جزوه انتقال حرارت کنکور کارشناسی ارشد مهندسی شیمی

دکتر میرزازاده

(بخش دوم)

ارائه ای از:

Chemical-Eng.Blog.ir

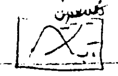
بهترین مرجع ارشد و دکتری در مهندسی شیمی

Chemical-eng.blog.ir

روابط مهم و فرمول های انتقال حرارت جزوه دکتر سیروس زاده:

هدایت در جامدات: [ارتعاشات شبکه ای / الکترون آزاد (بهم برات)] ↑T مقاومت الکتریکی ↑ نظم شبکه ↓ ← ↓k و P بی تأثیر

گازها: با افزایش دما تعداد برخورد ↑، ↑k، افزایش P اثری ندارد چون مسیر برخورد ↓ ولی تعداد برخورد ↑ ولی طول برخورد ↓

مایعات: معمولاً ↑T ↓k استثناء:  گلیسیرین، P بی تأثیر.

* مکانیسم هدایت در گازها (و همینطور مایعات) (طبیعتاً سیالات) از طریق انرژی جنبشی است.

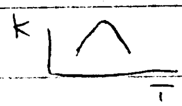
Q* : rate اسکالر است، q : Flux برداری است

روش های اندازه گیری دما: ۱) انبساط جیوه ای ۲) انبساط الکلی ۳) ترموکوپل ۴) اندازه گیری مقاومت الکتریکی ۵) اندازه گیری Cp ۶) دمای احساسی که نمی‌بینیم ولی به آن دسترسی نداریم مثل دمای ستارگان از روی طیف.

Radiation: $Q = \sigma A(T_2^4 - T_1^4)$ و $\sigma = 5.66\times10^{-8}\ \frac{W}{m^2K^4}$ تابش امواج الکترومغناطیس که با سرعت نور سیر می‌کنند و هر جسم متناسب با توان چهارم دمای مطلق از خود انرژی گسیل می‌نماید.

Convection: $Q = hA\Delta T$ و $h\ \frac{W}{m^2\,{}^\circ C}$، h بستگی دارد به: ۱) آرام یا ناآرام بودن جریان ۲) شکل هندسی ۳) خواص فیزیکی سیال ۴) شرط دیواره حرارت ۵) جابجایی آزاد یا اجباری

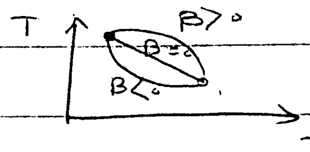
Conduction: $Q = kA\frac{\Delta T}{L}$ و $Q = -kA\frac{dT}{dx}$

k: ۱) واحد $\frac{W}{m\,{}^\circ C}$ ۲) k {زیاد ← رسانا، متوسط ← نیمه رسانا، کم ← عایق} ۳) ~~k<0~~ ۴) در مورد آب مایع اشباع 

۵) موارد ناهمگن: $k = f[k_{جامد}, k_{سیال}, \rho]$ به ترتیب درصدها.

۶) $k_{\text{جامدات فلزی}} > k_{\text{جامدات مولکولی}} > k_{\text{مایعات}} > k_{\text{گازها}}$، $k_{CO_2} = 0.01$

۷)  شیب تیزتر ↓k

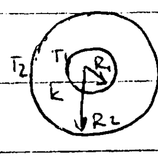
۸) $k = k_0(1+\beta T)$ 

$\beta>0,\ \beta=0,\ \beta<0$: $T_m >,\ =,\ < \frac{T_1+T_2}{2}$

مقاومت های حرارتی: شرط استفاده از مقاومت حرارتی {gen = 0، 1-D، S.S}

۱) کارتزین: $\frac{\Delta x}{kA}$

۲) استوانه ای: $Q = -kA\frac{dT}{dr}$ و $R_{\text{استوانه}} = \frac{\ln\frac{R_2}{R_1}}{2\pi kL}$، $Q = \frac{\Delta T}{\frac{\ln(R_2/R_1)}{2\pi kL}}$

۳) کروی: $Q = \frac{\Delta T}{\frac{1}{4\pi k}\left[\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right]}$  $R_{\text{کروی}} = \frac{1}{4\pi k}\left[\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right]$

۴) $Q = h.A.\Delta T$، $R_{conv} = \frac{1}{hA}$

۵) Radiation: $Q = \sigma A(T_1^4 - T_2^4) = \sigma A(T_1^2+T_2^2)(T_1+T_2)(T_1-T_2)$

$Q = h_r.A.\Delta T \to h_r \sim T^3$ و $R_{Rad.} = \frac{1}{\sigma A(T_1^2+T_2^2)(T_1+T_2)}$

ادامه مقاومت ها : ۶) مقاومت سری : $R = \sum R_i$ و $Q = \frac{\Delta T}{\sum R_i}$

$\frac{T_1 - T_m}{\frac{L_1}{k_1 A}} = Q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{L_1}{k_1 A} + \frac{L_2}{k A}}$ و $= \frac{L_1}{k_1 A_1} + \frac{L_2}{k_2 A}$

۷) مقاومت موازی : $\boxed{k_1 \mid k_2}$ $\uparrow x$ — A : سطح عمود بر انتقال حرارت . $\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$

$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \longrightarrow R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

۸) مقاومت سری موازی .

* به مثال صـ۴ جزوه توجه شود . ۹) ضریب کلی انتقال حرارت : $U_{i \text{ یا } o} = \frac{1}{\left[\frac{1}{h_i A_i} + \frac{\ln(\frac{r_o}{r_i})}{2\pi k L} + \frac{1}{h_o A_o}\right] A_{i \text{ یا } o}}$

* L با طول لوله یکی نبرد . $A_{i \text{ یا } o} = 2\pi r_{i \text{ یا } o} L$ و

۱۰) مقاومت کنترل : $\uparrow k \to \downarrow R$ و $\uparrow h \to \downarrow R$ ، $h_{\text{Natural gas}} < h_{\text{Forced gas}} < h_{\text{Forced liq}} < h_{\text{جوشش - چگالش}}$

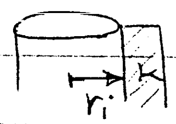
$5\text{-}10 \ \frac{W}{m^2 {}^\circ C}$ $25\text{-}50$ $50\text{-}10^3$ 10^5 تا

h بالا : احساس سرما در حالت با وزش > احساس سرما در حالت بدون وزش .

* برای تغییر در میزان انتقال حرارت تغییر مقاومت کنترل کننده شرط است .

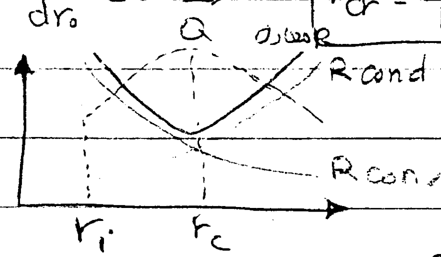
* به مثال صـ۵ جزوه توجه شود .

شعاع بحرانی :



$r_o \uparrow \longrightarrow$ مقاومت Cond. $\uparrow$ و مقاومت Conv. $\downarrow$

$\frac{dQ}{dr_o} = 0 \Longrightarrow \boxed{r_{cr} = \frac{k}{h}}$



* شعاع بحرانی زمانی اتفاق می افتد که از شعاع لوله بیشتر باشد یعنی در صنعت اتفاق می افتد .

۱) شعاع بحرانی در مختصات کارتزین نداریم و فقط در مختصات استوانه ای و کره ای داریم .

۲) شعاع بحرانی استوانه : $r_c = \frac{k}{h}$ ، کره : $r_c = \frac{2k}{h}$

۳) k : ضریب هدایت آخرین لایه است و h : ضریب کنوکسیون هوای بیرون . ۴) شعاع بحرانی زمانی معنی دارد که از شعاع لوله یا کره بیشتر باشد . ۵) اگر شعاع بحرانی داشتیم با ازدیاد ضخامت ابتدا مجموع مقاومتها کاهش و سپس افزایش می یابد و پرت حرارتی ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد . ۶) اگر شعاع بحرانی نداشتیم با ازدیاد ضخامت عایق میزان انتقال حرارت همواره کاهش می یابد .

ترتیب عایق پیچی : از دیدگاه مختصات : کارتزین - استوانه ای - کروی
از دیدگاه وابستگی دمایی : (β) k

از دیدگاه مختصات:
* در مختصات کارتزین اگر k مواد ثابت باشد ترتیب عایق پیچی تفاوتی ندارد .
* در مختصات استوانه ای و کروی ابتدا عایق با k کمتر را قرار دهیم $k_1 < k_2$

از دیدگاه وابستگی دما:
$k \uparrow$ $T \uparrow$ صعودی k : بهتر است از عایق هایی که در دماهای زیاد زود رسانا می شوند در نزدیک کوچکترین دما باشند .
k مستقل
$k \updownarrow$ $T \downarrow$ نزولی k : بهتر است نزدیک بالاترین دما باشند .

ادامه ترتیب عایق بحرانی کره:

مثال: محیط | k اصعودی | k امتقل | k انزولی | کره   مثال ۲: 25°c محیط | k انزولی | k امتقل | k اصعودی | بحرانی

۱) اگر از صورت مسئله نتوان استنباط کرد مختصات کارتزین است یا استوانه و کره بنا را بر استوانه و کره می‌گذاریم.

۲) اگر " " " " " که عایق بحرانی یک سطح گرم است یا سطح سرد بنا را بر سطح گرم می‌گذاریم.

* مثال صفحه ۵۶ حتماً توجه شود.

$$\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{d^2T}{dy^2}+\frac{d^2T}{dz^2}+\frac{\dot q}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$ (اثبات در صفحه)

در معادله فوق:

$\dot q$: میزان حرارت تولیدی (در واحد زمان) در واحد حجم است $\left(\frac{W}{m^3}\right)$.

فقط هدایت در نظر گرفته شده (جابجایی و تشعشع نداریم و k ثابت فرض شده است) $k \neq f(T)$

$$\boxed{\nabla^2T+\frac{\dot q}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}}$$

و اگر k ثابت نباشد:

$$\nabla(k\nabla T)+\dot q=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

انتقال حرارت یک بعدی پایدار (هدایتی): الف) بدون $\dot q$ ، ب) با $\dot q$

الف) Conduction - Steady state - یک بعدی و تولید حرارت = ۰ $\boxed{\nabla^2T=0}$

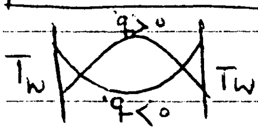
کارتزین: $\frac{d^2T}{dx^2}=0$ ، استوانه‌ای: $\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)=0$ ، کروی: $\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right)=0$

$T=AX+B$ ، $T=A\ln r+B$ ، $T=-\frac{A}{r}+B$

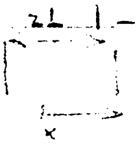
ب) Conduction - Steady state - یک بعدی و تولید حرارت ≠ ۰ $\boxed{\nabla^2T+\frac{\dot q}{k}=0}$

کارتزین: $\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{\dot q}{k}=0$ ، استوانه‌ای: $\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)+\frac{\dot q}{k}=0$

کروی: $\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr^2}\right)+\frac{\dot q}{k}=0$



	بعد مشخصه	$q=-k\frac{dT}{dr}$	T_0-T_w ماکزیمم	$\frac{T-T_w}{T_0-T_w}$
کارتزین	نصف ضخامت	$\dot q x$	$\frac{\dot q L^2}{2K}$	$1-\left(\frac{x}{L}\right)^2$
استوانه‌ای	نصف قطر	$\frac{\dot q r}{2}$	$\frac{\dot q R^2}{4K}$	$1-\left(\frac{r}{R}\right)^2$
کروی	نصف قطر	$\frac{\dot q r}{3}$	$\frac{\dot q R^2}{4K}$	$1-\left(\frac{r}{R}\right)^2$



توجه: برای استفاده از این معادلات . کارتزین : x را از وسط ضخامت و L را نصف ضخامت در نظر می‌گیریم.

شرایط مرزی عبارتند: کارتزین: $\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0}=0$ و T_w ثابت - استوانه‌ای: T_w ثابت

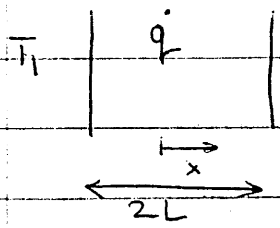
** * مثال صفحه ۱۲ و ۱۳ بسیار مهم است.

توجه: برای بدست آوردن T_w :

$$\boxed{\dot{q}(V) = \frac{T_w - T_\infty}{R}}$$

یادآوری: از این فصل و بطور کلی یک مقاومت زمانی می‌توانیم استفاده کنیم که: ۱) $\dot{q}=0$ ۲) S.S ۳) 1-D

*** در حالتی که تقارن نداریم: max نیز در مرکز نیست و از معادله اصلی ما تو است.



- کارتزین:

$$\boxed{T = -\frac{\dot{q}x^2}{2K} + C_1 x + C_2}$$

- استوانه‌ای: (عدم تقارن: استوانه توخالی)

$$T = -\frac{\dot{q}r^2}{4k} + C_1 \ln r + C_2$$

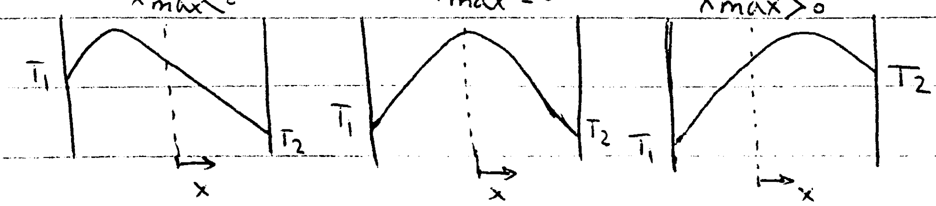
- کروی:

$$T = -\frac{\dot{q}r^2}{6k} - \frac{C_1}{r} + C_2$$

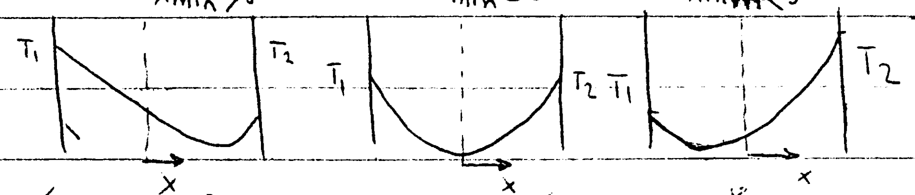
مختصات کارتزین: با اعمال شرایط مرزی: $x=L$ ، $T=T_2$ ؛ $x=-L$ ، $T=T_1$

$$\boxed{x_{max \text{ یا } min} = \frac{k(T_2-T_1)}{2\dot{q}L}}$$

تولید حرارت $\dot{q}>0$: ۱) $T_2>T_1$ ، $x_{max}>0$ ؛ ۲) $T_2=T_1$ ، $x_{max}=0$ ؛ ۳) $T_2<T_1$ ، $x_{max}<0$



مصرف حرارت $\dot{q}<0$: ۱) $T_2>T_1$ ، $x_{min}<0$ ؛ ۲) $T_2=T_1$ ، $x_{min}=0$ ؛ ۳) $T_2<T_1$ ، $x_{min}>0$

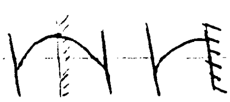


بنابراین در تولید حرارت محل T_{max} به دمای بزرگتر نزدیک‌تر است. در مصرف حرارت محل T_{min} به دمای کمتر نزدیک‌تر است.

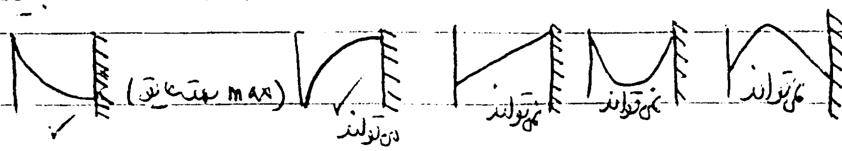
* توجه: در مختصات استوانه‌ای و کروی محل دمای max یا min علاوه بر وضعیت دماها به شعاع هم بستگی دارد. حتی اگر $T_1=T_2$

فقط در مختصات کارتزین می‌توان تشخیص داد که دمای max یا min به کدام دما نزدیک‌تر است.

* در $\dot{q}=0$: عایق = نصف حالت 2L یعنی



توجه: در سمت عایق‌کاری شیب پروفیل باید صفر باشد.



* در $\dot{q}\neq 0$ ، در عایق T_{max} .....

روابط انتقال حرارت / FIN ها : جهت کاهش مقاومت (کنترلی) بایستی h را زیاد کرد و یا A را ازدیاد A توسط گذاشتن FIN.

$$m = \sqrt{\frac{hP}{KA}}$$

$B.C.1 : x = 0 , T = T = T_0 , \theta = \theta_0$

$B.C.2 : \xrightarrow{\text{نوع اول}} L \longrightarrow \infty , \theta = 0$

$\xrightarrow{\text{دوم}} -K \frac{d\theta}{dx}\Big|_{x=L} = h\theta_{(x=L)}$

$\xrightarrow{\text{سوم}} \frac{d\theta}{dx}\Big|_{x=L} = 0$

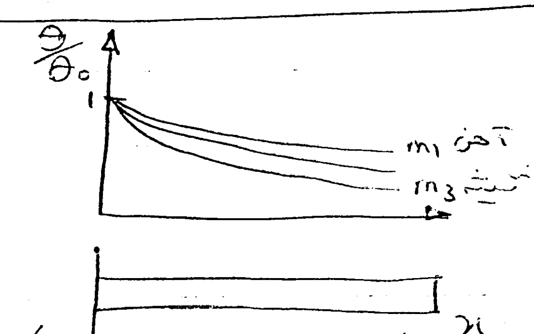
$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0$$

$$\boxed{\text{نوع اول} : \frac{\theta}{\theta_0} = e^{-mx}}$$

$$\boxed{\text{نوع سوم} = \frac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL}}$$

$$\boxed{\text{نوع دوم} = \frac{\cosh m(L-x) + \frac{h}{mK}\sinh m(L-x)}{\cosh mL + \frac{h}{mK}\sinh mL}}$$

پروفایل ها :

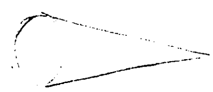


$$m = \sqrt{\frac{hP}{KA}}$$

$m_3 > m_2 > m_1$

$K_3 < K_2 < K_1$

اقتصادی ترین حالت : FIN مثلثی قوسی : در ابتدا که دما زیاد است سطح A و با کم شدن گرادیان دما سطح را کم می کنیم . حسن ← کاهش وزن + کم نشدن Q (بخاطر سطح).



$V_2 = \frac{1}{3}V_1$

بیشترین حالت تئوری :

محاسبه تبادل حرارت از یک سطح پره دار :
راه اول : $-KA\frac{d\theta}{dx}\Big|_{x=0}$
راه دوم : $Q = \int_0^L hP\theta\, dx$

پره نوع اول : $Q = \sqrt{hPKA}\,\theta_0$

نوع دوم : $Q = \left[\frac{\sinh mL + \frac{h}{mK}\cosh(mL)}{\cosh mL + \frac{h}{mK}\sinh mL}\right]\sqrt{hPKA}\,\theta_0$

نوع سوم : $Q = [\tanh(mL)]\sqrt{hPKA}\,\theta_0$

پره نوع چهارم :

$$\left.\begin{array}{l} x = L \\ \theta = 0 \\ T = T_\infty \end{array}\right\} \longrightarrow \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{\sinh m(L-x)}{\sinh mL}$$

راندمان:

$$\boxed{\eta = \frac{Q_{Actual}}{Q_{Ideal}}}$$

Q_{Ideal}: چون پره افت دما ندارد یعنی زمانی حالت ایده‌آل است که در طول پره افت دما نداشته باشیم و پره در دمای ثابت باقی بماند.

η نوع اول:

$$\boxed{\eta = \frac{1}{mL}} \sim\sim\rightarrow \eta = \frac{\sqrt{hPKA}\,\theta_0}{hPL\,\theta_0}$$

η می‌گوید: $k\uparrow$ و یا $h\downarrow \rightarrow \eta\uparrow$ یعنی پره را از جنسی که k بالایی دارد بسازیم و در طرفی قرار می‌دهیم که h کمتر دارد. (مثال ۱۷)

η می‌گوید $L\downarrow$ یا $\frac{A}{P}\uparrow \rightarrow \eta\uparrow$. (غ ق ق) یعنی η، افزایش Q را نشان نمی‌دهد فقط می‌گوید چگونه به حالت ایده‌آل نزدیک شده‌ایم.

η_2 نوع اول: $\boxed{\eta_2 = \frac{\sqrt{hPkA}\,\theta_0}{hA\,\theta_0} = \sqrt{\frac{kP}{hA}}}$ عملکرد یا کارایی

$$\boxed{\eta_2 = \frac{Q_{\text{بافین}}}{Q_{\text{بدون فین}}} \qquad \varepsilon = \eta_2}$$

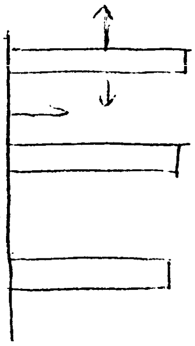
*) بین صفر و یک نیست

$\eta_2 \rightarrow \frac{P}{A}\uparrow \rightarrow \eta_2\uparrow$

و همچنین $k\uparrow , h\downarrow \rightarrow \eta_2\uparrow$

سومین نوع راندمان:

راندمان کلی یک سطح پره‌دار



A_f = سطح جانبی کل پره‌ها

A_t = سطح جانبی پره‌ها و فضای خالی.

$$\eta = \frac{Q}{Q_{Ideal}} = \frac{Q + Q_2}{Q_{Ideal}} = \frac{\eta_f[hA_f\theta_0] + h(A_t - A_f)\theta_0}{hA_t\theta_0}$$

$$\boxed{\eta_t = 1 - \frac{A_f}{A_t}[1 - \eta_f]} \qquad \boxed{\varepsilon_f = \frac{A_f}{A_b}\eta_f}$$

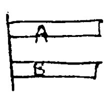
* راندمان کلی بیشتر از راندمان یک پره است.

← بنابراین از زیاد k و قرار دادن در محیط با h کم موجب افزایش کارایی و راندمان خود می‌گردد ولی طول پره‌ها

رابطه هم نیست و کارایی را نسبت به طول بیان نمی‌کنند.

*تست ص ۱۸ حتماً دقت شود

۱) دو پره هم جنس نیستند ولی هم شکل هستند

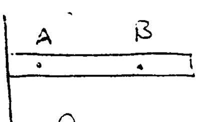


$$\frac{\theta_A}{\theta_0} = \exp(-m_A x) \qquad \frac{\theta_B}{\theta_0} = \exp(-m_B x)$$

اول ln می‌گیریم بعد تقسیم می‌کنیم

$$\frac{\ln\left(\frac{\theta_A}{\theta_0}\right)}{\ln\left(\frac{\theta_B}{\theta_0}\right)} = \frac{m_A}{m_B} = \sqrt{\frac{k_B}{k_A}} \rightarrow \frac{k_B}{k_A} = \checkmark$$

۲) از یک پره در دو نقطه



اول تقسیم می‌کنیم بعد ln می‌گیریم

$$\frac{\theta_A}{\theta_0} = \exp[-mx_A]$$

$$\frac{\theta_B}{\theta_0} = \exp[-mx_B]$$

$$\frac{\theta_A}{\theta_B} = \exp[m\Delta x] \rightarrow m = \frac{1}{\Delta x}\ln\left[\frac{\theta_A}{\theta_B}\right]$$

$\rightarrow k \checkmark$

انتقال حرارت هدایتی چندبعدی :

$$\nabla^2 T + \frac{\dot q}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

حل : ۱) تحلیلی ۲) عددی ۳) تشابه الکتریکی

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} = 0 \quad P.D.E$$

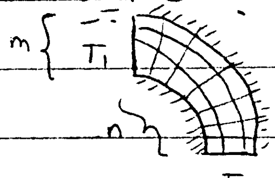
۴) ضریب شکل (بعد ضریب شکل m) . S

$$T = F[X, Y]$$

ضریب شکلی : S (بعد m)

$$\boxed{Q = KS\Delta T}$$

خطوط دما ثابت و شار ثابت برهم عمودند در غیر این صورت شار در جهت خط دما ثابت مؤلفه پیدا می‌کند و در آن حالت در جهت دمای ثابت انتقال حرارت داریم



$$S = \frac{m\,\Delta y}{n\,\Delta x}$$

روش تحلیلی $T = F(X) \cdot G(Y)$

روش حل : ۱) شناسایی راستای همگن و غیرهمگن ۲) در راستای غیرهمگن { - کارتزین $\sin$ و $\cos$ - استوانه J و Y

۳) در راستای غیرهمگن اولین شرط را نگاه می‌کنیم : - نوع اول فقط sin - دوم فقط cos - سوم cos و sin

در مورد استوانه اگر استوانه توپر بود Y نمی‌تواند باشد.

۴) در راستای همگن Sinh و Cosh . استوانه‌ای I و K .

۵) در راستای همگن اولین شرط را نگاه می‌کنیم
نوع اول ← فقط sinh
دوم ← " cosh
سوم ← هر دو

۶) اگر شرط مرزی راستای غیرهمگن از هم نوع باشند $\lambda_n = \frac{n\pi}{L}$

غیرهم نوع $\lambda_n = \frac{(2n+1)\pi}{2L}$

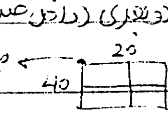
* در مورد شرط نوع سوم صادق نیست .

راستای: همگن ← cosh و sinh ، K و I
غیرهمگن ← cos و sin ، J و K

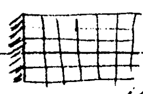
* مثال‌های ۲۰، ۲۱ و ۲۲ مورد توجه شود

روش عددی

* دوبعدی (داخل جسم) : $\frac{1}{4}$ (جمع گره‌های اطراف) سه‌بعدی (داخل جسم) : $\frac{1}{6}$ (جمع گره‌های اطراف (۶ گره))



(**

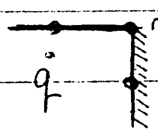


(*** سه‌توهم : تمامی گره‌ها دمای روز سطح (دما) یکسان دارند .

روش بدست آوردن معادلات : قرار دادن مجموع گرماهای وارده به گره برابر صفر $\sum q = 0$

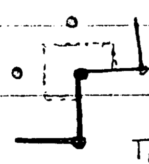
راه حل کوتاه : قرار دادن ضریب Δx و Δy مشترک بین گره‌ها برای conduction ضریب دما $T_{m,n}$.
" " " " " " " convection " $T_\infty Bi$.

مثال :



$$T_{m,n} = \frac{\frac{1}{2}\left[T_{\text{پایین}} + T_{\text{چپ}}\right] + \frac{1}{2}Bi\,T_\infty + \frac{1}{4}\dot q(\Delta x)^2}{1 + \frac{Bi}{2}}$$

مثال :



$$T_{m,n} = \frac{T_{\text{بالا}} + T_{\text{چپ}} + \frac{1}{2}\left[T_{\text{پایین}} + T_{\text{راست}}\right] + Bi\,T_\infty + \frac{3}{4}\dot q(\ldots}{3 + Bi}$$

انتقال حرارت ناپایدار :

(۱) ظرفیت حرارتی متمرکز lumped $T=f(t)$

(۲) $T=f(x,y,z,t)$

$$\nabla^2 T+\frac{\dot q}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

۱) lumped :

$$\boxed{Bi=\frac{hL}{k}}$$ ← محیط، جسم جامد

توجه : تفاوت Bi و Nu : $\boxed{Nu=\frac{hL}{k}}$ ← محیط، سیال

شرط آنکه دما فقط تابع زمان باشد : $Bi<0.1$

$\boxed{L=\frac{V}{A}}$ بعد مشخصه

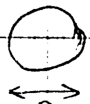
* حجم : منظور سطحی است که در معرض کنوکسیون قرار دارد

Bi کوچک : h کم، k زیاد، L کوچک

$$Bi=\frac{hA\Delta T}{\frac{k}{L}A\Delta T}=\frac{\text{توان جابجایی}}{\text{توان هدایتی}}$$

$$Bi=\frac{L/kA}{1/hA}=\frac{\text{مقاومت هدایتی جسم جامد}}{\text{مقاومت جابجایی سیال}}$$

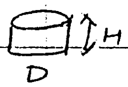
* مثال های بعد مشخصه صفحه ۲۵ .



مثال : $L=\frac{D}{6}$

$L=\frac{a}{6}$

* اگر از کف سطح بالایی و پایینی مکعب عایق : $L=\frac{a}{4}$



$$L=\frac{DH}{4H+2D}$$

→ $H\gg D$ $\quad L=\frac{D}{4}$

$H\ll D$ $\quad L=\frac{H}{2}$

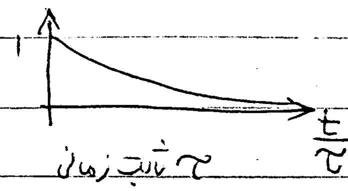
$H=D$ $\quad L=\frac{D}{6}$

* مثال های حل و صفحات ۲۶ و ۲۷ توجه شوند

شکل توزیع دما در حالت lumped :

at $t=0$ $\quad t=t_i$ $\quad \theta=\theta_i$

$$\frac{\theta}{\theta_i}=\exp\left[-\frac{t}{\tau}\right]$$



یا $t_f=\tau\ln\frac{\theta}{\theta_i}$ $\qquad$ τ ثابت زمانی

$$\tau=\frac{mc}{hA}$$

یک کره به قطر a و یک مکعب به ضلع a و هردو هم جنس : $\frac{t_2}{t_1}=\frac{\tau_2}{\tau_1}=\frac{V/A}{V/A}=1$

یک کره و یک مکعب هم جنس و هم وزن داریم :

$$\frac{t_2}{t_1}=\frac{\tau_2}{\tau_1}=\frac{\left(\frac{\rho c V}{hA}\right)_2}{\left(\frac{\rho c V}{hA}\right)_1}=\frac{A_1}{A_2}=\frac{6a^2}{\pi D^2}>1$$

* مکعب زودتر سرد می شود .

۲) $T=f(x,y,z,t)$ روش حل

- تحلیلی : S.V ، C.V ، نمایش
- عددی : Implicit ، Explicit

$$\nabla^2 T+\frac{\dot q}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

مسئله جسم بی نهایت :

(حل به روش ترکیب متغیرها) یک طرف جسم بی نهایت را از دمای T_i به T_0 تغییر می دهیم در زمان های مختلف

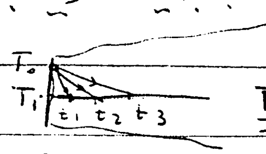
میزان نفوذ حرارت متفاوت است بنابراین می گویند با Penetration Depth (عمق نفوذ) سر و کار داریم

(مشابه به تئوری رسوخ در جرم)

$$\frac{d^2T}{dx^2}=\frac{1}{\alpha}\frac{dT}{dt}$$

$T(x,0)=T_i$

$t>0\begin{cases}T(0,t)=T_0\\ T(\infty,t)=T_i\end{cases}$



$$\frac{T-T_i}{T_0-T_i}=1-erf\left[\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right]=erfc\left[\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right]$$

$\eta=ax^m t^n$ $\quad m=1$, $n=-\frac{1}{2}$, $a=\frac{1}{2\sqrt{\alpha}}$ $\rightarrow$ $\frac{T-T_0}{T_i-T_0}=erf\left[\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right]$

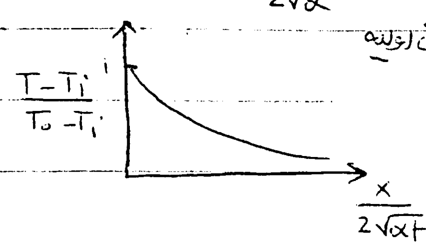
دمای اولیه

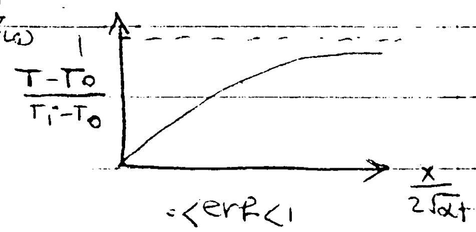
مقدار حرارت در جسم بی نهایت

در حالت دما ثابت :

$$q=-kA\frac{dT}{dx}\Big|_{x=0}$$

$$=kA\frac{(T_0-T_i)}{\sqrt{\pi\alpha t}}$$





$0<erf<1$

$erf(0)=0$

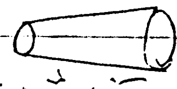
$erf(\infty)=1$

* بدیهی است هرچه زمان بگذرد، شار یا فلاکس انتقال حرارت کم می شود .

شار غیر ثابت

در یک دیواره $q_{x=0} \neq q_x$ چرا؟ اگر A ثابت نباشد یا q تولید داشته باشیم یا steady نباشد

* در مختصات کارتزین اگر: ۱) S.S ۲) gen=0 ۳) A=cte ← q ثابت است

مثال:  qA ثابت، مثال: $q = q_x \,|\, q'|$

* مسائلی که در آنها شار ثابت نیست:

۱) steady نباشند

۲) گرم تولید حرارت داریم } شرط ~~۲~~ در تمام مختصات شار ثابت نیست.

۳) A ثابت نباشد

دمای محل اتصال: T_1 T_2 ، $q_1 = q_2$

۱) در فصل مشترک دما یکسان است (برای هر دو جسم چون یک نقطه نمی‌توانند دو دما داشته باشند)

۲) هرچه حرارت به فصل مشترک می‌رسد به جسم با دمای پایین منتقل می‌شود یعنی در فصل مشترک qها مساوی است. چه steady باشد چه نباشد.

q برای جسم بی‌نهایت: $q = \frac{kA(T_0 - T_i)}{\sqrt{\pi\alpha t}}$

$$\frac{k_2(T_c-T_1)}{\sqrt{\pi\alpha_2 t}} = \frac{k_1A(T_1-T_c)}{\sqrt{\pi\alpha_1 t}}$$

$$\to \frac{T_1-T_c}{T_c-T_2} = \sqrt{\frac{k\rho_2 C_{p2}}{k_1\rho_1 C_{p1}}}$$

$\boxed{\sqrt{k\rho C_p}: \text{Effusivity}}$ اگر دو جسم هم‌جنس باشند: $T_c = \frac{T_1+T_2}{2}$ (دو جسم هم‌جنس)

بنابراین T_c به $\sqrt{k\rho C_p}$ بستگی دارد.

جسمی که $\sqrt{k\rho C_p}$ بیشتری دارد در زمستان سردتر و در تابستان گرم‌تر از جسمی که $\sqrt{k\rho C_p}$ کمتری دارد به نظر می‌رسد اما دو جسم هم دما هستند (~~unsteady~~) (؟).

روش‌های حل عددی:

$$\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{d^2T}{dy^2}=\frac{1}{\alpha}\frac{dT}{dt}$$

$$\frac{T_{m+1,n}^{P} + T_{m-1,n}^{P} - 2T_{m,n}^{P}}{(\Delta x)^2} + \frac{T_{m,n+1}^{P} + T_{m,n-1}^{P} - 2T_{m,n}^{P}}{(\Delta y)^2} = \frac{1}{\alpha}\,\frac{T_{m,n}^{P+1} - T_{m,n}^{P}}{\Delta t}$$

Explicit (صریح): اگر در سمت چپ همه دماها در لحظه P می‌باشند: دمای هر گره در هر لحظه جدید تابعی است از دمای خود گره و نقاط اطراف آن در لحظه قبل.

Implicit (ضمنی): اگر در سمت چپ همه دماها در لحظه P+1 می‌باشند.

Explicit: $T_{m,n}^{P+1} = F_0\left[T_{چپ} + T_{راست} + T_{بالا} + T_{پایین}\right]^P + (1-4F_0)\,T_{m,n}^{P}$ (برای دو بعدی)

عدد فوریه: $F_0 = \frac{\alpha\Delta t}{(\Delta x)^2}$: زمان بی‌بعد هم به آن می‌گویند. نسبت توان هدایتی به ذخیره انرژی.

حسن روش Explicit: یک معادله یک مجهول است / اشکال روش: اگر $1-4F_0$ منفی باشد،

اگر: $1-4F_0 < 0 \to F_0 > \frac{1}{4} \to$ قانون دوم ترمودینامیک نقض می‌شود و مسئله ناپایدار است.

* در این روش (Explicit): اگر ضریب $T_{m,n}^{P}$ منفی باشد مسئله ناپایدار می‌گردد.

شرط پایداری در روش Explicit :

$F_o = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2}$:

1-D, unsteady → $F_o \le \frac{1}{2}$

2-D, unsteady → $F_o \le \frac{1}{4}$

3-D, unsteady → $F_o \le \frac{1}{6}$

یعنی اگر Δt را تعیین کنیم Δx به دست می‌آید

اگر Δx " " " Δt " " "

روش Implicit :

هر نقطه در لحظه جدید تابعی است از دمای خود آن نقطه در لحظه قبل و نقاط اطراف در لحظه جدید، پس با چند معادله و چند مجهول سروکار داریم. حجم محاسبات بالا ولی شرط پایداری نداریم.

Implicit: $$(1+4F_o)T^{p+1}_{m+1,n} - F_o\left[T_{چپ} + T_{راست} + T_{بالا} + T_{پایین}\right]^{p+1} = T^{p}_{m,n}$$

$$(1-4F_o)T^{p}_{m+1,n} + F_o\left[T_{چپ} + T_{راست} + T_{بالا} + T_{پایین}\right]^{p} = T^{p+1}_{m,n}$$

معادلات فوق برای گره داخلی بوده و برای سایر حالات باید معادلات را از نو بنویسیم.

شرط پایداری در حالت کلی : $F_o \le \text{کسر حجمی گره} \times \frac{1}{\text{ضریب } T_{m,n}}$

* وجود یا عدم وجود $\dot{q}$ روی شرط پایداری اثری ندارد.

مثال :

$F_o \le \frac{1}{4} \times \frac{1}{1+\frac{Bi}{2}}$, $F_o \le \frac{1}{4} \times \frac{1}{1}$, $F_o \le \frac{1}{4} \times \frac{1}{4Bi}$

مثال :

$F_o \le \frac{3}{4} \times \frac{1}{3+Bi}$

توجه : رابطه $F_o \le \text{کسر حجمی گره} \times \frac{1}{\text{ضریب } T_{m,n}}$ در تمامی حالات صادق است در چند بعدی :

1-D 2
2-D 4 → تعداد گره اطراف
3-D 6

مثال روابط برای گره های غیر داخلی :

نمودارهای هیسلر :

فرض (1) $\dot{q}=0$ (2) دمای محیط ثابت و یکنواخت (3) جسم در دمای اولیه یکنواخت (4) شرط جابجایی گرمایی در فصل مشترک جامد و سیال به عنوان شرط مرزی (* $F_o > 0.2$)

* برای دمای مرکز جسم یک نمودار سایر نقاط دو نمودار

* با شرایط حالت unsteady هم می‌توان حساب کرد

Convection:

برای بدست آوردن رابطه اساسی انتقال حرارت ضریب انتقال لایه مرزی در نظر گرفته می‌شود بنابراین تحلیل لایه مرزی یعنی: (حل معادله‌ها) =

$$\rightarrow h = \frac{-k \left.\frac{dT}{dy}\right|_{y=0}}{T_w - T_\infty}$$

* در Natural Convection حرکت به خاطر اختلاف دما است بنابراین معادلات مومنتوم و حرارت جدا از هم نیستند و با هم حل می‌شوند. (به شکل کوپل معادله هستند).

سؤال 1) Natural یا Forced سؤال 2) آرام یا درهم

سؤال 3) شکل هندسی: روی صفحه، درون لوله 4) روی دیواره شرط مرزی چیست. دما ثابت یا شار ثابت.

1) معادله پیوستگی بدون قید و شرط:
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{V}\nabla\rho + \rho\vec{\nabla}\vec{V} = 0$$

برای سیالات تراکم ناپذیر: $\nabla\vec{V} = 0$ (این معادله شرط steady بودن را ندارد). ?

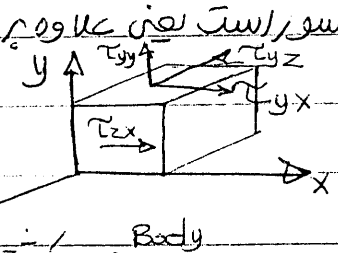
معادله مومنتوم:

τ تنسور است یعنی علاوه بر مقدار دو مؤلفه دیگر نیز دارد:

$\tau_{\bigcirc\bigcirc}$

تنش روی چه سطحی اعمال می‌شود (بردار نرمال)

راستای تنش را نشان می‌دهد در چه جهتی اعمال می‌شود.



1) نیروها:

- Body Forced: به مرکز ثقل دستگاه اعمال می‌شوند: مثال: وزن، گریز از مرکز
- Surface Force: به سطح وارد می‌شوند. Shear stress، Normal stress
- تغییرات اندازه حرکت نسبت به زمان: $\frac{mV}{t} = m\dot{V}$

معادله مومنتوم:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V}\cdot\nabla\vec{V} = -\frac{1}{\rho}\nabla\tau - \frac{1}{\rho}\vec{\nabla}P + g$$

چون برداری است در حقیقت سه معادله است (در ۳ جهت)

ترم تغییرات انرژی جنبشی در ... اگر سیال نیوتنی باشد $\nu\nabla^2\vec{V}$

در جهت x:

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} + \left[V_x\frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y\frac{\partial V_x}{\partial y} + V_z\frac{\partial V_x}{\partial z}\right] = -\frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right] + g_x$$

Con... تغییرات

معادله انرژی:

$$\underbrace{\alpha\nabla^2 T}_{\text{انتقال حرارت با مکانیسم Conduction}} + \underbrace{\frac{\dot{q}}{\rho C_p}}_{\text{واکنش شیمیایی}} + \underbrace{\frac{\Phi}{\rho C_p}}_{\text{تلفات ذرتی}} = \underbrace{\frac{\partial T}{\partial t}}_{\text{تجمع حرارتی}} + \underbrace{\vec{V}\cdot\vec{\nabla}T}_{\text{انتقال حرارت با مکانیسم Convection}}$$

$\dot{q}$ می‌تواند + یا - باشد

هر ذره + انرژی به خاطر اصطکاک لایه‌های سیال، اگر $V = 0$ حذف می‌شود

* در معادله انرژی برای Convection ... :

1) $\vec{V}\cdot\vec{\nabla}T$ ... انرژی ...

... $\frac{\Phi}{\rho C_p}$ که بیانگر انرژی تولیدی ... از اصطکاک ...

$$\begin{cases} 1)\ \vec{\nabla}\cdot\vec{V}=0 \\ 2)\ \dfrac{\partial\vec{V}}{\partial t}+\vec{V}\cdot\vec{\nabla}V=-\dfrac{1}{\rho}\nabla\tau-\dfrac{1}{\rho}\vec{\nabla}P+\vec{g} \\ 3)\ \dfrac{\partial T}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla T=\alpha\nabla^2T+\dfrac{\dot{q}}{\rho C_p}+\dfrac{\Phi}{\rho C_p} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dV_x}{dx}+\dfrac{dV_y}{dy}=0 \\ V_x\dfrac{dV_x}{dx}+V_y\dfrac{dV_x}{dy}=\nu\dfrac{d^2V}{dy^2}-\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial x} \\ V_x\dfrac{\partial T}{\partial x}+V_y\dfrac{\partial T}{\partial y}=\alpha\dfrac{\partial^2T}{\partial y^2}+\dfrac{2\mu}{\rho C_p}\left[\dfrac{\partial V_x}{\partial y}\right]^2 \end{cases}$$

بی‌بعدسازی: $\vec{V}_y=\dfrac{u_x}{u_\infty}$ $\quad \bar{x}=\dfrac{x}{L}$ $\quad \bar{y}=\dfrac{y}{L}$ $\quad \bar{T}=\dfrac{T-T_\infty}{T_w-T_\infty}$ $\quad \bar{P}=\dfrac{P}{\rho u_\infty^2}$ $\quad$ نشان: $\dfrac{\partial^2V}{\partial x^2}=\dfrac{u_\infty}{L^2}\dfrac{\partial^2\bar{V}_x}{\partial\bar{x}^2}$

$$\bar{V}_x\frac{d\bar{V}_x}{d\bar{x}}+\bar{V}_y\frac{d\bar{V}_x}{d\bar{y}}=A\frac{d^2\bar{V}_x}{dy^2}-B\frac{\partial P}{\partial x}$$

$A \rightarrow \dfrac{1}{Re}$

$(T_w-T_\infty)\,\partial\bar{T}$

$$\bar{V}_x\frac{\partial\bar{T}}{\partial x}+\bar{V}_y\frac{\partial\bar{T}}{\partial\bar{y}}=C\frac{\partial^2\bar{T}}{\partial\bar{y}}+D\left[\frac{\partial\bar{V}_x}{\partial\bar{y}}\right]^2$$

$\bar{V}_x V_\infty$

$L\,\partial\bar{x}$

$\dfrac{u_\infty\Delta T}{L}$

$$C=\frac{k}{\rho u_\infty C_p L\mu}=\frac{\mu}{\rho u_\infty L}\cdot\frac{k}{\mu C_p}=\frac{1}{Re\,Pr}$$

بی‌بعد کردن معادله اساسی: $\quad Nu=-\dfrac{\partial\bar{T}}{\partial\bar{y}}$

چه موقع می‌توان از تلفات لزجتی صرف نظر کرد و چه زمانی دارای اهمیت است:

$$\alpha\frac{\partial^2T}{\partial y^2}+\frac{\mu}{\rho C_p}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$$

$$\alpha\frac{T}{\delta^2}\gg\frac{\mu}{\rho C_p}\left[\frac{u_\infty}{\delta}\right]^2 \qquad 1\gg\underbrace{\frac{\mu/\rho}{\alpha}}_{Pr}\cdot\underbrace{\frac{u_\infty^2}{C_pT}}_{Ec}$$

EC: نسبت انرژی جنبشی به انباشت انرژی. ~~[illegible]~~

وقتی می‌توان از اثر لزجت صرف نظر کرد که عدد برینکمن کوچکتر از یک باشد. $\quad Br=Ec\cdot Pr<1$

* بی‌بعد کردن (ما تابعی است از Re، Pr، Ec. پس Nu تابع Re، Pr، Ec. اگر از تلفات ویسکوز صرف نظر کنیم فقط تابع Re، Pr است.

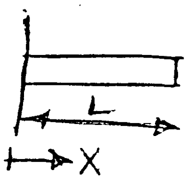
** در جرم علاوه Sh تابع Ec نیست ← تفاوت جرم و حرارت.

روابط و فرمولهای حقیقی FIN :

$$\theta = T - T_\infty$$

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0$$

ریشه‌های معادله مشخصه : $r^2 - m^2 = 0$



$$r = \pm m \rightarrow \theta = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$$

$$\theta = C_1 \sinh mx + C_2 \cosh mx$$

B.C.1 : $x = 0 \quad T = T_0 \quad \theta = \theta_0$

B.C.2 : $L \rightarrow \infty \quad \theta = 0$ پره نوع اول

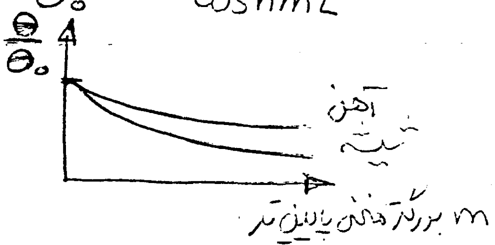
$-k\frac{d\theta}{dx}\Big|_{x=L} = h\theta_{(x=L)}$ نوع دوم

$\frac{d\theta}{dx}\Big|_{x=L} = 0$ نوع سوم . (پره آدیاباتیک)

توزیع دما : پره نوع اول (طولانی) $\frac{\theta}{\theta_0} = e^{-mx}$

(عایق) نوع سوم : $\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL}$

$$m = \sqrt{\frac{hP}{KA}}$$



m شیشه $>$ m آهن

K شیشه $<$ K آهن

* حجم مخروط = 1/3 حجم استوانه معادل (؟)

محاسبه تبادل حرارت از یک سطح پره دار :

(فین طولانی) نوع اول : $Q = \sqrt{hPKA}\,\theta_0$

(عایق) نوع سوم : $Q = [\tanh(mL)]\sqrt{hPKA}\,\theta_0$

راندمان :

$$\eta_1 = \frac{Q_{Actual}}{Q_{Ideal}}$$

حالت ایده‌آل : هیچ افت دما ندارم حالت ایده‌آل

حالتی است که در طول پره افت دما نداشته باشیم و پره در دمای ثابت بماند.

$$\eta = \frac{1}{mL}$$

۱) $=\frac{1}{L}\sqrt{\frac{kA}{hP}}$: اشکال $\downarrow L$ و $\frac{A}{P}\uparrow \longrightarrow \uparrow\eta$

کارآیی پره: Efficiency : $\eta_2 = \frac{Q_{\text{با فین}}}{Q_{\text{بدون فین}}}$

$$\eta_2 = \frac{\sqrt{hPkA}\,\theta_0}{hA\theta_0}$$

* از دیاد K و قرار دادن در طرف با h کم موجب ازدیاد کارایی و راندمان (هر دو می‌شود) و که طول در این رابطه مهم نیست و کارآیی را نسبت به طول بهینه می‌کنند.

$$\frac{P}{A}\uparrow \Longrightarrow \eta_2 \uparrow$$

بنابراین پره را با سطح مقطع کم (باریک) و سطح زیاد (بلند) ساخته می‌شوند.

سومین نوع راندمان:

$A_f =$ سطح جانبی کل پره‌ها

$A_t =$ سطح جانبی پره‌ها و فضای خالی.

$$\eta_t = 1 - \frac{A_f}{A_t}\left[1 - \eta_f\right]$$

* راندمان کل بیشتر از یک پره است.

* نوع چهارم پره را می‌توان تعریف کرد: $\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{\sinh m(L-x)}{\sinh mL}$

در طول محدود $x = L$

$\theta = 0$

$T = T_\infty$

حرارت

هفته اول دوره نهایی / انتقال حرارت / مقدمه / خراکوئی (فصل اول)

۷) قانون فوریه هم برای حالت پایا و هم برای حالت ناپایا صادق است. در حالتی که جسم جامد یا سیال ساکن داشته باشیم مکانیزم انتقال گرما هدایت بوده و از قانون فوریه می‌توان استفاده کرد.

۸) ؟

۴۰) ن

۵۸)

هدایت گرمایی

معادلات انتقال گرما / خراکوئی / فصل دوم

۷) ✓

۸) ن

۹) ✓

۱۱) غ — یک کره فلزی داغ ناگهان در هوای سرد انتقال گرما غیردائم و به علت تقارن یک بعدی است.

انتقال گرمای هدایتی / خراکوئی / فصل سوم

۱۴)

۱۷)

$k_1 = k_0$ (1 $\quad$ $k_0(1+\alpha T)$ (2 $\quad$ $k_3 = k_0(1-\alpha T)$ (3

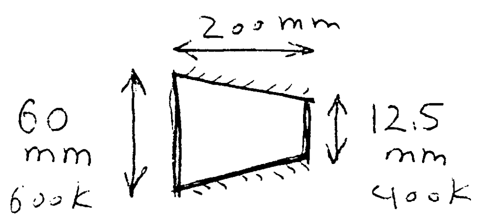
$$q_2 > q_1 > q_3$$

۲۷) ✓

۴۲) ✓

۵۸)

۷۱)



حل)

$$k = 3.46 \ \frac{W}{mK}$$

$$q = -kA\frac{dT}{dx} = cte$$

$$\Rightarrow q\int_{x_1}^{x_2}\frac{dx}{A(x)} = k\int_{T_1}^{T_2}dT$$

$$A(x) = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi}{4}(0.06 - 0.2375x)^2$$

$$\Rightarrow \quad q\int_0^{0.2}\frac{dx}{(0.06-0.2375x)^2} = -3.46\int_{400}^{600}dT$$

۷۷)

$$T_{max} = \frac{\dot{q}L^2}{2k} + T_s \qquad T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}L}{h}$$

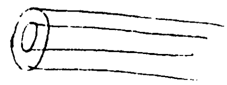
۸۳) توجه شود مسئله گفته ضخامت L یا ضخامت $2L$. اگر گفته ضخامت L در فرمول‌های حفظی به جای $L \rightarrow \frac{L}{2}$ قرار دهیم.

۹۸) ۹۶) ۹۷)

حرارت / تست / قسمت اول / صفحه

ادامه فصل سوم / هدایت گرمایی در استوانه.

③ تولید ← $g_0 \ \frac{W}{m^2}$.



$$g_0(\pi r^2 L) = q''(2\pi r L)$$

شار حرارتی ؟

⑥ ؟؟ مهندسی شیمی ۷۸.

⑳ اگر قطر یک گرمکن الکتریکی استوانه‌ای طویل دو برابر شود:

$$\dot{E} = \dot{q} V = \dot{q}(\pi R^2 L)$$

E: مصرف انرژی الکتریکی. $R' = 2R \rightarrow E' = 4E$

غ ㉓ ؟ مقاومت: $\frac{\Delta x}{KA}$ $\uparrow L \ \downarrow A$

㉘ $\boxed{q(2\pi r L) = cte}$ ، $(qr = cte)$ و Q ثابت.

(* نه πr^2

ادامه فصل سوم / هدایت در کره

①

③ با توجه به پایا بودن شرایط هرگاه دمای یک نقطه از کره ثابت باشد دمای نقاط دیگر هم ثابت خواهد بود.

⑤ ؟

⑥ $$[4\pi R^2] q_{in} = \frac{T-T_1}{\frac{1}{4\pi k}\left[\frac{1}{R}-\frac{1}{R_1}\right]}$$

$\rightarrow T-T_1$

(۳) شیب دما در یک پره با سطح مقطع ثابت در نزدیکی پایه پره بیشتر از شیب دما در انتهای پره است .

(۴) معادله دیفرانسیل میله متصل به دو دیوار در حضور هوا :

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{hP}{KA}(T-T_\infty) = 0$$

T_1 T_2

(۷) معادله توزیع حرارت میله در حالت پایدار :

$$\frac{d^2T}{dx^2} = m^2(T-T_\infty)$$

(۸) ۰ برای پره‌های طولانی داریم :

$$\frac{\theta}{\theta_b} = e^{-mx} \quad , \quad m^2 = \frac{hP}{KA} \rightarrow -mx = \ln\frac{\theta}{\theta_b}$$

$$\left[\frac{K_B}{K_A}\right]^{1/2} = \frac{\ln\left(\frac{\theta_A}{\theta_{b,A}}\right)}{\ln\left(\frac{\theta_B}{\theta_{b,B}}\right)} \rightarrow \frac{K_B}{K_A} = \left[\frac{\ln\left(\frac{50}{70}\right)}{\ln\left[\frac{25}{75}\right]}\right]^2 = 0.283$$

(۹) ۰ × هر چه ضریب هدایت گرمایی بیشتر و ضریب هدایت جابجایی کمتر باشد راندمان فین بیشتر است . بنابراین راندمان پره

(۱۰) به کاهش مقاومت جابجایی در مقابل افزایش مقاومت هدایتی بستگی دارد .

← سه پره با طول یکسان پره‌ای که k آن در طول معین k کمتر دارد .

مرغ $k > k$ پره

(۱۱) ۰

$$\boxed{\varepsilon_f = \eta_f \frac{A_f}{A_b}}$$

ضریب موثر بودن فین

راندمان

هفته اوّل دوره نهایی / انتقال حرارت / فصل ۳ / انتقال گرمای هدایتی چندبعدی

۴)

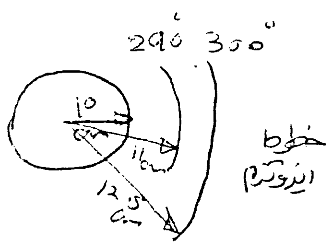
$$T = x^3 + 2y^3 - 2z^3$$

در ناحیه‌ای از فضا که دما با زمان تغییر نمی‌کند $\longrightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \longrightarrow \nabla^2 T = 0 \Longrightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$

$$6x + 12y - 12z = 0 \Longrightarrow z = y + \frac{x}{2}$$

۶) اگر $T = f(x, y, z)$ را داریم $\nabla^2 T$ را بدست آوریم برابر صفر است پس دما در هیچ نقطه‌ای با زمان تغییر نمی‌کند.

۷)



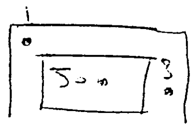
$$-k \left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=r_1} = h\,(T_1 - T_\infty)$$

$$\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=r_1} = \frac{T_1 - T_i}{r_1 - r_i} = \frac{290 - 300}{0.11 - 0.1} = \dots$$

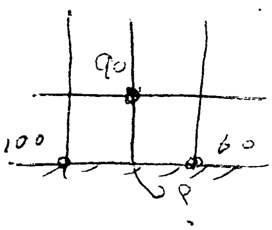
$$\longrightarrow h \checkmark$$

ادامه فصل ۳ / روش‌های عددی

۱) نقطه ۱ نسبت به دو نقطه دیگر در فاصله دورتری از ۵۰۰ است.



۱۰)



$$? = \frac{\frac{1}{2}(100 + 60) + 90}{2}$$

۱۵) ??

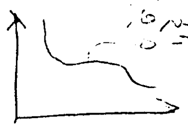
۱۷) q بین دو گره: $q = kA\frac{dT}{dx} = k \times \Delta y \frac{T_6 - T_5}{\Delta x} = \dots$

سعی شود معادلات به خوبی شناخته شوند تا نوشتن شود بهتره وقتی q داریم.

هدایت گرمایی ناپایا / فصل ۴

① ✓

۱۰) تغییر دمای لیوان آب 20° در محیط $-5^\circ C$:



دمای آب از $20^\circ C$ به $0^\circ C$ می‌رسد سپس در دمای ثابت تغییر فاز می‌دهد و سپس از $0^\circ C$ به $-5^\circ C$ می‌رسد.

۲۶) ✓ ۴ یک کره و استوانه هم حجم و هم جنس را نمی‌توان معین کرد کدام زودتر سرد می‌شود.

۲۷) گلوله را از ارتفاع زیاد به داخل آب انداخته‌ایم:

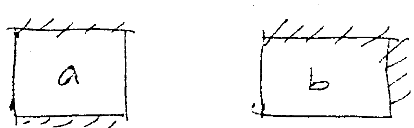
در ورود سرعت گلوله زیاد و سپس به سرعت حدی می‌رسد که h پس از سرعت حد ثابت می‌ماند بنابراین ضریب انتقال حرارت متوسط بین گلوله و آب ابتدا کاهش و سپس ثابت می‌ماند.

۳۰) حل شود برای تمرین lumped

۳۱) ∞ + تعادل گرمایی حاصل شده و گرمای ورودی از دو سطح توسط دو سطح دیگر بوسیله‌ی جابجایی بیرون می‌رود. q داریم.

$$q''_0(2A) = h(2A)(T-T_\infty)$$

۳۴)



a بهتر است lumped

۳۵) برای تمرین lumped

۳۶) گلوله خیلی داغ (کوره) در آب می‌اندازیم: به علت جوشش ضریب انتقال گرما بسیار بالا است ولی به تدریج کم می‌شود و وقتی گلوله به سرعت حد برسد ضریب انتقال گرما ثابت می‌ماند.

۳۸) با توجه به اینکه ضخامت لوله نسبت به قطر لوله خیلی کم است جداره لوله را می‌توان به عنوان صفحه در نظر گرفت و انتقال گرمای شعاعی را مانند انتقال گرمای یک بعدی در دستگاه مختصات کارتزین حل کرد.

۳۹) $\tau = \frac{\rho V c}{hA}$ مکعب: $L_c = \frac{V}{A} = \frac{L}{6}$

صفحه: $L_c = \frac{V}{A} = \frac{abL}{2ab} = \frac{L}{2}$

$$\frac{t_2}{\tau_2} = \frac{6/L}{2/L}\frac{t_1}{\tau_1} = 3\frac{t_1}{\tau_1}$$

روابط و فرمول های خطی / فصل ۵ / جابجایی از روی صفحه + آنالوژی رینولدز کاربرد.

$$\boxed{h = \frac{-k \frac{dT}{dy}\Big|_{y=0}}{T_w - T_\infty}}$$ رابطه اساسی انتقال حرارت

← اتلاف ناشی از نیروهای ویسکوز

(حرارت ناشی از اصطکاک) ← در سرعت بالا و ویسکوزیته بالا اهمیت دارد

معادله انرژی : $u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\mu}{\rho c}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$

معادله مومنتوم در جهت x : $u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}$

پیوستگی (اولین معادله که در کنوکسیون استفاده میشود) : $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$

برای بدست آوردن گرادیان دما باید این سه معادله را حل کنیم.

فرضیات : ۱) سیال نیوتنی ۲) غیرقابل تراکم ۳) دارای خواص فیزیکی ثابت

۴) جریان پایدار (Steady state).

معادله انتگرالی ون کارمن

$$\boxed{\frac{d}{dx}\int_0^{\delta} u(u-u_\infty)\,dy = -\nu \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0} = \frac{\tau_w}{\rho}}$$

$\tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0}$

این معادله دیفرانسیل فقط تابعیت x را بدست می دهد برای تابعیت u : $u = a_0 + a_1 y + a_2 y^2 + a_3 y^3$

$$\begin{cases} y=0 & u=0 & y=\delta & \frac{\partial u}{\partial y}=0 \\ y=\delta & u=u_\infty & y=0 & \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0 \end{cases} \rightarrow \boxed{\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{2}\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3} \quad \mathrm{I}$$

با قرار دادن این معادله در معادله انتگرالی ون کارمن

یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول داریم که با شرط زیر حل میشود:

$$\begin{cases} \frac{d\delta}{dx} = \frac{3\nu}{u_\infty \delta}\cdot\frac{?}{2} \\ x=0 \quad \delta=0 \end{cases} \rightarrow \boxed{\frac{\delta}{x} = \frac{4.64}{\sqrt{Re_x}}} \quad \mathrm{II} \quad \text{یا} \quad \boxed{\frac{\delta}{x} = \frac{5}{\sqrt{Re_x}}}$$

با داشتن معادلات I و II ، $u(x,y)$ را داریم ← پروفایل سرعت بدست آمد.

Pr: نسبت نفوذ مومنتوم به حرارت . گاز: تک اتمی : $\frac{2}{3}$ ، تک اتمی دو اتمی : $\frac{5}{7}$ برای گازهای بیشتر.

مایعات : معمولی ۱۰-۱ ، هیدروکربن ها 10^5 ، فلزات مذاب ۰۱.

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

$$\frac{d}{dx}\int_0^{\delta_t} (T_\infty - T)\,u\,dy = \alpha \frac{dT}{dy}\Big|_{y=0}$$

این معادله دیفرانسیل فقط تابعیت x را می دهد برای تابعیت y : $T = a_0 + a_1 y + a_2 y^2 + a_3 y^3$

$$\begin{cases} y=0 & T=T_w & y=\delta_t & \frac{\partial T}{\partial y}=0 \\ y=\delta_t & T=T_\infty & y=0 & \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0 \end{cases} \rightarrow \frac{\theta}{\theta_\infty} = \frac{T-T_w}{T_\infty - T_w} = \frac{3}{2}\frac{y}{\delta_t} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_t}\right)^3 \quad \mathrm{II}$$

رابطه دو را در معادله انتگرالی قرار می دهیم با تغییر متغیر $\xi = \frac{\delta_t}{\delta}$ یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول داریم که با فرضیات : ۱) $\xi < 1$ ۲) صرف نظر از ξ با توان بالاتر از ۲ (یعنی ξ^3) بسیم برای این فرض $Pr = 0.7$ باشد در $Pr > 0.7$ نتیجه دقیق تری نسبت است.

حل می گردد :

$$\boxed{\frac{\delta_t}{\delta} = \frac{1}{1.026} Pr^{-1/3}}$$

حال پروفایل دما و سرعت را داریم، با قرار دادن در معادله اساسی و مرتب کردن پارامترها می دهد:

صفحه با ثابت و جریان آرام

$$\boxed{Nu_x = \frac{hx}{k} = 0.332\, Re_x^{1/2}\, Pr^{1/3}} \Rightarrow \boxed{h_x \sim x^{-1/2}}$$

یعنی با افزایش x، h کاهش می یابد.

$$\boxed{\bar{h}_{x=l} = \frac{\int_0^l h_x dx}{\int_0^l dx}} \quad . \text{ اگر } h_x \sim x^a \quad \bar{h}_{x=l} = \frac{1}{1+a} h_{x=L}$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{h}_{x=L} = 2h_{x=L} \quad \text{و} \quad \overline{Nu}_{x=L} = 2Nu_{x=L}}$$

*) روابط h را می توان براحتی به Nu ارتباط داد.

$$Nu_x = 0.453\, Re_x^{1/2}\, Pr^{1/3}$$

آنالوژی رینولدز - کلبرن:

$$\boxed{\tau_w = C_{fx} \frac{\rho u_\infty^2}{2}} \qquad \boxed{\frac{C_{fx}}{2} = 0.323\, Re_x^{-1/2}}$$

$$\boxed{St\, Pr^{2/3} = 0.332\, Re_x^{-1/2} = \frac{C_{fx}}{2}}$$

کاربرد: ۱) جریان آرام و درهم صفحه تخت
۲) جریان درهم در لوله.
کاربرد ندارد: در جریان آرام در لوله.

این فقط برای آرام روی صفحه.

جریان درهم روی صفحه:

$$\frac{C_{fx}}{2} = 0.0296\, Re_x^{-1/5} \text{ یا } C_{fx} = 0.0592\, Re_x^{-1/5} \quad 5\times10^5 < Re < 10^7$$

شکل پروفایل سرعت در جریان درهم روی صفحه:

$$\frac{u}{u_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7}$$

جریان درهم روی صفحه:

$$\delta \sim Re_x^{-1/5}$$

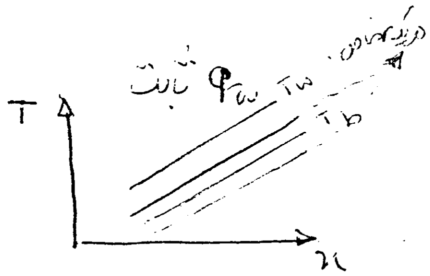
روابط و فرمول‌های مهم انتقال حرارت :

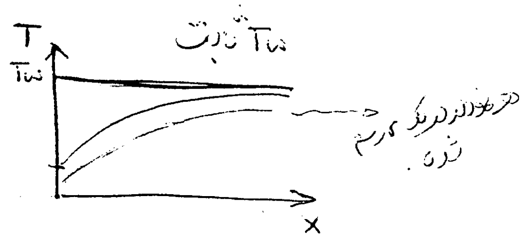
$$\boxed{\theta = \frac{T-T_w}{T_m-T_w}} \qquad \theta=\theta(r, x)$$

T_m یا T_b دمای متوسط در هر سطح مقطع است .

$$\boxed{\frac{\partial\theta}{\partial x}=0 \quad \text{شرط توسعه یافتگی حرارتی} \quad \text{یا} \quad \theta=\theta(r)}$$

انتقال حرارت در داخل لوله‌ها در جریان آرام





سرعت v نداریم

معادله لایه مرزی که در مختصات استوانه‌ای نوشته شده :

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+\cancel{v}\frac{\partial T}{\partial r}=\alpha\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)$$

با فرض : ۱) هدایت در جهت شعاعی ۲) آنتالپی در جهت محوری (هدایت در جهت محوری نداریم و از آن صرف نظر می‌کنیم) .

● عدد Pe : نسبت انتقال آنتالپی به هدایت

$$Pe=Re.Pr=\frac{\rho VDC}{k}$$

● اگر Pe بزرگ باشد از هدایت در جهت محوری صرف نظر می‌کنیم .

جریان آرام : $\boxed{\frac{x}{D}=0.03\,Re}$ $\boxed{\frac{x_t}{D}=0.03\,Re\,Pr}$ $\boxed{\frac{x_t}{x_m}=Pr}$ توسعه یافتگی حرارتی و سیالاتی

نسبت x برعکس ضخامت لایه مرزی

q_w ثابت :

$$\begin{cases} u\dfrac{\partial T}{\partial x}=\alpha\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r\dfrac{\partial T}{\partial r}\right) \\ r=R \qquad q_w=k\dfrac{dT}{dr}\Big|_{r=R} \\ r=0 \qquad \dfrac{dT}{dr}=0 \quad \text{به دلیل تقارن} \end{cases}$$

اگر q_w ثابت باشد :

$$\frac{\partial T}{\partial x}=\frac{\partial T_w}{\partial x}=\frac{\partial T_m}{\partial x}=\text{ثابت}$$

به جای $u=2u_m\left(1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right)$ ← سهمی استفاده می‌کنیم :

$$\boxed{Nu=\frac{hD}{k}=4.36}$$ ← جریان آرام – داخل لوله – جریان توسعه یافته حرارتی و سیالاتی q_w ثابت

T_w ثابت :

$$\begin{cases} u\dfrac{\partial T}{\partial x}=\alpha\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r\dfrac{\partial T}{\partial r}\right) \\ r=R \qquad T=T_w \\ r=0 \qquad \dfrac{\partial T}{\partial r}=0 \end{cases}$$

$$\boxed{Nu=\frac{hD}{k}=3.66}$$ ← جریان آرام – داخل لوله – توسعه یافته و T_w ثابت

$T_m=T_b$ برای بدست آوردن T_b :

$$T_b=\frac{\int_0^R \rho u C T\, 2\pi r\, dr}{\int_0^R \rho u C\, 2\pi r\, dr}$$

انتقال حرارت فلزات مذاب :

جریان آرام فلز مذاب از روی صفحه : $Pr \sim 0.01$

$$\frac{d}{dx}\int_0^{\delta_T}(T_\infty - T)u = \alpha \frac{dT}{dy}\Big|_{y=0}$$

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{2}\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \longrightarrow \frac{d}{dx}\left(\int_0^{\delta} + \int_{\delta}^{\delta_T} u_\infty\right) = \dots$$

جهت ساده سازی u را ثابت فرض می‌کنیم چون δ کوچک است :

$$\frac{d}{dx}\int_0^{\delta_T}(T_\infty - T)u_\infty = \alpha \frac{dT}{dy}\Big|_{y=0}$$

$$\frac{\theta}{\theta_\infty} = \frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right)^3$$

پس داریم :

$$\boxed{Nu_x = 0.53\, Pe^{1/2}}$$

$$\boxed{\frac{\delta}{\delta_T} = 1.64\sqrt{Pr}}$$

روابط تجربی در انتقال حرارت جابجایی :

Dittus-Boelter : $Nu = 0.023\, Re^{0.8}\, Pr^{n}$ $\begin{cases} n = 0.4 & \text{برای گرم کردن} \\ n = 0.3 & \text{برای سرد کردن} \end{cases}$

↳ جریان درهم - توسعه یافته - داخل لوله

Sieder & Tate : $Nu = 0.027\, Re^{0.8}\, Pr^{0.3}\left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0.14}$

↳ جریان درهم - توسعه یافته - داخل لوله

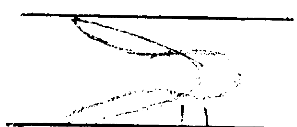
- تغییرات ویسکوزیته بالا

(این رابطه معمولاً برای سیالات پلیمری کاربرد دارد)

چون دمای دیواره بیشتر است ← $\frac{\mu}{\mu_w} > 1$

گاز سرد کردن / مایع داغ کردن } ← کاهش ویسکوزیته

* هرسه پروفایل برای جریان آرام :



گاز داغ کردن / مایع سرد کردن } افزایش ویسکوزیته ← تغییرات ویسکوزیته باید ناچیز باشد

انتقال حرارت در حالتی که توسعه یافتگی نباشد :

$$\boxed{\begin{array}{l} \frac{x}{D} = 0.03\, Re \\ \frac{x_T}{D} = 0.03\, Re\, Pr \end{array}}$$

$Nu = Nu\left(Re, Pr, \frac{x}{D}\right)$

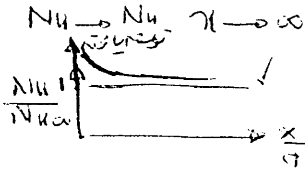
$Nu = Nu(Re, Pr, Gz)$

$$\boxed{Gz = \frac{Re \cdot Pr}{x/D}}$$

GZ : بیانگر اثرات توسعه نیافتگی در لوله‌ها است .

در جریان آرام در لوله ، دمای دیواره ثابت جریان توسعه نیافته : $Nu = 3.66 + \dots$

*) مقدار Nu در جریان توسعه نیافته بزرگتر از مقدار Nu در جریان توسعه یافته است . ! $x \to \infty$ $Nu \to Nu_{\text{توسعه یافته}}$



در جریان درهم توسعه نیافته داخل لوله هم یک رابطه برای طول‌های کم داریم .

آنالوژی رینولدز کالبرن .. داخل لوله جریان درهم :

$$\boxed{St \cdot Pr^{2/3} = \frac{f}{8}}$$

توجه : اثر تغییر فشار : $h \sim f \sim \Delta P$ یعنی هر تغییری روی فشار به طور مستقیم روی h اثر می‌گذارد

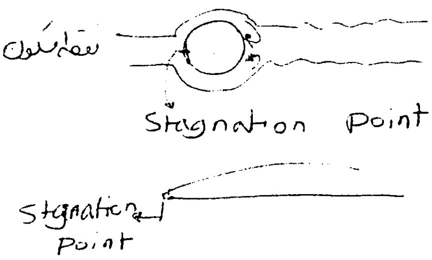
برای سرعت بالا این رابطه را در نظر می‌گیریم : $Nu = 0.023\, Re^{0.8}\, Pr^{0.3}$

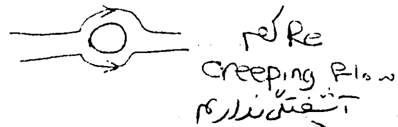
روابط و فرمول های حقیقی انتقال حرارت در کانال ها و انتقال حرارت از روی اجسام :

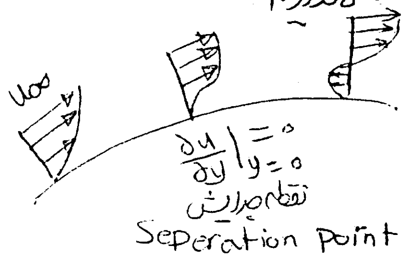
$$\text{قطر هیدرولیکی } D_{eq} = 4 r_H = 4\,\frac{\text{مساحت عبور جریان}}{\text{محیط تر شونده}}$$

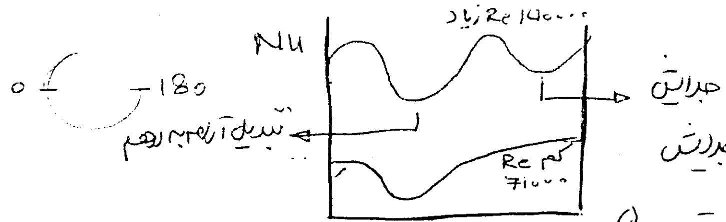
انتقال حرارت از روی استوانه :

نقطه سکون : اولین نقطه برخورد سیال با جسم است . همچنین بیشترین مقدار h در این نقطه است چون هنوز لایه مرزی تشکیل نشده .









*) وقتی یک min داریم نقطه min بیانگر جدایش جریان .

**) وقتی 2min داریم min اول بیانگر تبدیل جریان آرام به درهم و min دوم جدایش می باشد . در max جریان کاملاً درهم می شود .

*) بیشترین h در نقطه سکون اتفاق می افتد .

$$Nu_{\text{متوسط}} = C\,Re^{n}\,Pr^{1/3}$$

توجه : معادلات لایه مرزی در کلیه نقاط صادق است بجز در $x = 0$

جریان عمود بر مجموعه لوله ها

آرایش دسته لوله ها نسبت به جهت جریان سیال یا مثلثی است یا مستطیلی . ضریب انتقال گرمای هر لوله بستگی به موقعیت آن لوله در دسته لوله ها دارد . برای لوله هایی که در ردیف اول قرار گرفته اند ضریب انتقال گرما برابر حالتی است که لوله به تنهایی در جهت عمود بر جریان قرار دارد . اما برای لوله های ردیف های بعدی ضریب بیشتر است . چون لوله های ردیف اول سبب اغتشاش شده و اغتشاش سبب افزایش انتقال حرارت می گردد .

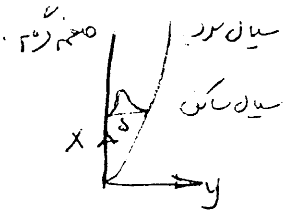
* در Re بالا انتقال گرمای مثلثی بیشتر است .

جابجایی آزاد

* اختلاف دانسیته ⟸ جابجایی آزاد.

* در روز h برای که زمین بیشتر از شب است. * در روز جریان از دشت به کوه و در شب برعکس.

* در روز جریان از دریا به ساحل است. (ساحل گرم‌تر از دریا است در روز).



* فقط در ناحیه لایه مرزی حرکت داریم.

* ضخامت لایه مرزی حرارتی = ضخامت لایه مرزی مومنتوم

$y=0 \quad u=0$
$y=\delta \quad u=0$

معادله مومنتوم: $u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}-g+\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

معادله انرژی: $u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$

* فشار در هر امتداد افقی را اگر در نظر بگیریم چون ضخامت لایه از قسمت دیگر خیلی کمتر است: $\boxed{\frac{\partial P}{\partial x}=-\rho_\infty g}$

* $\beta=\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \xrightarrow[\text{می‌زنیم}]{\text{تقریب}} \beta\approx\frac{1}{V_\infty}\frac{V-V_\infty}{T-T_\infty} \xrightarrow{\rho=\frac{1}{V}} \beta=\frac{\rho_\infty-\rho}{\rho(T-T_\infty)}$

$$\begin{cases} u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=g\beta(T-T_\infty)+\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \end{cases}$$

* این دو معادله به هم وابسته هستند یعنی در حقیقت یک دستگاه معادلات دیفرانسیل است.

در کنوکسیون آزاد هر دو معادله را با هم حل می‌کنیم و h را بدست می‌آوریم. (پروفیل سرعت و دما با هم بدست می‌آیند و از روی آنها h تعیین می‌گردد).

روش حل: روش انتگرالی ون کارمن است.

در اجباری $T=a_0+a_1y+a_2y^2+a_3y^3$

در آزاد $T=a_0+a_1y+a_2y^2$ — * علت درجه ۲ این است که بدین شکلات دقت را پایین آورده است.

$$\begin{cases} y=0 & T=T_w \\ y=\delta & T=T_\infty \\ y=\delta & \frac{\partial T}{\partial y}=0 \end{cases} \longrightarrow \boxed{\frac{T-T_w}{T_\infty-T_w}=\left(1-\frac{y}{\delta}\right)^2}$$

$u=a_0+a_1y+a_2y^2+a_3y^3$

$y=0 \quad u=0$
$y=\delta \quad u=0$
$y=\delta \quad \frac{\partial u}{\partial y}=0$
$y=0 \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\frac{-g\beta(T-T_\infty)}{\nu^2}$ → تغییرات پروفایل سرعت به دما بستگی دارد.

← تابعیت دما دارد → $\boxed{\frac{u}{u_x}=\frac{y}{\delta}\left(1-\frac{y}{\delta}\right)^2}$

ضخامت لایه مرزی جابجایی آزاد → $\boxed{\delta\sim x^{1/4}}$ ← از حل معادلات انتگرالی ون کارمن

$$Nu=0.508Pr^{1/2}(0.952+Pr)^{-1/4}Gr_x^{1/4}$$

Gr: عدد گراشف نسبت نیروی شناوری به نیروهای ویسکوز جایگزین عدد Re در جابجایی آزاد.

$Gr_x=\frac{g\beta(T_w-T_\infty)x^3}{\nu^2}$

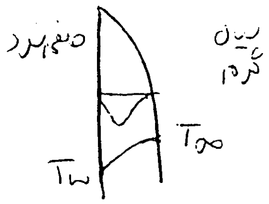
در جابجایی آزاد $Nu_x=Nu(Gr,Pr)$

Formula Primary ← → Secondary

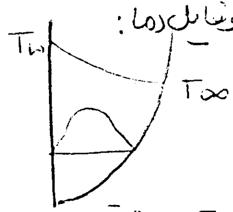
جابجایی اجباری $h \sim x^{-1/2}$ $\qquad h_x \sim x^{a} \Rightarrow \bar{h}_{x=L} = \frac{1}{1+a} h_{x=L}$

" آزاد $h \sim x^{-1/4} \longrightarrow \bar{h}_{x=L} = \frac{1}{1-1/4} h_{x=L} \longrightarrow \boxed{\bar{h}_{x=L} = \frac{4}{3} h_{x=L}}$

اگر صفحه سرد بود پروفایل سرعت و پروفایل دما:



* در این حالت هم سرعت max در $\frac{\delta}{3}$



سؤال: یک صفحه را در جریان آزاد چگونه بهتر است قرار دهیم؟

*) وقتی جریان آرام باشد h صفحه عمودی بیشتر از h صفحه افقی است. *معمولاً سروکار ما با جریان

" " درهم " h " افقی " " " عمودی " . آرام است.

علت: در حالت درهم افقی لایه مرزی نداریم. در آرام در حالت افقی هر مولکول اگر از زیر حرکت کند مولکولهای بالایی را به حرکت در می‌آورد.

عدد رایلی: $Ra = Gr \cdot Pr$ $\qquad$ عدد گراشف اصلاحی: $Gr^{*} = Gr \cdot Nu$

$Pe = Re \cdot Pr$ $\qquad$ در حالت q_w ثابت استفاده می‌گردد

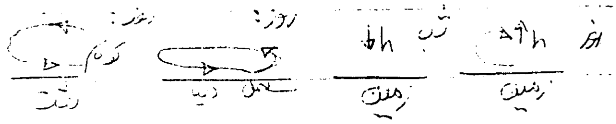
کنوکسیون آزاد از روی کره: $Nu = 2 + 0.5 (Gr Pr)^{1/2}$

اگر $\beta = 0 \longrightarrow Nu = 2$ * در انتقال جرم عدد Sh (برای انتقال جرم از کره در سیال ساکن) 2 می‌باشد

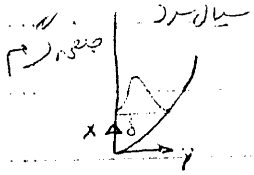
* چه موقع کنوکسیون آزاد در مقایسه با اجباری دارای اهمیت است؟ جواب: اگر $\frac{Gr}{Re^2} > 10$

توجه: از آنجا که Gr معادل Re است پس از نظر مقداری معادل Re^2 است.

جابجایی آزاد



$\delta = \delta_t$ چون هر جا حرکت داریم، اختلاف دما داریم



$y=0 \quad u=0$

$y=\delta \quad u=0$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho_\infty g$$

* فقط در این لایه نزدیک به صفحه حرکت داریم

$$\beta = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \xrightarrow{\text{تقریب}} \beta = \frac{1}{V_\infty}\left(\frac{V-V_\infty}{T-T_\infty}\right)$$

$$\rho = \frac{1}{V} \longrightarrow \boxed{\beta = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\rho_\infty-\rho}{T-T_\infty}\right)} \longrightarrow \text{به جای } \rho, V \text{ گذاشته}$$

* وجای معادلات حرکت عوض

$$\begin{cases} u\dfrac{\partial u}{\partial x} + v\dfrac{\partial u}{\partial y} = \nu\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g\beta(T-T_\infty) \\ u\dfrac{\partial T}{\partial x} + v\dfrac{\partial T}{\partial y} = \alpha\dfrac{\partial^2 T}{\partial y^2} \end{cases}$$

* کوپل معادله: پروفایل سرعت و دما توأماً تعیین می‌گردد

حالت: آزاد، صفحه عمودی، جریان آرام، دمای دیواره ثابت

حل: به روش انتگرالی ون کارمن:

$$\begin{cases} y=0 & T=T_w \\ y=\delta & T=T_\infty \\ y=\delta & \dfrac{\partial T}{\partial y}=0 \end{cases} \longrightarrow \frac{T-T_w}{T_\infty-T_w} = \left(1-\frac{y}{\delta}\right)^2$$

$$\begin{cases} y=0 & u=0 \\ y=\delta & u=0 \\ y=\delta & \dfrac{\partial u}{\partial y}=0 \\ y=0 & \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \dfrac{-g\beta(T-T_\infty)}{\nu} \end{cases} \longrightarrow \frac{u}{u_x} = \frac{y}{\delta}\left(1-\frac{y}{\delta}\right)^2$$

بستگی به جنس آ دارد

$$\boxed{\delta \sim x^{1/4}}$$

پروفایل سرعت هم لایه نگی دارد

$$Gr_x = \frac{g\beta(T_w-T_\infty)x^3}{\nu^2}$$

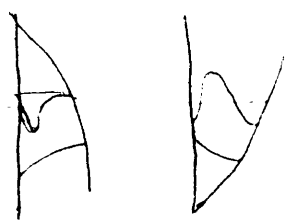
x^3

$h_x \sim x^a \rightarrow \bar{h} = \frac{1}{1+a}h$

$Nu \sim x^a \rightarrow \bar{h} = \frac{1}{a}h$

$$Nu \sim Gr_x^{1/4} \longrightarrow \boxed{\bar{h}_{x=L} = \frac{4}{3}h_{x=L}}$$

$y = \frac{\delta}{3} \longleftarrow$ سرعت max



جریان آرام
جابجایی آزاد
$\longrightarrow \boxed{GrPr < 10^9} \rightarrow \boxed{Ra < 10^9}$

* جریان آرام ← h عمودی بیشتر از افقی

حرارت / دوم / پنجم

$Ra = Gr \cdot Pr$ $\qquad$ $Pe = Re \cdot Pr$

q_w ثابت ← گراشف اصلاحی . $Gr^* = Gr \cdot Nu$ ← چون دما هم در طول تغییر می‌کند .

$$Gr^* = Gr \cdot Nu = \frac{g\beta \Delta T x^3}{\nu^2} \cdot \frac{hx}{K} = \frac{g\beta q'' x^4}{K\nu^2}$$

کنوکسیون آزاد از روی کره : $\qquad Nu = 2 + \cdots$

مانند $Sh = 2$.

* چه موقع در مسائل حرارت کنوکسیون آزاد مهم است ؟ $\qquad \frac{Gr}{Re^2} > 10$

از لحاظ فرمول Gr با Re برابر است ...

از نظر مقداری معادل Re^2

جزوه میثرا :

$$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

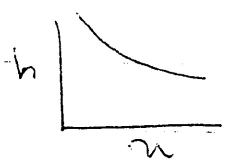
$\boxed{\beta = \frac{1}{T}}$ گازایده‌آل ، $\qquad \beta = -\frac{1}{\rho}\,\frac{\rho_\infty - \rho}{T_\infty - T}$

$$Gr = \frac{g\beta \Delta T L^3}{\nu}$$

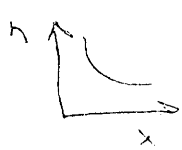
$\frac{Gr}{Re^2}\begin{cases} \gg 1 & \text{جابجایی آزاد غالب} \\ \approx 1 & \text{هردو} \rightarrow Nu = F[Re, Pr, Gr] \\ \ll 1 & \text{Forced} \end{cases}$

$Gr = \dfrac{\text{نیروی شناوری}}{\text{〃 ویسکوز}}$

* آزاد :



* لیوان چای در زمین زودتر از کره ماه خنک می‌گردد چون Gr در زمین بیشتر است

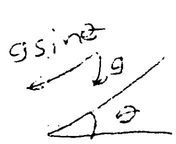


آرام - آزاد - دما ثابت $\quad Nu \propto Gr^{1/4}$

صفحه قائم $\quad$ درهم - 〃 - 〃 $\quad Nu \propto Gr^{1/3}$

صفحه قائم $\quad$ آرام - آزاد - شار ثابت $\quad Nu \propto Gr^{*1/5} \rightarrow \bar{h} = \frac{5}{4} h_{x=L}$

درهم - آزاد - شار ثابت $\quad Nu \propto Gr^{*1/4} \quad \bar{h} = h_{x=L}$



* هرچه صفحه از حالت قائم دور شود h کاهش می‌یابد چون g می‌شود $g\sin\theta$

* روابط تجربی برای هوا : آرام $h = k_1\left[\frac{\Delta T}{L}\right]^{1/4}$. درهم $h = k_2[\Delta T]^{1/3}$

$T_1 > T_2$ $\quad T_1$ $\quad$ Conduction $\quad T_2$ $\qquad\qquad$ $T_1 < T_2$ $\quad$ Convection

* ۲ وجهی برنارد : هوای گرم و هوای سرد با هم مخلوط می‌شوند . در شش وجهی برنارد در بالای شش وجهی هوای گرم وجود دارد . هوای سرد جریان دارد

روابط و فرمول‌های حفظی جزوه دکتر میرزازاده / Convection :

طبقه‌بندی مسائل Conv. :
1) Forced - Natural
2) جریان آرام و درهم
3) شکل هندسی : روی صفحه یا درون لوله .
4) شرط مرزی دیواره : دما ثابت یا شار ثابت .

معادله پیوستگی : بدون قید و شرط :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\vec{V}\nabla\rho+\rho\vec{\nabla}\cdot\vec{V}=0$$

* این معادله ترم تولید ندارد چون طبق اصل بقای جرم می‌گوید جرم از بین نمی‌رود و یا تولید نمی‌شود .

برای سیالات تراکم‌ناپذیر : $\nabla\vec{V}=0$ (این معادله شرط S.S بودن را ندارد) .

نیروها :
- Body Force : به مرکز ثقل (گرانیگاه) وارد می‌شوند : وزن، گریز از مرکز، نیروی میدان مغناطیسی
- Surface Force : به سطح وارد می‌شوند → Shear stress ، Normal "
- تغییرات اندازه حرکت نسبت به زمان : $\frac{mv}{t}=\dot{m}v$

τ : یک تنسور است

$\tau_{\circ\circ}$: جهت سطحی که تنش به آن اعمال می‌گردد (بردار نرمال سطح) ؛ راستای تنش را نشان می‌دهد

معادله مومنتوم : (با شرط ρ ثابت از معادله پیوستگی) :

فرم برداری : (در حقیقت خودش سه معادله است) : سه جهت

$$\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla\vec{V}=-\frac{1}{\rho}\nabla\tau-\frac{1}{\rho}\vec{\nabla P}+\vec{g}$$

در راستای X :

$$\rho\frac{\partial V_x}{\partial t}=-\rho\left[V_x\frac{\partial V_x}{\partial x}+V_y\frac{\partial V_x}{\partial y}+V_z\frac{\partial V_x}{\partial z}\right]-\left[\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}\right]+\rho g_x$$

معادله انرژی :

$$\underbrace{\alpha\nabla^2T}_{\text{Conduction}}+\underbrace{\frac{\dot{q}}{\rho C_p}}+\underbrace{\frac{\Phi}{\rho C_p}}=\underbrace{\frac{\partial T}{\partial t}}+\underbrace{\vec{V}\cdot\vec{\nabla}T}_{\text{Convection}}$$

- $\alpha\nabla^2T$: انتقال حرارت با مکانیزم Conduction
- $\frac{\dot{q}}{\rho C_p}$: واکنش شیمیایی ΔH_{rxn} و یا $\dot{q}$ (- یا +)
- $\frac{\Phi}{\rho C_p}$: تلفات ویسکوز حرارت ناشی از اصطکاک لایه‌های سیال
- $\frac{\partial T}{\partial t}$: تجمع حرارتی
- $\vec{V}\cdot\vec{\nabla}T$: انتقال حرارت با مکانیزم Convection

* اگر $V=0$ به معادله هدایت تبدیل می‌گردد .

* در معادله انرژی برای Convection دو ترم اضافی داریم :

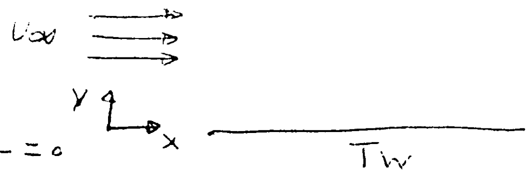
1) $\vec{V}\cdot\nabla\vec{T}$: بیانگر انرژی منتقل شده توسط توده سیال

2) $\frac{\Phi}{\rho C_p}$: " " تولید شده ناشی از اصطکاک بین لایه‌ها در جریان حرکت سیال .

$$\begin{cases}\vec{\nabla}\cdot\vec{V}=0\\ \frac{\partial\vec{V}}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla\vec{V}=-\frac{1}{\rho}\nabla\tau-\frac{1}{\rho}\vec{\nabla P}+\vec{g}\\ \frac{\partial T}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla T=\alpha\nabla^2T+\frac{\dot{q}}{\rho C_p}+\frac{\Phi}{\rho C_p}\end{cases}$$

اگر سیال نیوتنی باشد :

$$\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla\vec{V}=\nu\nabla^2\vec{V}-\frac{1}{\rho}\nabla P+\vec{g}$$



$$\begin{cases} \frac{dV_x}{dx}+\frac{dV_y}{dy}=0 \\ V_x\frac{dV_x}{dy}+V_y\frac{dV_x}{dy}=\nu\frac{d^2V_x}{dy^2}-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} \\ V_x\frac{\partial T}{\partial x}+V_y\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2T}{\partial y^2}+\frac{2\mu}{\rho C_p}\left[\frac{\partial V_x}{\partial y}\right]^2\end{cases}$$

حالت:
1) جریان Forced
2) Laminar
3) Plate
4) $T_w = cte$

از بی‌بعد کردن معادلات فوق داریم: Nu = توان جابجایی به توان هدایتی $N = -\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_0$

* یعنی Nu به پروفایل بی‌بعد دما بستگی دارد.

سؤال: چه موقع می‌توان از تلفات زبری صرف نظر کرد: $\frac{\mu}{\rho C_p}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \rightarrow \mu\uparrow ,\ \frac{\partial u}{\partial y}\uparrow$ دارای اهمیت است

$$\alpha\frac{\partial^2T}{\partial y^2}+\frac{\mu}{\rho C_p}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \rightarrow \alpha\frac{\partial^2T}{\partial y^2}\gg\frac{\mu}{\rho C_p}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$$

آنالیز مرتبه بزرگی: $\alpha\frac{T}{\delta^2}\gg\frac{\mu}{\rho C_p}\left[\frac{u_\infty}{\delta}\right]^2 \rightarrow 1\gg\underbrace{\frac{\mu/\rho}{\alpha}}_{Pr}\cdot\underbrace{\frac{u_\infty^2}{C_pT}}_{Ec}$

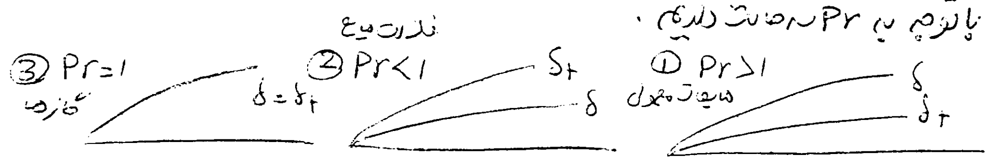
Ec: نسبت انرژی جنبشی به انتالپی انرژی
*وقتی می‌توان از زبری صرف نظر کرد که عدد برینکمن کوچکتر از یک باشد. $Br = Ec \cdot Pr < 1$

* بی‌بعد پروفایل دما تابعی است از Re، Pr و Ec. پس عدد Nu نیز به عددهای بی‌بعد Re، Pr و Ec تأثیر دارند و اگر از تلفات ویسکوز صرف نظر کنیم فقط تابع Re و Pr است. در جرم عدد Sh تابع Ec نیست (تفاوت جرم و حرارت).

* لایه مرزی حرارتی و هیدرودینامیکی لازم نیست از ابتدای صفحه آغاز شود ولی لایه مرزی مومنتوم حتماً از ابتدای صفحه آغاز می‌گردد.

توجه: $\boxed{\delta_T = f(Re, Pr) \qquad \frac{\delta_T}{\delta}=f(Pr) \qquad \delta = f(Re)}$

با توجه به Pr سه حالت داریم:



قدم آخر محاسبه h:

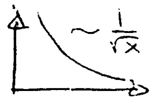
$$h=\frac{-k\frac{\partial T}{\partial y}\big|_{y=0}}{T_w-T_\infty}=\frac{-k\times\frac{3}{2\delta_T}(T_\infty-T_w)}{T_w-T_\infty}=\boxed{\frac{3k}{2\delta_T}}$$

* یعنی با افزایش δ_T ضخامت لایه مرزی، h کاهش می‌یابد (نسبت عکس) یعنی در طول صفحه h کاهش می‌یابد.

$$\rightarrow h=\frac{3k}{2\left[\frac{4.64x}{\sqrt{Re_x}}\right]\frac{1}{1.024}Pr^{-1/3}} \rightarrow Nu=\frac{hx}{k}=0.332\,Re_x^{1/2}\,Pr^{1/3}$$

$Re < 5\ldots$
- اجباری
- آرام
- Plate
- T_w ثابت

نکات: (1 $h \sim \frac{1}{\sqrt{x}}$



(جلو رفتن در جهت x = افزایش ضخامت = کاهش h).

(2 $Q = \bar{h} A \Delta T$

$$\bar{h} = \frac{\int_0^L h\,dx}{\int_0^L dx} \quad , \quad \underset{Sh}{Nu} \sim x^n \to h x^{n-1} \to \boxed{\bar{h} = \frac{1}{n} h_{x=L}}$$

n: توان متناسب با Nu یا Sh است ،

در این حالت: $\boxed{\bar{h} = 2h_{x=L}}$

حالت جریان آرام، اجباری، صفحه با شرط شار حرارتی ثابت:

$y=0 \quad T=T_w$

$q'' = -k \frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0}$ $\xrightarrow{\text{با حل داریم}}$ $\boxed{Nu = 0.453\, Re^{1/2} Pr^{1/3}}$

نکات:

(1 $h \sim \frac{1}{\sqrt{x}}$ (2 $\bar{h} = 2h_{x=L}$ و $\overline{Nu} = \frac{\bar{h}L}{k} \to \overline{Nu} = 2Nu_{x=L}$

سوال: در مسئله شار حرارتی ثابت دمای صفحه چگونه تغییر می‌کند:

$$\left.\begin{aligned} q'' &= h(T_w - T_\infty) \\ q'' &= cte \\ h &\propto \frac{1}{\sqrt{x}} \end{aligned}\right\} \to (T_w - T_\infty) \sim \sqrt{x} \to T_w - T_\infty = \beta\sqrt{x}$$

یعنی اختلاف دما در طول دیواره تغییر می‌کند.

برای محاسبه متوسط اختلاف دما:

$$\overline{T_w - T_\infty} = \frac{\int_0^L (T_w - T_\infty)\,dx}{\int_0^L dx}$$

$$\to \overline{T_w - T_\infty} = \frac{2}{3}\beta\sqrt{L}$$

$$\to \boxed{\overline{T_w - T_\infty} = \frac{2}{3}(T_w - T_\infty)_{x=L}}$$

* اختلاف دمای متوسط $\frac{2}{3}$ اختلاف دمای انتهای صفحه است.

تشابه (similarity):

① تلفات ناچیز، گرادیان فشار، q'' و R_A و q همگی صفر باشند. ② رژیم جریان یکسان laminar / Turbulent

③ Geometery (اشکال هندسی یکسان) ④ شرط مرزی یکسان ⑤ آرام $\nu = \alpha = D_{AB}$ ، درهم $E_\nu = E_H = E_D$

⑥ ثروت‌های انتقال تا حد امکان کم باشند.

اگر این شرایط برقرار باشد آنالوژی رینولدز کامل برقرار است: $J_H = J_D = St.Pr^{2/3} = \frac{C_f}{2}$

توجه: $C_f \sim \Delta P$ ، C_f تابع $\frac{\varepsilon}{D}$ نیست (۲)

$$St = \frac{Nu}{Re.Pr} = \frac{h}{\rho u_\infty C_p}$$

استفاده از موانع h را زیاد می‌کنند مانند Baffle ها: افت فشار را زیاد کرده و در زبری دیواره یا ... جلوگیری کنند.

*توجه h بدست آمده از آن تنها برای دما ثابت است چون در حالت شار ثابت با این شرایط درست نیست.

بررسی h درهم، دما ثابت، روی صفحه، اجباری :

* مشکل رابطه $\frac{U}{V_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7}$ این است که تنش روی دیواره را ∞ می‌دهد.

~~اگر درهم~~ * از آنالوژی استفاده می‌کنیم.

$$\boxed{\frac{C_f}{2} = 0.0296\, Re^{-1/5}}$$

$$\frac{C_f}{2} = \frac{\tau_w}{\rho u_\infty^2} \longrightarrow \frac{\tau_w}{\rho} = 0.0296\, Re^{-1/5} u_\infty^2$$

اگر ... را در معادله انتگرالی قرار دهیم داریم :

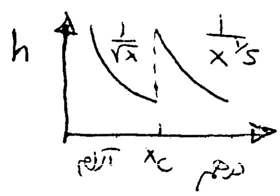
$$\begin{cases} \frac{d}{dx}F(\delta) = 0.0296\, Re^{-1/2} U_\infty^2 \\ x = x_c \qquad \delta = \delta_{laminar} \end{cases}$$

ولی به جای حل کردن از آنالوژی استفاده می‌کنیم.

$$St.Pr^{2/3} = \frac{C_f}{2}$$

$$\frac{Nu}{Re.Pr}.Pr^{2/3} = 0.0296\, Re^{-1/5} \longrightarrow \boxed{Nu = 0.0296\, Re^{4/5}.Pr^{1/3}}$$

- اجباری
- درهم
- صفحه
- دمای ثابت



در حالت درهم : $h \sim \frac{1}{x^{0.2}}$

$$\bar{h} = \frac{5}{4} h_{x=L}$$

* در جریان آرام h max در ابتدای صفحه است، اگر جریان درهم باشد ممکن است در $Re = 500000$ هم max داشته باشیم باید امتحان کنیم.

* برای حالت شار ثابت از آنالوژی نمی‌توان استفاده کرد. برای ش ثابت اگر هیچ رابطه‌ای نداشتیم :

$$Nu\big|_{q''=cte} = 1.04\, Nu\big|_{T_w=cte}$$

بررسی حالت جریان اجباری، آرام، صفحه، دما ثابت و $Pr \ll 1$ (فلزات مایع) :

در جریان فلزات مایع : $Nu = 0.54\sqrt{RePr}$ اگر بنویسیم Nu تابع Pe است بهتر است تا $Nu(Re, Pr)$ چون در حالت اول توان Re و Pr یکی فرض شده.

$$Nu = 0.54\sqrt{Re}$$

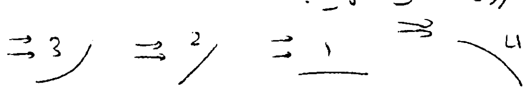
* مشابه دیدیم، در فلزات مایع درهم نداریم : $0.6 < Sc < \dots < Pr$ یعنی در اینجا Sc و Pr تفاوت دارد.

جریان از روی سطوح منحنی

نقطه جدایی : $\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0} = 0$ ، $\frac{\partial P}{\partial x} > 0$ توجه شرط $v=0$ ، $u=0$ ربطی به نقطه جدایی ندارد.

* برگشت جریان بعد از نقطه جدایی ایجاد آشفتگی می‌کند که ضریب انتقال حرارت را افزایش می‌دهد. در نقطه جدایی h، min است ولی بعد از آن یک جهش داریم (که این جهش آن نیست) تا قبل از نقطه جدایی روند نزولی ادامه دارد چون ضخامت لایه مرزی افزایش می‌یابد.

تست :



انتقال در 3 بیشتر از 2 بیشتر از 1
ولی در 4 ~~هم احتمالا~~ احتمال جدایی
هم اتفاق بیفتد

بررسی حالت : آرام ، درون لوله ، جریان اجباری → دما ثابت ، شار ثابت

شرط توسعه یافتگی هیدرودینامیکی : $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$

یعنی u تابع r است و تابع x نیست .

$$\boxed{\frac{X_{fd,h}}{D} = 0.05\, Re_D} \qquad Re = \frac{\rho u D}{\mu}$$

در حالت توسعه یافتگی : $\boxed{\delta = R}$

شرط توسعه یافتگی حرارتی : $\boxed{\partial\left[\frac{T_s - T}{T_s - T_m}\right] = 0}$

شرط $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ غلط است چون در این صورت تبادل حرارتی نداریم .

دمای بالک ، متوسط ، کپه ای ، دمای میانگین

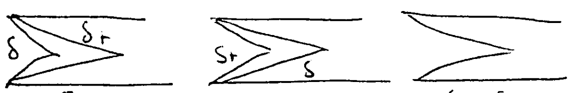
* توجه T_m ممکن است تغییر کند ولی عبارت نباید تغییر کند .

* $T(r=R) = T_s$

$$T_m = \frac{\int_0^R \rho u (2\pi r dr) C_p T}{C_p \int_0^R \rho u (2\pi r) dr} \rightarrow T_m = \frac{\int_0^R u r T dr}{\int_0^R u r dr}$$

طول لازم برای توسعه یافتگی حرارتی :

$$\boxed{\frac{X_{fd,t}}{D} = 0.05\, Re.Pr}$$

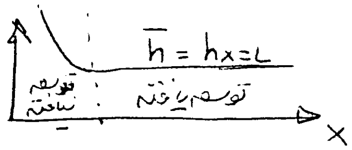


مایعات	فلزات مایع	گازها
$Pr > 1$	$Pr << 1$	$\delta = \delta_t$, $Pr = 1$
$X_{fd,t} > X_{fd,h}$	$X_{fd,t} < X_{fd,h}$	

$$\boxed{\frac{X_{fd,t}}{X_{fd,h}} = Pr}$$

* در ناحیه توسعه یافته حرارتی : $h = cte$ چون ضخامت لایه مرزی ثابت شده است .

* می توان ثابت کرد که در حالت توسعه یافته حرارتی h تابع x نیست .

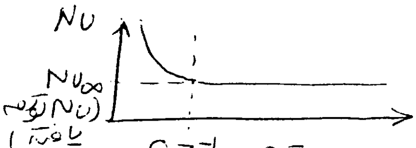


تعریف h درون لوله :

$$h = \frac{-k \frac{\partial T}{\partial r}\big|_{r=R}}{T_s - T_m}$$

* در حالت توسعه یافته مقادیر موضعی و متوسط h هم برابرند : $\bar{h} = h_{x=L}$

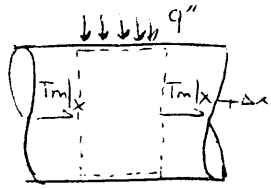
* در حالت توسعه نیافته ضخامت لایه مرزی افزایش می یابد و h کاهش می یابد .



$Gz^{-1} = 0.05$

$Gz = 20$

$$\frac{\frac{X}{D}}{Re.Pr} = Gz^{-1}$$



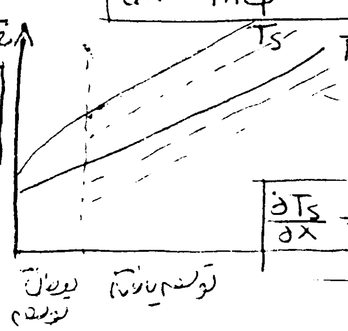
$$① \ \underbrace{\dot{m} C_p dT_m}_{\text{همان انرژی دریافتی توسط سیال}} = \begin{cases} ② \ q''(P dx) & q'' = cte \\ ③ \ h(T_s - T_m)(P dx) & T_s = cte \end{cases}$$

$$① و ② \rightarrow \boxed{\frac{dT_m}{dx} = \frac{q'' P}{\dot{m} C_p} = cte} \rightarrow \boxed{T_m = T_{mi} + \frac{q'' P}{\dot{m} C_p} x}$$

**) یعنی در جریان درون لوله ها در حالت شار ثابت دمای توده به طور خطی تغییر می کند چه جریان توسعه یافته باشد و چه جریان توسعه نیافته باشد . ربطی هم به آرام و درهم بودن ندارد .

$q'' = cte$

$\boxed{Nu = 4.36}$



$$② و ③ \rightarrow q'' = h(T_s - T_m) \rightarrow T_s - T_m = \frac{q''}{h}$$

$$\frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx} = cte \leftarrow \text{h و q'' ثابت}$$

$$\boxed{\frac{\partial T_s}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T_m}{\partial x} = cte}$$

*) یعنی دمای سطح هم خطی تغییر می کند (موازی با T_m) در صورتیکه جریان توسعه یافته باشند .

*) در حالت توسعه نیافته h کاهش می یابد (با افزایش x) داریم $T_s - T_m = \frac{q''}{h}$ یعنی اختلاف دما بطور غیر خطی افزایش می یابد .

* اگر از شرط توسعه یافتگی مشتق بگیریم و حالت شار ثابت را برای آن اعمال کنیم : $\boxed{\dfrac{\partial T}{\partial x} = \dfrac{\partial T_s}{\partial x}}$

محاسبه Nu در حالت شار ثابت :

چون پروفایل سرعت در سیالات معین شده نیازی به نوشتن معادله مومنتوم نیست ، آرام : $\dfrac{V}{V_m} = 1-\left(\dfrac{r}{R}\right)^2$

$$\cancel{\frac{\partial T}{\partial t}} + \vec{V}\cdot\nabla T = \alpha\nabla^2 T + \cancel{\frac{q}{\rho C_p}} + \cancel{\frac{\Phi}{\rho C_p}}$$

S.S است .

$V_r = 0$ ، $V_x \neq 0$ ، $V_\theta = 0$

منبع حرارتی و واکنش نداریم

سرعت بالا نیست ، سیال ویسکوز نیست

* در راستای حرکت .Conv اهمیت دارد و در راستای غیر حرکت .Cond

معادله انرژی :

$$\boxed{V_x \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\alpha}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)}$$

* اگر شار ثابت باشد : $\dfrac{\partial T}{\partial x} = \dfrac{\partial T_m}{\partial x} = cte$

یعنی در حالت شار ثابت با معادله ODE سروکار داریم . (فقط تابعیت r داریم) :

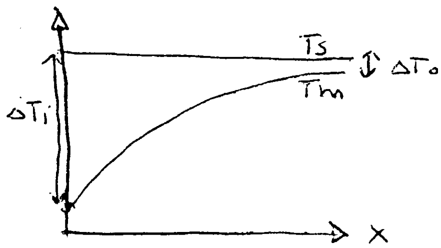
پروفایل سرعت جریان آرام را در معادله انرژی قرار می دهیم ، دوبار انتگرال می گیریم (نسبت به r) با دو شرط مرزی

B.C $\left| \begin{array}{ll} r=0 & \dfrac{\partial T}{\partial r}=0 \text{ (به دلیل تقارن)} \\ r=R & q''=-k\dfrac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=R} \end{array}\right.$

ثوابت تعیین می شوند . بنابر این پروفایل دمای بدست آمده در رابطه اساسی قرار می دهیم :

$$h = \frac{48k}{11D} \rightarrow \frac{hD}{k} = \frac{48}{11} \rightarrow \boxed{Nu = 4.36}$$

- آرام
- توسعه یافته
- درون لوله
- شار ثابت .



حالت دمای دیواره ثابت ، جریان آرام :

$$1 , 3 \rightarrow -\ln(T_s - T_m) = \frac{\bar{h}P}{\dot{m}C_p}dx \quad (4)$$

* یعنی T_m به شکل نمایی اکسپوننسیالی تغییر می کند .

* از شرط توسعه یافتگی و اعمال شرط دما ثابت : $\boxed{\dfrac{\partial T}{\partial x} = \left(\dfrac{T_s - T}{T_s - T_m}\right)\dfrac{\partial T_m}{\partial x}}$

از انتگرال گیری رابطه 4 داریم : $\boxed{\ln\dfrac{\Delta T_o}{\Delta T_i} + St\dfrac{4L}{D} = 0}$ معادله بی بعد دما ثابت برای لوله

(5)

$$\underbrace{\dot{m}C_p(T_{m_o} - T_{m_i})}_{\text{کل انرژی دریافتی توسط سیال (که از دیواره آمده)}} = \bar{h}(\pi DL)\,.\,LMTD$$

چون توزیع دما لگاریتمی است از متوسط دمای لگاریتمی استفاده می کنیم .

$$LMTD = \frac{\Delta T_o - \Delta T_i}{\ln\frac{\Delta T_o}{\Delta T_i}}$$

اگر مسئله ای جنبه عملی داشته باشد می توان از رابطه بالا یا رابطه بی بعد ارائه شده در حالت شار ثابت داریم :

$$\dot{m}C_p(T_{m_o} - T_i) = q''\pi DL \qquad \text{واحد } q'' = \frac{W}{m^2}$$

محاسبه Nu در حالت دما ثابت :

$$V_m\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\alpha}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial T}{\partial r}\right]$$

در این حالت دیگر $\dfrac{\partial T}{\partial x}$ ثابت نیست بنابراین معادله دیفرانسیل PDE با ضرایب غیر خطی با روش های عددی یا تکراری

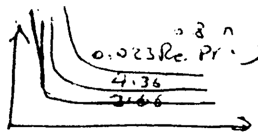
با شرایط مرزی : B.C. $\left| \begin{array}{l} \dfrac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=0}=0 \\ T(r=R)=T_s \end{array}\right.$ با حل داریم :

$\boxed{Nu = 3.66}$

- جریان آرام
- توسعه یافته
- درون لوله
- دمای دیواره ثابت .

جریان درهم درون لوله :

روابط تجربی : $Nu = 0.023\,Re^{0.8}\,Pr^{n}\begin{cases} n=0.4 & \text{Heating}\\ n=0.3 & \text{Cooling}\end{cases}$



* هم در جریان درهم هم در جریان آرام در حالت توسعه یافته h ثابت است x ندارد

* ثابت می‌شود آنالوژی در جریان آرام درون لوله برقرار نیست.
و در حالت شار ثابت هم که بحث آنالوژی نداریم.

* یادآوری: در جریان آرام $\frac{C_f}{2} = \frac{8}{Re}$

سؤال : $D_1 = 3D_2$ ، $\frac{h_2}{h_1} = ?$

اگر جریان آرام باشد: $Nu =$ ثابت $\longrightarrow h \sim \frac{1}{D}$

درهم : $Nu \sim Re^{0.8}$
$\longrightarrow h \sim D^{-0.2}, v^{0.8}$

از پیوستگی : $\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \longrightarrow \frac{h_2}{h_1} = \left[\frac{D_1}{D_2}\right]^{1.8}$

* توجه: اگر قطر لوله را تغییر دهیم rate انتقال حرارت ثابت است
$Q = h(\pi DL)\Delta T$
$h \sim \frac{1}{D}$
D ساده می‌شود.

سؤال ۲: $\Delta P_2 = \Delta P_1$

h چه تغییر می‌کند :
جریان درهم از آنالوژی استفاده می‌کنیم: $\frac{h_2}{h_1} = \frac{C_{f2}}{C_{f1}} = \frac{\Delta P_2}{\Delta P_1}$
در جریان آرام آنالوژی برقرار نیست و باید بررسی کنیم :

روش‌های تغییر ΔP :

$Q = \frac{\pi.\Delta P.d^4}{128\mu L}$ و $v = \frac{\Delta P.d^2}{32\mu L}$

۱) تغییر دبی در قطر ثابت : $h_2 = h_1$

۲) در قطر در دبی ثابت : $\frac{h_2}{h_1} = \frac{d_1}{d_2} = \sqrt[4]{\frac{\Delta P_2}{\Delta P_1}} = \sqrt[4]{2}$

۳) تغییر سرعت در دبی ثابت : $h_2 = h_1$

۴) تغییر قطر در سرعت ثابت : $\frac{\Delta P_2}{\Delta P_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \longrightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{d_1}{d_2} = \sqrt{2}$

* اگر از صورت مسئله معلوم نباشد که علت تغییر فشار چیست بنا را بر تغییر ΔP در اثر تغییر سرعت یا دبی قرار می‌دهیم که در این دو حالت h تغییر نمی‌کند.

* اگر در مسئله‌ای بگویند زبری سطح لوله دو برابر شده h چگونه تغییر می‌کند؟

– در جریان آرام اثری ندارد ولی در جریان درهم موجب افزایش h می‌شود ولی دو برابر نمی‌شود فقط می‌توان گفت C_f زیاد می‌شود.

خلاصه روابط جابجایی :

$$y=0 \;\Big|\; u=0 \qquad T=T_w \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0 \qquad \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0$$

$$y=\delta \;\Big|\; u=u_\infty \qquad T=T_\infty \qquad \frac{\partial u}{\partial y}=0 \qquad \frac{\partial T}{\partial y}=0$$

Forced :

$$Nu = f(Re, Pr) \qquad \frac{\delta_t}{\delta} = Pr^{-1/3}$$

$$\delta = \frac{5x}{\sqrt{Re_x}}$$

$$h = \frac{3k}{2\delta_t}$$

$\bar{h} = 2h_{x=L}$ آرام ـ صفحه

$h \sim \frac{1}{\sqrt{x}}$ " " $(h \sim x^{-1/2})$

$T_w \sim \sqrt{x}$ آرام شار ثابت

$$\overline{T_w - T_\infty} = \frac{2}{3}(T_w - T_\infty)_{x=L}$$

$St \cdot Pr^{2/3} = \frac{C_f}{2}$ آنالوژی رینولدز کالبرن

(همواره بجز آرام درون لوله)

فلز مایع :

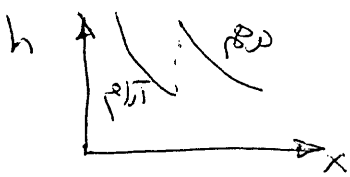
- صفحه آرام فلز مایع $\longrightarrow Nu = f(Pe)$

صفحه درهم

صفحه درهم : $\bar{h} = \frac{5}{4} h|_{x=L}$

$x^{4/5}$

$$\boxed{h \sim x^{-1/5}}$$



درون لوله :

لوله :

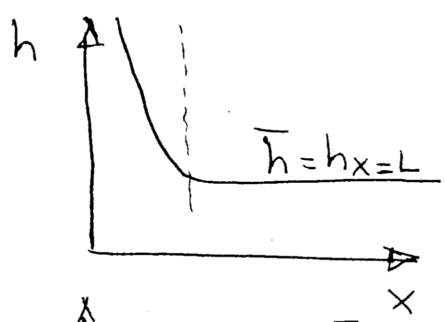
$$\frac{x_{fd,h}}{D} = 0.05\,Re$$

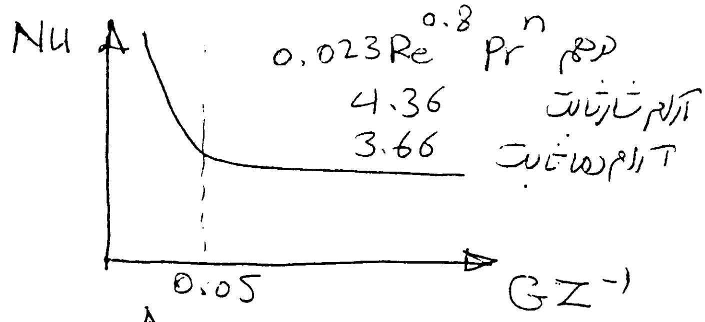
$\frac{\partial u}{\partial x} = 0$ شرط توسعه یافتگی

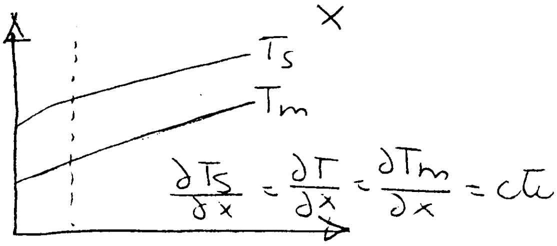
$$\begin{cases} \frac{x_{fd,t}}{D} = 0.05\,Re\,Pr \\ \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{T - T_w}{T_m - T_w}\right] = 0 \end{cases}$$

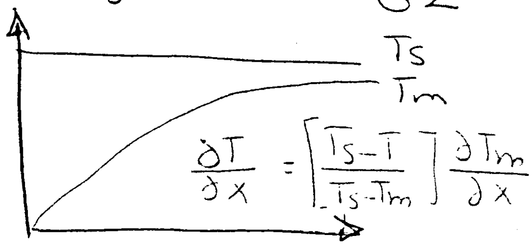
$$\frac{x_{fd,t}}{x_{fd,h}} = Pr$$

حرارت / دوم / صنف









جابجایی آزاد :

معیار مقایسه $\frac{Gr}{Re^2}$: $\gg 1$ آزاد ، ≈ 1 درهم ، $\ll 1$ آزاد و درهم اجباری

$$Nu = f[Gr, Pr]$$

$$Gr = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu^2}$$

* Gr همان نقش Re را دارد.

Ra : همان نقش Pe .

$$y = 0 \quad \left| \begin{array}{l} u = 0 \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{g\beta \Delta T}{\nu} \neq 0 \end{array} \right.$$

$$y = \delta \quad \left| \begin{array}{l} u = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \end{array} \right.$$

پروفایل سرعت : $\frac{u}{u_x} = \frac{y}{\delta}\left[1 - \frac{y}{\delta}\right]^2$

$$y_{max} = \frac{\delta}{3}$$

$$\boxed{\frac{\delta_t}{\delta} = 1}$$

مرز :

$\bar{h} = \frac{4}{3} h_{x=L}$ $\quad Nu \sim Gr^{1/4}$ آزاد - دما ثابت - آرام

" = (1) " $\quad Nu \sim Gr^{1/3}$ " - " - درهم

" $\frac{5}{4}$ " $\quad Nu \sim Gr^{1/5}$ " - شار ثابت - آرام

" = (1) " $\quad Nu \sim Gr^{1/4}$ " - " - درهم

$$Gr^* = Gr \cdot Nu = \frac{g \beta q'' L^4}{k \nu^2}$$

صفحه مایل : $g \rightarrow g \sin\theta < g$

$T_1 > T_2$: Conduction, $\frac{\partial T}{\partial x} < 0 , \frac{\partial \rho}{\partial x} > 0$ (T_1 بالا، T_2 پایین)

$T_1 < T_2$: Convection, $\frac{\partial T}{\partial x} > 0 , \frac{\partial \rho}{\partial x} < 0$

$Nu_{\text{کره}} = 2 + ----$

هدایت

روابط و فرمولهای مختلف میعان :

میعان ← میعان قطره ای : سطح ترنمی شود : در حالتی که سطح صاف باشد یا مواد افزودنی از تشکیل فیلم جلوگیری نماید .

فیلمی : سطح مرطوب می شود ، یک لایه از مایع همواره روی سطح است و باعث می شود انتقال حرارت از ورای فیلم به بخار انتقال یابد شبیه ذوب شدن صفحه یخی .

بعلت مقاومت فیلم مایع

$$\boxed{h_{\text{میعان قطره ای}} > h_{\text{میعان فیلمی}}}$$

تئوری فیلمی میعان Nu :

① T_w ثابت . ② شرایط فیزیکی ثابت ③ انتقال حرارت داخل فیلم صرفاً هدایتی . ← پروفایل دما داخل فیلم مایع خطی است . ④ جریان فیلم مایع آرام ⑤ نیروی کم و شتاب در فیلم صفر است ⑥ بخار ساکن و نیروی وارد بر فصل مشترک صفر .

*پروفیل سرعت درجه ۲ .

$$\boxed{h = \frac{K}{\delta}}$$

$$\boxed{\frac{dP}{dx} = \rho_v g}$$

معادله درجه ۲ : $\frac{d^2 v}{dy^2} = \frac{\rho_l - \rho_v}{\rho_l}\frac{g}{\nu}$

$$\begin{cases} y = 0 & u = 0 \\ y = \delta & \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \ \text{(تنش نداریم)} \end{cases}$$

$$\boxed{\dot m = \frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v) g \delta^3}{3\mu}}$$

$$\boxed{q_x = h_{fg}\frac{d\dot m}{dx}}$$

$$\delta(x) \sim x^{1/4}$$

$$h \sim x^{-1/4}$$

$$\bar h_{x=L} = \frac{4}{3} h_{x=L}$$

عدد Ja : برای اصلاح فرضیات Nu :

$$Ja = \frac{C_p(T_v - T_w)}{h_{fg}}$$

برای اصلاح $h'_{fg} = h_{fg}(1 + 0.68\,Ja)$

کندانس شدن روی لوله افقی : $h \sim D^{-1/4}$

* $h_{\text{افقی}} > h_{\text{عمودی}}$ $\quad L > 2.87D$ * یعنی ترجیح با حالت افقی .

ارتباط بین h یک لوله و n لوله :

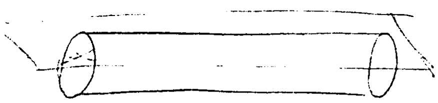
$$h_{N\,\text{لوله}} = \frac{1}{N^{1/4}} h_{\text{یک لوله}}$$

h برای n لوله کم تر ولی سطح انتقال حرارت بالا می رود .

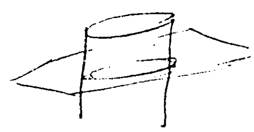
عدد Re :

$$Re = \frac{4\dot{m}}{\mu P}$$

P : یک صفحه عمود بر جریان عبوری رسم تا P معین گردد .

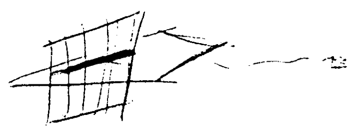


$P = 2l$



استوانه عمودی :

$P = \pi D$



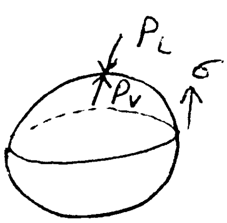
$P =$ عرض جریان .

$Re < 1800$ آرام

$Re > 1800$ درهم

h میانگین قطره‌ای $\sim (5-10)\, h$ میانگین فیلمی

″ ″ $U \sim (2-3)\, U$ ″ ″



$$q = \bar{h} A (T_{sat} - T_w) = \dot{m} h_{fg}$$

$$\pi r^2 (P_v - P_L) = 2\pi r \sigma$$

$$P_v - P_L = \frac{2\sigma}{r}$$

P_v: فشار بخار (درون حباب)

P_L: فشار مایع

σ: کشش سطحی فصل مشترک بخار - مایع

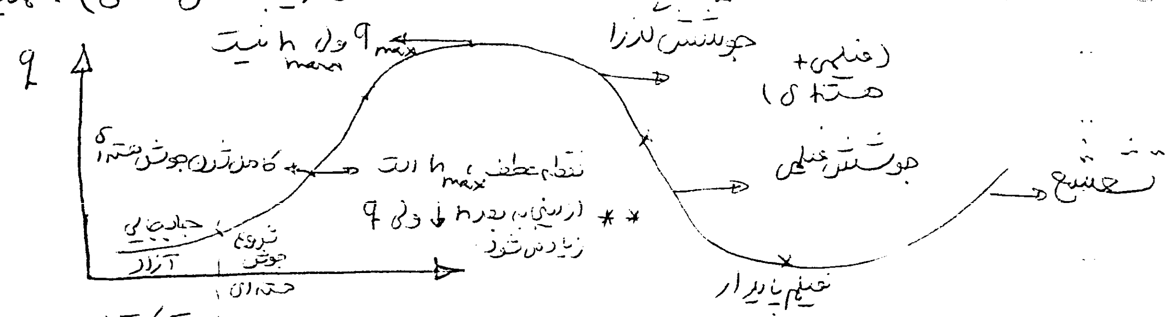
جوشش :

Pool Boiling : سیال ساکن که درآن صفحه ی داغی با دمای بالای جوشش داریم . (Pool Boiling)

* اگر درجه حرارت مایع کمتر از درجه حرارت اشباع باشد فرآیند جوشش را جوشش سرد یا موضعی می نامند ، اگر مایع در درجه حرارت اشباع نگه داشته شود فرآیند را جوشش اشباع یا حجمی می نامند .

* اولین نقاطی که حباب تشکیل می گیرند هسته های جوشش یا مکان های فعال نام دارند که بستگی دارند به خواص جسم (مکانیکی و سطحی (سطح جسم تمیز ، کثیف ، صاف و ...) .

* برای حباب ها خواص مایع ، بخار و خواص مشترک (ضریب کشش سطحی) اهمیت دارد .



$\Delta T < 5$
جابجایی آزاد قدرت نیست تا
حباب در سطح تولید شود

شکل کلی برای $\log h$ مانند نمودار بالاست ولی منطبق نیست .

* در جوشش فیلمی خواص سطحی جسم و هم نیست .

* در جوشش هسته ای :

$$q \sim \Delta T^{1/3}$$

* q_{max} : به ΔT بستگی ندارد ، q_{max} ناشی از خواص فیزیکی سیال ، شکل ظرف ، صیقلی بودن یا نبودن .

جابجایی آزاد:

$$\begin{cases} u\dfrac{\partial u}{\partial x}+v\dfrac{\partial u}{\partial y}=g\beta(T-T_\infty)+\nu\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u\dfrac{\partial T}{\partial x}+\cancel{v}\dfrac{\partial T}{\partial y}=\alpha\dfrac{\partial^2 T}{\partial y^2} \end{cases}$$

$y=\delta \quad u=0$

$y=0 \quad \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}=-\dfrac{g\beta(T-T_\infty)}{\nu}$

$$\boxed{\delta \sim x^{1/4}}$$

$$\frac{u}{u_x}=\frac{y}{\delta}\left(1-\frac{y}{\delta}\right)^2$$

$$\frac{T-T_w}{T_\infty-T_w}=\left(1-\frac{y}{\delta}\right)^2$$

$$\beta=\frac{1}{V_\infty}\frac{V-V_\infty}{T-T_\infty}$$

$$\beta=-\frac{1}{\rho}\frac{\rho-\rho_\infty}{T-T_\infty}$$

Gr : نیروی شناوری به ویسکوز.

روابط ساده شده برای هوا: $h\sim(\Delta T)^{1/3}$ و $h\sim\left(\frac{\Delta T}{L}\right)^{1/4}$

* لیوان چای در زمین زودتر از کره ماه خنک می‌شود چون Gr در زمین بیشتر است.

* صفحه مایل: $g\to g\sin\theta$ ، h کاهش می‌یابد.

$$\frac{g\beta q'' x^4}{k\nu^2}=Nu\cdot Gr=Gr^*$$

آرام - آزاد - دما ثابت $\bar{h}=\frac{4}{3}h_{x=L}$ ، $Nu\sim Gr^{1/4}$

درهم ″ ″ $=h_{x=L}$ ، $Gr^{1/3}$

آزاد $\frac{5}{4}h_{x=L}$ ، $Gr^{1/5}$

$=h_{x=L}$ ، $Gr^{1/4}$

$x\downarrow$

$T_1>T_2$	T_1	$T_1<T_2$
Cond.		Conv.
$\frac{\partial T}{\partial x}<0 \quad \frac{\partial \rho}{\partial x}>0$	T_2	$\frac{\partial T}{\partial x}>0 ,\ \frac{\partial \rho}{\partial x}<0$

چگالش و میعان :

تئوری ناسلت : ۱) T_w ثابت ۲) پروفایل دما داخل فیلم مایع خطی . ۳) از اینرسی صرف‌نظر کنیم .

$$h = k/\delta \qquad \frac{dP}{dx} = \rho_v g$$

$$\cancel{u\frac{\partial u}{\partial x}} + \cancel{v\frac{\partial u}{\partial y}} = -\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dx} + g + \nu_l\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

شتاب نداریم .

$$\dot m = \frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v) g \delta^3}{3\mu} \qquad q_x = h_{fg}\frac{d\dot m}{dx}$$

$$\delta(x) = x^{1/4} \qquad h \sim x^{-1/4} \qquad \bar h_{x=L} = \frac{4}{3} h_{x=L}$$

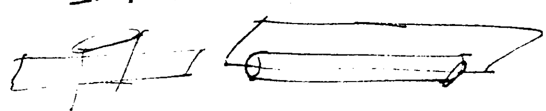
عدد Ja : $Ja = \frac{c_p(T_v - T_w)}{h_{fg}}$

$$h'_{fg} = h_{fg}(1 + 0.68 Ja)$$

کندانس شدن روی لوله افقی : $h \sim D^{-1/4}$

ارتباط h یک لوله و n لوله : $h_{N\,\text{لوله}} = \frac{1}{N^{1/4}} h_{\text{یک لوله}}$

عدد Re : $Re = \frac{4\dot m}{\mu_l P}$ P: یک صفحه عمود بر جهت جریان را در نظر بگیریم .



جوشش : Boiling : $q \sim \Delta T^{1/3}$

هسته‌جوشی، عوامل مؤثر : خواص جسم (مکانیکی و سطحی، صافی، تخلخل) ← روی تعیین نقاط حساس .

q_{max} : تابعی از خواص فیزیکی سیال، شکل ظرف، صیقلی بودن یا نبودن و به ΔT بستگی ندارد .

$Br \cdot Ec < 1 \qquad Ec = \frac{u_\infty^2}{cT}$

$$\delta = f(Re)$$
$$\frac{\delta_t}{\delta} = f(Pr)$$
$$\delta_t = f(Re, Pr)$$

از معادله است $\longrightarrow h = \frac{3k}{2\delta_t}$. جریان آرام روی صفحه

$Q = \bar{h} A \Delta T$

سؤال : در مسئله وارتی شار ثابت دمای صفحه چگونه تغییر می‌کند:

$$\left.\begin{array}{l} q'' = h(T_w - T_\infty) \\ h \sim x^{-1/2} \end{array}\right\} \longrightarrow T_w - T_\infty \sim \sqrt{x}$$

$$\Rightarrow \overline{T_w - T_\infty} = \frac{\int_0^L (T_w - T_\infty)dx}{\int_0^L dx}$$

$$\overline{T_w - T_\infty} = \frac{2}{3}(T_w - T_\infty)_{x=L}$$

آنالوژی رینولدز کالبرن:

$$\tau_w = C_{fx} \frac{\rho u_\infty^2}{2}$$

$$\tau_w = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} \Rightarrow \tau_w = \frac{3}{2}\mu \frac{u_\infty}{\delta}$$

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{2} \cdots$$

$$St\,Pr^{2/3} = \frac{C_{fx}}{2} = 0.332\, Re_x^{-1/2}$$

جریان درهم روی صفحه:

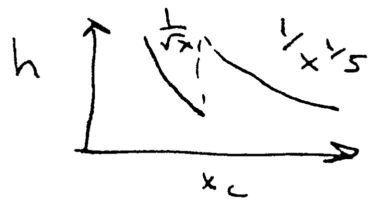
$$\frac{C_{fx}}{2} = 0.0296\, Re^{-1/5}$$

$$\longrightarrow Nu = 0.0296\, Re^{4/5} Pr^{1/3} \qquad (4/5 \to 0.8)$$

$$\Rightarrow h \sim \frac{1}{x^{0.2}}$$

$$\bar{h} = \frac{5}{4} h_{x=L}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \frac{u}{u_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7} \\ \delta \sim Re_x^{-1/5} \end{array}}$$



در حالت شار ثابت:

$$Nu\big|_{q''=cte} = 1.04\, Nu\big|_{T_w=cte}$$

حرارت / دوم / ص ۱۴

* توجه: نقطه جدایی $\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = 0$ و $\frac{\partial P}{\partial x} > 0$ و شرط $u=0$ $y=0$ ربطی به نقطه جدایی ندارد.

جریان فلزات مایع:

$$Nu = f(Pe)$$

$$Nu = \cancel{0.5} = 0.54\sqrt{Pe}$$

$$Pr = 0.01$$

$$\frac{\delta}{\delta_t} = 1.64\sqrt{Pr}$$

شروع توسعه یافتگی: $\frac{X_{fd,h}}{D} = 0.05\,Re_D$ $\quad \delta = R \rightarrow$

محل توسعه یافتگی: $GZ = 20$ ، $GZ^{-1} = 0.05$

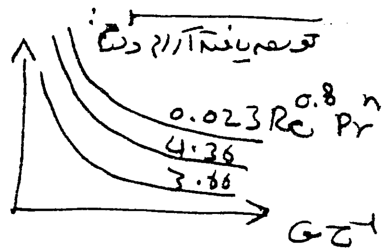
$$GZ^{-1} = \frac{x/D}{Re \cdot Pr}$$

توجه: به مسائل کتابی مانند مدل حرارتی نگاه کنید:

$$\underbrace{\dot m c_p (T_{mo} - T_{mi})}_{\text{کل انرژی دریافتی سیال که از دیواره آمده.}} = \bar h \underbrace{(\pi D L)}_{\text{سطح جانبی لوله}} \cdot LMTD$$

شار ثابت. $\dot m c_p (T_{mo} - T_i) = q'' \pi D L$

$$q'' \left(\frac{W}{m^2}\right)$$



درهم $\bar h = h_{x=L}$

آرام $\bar h = h_{x=L}$

در هیچ یک از نواحی Nu تابع x نیست.

* سؤال حل ۴۷ و ۴۷'

آنالوژی رینولدز :

$$\tau_w = C_{fx} \frac{\rho u_\infty^2}{2}$$

$$\tau_w = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} \Rightarrow \tau_w = \frac{3}{2}\mu \frac{u_\infty}{\delta}$$

$$\frac{C_{fx}}{2} = 0.332\, Re_x^{-1/2}$$

ده ۴ م 10

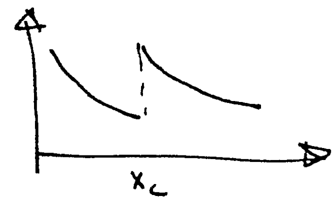
ده ۴ م 10

نوزده 19

فوق

جریان درهم روی صفحه :

$$\frac{Nu}{Re.Pr} \cdot Pr^{2/3} = 0.0296\, Re^{0.8}\, Pr^{1/3}$$



$$h \sim \frac{1}{x^{0.2}}$$

$$\bar{h} = \frac{5}{4} h_{x=L}$$

هفته دوم دوره نهایی / حرارت / خدا کرم جابجایی روی صفحه .

(۲) در حالت شار ثابت max دمای حرارت در انتهای صفحه است .

(۶) برای هوا در جابجایی آزاد داریم : $h \approx 5 \frac{W}{m^2 K}$

(۱۸) در جابجایی طبیعی $\delta = f(Pr, Gr)$

" " اجباری . $\delta = f(Re)$

(۲۲) ۴

(۳۸) ۴

(۳۹) نبه شروع صفحه : شار حرارتی بیشتر است .

(۴۱) اگر سرعت نصف و طول دو برابر شود : Re ثابت ← Nu ثابت ← $h' = \frac{1}{2} h$

(۴۴) ×

(۴۵) ×

(۴۷) $\nu_{air} < \nu_{water} \Rightarrow \delta_{air} < \delta_{water}$

(۴۹) ۴

(۵۲) ۲ در حالت گذرا h حداقل است .

(۶۰) ۴ با جداسازی ظاهراً مرتفع‌تر (؟) زیاد (؟) خدا کرم : h کم می‌شود

حرارت / خدا کرم تشابه رینولدز کلبرن

(۷) اگر سرعت هوا از روی صفحه دو برابر شود ، نیروی مقاومت 3 برابر می‌شود ، h چند برابر می‌گردد .

$$St \cdot Pr^{2/3} = \frac{C_f}{2} = \frac{\tau_w}{\rho u_\infty^{(2)}}$$

$$St = \frac{h}{\rho C u_\infty} \longrightarrow h \propto \frac{\tau_w}{u_\infty}$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \left(\frac{\tau_{w2}}{\tau_{w1}}\right)\left(\frac{u_{\infty 1}}{u_{\infty 2}}\right) = \frac{3}{2} \longrightarrow h_2 = \frac{3}{2} h_1$$

(۸) از شار به ضریب درگ

$$\frac{h_\infty}{\rho C_p u} \times Pr^{2/3} = \frac{1}{2} C_\infty \longrightarrow C \checkmark$$

را بدست آورده سپس نیروی درگ را بدست می‌آوریم .

$$D = \frac{1}{2} \rho C_m A u^2 = \frac{1}{2} \times 0.998 \times \cdots\cdots = \checkmark$$

حرارت / تست / قسمت دوم / حل

حرارت / جابجایی / جریان داخلی

(۱) در حالتی که جریان آرام کاملاً توسعه یافته باشد عدد ناسلت تابع Re و Pr نیست
(گفته نشده اگر از ۱۰۰ منظورش جریان آرام بوده).

(۴) $h = \dfrac{-k \left.\dfrac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=R}}{T_m - T_s}$ → با $y=0$ اشتباه نشود

(۱۰) / (۱۵)!

(۲۰)! اگر لایه مرزی حرارتی کاملاً توسعه نیافته باشد دمای مرکز لوله همان دمای ورودی است.

(۲۱) در مقطع توسعه نیافته ورودی اگر قطر نصف شود بقیه عوامل ثابت باشد:

$$GZ = \frac{Re\,Pr}{x/D} \Rightarrow GZ^{-1} \propto \frac{1}{D^2} \longrightarrow \frac{h_2}{h_1} < \frac{D_1}{D_2} = 2$$

$$\frac{h_2}{h_1} < 2$$

(۲۲) در حالت توسعه یافته جریان آرام داخل لوله h ثابت و اگر q'' ثابت باشد $\frac{dT}{dx}$ ثابت بوده و نرخ تغییرات دما در امتداد لوله برای تمام نقاط یکسان است.

(۲۴) اگر قطر لوله کوچکتر شود در جریان آرام حجم در هم h زیاد می‌شود

(۲۵) (۲۶) اگر سرعت و قطر هر دو دو برابر شوند:

$$\frac{Nu_2}{Nu_1} = \frac{h_2 D_2}{h_1 D_1} = 4^{0.8} \rightarrow \frac{h_2}{h_1} \simeq 1.5$$

(۲۷) نسبت Nu با ν

$$Nu = 0.023\,Re^{0.8}\,Pr^{1/3} \sim \frac{1}{\nu^{0.47}} \qquad \nu/\alpha \rightarrow \frac{Nu_2}{Nu_1} = \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{0.47}$$

(۲۸) رابطه q و τ ارتش به:

$$St\,Pr^{2/3} = \frac{C_f}{2} \Rightarrow \frac{h}{\rho C_p U_m} \times Pr^{2/3} = \frac{\tau}{\rho U_m^2}$$

$$\rightarrow \frac{q}{\rho C_p U_m \Delta T} Pr^{2/3} = \frac{\tau}{\rho U^2} \rightarrow \frac{q}{\tau} = \frac{C_p \Delta T}{U_m Pr^{2/3}}$$

هفته دوم دوره نهایی / حرارت / جزء آزمون / جابجایی طبیعی :

(۱۳) یک صفحه سرد را در هوای آزاد که دمای آن گرم تر است قرار می‌دهیم، در حالتی که صفحه افقی رو به بالا باشد انتقال حرارت بیشتر است.

(۱۴)✓ (۱۵)✓

(۱۷) نسبت انتقال حرارت از یک میله با اختلاف دمای ۲۰ درجه با هوا با همان میله با اختلاف ۱۰ درجه برابر است با: ×× ۴۶

$$Gr \propto \Delta T \; , \; Nu \propto Gr^{1/4}$$

$$Nu \propto \Delta T^{1/4} \Rightarrow Nu_1 = 2^{1/4} Nu_2$$

$$q \propto Nu \cdot \Delta T \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = 2 \times 2^{1/4} = 2.38$$

راه دوم:

$$Gr \propto \Delta T \qquad Nu \propto Gr^{1/4}$$

$$\left.\begin{aligned} q &\propto h\,\Delta T \\ h &\propto \Delta T^{1/4} \end{aligned}\right\} \quad q \propto \Delta T^{5/4}$$

(۱۸) شرط اساسی برای انتقال حرارت بصورت جابجایی آزاد وجود میدان جاذبه است.

(۲۱) سلول های شش وجهی بنارد $1000 < Gr < 10000$ در محفظه بسته بین دو صفحه افقی وقتی صفحه گرم پایین و سرد بالا و عدد ناسلت بزرگتر از یک باشد تشکیل می‌گردد.

(۲۰)✓

(۱۹) فاصله بیشینه روی شیء عمود بر دمای است که به سمت صفر میل نماید.

(۳۳)✓ (۳۴)✓ (۳۵)؟

(۳۷) دمای هوا چقدر باشد تا یخ تشکیل شود:

$$\varepsilon \sigma (T_1^4 - T_s^4) = h(T_\infty - T_1)$$

T_1: 273 (نقطه یخ) ، T_s: 70+273 ، h: ؟ $\rightarrow T_\infty = ✓$

هفته دوم دوره نهایی / حرارت / چگالش و جوشش .

(۱) در یک مبدل حرارتی آب بوسیله بخار فوق اشباع در حال جوشش است مقاومت کنترلی : بخار فوق اشباع .

(۲)/(۳)/(۵) * کلمات جوشش هسته ای و چگالش قطره ای (h بیشتر) اشتباه شده اند.

(۴) بالاترین ضریب انتقال گرمای مربوط به میعان قطره ای است هنگامی که مایع خالص داشته باشیم بیشتر است .

(۱۱) ؟

(۱۸) میعان قطره ای بخار آب اشباع خالص > میعان قطره ای بخار آب همراه با الکل .

(۲۵) در فرآیند جوشش زبری سطح باعث افزایش ضریب جوشش می گردد .

(۲۸) ؟ جوشش آب در داخل لوله های بویلر نیروگاهی از نوع جوشش جریان است .

(۲۹) ؟

*) زبری سطح باعث افزایش شار گرما در ناحیه جوشش هسته ای می شود ولی بر حداکثر و حداقل شار گرما و جوشش لایه ای تأثیر ندارد .

*) ناحیه آرام بدون موج : $Re \leq 30$

آرام موج دار : $30 \leq Re \leq 1800$

درهم : $Re \geq 1800$

مبدل های حرارتی:

* علت نصب بفل: صرفاً به منظور افت فشار نصب نمی گردد. موجب مرطوب‌تر شدن کل سطح می گردد. بفل U و A را زیاد می کند. (با افت فشار h زیاد می شود چون به پیچ‌ها برخورد می کند).

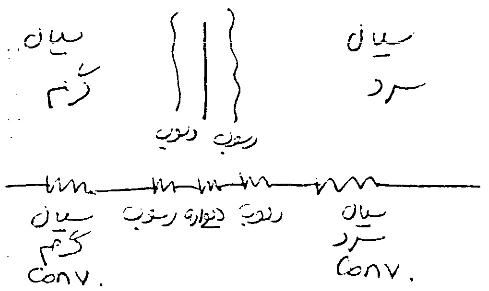
* آرایش: افت فشار مثلثی بیشتر، h بیشتر اما اگر سیال خاصیت رسوب زایی داشته باشد آرایش مربعی راحت تر تمیز می گردد.

* مبدل 2 - 1 ← عدد Pass پوسته، عدد Pass لوله. : علت چند Pass کردن لوله: ابعاد مبدل قابل قبول گردد. تعداد Pass لوله هیچ اثری بر ضریب کلی انتقال حرارت ندارد.

علت چند Pass کردن پوسته: جریان را به حالت Counter Flow نزدیک می کند و F (ضریب تصحیح) را افزایش می دهد.

* Compact Heat Exchanger: در حجم کم A بالا دارد برای جاهایی که h کم است.

مقاومت ها:



$$U_{i\ \text{یا}\ o} = \frac{1}{R A_{i\ \text{یا}\ o}} = \frac{1}{\left[\frac{1}{h_i A_i} + \frac{R_{fi}}{A_i} + \frac{\ln\frac{r_o}{r_i}}{2k\pi L} + \frac{R_{fo}}{A_o} + \frac{1}{h_o A_o}\right] A_{i\ \text{یا}\ o}}$$

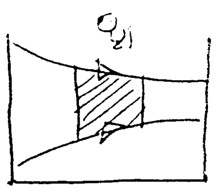
R_f: بستگی دارد به جنس سیال، دمای عملیاتی، طول دوره سرویس.

ضریب رسوب گذاری $R_f = \frac{1}{U_{\text{کثیف}}} - \frac{1}{U_{\text{تمیز}}}$ (واحد عکس واحد U) $\frac{m^2\,°C}{W}$

T_A, h_A | دیواره | T_B, h_B

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_A} + \frac{\Delta x}{k} + \frac{1}{h_B}} \rightarrow$$

* U ربطی به طول مبدل ندارد. اگر طول مبدل را تغییر دهیم U هیچ تغییری نمی کند.



$$dQ = -m_h C_{p_h} dT_h = m_c C_{p_c} dT_c$$
$$= U dA (T_h - T_c)$$

روش LMTD:

فرض: ① U در کل مبدل ثابت است یعنی ضریب انتقال حرارت ثابت است (زمان هایی که U را می سازند ثابت هستند) ② خصوصیات فیزیکی سیال ثابت C_{p_h} و C_{p_c} ثابت

$$Q = U A \Delta T_{LMTD}$$

$$\Delta T_{LMTD} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}$$

* اگر $\Delta T_2 = \Delta T_1$ ← $\Delta T_{LMTD} = \Delta T_1 = \Delta T_2$

در متوسط هندسی، حسابی، لگاریتمی در هر سه مورد اگر دو عدد یکی باشند متوسط برابر همان عدد می‌گردد.

LMTD : متوسط لگاریتمی اختلاف دما در دو طرفین.

$$LMTD\big|_{\text{Counter Flow}} \geq LMTD\big|_{\text{Parallel Flow}}$$

* حالت تساوی برای زمانی است که یکی از سیال‌ها تغییر فاز دهد.

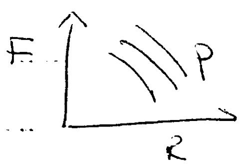
در حالت q یکسان : $A_{PF} \geq A_{CF}$

در حالت A یکسان : $q_{CF} \geq q_{PF}$

ΔT_{LMTD} : در نظر Counter گرفتیم باید ضریب F

F : ضریب تصحیح است برای حالتی که دقیقاً نتوان گفت مبدل همسو یا ناهمسو است. F نزدیکی به حالت Counter را می‌رساند.

$$Q = UAF\,LMTD$$



$$R, P = F[T_{ci}, T_{co}, T_{hi}, T_{ho}]$$

* هرچه تعداد Pass پوسته زیادتر شود F زیادتر می‌شود.

* در میعان و جوشش $F = 1$. ارتباطی به نوع مبدل ندارد. به عبارت دیگر رفتار مبدل مستقل از الگوی جریان است.

محدودیت روش LMTD : باید حتماً هر ۴ دما را داشته باشیم در غیر این صورت مجبور بودیم از روش حدس و خطا عمل کنیم. برای جلوگیری از حدس و خطا از روش ε-NTU استفاده می‌کنیم.

روش ε-NTU :

سیال min : سیالی که حاصلضرب دبی جرمی در ظرفیت گرمایی حداقل باشد.

ΔT_{max} : max اختلاف دمای در مبدل $T_{hi} - T_{ci}$

q_{max} : $C_{min}\cdot\underbrace{(T_{hi}-T_{ci})}_{\Delta T_{max}}$ مربوط به دو سیال ؛ $C_{min} = (\dot m C_p)_{\text{سیال min}}$ مربوط به یک سیال

$$\varepsilon = \frac{\text{انتقال حرارت واقعی از مبدل}}{\text{انتقال حرارت ممکنه max}}$$

$$\boxed{Q_{\text{واقعی}} = \varepsilon\, Q_{max}}$$

ε : سیال سرد min باشد ← $\dfrac{\Delta T_c}{\Delta T_{max}} = \dfrac{T_{co}-T_{ci}}{T_{hi}-T_{ci}}$

سیال گرم min باشد ← $\dfrac{\Delta T_h}{\Delta T_{max}} = \dfrac{T_{hi}-T_{ho}}{T_{hi}-T_{ci}}$

$$\varepsilon = \frac{\Delta T_{\text{سیال min}}}{\Delta T_{max}}$$

اختلاف دما max در مبدل

مبدل ایده آل : به مبدلی می‌گوییم که دمای خروجی سیال min برابر دمای ورودی سیال دیگر باشد در حالتی که سطح مبدل ∞ باشد . (سطح انتقال حرارت خیلی بزرگ باشد) . مبدل ایده آل Q_{max} را دارد

در $\varepsilon - NTU$ با دو عدد بی بعد ε و $\frac{UA}{C_{min}}$ کار داریم . $0 < \varepsilon < 1$

$\frac{UA}{C_{min}} = NTU$ = اندازه بی بعد مبدل .

* برای یک مبدل خاص اگر دماهای ورودی و خروجی را تغییر دهیم ε تغییر نمی‌کند چون نسبت دو ΔT ثابت می‌ماند .

$$NTU = \frac{UA}{C_{min}} = \frac{\Delta T_{min \text{ سیال}}}{\Delta T_{LMTD}}$$

~~* اگر تغییر فاز داشته باشیم~~

NTU : اختلاف دمای سیال min به متوسط اختلاف دمای لگاریتمی در مبدل .

= تغییرات دمای سیال سرد به متوسط لگاریتمی اختلاف دما اگر سیال سرد سیال min باشد

$$\frac{C_{min}}{C_{max}} = C_r$$

* در ε سه دما نقش دارد ولی در LMTD چهار دما . بنابراین قرار دمای معلوم کمتر از ۴ تا از روش ε-NTU وجود دارد . برای هر مبدل رابطه ε-NTU داریم .
اگر دو تا دما را داشته باشیم و ε را داشته باشیم از ε دمای چهارم بدست می‌آید و از موازنه انرژی دمای چهارم بدست می‌آید .

* برای سیال تغییر فاز $\Delta T \to 0$ و $C_p = \infty$ درنظر می‌گیریم یعنی همواره سیالی که تغییر فاز می‌دهد سیال min است .

در سیال با تغییر فاز $\qquad C_r = \frac{C_{min}}{C_{max}} = 0$

برای مبدل با تغییر فاز

$$\boxed{\varepsilon = 1 - e^{-NTU}}$$

معادله ε-NTU هر نوع مبدل برای مبدل با تغییر فاز .

$C_r = 0 \quad : (\varepsilon)$ راندمان max

$C_r = 1 \quad : (\varepsilon)$ راندمان min

* در مبدل ایده آل :
تعریف اصلی
$\varepsilon = 1$
$NTU = \infty$

حرارت / سوم / ص ۲

کدام سیال لوله کدام پوسته؟

داخل لوله: خورنده، رسوب زا، سمی و آتش گیر، فشار بالا

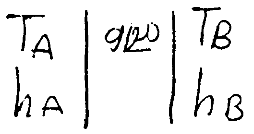
داخل پوسته: سیال ویسکوز

سیال گرم:
- هدف: گرم کردن سیال سرد ← گرم وارد لوله
- هدف: سرد کردن سیال گرم ← گرم وارد پوسته

مبدل‌های حرارتی :

U : تابع h و K .

$$U=\frac{1}{\frac{1}{h_A}+\frac{\Delta x}{K}+\frac{1}{h_B}}$$



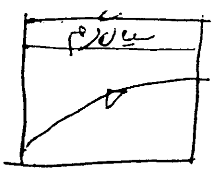
U : هیچ ارتباطی به طول مبدل ندارد . U (هم بعد h) .

ضریب رسوب (گرفتگی) :

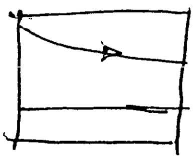
$$R_F=\frac{1}{U_{\text{کثیف}}}-\frac{1}{U_{\text{تمیز}}}\quad\left(\frac{m^{\circ}C}{W}\right)$$

سیال min : $\dot{m}C_p$ کم‌تر .

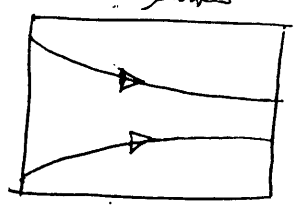
کندانسور :



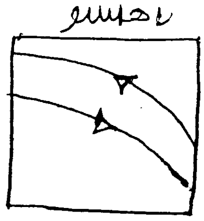
بویلر :



همسو



ناهمسو



طول مبدل

$T_{C_o}<T_{h_o}$

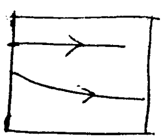
$T_{C_o}>T_{h_o}$ (امکان‌پذیر است)

هر حالت تغییر فاز :

$Q=\dot{m}\lambda$

$Q=\dot{m}_c C_{P_c}(T_{C_1}-T_{C_2})$

$Q=\dot{m}_h C_{P_h}(T_{h_1}-T_{h_2})$



غیر ممکن :

تغییر فاز : $\dot{m}C\Delta T$

$\Delta T\to 0$

$\dot{m}C\to\infty$

مبدل حرارتی دولوله‌ای :

فرض : ۱- خصوصیات فیزیکی سیال ثابت : C_{P_h} ، C_{P_c} ثابت .

۲- عواملی که U را می‌سازند ثابت .

اگر هم جریان - هم جهت باشد . $\longrightarrow$

$$\Delta T_{LMTD}=\frac{\Delta T_1-\Delta T_2}{\ln\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}}$$

* متوسط دو طرف برای هر دو حالت .

* اگر مبدل دولوله‌ای نباشد با F تصحیح می‌شود :

$Q=UAF\Delta T_{LMTD}$

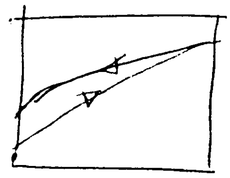
* تغییر فاز $F=1$ است .

* محدودیت $LMTD$: باید هر ۴ تا دما را داشته باشیم .

حرارت / سوم / صفحه ۳

$\varepsilon - NTU$:

$$\varepsilon = \frac{\text{انتقال حرارت واقعی از مبدل}}{\text{انتقال حرارت max ممکنه از مبدل}}$$



مبدل ایده‌آل : مبدلی که دمای سیال خروجی که $\dot m c_p$ کمتری دارد برابر با دمای ورودی سیال دیگر باشد.
وقتی سطح مبدل خیلی زیاد است.

$$Q_{max} = \dot m c_{p_{min}} \underbrace{(T_{hi} - T_{ci})}_{\max .\ \Delta T}$$

برای یک سیال ←

$$\varepsilon = \frac{\Delta T_{min} \text{ سیال}}{\Delta T_{max}}$$

← برای دو سیال است.

* مبدل ایده‌آل Q max را دارد. $\longrightarrow Q = \varepsilon Q^*$

$0 < \varepsilon < 1$

$\varepsilon = 1 \longrightarrow$ مبدل ایده‌آل :

$$NTU = \frac{UA}{C_{min}}$$ (اندازه‌ی بهره مبدل).

$C = \dot m c_p$

* در یک مبدل خاص اگر دمای ورودی و خروجی را تغییر دهیم ε تغییر نمی‌کند

اگر تغییر فاز داشته باشیم : $\boxed{\varepsilon = 1 - e^{-NTU}}$ $\qquad \dfrac{C_{min}}{C_{max}} \longrightarrow 0$

مبدل ایده‌آل : $NTU \longrightarrow \infty$

$\varepsilon = 1$

ε max (در آن زمان) : $\quad C_r = \dfrac{C_{min}}{C_{max}} = 0$

ε min (در آن زمان) : $\quad = 1$

مبدل گرمایی :

رسوب گذاری : باعث افزایش افت فشار و کاهش h .

$$R_f = \frac{1}{U_{کثیف}} - \frac{1}{U_{تمیز}}$$

R_f : بستگی به نوع سیال، سرعت سیال، نوع سطح و مدت زمان.

توجه : $T \uparrow$ و $V \downarrow$ ، $R_f \uparrow$.

$$R = \frac{1}{UA} = \frac{1}{U_oA_o} = \frac{1}{U_iA_i} = \frac{1}{h_iA_i} + R_w + \frac{R_{fo}}{A_i} + \frac{R_{fi}}{A_o} + \frac{1}{h_oA_o}$$

LMTD : اختلاف دمای متوسط لگاریتمی : زمانی کاربرد دارد که دماهای سیالات ورودی و خروجی معین است.

ε-NTU : زمانی که دماهای سیالات ورودی و خروجی مشخص نیست.

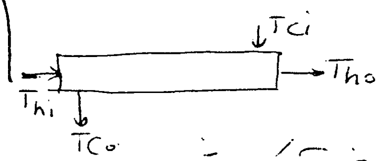
روش LMTD : ~~فرض~~

موازنه انرژی برای سیال گرم $q = \dot m_h C_{p_h} \Delta T_h$

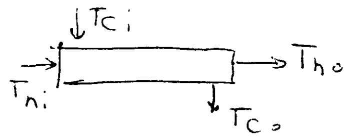
سیال سرد $q = \dot m_c C_{p,c} \Delta T_c$

$$q = UA\,\Delta T_{LMTD} \qquad \Delta T_{LMTD} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right)}$$

$$\begin{cases} \Delta T_1 = T_{h_i} - T_{c_o} \\ \Delta T_2 = T_{h_o} - T_{c_i} \end{cases}$$



$$\begin{cases} \Delta T_1 = T_{h_i} - T_{c_i} \\ \Delta T_2 = T_{h_o} - T_{c_o} \end{cases}$$



سیال حد اقل : سیالی است که حاصلضرب دبی جرمی در گرمای ویژه آن کمتر باشد.

همواره : $\Delta T_{am} > \Delta T_{LMTD}$

ΔT_{LMTD} : جریان موازی > جریان مخالف .

* در مبدل های با جریان مخالف ممکن است دمای خروجی سیال سرد از دمای خروجی سیال گرم بیشتر باشد.

توجه : دمای خروجی سیال سرد نمی تواند از دمای ورودی سیال گرم بیشتر شود.

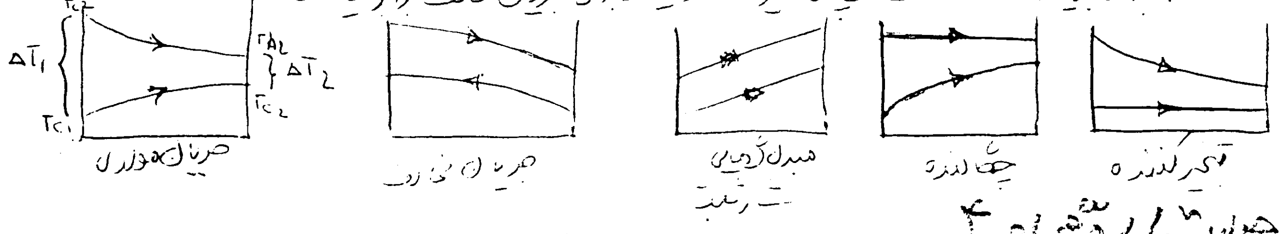
* برای اینکه بتوانیم روابط گفته شده را در مورد مبدل های با جریان متقاطع و چند مرحله ای ببریم :

$$\Delta T_{LMTD} = F\,\Delta T_{LMTD,\,CF}$$

F : بستگی دارد به بازده دمایی، نسبت C_p گرم و سرد و آرایش جریان .

* هرگاه تغییر دمای سیال ناچیز باشد $F=1$

F : برای جریان های متقاطع و چند مرحله ای کمتر از یک و برای جریان مخالف برابر یک است.



روش ε-NTU : زمانی که دماهای ورودی یا خروجی جریان‌های سیال سرد و گرم معلوم نباشد برای استفاده از LMTD باید از حدس و خطا استفاده کرد. در این حالت بهتر است از روش ε-NTU استفاده شود.

بازده انتقال گرما در یک مبدل گرمایی:

$$\varepsilon = \frac{q_{act}}{q_{max}} = \frac{\text{مقدار گرمای واقعی منتقل شده}}{\text{حداکثر گرمایی که مبدل قادر است منتقل کند}}$$

حداکثر انتقال گرما در یک مبدل با سطح ∞ و جریان مخالف.

$$q_{max} = C_{min}(T_{hi} - T_{ci}) \qquad q_{act} = C_h(T_{hi} - T_{ho}) = C_c(T_{co} - T_{ci})$$

$$\varepsilon = \frac{C_h(T_{hi} - T_{ho})}{C_{min}(T_{hi} - T_{ci})} = \frac{C_c(T_{co} - T_{ci})}{C_{min}(T_{hi} - T_{ci})}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta T_{min\ \text{سیال}}}{\Delta T_{max}} \qquad \Delta T_{max} = T_{hi} - T_{ho}$$

$$NTA = \frac{UA}{C_{min}}$$

NTU: تعداد واحدهای انتقال: (بی‌بعد):

$$NTU = \frac{\Delta T_{min\ \text{سیال}}}{\Delta T_{LMTD}} \qquad C = \frac{C_{min}}{C_{max}} \longrightarrow NTU = f(C, MTU, \text{آرایش جریان})$$

توجه: 1) در C معین $\uparrow NTU \quad \uparrow \varepsilon$ 2) در NTU معین $\downarrow C \quad \uparrow \varepsilon$ 3) $C = 0$ حداکثر ε ~~مراحل~~ ؛ $C = 1$ حداقل

4) در C و NTU معین مبدل گرمایی جریان مخالف بیشترین ε را دارد.

5) $\varepsilon < 0.4$ مستقل از C است. 6) تغییر فاز: $C = 0$ است و $\varepsilon = 1 - e^{-NTU}$

7) برای حالتی که $C = 1$ است:

جریان مخالف: $\varepsilon = \frac{NTU}{1 + NTU}$

جریان موازی: $\varepsilon = \frac{1}{2}\left[1 - e^{-2NTU}\right]$

مبدل پوسته و لوله: سیال رسوب‌دهنده، خورنده، فشار بالا، سیال سمی، سیال گرم درون لوله.
سیال با ضریب بالاتر، دبی کمتر، سیال دارای گرانروی بالا در خارج (چون عدد Re پوسته بیشتر است)، گاز در سمت پوسته.

Baffle: نگه داشتن لوله‌ها
ایجاد جریان متقاطع، افزایش ضریب انتقال حرارت

Radiation

ضروه کشترمنیرزازاره .

$C = \lambda \nu$ سرعت نور

$E_{b\lambda}$: انرژی که در واحد سطح در هر طول موج گسیل می شود از جسم سیاه) $\left(\frac{W}{m^2 \cdot m}\right)$

قانون وین : $\boxed{\lambda_{max} \cdot T = cte = 2897,6 \ (\mu m \cdot K)}$

$E_b = \int_0^\infty E_{b\lambda} d\lambda = \sigma T^4 \ \frac{W}{m^2}$

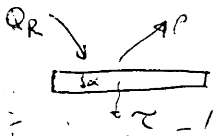
$\left(\frac{W}{m^2}\right)$ قانون استفان بولتزمن : $\boxed{E_b = \sigma T^4 \quad \sigma = 5.67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K}}$

ε : ضریب گسیل : نسبت توان گسیل یک جسم به توان گسیل جسم سیاه معادل . $\varepsilon = \frac{E}{E_b}$

$0 < \varepsilon < 1$

$\varepsilon = 0$ براق

$\varepsilon = 1$ جسم سیاه .



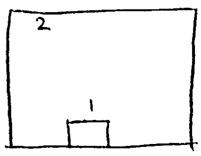
$\alpha + \rho + \tau = 1$

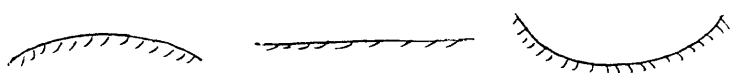
ε : رفتار جسم در برابر دادن گسیل و α، ρ و τ رفتار جسم در گرفتن تابش .

α : کسری از تابش که توسط جسم جذب می شود

جسم خاکستری : (۱ $\varepsilon \neq \varepsilon(\lambda)$ (تک فام نیست) . (۲ $\alpha = \varepsilon$

ضریب شکل : کسری از تابش که سطح i را ترک کرده و بر سطح j فرود می آید .





معادلات برای ضریب شکل : (۱ $\boxed{\sum F_{ij} = 1}$ (n معادله) (۲ $\boxed{A_i F_{ij} = A_j F_{ji}}$ $\left(\frac{n(n-1)}{2} \text{ معادله}\right)$

تعداد معادلات : $\frac{n(n+1)}{2} = n + \frac{n(n-1)}{2}$ تعداد مجهولات : $\frac{n(n-1)}{2}$

* به مثال های جزوه برای ضریب شکل توجه شود .

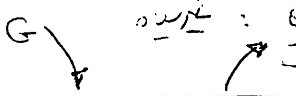
تابش میان اجسام غیرسیاه :

سیاه : $\sigma (T_1^4 - T_2^4)$

غیرسیاه : $\sigma F_{12} (T_1^4 - T_2^4)$

G : کل انرژی تابشی وارد آمده روی سطح .

J : کل تابشی که از سطح تابش می شود .



$\boxed{Q_{net} = J - G}$ خالص انرژی که به طریق تابشی سطح را ترک می کند .

$J = \varepsilon E_b + \rho G$

اگر $\tau = 0$ و $\alpha = \varepsilon$ $\longrightarrow$ $J = \varepsilon E_b + (1-\varepsilon) G$ $\longrightarrow$ $G = \frac{J - \varepsilon E_b}{1 - \varepsilon}$

$\longrightarrow Q = \frac{E_b - J}{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}} \longrightarrow \boxed{Q = \frac{E_b - J}{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon A}}}$

مقاومت سطحی : $\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon A}$

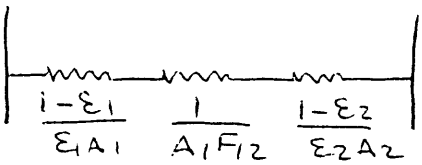
$\varepsilon \rightarrow 1$ مقاومت سطحی $\rightarrow 0$

$\varepsilon \rightarrow 0$ مقاومت سطحی $\rightarrow \infty$

حرارت / سوم / ص۵

مقاومت فضایی : $Q = \sigma A_1 F_{12} (T_1^4 - T_2^4)$ — $\frac{1}{A_i F_{ij}}$ = مقاومت فضایی

$Q = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{A_1 F_{12}}}$ ← حالت تبدیل



$$Q = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$

حالت اول : $F_{12} = 1$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$, $A_1 = A_2$ ← $Q = \sigma A (T_1^4 - T_2^4)$

حالت دوم : $F_{12} = 1$, ε_1 و ε_2 ← $Q = \frac{\sigma A (T_1^4 - T_2^4)}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1}$

حالت سوم : $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$, $F_{12} = 1$ ← $Q = \frac{\sigma A (T_1^4 - T_2^4)}{2/\varepsilon - 1}$

حالت چهارم : $\varepsilon_1 = \varepsilon$, $\varepsilon_2 = 1$ ← $Q = \sigma \varepsilon A (T_1^4 - T_2^4)$

سپرهای حرارتی : q با سپر = $\left(\frac{1}{n+1}\right)$ q بدون سپر

انتقال حرارت بین دو جسم سیاه : $Q = A_1 F_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4)$

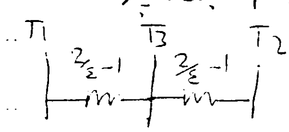
انتقال حرارت برای یک جسم کوچک که در داخل یک جسم بزرگ قرار گرفته است :

$Q = \sigma A_1 \varepsilon_1 (T_1^4 - T_2^4)$

سپرهای حرارتی :

n تا سپر $R = (n+1)\underbrace{(2/\varepsilon - 1)}_{(?)}$ — $A_1 = A_2 = A$, $F_{12} = F_{13} = F_{23} = 1$

q با سپر = $\frac{1}{n+1}$ q بدون سپر



جهت محاسبه دمای سپر : (مانند حالت جریان الکتریکی بین هر دو نقطه می‌توان نوشت) .

$$\frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{2(2/\varepsilon - 1)} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_3^4)}{2/\varepsilon - 1} \rightarrow T_3 = \sqrt[4]{\frac{T_1^4 + T_2^4}{2}}$$

*پدیده گلخانه ای .

: Radiation

تئوری الکترومغناطیس ماکسول
« کوانتومی پلانک ←

$E_b = \sigma T^4$ برای جسم سیاه

$\boxed{\sigma = 5.669\times 10^{-8}\ \frac{W}{m^2K^4}}$

محدوده تابش $0.1 \sim 100\ \mu m$

نور مرئی $0.35 \sim 0.75\ \mu m$

قانون وین
و رابطه وین : $\boxed{T\lambda_{max} = 2897.6\ \mu m K}$

جسم خاکستری : $\varepsilon \neq \varepsilon(\lambda)$, $\varepsilon = Constant$. $0 \leqslant \varepsilon \leqslant 1$

قانون کیرشهف : $\boxed{\varepsilon = \alpha}$ $\rho + \alpha + \tau = 1$

F_{ij} : کسری از انرژی که سطح i را ترک و به سطح j می‌رسد.

قانون ضرب (چرخشی) : $\boxed{A_1F_{12} = A_2F_{21}}$

مقاومت فضایی دو جسم : $\frac{1}{A_1F_{12}}$ / قانون جمع $\sum_{J=1}^{N} F_{ij} = 1$

تخت $F_{ii} = 0$ محدب $F_{ii} = 0$ مقعر $F_{ii} \neq 0$

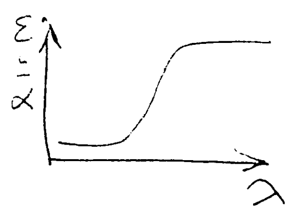
با استفاده از روابط چرخشی . $\frac{N(N-1)}{2}$ داریم .

با رابطه جمع N رابطه داریم .

N^2 ضریب مجهول داریم .

اگر $F_{ii} \neq 0$ $\frac{N(N-1)}{2}$ ضریب باید بدست آوریم از روابط دیگر .

" $F_{ii} = 0$ $\frac{N(N-3)}{2}$ "   "



وضعیت ضریب شیشه :
در طول موج کوتاه
شیشه طول موج کوتاه را به طور ~~جذب~~ عبور
و طول موج بلند را جذب کند .

وضعیت شیشه گازها : (در طول موج های کوتاه عبوردهی بالا (دمای بالا)) و در طول موج های بلند (دمای پایین) عبوردهی پایین . (همانند شیشه) .

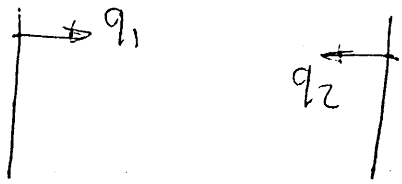
بین دو جسم سیاه فقط مقاومت فضایی داریم :

$$Q = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{1/A_1F_{12}}$$

بین دو جسم غیر سیاه : J = radiosity = کل تشعشع ترک کننده سطح جسم

G = کل تشعشع رسیده به سطح جسم.

$$J = \varepsilon\sigma T_1^4 + \rho G$$



$$Q = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{(1-\varepsilon_1)}{A_1\varepsilon_1} + \frac{1}{A_1F_{12}} + \frac{(1-\varepsilon_2)}{A_2\varepsilon_2}}$$

نکاتی در مورد ترموکوپل‌ها: ترموکوپل وسیله برای دقت و دستاوردی برای متوسط گیری.

۱) اضافات دما را

۲) طول غلاف ترموکوپل بلند باشد. (مانند دیواره‌ها تا در دیواره‌ای آن‌ها نگه داشته باشیم).

۳) $\tau = \frac{\rho V c_p}{hA}$ ↑ باید V/A کوچک باشد یعنی وزن ترموکوپل باید کم باشد.

۴) $$h(T_\infty - T_t) = \frac{\sigma \varepsilon (T_t^4 - T_s^4)}{A}$$

$$\underbrace{T_\infty - T_t}_{\text{خطا}} = \frac{\sigma \varepsilon (T_t^4 - T_s^4)}{h}$$

جهت کاهش خطا:
- $h \uparrow$ (سرعت گاز بالا برود)
- $\varepsilon \downarrow$ (جسم آینه‌ای، براق، گذاشتن سپر حرارتی).

نکته: در آسمان صاف:

$$h(T_\infty - T_{ice}) = \sigma \varepsilon (T_{ice}^4 - T_{sky}^4)$$

دمای آسمان صاف 230

ابری 280

ممکن است $T_\infty > T_{ice}$ ولی به دلیل تشعشع $T_{ice} > T_{sky}$ ε بزند.

ولی در هوای ابری حتماً باید T_∞ زیر صفر شود.

$$h(T_\infty - T_{ice}) = \sigma \varepsilon (T_{ice}^4 - T_{sky}^4)$$

$h = 10$, $T_{ice} = 273$, $\varepsilon = .3$

انتقال حرارت در کوره‌ها:

بیشترین عامل انتقال حرارت در کوره‌ها.

در دمای بالا بیشتر تشعشع غالب است ← ۱) حجم کوره ↑ ولی اقتصادی نیست. (حجم زیاد وقت زیاد $\varepsilon \uparrow$)

۲) جنس مواد داخل کوره $\varepsilon \uparrow$

کوره ← منبع (اولویت) ← $P \uparrow$ $V \uparrow$ ولی احتراق ناقص (شعله نارنجی) ← $\varepsilon \uparrow$

گیرنده ← $\varepsilon \uparrow$

ε در گازهای تک اتمی و قطبی بالاتر از ε مولکول‌های دو اتمی است. مثلاً ε C بالاست (که از احتراق ناقص بدست می‌آید).

تشعشع شعله > تشعشع شعله آبی رنگ

فرمول‌های حفظی شعشع جزوه دکتر رشیدی

محدوده تابش	$0.1 \sim 100\,\mu m$
نور مرئی	$0.35 \sim 0.75\,\mu m$

تئوری الکترومغناطیس ماکسول یا کوانتایی پلانک ← قانون استفان بولتزمن $E_b=\sigma T^4$

σ ثابت استفان بولتزمن $=5.669\times10^{-8}$

انرژی منتشره از جسم واقعی $Q=\varepsilon E_b$

$0\leqslant\varepsilon\leqslant1$

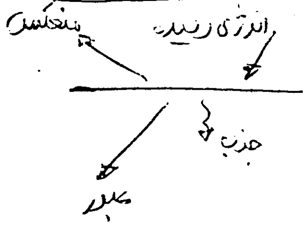
جسم خاکستری (باز هم حالتی ایده‌آل است):

$\varepsilon\neq\varepsilon(\lambda)$

$\varepsilon=$ Constant

ε جسم واقعی تابع λ است.

قانون ویلهم وین $\lambda_{max}T=2897.6\,\mu mK$



$$\rho+\alpha+\tau=1$$

ρ: بازگشت، α: جذب، τ: عبور

قانون کیرشف: $\varepsilon=\alpha$

* ضریب شکل: کسری از انرژی که A را ترک کرده و به B می‌رسد (سایه یک شکل روی شکل دیگر). ضریب شکل تابعی از نحوه قرار گرفتن اجسام در فضا است و تابع چیز دیگری نیست.

reciprocity relation:

* قانون ضرب (جابجایی):

$$A_1F_{12}=A_2F_{21}$$

* رابطه جمع: $\sum_{j=1}^{n}F_{ij}=1$

* مقاومت فضایی: $\frac{1}{A_AF_{AB}}$

جسم مقعر $F_{ii}\neq0$

$F_{ii}=0$

جسم محدب یا تخت

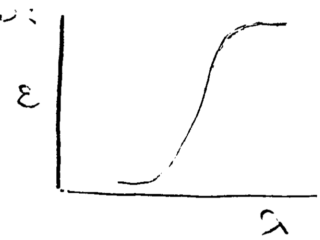
*) برای یک سیستم N جسمی ما N^2 ضریب شکل داریم / (انتخاب دوتا از N : $\frac{N(N-1)}{2}$) توسط رابطه جابجایی N رابطه به دست می‌آید.

از رابطه جمع N رابطه حاصل می‌گردد مجهول‌ها N^2 می‌باشد.

اگر $F_{ii}\neq0$: $N^2-\left(\frac{N(N-1)}{2}+N\right)=\frac{N(N-1)}{2}$

اگر $F_{ii}=0$: $N^2-\left(\frac{N(N-1)}{2}+N+N\right)=\frac{N(N-3)}{2}$

نتیجه:



وضعیت ضرایب جسم یا شیشه: $\boxed{\varepsilon=\alpha}$

شیشه در طول موج‌های بلند مثل جسم سیاه عمل می‌کند و در طول موج‌های کوتاه به راحتی از خود عبور می‌دهد.

وضعیت شیشه‌ها:
- در طول موج‌های کوتاه: عبور دهی بالا. (دمای بالا)
- در طول موج‌های بلند: عبور دهی پایین (دمای پایین)

حرارت/سوم/ص ۸

انتقال حرارت (خالص) بین دو جسم سیاه: $Q = A_1F_{12}\sigma(T_1^4 - T_2^4)$

بین دو جسم سیاه فقط مقاومت فضایی داریم.

$$\boxed{Q = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{1/A_1F_{12}}}$$

بین دو جسم غیر سیاه:

کل تشعشع رسیده به سطح جسم: $G =$ irradiation

" " ترک کننده سطح جسم: $J =$ radiosity

بازتاب غیر صفر

$$J = \varepsilon\sigma T_1^4 + \underbrace{\rho G}_{\text{مقدار reflect شده}}$$

جسم ① غیرسیاه — $\frac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1}$ — جسم سطحی ① — $\frac{1}{A_1F_{12}}$ — جسم سطحی 2 — $\frac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}$ — جسم سطحی سیاه ②

$$Q = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{(1-\varepsilon_1)}{A_1\varepsilon_1} + \frac{1}{A_1F_{12}} + \frac{(1-\varepsilon_2)}{A_2\varepsilon_2}}$$

جسم غیرسیاه: مقاومت فضایی، مقاومت سطحی

* فاصله در ضریب شکل اثری ندارد. (برای دو صفحه موازی خیلی بزرگ تأثیری ندارد).

دو صفحه کاملاً موازی:

$$F_{12} = F_{21} = 1$$

$$q = \frac{Q}{A} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 1 + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1}$$

انتقال حرارت برای یک جسم کوچک محاط شده در محیط بزرگ (جسم بزرگ):

$$Q = \sigma A_1\varepsilon_1(T_1^4 - T_2^4)$$

دو استوانه تو در تو:

$$Q = \frac{\sigma A_1(T_1^4 - T_2^4)}{1/\varepsilon_1 + \frac{A_1}{A_2}(1/\varepsilon_2 - 1)}$$

سپرهای حرارتی: در حالت خاص صفحات موازی، بزرگ و ...

$$q_{\text{با سپر}} = \frac{1}{n+1}\, q_{\text{بدون سپر}}$$

(در صفحات موازی جای سپر تأثیر ندارد).

انتقال حرارت در کوره ها: T بالا ← تشعشع گاز ← ↑ ← ① حجم کوره ↑ ولی اقتصادی نیست (↑V و ↑P و روی ε اثر دارد).

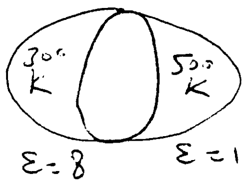
② جنس مواد داخل کوره باید ε بالا.

کوره ← منبع حرارتی: (↑P ، ↑V) + احتراق ناقص: ٪C ← گازهای نامتقارن و قطبی ← ↑ε

کوره ← گیرنده: ↑ε

تست دوم دوره نهایی / حرارت / ضرازکمی / تشعشع

۲



۱ $$q_{12} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{A_2 \varepsilon_2}}$$

۳ توجه : $h(T - T_\infty) + \varepsilon \sigma T^4$

دماها باید دماها مطلق باشند .

۷ اگر ضریب نشر یک جسم مشعشع افزایش یابد مقاومت سطحی (ونه فضایی) کاهش می یابد .

۱۱ ضریب نشر شعله شمع بالاست بقیه گزینه ها غلط هستند .

۱۲ دو جسم سیاه هم دما تبادل تشعشعی ندارند .

۱۴ قرمز ← زرد ← سبز ← آبی ← سفید .

۱۶

۱۷

۱۸

۱۹ دمای جسم سیاه هرچه ↑ سهم امواج کوتاه ↑

۲۰ ضریب انعکاس فقط تابع طول موج ، جسم حرارت و جهت تابش است .

۲۱ در حالت ثابت بودن q به محفظه بی نهایت بزرگ توجه شود .

۲۲ ۲۳ ترموکوپل قطعه در یک فضا : $h(T - T_\infty) = \varepsilon \sigma \times 6 \times (T^4 - T_\infty^4)$

/ حرارت / ضرازکمی / مبدل گرمایی .

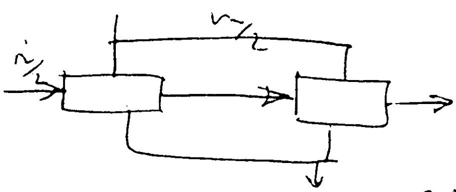
۱ در مبدل که در سمت پوسته جوشش صورت می گیرد نصب بفل باعث افت فشار می شود اما بر روی انتقال حرارت تاثیر قابل ملاحظه ای ندارد .

۵ ۸ ۹ افزایش Re برای انتقال حرارت موثرتر است .

۱۲

حرارت ست سکوی اصلی

۱۴ در یک مبدل پوسته و لوله با جوشش سمت پوسته برای افزایش Q باید تعداد لوله ها افزایش یابد



۱۸

$$Q_{tot} = Q_1 + Q_2$$

$$UA(LMTD)_{tot} = U_1 A_1 (LMTD_1) + U_2 A_2 (LMTD_2)$$

$2A_1$

$$\rightarrow (LMTD)_{tot} = \frac{1}{2}(LMTD_1 + LMTD_2)$$