{k_m} P \longrightarrow P_b = \dfrac{P\, k_b/k_m}{1 + k_b/k_m}$

$\boxed{P_b = \dfrac{P k_b}{k_m + k_b}}$ $\boxed{P_m = \dfrac{P k_m}{k_b + k_m}}$

ثابت $\dfrac{k_b}{k_m + k_b}$ را ثابت پیچ می نامند و آن را با C نمایش می دهند.

$C = \dfrac{k_b}{k_m + k_b}$ $0 < C < 1$

$\boxed{P_b = P\,C}$ $\boxed{P_m = (1 - C)P}$

کل نیرویی که پیچ تحمل می‌کند: $\boxed{F_b = F_i + P_b = F_i + CP}$

کل نیرویی که عضوها تحمل می‌کنند: $\boxed{F_m = P_m - F_i = (1-C)P - F_i}$

محاسبه‌ی k_b:

$$\delta = \frac{FL}{EA} \quad , \quad k_b = \frac{F}{\delta}$$

$$\longrightarrow k_b = \frac{F}{\frac{FL}{EA}} = \frac{EA}{L}$$

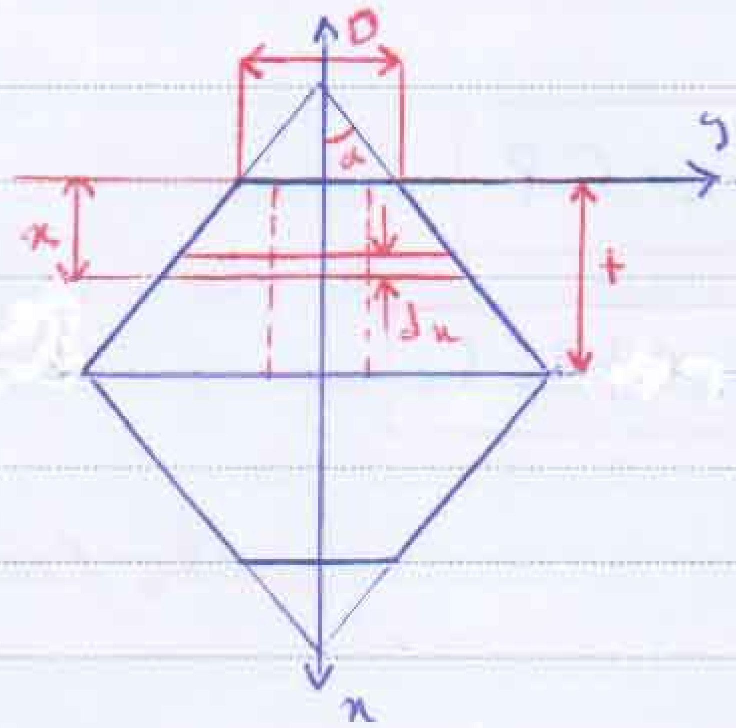
E: مدول الاستیسیته‌ی پیچ است که اگر داده نشد برای پیچ‌های فولادی $E = 207\,GPa$ است

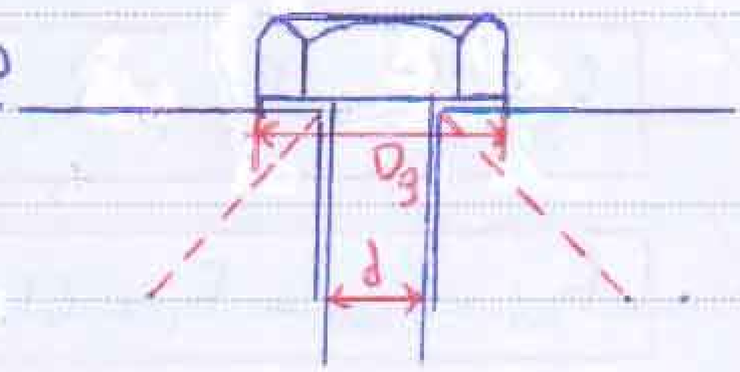
A: سطح موثر پیچ می‌باشد که خود دارای جدول ۱ است در صورت عدم وجود جدول $A = \frac{\pi d_m^2}{4}$ می‌باشد

L: طول درگیر پیچ می‌باشد

محاسبه‌ی k_m:

برای محاسبه‌ی k_m باید منحنی توزیع فشار در طول پیچ موجود باشد. این منحنی را می‌توان یک تابع درجه‌ی دو در نظر گرفت. بنابراین از دوران این خط حول محور پیچ حجمی تشکیل می‌شود که به آن مخروط فشار می‌گویند.





$$d\delta = \frac{P\,dx}{EA}$$

مساحت [illegible] $A = \pi(r_o^2 - r_i^2) = \pi\left[\left(x\tan\alpha + \frac{D_g}{2}\right)^2 - \left(\frac{d}{2}\right.\right.$

$$A = \pi\left(x\tan\alpha + \frac{D_g - d}{2}\right)\left(x\tan + \frac{D_g + d}{2}\right)$$

$$\longrightarrow \delta = \frac{P}{\pi E}\int_0^t \frac{dx}{\left[x\tan\alpha + \frac{D_g - d}{2}\right]\left[x\tan + \frac{D_g + d}{2}\right.}$$

$$\delta = \frac{P}{\pi E d\tan\alpha}\, Ln \frac{(2t\tan\alpha + D_g - d)(D_g + d)}{(2t\tan\alpha + D_g - d)(D_g - d)}$$

$$k\ \frac{P}{\delta} = \frac{\pi E d\tan\alpha}{Ln\dfrac{(2t\tan\alpha + D_g - d)(D_g + d)}{(2t\tan\alpha + D_g - d)(D_g - d)}}$$

درصورتی که $\alpha = 30°$ انتخاب شود خواهیم داشت:

$$k = \frac{0.5774\,\pi E d}{Ln\dfrac{(1.155t + D_g - d)(D_g + d)}{(1.155t + D_g + d)(D_g - d)}}$$

اگر جدول یا ثابت عضوها یکسان بوده و دو محدوده نامتقارن باشند می‌توان آنها را مانند

یک ثابت فنر سری یکسان در نظر گرفت در این صورت خواهیم داشت:

$$k_m = \frac{k}{2} \quad , \quad L = 2t \quad , \quad D_g = 1.5d$$

$$k_m = \frac{0.577\,\pi E d}{2\ln\left[5\left(\frac{0.577L + 0.5d}{0.577L + 2.5d}\right)\right]}$$

اگر جنس عضوها یکسان نباشد یا اینکه چندین k_m داشته باشیم و k_g ثابت فنر واشر باشد

برای به دست آوردن k_m خواهیم داشت:

$$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_{m_1}} + \frac{1}{k_{m_2}} + \cdots + \frac{1}{k_g}$$

جنس واشر در مقایسه با عضوها از ماده‌ی سخت‌تری است پس k_g آن در مقایسه با k_m

بسیار بزرگ‌تر است. بنابراین $k_m = k_g$

شرط پیش بار:

F_i پیش بار باید به اندازه‌ای باشد که در مقابل نیروی جدایش P مقاومت کند، در حالت

جدایش عضوها نیروی تحمل نمی‌کنند ($F_m = 0$)

$$\cancel{f_m = P_m - f_i} \Rightarrow (1-C)P_0 - f_i = 0$$

$$F_i = (1-C)P \xrightarrow[\text{باشیم}]{\text{برای اینکه جدایش نداشته}} F_i > (1-C)P$$

نسبت f_i به $P_0(1-C)$ را به عنوان ضریب اطمینان تعریف می‌کنیم. برای طراحی پیچ انتخاب f_i برای عدم جدایش عضوها بسیار مهم است، پیشنهاد می‌شود f_i را به صورت زیر انتخاب کنند.

$$f_i = \begin{cases} 0.75\, f_p & \text{برای اتصالات بازشونده} \\ 0.9\, f_p & \text{برای اتصالات دائمی} \end{cases}$$

f_p را بارگواه می‌نامند که از تنش گواه (S_p) یا استحکام گواه به دست می‌آید. S_p کمیتی است شبیه تنش تسلیم ولی اندکی از آن کوچکتر است. S_p از جدول پیدا می‌شود، در صورتی که جدول پیدا نشد از رابطه $S_p = 0.85 S_y$ استفاده می‌شود.

در صورتی که تعداد پیچ مورد نیاز برای مخازن تحت فشار N و ضریب اطمینان n، پیش بار F_i و نیروی جدایش P و ثابت پیچ C باشد، خواهیم داشت:

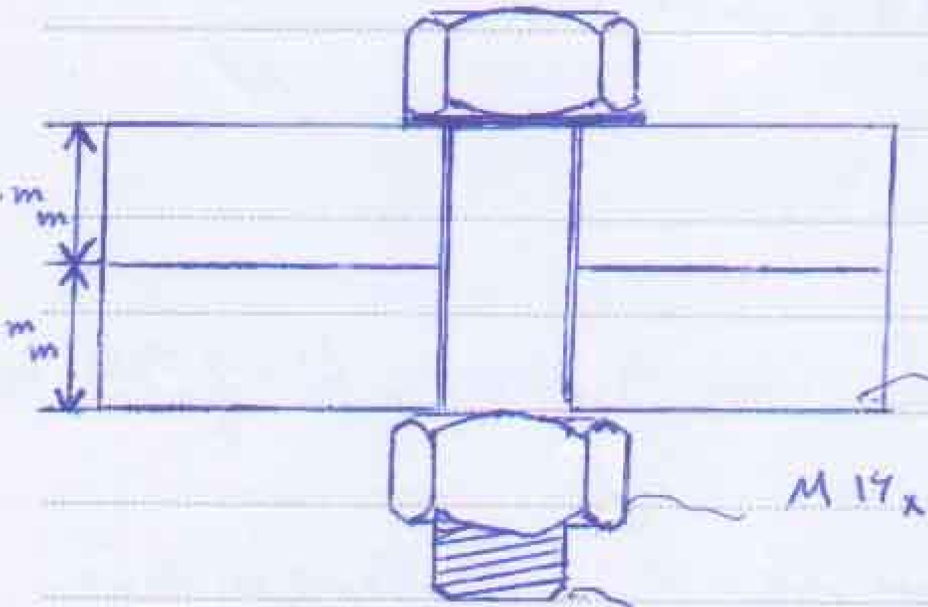
$$\boxed{f_b = \frac{nCP}{N} + f_i}$$

مثال) شکل زیر بخشی از یک مخزن تحت فشار است. برای پایداری در برابر نیروی جداسازی ۱۶٫۰kN باید از N پیچ استفاده شود. مطلوب است:

الف) ثابت پیچ

ب) کمترین مقدار پیچ و مهره‌ی لازم برای ضریب ایمنی ۲ (استفاده پیچ از نوع باز و بسته شونده می باشد)

ج) پیش بار لازم چقدر است؟



الف) $k_b = \frac{E_b A}{L} = \frac{207\times 10^9 \times (0.785\times 0.016^2)}{40\times 10^{-3}} = 1.04\times 10^9$

$k_m = \frac{0.577\times \pi \times 79\times 10^9 \times 16\times 10^{-3}}{2\ln\left[5\left(\frac{0.577\times 0.04+0.5\times 0.016}{0.577\times 0.04+2.5\times 0.016}\right)\right]} = 1.27\times 10^9$

$C = \frac{k_b}{k_b+k_m} = \frac{104}{104+127} = 0.45$

ب) $F_i = 0.75\, F_p = 0.75\times S_p \times A_t$

از جدول $\begin{cases} S_p = 600\ MPa \\ S_y = 635\ MPa \\ S_u = 830\ MPa \end{cases} \longrightarrow F_i = 90.43\ KN$

حداکثر نیرویی که پیچ تحمل می‌کند در بحرانی‌ترین شرایط برابر F_p می‌گردد.

$$F_b = \frac{NCP}{n} + F_i \longrightarrow S_p A_t = \frac{CP}{n} + 0.75 S_p A_t$$

$$\longrightarrow 0.25 \times 600 \times 10^6 \times (0.785 \times 0.016^2) = \frac{2 \times 0.365 \times 160 \times}{N}$$

$$N = 3.87 \longrightarrow N = 4$$

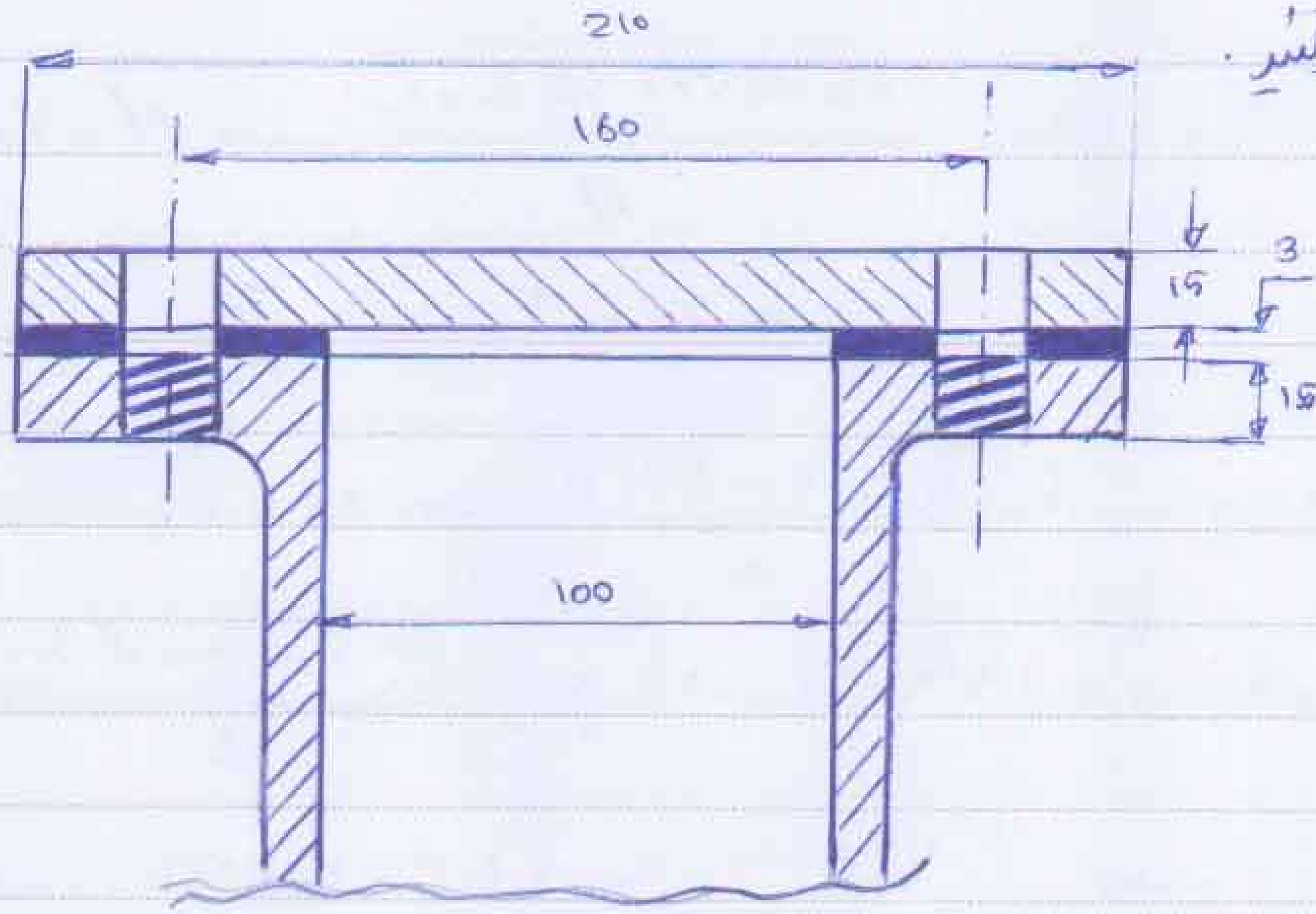
بررسی شرط جدایی $F_i > \frac{(1-C)P}{N} \longrightarrow 90.43 > \frac{(1-0.365)}{4}$

شرط فوق برقرار است. اگر برقرار نبود باید با F_i جدید مراحل را تکرار کنیم.

Subject: Date:

سوال ۶) مخزن تحت فشاری مطابق شکل زیر با استفاده از واشر از جنس آزبست با اندازه‌ی نشان داده شده درزبندی گردیده است. سر مخزن باید با استفاده از پیچ‌های آلن M16x2 با گرید 8.8 به بدنه بسته شود. اگر فشار درون مخزن 30MPa باشد و Eb=207GPa و Em=79GPa و Eg=2GP (واشر) ، شده مطلوب است:

الف) سفتی پیچ و عضو و ثابت C را با فرض اینکه اتصالات از نوع باز و بسته شونده هستند پیش بار لازم را پیدا کنید.



ب) تعداد پیچ‌های لازم برای ضریب ایمنی 2 بدست آورید.

الف) $k_b = \frac{EA}{L} = \frac{207 \times 10^9 \times 0.785 \times 0.016^2}{0.033} = 1.26 \times 10^9$

$k_m = \frac{0.577 \pi E d}{2\left(\ln 5\left(\frac{0.577L + 0.5d}{0.577L + 2.5d}\right)\right)} = \frac{0.577 \times 3.14 \times 79 \times 10^9 \times 0.016}{2\left(\ln 5\left(\frac{0.577 \times 0.033 + 0.5 \times 0.016}{0.577 \times 0.033 + 2.5 \times 0.016}\right)\right)}$

MICRO

Subject :　　　　　　　　　　　　　　　　Date

$$k_m = 1.38 \times 10^9$$

$$C = \frac{k_b}{k_m + k_b} = \frac{1.26}{1.38 + 1.26} = 0.477$$

نیروی جدایش $P = (30 \times 10^6) \times (0.785 \times 0.1^2) = 235.5\ kN$

$$f_p = \frac{nCP}{N} + f_i \longrightarrow f_p - f_i = 0.25\, S_p A_t$$

$$f_p - f_i = 0.25 \times 600 \times 10^6 \times (0.785 \times 0.016^2) = 30.144\ kN$$

$$\longrightarrow 30.144 = \frac{2 \times 0.477 \times 235 \times 10^3}{N} \longrightarrow N = 7.437$$

$$\longrightarrow N = 8$$

شرط جدایش $f_i > \frac{(1-C)P}{N} \longrightarrow 0.75 \times (600 \times 0.785 \times 0.016^2$

$$(0.75 \times 600 \times 10^6 \times 0.785 \times 0.016^2) > \frac{(1-0.477)}{8} \times 235000$$

$$\longrightarrow 90432 > 15362.125$$

شرط فوق برقرار است بنابراین تعداد ۸ پیچ کفایت می‌کند.

< نکات و فرمول های مهم >

۱، $L = P \times n$ طول جلوبری

۲، $\tan\lambda = \dfrac{L}{\pi d_m}$ زاویه پیشروی

۳، $T = P\dfrac{d_m}{2} = F\dfrac{d_m}{2}\left(\dfrac{L + \mu \pi d_m}{\pi d_m - \mu L}\right)$ گشتاور بالابری (نیرو مقاوم داریم)

۴، $T = F\dfrac{d_m}{2}\left(\dfrac{\pi \mu d_m - L}{\pi d_m + \mu L}\right)$ گشتاور پایین بری (نیرو کمک است)

نکته: اگر $\tan\lambda = \mu$ شود نیازی به اعمال گشتاور پایین بری نیست بنابراین شرط

خودقفلی $\tan\lambda < \mu$

۵، $d_g = d_c = 1.5\, d_m$

۶، $T_g = \dfrac{F \mu_c d_g}{2}$

۷، $R_a = \dfrac{T_0}{T}$ T گشتاور، نسبت بستن پیچ، و $\left(T_0 = \dfrac{FL}{2\pi}\right)$ گشتاور در شرایط ایده آل،

۸، $P_b = \dfrac{P k_b}{k_m + k_b}$ P_b: بخشی از نیرو که پیچ تحمل می کند

۹، $P_m = \dfrac{P k_m}{k_b + k_m}$ P_m: بخشی از نیرو که عضو تحمل می کند

k_b: ثابت فنری پیچ

k_m: ثابت فنری قطعه ها

۱۰، $C = \dfrac{k_b}{k_m + k_b}$ P: نیروی جدایش مخزن

C: ثابت فنری عضوها

Subject : Date

11, $F_b = F_i + P_b = F_i + CP$ — F_b: کل نیروی که پیچ تحمل می‌کند

12, $F_m = P_m - F_i = (1-C)P - F_i$ — F_m: کل نیرویی که عضوها تحمل می‌کنند.

13, $k_b = \frac{EA}{L}$ — E: پیچ ها در صورتی که ماده مشخص نشود را برابر $207\,GPa$ می‌باشد

14, $$k_m = \frac{0.577 \pi E d}{2\ln\left[5\left(\frac{0.577L + 0.5d}{0.577L + 2.5d}\right)\right]}$$

نکته: از رابطه‌ی بالا هنگامی استفاده می‌شود که مدول یانگ عضوها یکسان باشد و ضخامت عضوها یکسان باشد.

نکته: برای اینکه در پیچ ها جدایش نداشته باشیم باید $F_i > \frac{(1-C)P}{N}$ باشد.

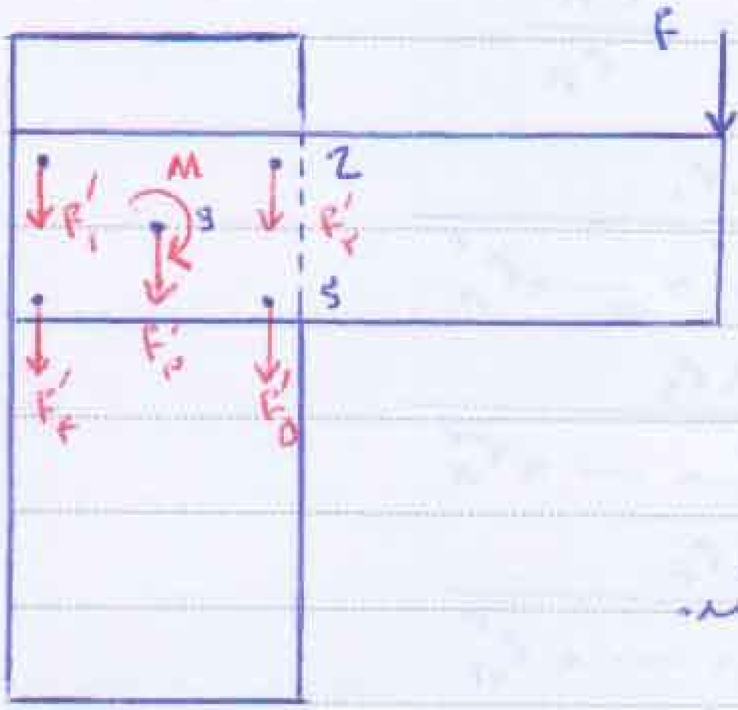
14, $$F_i \begin{cases} 0.75 F_p & \text{برای اتصالات باز بسته شونده.} \\ 0.9 F_p & \text{برای اتصالات دائمی} \end{cases}$$

نکته: F_p را با گواه می‌بینیم که از تنش گواه (S_p) به دست می‌آید. $(S_p = 0.85 S_y)$

15, $F_b = \frac{nCP}{N} + F_i$ — F_i: پیش بار

نکته: پیچ ها به اندازه‌ی نیروی گواه تنش تحمل می‌کنند $(F_b = F_p)$

بارگذاری خارج از مرکز پیچ ها:



در بارگذاری شکل فوق نیروی F به صورت خارج از مرکز به مرکز پیچ ها وارد می گردد. نیروی F باعث به وجود آمدن دو تنش در پیچ ها خواهد شد.

۱) باعث برش پیچ ها به واسطه ی بارگذاری عرضی خواهد شد.

۲) باعث برش پیچ ها به واسطه ی پیچش خواهد شد.

۱) ابتدا باید نیروی F را به مرکز پیچ ها منتقل کنیم. در اثر این انتقال گشتاور $M=F\times L$ به وجود می آید. واضح است نیروی برشی F که سبب تولید تنش برشی می گردد در شکل فوق توسط پنج پیچ مهار می گردد. بنابراین تنش برشی ناشی از حالت (۱) به طور مساوی بین پیچ ها تقسیم می گردد.

$$F'_1 = F'_2 = F'_3 = F'_4 = F'_5 = \frac{F}{5} \xrightarrow{\text{در حالت کلی}} F'_{\text{هر پیچ}} = \frac{F}{\text{تعداد پیچ}}$$

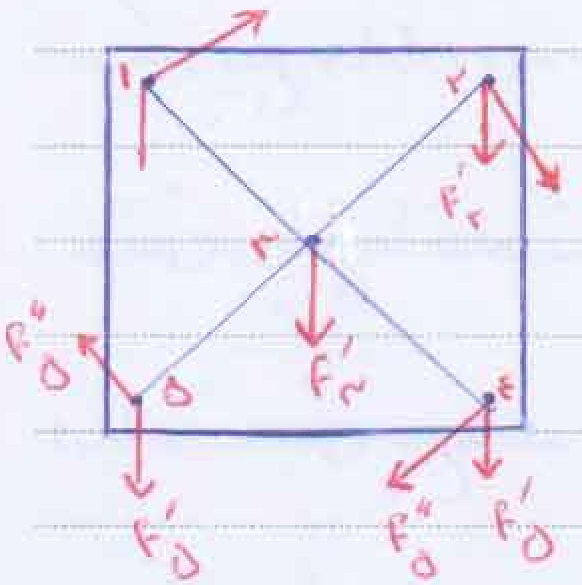
۲) گشتاور M هم باید توسط کل پیچ ها تحمل گردد.

$$M = r_1 F''_1 + r_2 F''_2 + r_3 F''_3 + \dots + r_n F''_n$$

از سوی دیگر هر پیچ که در فاصله ی دورتری از مرکز قرار دارد از M سهم بیشتری می گیرد و هر پیچ که

هر فاصله‌ای که بیشتر از مرکز قرار دارد سهم بیشتری از M می‌برد.

$$\frac{F_1''}{r_1}=\frac{F_2''}{r_2}=\frac{F_3''}{r_3}=\cdots=\frac{F_n''}{r_n}$$

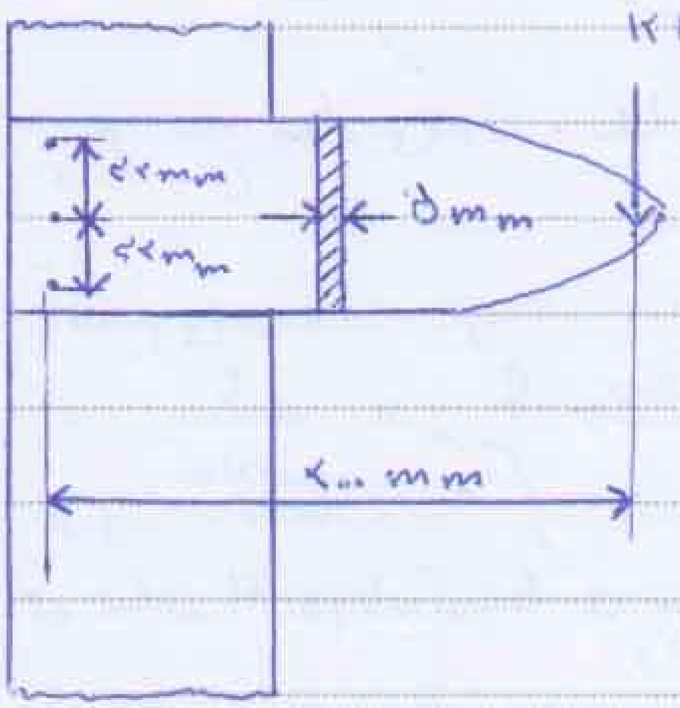


$$F_1''=\frac{M r_1}{r_1^2+r_2^2+\cdots+r_n^2}$$

$$F_2''=\frac{M r_2}{r_1^2+r_2^2+\cdots+r_n^2}$$

$$F_3''=\frac{M r_3}{r_1^2+r_2^2+\cdots+r_n^2}$$

مثال) در شکل زیر بار وارده به هر پیچ را به دست آورید. با فرض اینکه پیچ‌ها M12×1.75 باشد تنش‌های برشی و لهیدگی وارد به هر یک از پیچ‌ها را محاسبه نمایید.

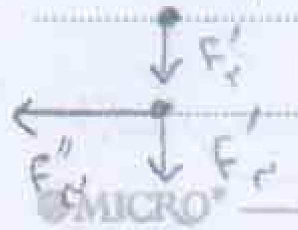


$$F_1'=F_2'=F_3'=\frac{12}{3}=4\,kN$$

$$M=12\times 200=2400\ N.m$$

$$F_1''=F_2''=\frac{M r_1}{r_1^2+\cancel{r_2^2}+r_3^2}$$

$$F_1''=F_2''=\frac{2400\times 0.024}{0.024^2+0.024^2}=47.5\,kN$$



$$F_1=F_3=\sqrt{F_1''^2+F_1'^2}=\sqrt{4^2+47.5^2}=47.71$$

$$F_2=4\,kN$$

Subject: Data:

$$\tau_1 = \tau_2 = \frac{F}{A} = \frac{\text{۲۷,۷۱} \times \text{۱۰}^{\text{۳}}}{\text{۰/۷۸۵} \times \text{۱۲}^{\text{۲}} \times \text{۱۰}^{-\text{۶}}} = \text{۲۴۴,۶ MPa}$$

$$\sigma = \frac{F}{t\,d} = \frac{\text{۲۷,۷} \times \text{۱۰}^{\text{۳}}}{\text{۵} \times \text{۱۲} \times \text{۱۰}^{-\text{۶}}} = \text{۴۶۸,۲ MPa}$$

< جوشکاری >

انواع روش های جوشکاری :

۱. جوشکاری با قوس الکتریکی دستی : در این روش سیم جوش ذوب شده و روی سطح تشکیل یک حوضچه ی مذاب می دهد. برای جلوگیری از رسیدن هوا به حوضچه ی مذاب روی سیم جوش یک لایه روکش وجود دارد

۲. جوشکاری با گاز خنثی (MIG) : این روش مانند روش قبل است فقط سیم جوش آن دارای روکش نیست و برای جلوگیری از رسیدن هوا به حوضچه از گازهای خنثی مانند آرگون استفاده می شود

۳. جوشکاری با گازهای موثر (MAG) : این روش جوشکاری مانند روش قبل است فقط از گازهای موثر مانند کربن دی اکسید برای جلوگیری از رسیدن هوا به حوضچه استفاده می شود

۴. جوشکاری با الکترود تنگستن (TIG) : از این روش برای جوشکاری آلومینیوم استفاده می شود. آلومینیوم دمای ذوب نسبتا پایینی دارد اما اکسید آلومینیوم دمای ذوب بسیار بالایی دارد (۲۱۰۰°C) برای همین از الکترود تنگستن که دمای ذوب بالایی دارد استفاده می شود

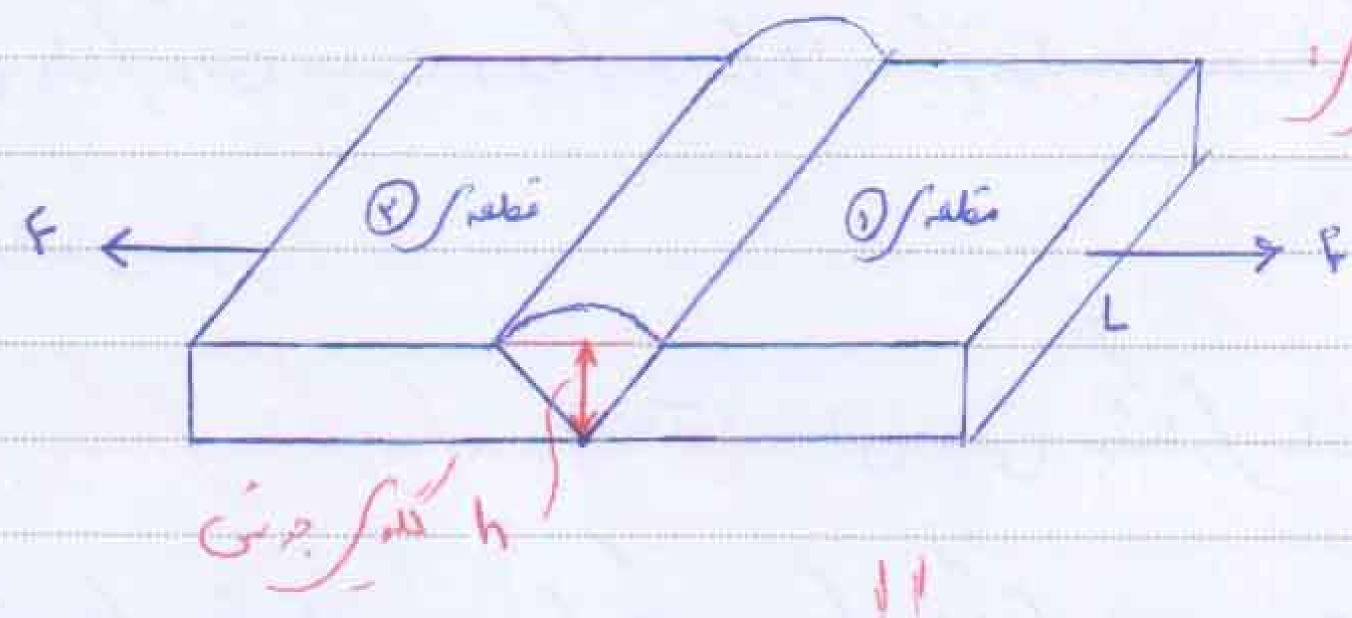
Subject :　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　Date

۵) جوشکاری زیرپودری: در این روشی برای جلوگیری از رسیدن هوا به حوضچه جوش از پودر استفاده می‌شود

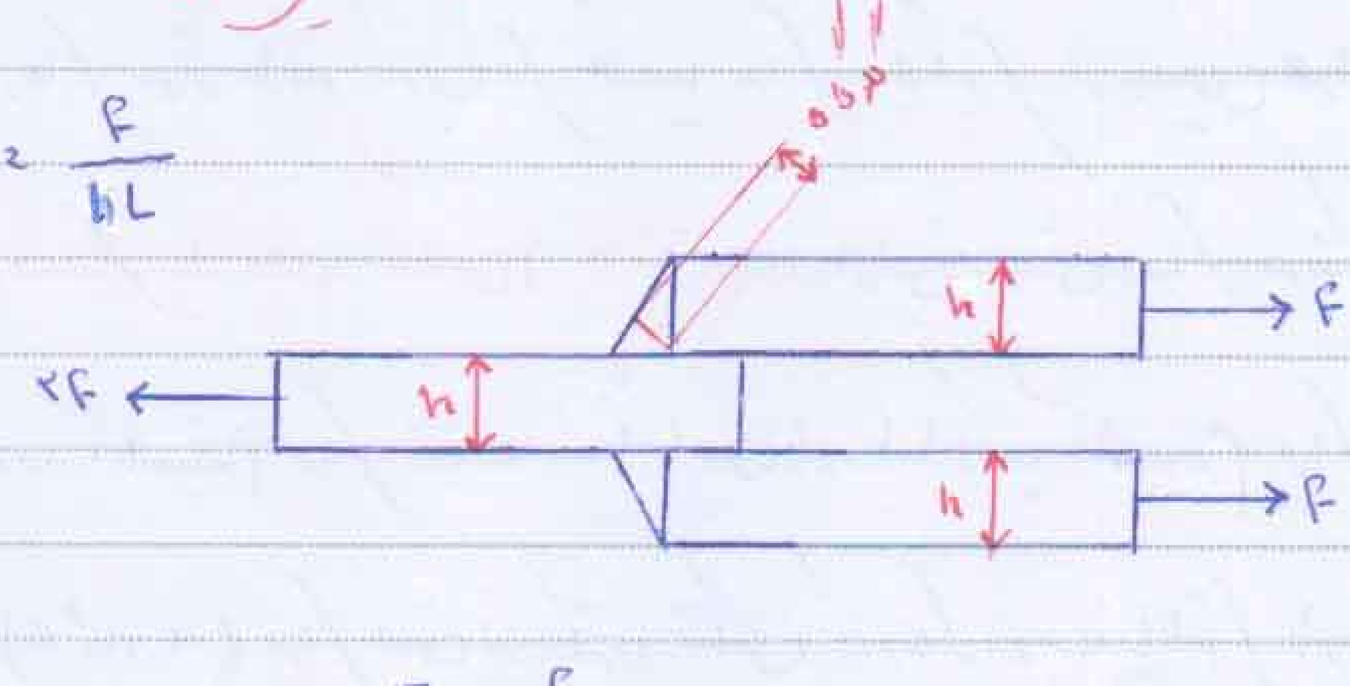
۶) جوش پلاسما: در این روش از خاصیت حرکت یون‌ها در نوک سیم جوش به قطعه استفاده شده و دمای خیلی بالایی دارد.

۷) جوشکاری مقاومتی: در این روش جوشکاری با اعمال فشار به قطعه و رسیدن دو قطعه به یکدیگر، دو قطعه به یکدیگر جوش می‌شوند.

جوشکاری لب به لب و گلوئی:



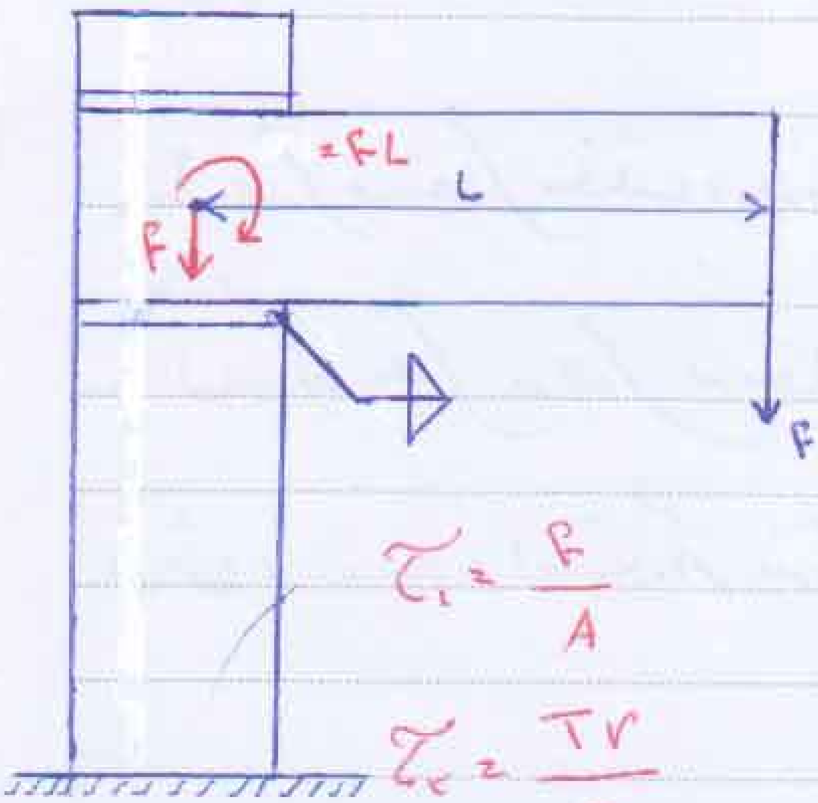
$$\sigma = \frac{F}{hL}$$



$$\sigma = \frac{F}{0.707\,hL}$$

MICRO

بارگذاری پیچشی:



$$\tau_1 = \frac{F}{A}$$

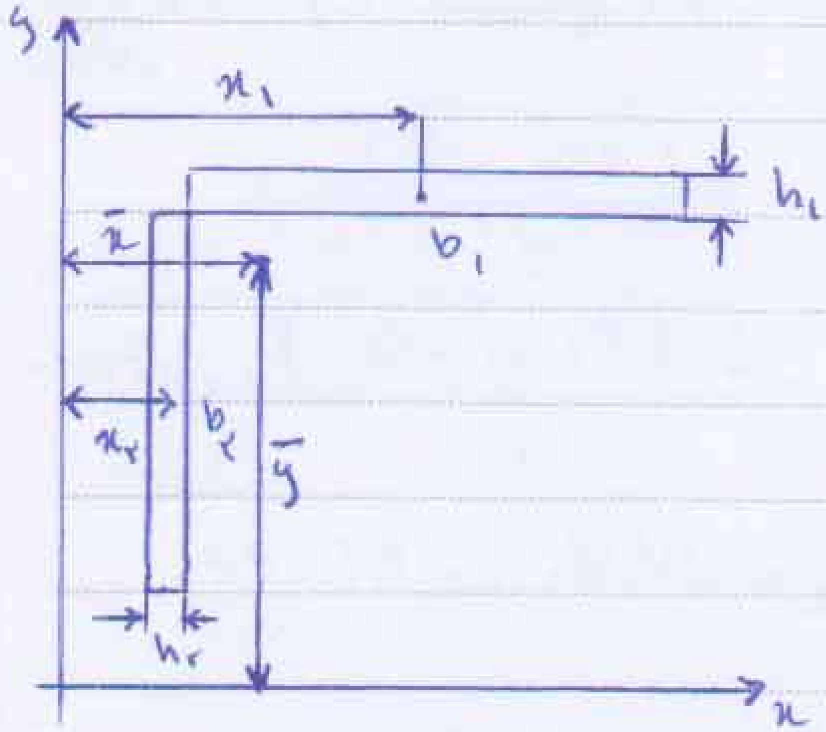
$$\tau_2 = \frac{Tr}{J}$$

نیروی F را به مرکز سطح جوش انتقال می‌دهیم:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma A_i x_i}{\Sigma A_i} = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2}{A_1 + A_2}$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma A_i y_i}{\Sigma A} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2}$$

$$A_{\text{کل}} = (h_1 b_1 + h_2 b_2) \times 0.707$$



$$J_{\text{کل}} = J_1 + J_2$$

$$J_1 = (I_{x_1} + I_{y_1}) = \left(\frac{1}{12} b_1 h_1^3 + A_1 d_{x_1}^2\right) + \left(\frac{1}{12} h_1 b_1^3 + A_1 d_{y_1}^2\right)$$

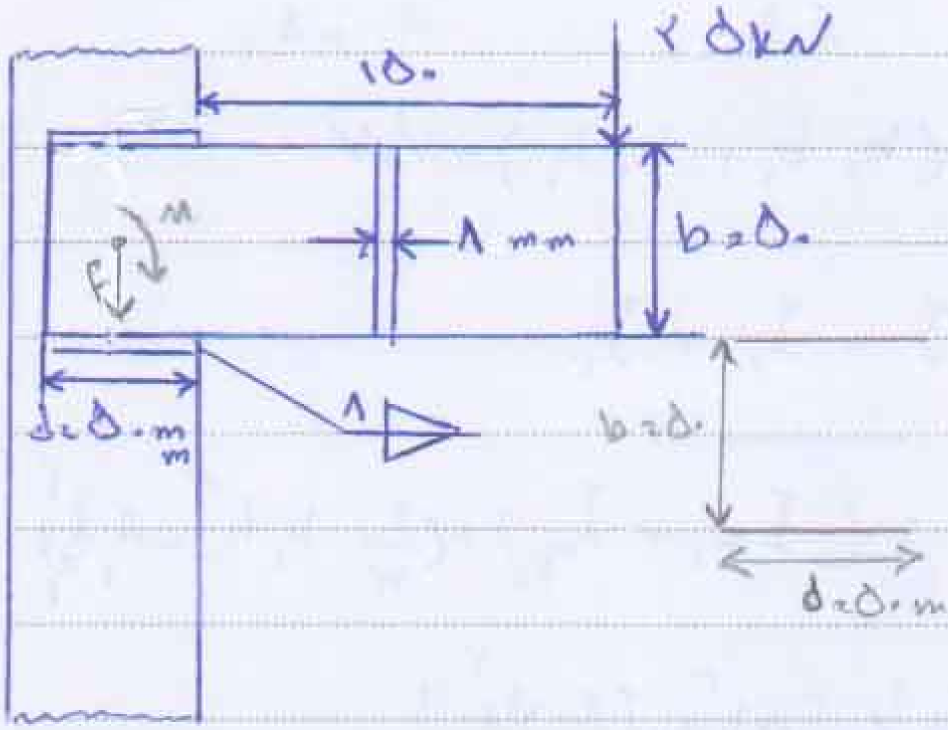
$$J_2 = (I_{x_2} + I_{y_2}) = \left(\frac{1}{12} b_2 h_2^3 + A_2 d_{x_2}^2\right) + \left(\frac{1}{12} h_2 b_2^3 + A_2 d_{y_2}^2\right)$$

با توجه به کم بودن ضخامت جوش می‌توان از جمله‌ای که در آن h به توان ۳ رسیده صرف‌نظر کرد.
برای محاسبه J از جدول صفحه ۴۱۴ کتاب شیگلی (ویرایش ۹) استفاده می‌شود. در استفاده
از این جدول باید دقت کرد که h واحد در نظر گرفته شده است. در صورتی که $h \neq 1$ باشد

$J = 0.707\, h\, J_u$

نکته: J_u برای جوشهای مختلف در جدول گفته شده وجود دارد.

مثال: یک میلهٔ فولادی به ضخامت $8\,mm$ به صورت تیر یک سر گیردار به یک ستون جوشی داده شده است. اگر نیروی $25kN$ بر تیر اعمال گردد تنش برشی در جوش را بیابید.



$T = 25 \times (150 + 25) = 4375\ N.m$

$J_u = \dfrac{d(3b^2 + d^2)}{6}$

$J_u = \dfrac{50(3\times 50^2 + 50^2)}{6} = 83333$

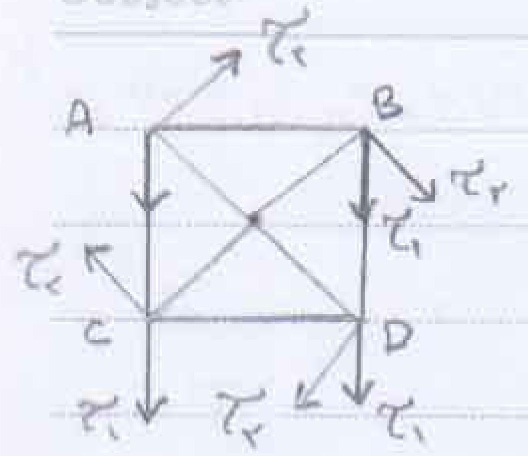
$J = 0.707\, h\, J_u = 0.707 \times 8 \times 83333$

$J = 471331\ mm^4$

$A = 1.414\, h\, d = 1.414 \times 8 \times 50 = 565.6\ mm^2$

$\tau_1 = \dfrac{F}{A} = \dfrac{25\times 10^3}{565.6\times 10^{-6}} = 44.2\ MPa$

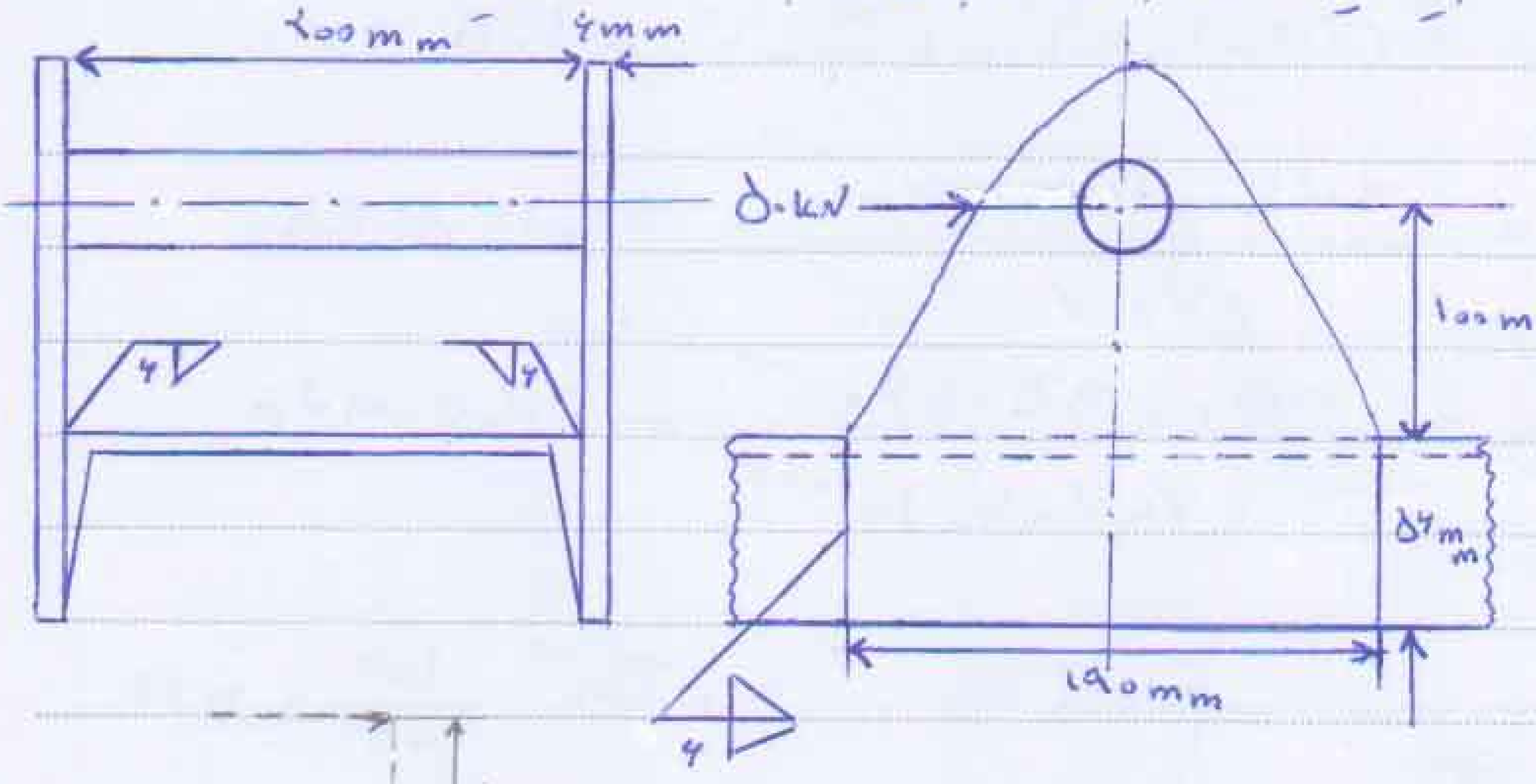
$\tau_2 = \dfrac{Tr}{J} = \dfrac{4375 \times (25^2 + 25^2)^{\frac{1}{2}} \times 10^{-3}}{471331 \times 10^{-12}} = 328.18\ MPa$

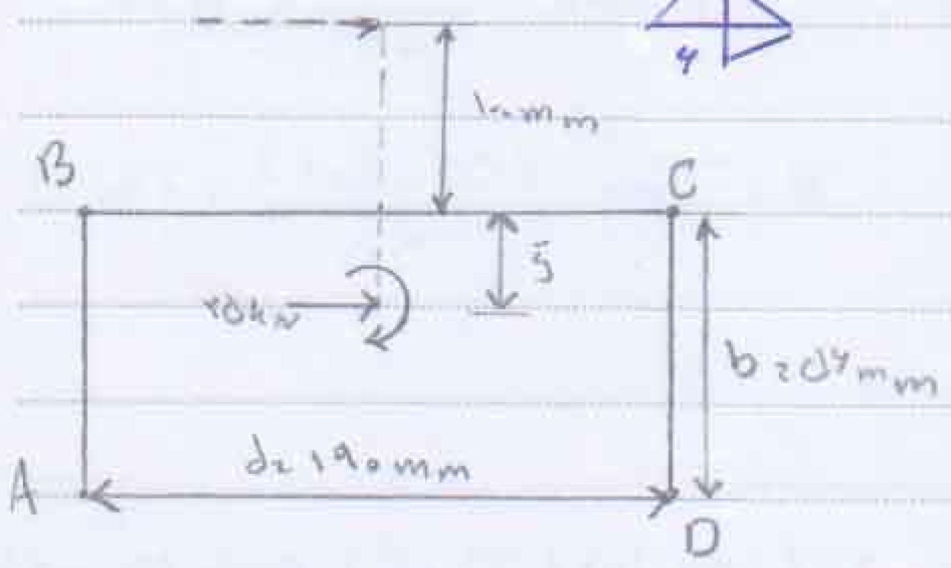


$$\tau_{max} = \tau_B = \tau_D = \left[(44.2)^2 + (328.18)^2 + 2\,(44.2)(328.18)\cos 45\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\tau_{max} = 360.8\ \text{MPa}$$

مثال ، در شکل زیر نیروی 25 kN به صفحه‌ی کناری وارد می‌شود این صفحه به یک میله با مقطع دایره‌ای جوش شده‌اند بیشترین تنش برشی در جوش را به دست آورید





$$A = 0.707\,h\,(2b+d) = 0.707 \times 6 \times (2\times 56 + 190)$$

$$\rightarrow A = 1281\ \text{mm}$$

$$\bar{y} = \frac{b^2}{2b+d} = \frac{56^2}{2\times 56 + 190} = 10.4\ \text{mm}$$

$$J_u = \frac{8b^3 + 6bd^2 + d^3}{12} - \frac{b^4}{2b+d} = \frac{8\times 56^3 + 6\times 56 \times 190^2 + 190^3}{12} - \frac{56^4}{2\times 56 + 190}$$

Subject : Date ....

$\longrightarrow J_u = ۱,۶۶۶ \times ۱۰^{۶}$ $J = ۰/۷۰۷\, h J_u = ۰/۷۰۷ \times ۶ \times ۱,۶۶۶ \times ۱$

$\longrightarrow J = ۷,۰۷ \times ۱۰^{۶}\ mm$

$\tau' = \frac{F}{A} = \frac{۲۵ \times ۱۰^{۳}}{۱۲۸۱ \times ۱۰^{-۶}} = ۱۹,۵\ MPa$

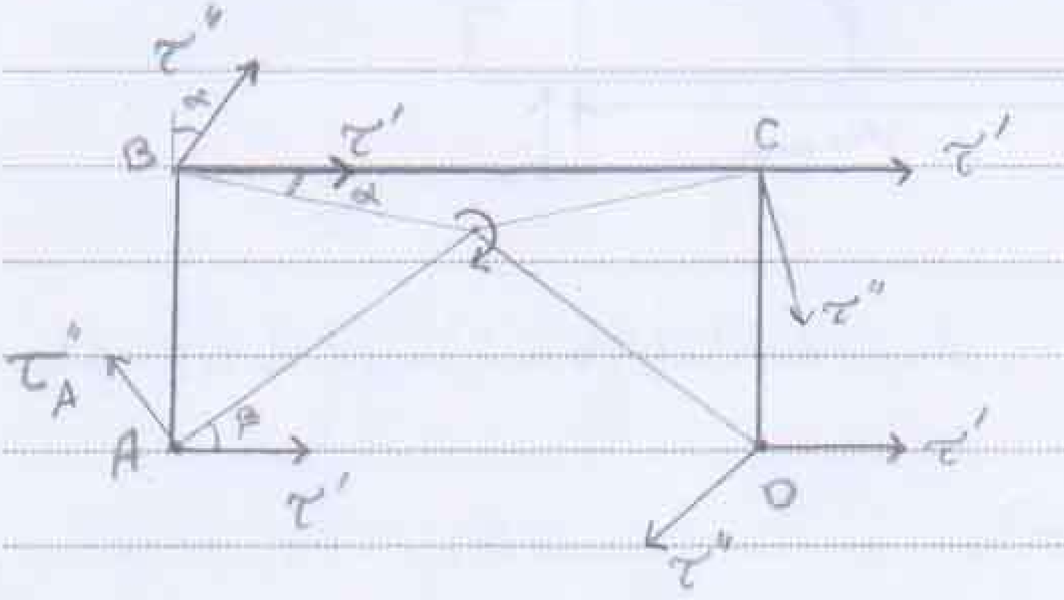
$\tau'' = \frac{Tr}{J}$, $T = ۲۵ \times (۱۰۰ + ۱۰,۴) = ۲۷۶۰\ N.m$

$r_B = r_C = \sqrt{۱۰,۴^{۲} + (\frac{۱۹۰}{۲})^{۲}} = ۹۵,۵۶\ mm$

$r_A = r_D = \sqrt{(۵۶ - ۱۰,۴)^{۲} + (\frac{۱۹۰}{۲})^{۲}} = ۱۰۵,۳۷\ mm$

$\tau''_A = \tau''_D = \frac{۲۷۶۰ \times ۱۰۵,۳۷ \times ۱۰^{-۳}}{(۷,۰۷ \times ۱۰^{۶}) \times ۱۰^{-۱۲}} = ۴۱,۱۳\ MPa$

$\tau''_B = \tau''_D = \frac{۲۷۶۰ \times ۹۵,۵۶ \times ۱۰^{-۳}}{(۷,۰۷ \times ۱۰^{۶}) \times ۱۰^{-۱۲}} = ۳۷,۳\ MPa$



$\alpha = Tan^{-1} \frac{۱۰,۴}{۹۵} = ۶,۲۴$

$\beta = Tan^{-1} \frac{(۵۶ - ۱۰,۴)}{۹۵} = ۲۵,۶۴$

$\tau_A = \tau_D = \sqrt{(۱۹,۵)^{۲} + (۴۱,۳)^{۲} + ۲(۱۹,۵)(۴۱,۳)\cos(۹۰+۲}$

$\tau_B = \tau_C = \sqrt{(۱۹,۵)^{۲} + (۳۷,۳)^{۲} + ۲(۱۹,۵)(۳۷,۳)\cos(۹۰}$

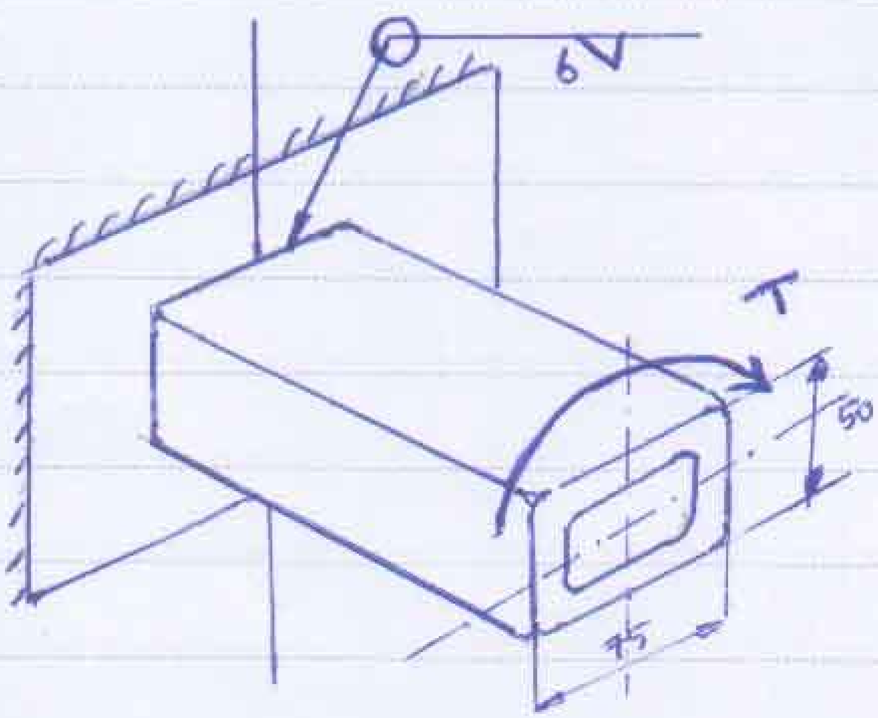
©MICRO®

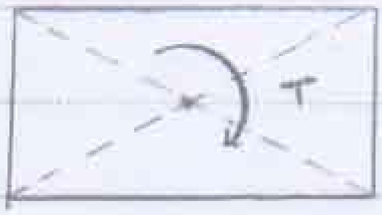
Subject: Data:

$$\longrightarrow \tau_A = \tau_D = ۳۷٫۲۶\ MPa$$

$$\longrightarrow \tau_B = \tau_C = ۴۴\ MPa$$

مثال: میله‌ای مطابق شکل زیر به دیواره‌ای جوش شده است. اگر تنش برشی مجاز ۱۴۰ MPa باشد گشتاور T را که می‌توان به انتهای میله وارد کرد به دست آورید.





$b = ۵۰\,mm$

$d = ۷۵\,mm$

$$J_u = \frac{(b+d)^۳}{۶} = \frac{(۵۰+۷۵)^۳}{۶} \times ۱۰^{-۹} = ۳٫۲۵ \times ۱۰^{-۴}$$

$$r = (۲۵^۲ + ۳۷٫۵^۲)^{\frac{۱}{۲}} = ۴۵\,mm$$

$$J = ۰٫۷۰۷ \times h \times J_u = ۰٫۷۰۷ \times ۰٫۰۰۶ \times ۳٫۲۵ \times ۱۰^{-۴} = ۱٫۳۸ \times ۱۰^{-۶}$$

$$\tau = \frac{Tr}{J} = \frac{T \times (۰٫۰۴۵)}{۱٫۳۸ \times ۱۰^{-۶}} = ۱۴۰ \times ۱۰^۶ \longrightarrow T = ۴۲۹۳٫۳\ N.m$$

Subject: Date:

< نکات و فرمول های مهم >

۱) $\sigma = \frac{F}{A}$ — A مساحت گلوی برشی می باشد

۲) $\tau = \frac{F}{A}$ — A در فرمول فوق از جدول بدست می آید

۳) $\tau = \frac{T r}{J}$

۴) $J = ۰/۷۰۷\, h\, J_u$ — J_u در فرمول فوق از جدول به دست می آید