

به نام خدا



مهندسی متالورژی و مواد



مقدمه:

معنی کلمه "متالورژی" ، کار روی فلزات است. "اورژ" در فرانسه به معنی "کار روی چتری" است.

در این درس شکل دادن در حالت جامد مطرح است. شکل دادن در حالت مذاب مربوط به ریخته‌گری می‌شود.

مثلت موارد عبارتست از: فلز - سرامیک - پلیمر. از ترکیب این سه ماده ی ترکیب یا کامپوزیت درست می‌آید.

شکل دادن فلزات دو جنبه دارد: مکانیکی - متالورژیکی

دیدگاه متالورژیکی به درون ماده می‌پردازد مثل آتمها، عیوب شبکه و ... عیوب در تغییر شکل

اهمیت زیادی دارد؛ عبارتی به آن گنگ می‌کنند. این عیوب سه دسته‌اند:

- 1- خطی یا dislocation
- 2- نقطه‌ای مثل vacancy
- 3- صفحه‌ای: سطح حلقه‌ای

اما دیدگاه مکانیکی به درون ماده کاری ندارد و به تاثیر نیروها، گشتاورها در تنش و کرنش می‌پردازد.

این درس به دیدگاه مکانیکی مربوط است. از این جهت فرقی نمی‌کنند که شکل دادن فلزات را در

نظر بگیریم یا مشکل دادن مواد. زیرا با ساختار مولکولی، داننها، مرز دانها و عیوب کاری نداریم.

مقدوسی هم این درس استاتیک است یعنی حالت تعادل پایدار. اما ممکن است نیروهای دینامیکی داشته باشیم مثل ضربه زدن. در این حالت شتاب نیز داریم که برآه اثر خواهد گذاشت.

مفهوم ترمودینامیکی تنش:

در حالت تعادل، اتم‌ها در یک فاصله‌ی تعادلی از هم قرار دارند. هرگونه عارضی (نیروئی) که بخواد این تعادل را بهم زند (خارج کردن اتم‌ها از این موقعیت)، تنش نام دارد. میزان جابجائی این ذرات کرنش است. عبارت دیگر، حالتی که تمایل دارد اتم‌ها در این وضعیت حفظ کنند، تنش نام دارد. این مباحث مربوط به مکانیک مواد (مقاومت مصالح) است.

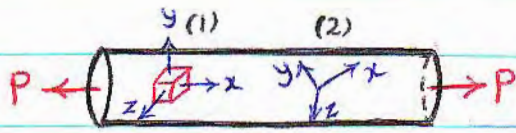
بخت این درس اندازه‌گیری مقدار تغییر شکل است.

یکی از مباحث هم در شکل دادن ذرات کار کردن است که هم در دیدگاه میکرونی و هم در دیدگاه ماکرونیکی مطرح است.

مرجع اصلی: Metal Forming ; Mechanics & Metallurgy

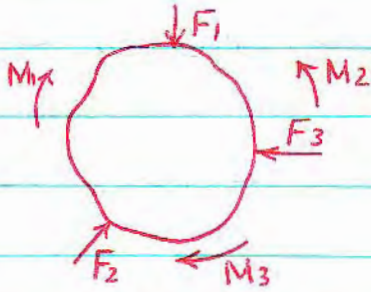
by Hosford & Caddell

در تحلیل تنش، انتخاب محورهای مختصات دلخواه است. و عموماً دستگاهی را انتخاب می‌کنیم که



کارمان را ساده‌کننده مثل حالت زیر:

واضح است که کار در دستگاه (1) ساده‌تر است.



در درس استاتیک، تعادل نیروها و گشتاورها

را بررسی می‌کنیم.

$$\text{تنش (stress)} = \frac{\text{نیرو}}{\text{سطح}} \quad \left(\frac{N}{m^2} \right) \quad \frac{N}{m^2} = Pa \quad \frac{N}{mm^2} = MPa$$

تعریف تنش مانند فشار است اما تفاوت‌های عمده‌ای با هم دارند.

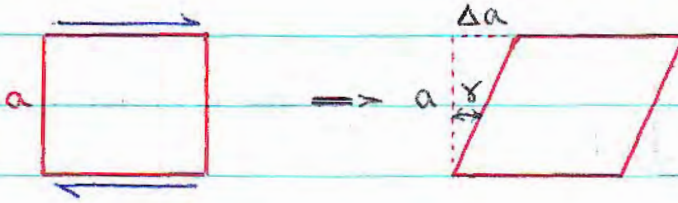
$$\left. \begin{aligned} 1. \text{ تنش نرمال (عمودی)} &= \frac{\text{نیروی عمود بر سطح}}{\text{سطح}} \\ 2. \text{ تنش برشی (ماس)} &= \frac{\text{نیروی ماس بر سطح}}{\text{سطح}} \end{aligned} \right\} \text{تنش}$$

$$\left. \begin{aligned} 1. \text{ Normal strain} &= \frac{\text{تغییرات ابعادی}}{\text{ابعاد اولیه}} \\ 2. \text{ Shear strain} & \end{aligned} \right\} \text{گرنش}$$

$$\text{Normal strain} = \frac{\text{تغییرات ابعادی در اثر تنش نرمال}}{\text{ابعاد اولیه در همان راستا}}$$

در مورد گرنش برشی یا "Shear strain" تغییر ابعاد در اثر تنش برشی و بعد

اولیه در آن راستا مانند حالت کرنش عمودی نیست.



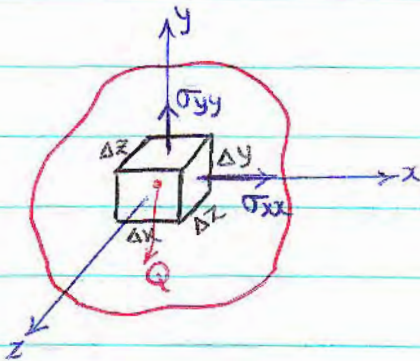
تحت تنش برشی همان مورد نظر از مکعب به متوازی السطوح تبدیل میشود.

$$\tan \gamma \sim \gamma = \frac{\Delta a}{a} \quad \gamma: \text{تغییر زاویهی } 90^\circ$$

Δa : تغییرات ابعادی در اثر تنش برشی a : بعد اولیه

تنش دارای علامت است. در مورد تنش نرمال، در حالت کشش، تنش مثبت و در حالت

فشار تنش منفی بطور قراردادی در نظر گرفته میشود.



$$\sigma_{xx} = \frac{F_{xx}}{\Delta y \cdot \Delta z}$$

σ_z : زیانندگی اول سطح اثر را معین می کند.

زیانندگی دوم جهت نیرو یا تنش را نشان می دهد.

از لحاظ گریسیالوگرافی، جهت صفحه $\Delta y, \Delta z$ ، محور x است یعنی بردار عمود بر آن

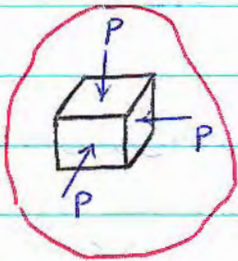
$$\sigma_{yy} = \frac{F_{yy}}{\Delta x \cdot \Delta z}$$

$$\sigma_{zz} = \frac{F_{zz}}{\Delta x \cdot \Delta y}$$

$\sigma_{zz}, \sigma_{yy}, \sigma_{xx}$ در واقع همان تنش های قائم هستند.

اگر نیروها در همی جهات مساوی باشند مثل قطعه ای زیر آب در نتیجه تنش ها در همی جهات یکسان

است. این حالت تنش را هیدرواستاتیک می نامند. (شبه به فشار است)



در این مورد هر سه P ها فشاری اند. در حالت های دیگر

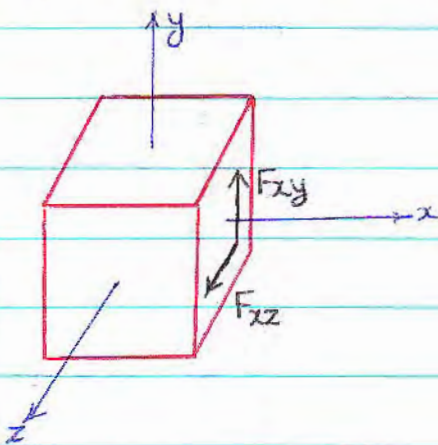
می تواند هر سه کششی باشند.

← فشار یک کمیت اسکالر است در صورتیکه تنش چون جهت دارد اسکالرنسیت می تواند

بردار باشد اما در حالت کلی فراتر از بردار بوده و فضایی پیچیده تر از فضای برداری دارد. در حالتیکه

فقط نیروهای عمودی را در نظر بگیریم فضای تنش مثل فضای برداری می شود اما در حالت کلی نیروهای

مماسی وجود دارند.



$$\sigma_{xy} = \frac{F_{xy}}{\Delta y \cdot \Delta z}$$

$$\sigma_{xz} = \frac{F_{xz}}{\Delta y \cdot \Delta z}$$

در تنش های برشی اندیس اول در دوم با هم فرق می گذرد. برای مختصر شدن:

$$\sigma_{xx} = \sigma_x$$

$$\sigma_{xy} = \tau_{xy}$$

$$\sigma_{yy} = \sigma_y$$

$$\sigma_{xz} = \tau_{xz}$$

$$\sigma_{zz} = \sigma_z$$

$$\sigma_{zy} = \tau_{zy}$$

بنابراین تنش‌ها در یک نقطه Q عبارتند از:

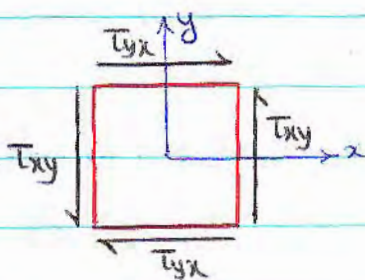
$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} \quad \text{بردار}$$

این ماتریس برای المان‌های مختلف مکعبی از نظر جهات دارای مؤلفه‌هایی غیر از اینها خواهد بود.

بنابراین بسیاری فشار و حتی بردها نسبت

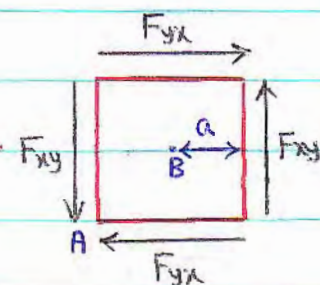
در تحلیل نیروها با مؤلفه‌های سه‌گانه سروکار داریم ← بردها

در تحلیل تنش با مؤلفه‌های نه‌گانه سروکار داریم ← تنشور (Tensor)



المان مکعبی:

$$\Delta x = \Delta y = \Delta z \Rightarrow$$



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow F_{xy} = F_{yx}$$

or

$$\sum M_B = 0 \quad T_{xy} \cdot a = +M_z \quad T_{yx} \cdot a = -M_z$$

$$\left. \begin{array}{l} \sum M_A = 0 \Rightarrow F_{xy} = F_{yx} \\ \sum M_B = 0 \quad T_{xy} \cdot a = +M_z \quad T_{yx} \cdot a = -M_z \end{array} \right\} \Rightarrow T_{xy} = T_{yx}$$

از این تعادل ذکر شده نتیجه میشود که تنش برشی هم جهت دارد. پس T_{xy} اگر باشد در صفحه x

در جهت y ← T_{yx} هم در صفحه y در جهت x وجود دارد هم اندازه با آن اما در جهت

مخالف.

86.7.1 (7)

در شکل صفحه‌ی قبل T_{xy} گشتاوری حول مرکز در جهت پارسا عقربه‌گرد می‌کنند.

T_{yx} گشتاوری حول مرکز در جهت ساعه‌گرد ایجاد می‌کنند.

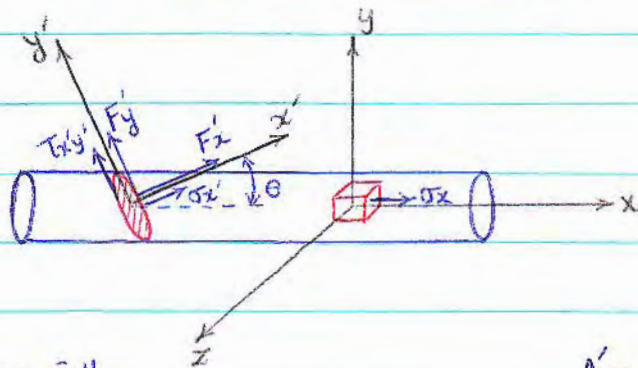
$$\Rightarrow \sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & T_{xy} & T_{xz} \\ T_{xy} & \sigma_y & T_{yz} \\ T_{xz} & T_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

تینور تنش، σ مؤلفه‌ی مستقل دارد.

در تست کشش یک نمونه استوانه‌ای: $\sigma_x = \frac{F}{A}$. بقیه‌ی مؤلفه‌های تنش صفر هستند.

86.7.3

در کشش ساده، اگر المان مکعبی در صفحه‌ی xy با اندازه‌ی θ بچرخد:



البته جهت F_y باید قریب‌تر شود

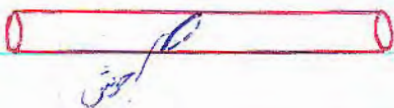
$$A' = \frac{A}{\cos \theta}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{x'} = F \cos \theta \\ F_{y'} = F \sin \theta \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{x'} = \frac{F_{x'}}{A'} = \frac{F}{A} \cos^2 \theta = \sigma_x \cos^2 \theta \\ T_{x'y'} = \frac{F_{y'}}{A'} = \frac{F}{A} \sin \theta \cos \theta = \sigma_x \frac{\sin 2\theta}{2} \end{array} \right.$$

در این مورد σ_x راحت بدست می‌آید. ضرایب $\sin \theta$ و $\cos \theta$ نسبت بین دو مختصات هستند.

در نتیجه در یک مختصات یک طور تنش می بینیم و در مختصات دیگر، طور دیگر.

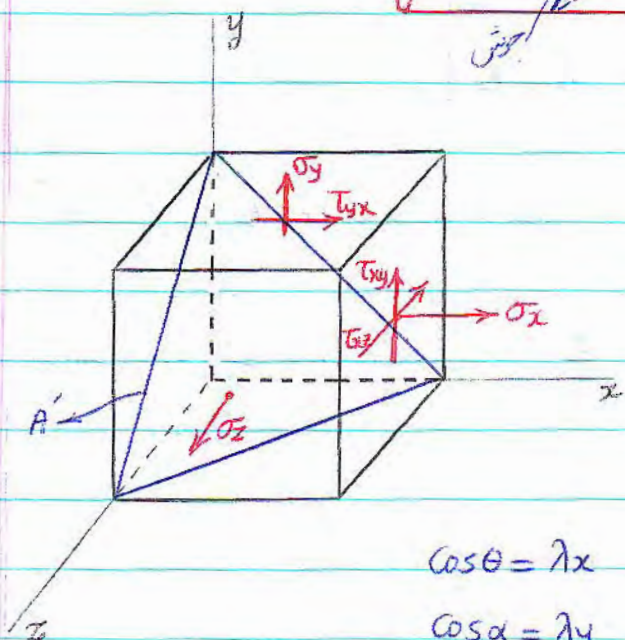
کاربرد: اگر در میلگرد بصورت زیر جوش هم، باید تنش را در مختصات مربوط به جوش بدست آوریم.



صفحه‌ی مورب A' را در نظر می‌گیریم؛

λ ها، \cos های هاری هستند.

اگر \vec{n} نرمال صفحه A' باشد،



$$\cos \theta = \lambda_x$$

θ : زاویه \vec{n} با محور x

$$\cos \alpha = \lambda_y$$

α : " " " " " y

$$\cos \beta = \lambda_z$$

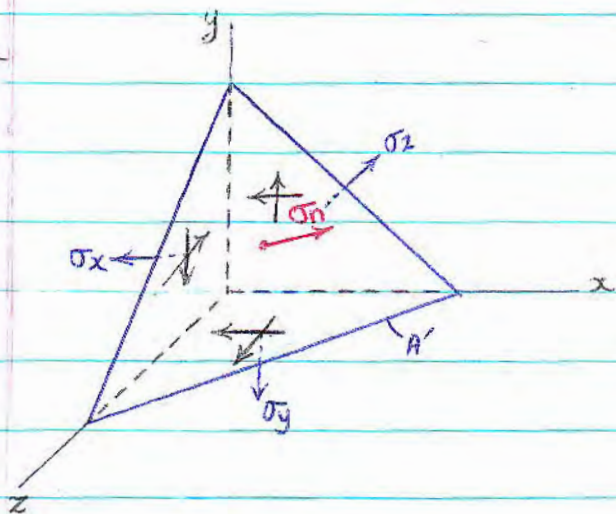
β : " " " " " z

با برداشتن اضافه‌های مکعب؛

فرض روی سطح A' فقط تنش نرمال وجود

داشته باشد؛ روی سه وجه دیگر هم تنش نای

نرمال و هم تنش های برشی وجود دارد؛



برای این نکته از مکعب تعادل نیروها را می‌نویسیم:

تصویر مؤلفه نیروی مربوطه در راستای n

$$\sigma_n \cdot A' = (\sigma_x A' \lambda_x) \lambda_x + (\sigma_y A' \lambda_y) \lambda_y + (\sigma_z A' \lambda_z) \lambda_z$$

مؤلفه نیروی مربوطه

$$+ (\tau_{xy} A' \lambda_x) \lambda_y + (\tau_{xz} A' \lambda_x) \lambda_z + (\tau_{yx} A' \lambda_y) \lambda_x$$

نیروی برشی در جهت y

$$+ (\tau_{zx} A' \lambda_z) \lambda_x + (\tau_{yz} A' \lambda_y) \lambda_z + (\tau_{zy} A' \lambda_z) \lambda_y$$

$$\Rightarrow \sigma_n = \sigma_x \lambda_x^2 + \sigma_y \lambda_y^2 + \sigma_z \lambda_z^2 + 2\tau_{xy} \lambda_x \lambda_y + 2\tau_{xz} \lambda_x \lambda_z + 2\tau_{yz} \lambda_y \lambda_z$$

سمت چپ این رابطه یک مختصات جدید است با تنش های مربوط به این مختصات. سمت راست

تنش های معلوم در مختصات اولیه هستند. رابطه مختصات جدید با مختصات قدیم هم باید معلوم باشد

که همان cos های هاری است.

می توانستیم صفحه A' پیدا کنیم که در آن تنش برشی علاوه بر تنش قائم وجود داشته باشد. اما اثبات

می کنیم که تنها یک صفحه وجود دارد که در آن دیگر تنش برشی وجود ندارد و فقط یک σ_n وجود دارد

این بار متعادلی نیروها را در سه راستای x و y در می نویسیم.

$$\sum F_x = 0 : \sigma_n A' \lambda_x - \sigma_x A' \lambda_x - \tau_{yx} A' \lambda_y - \tau_{zx} A' \lambda_z = 0$$

$$\sum F_y = 0 : \sigma_n A' \lambda_y - \sigma_y A' \lambda_y - \tau_{xy} A' \lambda_x + \tau_{xz} A' \lambda_z = 0$$

$$\sum F_z = 0 : \sigma_n A' \lambda_z - \sigma_z A' \lambda_z + \tau_{yz} A' \lambda_y - \tau_{xz} A' \lambda_x = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (\sigma_n - \sigma_x) \lambda_x - \tau_{yx} \lambda_y - \tau_{zx} \lambda_z = 0 \\ -\tau_{xy} \lambda_x + (\sigma_n - \sigma_y) \lambda_y + \tau_{zy} \lambda_z = 0 \\ -\tau_{xz} \lambda_x + \tau_{yz} \lambda_y + (\sigma_n - \sigma_z) \lambda_z = 0 \end{cases}$$

فرض بر این بود که در صفحه‌ی A تنش برشی وجود ندارد.

برای حل این سه معادله سه مجهول باید در تعیین ماتریس ضرایب را مساوی صفر قرار دهیم:

$$\Rightarrow \sigma_n^3 - (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \sigma_n^2 - (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2 - \sigma_x \sigma_y - \sigma_x \sigma_z - \sigma_y \sigma_z) \sigma_n - (\sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy} \tau_{xz} \tau_{yz} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{xz}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2) = 0$$

داخل پرانتز اعداد معلومی هستند.

$$\sigma_n^3 - I_1 \sigma_n^2 - I_2 \sigma_n - I_3 = 0$$

I_1 ، I_2 و I_3 نامشغیر هستند.

این معادله فقط سه جواب دارد. بین کلیه‌ی مقادیر λ_x ، λ_y و λ_z (در هر دستگاهی)

فقط یک دسته جواب سه تایی وجود دارد که در آن فقط تنش‌های قائم وجود دارد و تنش‌های

برشی وجود ندارد. این مختصات را مختصات اصلی می‌گویند. در هر حالت تنش یک مختصات

اصلی وجود دارد.

تذکره در معادله‌ی فوق جملات λ_x ، λ_y و λ_z وجود نداشت یعنی مستقل از جهت است.

چون I_1 نامتغیر است: $I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_x' + \sigma_y' + \sigma_z'$

در یک حالت تنش دستگاه مختصات را هرگونه تغییر دهیم، σ_x ، σ_y و σ_z تغییر می‌کند اما بحری که جمع آن‌ها ثابت است.

$\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ تنش‌های اصلی: σ_1 ، σ_2 و σ_3

چون I_2 نامتغیر است:

$$\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2 - \sigma_x \sigma_y - \sigma_x \sigma_z - \sigma_y \sigma_z = \tau_{xy'}^2 + \tau_{xz'}^2 + \tau_{yz'}^2 - \sigma_x' \sigma_y' - \sigma_x' \sigma_z' - \sigma_y' \sigma_z'$$

I_2 در مختصات اصلی عبارتست از:

$$I_2 = -(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_3 + \sigma_2 \sigma_3)$$

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

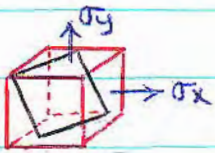
$$I_3 = \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3$$

در ادامه بحث تبدیل مختصات تنش: می خواهیم یک حالت خاص را بررسی کنیم که در بسیاری از

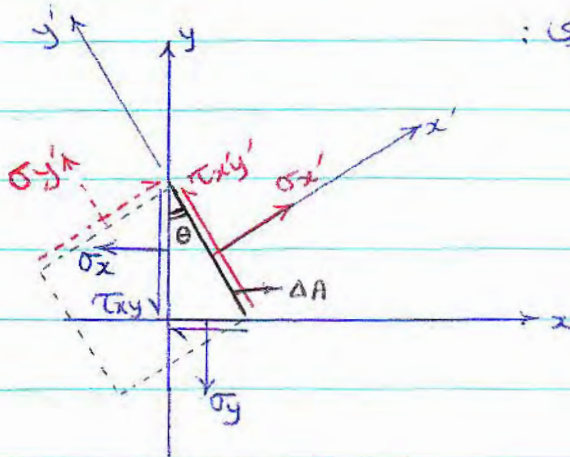
فرایندهای شکلی رادن وجود دارد. این حالت تنش صفحه‌ای است یا *plane stress* که

$$\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0 \quad \text{رران}$$

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{xy} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



همین حالت بصورت دوبعدی:



$$\sum F_{x'} = 0 : \sigma_{x'} \cdot \Delta A - (\sigma_x \Delta A \cos \theta) \cos \theta - (\tau_{xy} \Delta A \cos \theta) \sin \theta$$

$$- (\sigma_y \Delta A \sin \theta) \sin \theta - (\tau_{xy} \Delta A \sin \theta) \cos \theta = 0$$

$$\sum F_{y'} = 0 : \tau_{x'y'} \cdot \Delta A + (\sigma_x \Delta A \cos \theta) \sin \theta - (\tau_{xy} \Delta A \cos \theta) \cos \theta$$

$$- (\sigma_y \Delta A \sin \theta) \cos \theta + (\tau_{xy} \Delta A \sin \theta) \sin \theta = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_x' = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \tau_{x'y'} = -(\sigma_x - \sigma_y) \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_x' = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \\ \tau_{x'y'} = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \end{cases}$$

برای بدست آوردن σ_y' از رابطه σ_x' استفاده کرده اما بجای θ از $\frac{\pi}{2} + \theta$ استفاده میکنیم:

$$\sigma_y' = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$* \left(\sigma_x' - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{x'y'}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 \cos^2 2\theta + \tau_{xy}^2 \sin^2 2\theta$$

$$+ \tau_{xy} (\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\theta \cos 2\theta + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 \sin^2 2\theta + \tau_{xy}^2 \cos^2 2\theta$$

$$- \tau_{xy} (\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\theta \cos 2\theta = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2$$

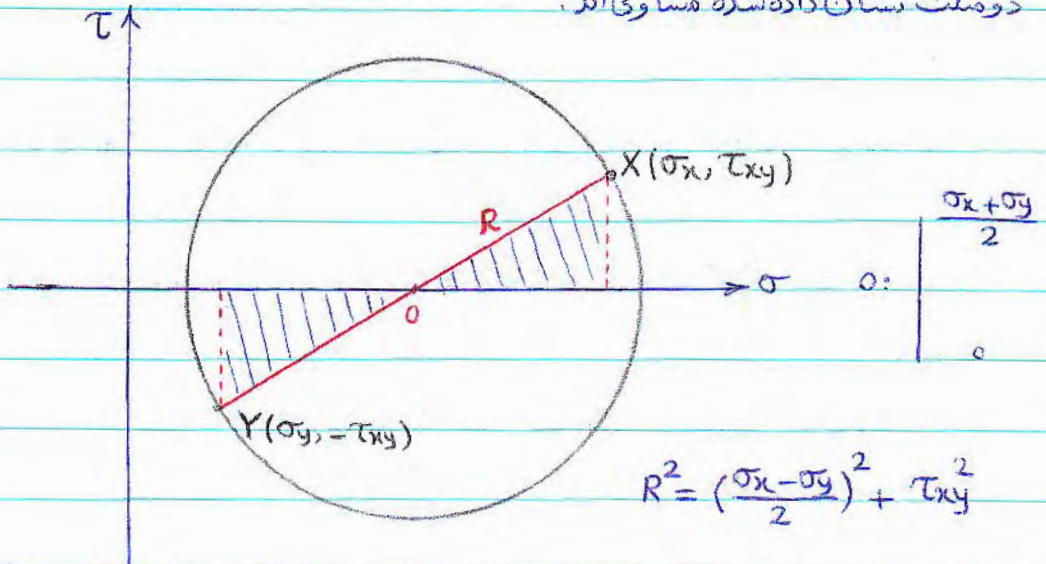
$$\Rightarrow (X - b)^2 + Y^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2 = R^2$$

X, Y : مختصات جدید

معادله فوق معادله‌ی یک دایره است به شعاع R و مرکز $\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$ و $\tau = 0$

در دستگاه (τ, σ)

دو مثلث نشان داده شده مساوی اند.



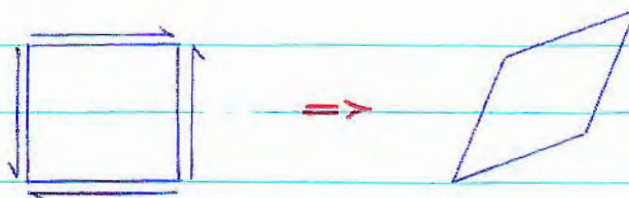
کلیه نقاط روی محیط دایره (کلیه نقاطها) مکان هندسی تمام مختصات های جدید است.

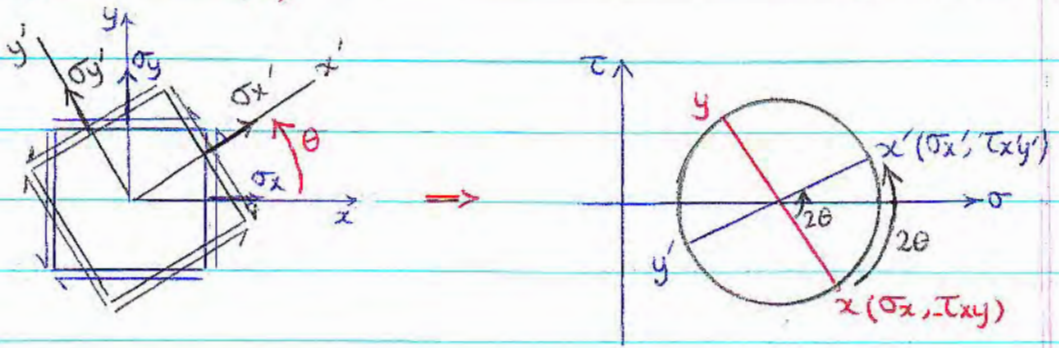


علامت گذاری تنش برشی :

اگر بخواند سطح را در جهت ساعتگرد بچرخاند، مثبت است

اگر بخواند سطح را در جهت پارساعتگرد بچرخاند، منفی است





روی دایره‌ی مور نسبت به واقعیت زوایا دو برابر هستند اما جهت چرخش یکسان است. یعنی اگر

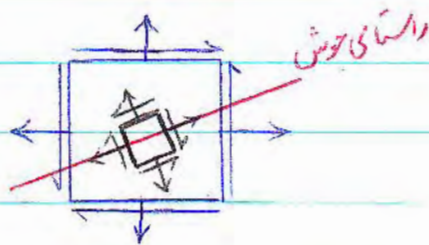
المان θ درجه بچرخد، روی دایره‌ی مور 2θ می‌چرخد. در نتیجه یک مختصات σ که دو برابر

90° در برآورد در دایره‌ی مور بصورت یک خط یعنی 180° روی آید.

دورق‌های فیزیکی وقتی تحت پرس قرار می‌گیرند یک حالت تنش صغیری ایجاد میکنند چون در جهت فضا

دورق، تنش صفر است.

از کار بردهای دایره مور: وقتی دورق را به هم جوش می‌دهیم باید تنش‌ها در مختصات جدید (جوش) بدست

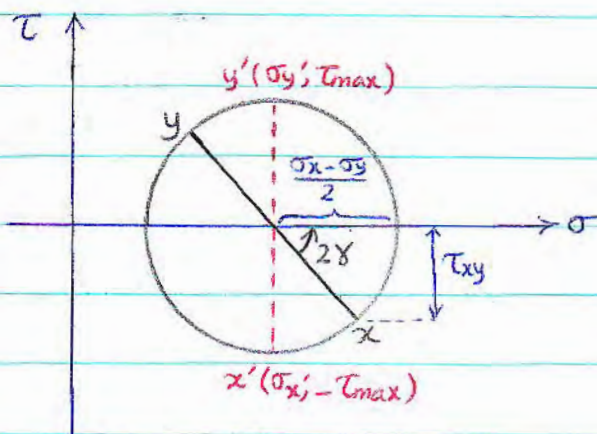


آورد.

در دایره‌ی مور دو نقطه داریم که قطر دایره از آن دو گذشته و موازی با محور σ است. در این دو نقطه $\tau = 0$

بوده و σ در این دو یا \max است و یا \min . این مختصات، مختصات اصلی است.

زاوی بی بین مختصات اصلی و مختصات اولیه لا است:



پس برداری مور، 2α است.

$$\tan 2\alpha = \frac{\tau_{xy}}{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \text{Arc tan } \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

حالت دیگر تنش که در برداری مور نشان داده شده است، α' است. در این حالت

تنش برشی max است. نسبت به مختصات اصلی 45° در واقعیت و 90° در برداری مور

پرخیده است.

کاربرد: در تغییر شکل پلاستیک

در سیستم های لغزش، سیستمی زودتر فعال می شود که τ آن زودتر به

مقدار بحرانی برسد (τ_{max}) بنابراین می توانیم پیش بینی کنیم کدام سیستم

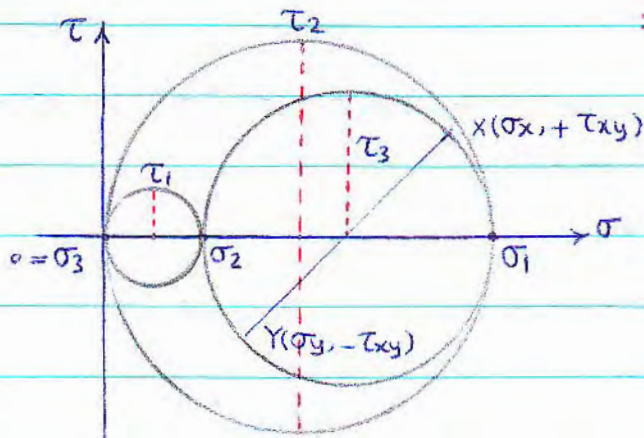
زودتر فعال می شود. هم چنین تنش برشی موجب حرکت نابجائی های شود

نه تنش فشاری یا کششی

86.7.15

(17)

دایره‌ی مور در حالت سه بعدی :



$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + R = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - R = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}$$

در حالت دو بعدی یا plane stress : $\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ داریم :

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_x + \sigma_y$$

$$I_2 = \sigma_x \sigma_y + \sigma_x \sigma_z + \sigma_y \sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{yz}^2 = \sigma_x \sigma_y - \tau_{xy}^2$$

$$I_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2 \tau_{xy} \tau_{xz} \tau_{yz} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{xz}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 = 0$$

$$\Rightarrow \sigma^3 - I_1 \sigma^2 - I_2 \sigma - I_3 = 0$$

$$\Rightarrow \sigma^3 - (\sigma_x + \sigma_y) \sigma^2 - (\sigma_x \sigma_y - \tau_{xy}^2) \sigma = 0$$

$$\Rightarrow \sigma_3 = \sigma_z = 0 \quad , \quad \sigma^2 - (\sigma_x + \sigma_y) \sigma - (\sigma_x \sigma_y - \tau_{xy}^2) = 0$$

در صفحه‌ی 3 اگر 45° بچرخیم به T_{max} می‌رسیم

در نتیجه سه دایره، سه جهت اصلی و سه تنش اصلی داریم.

$$\tau_3 = \tau_{max} - \text{in plane (1,2)}$$

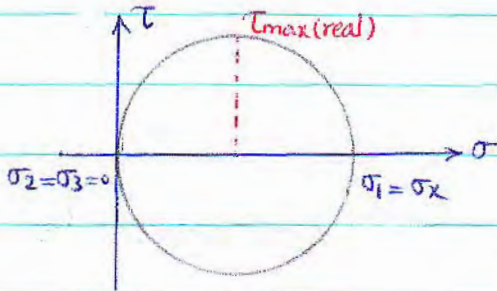
$$\tau_2 = \tau_{max} - \text{in plane (1,3)}$$

$$\tau_1 = \tau_{max} - \text{in plane (2,3)}$$

τ_{max} واقعی که موجب می شود سیستم لغزشی فعال شده و آبجایتهای هاروی آن حرکت کنند بزرگترین

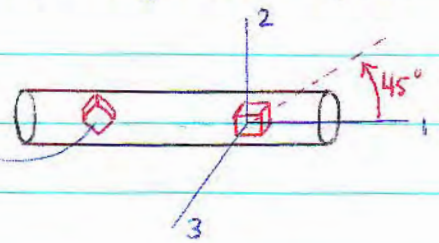
این سه تناسبت. در اینجا یعنی: $\tau_2 = \tau_{max} (real)$

* آزمایش کشش ساده تک محوری:



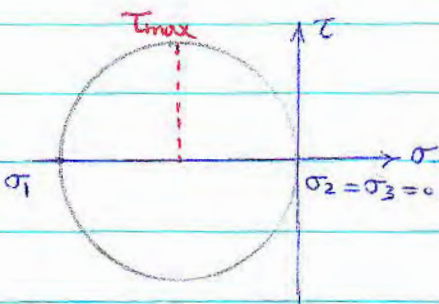
$$\sigma_x = \sigma_1$$

$$\sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

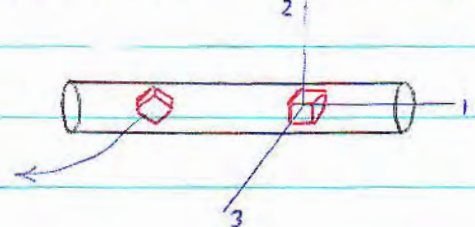


جهت بازشدگی المان در جهت کشش است
علامت تنش برشی هم است

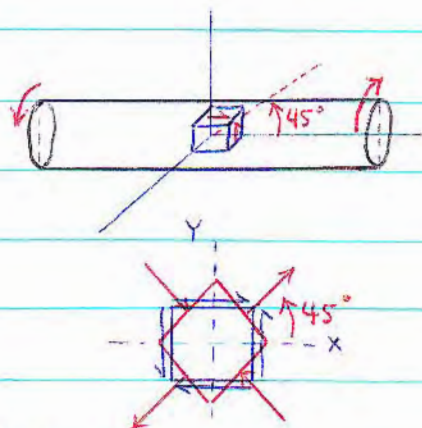
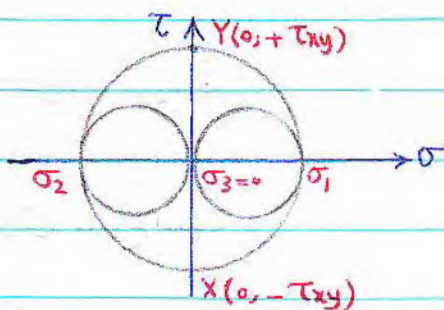
* آزمایش فشار ساده تک محوری:



$$\sigma_x = \sigma_1 (-) \quad (\text{بنیه مؤلفه ها} = 0)$$



* آزمایش پیچش ساده: (Torsion) یا برش حلقه



$\tau_{xy} = \frac{T \cdot \rho}{J}$ چون المان روی سطح است.

$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$

نقطه $Y(\sigma_1 + \tau_{xy})$ معروف $T_{max-real}$ است پس قطع روی این سطح می شکند

جهت تنش ها در این مورد خیلی مهم است.

اگر $\frac{\pi}{4}$ درجهت پاراسمتر بچرخیم به مختصات اصلی می رسم.

در همین مورد: در هنگام برش اگر 45° بچرخیم بدلیل تغییر المان مربعی به لوزی، در جهت

1 کشش داریم $(\sigma_1 > 0)$ و در جهت 2 فشار $(\sigma_2 < 0)$.

در مورد اجسام نرم (ductile): اگر جهت کشش قرار گیرند در 45° و اگر جهت پیچش



Tension



Torsion

قرار گیرند بصورت تحت می شکند.

برای مواد ترد (brittle) برعکس است.

گرش:

گرش دینوم است:

$$e = \frac{\Delta l}{l_0} \quad \text{1- مهندسی} \quad \varepsilon = \ln \frac{l}{l_0} \quad \text{2- حقیقی}$$

$$\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0} = \ln \left(\frac{l_0 + \Delta l}{l_0} \right) = \ln(1+e) \Rightarrow \varepsilon = \ln(1+e)$$

گرش مهندسی در واقع وجود ندارد و تقریبی است برای گرش حقیقی. در روابط ریاضی با گرش

حقیقی کار داریم نه مهندسی. البته در گرش های کوچک $e \approx \varepsilon$.

آزمایش کشش ساده را در چند مرحله انجام می دهیم:

$$e_1 = 0.2 \quad \varepsilon_1 = \ln \frac{12}{10} = 0.181 \quad \text{: کشش از طول 10 به 12} \quad (1)$$

$$e_2 = \frac{3}{12} = 0.25 \quad \varepsilon_2 = \ln \frac{15}{12} = 0.22 \quad \text{: " " " " 12 به 15} \quad (2)$$

$$e_3 = \frac{5}{15} = 0.33 \quad \varepsilon_3 = \ln \frac{20}{15} = 0.29 \quad \text{: " " " " 15 به 20} \quad (3)$$

$$e_T = \frac{10}{10} = 1 \quad \varepsilon_T = \ln \frac{20}{10} = 0.69 \quad \text{: کلی: " " " " 10 به 20}$$

نتیجه: گرش حقیقی خاصیت جمع پذیری دارد برخلاف گرش مهندسی.

یک المان مکعب مستطیل با ابعاد L_0 ، W_0 و t_0 در نظر می‌گیریم. با اعمال تنش و تغییر ابعادی

به ابعاد L ، W و t می‌رسیم:

$$V_0 = L_0 \cdot W_0 \cdot t_0$$

$$V = L \cdot W \cdot t$$

$$\ln \frac{V}{V_0} = \ln \frac{L \cdot W \cdot t}{L_0 \cdot W_0 \cdot t_0} = \ln \frac{L}{L_0} + \ln \frac{W}{W_0} + \ln \frac{t}{t_0} = \epsilon_L + \epsilon_W + \epsilon_t$$

$$\Rightarrow \ln \frac{V}{V_0} = \epsilon_L + \epsilon_W + \epsilon_t \quad \text{گرفش حجمی:}$$

* در تغییر شکل پلاستیک $\Delta V = 0$ (علت؟)

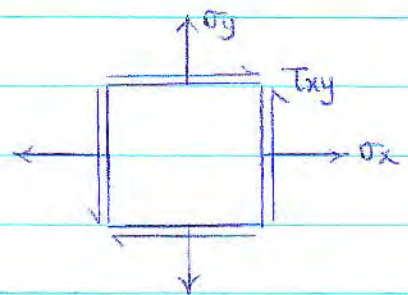
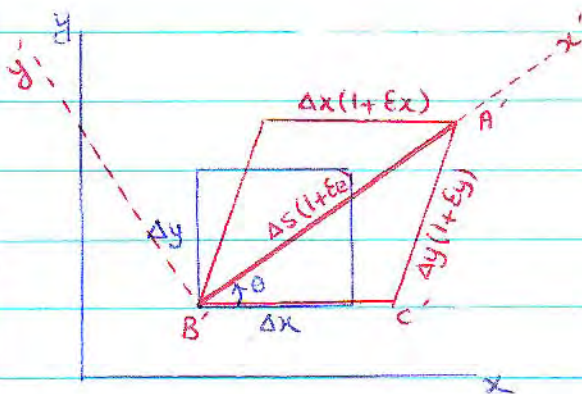
$$V = V_0 \quad \Rightarrow \quad \epsilon_t + \epsilon_L + \epsilon_W = 0$$

* در تغییر شکل پلاستیک، تغییراتی که حرکت کرده تا به سطح برسند و تغییر حجم کلی صفر است

86.7.17

تبدیل مختصات کرنش:

حالت خاص: (کرنش صفحه) plane strain



$$\epsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$

$$\overline{A'B'}^2 = \overline{B'C'}^2 + \overline{A'C'}^2 - 2\overline{B'C'} \cdot \overline{A'C'} \cdot \cos \widehat{A'C'B'}$$

$$\Rightarrow \Delta S^2 (1 + \epsilon_\theta)^2 = \Delta x (1 + \epsilon_x)^2 + \Delta y (1 + \epsilon_y)^2 - 2\Delta x (1 + \epsilon_x) \cdot \Delta y (1 + \epsilon_y) \cdot \cos(\pi/2 + \gamma_{xy})$$

$$\Delta S \cdot \cos \theta = \Delta x$$

$$\Delta S \cdot \sin \theta = \Delta y$$

حاصل ضرب دو کرنش در هم، مساوی صفر در نظر بگیریم؟ چون کرنش‌ها مقادیر کوچکی هستند.

$$\Rightarrow (1 + \epsilon_\theta)^2 = 1 + 2\epsilon_\theta = (1 + 2\epsilon_x) \cos^2 \theta + (1 + 2\epsilon_y) \sin^2 \theta + 2(1 + \epsilon_x + \epsilon_y) \gamma_{xy} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$\Rightarrow \epsilon_x' = \epsilon_\theta = \epsilon_x \cos^2 \theta + \epsilon_y \sin^2 \theta + \gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta$$

همانند رابطه تنش است فقط درجه سوم سمت راست، ضرب 2 وجود ندارد.

$$\sigma_\theta = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$

$$\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$$

$$\Rightarrow \epsilon_\theta = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta$$

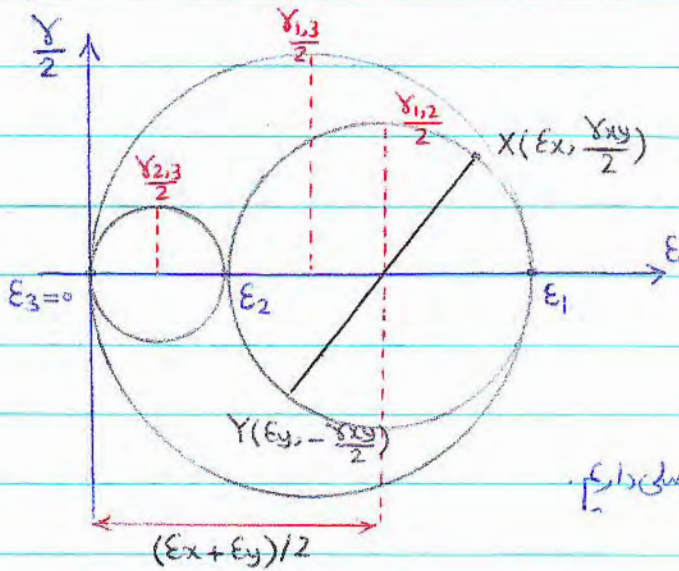
$$\epsilon_\theta = \epsilon_{x'} \Rightarrow \epsilon_{y'} = \epsilon_{x'} \Big|_{\theta \rightarrow \theta + \pi/2}$$

$$\Rightarrow \epsilon_{y'} = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \underbrace{\cos(2\theta + \pi)}_{-\cos 2\theta} + \frac{\gamma_{xy}}{2} \underbrace{\sin(2\theta + \pi)}_{-\sin 2\theta}$$

$$\epsilon_{45} = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\gamma_{xy}}{2} = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y + \gamma_{xy}}{2} \Rightarrow \gamma_{xy} = 2\epsilon_{45} - (\epsilon_x + \epsilon_y)$$

$$\Rightarrow \gamma_{x'y'} = -(\epsilon_x - \epsilon_y) \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta$$

$$\Rightarrow \left(\epsilon_{x'} - \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{x'y'}}{2}\right)^2 = \left(\frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2$$



قوانین دایره مور کرنش مثل دایره مور

کشش است.

اگر $\gamma_{xy} > 0 \iff \tau_{xy} > 0$

نکته: فقط یک مختصات یا صفحات اصلی داریم.

اگر صفحات اصلی برای تنش‌ها بدست آمد، همان

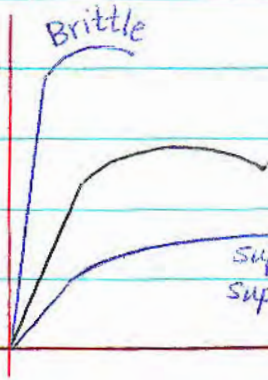
صفحات: صفحات اصلی برای کرنش‌ها نیز هستند.

در تغییر شکل پلاستیک: $\Delta V = 0$ - جمع پذیری کرنش‌های حقیقی

در تغییر شکل الاستیک: $\Delta V \neq 0$ - جمع پذیری کرنش‌های حقیقی

روابط تنش و کرنش:

قانون ساده هوک: $\sigma_x = E \cdot \epsilon_x$; E : مدول الاستیک - مدول یانگ



درکشش ساده در جهت x ؛ قانون هooke:

$$\sigma_x = E \cdot \epsilon_x \quad \epsilon_y = \epsilon_z = -\nu \epsilon_x$$

بالسبکه در جهت y و z ، تنش صفر است اما کرنش

در این جهات وجود دارد و در واقع عکس العمل های ϵ_x است.

$$\tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = \sigma_y = \sigma_z = 0$$

درکشش ساده:

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$

پس نمی توان گفت هرگاه تنش صفحه ای

داشته ایم، مناظر با آن کرنش صفحه ای نیز داریم.

$$\begin{aligned} \text{در حالت کلی:} \quad \epsilon_x &= \left(\frac{\sigma_x}{E} \right) - \nu \left(\frac{\sigma_y}{E} \right) - \nu \left(\frac{\sigma_z}{E} \right) \\ &= \frac{1}{E} \left[\sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z) \right] \end{aligned}$$

درکشش های کوچک، کرنش های برشی مستقل از کرنش های نرمال است اما درکشش های زیاد یا

large strain، روابط هooke تخم می یابند و برشی و نرمال دیگر مستقل از هم نیستند.

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

G : مدول برشی

در مورد کرنش های برشی، حتی نسبت به هم نیز مستقل اند و γ_{xz} ربطی به γ_{xy} ندارد. یعنی تغییر

زاویه قائمه در دو صفحه مستقل از هم است.

فرض مهم در اینجا این است که ماده ایزوتروپ است در حالیکه واقعیت اینطور نیست. مثلاً ضرب

پواسون در راستای مختلف فرق می‌کند.

توانیت ماده:

$$K - \nu - G - E$$

$$\text{پلاستیک: } \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = 0 \quad \text{الاستیک: } \frac{dV}{V} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

$$\begin{aligned} \frac{dV}{V} &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] + \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] + \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \\ &= \frac{1-2\nu}{E} \underbrace{(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)}_{I_1} \end{aligned}$$

$$\text{تشریح در راستای} \quad \text{تشریح نروال متوسط} = \frac{I_1}{3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \sigma_m$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_m}{\left(\frac{dV}{V}\right)} = \frac{E}{3(1-2\nu)} = k$$

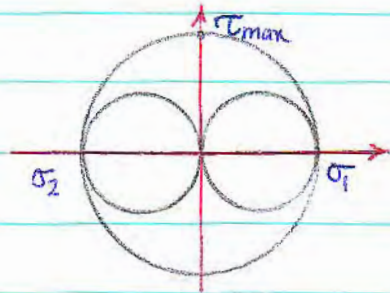
K: مدول الاستیک حجمی

86 . 7 . 22

K در پلاستیک وجود ندارد.

E، G و ν می‌تواند در شرایط پلاستیک هم به شکل دیگر وجود داشته باشند.

پیچش یا Torsion را بررسی می‌کنیم:

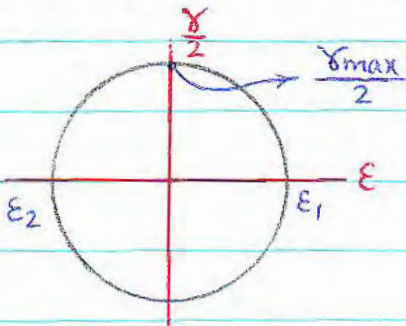


$$\sigma_1 = -\sigma_2 = \tau_{max}$$

$$\epsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)] = \frac{\sigma_1(1+\nu)}{E}$$

$$\epsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)] = \frac{-\sigma_1(1+\nu)}{E} \Rightarrow \epsilon_1 = -\epsilon_2$$

چون در شرایط پلانستیک $\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = 0$ است، در حالت بالا، ϵ_3 در مرکز مختصات قرار می‌گیرد



یعنی $\epsilon_3 = 0$

$$G = \frac{\tau_{max}}{\gamma_{max}}$$

$$\epsilon_1 = -\epsilon_2 = \frac{\gamma_{max}}{2}$$

$$G = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_1} = \frac{\sigma_1}{\left(\frac{2\sigma_1(1+\nu)}{E}\right)} \Rightarrow G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

اگر از 4 ثابت G, E, K و ν ، دو تا را داشته باشیم، 2 تای دیگر بدست می‌آید.

در دستگاه کشش برای اندازه‌گیری تغییر طول Extensometer از Gage length

استفاده می‌شود. [در آن پیروالکتریک وجود دارد ← تغییر ایجاد رانده پالس الکتریکی تبدیل می‌کند]

راه دیگر اندازه‌گیری E : $c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$: سرعت انتشار صوت (موج) در فلز

تسلیم (Yielding) :

همی خواهیم شرایط تسلیم را بررسی کنیم

شرایط و فرضیات تحلیل تغییر شکل پلاستیک :

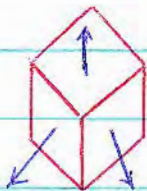
1- ماده ایزوتروپ است.

2- اثر Bauschinger صرف نظر می شود. یعنی عکس العمل ماده رفتار کشش یکسان

فرض میشود.

3- ثابت برون حجم در تغییر شکل پلاستیک $(\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = 0)$

4- تنش هیدرواستاتیک در تغییر شکل پلاستیک تاثیری ندارد.



$$\sigma_m = \frac{I_1}{3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}$$

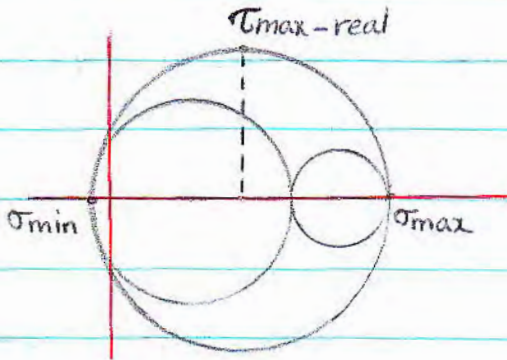
دایره کور در این حالت، فقط یک نقطه خواهد بود. در نتیجه تنش برشی صفر خواهد بود: بنابراین

تابجانی ها حرکت نمی کنند ← تغییر شکل پلاستیک نداریم

{ حرکت تابجانی ها دلیل تنش برشی است }

معیار تسلیم ترسکا:

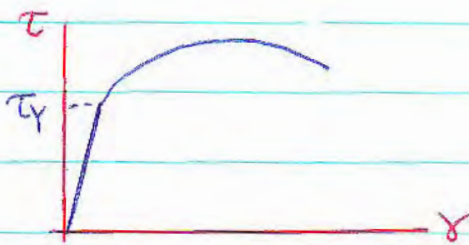
ترسکا فرض کرد، شروع تغییر شکل پلاستیک با $\tau_{max-real}$ است. یعنی مادد زمانی تسلیم می شود



که: $\tau_{max} \gg \tau_y$

τ_y : استحکام برشی ماده

در پیش:



$\tau \leftarrow T$
 $\gamma \leftarrow \Phi$

Φ : تغییر زاویه

فرم دیگر معیار ترسکا: $\frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \geq \tau_y \Rightarrow \sigma_{max} - \sigma_{min} \geq 2\tau_y$

تست کردن معیار با آن فاشی معلوم کشش ساده تک محوری:

$$\begin{cases} \sigma_{max} = \sigma_{yield} = \sigma_y \\ \sigma_{min} = 0 \end{cases} \Rightarrow \sigma_y - 0 = 2\tau_y$$

رواقع چون معیار ترسکا برای حالت 9 مؤلفه ای تنش در نظر گرفته شده است، این حالت

ساده را نیز می پوشاند. پس اگر معیار ترسکا صادقی باشد: $\sigma_y = 2\tau_y$

یعنی استحکام کششی دو برابر استحکام برشی است. پس معیار تسلیم ترسکا بصورت زیر می شود:

$$(\sigma_{max} - \sigma_{min}) \geq \sigma_Y$$

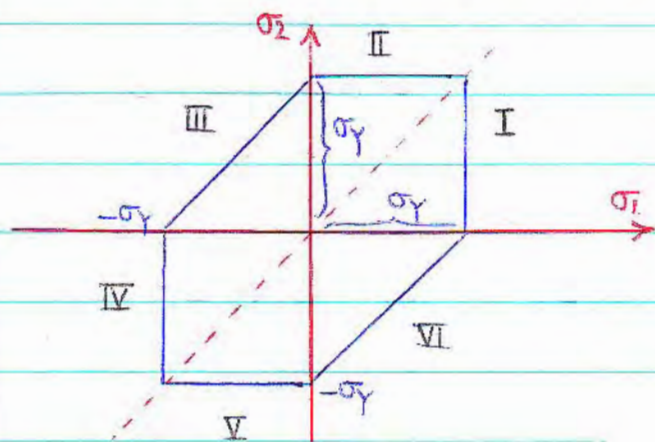
σ_Y : استحکام تسلیم در حالت تک محوری که بصورت تجربی از آزمایش کشش بدست می آید.

σ_{max} و σ_{min} هم از طریق تئوری (دایره مور) بدست می آید.

در معیار ترسکا این مطلب مهم در نظر گرفته نشده است:

در تغییر شکل پلاستیک ممکن است چند سیستم لغزشی با هم فعال شوند.

تحقیق معیار تسلیم ترسکا در شرایط تنش صفحه ای مثل تغییر شکل ورق ($\sigma_3 = 0$):



$$\text{I} \begin{cases} \sigma_1 > 0 \\ \sigma_2 > 0 : \sigma_1 - 0 = \sigma_Y \\ \sigma_1 > \sigma_2 \end{cases}$$

$$\text{II} \begin{cases} \sigma_2 > \sigma_1 > 0 \\ \sigma_3 = 0 \\ \sigma_2 - 0 = \sigma_Y \end{cases}$$

$$\text{III} \begin{cases} \sigma_2 > 0 \\ \sigma_1 < 0 : \sigma_2 - \sigma_1 = \sigma_Y \\ \sigma_3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{IV} \begin{cases} \sigma_1 < \sigma_2 < 0 \\ \sigma_3 = 0 \\ 0 - \sigma_1 = \sigma_Y \end{cases}$$

$$\text{V} \begin{cases} \sigma_2 < \sigma_1 < 0 \\ \sigma_3 = 0 \\ 0 - \sigma_2 = \sigma_Y \end{cases}$$

$$\text{VI} \begin{cases} \sigma_1 > 0 \\ \sigma_2 < 0 \\ \sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_Y \end{cases}$$

پس داخل این شش ضلعی، ماده تسلیم نشده است.

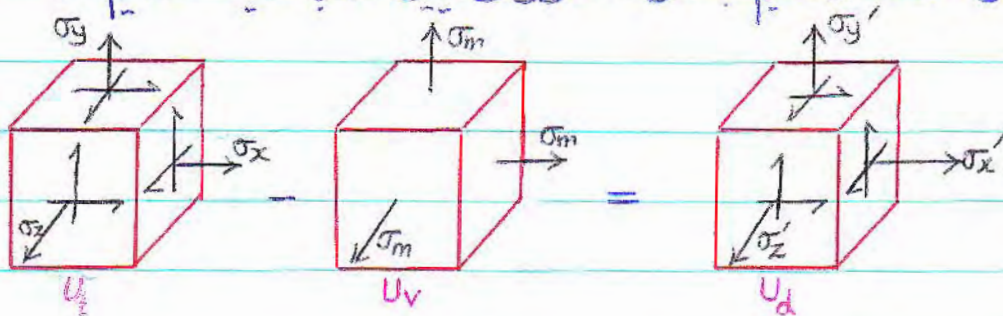
در نمودار $(\sigma_1 - \sigma_2)$ ، σ_y هم اندازه‌ی $\sigma_y - \sigma_y$ است. یعنی صرف نظر از اثر باوشینگ

86. 7. 24

معیار فون میز:

اگر تنش‌های صغیر الاستیک را که در تغییر شکل پلاستیک تأثیری ندارند از حالت کلی 6

مؤلفه‌ای کم کنیم به تنش‌های مؤثر در تغییر شکل پلاستیک می‌رسیم:



$$\sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}$$

U: انرژی - در ادامه بحث می‌شود

$$\left\{ \sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \right\} - \left\{ \sigma_m = \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{bmatrix} \right\} =$$

$$\left\{ \sigma'_{ij} = \begin{bmatrix} \overbrace{\sigma_x - \sigma_m}^{\sigma'_x} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma_m & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma_m \end{bmatrix} \right\}$$

Deviatoric stress (تنش‌های کوچک شده (انحرافی))

$$\sigma'^3 - J_1 \sigma'^2 - J_2 \sigma' - J_3 = 0$$

$$J_1 = \sigma'_x + \sigma'_y + \sigma'_z = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z - 3\sigma_m) = 0 \Rightarrow J_1 = 0$$

$$J_2 = (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + 6\tau_{xy}^2 + 6\tau_{yz}^2 + 6\tau_{xz}^2 = K^2$$

J_2 مثبت است و برای اینکه معادله فوق سه جواب حقیقی داشته باشد باید همبسطور باشد.

* تست معیار فون میزا با آزمایش تک محوری ساده:

تنش تسلیم در بارگذاری محوری ساده: $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_{yield}$

$$\sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

$$\Rightarrow 2\sigma_x^2 = K^2 = 2\sigma_y^2 \Rightarrow k = \sqrt{2} \sigma_y$$

$$\Rightarrow (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + 6\tau_{xy}^2 + 6\tau_{xz}^2 + 6\tau_{yz}^2 = 2\sigma_y^2$$

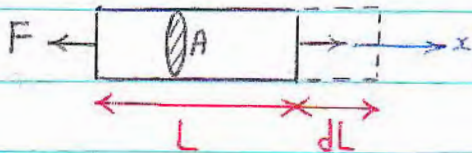
مثل معیار تریسکا، سمت راست معادله از آزمایش کشش و سمت چپ معادله از معاینه

تست می آید.

$$\xrightarrow[\text{شرط تسلیم}]{\text{شکل}} (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + 6\tau_{xy}^2 + 6\tau_{xz}^2 + 6\tau_{yz}^2 \geq 2\sigma_y^2$$

پس اگر سمت چپ کوچکتر شد، یعنی ماده هنوز تسلیم نشده است.

انرژی کرنشی الاستیک :



در اثر نیروی F_x ، جسم باندازهی dL

$$dW = F_x dL$$

جابجا (تغییر طول داده است)

$$dw = \frac{dW}{V} = \frac{F_x \cdot dL}{A \cdot L} = \left(\frac{F_x}{A}\right) \left(\frac{dL}{L}\right) = \sigma_x \cdot d\epsilon_x$$

انرژی بر واحد حجم :

$$\Rightarrow w = \int dw = \int \sigma_x \cdot d\epsilon_x = \int E \cdot \epsilon_x d\epsilon_x = \frac{1}{2} E \epsilon_x^2 = \frac{1}{2} \sigma_x \cdot \epsilon_x$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} [\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \sigma_z \epsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{xz} \gamma_{xz} + \tau_{yz} \gamma_{yz}]$$

U : انرژی کرنشی الاستیک بر واحد حجم .

$$U_t = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sigma_x}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] + \frac{\sigma_y}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] + \frac{\sigma_z}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \right. \\ \left. + \frac{\tau_{xy}^2}{G} + \frac{\tau_{xz}^2}{G} + \frac{\tau_{yz}^2}{G} \right\}$$

$$= \frac{1}{2E} \left\{ \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - 2\nu(\sigma_x \sigma_y + \sigma_x \sigma_z + \sigma_y \sigma_z) \right\} + \frac{1}{2G} \left\{ \tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2 \right\}$$

$$= \frac{1}{2E} \left\{ (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)^2 - 2\sigma_x \sigma_y - 2\sigma_x \sigma_z - 2\sigma_y \sigma_z - 2\nu(\sigma_x \sigma_y + \sigma_x \sigma_z + \sigma_y \sigma_z) \right\} + \frac{1}{2G} \left\{ \tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2 \right\}$$

$$\Rightarrow U_t = \frac{1}{2E} \left\{ (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)^2 - 2(1+\nu)(\sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z) \right\} + Q$$

برای تسلیم شدن، انرژی کرنشی الاستیک باید به حدی برسد. یعنی اگر انرژی از یک حدی

گذشت و بیشتر شد، ماده تسلیم خواهد شد. می‌خواهیم این حد را بدست آوریم.

U_d : انرژی ناشی از اعوجاج (distorsion)

$$U_v = U_t \Big|_{\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma_m} = \frac{1}{2E} \left\{ 9\sigma_m^2 - 2(1+\nu)(3\sigma_m^2) \right\} + Q$$

$\tau_{ij} = 0$

$$= \frac{3\sigma_m^2}{2E} \left\{ 3 - 2(1+\nu) \right\} = \frac{3\sigma_m^2}{2E} (1-2\nu)$$

$$\Rightarrow U_d = U_t - U_v = \frac{1}{2E} \left\{ (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)^2 - 2(1+\nu)(\sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z) - 3 \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \right)^2 (1-2\nu) \right\} + Q$$

$$\Rightarrow U_d = \frac{1}{2E} \left\{ \frac{2}{3}(1+\nu)(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)^2 - 2(1+\nu)(\sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z) \right\} + Q$$

+ Q

$$= \frac{1+\nu}{6E} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 \right] + Q$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\Rightarrow U_d = \frac{1}{12G} \left\{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6\tau_{xy}^2 + 6\tau_{xz}^2 + 6\tau_{yz}^2 \right\}$$

این انرژی باید بزرگ حری مقایسه شود که اگر از آن بزرگ تر شد ، ماده تسلیم شود

اگر آزمایش کشش انجام شود :

$$U_{d|Y} = \frac{1}{12G} [\sigma_Y^2 + \sigma_Y^2] = \frac{1}{12G} (2\sigma_Y^2)$$

شرایط تسلیم $\Rightarrow \{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + 6\tau_{xy}^2 + 6\tau_{xz}^2 + 6\tau_{yz}^2\} \geq 2\sigma_Y^2$

σ_Y : تنش تسلیم در کشش ساده ی تک محوری.

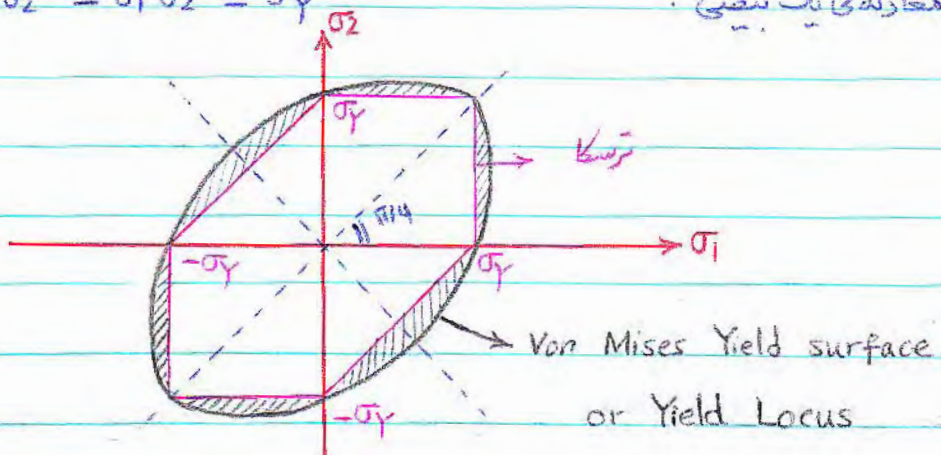
این رابطه همان معیار تون میز است . حالت مساوی ، آستانه تسلیم است .

برای حالت تنش صفحه ای :

$$\sigma_x = \sigma_1, \quad \sigma_y = \sigma_2, \quad \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

$$\Rightarrow (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2 = 2\sigma_Y^2 \quad \text{آستانه تسلیم}$$

$$\Rightarrow \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2 = \sigma_Y^2 \quad \text{معادله ی یک بیضی}$$

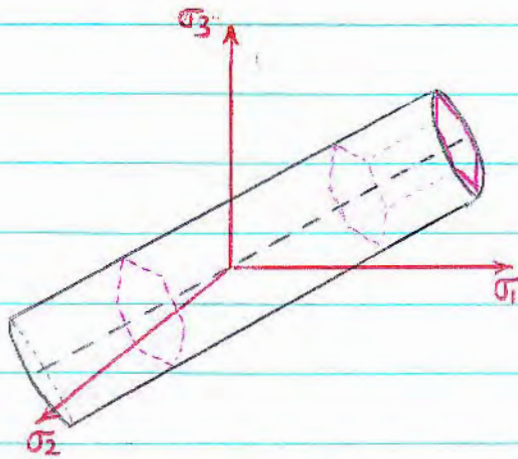


اگر شرایط تنش خوری باشد که حالت تنش داخل بیضی قرار بگیرد، ماده طبق معیار فون میز تسلیم شده است. مثلاً در پیرین یک ورق، باید تنش خوری همه جا وارد شود که تغییر شکل پلاستیک برود نه الاستیک چون در غیر اینصورت ورق برمیگردد.

اگر تنش خیلی زیاد باشد یعنی از بیضی دور شویم، در جبهه پارگی ورق می شود.

در حالت سه بعدی - معیار فون میز و ترمکا

در صورت مقابل خواهد شد.



ترمکا: منشور تنش ضایع منتظم مطابق بر

استوانه‌ی فون میز

محور منشور و استوانه، با هر سه محور x ، y و z زاویه‌ی مساوی می‌سازد

تفاوت مهم این دو معیار: فون میز دقیق‌تر و علمی‌تر است. این دو در قسمت‌های هاشور خورده

با هم اختلاف دارند. معیار ترمکا خیلی بوده و کار کردن با آن راحت‌تر است. در شکل دادن فلزات

حالت تنش معمولاً بیرون بیضی است و پیش‌بینی هر دو معیار درست است. (تنش بزرگ)

در نقاط تقاطع، این دو معیار یکی است: $\sigma_1 = \sigma_2$ { تنش در محوری تقاطع }

تشن مؤثر (معاول) : Equivalent (Effective) stress:

$$\sigma_y \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + 6\tau_{xy}^2 + 6\tau_{xz}^2 + 6\tau_{yz}^2 \right]^{1/2}$$

$\bar{\sigma}$ or σ_e

آسانتر تسليم

$\bar{\sigma}$ يا σ_e يك تشن نماينده است كه مطابق با معيار نون مينز با σ_y مقاسمه مي شود.

پس در هر حالت تشن يك پارامتر واحد تعريف كرده و اين معاول است با تشن 9 مولفه اي

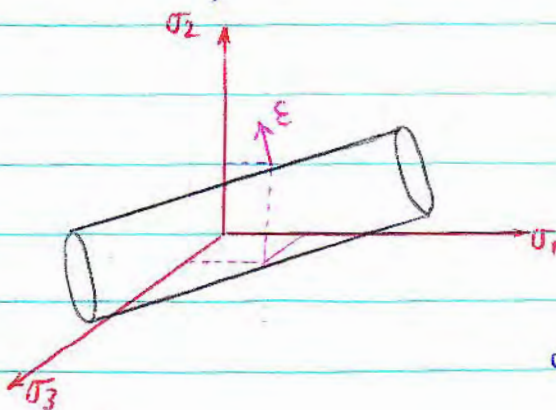
براي كرنش هم كرنش معاول داريم كه يارزه مقدمه دارد.

در بصارت رسكا: $\sigma_y = \sigma_{max} - \sigma_{min} \equiv \sigma_e$ or $\bar{\sigma}$

$\bar{\sigma}$ با σ_e ، شعاع بزرگترين دايره است.

روابط تشن و كرنش در شرايط پلاستيك :

اصل تعامل (Normality Rule) : بردار كرنش بر سطح تشن عمود است



در هر نقطه از اين سطح بردار كرنش عمود بر

سطح وجود دارد.

$$d\epsilon_{ij} = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}$$

علت: $\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{k}$ بردار عمود بر سطح

f تابع سطح و فضای سه بعدی

مطابق با اصل تجماع، بردار گرانش را راستای ∇f است. فقط یک ضریب تناسب دارد:

$$d\varepsilon_{ij} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$$

$$d\varepsilon_1 = d\lambda' \frac{\partial f}{\partial \sigma_1} \quad ; \quad d\varepsilon_2 = d\lambda' \frac{\partial f}{\partial \sigma_2} \quad ; \quad d\varepsilon_3 = d\lambda' \frac{\partial f}{\partial \sigma_3}$$

چون سطح فوق از معیار فون میز بدست آمده و σ_y ثابت است:

$$f(\sigma) = [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2] = 2\sigma_y^2$$

(نقش اصلی را بر روی می کنیم)

روابط Levi-Mises:

$$d\varepsilon_1 = d\lambda' \frac{\partial f}{\partial \sigma_1} = 4d\lambda' \left[\sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) \right] = d\lambda \left[\sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) \right]$$

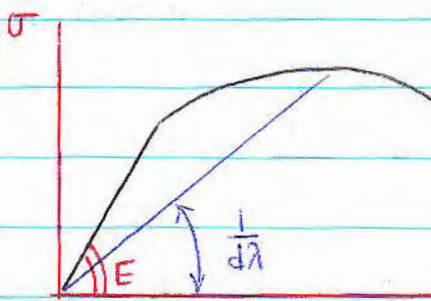
$$d\varepsilon_2 = d\lambda \left[\sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \right] \quad d\varepsilon_3 = d\lambda \left[\sigma_3 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \right]$$

$$d\varepsilon_1 = \frac{1}{E} \left[\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \right] \quad \text{مقایسه با حالت الاستیک:}$$

$$0 < \nu < \frac{1}{2}$$

پس حد نهائی ν ، $\frac{1}{2}$ است. در حالت پلاستیک به آن ای رسم $(\nu = \frac{1}{2})$

هم چنین: $\frac{dV}{V} = (\dots)(1 - 2\nu)$ پس در پلاستیک، $\Delta V = 0$ است.



از لحاظ ابعادی $d\lambda$ واحد $\frac{1}{MPa}$ دارد.

E در تغییر شکل الاستیک مقداری ثابت

است اما $d\lambda$ تغییر کرده و کار سختی ϵ

رابطان می کند.

در تغییر شکل پلاستیک و با حرکت ناچگانی ها، ماهیت ماده از نظر مکانیکی عوض می شود و

دانشمندی ناچگانی ها زیاد می شود. در نتیجه واکنش ماده در برابر تغییر شکل پلاستیک با

$$d\lambda = \frac{d\epsilon}{d\sigma}$$

ماده ک اولیه فرق می کند.

بحث کار سختی دیدیم تا لورنتز یکی شکل دادن است.

(prandtl - Ruess)

روش دیگر برای درست آوردن رابطه ک مابلی

تست کشش:

$$\sigma_1, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

(stress state)

$$d\epsilon_1 = -2d\epsilon_2 = -2d\epsilon_3$$

(strain state)

چون در تغییر شکل پلاستیک: $d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3 = 0$; $d\varepsilon_2 = d\varepsilon_3$

$$\Rightarrow \sigma'_1 = \sigma_1 - \sigma_m = \sigma_1 - \frac{\sigma_1}{3} = \frac{2}{3} \sigma_1 \quad \text{تنش دیواره تریک:}$$

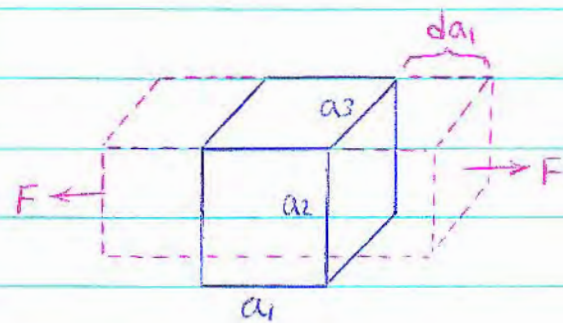
$$\sigma'_2 = \sigma_2 - \sigma_m = -\frac{\sigma_1}{3} \quad , \quad \sigma'_3 = \sigma_3 - \sigma_m = -\frac{\sigma_1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma'_1}{\sigma'_2} = -2 \quad , \quad \frac{d\varepsilon_1}{d\varepsilon_2} = -2$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma'_1}{d\varepsilon_1} = \frac{\sigma'_2}{d\varepsilon_2} = \frac{\sigma'_3}{d\varepsilon_3} = d\lambda''$$

$$d\varepsilon_1 = d\lambda'' \sigma'_1 = d\lambda'' \left[\sigma_1 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \right] \quad \text{در حالت کلی:}$$

$$= d\lambda'' \left[\frac{2}{3} \sigma_1 - \frac{1}{3} (\sigma_2 + \sigma_3) \right] = d\lambda \left[\sigma_1 - \frac{1}{2} (\sigma_2 + \sigma_3) \right]$$



کار تغییر شکل پلاستیک:

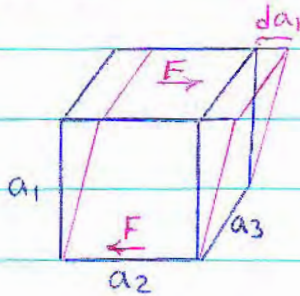
$$dW = F da_1$$

$$\frac{dW}{V} = \frac{F da_1}{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3} = \frac{F}{a_2 \cdot a_3} \frac{da_1}{a_1}$$

$$\text{بر واحد حجم} \Rightarrow dW = \frac{dW}{V} = \sigma_1 \cdot d\varepsilon_1$$

در الاستیک چون رابطه‌ی بین σ_1 و ε_1 معلوم بود از انتگرال بدست می‌آمد.

در حالت تنش برشی:



$$dW = F da_1$$

$$dw = \frac{dW}{V} = \frac{F}{a_2 \cdot a_3} \frac{da_1}{a_1}$$

$$\Rightarrow dw = \tau d\gamma_1$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{aligned} dw &= \sigma_x d\epsilon_x + \sigma_y d\epsilon_y + \sigma_z d\epsilon_z + \tau_{xy} d\gamma_{xy} + \tau_{yz} d\gamma_{yz} + \tau_{xz} d\gamma_{xz} \\ dw &= \sigma_e d\epsilon_e = \sigma_1 d\epsilon_1 + \sigma_2 d\epsilon_2 + \sigma_3 d\epsilon_3 \end{aligned} \right.$$

اثبات می شود (معمولی)

برای حالت خاص تنش صاف: $\sigma_3 = 0$, $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \alpha$, $\frac{d\epsilon_2}{d\epsilon_1} = \rho$

$$\sigma_e d\epsilon_e = \sigma_1 d\epsilon_1 + \sigma_2 d\epsilon_2 + 0 \cdot d\epsilon_3 = \sigma_1 d\epsilon_1 (1 + \alpha\rho)$$

این حالت برای تنش های اصلی است.

$$d\epsilon_e = \frac{\sigma_1 d\epsilon_1}{\sigma_e} (1 + \alpha\rho)$$

$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right]^{1/2}$$

$$= \frac{\sigma_1}{\sqrt{2}} \left[2(\alpha^2 - \alpha + 1) \right]^{1/2} = \sigma_1 (\alpha^2 - \alpha + 1)^{1/2}$$

$$\Rightarrow d\epsilon_e = \frac{d\epsilon_1}{(\alpha^2 - \alpha + 1)^{1/2}} (1 + \alpha\rho)$$

از روابط : Levi-Misses

$$\frac{d\varepsilon_2}{d\varepsilon_1} = \rho = \frac{d\lambda[\sigma_2 - 0.5(\sigma_1 + \sigma_3)]}{d\lambda[\sigma_1 - 0.5(\sigma_2 + \sigma_3)]} = \frac{\alpha - 1/2}{1 - \alpha/2} = \frac{2\alpha - 1}{2 - \alpha}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{2\rho + 1}{2 + \rho}$$

$$\Rightarrow d\varepsilon_e = \frac{\sqrt{2} d\varepsilon_1 (\rho^2 + \rho + 1)}{(3\rho^2 + 3\rho + 3)^{1/2}} = \frac{\sqrt{2} d\varepsilon_1 (\rho^2 + \rho + 1)^{1/2}}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow d\varepsilon_e = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \left[\left(\frac{d\varepsilon_2}{d\varepsilon_1} \right)^2 d\varepsilon_1^2 + \left(\frac{d\varepsilon_2}{d\varepsilon_1} \right) d\varepsilon_1^2 + d\varepsilon_1^2 \right]^{1/2}$$

$$\Rightarrow d\varepsilon_e = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \left[d\varepsilon_2^2 + d\varepsilon_1 d\varepsilon_2 + d\varepsilon_1^2 \right]^{1/2}$$

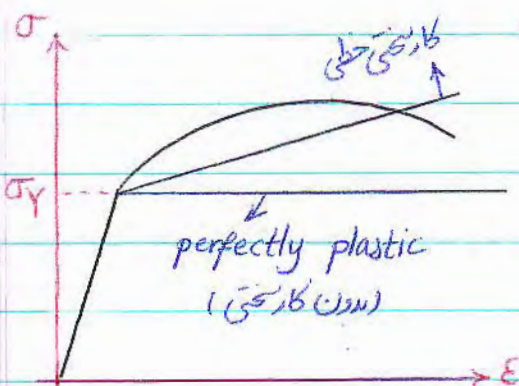
چون : $d\varepsilon_3 = -d\varepsilon_1 = -d\varepsilon_2$

$$\Rightarrow d\varepsilon_e = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \left[d\varepsilon_1^2 + d\varepsilon_2^2 + d\varepsilon_3^2 \right]^{1/2}$$

86.8.6

فصل 3:

رفتار مکانیکی مادی در محدوده تغییر شکل پلاستیک:



کار سختی : work Hardening
 or
 Strain Hardening (کاهش سختی)

ماده‌ی کارشده از لحاظ مکانیکی : strain H. - wrought و work H. به یک معنایند.

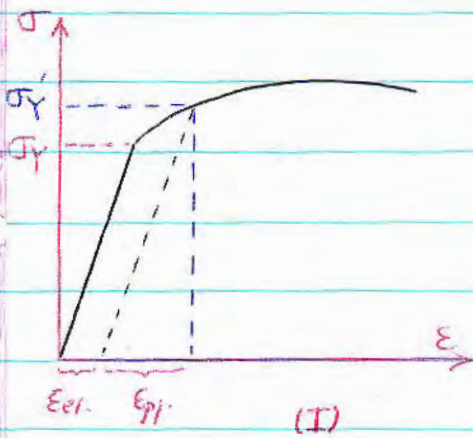
اگر وارد منطقه‌ی پلاستیک شویم و کشش را متوقف کنیم، مقدار σ_y در اثر کار سختی افزایش

خواهد یافت. بطوریکه اگر کشش را دوباره اعمال کنیم

تخیر شکل پلاستیک از σ_y' شروع خواهد شد و

ماده در σ_y' تسلیم خواهد شد. بمعبارتی دانسیته‌ی

تابجایی بالاتر است و استحکام بالاتر است.



سختی : مقاومت سطح فلز نسبت به جسم فرو رونده.

تابجایی سختی پذیری : یعنی در ماده فازی وجود نباید که سختی را زیاد کند. مثل مارتنزیت در فولاد

در مورد کار سختی خطی در واقع باید نوع تقریب رسم شده است و ممکن است کاملاً خطی نباشد.

در منطقه‌ی پلاستیک σ_y بطور تدریجی دارد تخیری کند. و این برای نمودار بالانیز صادق است.

همین دلیل تنش تسلیم نام دارد. رابطه‌ی مقابل برای کار سختی خطی صادق است :

$$\bar{\sigma} = A + B\bar{\epsilon} \quad : \quad \text{تنش تسلیم (flow stress)}$$

این معادله برای شبیه‌سازی حالات دیگر است.

در حالت عاری (بنورار II) در منطقه پلاستیک معادله زیر وجود دارد:

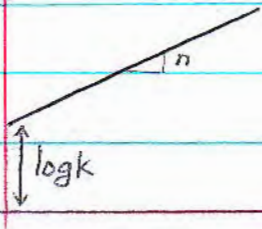
$$\{\text{Ludwick رابطه‌ی}\} \quad \bar{\sigma} = k \bar{\epsilon}^n$$

n : توان کار سختی

k : ضریب کار سختی

$\log \bar{\sigma}$

$$\Rightarrow \log \bar{\sigma} = \log k + n \log \bar{\epsilon}$$



با داشتن مقادیر $\bar{\sigma}$ و $\bar{\epsilon}$ در آزمایشگاه بتوان k و n

$\log \bar{\epsilon}$

رابطه تعیین کرد.

$$\epsilon = \ln\left(\frac{L}{L_0}\right) = \ln\left(1 + \frac{\Delta L}{L_0}\right) = \ln(1+e) = e + \frac{e^2}{2!} + \frac{e^3}{3!} + \dots$$

$$\Rightarrow \epsilon \approx e \quad \text{در گذش‌های کوچک}$$

$$\text{تشن مهندسی} : S = \frac{F}{A_0} \rightarrow \text{سطح مقطع اولیه} \quad \text{تشن حقیقی} : \sigma = \frac{F}{A} \rightarrow \text{سطح مقطع کنونی}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{A_0} \times \frac{A_0}{A} = S \times \frac{A_0}{A} = S(1+e)$$

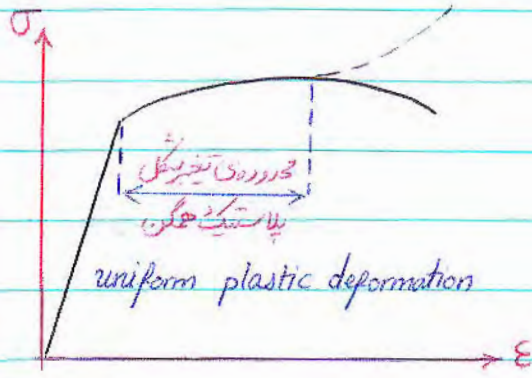
$$e = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{A_0 - A}{A} = \frac{A_0}{A} - 1 \Rightarrow \frac{A_0}{A} = e + 1 \quad \text{حجم ثابت است}$$

$$\sigma = S(1+e)$$

رابطه‌ی تشن مهندسی و تشن حقیقی:

نیروی کشش بزرگ max می‌رسد. چون ماده تا آن حد حوی نیرو می‌خواهد. از یک جایی به بعد

نیرو کاهش می یابد. پس تنش مهندسی از یک جایی به بعد کاهش می یابد. اما در برود تنش حقیقی

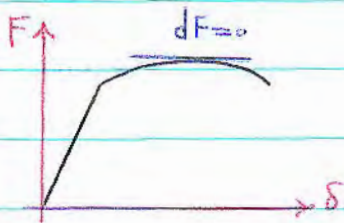


به دلیل کاهش سطح مقطع تنش زیاد می شود.

مقدار محدودی تغییر شکل همگن و یکپارچه

پدیده می گویی شدن رخ می دهد؛ به دلیل تمرکز

تنش در قسمت هائی خاص از ماده. (Gage length) حولانی تنش پلاستیک همگن را می توان



$$F = \sigma \cdot A$$

تنش حقیقی

دوست آورد:

$$dF=0 \Rightarrow \sigma dA + d\sigma \cdot A = 0 \Rightarrow \frac{d\sigma}{\sigma} = -\frac{dA}{A} = \frac{dL}{L} = d\epsilon$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{\sigma} = d\epsilon \quad \text{طول افزایشی و سطح مقطع کاهش می یابد.}$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\epsilon} = \sigma \quad \text{(شیب نمودار } \sigma-\epsilon \text{ برابر } \sigma \text{ است)}$$

پس max جایی اتفاق می افتد که رابطه بالا برقرار باشد. { در همان لحظه } معیار Considere

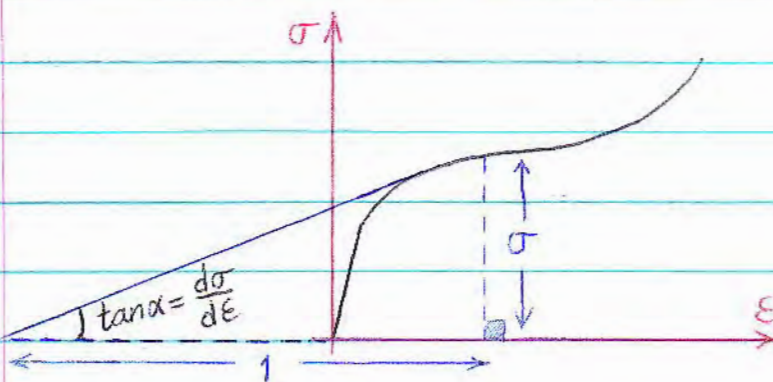
معیار فوق در واقع معیاری برای ناپایداری است. (Instability)

پس از جایی که F شروع به کاهش می کند، ناپایداری در تغییر شکل پلاستیک روی می دهد. بی خواهیم

این حد را بدست آوریم. این مورد را اینکه $\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \sigma$ اتفاق می افتد.

یک جهت دیگر این است که ماده بعد از necking چقدر تغییر شکل می تواند تحمل کند. یعنی

میزان کرنش بعد از necking که برای سوپر الاستیک ها این مقدار زیاد است.



$$\tan \alpha = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \sigma$$

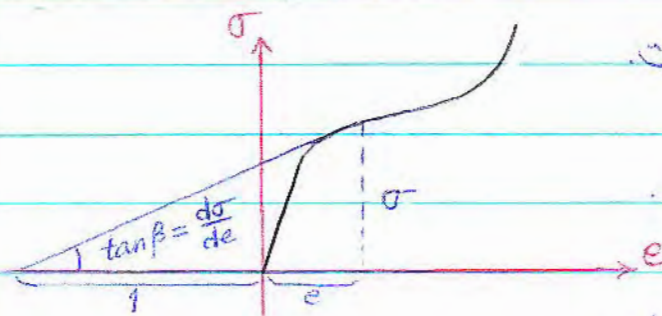
مخلافی با اندازه ی واحداست.

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{d\sigma}{de} \cdot \frac{de}{d\varepsilon} = \sigma$$

$$\varepsilon = \ln(1+e) \Rightarrow d\varepsilon = \frac{de}{1+e}$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{d\sigma}{de} (1+e) = \sigma$$

معبار Considerه بر حسب تنش حقیقی و کرنش حقیقی: $\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{\sigma}{1+e}$



در نمودار بالا تشخیص واحد مشکل است.

اما برای نمودار تشخیص مشکل نیست.

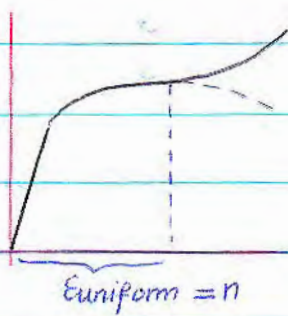
از سمت چپ از مرکز 1 واحد تغییر (برای ما)

درجه بندی (e) و بعد مشابهی بر نمودار رسم می کنیم. ما پارامتری = پایان تغییر شکل پلاستیک هستیم

برای عمومی کردن معیار Considere و استفاده در تمام تست ها ، تست و کرنش را معادل در نظر میگیریم:

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}} = \bar{\sigma}$$

$$\bar{\sigma} = k \bar{\epsilon}^n \Rightarrow k n \bar{\epsilon}_u^{n-1} = k \bar{\epsilon}_u^n = \bar{\sigma} \Rightarrow \bar{\epsilon}_u = n$$



مقدار کرنش بکرواخت (قبل از ناپایداری) برابر توان کار سختی است.

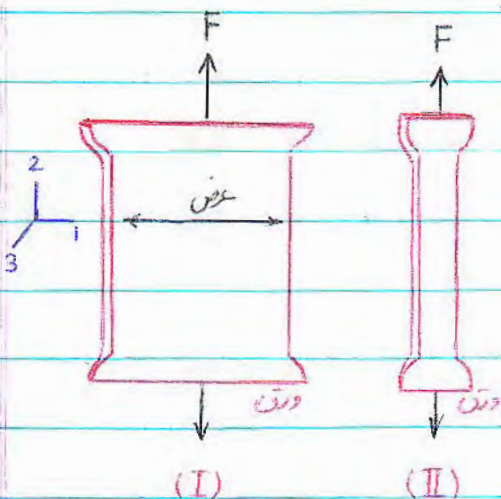
پس از این معیار می توان در هر تست دیگری جز کشش

استفاده کرد.

فصل 4. شبیه سازی

فیزیکی ← کاری که در آزمایشگاه انجام می دهیم } شبیه سازی (Simulation) ریاضی

آزمایش کشش یا کرنش صفحه ای (نمونه ای ورق):



در ورق I ، در بعد عرضی تغییر شکل نداریم چون بزرگ

است. در عرض ضخامت کم است. در ضخامت تغییر طول

داریم. در عرض ناچگانی ها برای تغییر شکل می بایست

فاصله‌ی بیشتری را طی کنند پس مقاومت بیشتری وجود دارد در حالیکه در ضخامت اینطور نیست. پس

$$(\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = 0)$$

$$\text{I: } \epsilon_2 = -\epsilon_3, \epsilon_1 = 0$$

$$\text{II: } \epsilon_2 = -2\epsilon_3 = -2\epsilon_1$$

$$\text{I: } \bar{\epsilon} = \left[\frac{2}{3} (\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2) \right]^{1/2} = \frac{2}{\sqrt{3}} |\epsilon_2| = 1.15 |\epsilon_2|$$

$$\text{II: } \bar{\epsilon} = \left[\frac{2}{3} (\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2) \right]^{1/2} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} |\epsilon_2| = |\epsilon_2|$$

{ کرنش و تنش معادل، مثبت گزارش می‌شوند }

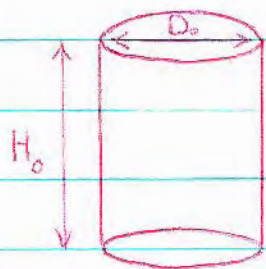
در حالت I، ملاحظه می‌شود، گلوله شدن دیرتر اتفاق می‌افتد پس کرنش بیشتری می‌توان

اعمال نمود.

86.8.8

3- آزمایش فشار ساده:

ابعاد نمونه‌ی Full size بصورت مقابل است.



$$H_0 = 2 \text{ cm}$$

$$D_0 = 10-12 \text{ mm}$$

برای جلوگیری از کماتش نمونه (Buckling)

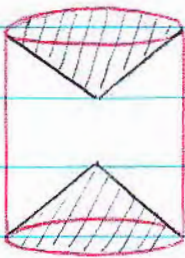
باید $\frac{H_0}{D_0} < 2$ باشد.

پس نکته وسط بالایی و پایینی استوانه اصطکاک وجود دارد چون می‌خواهد افزایش سطح مقطع

بدهد (افزایش قطر) پس سطح استوانه تمایل به حرکت به سمت راست و چپ دارد. بنابراین

اصطکاک بین دو سطح بر وجودی آید. اصطکاک موجب تغییر در یکساخت بودن تغییر شکل

می شود و تغییر شکل را غیر یکساخت می کند.



نسبت های مَرده در تغییر شکل بصورت مخروطی می باشد.

این مخروط ها در اثر وجود اصطکاک ایجاد شده اند. چون

در اثر تماس با سنبه بر حقیقی حرکت نمی کند.

شرط دوم: اصطکاک تا حد ممکن کاهش یابد: بین دو سطح ورق میکا قرار گیرد. بین دو سطح

روغن بزنیم. اگر تغییر شکل در دمای بالا انجام شود، روغن جواب نمی دهد و از میکا استفاده میشود.

از پودر گرافیت هم استفاده می شود. ویلزات نانومتری از جنس نیتريد پودر.

به حال اصطکاک از بین نمی رود. ممکن است در مراحل اولیه کم باشد اما تا یک جایی اینطور است

و بعد شبکه ای می شود (Barreling)

در کشش غیر یکساخت شدن تغییر شکل زودتر اتفاق می افتد. در کشش قطعه بعد از necking

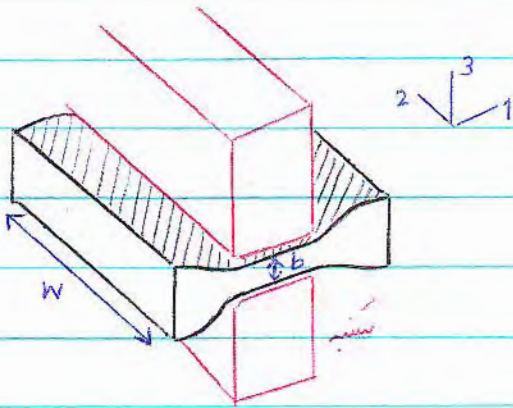
پاره می شود اما در مورد فشار این طور نیست و بعد از شبکه ای شدن قطعه پاره نمی شود.

σ_1 : راستای فشار $\bar{\sigma} = \sigma_1$ $\epsilon_2 = \epsilon_3 = -\frac{1}{2} \epsilon_1$

همانند کشش ساده است. $\bar{\epsilon} = |\epsilon_1|$. برای اینکه Barrelling و Buckling اتفاق

نیفتد و بتوانیم کرنش های بیشتری اعمال کنیم تست زیر را انجام می دهیم

4. فشار با کرنش صفحه ای:



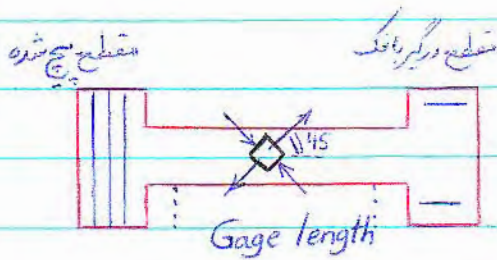
$\frac{w}{b} \geq 5$ $\epsilon_2 = 0$

$\epsilon_1 = -\epsilon_3$

این تست در زمانی بالا خیلی معمول است (نورد)

$\bar{\epsilon} = \left[\frac{2}{3} (\epsilon_2^2 + \epsilon_3^2) \right]^{1/2} = 1.15 |\epsilon_3|$

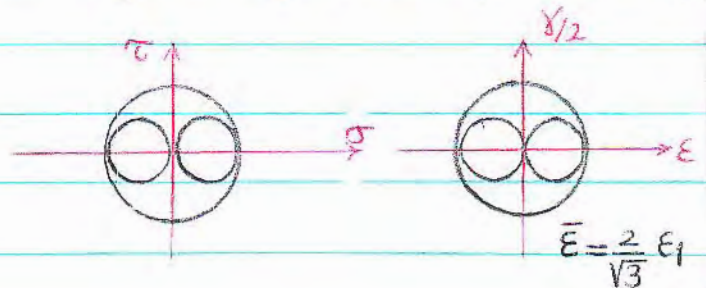
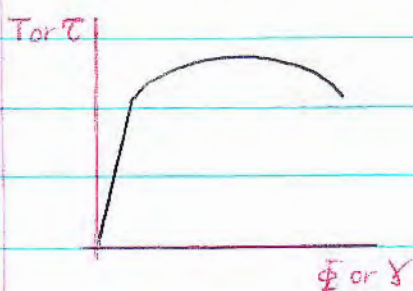
5. تست پیچش:



نمونه تشبیه به نمونه کشش است.

دستگاه پیچش تشبیه به دستگاه راستکاری است.

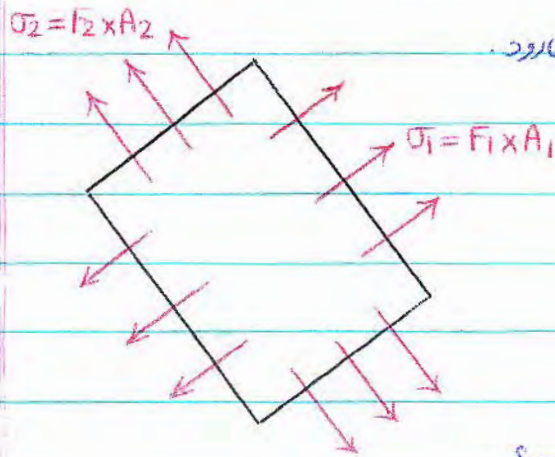
باید Φ و τ را بدست آورد. این تست نه Barrelling دارد و نه Buckling و کرنش ها بزرگ هستند.



6. آزمایش کشش دو محوری متوازن ورق‌ها: (balanced biaxial Tension)

علت بررسی: برای تهیه ی گلیگراتومیل وقتی ورق زیر پرس می‌رود، از دو جهت به آن کشش وارد

می‌شود. این تست‌ها برای شبیه‌سازی فیزیکی به‌کار می‌رود.



در شکل هم ورق، plane stress داریم:

$$\sigma_3 = 0 \quad \sigma_1 = \sigma_2 \quad (\text{متوازن})$$

می‌خواهم ببینم necking چه موقع رویا می‌دهد؟

$$dF = 0 \Rightarrow \sigma_1 dA_1 + \sigma_2 dA_2 = 0$$

شرط پایابرداری

در اثر کار سختی چون σ_y زیاد می‌شود، سطوح معیار تسلیم و فونک هیزر نیز بزرگ می‌شوند.

مثلاً بیضی نقطه تسلیم بزرگ می‌شود.

$$\frac{d\sigma_1}{\sigma_1} = -\frac{dA_1}{A_1} = \frac{dL_1}{L_1} = d\epsilon_1 \Rightarrow \frac{d\sigma_1}{d\epsilon_1} = \sigma_1$$

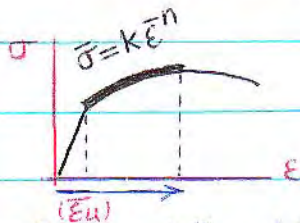
$$\bar{\sigma} = \frac{\sqrt{2}}{2} ((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2)^{1/2} = \sigma_1 \Rightarrow d\bar{\sigma} = d\sigma_1$$

$$\bar{\epsilon} = \left[\frac{2}{3} (\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2) \right]^{1/2} = 2|\epsilon_1| = 2\epsilon_1 \quad (\epsilon_1 > 0) \quad \epsilon_1 = \epsilon_2 = -\frac{\epsilon_3}{2}$$

$$\Rightarrow d\bar{\epsilon} = 2d\epsilon_1 \Rightarrow \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}} = \frac{\sigma_1}{2} \Rightarrow \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}} = \frac{1}{2} \bar{\sigma}$$

فرض: کارسختی با تابع نمایی $\bar{\sigma} = K \bar{\epsilon}^n$ باشد. می خواهیم حداکثر بار را بدست آوریم:

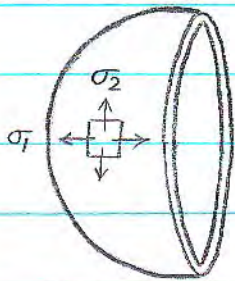
$$K n \bar{\epsilon}_u^{n-1} = \frac{1}{2} K \bar{\epsilon}_u^n \Rightarrow \bar{\epsilon}_u = 2n$$



برای کشش ساده، $\bar{\epsilon}_u = n$ بود.

نتیجه: در حالت دو محوری، دیرتر گلوئی شدن رخ می دهد. (خیلی دیرتر) چون $\bar{\epsilon}_u = 2n$.

7. ناپایداری در مخزن کروی جدار نازک تحت فشار داخل:



چون از ورقی تهیه شده است: $\sigma_3 = 0$

توازن کروی: $\sigma_1 = \sigma_2$ (plane stress)

حالت تنش مشابه کشش دو محوری است. حالت کرنش هم همینطور.

$$\text{اینوتروپ: } \epsilon_1 = \epsilon_2 = -\frac{\epsilon_3}{2} \quad \sigma_1 = \sigma_2 = \frac{Pr}{2t}$$

r : شعاع لحظه ای کوره

t : ضخامت

P : فشار داخل

$$P = \frac{2\sigma_1 t}{r}$$

این کوره را بعد از تسلیم بررسی می کنیم.

$$\text{شرط ناپایداری: } dP = 0 \Rightarrow \frac{2\sigma_1}{r} dt + \frac{2t}{r} d\sigma_1 - \frac{2\sigma_1 t}{r^2} dr = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma_1}{\sigma_1} = \frac{dr}{r} - \frac{dt}{t}$$

یک نوار روی قطر بزرگ کره در نظر می‌گیریم؛ محیط اولیه $L_0 = 2\pi r$. اگر شعاع باندازه‌ی

dr زیاد شود: $L = 2\pi(r+dr)$

$$d\varepsilon_1 = \frac{L-L_0}{L_0} = \frac{dr}{r} = d\varepsilon_2 \quad \frac{dt}{t} = d\varepsilon_3$$

(هندسی)

$$\Rightarrow \frac{d\sigma_1}{\sigma_1} = d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3 = 3d\varepsilon_1 \quad d\varepsilon_3 = -2d\varepsilon_1$$

$$\bar{\sigma} = \sigma_1 \quad \bar{\varepsilon} = \left[\frac{2}{3} (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2) \right]^{1/2} = 2\varepsilon_1$$

$$\Rightarrow d\bar{\varepsilon} = 2d\varepsilon_1 \quad \Rightarrow \frac{d\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}} = \frac{3}{2} d\bar{\varepsilon}$$

فرض کارسختی بصورت توانی: $\bar{\sigma} = k\bar{\varepsilon}^n$

$$k \cdot n \cdot \bar{\varepsilon}^{n-1} = \frac{3}{2} k \bar{\varepsilon}^{n-1} \quad \Rightarrow \bar{\varepsilon} u = \frac{2}{3} n$$

یکی از دلایل غیر یکپارخت شدن تغییر شکل یا Local شدن غیر یکپارختی هندسی است.



$$\frac{A_{0a}}{A_{0b}} = f$$

$f > 1$ or $f < 1$: ناهمگنی هندسی

$$F_a = F_b \quad \Rightarrow \sigma_a \cdot A_a = \sigma_b \cdot A_b$$

$$\varepsilon_a = \ln \frac{A_{0a}}{A_a}$$

$$\varepsilon_b = \ln \frac{A_{0b}}{A_b}$$

$$\Rightarrow \exp(\epsilon_a) = \frac{A_{0a}}{A_a} \quad , \quad \exp(\epsilon_b) = \frac{A_{0b}}{A_b}$$

$$\Rightarrow A_a = A_{0a} e^{-\epsilon_a} \quad A_b = A_{0b} e^{-\epsilon_b}$$

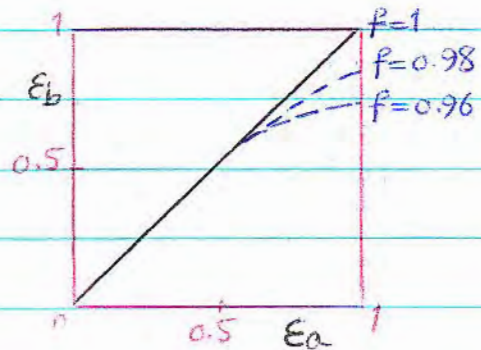
$$\Rightarrow K \epsilon_a^n \cdot A_{0a} e^{-\epsilon_a} = K \epsilon_b^n \cdot A_{0b} e^{-\epsilon_b}$$

$$\Rightarrow f \cdot \epsilon_a^n \cdot e^{-\epsilon_a} = \epsilon_b^n \cdot e^{-\epsilon_b}$$

$$\epsilon_a = \epsilon_b \quad : \quad f=1 \quad \text{اگر}$$

$$\epsilon_a > \epsilon_b \quad : \quad f < 1 \quad \text{اگر}$$

$$\epsilon_a < \epsilon_b \quad : \quad f > 1 \quad \text{اگر}$$



اگر قطعه بکنواختی هندسی داشته باشد فقط بایاداری تغییر شکل پلاستیک داریم ($dF=0$) اما

ممکن است قطعه بکنواختی هندسی نداشته باشد.

غیرکنواختی‌های دیگری هم داریم: آنیل کردن درجه جابجیاکن نباشد. نتیجه رگسترالیزاسیون

درجه جابجیاکن نیست. یا مثلاً اگر رسوب داشته باشیم که در نتیجه‌ی آن روتار جابجیاکنی‌ها

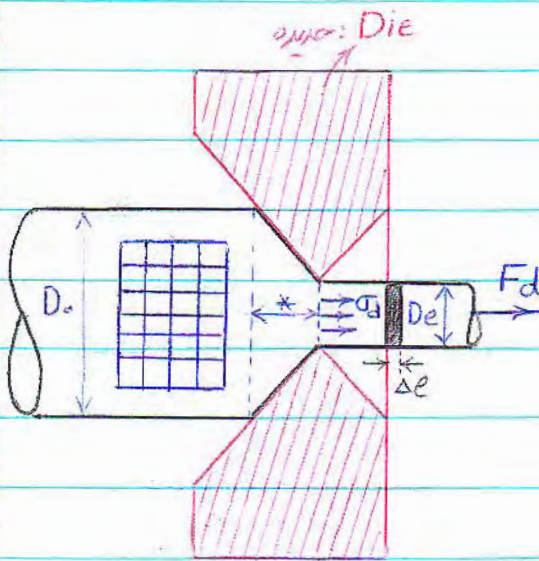
اطراف رسوب‌ها دیگر مناطق فرقی میکند.

از این به بعد وارد بحث اصلی شکل‌دارن می‌شویم.

اصول محاسبات فرآیندهای شکل دهی فلزات:

روش های تحلیلی.

(الف) روش کار ایده آل - مثال. تبدیل یک مفتول به مفتولی با قطر کمتر (Ideal work)



تمام مفتول های مسی از این روش تولید می شوند.

در مفتول را چکش می زنند تا وارد روزنه شود بعد

آزمای کشند. این کار طریقی بصورت های

زیر در این تخصیص شکل مصرف می شود:

$$w_i = \sigma_x d\epsilon_x + \sigma_y d\epsilon_y + \sigma_z d\epsilon_z = \bar{\sigma} d\bar{\epsilon} \quad (\text{Internal plastic work})$$

$$w_i = \int_0^{\epsilon_t} \bar{\sigma} d\bar{\epsilon}$$

فاصله Δe که تنش از صفر تا ϵ_t تخصیص می کند:

$$\epsilon_t = \ln \frac{A_0}{A} = 2 \ln \frac{D_0}{D}$$

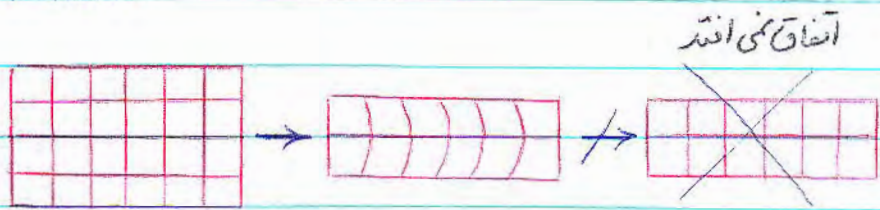
کل انرژی به تخصیص شکل پلاستیک تبدیل نمی شود. چون اصطکاک داریم: تماس قالب

با مفتول. حرکت مفتول نسبت به قالب به آرامی انجام نمی شود

فرايند كسش سيم فوق در حالت سرد انجام ميشود چون در حالت گرم زود پاره ميشود بعد از تغيير

شكل . بعد از كسش متوجه مي شويم Die گرم مي شود يعني اصطكاك داريم .

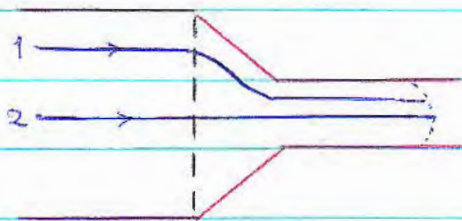
W_f : friction work



با توجه به تقارن محوري ، خطوط افقي تمايلي به تعخير حجت ندارند برخلاف خطوط عمودي .

چون مقداري انرژي صرف تشكيل اين مطرح اضافي محدي شكل ميشود پس كار اضافي داريم :

(redundant work)



زودي اول مسافت بيشري طی مي کند پس در

نهايت زودي درم جلوه مي افتد و بزرگ سطح

محدي ايجاد ميشود . در واقع اين كار اضافي يعني كار تغيير شكل غير يكنواخت پس لايه ي

نزديك به سطح هم به دليل اصطكاك و هم كار اضافي بالايه ي دروني متفاوت است بنابراين

W_r : redundant work.

غير يكنواخت است .

$$W_a = \text{actual work} = W_i + W_f + W_r$$

در روش کار ایده آل چندین فرض ساده شونده می‌کنیم از جمله: $W_a = W_i$

یعنی کار اضافی و کار اصطکاک نداریم. در روش کشش سیم، سطح قالب تماماً روغن کاری می‌شوند. بدون روغن کاری انجام نخواهد شد.

این فرض‌ها را برای تحلیل می‌کنیم. بنابراین ضریب هم برای W_i در نظر می‌گیریم:

$$W_a = \frac{1}{\eta} W_i \quad \text{و} \quad \eta = \frac{W_i}{W_a} \quad \text{راندمان (بازده)}$$

بنابراین اثر اصطکاک و کار اضافی بصورت یک ضریب در نظر گرفته می‌شود. که این فقط تقریبی

برای مسئله است. ($\eta < 1$)

در فاصله x در شکل اول، تغییر شکل پلاستیک در نتیجه کار سختی داریم: $\bar{\sigma} = K \bar{\epsilon}^n$

$$W_i = \int_0^{\epsilon_t} K \bar{\epsilon}^n d\bar{\epsilon} = \frac{K \bar{\epsilon}^{n+1}}{n+1} \Big|_0^{\epsilon_t} \Rightarrow W_a = \frac{1}{\eta} \frac{K \bar{\epsilon}^{n+1}}{n+1}$$

η در حد اول وجود دارد. برای این فرآیند بازده کم است. (60 الی 65 درصد). بطور

تجربی هم بدست می‌آید. برای شکل دادن ورق کار آلومینیم مهم است. چون زیاد است اما

در این جا اصلاً مطرح نیست.

دلیل تحول های متالورژیکی، اثر نرخ کرنش بیشتر در دماهای بالاتر است.

$$W_a = F_d \cdot \Delta l_1 \Rightarrow w_a = \frac{W_a}{V} = \frac{F_d \cdot \Delta l_1}{A_e \cdot \Delta l_1} \quad \text{باتوجه به شکل اول:}$$

$$\Rightarrow w_a = \sigma_d = \frac{1}{\eta} \frac{k \bar{\epsilon}^{n+1}}{n+1}$$

η : تنش کشش در ضریب F_d : نیروی کشش

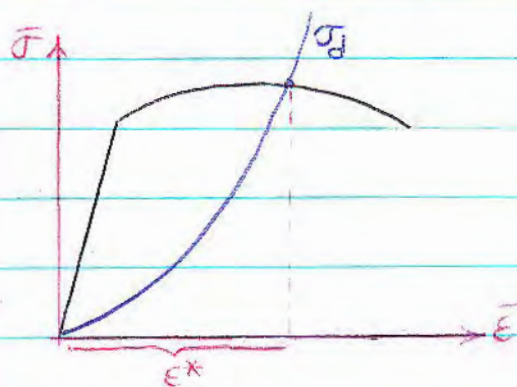
برای رابطه، کرنش، کرنش معادل است: $\bar{\epsilon} = \epsilon_x = \ln \frac{A_0}{A}$

در مختصات استوانه‌ای: $\epsilon_r, \epsilon_x, \epsilon_\theta$

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_x \quad \text{علت:} \quad \epsilon_r = \frac{dr}{r} \quad \epsilon_\theta = \frac{2\pi(r+dr) - 2\pi r}{2\pi r} = \frac{dr}{r}$$

$$\Rightarrow \epsilon_r = \epsilon_\theta = -\frac{\epsilon_x}{2} \quad ; \quad \bar{\epsilon} = \left[\frac{2}{3} (\epsilon_x^2 + \epsilon_r^2 + \epsilon_\theta^2) \right]^{1/2} = \epsilon_x$$

ϵ_θ : کرنش حلقه‌ای. یک حلقه دایره‌ای که دارد تنگ می‌شود.



چقدر میتوان این سیم را کشید؟

$$\sigma_d = \frac{1}{\eta} \frac{k \bar{\epsilon}^{*n+1}}{n+1}$$

$$\sigma_d = k \bar{\epsilon}^{*n}$$

$$\Rightarrow k \bar{\epsilon}^{*n} = \frac{1}{\eta} \frac{k \bar{\epsilon}^{*n+1}}{n+1} \Rightarrow \bar{\epsilon}^* = \eta(n+1)$$

$\bar{\epsilon}^*$: کرنش حادی در کشش سیم از هر قطری به قطر دیگر نمی توان رفت. مثلاً سیم 3mm

بایک مرحله به سیم با قطر 0.5mm تبدیل نمی شود. البته از 3mm به 2.9mm هم محدود نیست

در یک پاس (بار) نمی توان تغییر قطر زیادی اعمال نمود. باید سر راه سیم 4، 5 یا 6 Die در

داد.

اگر سیم آبی شود (n زیاد می شود) ← کرنش حادی بالایی رود.

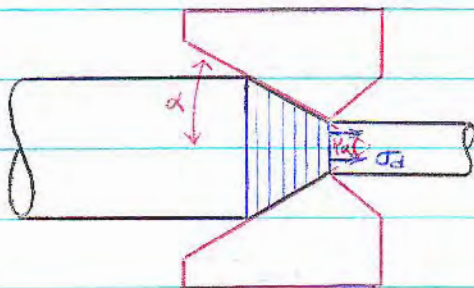
اگر روغن کاری کنیم (η زیاد می شود) ← کرنش حادی بالایی رود.

86.8.20

η : وابسته به شرایط فرایند

$$\bar{\epsilon}^* = \eta(n+1)$$

n : وابسته به جنس ماده



مفوق حادی کار سخت شده است.

هرچه η بیشتر شود، $\bar{\epsilon}^*$ (حداکثر کرنش)

در یک پاس (نیز بیشتر می شود)

$\bar{\epsilon}^*$: کرنش بحرانی میزان کار سختی حادی است که به باعث پاره شدن نمی شود.

با تغییر α می توان میزان کار اضافی را تغییر داد. اگر n هم زیاد شود، $\bar{\epsilon}^*$ نیز بیشتر می شود.

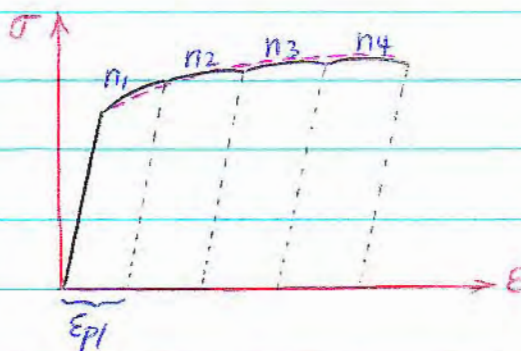
رومهندسی مطلوب است که تعداد die ها در فرایند را کم کرد، یعنی بتوان در یک پاس تغییر شکل بیشتری اعمال کرد.

$$\eta = 100\% = 1 \Rightarrow \bar{\epsilon}^* = n + 1 \stackrel{n=0}{\Rightarrow} \bar{\epsilon}^* = 1 = \ln \frac{A_0}{A} = \ln \frac{1}{1-r}$$

$n=0$: ماده بدون کار سختی : Rigid perfectly plastic

$$\Rightarrow r = \frac{A_0 - A}{A_0} \Rightarrow e = 2.7 = \frac{1}{1-r} \Rightarrow r = 63\%$$

یعنی حداکثر reduction می تواند 63% باشد. اگر هم صفر باشد چون η خیلی از یک کوچکتر است باز هم $\bar{\epsilon}^*$ به 63% نمی رسد. پس در یک پاس، حداکثر reduction 63% است. رومهندسی با ضرب اطمینان مناسب، $r=40\%$ مطلوب است تا مطمئن شویم



سیم پاره نمی شود.

$$n_1 > n_2 > n_3 > n_4$$

رکنتش:

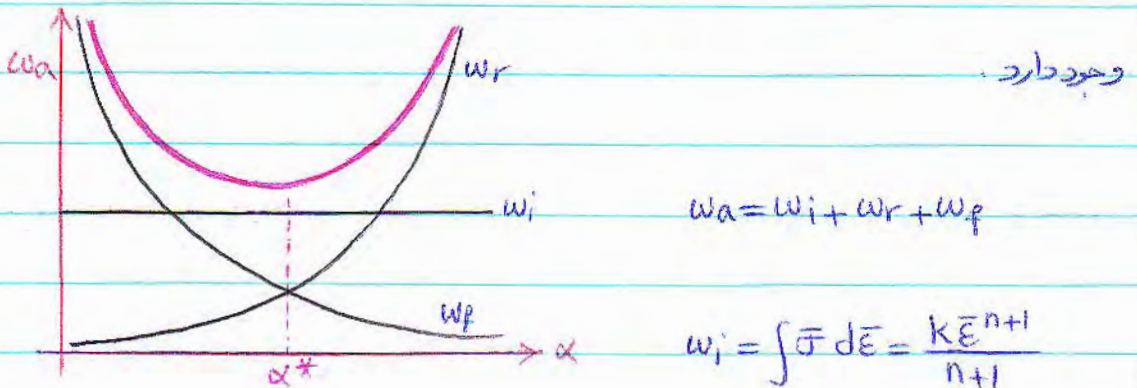
(شیب کم می شود)

در این جا هم سیم پس از گذشتن از die اول کار سخت شده است و در هر پاس، n دارد

کوچک می شود. می توان یک منحنی معادل نیز در نظر گرفت

در پهن‌های بعدی احتمال پارگی وجود دارد در نتیجه وسط را نباید آنتیل شود. امروزه یک کوره را این die ها قرار می‌دهند و آنتیل را انجام می‌دهند. با آنتیل کردن دانسیته ما بجای‌های پهن‌های می‌آید و n زیاد می‌شود. در نتیجه قابلیت کشش بوجود می‌آید. بحث در مورد α یا خود قالب:

α بزرگ باشد خوب است یا کم؟ نه \max خوب است و نه \min . بلکه یک ایتیم



w_i به میزان کرنش مستقیماً دارد یعنی تغییرات قطر die که وابسته به دهانه‌ی قالب

است نه α . هرچه α کوچک باشد، مقدار اصطکاک بیشتر است چون سطح تماس

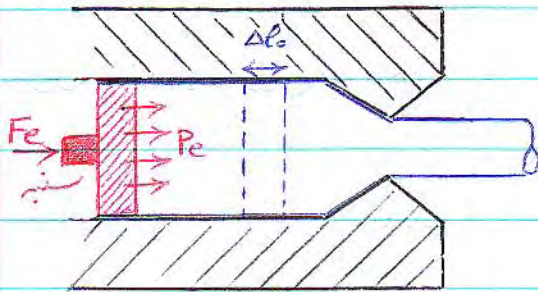
بیشتری شود. البته با تغییر α نشار قالب روی نفوذ هم تغییری کند. در α بزرگ انحنای بیشتری

وجود دارد (هم تندی ایجاد شده و بعد از die دوباره باید برگردد). با بزرگ شدن α میزان

redundant w زیاد می‌شود. با این حال انتظار می‌رود در نمودار یک \min وجود داشته باشد.

Extrusion

روش 2. اکستروژن (روزن رانی)



مثل قبلی است اما اعمال نیرو از پشت است.

(اعمال فشار)

در این جا ما مفتول نداریم و قطر لوله‌ی اولیه در حدود چندین cm است.

$$W_a = F_e \cdot \Delta \ell_0 \quad W_a = \frac{W_a}{V} = \frac{F_e}{A_0} \cdot \frac{\Delta \ell_0}{\Delta \ell_0} = P_e \quad \text{فشار اکستروژن}$$

یک تفاوت عمده بین اکستروژن و کشش سیم این است که در این جا پارگی وجود ندارد اما

در قبلی داشت (63٪). چون فشار داریم محدودیتی وجود ندارد. مفتول با قطر چندین cm

(3cm) در یک پاس به مفتولی با قطر چند mm (1mm) تبدیل می‌شود. چون لوله در داخل قالب

است، مشکلی Barrelling و هم چنین Buckling هم وجود ندارد. پروفیل آلومینیومی که در

قالب عکس وجود دارد و مقطع پیچیده‌ای دارد و باله‌هایی که در رادیاتور برای پره می‌باشد، مختصراً

از این روش تولید می‌شود. چون قالب باید تحمل این فشار را داشته باشد و معمولاً از جنس فولاد

محصکم شده است. رابطه مثل کشش سیم است. در روش کار ایده‌آل این دو یک فرمول دارند:

$$W_a = \frac{1}{\eta} W_i = \frac{1}{\eta} \int \bar{\sigma} d\bar{\epsilon} \Rightarrow P_e = W_a = \frac{1}{\eta} \frac{k \bar{\epsilon}^{n+1}}{n+1}$$

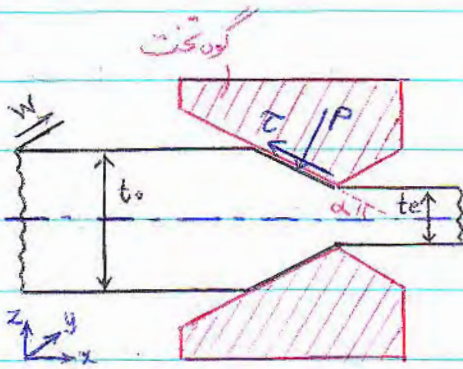
روش (2) روش تختال : Lab Method:

فرض ها: در این روش اصطکاک را در نظریه گیریم . 2 - ماده بدون کار سختی در نظر گرفته

می شود . 3 - کار اضافی وجود دارد . 4 - شرایط گرفتن صفحه ای حاکم است .

5 - ضریب اصطکاک ثابت است . 6 - نیم زاویه ای قالب ثابت است .

* کشش تسمه : strip drawing



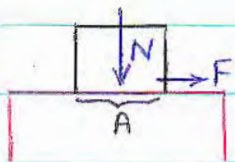
یک تسمه ای بچین به تسمه با ضخامت کمتر تبدیل

می شود . در اینجا تمامان محوری نداریم . اما تمامان

آینه ای با صفحه ای نشان داده شده داریم . چون

کار اضافی نداریم سطح عمودی بعد از die همچنان عمودی باقی می ماند در حالی که گفته

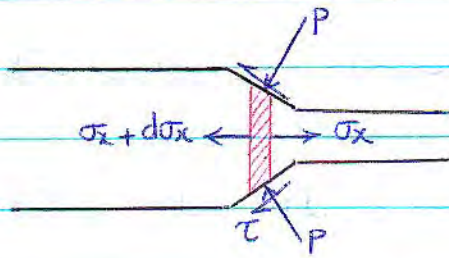
شده باید مدور می شوند . چون عرض از t_0 خیلی بزرگتر است : $(W \gg t_0)$ $\epsilon_y = 0$



نیروی اصطکاک $F = \mu N$ $\frac{F}{A} = \tau = \mu \frac{N}{A} = \mu P$

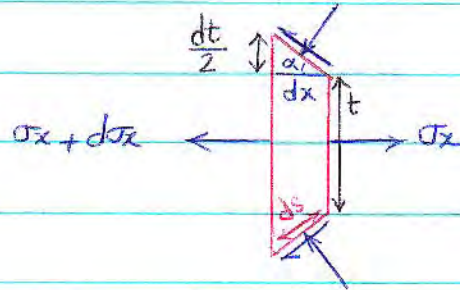
$\Rightarrow \tau = \mu P$ فشار: P ضریب اصطکاک لغزنده: μ

در شکل : τ تنش برشی اصطکاک است .



در حاصله‌ی ابعاد تنش، تنش ثابت نیست

اصحاحات هم متغیر است.



$$\cos \alpha = \frac{dx}{ds} \quad \tan \alpha = \frac{dt/2}{dx} = \frac{dt}{2dx}$$

نقاط استاتیکی: $\sum F_x = 0 : \sigma_x t w_0 - (\sigma_x + d\sigma_x)(t + dt)w_0$

$$-2P ds w_0 \sin \alpha - 2\mu P ds w_0 \cos \alpha = 0$$

$$\Rightarrow -t d\sigma_x - \sigma_x dt - 2P ds \sin \alpha - 2\mu P ds \cos \alpha = 0$$

$$\Rightarrow t d\sigma_x + \sigma_x dt + 2P \tan \alpha dx + 2\mu P dx = 0$$

$$\Rightarrow t d\sigma_x + \sigma_x dt + P dt + \mu P \cot \alpha dt = 0$$

$$\Rightarrow t d\sigma_x + dt [\sigma_x + P(1 + \mu \cot \alpha)] = 0 \quad ; \quad \mu \cot \alpha = B$$

$$\Rightarrow t d\sigma_x + dt [\sigma_x + P(1 + B)] = 0$$

$$\sum F_z = 0 : \mu P w_0 ds \sin \alpha - P w_0 ds \cos \alpha - \sigma_z w_0 dx = 0$$

$$\Rightarrow \sigma_z = \mu P \tan \alpha - P \Rightarrow \sigma_z = -P(1 - \mu \tan \alpha)$$

در اثر روغن کاری خوب، μ کم می شود و البته چون α برای قالب در حدود 20° است پس

$$\sigma_z = -P \quad \mu \tan \alpha \text{ در مقابل 1 قابل صرف نظر است. پس:}$$

چون فرض کرده بودیم این کار اضافی وجود ندارد پس تنش ها اصلی هستند، روابط روی

سطوح تنش برشی صفر است.

$$\epsilon_y = 0 \Rightarrow d\lambda [\sigma_y - 0.5(\sigma_x + \sigma_z)] = 0 \Rightarrow \sigma_y = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2}$$

پس σ_x بزرگترین تنش و σ_z کمترین است.

$$\text{معیار فرسایش: } (\sigma_{\max} - \sigma_{\min} = \sigma_y = 2K) \quad * \sigma_x - \sigma_z = 2K$$

86 . 8 . 22

$$\Rightarrow \sigma_x - (-P) = 2K \Rightarrow P = 2K - \sigma_x$$

ماده را perfectly plastic فرض کرده ایم یعنی کار سختی نداریم. اگر K متغیر باشد، بنویسید

معادله ای درین زمینه راحت کرد.

$$t d\sigma_x + [\sigma_x + (2K - \sigma_x)(1+B)] dt = 0$$

$$\Rightarrow t d\sigma_x + [-B\sigma_x + 2K(1+B)] dt = 0$$

$$\frac{d\sigma_x}{[B\sigma_x - 2K(1+B)]} = \frac{dt}{t} \Rightarrow \frac{1}{B} \ln(B\sigma_x - 2K(1+B)) = \ln(tc')$$

$$\Rightarrow \ln(B\sigma_x - 2K(1+B)) = \ln(tc')^B = \ln(t^B \cdot c'')$$

چون هنوز وارد منطقه تغییر شکل نشده ایم. $\sigma_x = 0$ است، $t = t_0$ است.

$$\text{شرایط مرزی: } t = t_0 \Rightarrow \sigma_x = 0 \quad t = t_e \Rightarrow \sigma_x = \sigma_d$$

↑ همان کششی که می کشیم

$$B\sigma_x - 2K(1+B) = t^B \cdot c'' \Rightarrow c'' = \frac{-2K(1+B)}{t_0^B}$$

$$\Rightarrow B\sigma_x - 2K(1+B) = t^B \left[\frac{-2K(1+B)}{t_0^B} \right]$$

$$\Rightarrow \sigma_x = 2K \frac{1+B}{B} \left[1 - \left(\frac{t}{t_0} \right)^B \right]$$

$$t = t_e \Rightarrow \sigma_x = \sigma_d \Rightarrow \frac{\sigma_d}{2K} = \frac{1+B}{B} \left[1 - \left(\frac{t_e}{t_0} \right)^B \right]$$

$$\epsilon_t = \epsilon_z = \ln \frac{t_0}{t_e} \Rightarrow \frac{t_0}{t_e} = \exp(\epsilon_t) \Rightarrow \frac{t_e}{t_0} = \exp(-\epsilon_t)$$

$$\epsilon_y = 0 \Rightarrow \epsilon_x = -\epsilon_z = -\epsilon_t \quad ; \quad \bar{\epsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} \epsilon_t = 1.15 \epsilon_t$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_d}{2K} = \frac{1+B}{B} [1 - \exp(-B\epsilon_t)]$$

اگر از معیار فون میزرا استفاده کنیم:

$$[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2] = 6K^2 = 6\tau_y^2$$

تنش های σ_x ، σ_y و σ_z واقعاً اصلی نیستند چون redundant W. داریم و تنش

درشی ایجاد می شود.

$$\left[\left(\sigma_x - \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \right)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + \left(\frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} - \sigma_z \right)^2 \right] = 6k^2$$

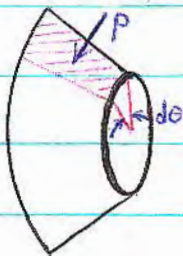
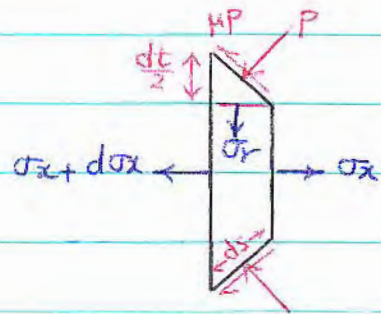
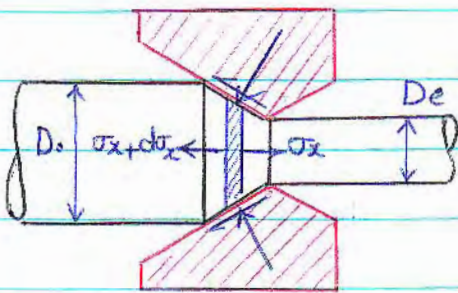
برخلاف ترسکا $\Rightarrow \frac{3}{2} (\sigma_x - \sigma_z)^2 = 6k^2 \Rightarrow \sigma_x - \sigma_z = 2k \neq \sigma_y$ $(2k = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_y)$

در هر دو معیار به یک جواب رسیدیم چون این دو معیار در برخی شرایط جواب یکسانی داشتند.

دوباره میتوان از تلافی دومینگی، حد کرنش را بدست آورد.

* مسئله کشش سیم از روش تخیل :

در اینجا فرض plane strain را می داریم. (مختصات تطبی است)



$$P \int_0^{2\pi} \left(\frac{D + D + dD}{4} \right) d\theta ds \cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{dx}{ds}$$

$$\tan\alpha = \frac{dD}{2dx}$$

$$\sum F_x = 0 : \sigma_x \frac{\pi D^2}{4} - (\sigma_x + d\sigma_x) \pi \frac{(D+dD)^2}{4} - P \pi \frac{(D+D+dD)}{2} ds \cdot \sin \alpha$$

$$- \mu P \pi \frac{(D+D+dD)}{2} ds \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\Rightarrow 2\sigma_x dD + D d\sigma_x + 4P \tan \alpha \cdot dx + 4\mu P dx = 0$$

$$\Rightarrow 2\sigma_x dD + D d\sigma_x + 2P dD + 2\mu P \frac{dD}{\tan \alpha} = 0$$

$$\Rightarrow D d\sigma_x + 2[\sigma_x + P(1+B)] dD = 0 ; B = \mu \cot \alpha$$

$$\sum F_r = 0 : -\sigma_r \pi D dx - P \pi \left(\frac{2D+dD}{2} \right) ds \cos \alpha$$

$$+ \mu P \pi \left(\frac{2D+dD}{2} \right) ds \sin \alpha = 0$$

$$\Rightarrow \sigma_r dx + P dx - \mu P dx \tan \alpha = 0 \Rightarrow \sigma_r = -P(1 - \mu \tan \alpha)$$

$$\mu \tan \alpha \ll 1 \Rightarrow \sigma_r \approx -P$$

رسمک: $\sigma_{\max} - \sigma_{\min} = 2k = Y$: σ_r و σ_{θ} فشاری است

$$d\epsilon_{\theta} = \frac{2\pi(r+dr) - 2\pi r}{2\pi r} = \frac{dr}{r} , \quad d\epsilon_r = \frac{dr}{r} \Rightarrow d\epsilon_{\theta} = d\epsilon_r$$

$$d\epsilon_{\theta} = d\lambda [\sigma_{\theta} - 0.5(\sigma_x + \sigma_r)] \quad d\epsilon_r = d\lambda [\sigma_r - 0.5(\sigma_x + \sigma_{\theta})]$$

تشریح و کرنش ها: فشاری

$$\Rightarrow \sigma_r = \sigma_{\theta} \quad \Rightarrow \sigma_{\theta} - \sigma_r = 2k \Rightarrow P = 2k - \sigma_x$$

$$\frac{d\sigma_x}{[B\sigma_x - 2k(1+B)]} = \frac{2dD}{D} \implies B\sigma_x - 2k(1+B) = D^{2B} \cdot C''$$

شرایط مرزی: $D = D_0 \implies \sigma_x = 0 \implies C'' = \frac{-2k(1+B)}{D_0^{2B}}$

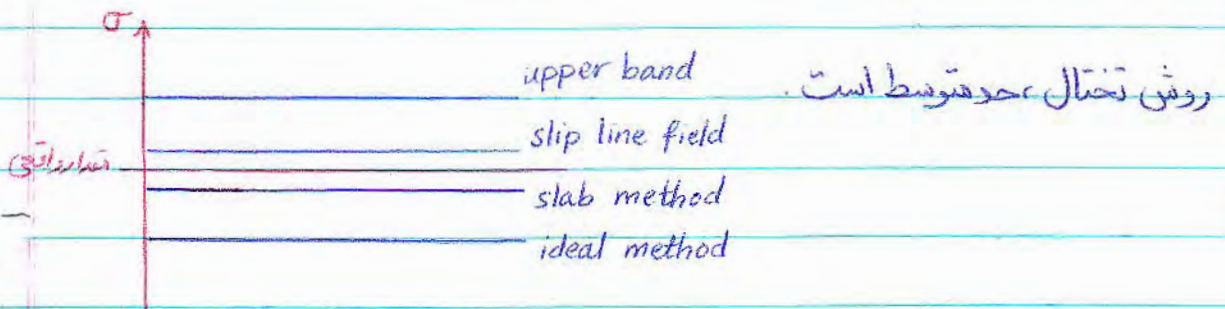
$$\implies \frac{\sigma_x}{2k} = \frac{1+B}{B} \left[1 - \left(\frac{D}{D_0} \right)^{2B} \right]$$

در خروج: $D = D_e : \sigma_x = \sigma_d : \frac{\sigma_d}{2k} = \frac{1+B}{B} \left[1 - \left(\frac{D_e}{D_0} \right)^{2B} \right]$

رابطه مثل کشش تنده است فقط، توان $2B$ است.

مقدار σ_d در این روش از کاراییه آل بیشتر است چون اصطکاک داریم در این روش.

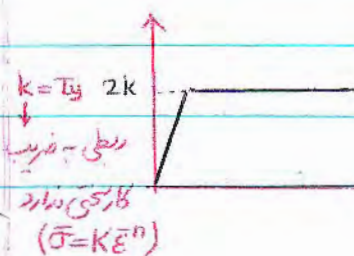
روش کاراییه آل حدیابی است. (Lower Band)



تنش سیلان متوسط:

اگر بخواهیم کار سختی را هم در نظر (تنده) $\frac{\sigma_d}{2k} = \frac{1+B}{B} \left[1 - \left(\frac{te}{t_0} \right)^B \right]$

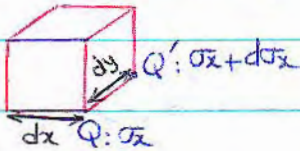
بگیریم: لحظه به لحظه که ماده تغییر شکلی می دهد، کار سختی



می شود که قبلا این را در نظر نگرفتیم. کار سختی یک بحث متالورژیکی

است . تحلیل تنش ، مکانیکی است .

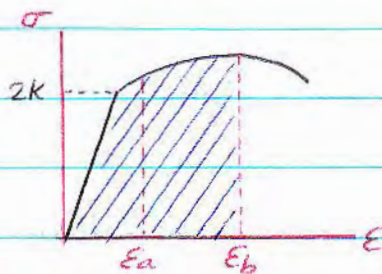
تغییرات تنش در یک بازه :



تعریف تنش در یک نقطه :



در روش تحال می خواهیم کار سختی را در نظر بگیریم . یعنی بجای 2K مقدار دیگری بگذاریم .



$$M.F.S = \frac{\int_{\epsilon_a}^{\epsilon_b} \sigma d\epsilon}{(\epsilon_b - \epsilon_a)} = Y_m$$

(Mean Flow Stress)

برای میله : $\frac{\sigma_d}{M.F.S} = \frac{1+B}{B} \left[1 - \left(\frac{D_e}{D_o} \right)^{2B} \right]$

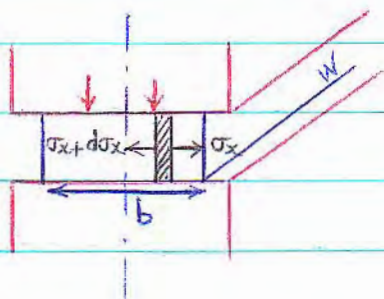
* در مورد اکستروژن فقط یک تفاوتی در شرایط مرزی بوجود می آید .

در ورود : $D = D_o \rightarrow \sigma_x = P_e$

$$\left. \begin{array}{l} \text{در فشار} \\ \text{اکستروژن} \end{array} \right\} \frac{P_e}{M.F.S} = \frac{1+B}{B} \left[1 - \left(\frac{D_o}{D_e} \right)^{2B} \right]$$

در خروج : $D = D_e \rightarrow \sigma_x = 0$

فوج یا آهنگری :



در این نوع شکل دهی ، سنبله و سندان داریم .

هم در دهی بالا و هم در دهی پایین انجام میشود .

از روش تعینال بررسی می کنیم. فرض: $w \gg b$ ← تغییرشکل دویجری *plane strain*

فرض دیگر: کار اضافی وجود ندارد \equiv در فرج ممکن است شبکه ای شدن رخ بدهد و از بجل

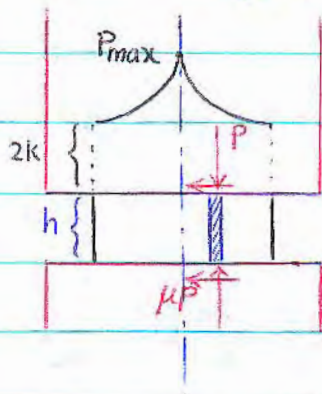
بیرون بزند و فرض می کنیم شبکه ای نباشد.

درفزایدهای شکل دهی دو حالت داریم:

(1) *steady state*: هرززه وضعیت دره ای حلونی خود را دارد (در حرکت کردن)

(2) *Instantaneous*: لحظه ای. مثل فرج. در هر بار انجام شدن، w و P و حالت تشی

عوض میشود و باید مسئله ای را لحظه ای حل کرد



$$\sum F_x = 0: (\sigma_x + d\sigma_x)hw - \sigma_xhw - 2\mu P dxw = 0$$

$$\Rightarrow h d\sigma_x = 2\mu P dx$$

$$\sigma_z = -P \quad \text{تشی}$$

$$E_y = 0 \Rightarrow d\lambda [\sigma_y - 0.5(\sigma_x + \sigma_z)] = 0 \Rightarrow \sigma_y = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2}$$

تشی: $\sigma_{max} - \sigma_{min} = 2k = Y \Rightarrow \sigma_x - \sigma_z = 2k$

$$\Rightarrow \sigma_x + P = 2k \quad \Rightarrow d\sigma_x = -dP \quad (2k = \text{cons.})$$

چون فشار سینه را می‌خواهیم نسبت به P معادله را حل می‌کنیم:

$$\frac{dP}{P} = -\frac{2\mu}{h} dx \quad \text{فشار در حسب } x \text{ تغییر می‌کند:}$$

$$\Rightarrow \ln P = -\frac{2\mu}{h} x + c \quad \text{سطح آزاد: } \sigma_x = 0; x = \frac{b}{2}; \text{شرایط مرزی}$$

$$(\sigma_x = 0; P = 2k) \Rightarrow c = \ln(2k) + \frac{2\mu}{h} \cdot \frac{b}{2}$$

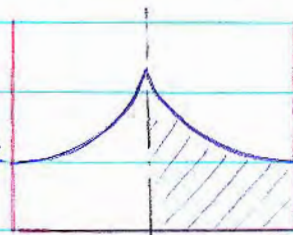
$$\Rightarrow \frac{P}{2k} = \exp\left[\frac{2\mu}{h}\left(\frac{b}{2} - x\right)\right]$$

چون تقارن داریم، در وسط، فشار \max است: $\left(\frac{P}{2k}\right)_{\max}|_{x=0} = \exp\left(\frac{\mu b}{h}\right)$

اگر بخواهیم نیرو را بدست آوریم:

$$P_{ave} = \frac{1}{a} \int_0^a P dx \quad \left(\frac{b}{2} = a\right)$$

$$\Rightarrow P_{ave} = \frac{1}{a} \int_0^a 2k \cdot \exp\left(\frac{2\mu a}{h}\right) \cdot \exp\left(\frac{-2\mu x}{h}\right) dx$$



$$= \frac{1}{a} \cdot \frac{-h}{2\mu} \exp\left(-\frac{2\mu}{h} x\right) \Big|_0^a \cdot 2k \exp\left(\frac{2\mu a}{h}\right)$$

$$= \frac{2k}{a} \left(\frac{h}{2\mu}\right) \left[\exp\left(\frac{2\mu a}{h}\right) - 1\right] = \frac{2kh}{\mu b} \left[\exp\left(\frac{\mu b}{h}\right) - 1\right]$$

چون μ خیلی کوچک است در فرجه هم روغن کاری خوب انجام می‌شود تا ماده راحت

بلغزد پس μ عملاً کوچک می‌شود. اگر μ و h تقریباً هم اندازه باشند:

$$\left(\frac{\mu b}{h} \rightarrow 0\right) \exp(\mu b/h) = 1 + \frac{\mu b}{h} + \frac{\left(\frac{\mu b}{h}\right)^2}{2!} + \frac{\left(\frac{\mu b}{h}\right)^3}{3!} + \dots$$

$$\Rightarrow P_{ave} = 2k \left(\frac{h}{\mu b}\right) \left[1 + \frac{\mu b}{h} + \frac{\left(\frac{\mu b}{h}\right)^2}{2!} + \dots - 1\right]$$

$$\Rightarrow \frac{P_{ave}}{2k} = 1 + \frac{\mu b}{2h} \Rightarrow F_f = P_{ave} \cdot b \cdot w : \text{نیروی لحظه‌ای}$$

برای داشتن دستگاه پرس مناسب باید نیروی لحظه‌ای در پایین کار را در نظر گرفت.

* نیروی جاها اصطکاک ایستایی است. مثلاً برای فولاد در دمای 1200°C (در دمای بالا مواد

چسبیده هم می‌شوند) دیگر اینطور روغن کاری نمی‌کنیم. می‌توان از بور شیشه یا گرافیت

استفاده کرد. اما با این حال اصطکاک لغزشی نیست بلکه چسبیده است.

اصطکاک : 1 - لغزنده (Sliding F.) $T_i = \mu P$ 2 - چسبیده (Sticking F.)

برای برش خودقطعه تنش پلاستیک لازم است. با فرض چسبندگی کامل (در دمای بالا) نیروی

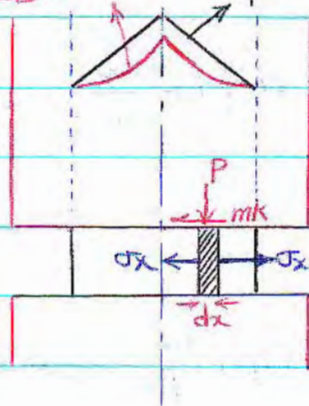
اصطکاک نیروی نیز پلاستیک خواهد بود چون اگر جوش خورده است.

در حالت نیمه چسبیده، یک کسری از پلاستیک را در نظر می‌گیریم: $m < 1$; $m T_y$

فاکتور اصطکاک m : $m=1$: کاملاً چسبیده $m < 1$: نیمه چسبیده

m با μ فرق می‌کند. m به سمت 1 می‌رود اما μ به سمت کمتر یعنی صفر

فوج باکرفش صحنه‌ای راصطکاک چسبیده :
 اصطکاک نزدیک
 pressure Hill
 or
 Friction Hill



$$\epsilon_y = 0 \quad ; \quad 0 < m < 1$$

$$\sum F_x = 0 : (\sigma_x + d\sigma_x)hw - \sigma_x hw - 2mkw dx = 0$$

$$\Rightarrow h d\sigma_x = 2mk dx$$

$$\Rightarrow dP = -\frac{2mk}{h} dx \quad ; \quad \sigma_z = -P : \sigma_x - \sigma_z = 2k : \sigma_x + P = 2k$$

$$\Rightarrow P = -\frac{2mk}{h} x + c \quad (d\sigma_x = -dP)$$

شرایط مرزی : $x = \frac{b}{2} : \sigma_x = 0 : P = 2k$

$$\Rightarrow c = 2k + \frac{2mk}{h} \cdot \frac{b}{2} \Rightarrow P = \frac{2mk}{h} \left(\frac{b}{2} - x\right) + 2k$$

$$\Rightarrow \frac{P}{2k} = 1 + \frac{m}{h} \left(\frac{b}{2} - x\right) \quad \left(\frac{P}{2k}\right)_{\max} |_{x=0} = 1 + \frac{mb}{2h}$$

تذکره : $0 < \mu < 1$ اما به نسبت مقادیر نزدیک صفر میل میکند

تذکره مهم : در این مسئله از معیار ترسکا استفاده کردیم. در صحنه‌ی x تنش برشی صفر است

پس σ_x تنش اصلی است. اما در صحنه‌ی z ، تنش برشی mk را داریم پس σ_z اصلی

خواهد بود. اما تقریب آنرا اصلی فرض می‌کنیم. این تقریب در مسئله قبلی هم بود اما اینجا حتماً

$$(a = \frac{b}{2}) \quad P_{ave} = \frac{1}{a} \int_0^a P dx = \frac{1}{a} \int_0^a 2k \left[1 + \frac{m}{h} \left(\frac{b}{2} - x \right) \right] dx$$

$$\Rightarrow P_{ave} = \frac{2k}{a} \left[a + \frac{ma^2}{h} - \frac{m}{h} \cdot \frac{a^2}{2} \right] = 2k \left[1 + \frac{mb}{4h} \right]$$

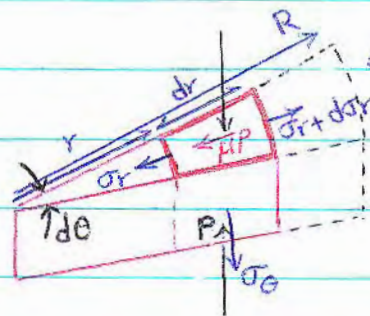
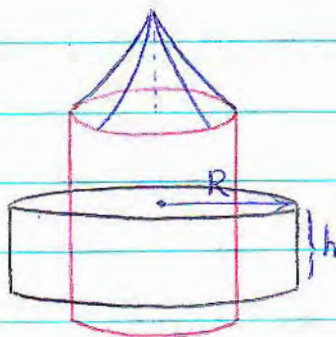
$$\Rightarrow \frac{P_{ave}}{2k} = 1 + \frac{mb}{4h}$$

در حالت لغزنده $\left\{ \frac{P_{max}}{2k} = \exp\left(\frac{\mu b}{h}\right) \right\}$ تپه‌ی فشار، زیر تپه‌ی فشار در حالت چسبیده

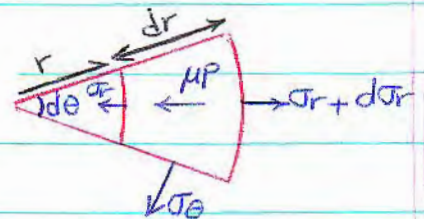
است چون در حالت چسبیده نیروی بیشتری نیاز است.

در اصطکاک چسبیده، شبکه‌ای شدن بیشتر است چون اصطکاک بیشتر است.

فروغ با تقارن محوری : (Axisymmetric Forging)



مثال : جریخ دنده



$$\sum F_r = 0$$

$$(\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr) d\theta h - \sigma_r \cdot r d\theta h - 2\sigma_\theta h \cdot dr \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right)$$

$$- 2\mu P \left(\frac{r d\theta + r d\theta + dr d\theta}{2} \right) dr = 0$$

$$\Rightarrow \sigma_r \cdot h \cdot dr + r \cdot d\sigma_r \cdot h - \sigma_\theta \cdot h \cdot dr - 2\mu r P dr = 0$$

$$d\varepsilon_\theta = \frac{2\pi(r+dr) - 2\pi r}{2\pi r} = \frac{dr}{r} \quad d\varepsilon_r = \frac{dr}{r}$$

$$d\varepsilon_\theta = d\lambda [\sigma_\theta - 0.5(\sigma_r + \sigma_z)] \quad d\varepsilon_r = d\lambda [\sigma_r - 0.5(\sigma_\theta + \sigma_z)]$$

$$\Rightarrow \sigma_r = \sigma_\theta$$

$$\sigma_z = -P \quad \sigma_r \text{ اصلی است اما } \sigma_z \text{ را اصلی فرض می‌کنیم (با تقریب)}$$

$$\xrightarrow{\text{ریزش}} \sigma_r - \sigma_z = 2k \quad (\text{Rigid Perfectly Plastic}) \Rightarrow \sigma_r + P = 2k$$

$$\Rightarrow d\sigma_r = -dP \quad \Rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{2\mu}{h} dr$$

$$\Rightarrow \ln P = -\frac{2\mu}{h} r + c$$

$$\text{شرایط مرزی: } r=R : \sigma_r=0 \quad (\text{سطح آزاد}) \rightarrow P=2k \quad \text{بدون کارشکنی}$$

$$\Rightarrow c = \ln(2k) + \frac{2\mu}{h} R \quad \text{اگر کارشکنی باشد از M.F.S استفاده می‌کنیم}$$

$$\Rightarrow \ln(P) - \ln(2k) = \frac{2\mu}{h} (R-r) \Rightarrow \ln \frac{P}{2k} = \frac{2\mu}{h} (R-r)$$

$$\Rightarrow \frac{P}{2k} = \exp\left[\frac{2\mu}{h} (R-r)\right] \quad \left(\frac{P}{2k}\right)_{\max} \Big|_{r=0} = \exp\left(\frac{2\mu R}{h}\right)$$

برای Pave باید سطح زیرخیزه را بدست آورد.

$$P_{ave} = \frac{1}{A} \int_0^R P dA$$

$$= \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R 2k \cdot \exp\left[\frac{2\mu}{h}(R-r)\right] \cdot 2\pi r dr$$

$$= \frac{4k}{R^2} \int_0^R \exp\left(\frac{2\mu R}{h}\right) \cdot \exp\left(-\frac{2\mu r}{h}\right) \cdot r dr$$

$$u=r : du=dr$$

$$dv = \exp\left(-\frac{2\mu r}{h}\right)$$

$$\Rightarrow v = -\frac{h}{2\mu} \exp\left(-\frac{2\mu r}{h}\right) \quad (udv = uv - vdu)$$

$$\Rightarrow P_{ave} = \frac{4k}{R^2} \exp\left(\frac{2\mu R}{h}\right) \left[r \left(-\frac{h}{2\mu}\right) \exp\left(-\frac{2\mu r}{h}\right) \Big|_0^R \right.$$

$$\left. - \int_0^R -\frac{h}{2\mu} \exp\left(-\frac{2\mu r}{h}\right) dr \right]$$

$$= \frac{4k}{R^2} \left\{ R \left(-\frac{h}{2\mu}\right) - \left(-\frac{h}{2\mu}\right)^2 \left[1 - \exp\left(\frac{2\mu R}{h}\right)\right] \right\}$$

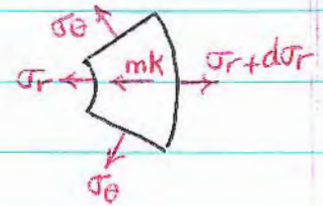
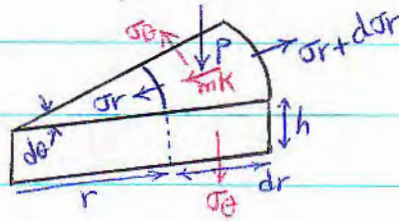
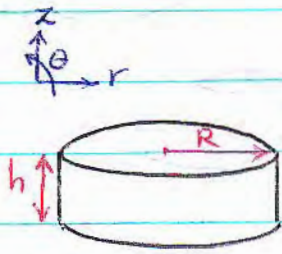
$$\exp\left(\frac{2\mu R}{h}\right) = 1 + \frac{2\mu R}{h} + \frac{\left(\frac{2\mu R}{h}\right)^2}{2!} + \dots$$

$$\Rightarrow P_{ave} = 4k \left[\left(-\frac{h}{2\mu R}\right) - \left(-\frac{h}{2\mu R}\right)^2 \left(-\left(\frac{2\mu R}{h}\right) - \frac{\left(\frac{2\mu R}{h}\right)^2}{2}\right) - \left(\frac{2\mu R}{h}\right)^3 / 6 \right]$$

$$\Rightarrow P_{ave} = 2k \left[1 + \frac{2\mu R}{3h} \right]$$

از P_{ave} می‌توان نیروی لازم برای برش را بدست آورد.

فوج با تقارن محوری - اصطکاک چسبیده:



$$\sum F_r = 0 : (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)h d\theta - \sigma_r \cdot r d\theta \cdot h - 2\sigma_\theta \cdot h dr \cdot \sin \frac{d\theta}{2}$$

$$- 2mk \frac{(r + r + dr)}{2} dr d\theta = 0 \quad (\epsilon_\theta = \epsilon_r : \sigma_\theta = \sigma_r)$$

$$\Rightarrow d\sigma_r = \frac{2mk}{h} dr$$

$$dP = - \frac{2mk}{h} dr \Rightarrow P = - \frac{2mk}{h} r + c \quad \text{شرایط تسلیم:}$$

$$\text{شرایط مرزی: } r=R \rightarrow \sigma_r = 0 : P = 2K \quad \sigma_z = -P$$

$$\Rightarrow c = 2K + \frac{2mk}{h} R$$

$$\Rightarrow P = \frac{2mk}{h} (R - r) + 2K$$

σ_z با تقریب تنش اصلی فرض میشود.

این تقریب خیلی خوب نیست چون mk

بزرگ است. معیار تروسکا:

$$\sigma_r - \sigma_z = 2K$$

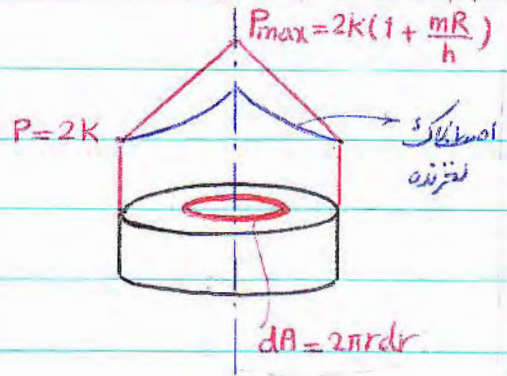
$$\sigma_r + P = 2K : d\sigma_r = -dP$$

$$\Rightarrow \frac{P}{2K} = 1 + \frac{m}{h} (R - r) \quad ; \quad \frac{P_{max}}{2K} = 1 + \frac{mR}{h}$$

$$P_{ave} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R P (2\pi r dr) = \frac{2}{R^2} \int_0^R 2K \left[1 + \frac{m}{h} (R - r) \right] r dr$$

$$= \frac{4K}{R^2} \left[\frac{R^2}{2} + \frac{mR^3}{2h} - \frac{mR^3}{3h} \right]$$

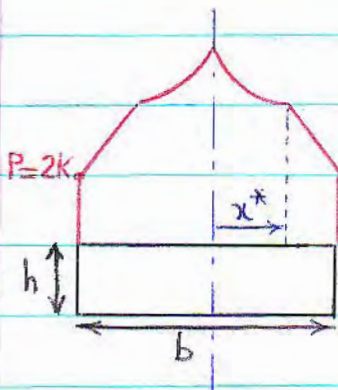
$$\Rightarrow \frac{P_{ave}}{2K} = 1 + \frac{mR}{3h}$$



اگر هم اصطکاک لغزنده و هم اصطکاک چسبیده داشته باشیم: (صفحه 144 کتاب)

می توان گفت که در لبه ها، اصطکاک لغزنده و در وسط چسبیده است. از جهت می توان

گفت روغن از لبه ها بیرون می زند و در لبه ها چسبیده می شود.



* در حالت فورج با گردش صفحه ای:

$$dP = -\frac{2mk}{h} dx$$

$$P = -\frac{2mk}{h} x + c$$

$$x = x^* : P = 2k \exp\left(\frac{2\mu x^*}{h}\right) \quad c = 2k \exp\left(\frac{2\mu x^*}{h}\right) + \frac{2mk}{h} x^*$$

$$\Rightarrow P = \frac{2mk}{h} (x^* - x) + 2k \exp\left(\frac{2\mu x^*}{h}\right) \quad \left(x = \frac{b}{2} : P = 2K\right)$$

x^* بدست می آید

این رابطه برای قسمت خطی متوار است یعنی برای $x > x^*$

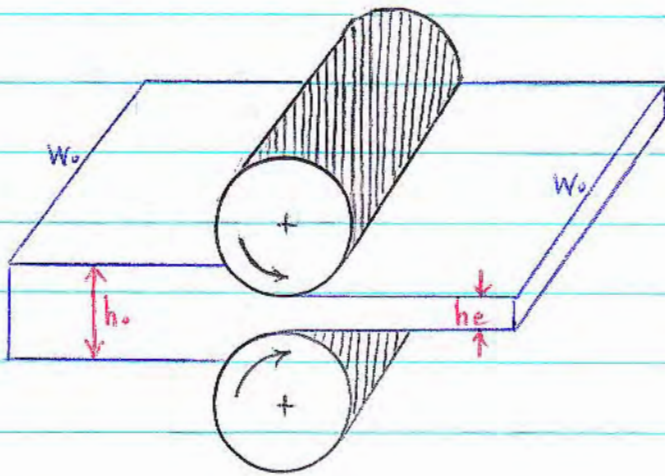
$$\frac{P_{ave}}{2K} = \frac{1}{a} \left\{ \int_0^{x^*} \exp\left(\frac{2\mu x}{h}\right) dx + \int_{x^*}^a \left(\frac{m}{h}(x^* - x) + \exp\left(\frac{2\mu x^*}{h}\right)\right) dx \right\}$$

$(a = \frac{b}{2})$

نورد : (Rolling)

مهم ترین فرایند شکل دهی نورد است. بیش از 85 درصد تغییر شکل فلزات در حالت جامد، از طریق نورد است.

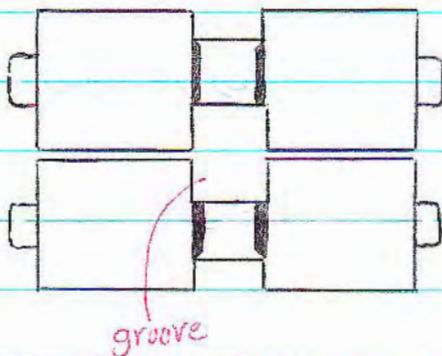
الف - نورد تخت ب - نورد مقاطع پ - نوردهای ویژه



$w \gg h$

← شرایط کرنش صفحه ای

(spreading) بدون تعریض



شرایط کرنش صفحه ای

حاکم نیست و همراه تعریض

هی باشد. عرض ماده باید کمتر از groove باشد چون تعریض داریم. در نورد مقاطع

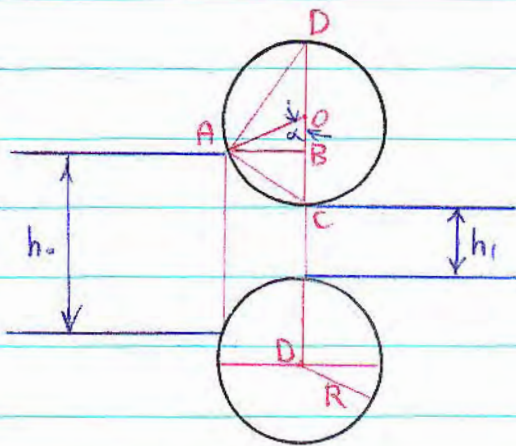
طراحی کالبر داریم (Roll Pass Design). ریل راه آهن، تنه راه تولیدش، همین نورد مقاطع است.

پ - يك استوانه‌ی توخالی را به يك رینگ تبدیل می‌کنند. (عرض زیاد ضخامت کم)

86.9.6

اصول محاسبات نورد:

فرض: برگشت پذیر است یعنی می‌تواند دوباره برگردد. α : طول قوس مماس



$$h_0 = h_1 + 2\overline{BC}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{\overline{OB}}{R} = \frac{\overline{OC} - \overline{BC}}{R} = 1 - \frac{\overline{BC}}{R} \\ \overline{OA} &= R \implies \overline{BC} = R(1 - \cos \alpha) \end{aligned} \right.$$

$$h_0 - h_1 = 2\overline{BC} = 2R(1 - \cos \alpha) = \Delta h$$

Δh : کاهش ارتفاع

چون عرض به ضخامت زیاد است، plane strain داریم.

$$1 - \cos \alpha = \frac{\Delta h}{2R} \quad ; \quad \cos \alpha = 1 - \frac{\Delta h}{D}$$

α : زاویه‌ی گازگیری

با تقریب: طول منطقه‌ی تغییرشکل $\widehat{AC} \cong L$ ($\widehat{AC} = L$)

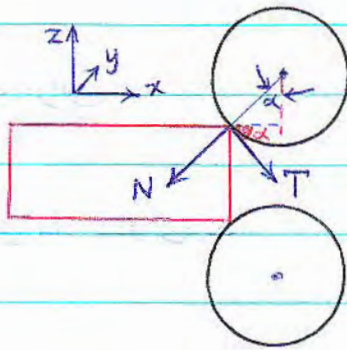
α در واقع خیلی کوچک است. (نورد سرد: $\alpha \sim 8^\circ$ - نورد داغ: $\alpha \sim 15-20^\circ$)

$$\triangle ABC \sim \triangle DAC \quad ; \quad \frac{\overline{BC}}{L} = \frac{L}{\overline{DC}} \quad ; \quad L^2 = \overline{BC} \cdot \overline{DC} = \frac{\Delta h}{2} \cdot 2R = \Delta h \cdot R$$

$$\Rightarrow L = \sqrt{\Delta h \cdot R}$$

به غیر از لحظه اول این فرآیند steady state است چون شرایط هرززه با ذرات

بعری یکسان است. اما در لحظه اول:



$$\sum F_x = 0: T \cos \alpha - N \sin \alpha = 0$$

برای اینکه نورد انجام شود:

$$T \cos \alpha \geq N \sin \alpha \quad ; \quad T = \mu N$$

$$\Rightarrow \mu \cdot N \geq N \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \mu \geq \tan \alpha$$

یعنی نورد بدون اصطکاک امکان پذیر نیست. اگر $\mu < \tan \alpha$ باشد، این تسخه وارد

دو استوانه نمی شود.

$$h_0 \Delta x_0 W = h_1 \Delta x_1 W \xrightarrow{\div t} h_0 \overset{\text{سرعت}}{\uparrow} v_0 = h_1 \overset{\text{سرعت}}{\uparrow} v_1 \quad \text{چون حجم ثابت است:}$$

$$h_0 > h_1 \rightarrow v_1 > v_0 \quad \text{یعنی سرعت در خروج از سرعت در ورود بیشتر است:}$$

اما سرعت غلنگ ثابت است. (سرعت زاویه ای آن ω ثابت است) پس تفاضل یک

نقطه (h_n) در مسیر تماس وجود دارد که سرعت آن با غلنگ یکسان است.

قبل از این نقطه : سرعت غلنگ $V <$ ماده $* h > h_n$

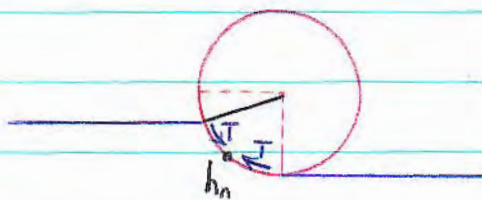
قبل از این نقطه سرعت نسبی ماده به سمت عقب است. پس T به سمت

جلو خواهد بود. (یعنی همان جهتی که گذاشتیم.)

بعد از این نقطه : سرعت غلنگ $V >$ ماده $* h < h_n$

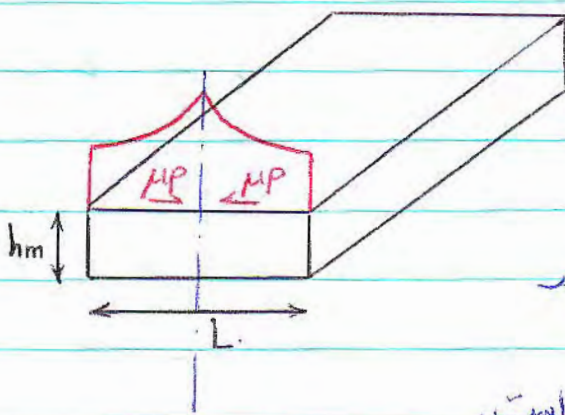
یعنی ماده جلویی ریزد.

h_n : نقطه‌ی خنثی. پس اصطکاک در طول مسیر متغیر است. (دوگانه)



جهت اصطکاک : به سمت h_n

تشبیه سازی با فرج :



در فرج مسئله لحظه‌ای بود.

سمت راست ، اصطکاک به سمت چپ بود

سمت چپ ، اصطکاک به سمت راست است.

نقطه‌ی خنثی در مورد الزاماً وسط نیست اما در فرج وسط است.

پس برای محاسبه‌ی نیرو از فرج استفاده می‌کنیم:

$$\text{فرج با کرنش صاف: } \frac{P_{ave}}{2k} = 1 + \frac{\mu L}{2h_m} ; h_m = \frac{h_0 + h_1}{2} \quad ; \quad L = \sqrt{R\Delta h}$$

$$2k \equiv \text{M.F.S} \quad (\text{طبق معیار ترسکا})$$

در فرج داغ، حین فرایند recovery نیز انجام می‌شود.

در نمای بالا می‌توان روشن استفاده کرد در نتیجه اصطکاک چسبیده خواهد بود.

روغن کاری انجام می‌دهیم اما باید این شرط رعایت شود: $\mu \geq \tan \alpha$

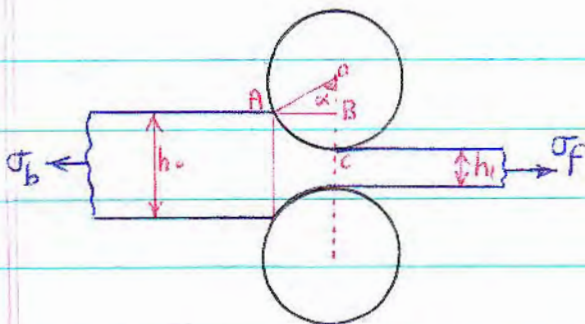
$$\cos \alpha = 1 - \frac{\Delta h}{D}$$

نیروی غلنگ: $F_R = Y_m \cdot L \cdot W$ کار ایده‌آل:

نیروی مورد: $F_R = Q \cdot Y_m \cdot L \cdot W$ ضامن بارزده:

$Q = 1.2$ یعنی 20٪ تلفات در مورد { از فرجای مورد بارزده‌ی بلااست }

$$\tan \alpha = \frac{AB}{OB} = \frac{\sqrt{L^2 - (\Delta h/2)^2}}{(R - \Delta h/2)}$$



Δh کوچک است.

$$\tan \alpha \approx \frac{L}{R} = \frac{\sqrt{R\Delta h}}{R} = \sqrt{\frac{\Delta h}{R}}$$

$$\mu \geq \tan \alpha \quad \rightarrow \quad \text{حالت مساوی} : \mu = \tan \alpha$$

$$\Rightarrow \Delta h_{\max} = \mu^2 \cdot R \quad \Rightarrow \quad \Delta h_{\max} = R \mu^2$$

Δh_{\max} : حداکثر reduction در یک پامپ. در اکستروژن reduction های بزرگ

داریم. اما در مورد هر مقداری reduction امکان پذیر نیست.

* آیا هر ورق نازک را می توان نورد کرد؟

خیر. حداقل ضخامتی که می توان نورد کرد:

$$h_{\min} = \frac{c \mu R}{E'} (\sigma_0 - \sigma_t)$$

$$R : \text{شعاع غلتک} \quad ; \quad E' = \frac{E}{1-\nu^2} \quad (\text{مشخصات غلتک})$$

c : مربوط به جنس ورق.

در نورد می توان یک کشش به سمت جلو داشت (σ_p) و یا یک کشش به سمت عقب

$$\sigma_t = \frac{\sigma_p + \sigma_b}{2} \quad ; \quad (\sigma_b) \text{ در این صورت بار وارد بر غلتک کم می شود.}$$

σ_0 : کشش سیلان ماده که برای فولاد بزرگ است پس دسترسی به foil نازک فولاد

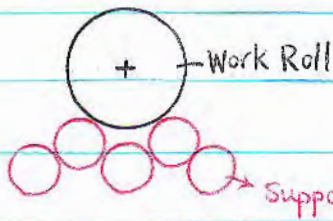
مشکل است. نورد مناسب فولاد: $E' \uparrow$, $\mu \downarrow$, $R \downarrow$, $\sigma_t \uparrow$, $\sigma_0 \downarrow$.

در رابطه‌ی قبلی دیدیم که مطلوبست برای h_{min} قطر غلتک کوچک باشد. در این صورت



چون طول غلتک زیاد است، خنثی روی می‌دهد.

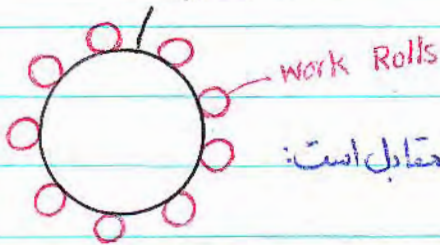
در این صورت از غلتک‌های Support استفاده



می‌کنیم که مانع از خنثی غلتک اصلی می‌شود. این

مطالب برای نورد ورق‌های نازک (foil) است. غلتک‌های Support به موتور وصل

Support Roll



نیستند.

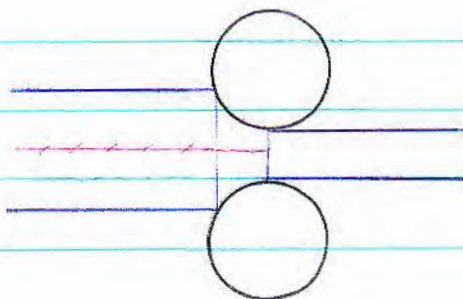
راه دیگر برای نورد فول است. استفاده از غلتک‌های بصورت مقابل است:

برای کم کردن h_{min} راه‌های دیگری هم هست؛ مثلاً دو فول نازک را روی هم قرار داده و

نورد می‌کنیم بطوریکه به هم نچسبند. سطح مابین ورق‌ها را خنثی می‌کنیم تا بعد از نورد به هم

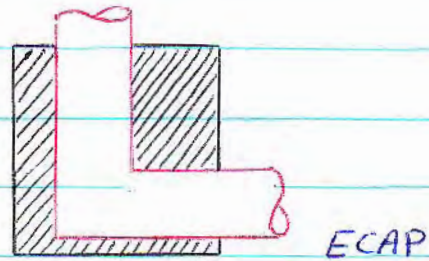
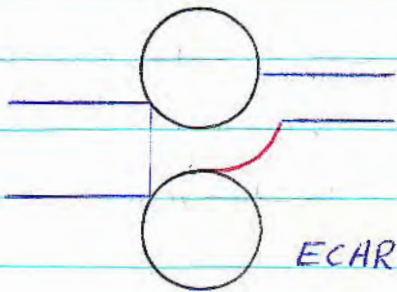
جوش نخورند. بعد از n سیکل، 2^n لایه داریم. با این کار همان ایجاد اولیه را داریم اما

استحکام آن بالا رفته (ساختار ریززانه) (ARB)



اما با این کار درصد تخصیص طول کم می‌شود.

روش های دیگر برای بالابردن استحکام:



* در نورد ورق ها ممکن است غلنگ تخت شود (بصورت الاستیک) . در این صورت

شعاع R' از R بزرگتر می شود (در اثر فشاری که به غلنگ از پائین وارد می شود).

$$(R' > R) \quad R' = R \left(1 + \frac{16 F_s}{\pi E' \Delta h} \right) \quad ; \quad E' = \frac{E}{1 - \nu^2}$$

F_s : نیروی جدا کننده غلنگ ها Δh : میزان reduction

دشیده به فرمول فورج:

$$P_s = \frac{h_m}{\mu \sqrt{R' \Delta h}} \left(\exp\left(\frac{\mu \sqrt{R' \Delta h}}{h_m}\right) - 1 \right) (2K - \sigma_t)$$

با دو معادله ورود مجهول F_s و R'

$$\sigma_t = \frac{\sigma_f + \sigma_b}{2} \quad (F_s = P_s \times \sqrt{R' \Delta h})$$

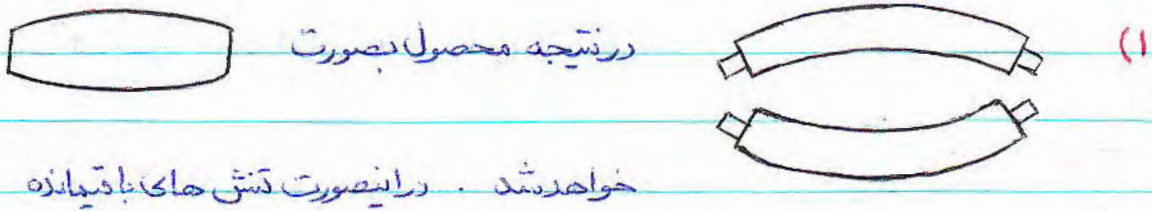
بدست می آید. اگر معادله جواب ندهد یعنی نورد امکان ندارد.

در نورد سرد flattening زیاد است اما در نورد داغ کمتر.

تخت شدن غلنگ: Roll Flattening

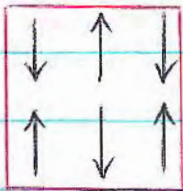
عیب های نورد:

غلنگ ها صاف باقی نمی ماند و بدلا یی که گفته شد برای آن دو حالت اتفاق می افتد:



خواهیم داشت . در لبه ها reduction بیشتر است . لبه ها طولانی تر نورد می خواهد

تصور از بالا

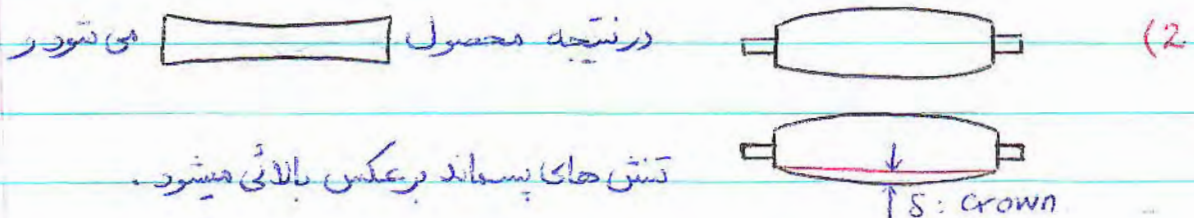


وسط را هم بکشد و وسط که کوتاه تر است می خواهد لبه ها را ببرد

این تنش های فشاری در ورق buckling ایجاد می کند پس

لبه ی ورق موج دار می شود . در وسط هم که کشش داریم ممکن است پارگی ایجاد شود

راه حل : بشکته ای کردن غلنگ ها .



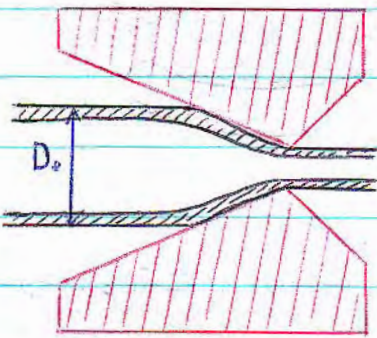
برای رفع این دو مشکل باید تا حد اپتیمی غلنگ ها بشکته ای بشوند . تا در اثر

مشکل بالا ، غلنگ صاف شود .

کشش لوله : Tube Drawing

مثل کشش سیم است اما توخالی .

۱- کشش بدون ابزار داخلی (Sinking) :



کنترلی روی قطر داخلی نداریم و بسته به سرعت کشش

و جنس لوله می تواند تغییر کند . یکی از عیوب در این روش :

قطر خارجی دایره است اما قطر داخلی معلوم نیست چه شکلی دارد . در لوله های انتقال

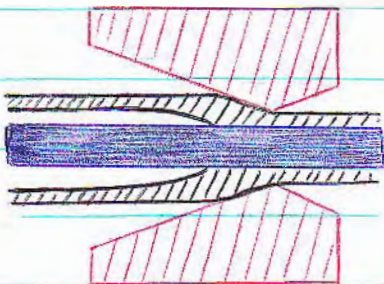


سیال اگر سطح داخلی اینطور باشد ، Erosion رخ می دهد .

در واقع خوردگی فلز در اثر برخورد های فیزیکی . لوله های انتقال

گاز Seam less Tube هستند یعنی بدون درز جوش .

۲- کشش با کنترل داخلی : (Mandrel)

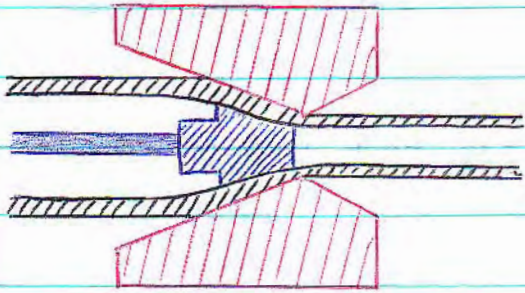


طول محدودیت می یابد و هر طوی را نمیتوان کشید .

حد Mandrel باید تغییر ایجاد دهد مگر

الاستیک . طول این میله هم محدود است

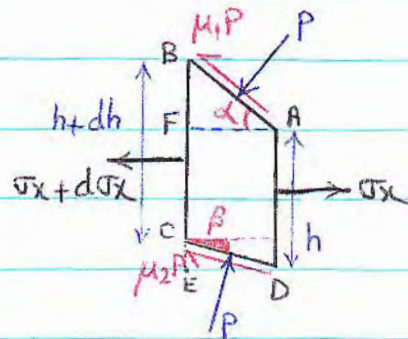
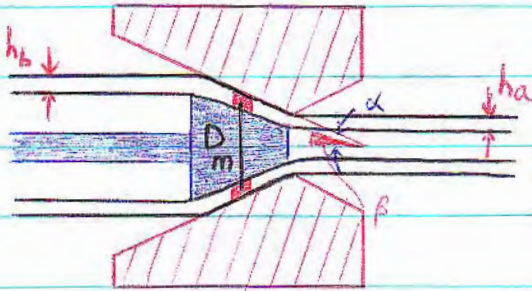
3 - استفاده از پلاگ ثابت : (توپ - Plug)



4 - استفاده از پلاگ شناور

86 . 9 . 13

* کشش اوله با Plug :



این المان در کل یک جفته ایجاد می کند و برای آن قطر متوسط $D = D_m$ در نظر می گیریم.

ضخار کینتی اسکالراست و به جهت بستگی ندارد و در دو سطح یکسان است.

$$\overline{AB} = ds_1 = \frac{dx}{\cos \alpha}$$

$$\overline{BF} = dx \cdot \tan \alpha$$

$$\overline{CD} = ds_2 = \frac{dx}{\cos \beta}$$

$$\overline{CE} = dx \cdot \tan \beta$$

$$\sum F_x = 0 : \sigma_x \pi D h - (\sigma_x + d\sigma_x) \pi D (h + dh) - P \pi D ds_1 \cdot \sin \alpha$$

$$- \mu_1 P \pi D ds_1 \cos \alpha + P \pi D ds_2 \sin \beta - \mu_2 P \pi D ds_2 \cos \beta = 0$$

$$\Rightarrow -\sigma_x dh - h d\sigma_x - P dx \tan \alpha - \mu_1 P dx + P \tan \beta dx - \mu_2 P dx = 0$$

$$\overline{BE} = \overline{EF} + \overline{BF} = h + dx \cdot \tan \alpha$$

$$\overline{BE} = \overline{BC} + \overline{CE} = h + dh + dx \cdot \tan \beta$$

$$\Rightarrow dh = dx (\tan \alpha - \tan \beta)$$

$$\Rightarrow -\sigma_x dh - h d\sigma_x - P dx (\tan \alpha - \tan \beta) - P dx (\mu_1 + \mu_2) = 0$$

$$\Rightarrow -\sigma_x dh - h d\sigma_x - P dh - P dh \frac{\mu_1 + \mu_2}{\tan \alpha - \tan \beta} = 0$$

$$\Rightarrow h d\sigma_x + [P (1 + B^*) + \sigma_x] dh = 0 \quad ; \quad B^* = \frac{\mu_1 + \mu_2}{\tan \alpha - \tan \beta}$$

$$\epsilon_\theta = \epsilon_r \mapsto \sigma_\theta = \sigma_r$$

$$\sigma_x - \sigma_r = 2k \Rightarrow \sigma_x + P = 2k \quad ; \quad \sigma_r = -P \quad \text{بافترب}$$

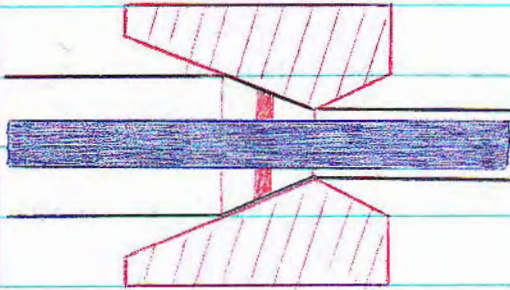
شرایط مرزی: در فول آن مثل تسمه است؛ اگر باز شود، تسمه خواهد شد:

$$h = h_a \mapsto \sigma_x = \sigma_r$$

$$h = h_b \mapsto \sigma_x = 0$$

$$\frac{\sigma_x}{2k} = \frac{1 + B^*}{B^*} \left[1 - \left(\frac{h}{h_b} \right)^{B^*} \right] \Rightarrow \frac{\sigma_r}{2k} = \frac{1 + B^*}{B^*} \left[1 - \left(\frac{h_a}{h_b} \right)^{B^*} \right]$$

کشش لوله مماندرل:



رابطه ی آن Plug است فقط:

$$B^* = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\tan \alpha}$$

($\beta=0$) چون ماده نمی تواند با سرعت میل حرکت کند.

در جهت افقی ($\beta=0$) اصطکاک به سمت راست است چون ماده به عقب پس

زده می شود. در واقع ماده روی ماندرل سرعت نسبی رو به عقب دارد.

- | | |
|--|----------------------------|
| 1 - تغییر تنش و کرنش | Bulk Forming (شکل دهی حجی) |
| 2 - وجود تنش های فشاری | |
| 3 - بجز موارد کشش در دمای بالا انجام می شوند | |
| 4 - سرعت تولید و نرخ گوش بالا | |

شکل دهی فلزات

Sheet Forming (شکل دهی ورق)

کشش تنه Bulk Forming است. برای اینکه ماده را کم عمده فشار بدهد و در عمل

فورج، نورد، کشش لوله و اکستروژن ورق در مرحله ی نورد Bulk Forming است اما

در مراحل بعدی Sheet Forming خواهد بود. در موارد کشش Bulk Forming دمای

فرایند پائین است. دردهای بالا احتمال پارگی وجود دارد. اما نرخ دفع انجام می شود.

در کشش Bulk Forming نرخ کرنش خیلی بالاتر است اما نرخ با سرعت $\frac{m}{s}$ 200 هم

انجام شده است.

* Sheet Forming :

1 - دوبوری بدون تنش (تنش در راستای منطامیت صفر است)

2 - تنش ها عمدتاً کششی هستند: در پهن ورق، تنش دوبوری کششی داریم.

3 - دردهای پائین انجام می شوند: بعد از آن ممکن است آنبیل شوند.

4 - سرعت تولید کم است و نرخ کرنش متوسط است.

* شکل دهی ورق :

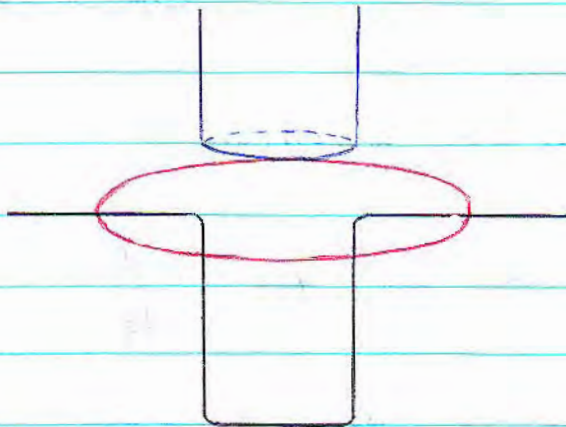
1 - کشش عمیق (Deep Drawing)

2 - کشش دوبوری (Stretch Forming)

3 - خم کردن ورق (Bending) : یک جا کشش و یک جا انحناء

4 - سوراخ کاری : ورق سرسلیندر؛ سوراخ برای معاری آب و روغن

کشش عمیق :

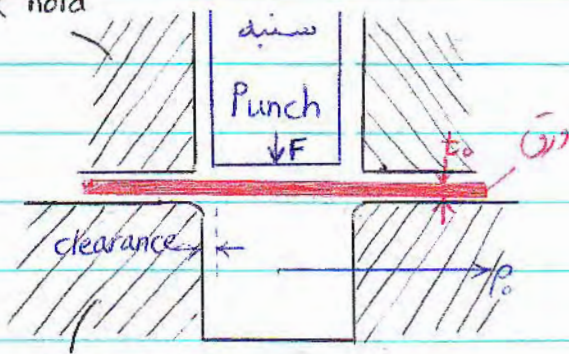


برای تولید پارچ ، cup

از این روش استفاده می شود

(بدون درز جوش)

blank hold

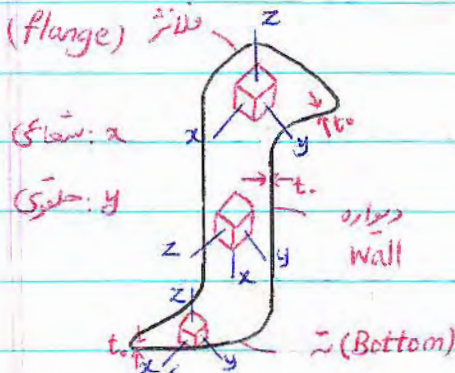


(blank گرد است)

فرض : Gap با اندازه ی ضخامت ورق است .

Die (ماتریس)

در راستای ضخامت فشاری وجود ندارد . (در راستای z)



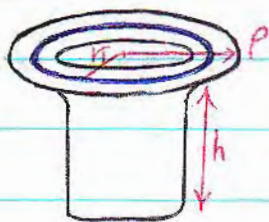
فرض 1 . قسمت چسبیده به سنبه ، ورق تغییر شکل نمی دهد

فرض 2 . ضخامت ورق تغییری نمی کند .

توجه به قسمت فلانژ بدلیل میزان Gap است اما در دیواره بطور تقریبی فرض می کنیم ضخامت ثابت است .

$$\begin{cases} \sigma_z = 0 & \sigma_y < 0 & \sigma_x > 0 \\ d\epsilon_z = 0 & d\epsilon_x = -d\epsilon_y \end{cases}$$

الف - تغییر شکل فلانژ :



حجم ثابت است:

$$\pi p_o^2 t_o = \pi p^2 t_o + 2\pi r_i t_o h$$

مشتق جزئی

$$0 = 2p dp + 2\pi r_i dh \Rightarrow p = -\frac{r_i dh}{dp}$$

$$d\epsilon_y = \frac{2\pi(p+dp) - 2\pi p}{2\pi p} = \frac{dp}{p} \quad \& \quad d\epsilon_y = -d\epsilon_x = \frac{dp}{p}$$

$$\Rightarrow d\epsilon_x = \frac{r_i dh}{p^2}$$

فرض 3. این تنش ها اصلی اند؟

$$dw = \sigma_x d\epsilon_x + \sigma_y d\epsilon_y + \sigma_z d\epsilon_z = (\sigma_x - \sigma_y) d\epsilon_x \quad \text{کاربرد استیوانس اینجاست}$$

$$dz = 0 = d\lambda [\sigma_z - 0.5(\sigma_x + \sigma_y)] \Rightarrow \sigma_x = -\sigma_y$$

تنش سیلان ماده در فلانتر: $\sigma_{max} - \sigma_{min} = 2k = \sigma_f$ (توسکا)

$$\sigma_{max} = \sigma_x \quad \sigma_{min} = \sigma_y \quad dw = \sigma_f d\epsilon_x = \sigma_f \frac{r_i dh}{p^2}$$

$$\text{کل کار برای برابری: } dW = dw \times V \text{ حجم الی } = dw \cdot 2\pi p dp t_o$$

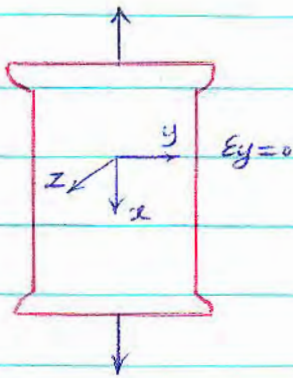
$$dW = 2\pi p dp t_o \cdot \sigma_f \cdot \frac{r_i dh}{p^2} \Rightarrow \frac{dW}{dh} = 2\pi r_i t_o \sigma_f \frac{dp}{p}$$

نیروی نسبت در لحظه اول max است چون در لحظات بعدی مقدار کمی صرفه blank!

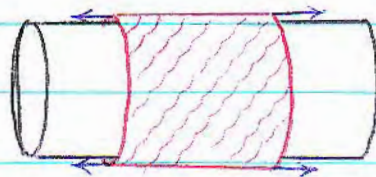
را جابجایی کند. $F_{max} = \left(\frac{dW}{dh}\right)_{max} = \int_{A_1}^P 2\pi r_1 t_0 \sigma_f \frac{d\rho}{\rho} \quad (\rho_i = r_1)$

$\Rightarrow F_{max} = 2\pi \rho_1 t_0 \sigma_f \ln \frac{\rho_0}{\rho_1} = 2\pi r_1 t_0 \sigma_f \ln \frac{d_0}{d_1}$

ب - تغییر شکل در دیواره :



مثل حالت زیر است :



حالت تنش : کشش با کرنش صافندای $d\epsilon_y = 0 : d\epsilon_x = -d\epsilon_z$

تنش سیلان ماده در دیواره : شرط تسلیم : $\sigma_x = \sigma_w$

$F_{max} = \sigma_w \cdot 2\pi r_1 \cdot t_0$ در لحظه اول اتفاق می افتد.

$(F_{max})_{دیواره} = (F_{max})_{فلانژ} \Rightarrow \sigma_w 2\pi r_1 t_0 = \sigma_f 2\pi r_1 t_0 \ln \frac{d_0}{d_1}$

برای مواد انیروتروپ تنش سیلان در تمام $\Rightarrow \ln \frac{d_0}{d_1} = \frac{\sigma_w}{\sigma_f}$

نسبت حد کشش $\frac{d_0}{d_1} = L.D.R$ (Limit Drawing Ratio) جهات یکی است.

$\ln(L.D.R) = \frac{\sigma_w}{\sigma_f} = \beta$

برای ماده‌ی انیزوتروپ، $\beta = 1$ است: (بهترین حالت) $L.D.R = 2.7$

اگر $\ln(L.D.R) = \eta \beta$ باشد: (η : راندمان)

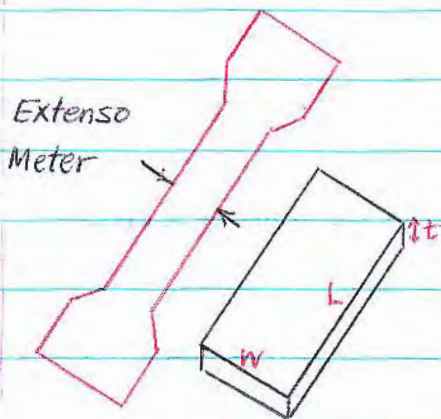
در این حالت اگر ماده انیزوتروپ بوده ($\beta = 1$) و $\eta = 80\%$ در نتیجه: $L.D.R = 2.2$

$\eta \neq 1$: مقداری از انرژی صرف کار اضافی و اصطکاک می‌شود.

نسبت حدکشش (L.D.R) در صنعت بطور متداول، 2 است.

* انیزوتروپی: anisotropy

در Sheet Forming حتمی مغ است برخلاف Bulk Forming



انیزوتروپی: $E_w = E_t$

$$R = \frac{E_w}{E_t} \quad \text{انیزوتروپی}$$

$R = 1$: isotrop $R \neq 1$: anisotrop

R-value مقدار anisotropy ماده را تعیین می‌کند.

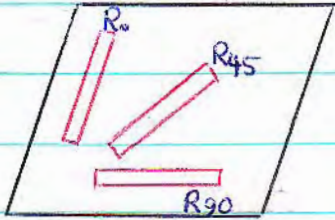
$$\beta = \frac{\sigma_w}{\sigma_f}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{R+1}{2}}$$

$R > 1 \rightarrow \beta > 1 \rightarrow L.D.R > 2$; $R < 1 \rightarrow \beta < 1 \rightarrow L.D.R < 2$

مشکل عددی ورق Al این است که : $L.D.R < 2$ برای همین است که برای

بدنه‌ی خودرو از ورق Al استفاده نمی‌شود.



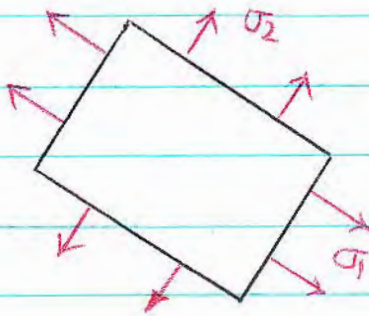
محاسبه‌ی دقیق تر R :

$$\bar{R} = R_m = \frac{R_0 + 2R_{45} + R_{90}}{4}$$

و بعد روی اینکه $\bar{R} > 1$ یا $\bar{R} < 1$ بحث می‌کنیم.

stretch Forming

کشش اتمایی (کشائی) :



می‌تواند نامتوازن باشد.

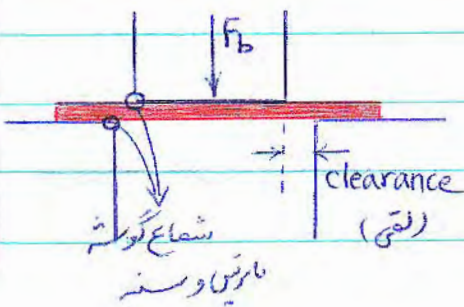
دو محور تنش صفحه‌ای :

In-plane stress
Out-plane stress

86 . 9 . 20

Blanking

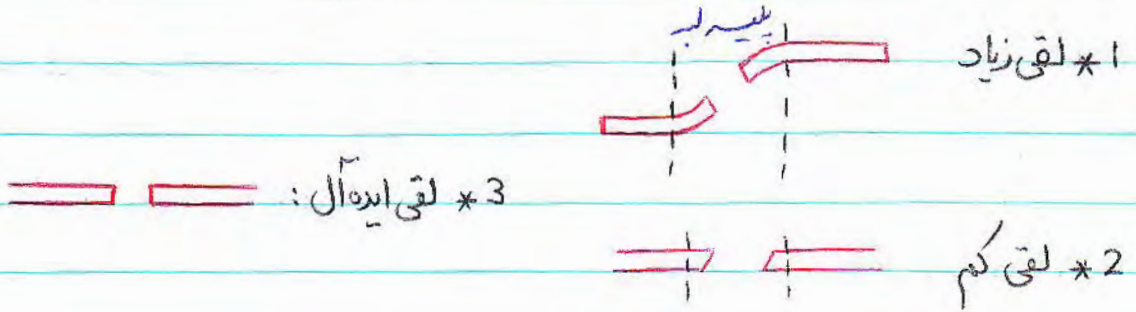
سوراخ کاری :



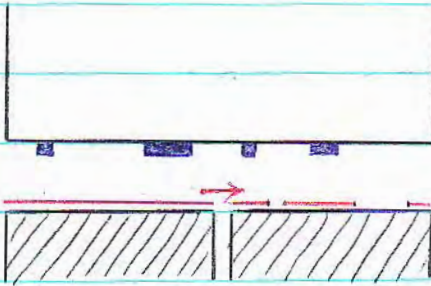
clearance = f (فاکتور جنس، ضخامت ورق، جنس ورق)

$$F_b = (\pi D t) T_y$$

استحکام برشی: T_y قطر گرده: D ضخامت: t



: progressive die



با یک بار پرس کردن، در دو مرحله یا

بیشتر سوراخ کاری انجام می شود

در مورد deep drawing هم این وجود دارد. اگر تمام die ها در یک مرحله تراشیده

چون اصطکاک بین ورق و die زیاد میشود ممکن است ورق در مرحله پرس گیر کند.

و سنبه بالا برنگردد. پس طی چند مرحله انجام می شود

در مورد فورج هم چند مرحله ای بدین صورت وجود دارد. منطقه‌ی تغییر شکل پلاستیک

همان ناحیه‌ی برش است در نواحی اطراف دیگر کارسختی نداریم.

تا این جا اصول مطابقت به پایان رسید.

Metals Handbook: منبع

فرایندها:

فرایندهای شکلی دهی ورق: (Sheet Forming)

1. Roll Forming :

با Rolling فرق می کند. (Bulk Forming)



ورق خم می شود (Bending)

Idle Roll (≠ work Roll)

باید جوش داده شود

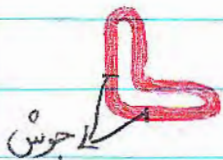


در نهایت لوله درز جوش بدست می آید.

لوله های آب که از فولاد کم کربن تولید می شوند

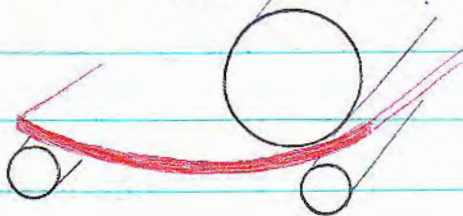
از این روش است.

پروفیل ها که توخالی هم از این روش تولید می شوند. سرعت تولید در این روش بالاست.



لوله های بزرگ مثل انتقال نفت نیز از این روش تولید

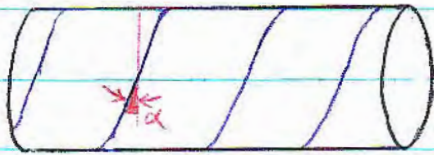
می شوند در این مورد غلتک ها باید قطر بزرگ در کل طول ورق داشته باشد و دیگر غلتک ها



کوچک وجود ندارد.

با این روش لوله با قطر بیش از 70^{cm} نمی توان تهیه کرد. چون ورق که به روش فورم تولید می شود، عرض بیش از 2^m ندارد.

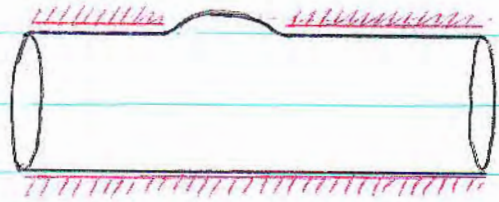
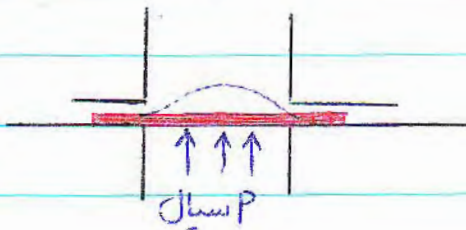
اما برای لوله های بزرگتر، ورق باید در یک مجرای مارپیچی



قرار گیرد:

α : تعیین کننده قطر نهائی

2. Hydro Forming :



در مورد لوله فقط این روش جواب می دهد. بهترین است در جوش و جود نداشته باشد. توسط

قالب هایی اطراف لوله را نگه می داریم و در لوله هم بسته است. توسط فشار سیال منطقه ای

فوق تغییر فرم می دهد. این هم Sheet Form است در شاخه stretch.

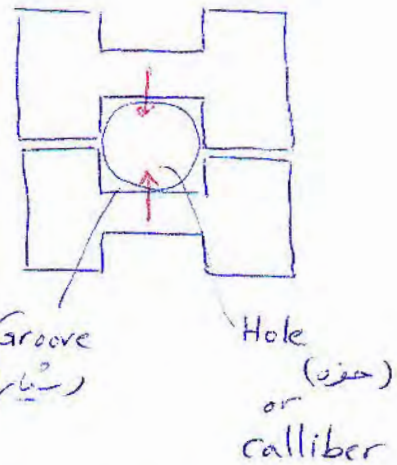
لوله های منی فولاد (درود و خورم گاز) در کشور های پیشرفته از این روش است.

طریقه ها:

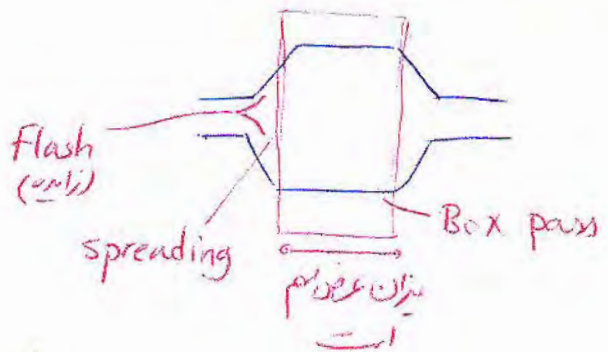
تخت
مقاطع
ورشه
نورن:

نورد مقاطع:

محوه شرایط گسترش صفحی حکم نیست
چون باعث می شود که پر کردن قالب راراسته
باشیم.



در جهت طراحی (محوه بر صفحه) کشیده می شود
تولید هم می شود. به طراحی این کالیبر
هم است تا از بعد به بیرون شوند.



در حالت غیر plane strain / stab method / stab method
استاندارد

از این جهت به این نیز، چون باز است، نورد سرد
می شود در حالی که نورد مقاطع تقریباً همیشه بصورت
داغ انجام می شود. تا حدی در برابری که

در نورد تخت برابر طولی از Deflection یا انحنای عتک ها

از Roll support استفاده می شود:

Two High



Four High



هم چنین برای بهتری از انحنای عتک ها، از طراحی Crown

هم استفاده می شود برای رفع سبب های موجود در ورق: موج دار شدن

(یعنی تخت کردن آن از عتک بگذاشته استفاده می شود)

در نورد ورق نازک یا ورق نازک نیز قبلاً صحبت شد. که از

عتک های support های استفاده می شد.

در نورد تخت و محوله گسترش صفحی حکم است

plate، یعنی از صفحات 2

sheet، که از 1 تا 1 mm (trip)

Thin sheet: زیر 1 mm (ورق نازک)

3 Feil

در این جهت به عرض صفحات اکثر بزرگ است که گسترش

صفحه از می شود.

در ورق تخت ورق تغییر شکل جانبی (تخلیه) و spreading



reduction زیری را هم. در صورت عتک

بدون طراحی کالیبر، Flash این را می کند

که در زمان بعدی شکل زائده. پس هم بر

بسط در نورد مقاطع همین کالیبر است

Roll pass Design

که چندین بار از این تغییر شکل در هر ورق

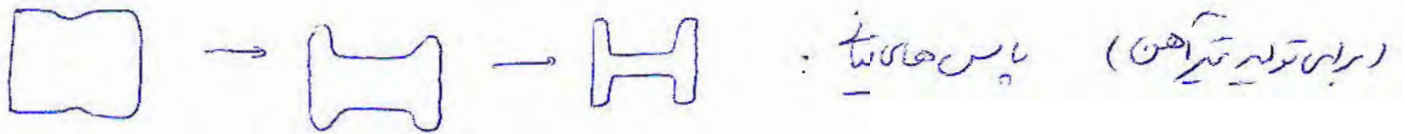
P(2)

Roll pass design : 1- پاس‌ها عموماً از لوله : فقط کاهش مقطع انجام می‌دهد

2- پاس‌ها بی‌نیاز : اینها لوله‌ها را شکل اصلی (Leader)

خود این وصله ، چندین زیر پهنه دارد
3- پاس‌های نهایی : (finishing) معمولاً 2 تا 3 هسته

ابعاد دقیق نهایی از روش‌های دیگری برآیند می‌گردد



Finishing : شعاع این لبه با هم ایجاد می‌کنند

فرسایش نورد : سرعت تولید بالا + هزینه‌های اولیه کمتر

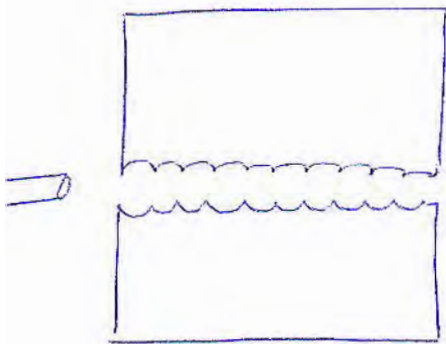
در اکثر دوران طراحی تا یک رصفت آن هزینه‌های زیادی دارد ، و سرعت تولید هم صاف نیست

* نورد ویژه :

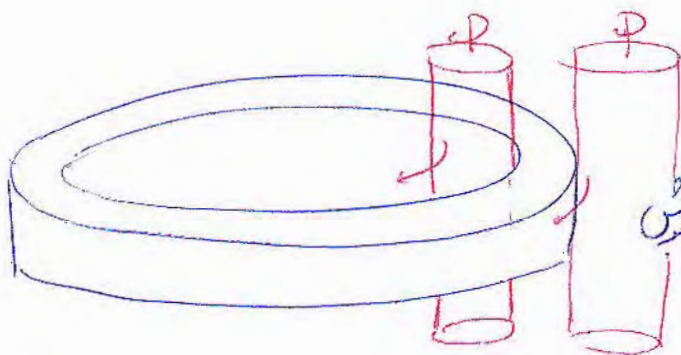
نه نورد گت است و نه نورد مقاطع و پیچیده تر است ، برای ساخت نورد از نورد استفاده می‌شود

شکل groove جهت بارش آلیاژ این سیم را ساخته می‌کند

در نتیجه لوله عریض‌تر از این می‌شود ، اما در این خصوص نکاتش همین است

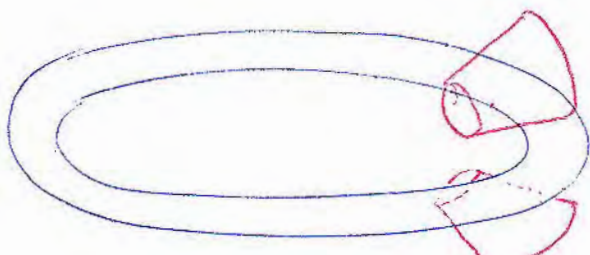


نورد رینگ : Ring Rolling



در واقع این رینگ را تولید کنیم بدون درز می‌کنیم

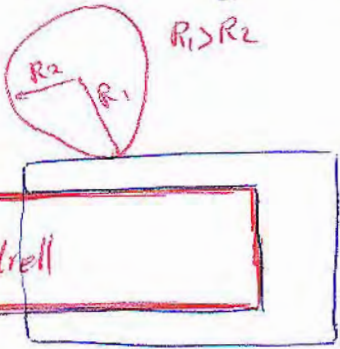
زیر این عمل سعی می‌کنیم قطر



راه سیم : یک نورد ویژه است

صفت‌ها خود را شکل می‌دهند و در این روش

تولید لوله ها کوبن در روش sheet forming از استاده لوله که در روش هم نام دارد



نورد pilger :

کوبیده قطعه ای از لوله مطابق شکل باید داشت: (در روش رینگ)

(یا اینکه خروج یک شمش) (یا تراشکاری)

عندک های با دارای داریم. این ها را چوبه ها. جابجایی قطعه را میسر است و در روش اول

میکنند - تغییر نرم و جاگاز - R2 سیور، قطعه رها میسور.

سپس از این عتک ها و در دراز که این کار را می کنند.

(مهرک نهایی و صحت کوب) تبدیل به لوله سیور که صحت آن کم شده و طول آن برابر شده است.

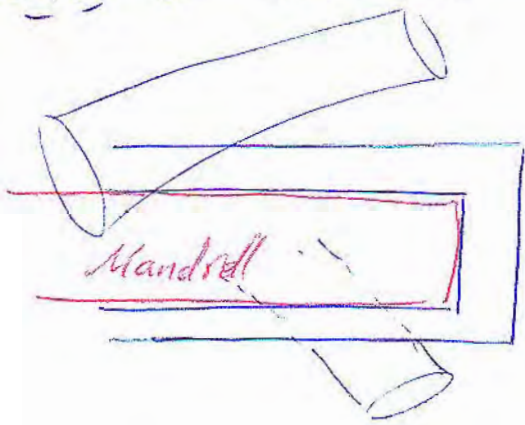
ممکن است در سطح آن نوع های دیده شود.

در مرحله بعدی می توان کوش لوله هم انجام داد. (پراش نهایی)

در عتک متناظر داریم که بصورت متعرج تراشکاری شده اند و همان کار قبلی ما را که با طول منتهی میزنند

همه ترانه ایما که. این روش Assel نام دارد

که لوله ها را با طول متوسط می کنند.

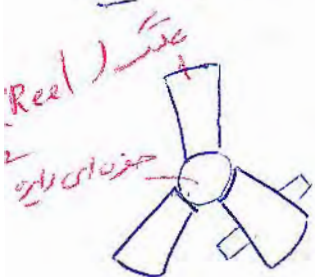


روش رینگ :

عتک های هوزو لوله با لوله 120 (با قطر رینگ چوبه) چیزی که در روش Assel تولید

شده، بعد Mandrell با یک صفت رینگ و قطعه ای از این عتک ها یک سیور

و لوله کشیده میسور:



طول از 3m تا 8m می رسد. این روش منحصر

ماننسمان است. (نورد هوزو) (مانسمن)

بعد از مانسان - SRM است (Stretch Reducing Mill)

لوله را در دو سر در این بار عتک ها کار داریم و ماندرل هم نداریم در این عتک ها و بعداً نزدیک سر

قطر داخل قابل کنترل نیست. همین عتک ها مانسان را داریم اما حوز گرد برنده. در این جا هم جان عتک ها

باز در 120° در این جا هم قطر خارجی را کم کند و طول زیاد می شود. این لوله که طول 30m

و قطر 3 سانتی دایر است. پس در 30m رسیده و قطر آن هم کم می شود. شکل در این

قطر داخل است. در این جا قطر داخل polygonize شده (polygonization)



در طراحی SRM سرعت ها نیزان reduction

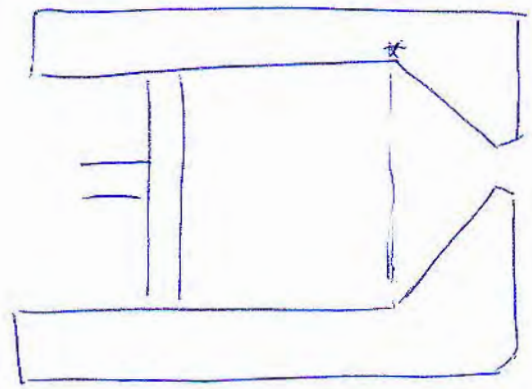
ماتران این عتک را کم کرد.

بعد از این روش Tube Drawing (در حالت سرد) ماتران این هم دار

هوا که قطر داخل کنترل نشود این عتک ها دیده می شود.

اکسترنال

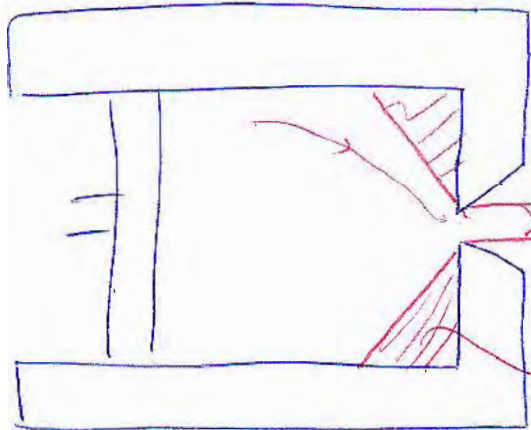
قالب به این صورت می توانستند. چون سنه تا یک سری هدیه با آج و تا آخری تا نه جوی باج



و در سینه ماده اولی داریم.

در آوردن این هم شکست دار.

که قالب بصورت زیر طراحی می شود.



redundant work

Dead zone

فرمولاسیون همان است.

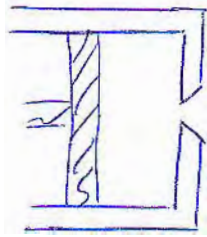
چون

حان اول هم می بینیم قالب و سینه تغییر شکل نمی دهد. سنه تا آخر

برای redundant work : راستی ماده همزه داغ . در زیر درآوردن ماده

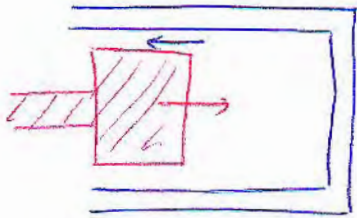


انواع آسترژن :



مستقیم : همان مطلب قبلی

غیر مستقیم :



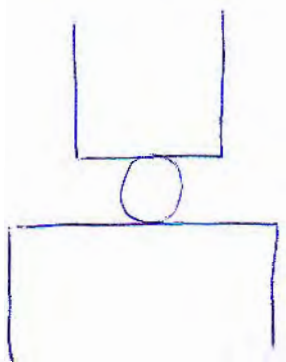
ماده از محراب بیرون میزنه

برخی فولادهای N درون آن در ابعاد کوتاه (این روش تولید میسور)

در این سیستم همگرا باشد و سنبه : با N برود ، بر اثر وزن کپه تبارن خواهم داشت

در آسترژن مستقیم اصطکاک بیگانه است

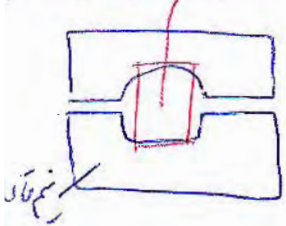
* فرج :



فرج باز ————— قطعه سنبه رنده آن صادر است
فرج قالبی

مکانه
فرج باز محوره در مراحل اولی انجام میسور . مرتباً کاهش
در اسی طول . (داغ هم انجام میسور)

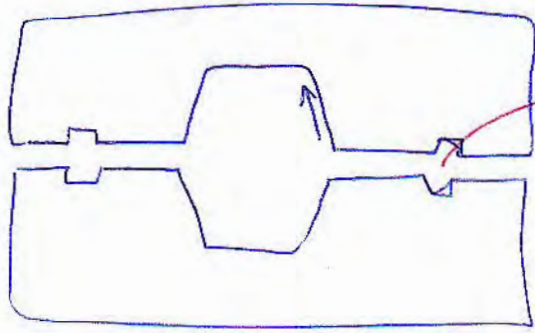
قطع preform (تعمیر)
در تمام قالب داغ
ابعاد preform
درم است



فرج قالبی }
فرج دقیق
(precision forging)

P(6)

چون در اینجا هم تعویض دهنده دارد که یک پرده قالب هم است رساله flash داشته باشد



Gutter

کنترل کثرت در دافل است

(در صورت همونی)

صورتیکه ماده سیلان کم شود هنگام قالب دارد

و Flash ایند شود

در صورتیکه هم کنترل شارداغ . اما در صورتیکه هم ترکت چین ماده جا در است . باط

ماشینکاری است که رساله برده شود

فصل یعنی : سیدان ماده را پس از بر کرده و در زیر اینده مع نداشته ایم - در صورتیکه شارداغ

س از است Gutter استفاده شود