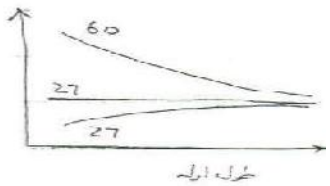
تغییرات دما در طول لوله ثابت فرض شده

$$q = U \cdot A \cdot \Delta T = \dot{m} c_p \Delta T$$

$$q = 8.6 \times (\pi)\left(\frac{3.5}{100}\right)(1.5)(60 - 27)$$

$$= 0.1\,(4180)\,(60 - T_{\text{خروجی}})$$

$$T_{\text{خروجی}} = 59.21\ ^\circ C$$



$$Nu = C Re^{m} Pr^{n}$$

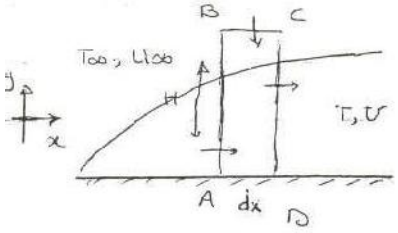
$$Pr \ll 1.0 \qquad (RePr)^{n} = Pe^{n}$$

$$\Rightarrow T = f(Re, Pr)$$

ثابت جزئی
ثابت
انتهای

$$\Rightarrow \quad h = \frac{-k_f \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}}{\Delta T}$$

$$h = f(Re, Pr)$$



اگر $Pr = 1$ لایه مرزی سرعت = لایه مرزی حرارتی

$$\frac{\partial P}{\partial x_i} \simeq 0$$

2-D

S.S

جریان تراکم ناپذیر

$\rho = 1.0$

incompressible - آرام

$$\dot{m}_{AB} = -\left\{\int_0^H \rho u dy\right\} W \qquad \dot{m}_{DC} = \left\{\int_0^H \rho u dy + \left(\frac{\partial}{\partial x}\int_0^H \rho u dy\right) dx\right\} \omega$$

$$\dot{m}_{BC} = -\frac{\partial}{\partial x}\left[\int_0^H \rho u dy\right] dx \cdot \omega$$

حال همین کار را برای انرژی انجام می دهیم

Energy flow in

$$\dot{E}_{AB} = \int_0^H \rho c_p u T dy \qquad e = u \quad h = c_p T$$

Energy flow out

$$\dot{E}_{CD} = \int_0^H \rho c_p u T dy + \frac{d}{dx}\left\{\int_0^H \rho c_p u T dy\right\} dx$$

$$\dot{E}_{BC} = \frac{d}{dx}\left\{\int_0^H \rho c_p u T_\infty dy\right\} dx$$

$$\frac{d}{dx}\left[\int_0^H \rho c_p u T dy\right] dx - \frac{d}{dx}\left\{\int_0^H \rho c_p u T_\infty dy\right\} dx =$$

$$-\frac{d}{dx}\left[\int_0^H \rho c_p u (T - T_\infty) dy\right] dx = S$$

$S_t \Rightarrow T_\infty - T \Rightarrow H = \delta_t \Rightarrow -\frac{d}{dx}\left\{\int_0^{\delta_t} \rho c_p u (T - T_\infty) dy\right\} dx$

کرونا گرفتیم ی کنیم

$$= -k_f \left.\frac{dT}{dy}\right|_{y=0} dx$$

یک پروفیل دما و سرعت حدس زده می شود حل می شود

مثال: لایه حرارتی δ $\qquad \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} = \frac{y}{\delta}$ $\qquad$ for all y $\quad u = u_\infty$

حرارتی

با استفاده از معادله بالا داریم:

$$\frac{d}{dx}\int_0^\delta \rho c u_\infty (T - T_\infty) dy = -k_f \left.\frac{dT}{dy}\right|_{y=0}$$

$$\int_0^\delta \frac{\rho c u_\infty (T_w - T_\infty)}{\delta} y \cdot dy = \frac{\rho u_\infty c (T_w - T_\infty)\delta}{2}$$

$$k \left.\frac{dT}{dy}\right|_{y=0} = k \frac{T_w - T_\infty}{\delta} \Rightarrow \frac{d}{dx}\left[\frac{\rho c u_\infty (T_w - T_\infty)\delta}{2}\right] = k \frac{T_w - T_\infty}{\delta}$$

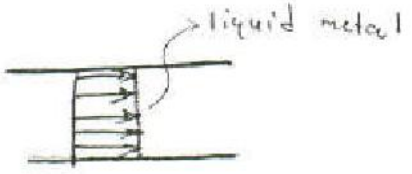
$$\delta d\delta = \frac{2K}{\rho C U_\infty} dx \Rightarrow \delta^2 = \frac{4K}{\rho C U_\infty} x + C \Rightarrow \delta = 0 \ @ \ x = 0 \Rightarrow C = 0$$

$$\Rightarrow \delta^2 = 4x^2 \frac{K}{\rho C} \cdot \frac{\mu}{\mu U_\infty x} = \frac{4x^2}{Re\ Pr} \Rightarrow \delta = \frac{2x}{(Re_x Pr)^{1/2}}$$

$$h_x (T_w - T_\infty) = \frac{K(T_w - T_\infty)}{2x} (Pe\, Re)^{0.5}$$

$$\frac{hx}{K} = Nu = 0.5 (Re_x Pr)^{1/2} \Rightarrow \boxed{Nu = 0.5\, Pe^{1/2}}$$

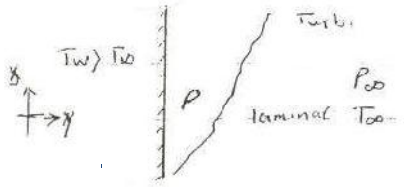
مساله تقریبا برای حالت روغن کاری است، تقریبا برای سیال فلزی است. در اخر برای محاسبه h جابجایی با هدایت یکسان قرار می دهیم.



جابجایی آزاد:

ممکن است که نیروی اینرسی داشته باشیم ولی به گونه ای است که نیروی شناوری قالب بر اینرسی است.

بی بعد کردن را به دست اورید؟



صفحه‌ی تخت ← تخلم ← 2-D

جریان لایه‌ای ← پایدار ← لزجی

$$\beta = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{V_\infty}\frac{V - V_\infty}{T - T_\infty} = \frac{\rho_\infty - \rho}{\rho(T - T_\infty)}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

شناور — وزن

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{\partial P}{\partial x} - \rho g + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho_\infty g \longrightarrow g(\rho_\infty - \rho)$$

برای سیالات غیر ایده‌آل

انبساط حجمی

$$Gr = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)}{\nu^2}\, x^3 \qquad \beta = \frac{1}{T_\infty} \text{ یا } \frac{1}{T_f}$$

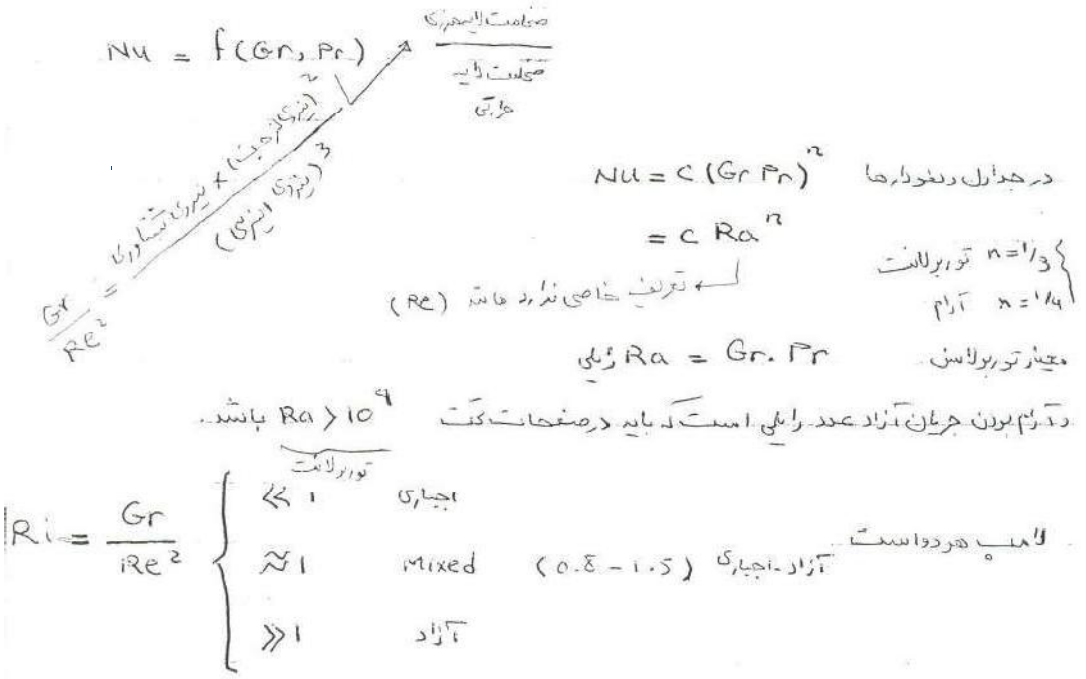
در گازها

کی گراشف ← Grashof ← از ایجاد جریان جدایش می‌دهد

$$\rho c\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right) = k\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \longrightarrow \frac{1}{Pr\,Re}$$

$$Nu = f(Gr, Re, Pr)$$ شرط

اگر شط آزاد ← کوچک Re



Gn نیروی شناوری به لزجت است. ولی در واقع هر سه نیروی شناوری لزجت و اینرسی است.

$Ri = \frac{Gr}{Re^2}$ ⟶ Ritchardson number

که در روابطی که دمای دیواره یا آلودگی ها استفاده می شود

$q = hA\Delta T$

h در جریان توربولانس ارتباطی به طول ندارد

مثال: لامپی که قبلا حل شده است.

مثال: لامپی که قبلاً حل شده است.

40 watt

$T_b = 127\ ^\circ C$

$T_\infty = 27\ ^\circ C$

$D = 50\ mm$

% lost by convection

Free?

$$Gr = \frac{g\beta\Delta T (50/1000)^3}{\nu^2} =$$

$$\frac{9.8\left(\frac{1}{77+273}\right)(100)(50/1000)^3}{(2.07\times10^{-5})^2} \simeq 8.1\times10^5$$

β باید حتماً کلوین یا رانکین باشد

$$\frac{Gr}{Re^2} = \frac{8.1\times10^5}{(721.5)^2} = 1.55$$

آزاد ← اجباری

در جریان داخلی آزاد هم Nu بزرگتر از 2 است

هرلن $Nu = 2 + 0.43\,(Gr\,Pr)^{1/4}$ آزاد

Pr گازها حدود 0.7 است

$$Nu = 2 + 0.43(8.1\times10^5 \times 0.7)^{1/4}$$

$$= 13.8$$

$$\frac{hD}{K_f} = 13.8 \Rightarrow h_{آزاد} = \frac{13.8\,(0.028)}{\frac{50}{1000}} = 7.73\ \ W/m^2\cdot{}^\circ C$$

$$q = hA\Delta T = 7.73\times\pi\left(\frac{50}{100}\right)^2(100) = 6.07\ W$$

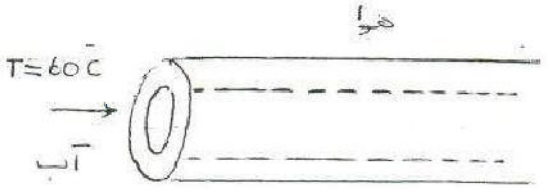
(*) توجه شود که در جریان آزاد $A = 4\pi r^2$ می باشد

$\text{lost}_{\text{آزاد}} = \frac{6}{40} = 15\%$

20% تشعشع ← از تشعشع سیم لامپ صرف نظر شده و فقط جابجایی آزاد در نظر گرفته شده است.

6.0% اجباری

طراحی مبدل ها:



$D_i = 2.5\,cm$

$D_o = 3\,cm$

$K = 17$ Steel

$V_\infty = 3\ m/s$

$U_\infty = 0.3\ m/s$

$T_\infty = 27^\circ C$

$$IRe = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{1000(3)\left(2.5/100\right)}{4.71\times10^{-4}} = 1.6\times10^{5}$$ کوربولانت

$$Nu = 0.023\,Re^{4/5}Pr^{n} = 0.023\,(1.6\times10^{5})^{4/5}(3)^{0.3} = 465.76$$

$$h_i = \frac{0.654(465.76)}{0.025} = 60.92\times10^{3} \simeq 1.2\times10^{4}$$ آب اجباری است

چون سرعت سیال بالا است

$$Gr = \frac{9.8\left(\frac{1}{27+273}\right)(60-27)\left(3/100\right)^3}{(15.7\times10^{-6})^2} = 1.18\times10^{5}$$ دیگر نیاز به محاسبه نیست

دمای سطح لوله ها دائم در حال تغییر است باید تخمین بزنیم ابتدا فرض می کنیم دمای سطح ما ۶۰ درجه باشد. باید سعی و خطا شود.

$$IRe = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{(0.3)\left(\frac{3}{100}\right)}{15.7\times10^{-6}} = 573.2$$

$$\Rightarrow \frac{Gr}{Re^2} = \frac{1.18\times10^{5}}{(573.2)^2} = 0.391$$ اجباری

$$Nu = CRe^{n} = 0.615\,(573.2)^{0.466} = 11.9$$

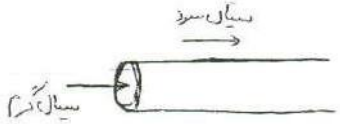
$$h = \frac{11.9\,(0.03)}{0.03} = 11.9$$

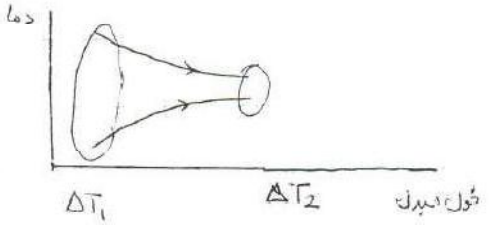
$$U_{o_L} = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{r_i \ln(r_o/r_i)}{k} + \frac{r_i}{r_o}\frac{1}{h_o}} = \frac{1}{\frac{1}{12000} + \frac{0.025 \ln(3/2.5)}{2(1.7)} + \frac{2.5}{3}\cdot\frac{1}{11.9}}$$

$$= 14.6$$

$$q = U_i A_i \Delta T = 14.6(\pi)\left(\frac{2.5}{100}\right) L (60 - 27) = \dot{m} C_p \Delta T$$

ثابت بودن دمای 60 مشکل دارد





از روش های مختلف استفاده می کنند که این ثابت بودن دما را در نظر نگیرند.

LMTD روش متوسط لگاریتمی

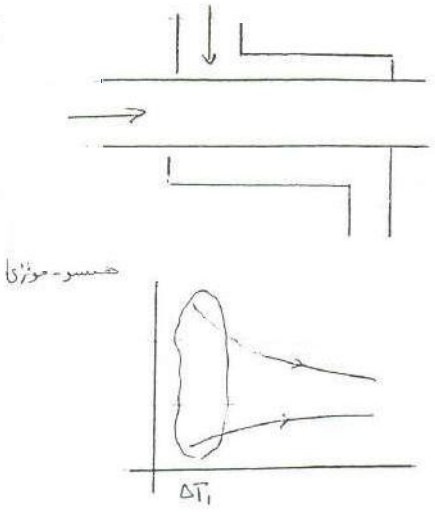
ϵ-NTU

$$q = UAF\Delta T_{logritmic}$$

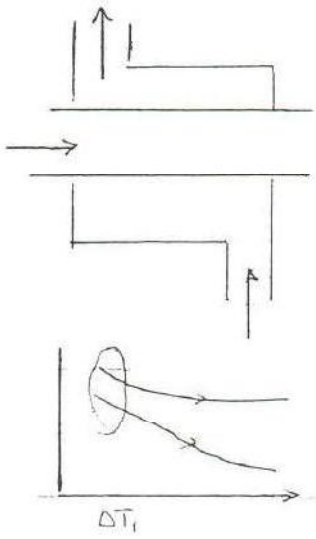
F ضریب تصحیح - فاکتور (نمودار)

$$\Delta T_{log} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}}$$ (لگاریتمی)

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}}$$



هم‌سو - موازی



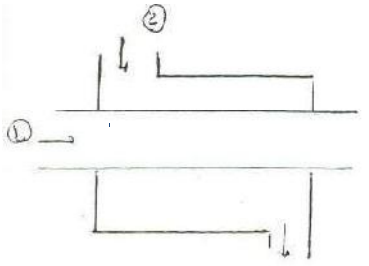
غیرهم‌سو

$$U_i A_i F \Delta T_{ln} = \dot{m} C_p (60 - T_{ow})$$

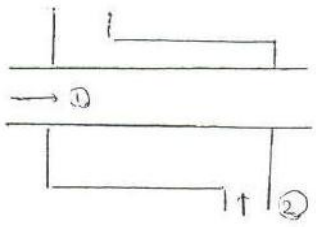
$$(19.) \quad A_i \cdot F \; \frac{(60-27) - (T_{ow}-27)}{\ln \frac{60-27}{T_{ow}-27}} = \rho A V C_p (60 - T_{ow})$$

$F = 1.0$

طراحی مبدل ها:



همسو



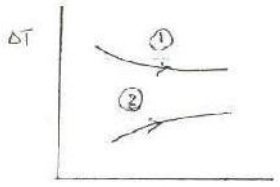
غیرهمسو

۱- روش LMTD

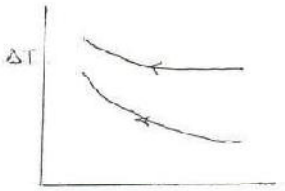
2- روش ε-NTU

ضریب تصحیح

$q = UAF\Delta T_{lm}$



نمودار مبدل



نمودار مبدل

$$U_1 = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{r_1 \ln(r_2/r_1)}{k_1} + \frac{r_1}{r_2}\frac{1}{h_2}}$$

اثبات ΔT_{log}

$$dq = \dot{m}_c c_c dT_c = -\dot{m}_h c_h dT_h$$

$$\Rightarrow d(T_h - T_c) = -dq\left(\frac{1}{\dot{m}_h c_h} + \frac{1}{\dot{m}_c c_c}\right)$$

$$\Rightarrow \int \frac{d(T_h - T_c)}{T_h - T_c} = -\int U\left(\frac{1}{\dot{m}_h c_h} + \frac{1}{\dot{m}_c c_c}\right) dA$$

$$\Rightarrow \ln \frac{T_{h_2} - T_{c_2}}{T_{h_1} - T_{c_2}} = -UA\left(\frac{1}{\dot{m}_h c_h} + \frac{1}{\dot{m}_c c_c}\right)$$

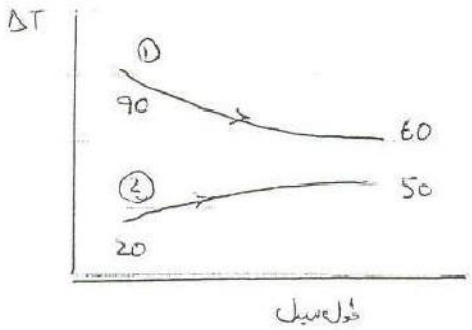
$$q = \dot{m}_h c_h \Delta T = \begin{matrix} \dot{m}_h c_h (T_{h2} - T_{h1}) \\ \dot{m}_c c_c (T_{c2} - T_{c1}) \end{matrix}$$

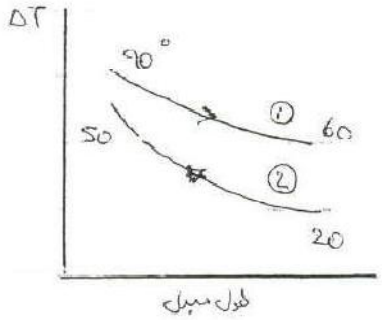
$$\Delta T_{ln} = \frac{(T_{h1} - T_{c2}) - (T_{h2} - T_{c1})}{\ln \frac{T_{h1} - T_{c2}}{T_{h2} - T_{c1}}} = \frac{\Delta T_{\text{ورودی}} - \Delta T_{\text{خروجی}}}{\ln \frac{\Delta T_{\text{ورودی}}}{\Delta T_{\text{خروجی}}}}$$

اگر دما ها به صورتی بودند که نزدیک هم بودند و جواب ÷ شد باید از رابطه ی زیر استفاده کنیم.

$$\Delta T_{\text{mathematic}} = \frac{\Delta T_{\text{ورودی}} + \Delta T_{\text{خروجی}}}{2}$$

مثال :





$Q = 300000 \ W$ $\quad Q = UAF\Delta T_{log}$

$U = 300 \ W/m^2{}^\circ C$ $\quad A = ? \leftarrow F = 1.0$ در مورد همسو و غیر همسو زیاتی تفاوت ها بسیار نخواهد بود

$A = ?$

$$\Delta T_{lm} = \frac{(90-20)-(60-50)}{\ln\frac{90-20}{60-50}} = 30.8^{\circ}C$$ همسو

$$\Delta T_{lm} = \frac{(90-50)-(60-20)}{\ln\frac{90-20}{60-50}}$$ غیرهمسو

با هم تکمی شوند همسوره اختلاف 40° است ک لذا برای غیرهمسو داریم :

$\Delta T_{min} = 40^{\circ}C$ غیرهمسو

حال Aها را محاسبه کرده و هر کدام را که کمتر است چون مواد کمتری مصرف می شود لذا از مبدل غیر همسر استفاده می کنیم.

چون در روش اول نیاز به هر سه دما است و دمای چهارم بدست می آید لذا داشتن این دما ها مشکل است به همین دلیل از روش E-NTU استفاده می شود.

ϵ ← ضریب موثر بودن $= \frac{q \text{ واقعی}}{q_{max}}$

$\dot{m}c_p$ سرد ① $= C_①$ $\dot{m}c_p$ گرم ② $= C_②$

در این روش دبی ها و دمای ورودی را به ما می دهند. از دو مقدار c بالا یکی کمتر است و min و max در این جا تعریف می شود.

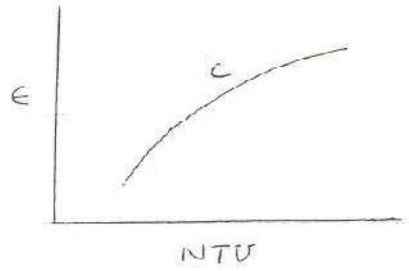
$$C = \frac{C_{min}}{C_{max}}$$

بر این اساس E تعریف می شود:

$$\epsilon = \frac{\dot{m}(c_p)_1 \Delta T_1}{C_{min}(\Delta T_{max})} = \frac{\dot{m}(c_p)_2 \Delta T_2}{C_{min}(\Delta T_{max})}$$

$$NTU \quad \text{number of Transfer Unit} = \frac{AU}{C_{min}}$$

تعداد شمارش انتقال حرارت



مثال:

water $\dot{m} = 0.05$ kg/s $T_i = 400$ K $T_o = 330$ K

air $\dot{m} = 0.75$ kg/s $T_i = 300$ K

$U = 200$ W/m²-K $A = ?$

۱-مبدل cross-flow دو سیال نیامیخته اند (unmixed)

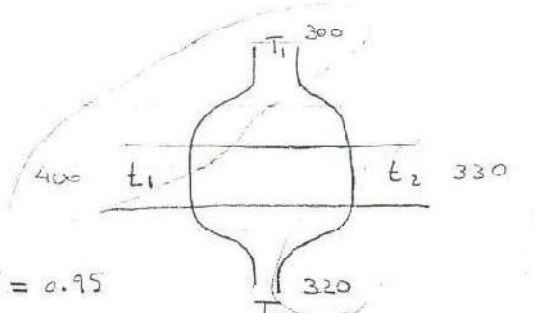
۲-مبدل لوله ای غیر همسر

LMTD $\longrightarrow$ $q = UAF\Delta T_{lm} \Rightarrow q = \dot{m} C_p \Delta T)_{آب} = 0.05\,(4180)(400-330)$

$$q = 14630$$

$$14630 = q = \dot{m} C_p \Delta T)_{هوا} = 0.75\,(1000)\,(T_{ao} - 300) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{ao} = 320\ K$$



$$\begin{cases} R = \dfrac{300-320}{330-400} = 0.286 \\ P = \dfrac{330-400}{300-400} = 0.7 \end{cases} \Rightarrow F = 0.95$$

$$R = \frac{T_1 - T_2}{t_2 - t_1}, \quad P = \frac{t_2 - t_1}{T_1 - t_1}$$

$$14630 = 200\,(0.95)\,(A)\,(39.71) \qquad (\text{از شکل } 10\text{-}10 \text{ کتاب})$$

$$\Delta T_{lm} = \frac{(400-300)-(330-320)}{\ln \frac{400-300}{330-320}} = 39.71\ ^\circ R$$

$$\Rightarrow A = 1.9\ m^2$$

نوع هیدر	LMTD A	E-NTU
cross flow	1.9	1.81
غیرهمسو/ناهمسو	1.8	1.4
یک پاس و پوسته		1.67

E-NTU

$$\dot{m} C_p)_{water} = (0.05)(4180) = 209 = C_{min} \qquad \dot{m} C_p)_{air} = (0.75)(1000) = 750 = C_{max}$$

$$C = \frac{209}{750} = 0.28$$

$$NTU = \frac{AU}{C_{min}} = ? \qquad \text{از نمودار} \Longrightarrow \quad 1.75$$

$$\epsilon = \frac{q_{\text{واقعی}}}{q_{max}} = \frac{(400-330)}{400-300} = 0.7$$

اختلاف دمای max در دو سری جریان متقابل و موازی چون در خروجی هاد هم می‌رسند اختلاف آن حاکم است.

$$1.75 = \frac{A(200)}{209} \Rightarrow A = 1.81$$

$$\text{غیرهمسو } NTU = 1.3 \Rightarrow 1.3 = \frac{A(200)}{209} \Rightarrow A = 1.4$$

(10-13)

در صورت سعی و خطا بهتر است از جداول (۱۰ ۳) و (۱۰ ۴)استفاده شود

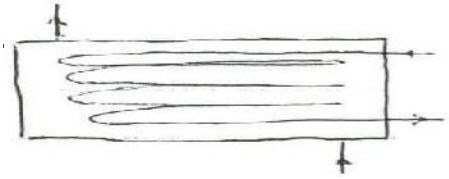
$1.8\ m^2$ ← به نقشه نیاز دارد

$$TDL = 1.8 \Rightarrow \pi\left(\frac{2.5}{100}\right)L = 1.8 \Rightarrow L = 23\ m$$

غیرمنطقی برای اتومبیل است.

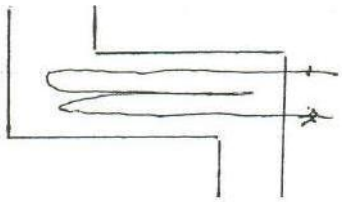
تعداد لوله‌ها $\Rightarrow n = 50$ $\quad 0.5\pi\left(\frac{2.5}{100}\right) n = 1.9$

طول لوله‌ها



$$NTU = 1.6 \Rightarrow \frac{A(200)}{209} = 1.6 \Rightarrow A = 1.67$$

$$0.5\pi\left(\frac{2.5}{100}\right) n = 1.67 \Rightarrow n =$$



مبدل پوسته لوله $\quad A = 10\ m^2$

① To heat water

$T_{c\,in} = 15\ ^\circ C$

$T_{c\,out} = ?$

$\dot{m}_c = 2\ kg/s$

چون داده‌ای در مورد مبدل نداریم لذا فقط از ϵ-NTU می‌توان استفاده نمود.

② آب گلیکول:

$C_p = 2600\ J/kg\cdot K$

$T_{h_i} = 85^\circ C$

$T_{h\,out} = ?$

$\dot{m}_h = 1\ kg/s$

$U = 500\ W/m^2\,^\circ C$

$\dot{m}C_p)_h = 1(2600) = 2600 \quad C_{min}$

$\dot{m}C_p)_c = 2(4180) = 8360 \quad C_{max}$

$$C = \frac{C_{min}}{C_{max}} = \frac{2600}{8360} = 0.31$$

$\Rightarrow \epsilon = 0.75$

transver اشکال

$$NTU = \frac{AU}{C_{min}} = \frac{10(500)}{2600} = 1.9$$

$$q_{max} = C_{min}(85-15)$$

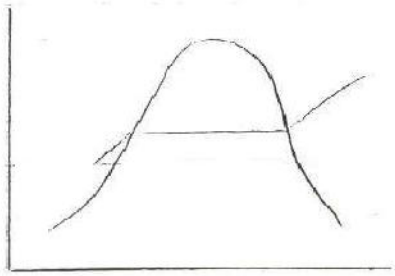
$$= 182000$$

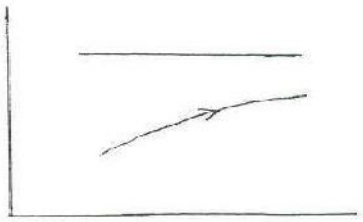
$$\epsilon = \frac{q_{واقعی}}{q_{max}} = \frac{26000\,(85 - T_{hout})}{182000} = \frac{8360\,(T_{cout} - 15)}{182000}$$

$$T_{hout} = 32.5\ ^\circ C$$
$$T_{cout} = 31.3\ ^\circ C$$

مگر مبدل با دریا مبرد خانه کار کند $C_{max} \to \infty$ لذا $C \simeq 0$ می‌شود

$$C = \frac{C_{min}}{C_{max}} = 0 \longrightarrow$$ دیگر نیازی به اثر متقابل ندارد

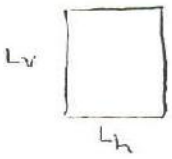




$\epsilon = 1 - e^{-NTU}$ در صورتی که C صفر باشد با این وسیله

ϵ ثابت پوسته می‌آید

شکل به عنوان صفحه‌ی تخت حساب می‌شود برای Re که جریان آزاد باشد



$$Nu = C R^m Pr^n$$

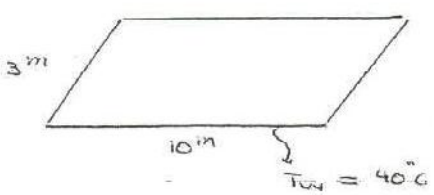
$$Re = \frac{\rho V L}{\mu}$$

$$L = \frac{1}{\frac{1}{L_h} + \frac{1}{L_v}}$$

قطر هیدرولیکی برای اجسام بسته است.

$$D_h = \frac{4A}{P} \qquad R_h = \frac{A}{P}$$

مثال:



$V_\infty = 0.5\ m/s$

$T_\infty = 80^\circ C$

$P = 5\ atm$ فشار

$$T_f = \frac{80+40}{2} = 60^\circ C \qquad \beta = \frac{1}{T_f} = \frac{1}{60+273} = 0.003$$

$\rho = 1000$

$\mu = 2\times10^{-5}$ $\qquad P = \frac{P}{RT} = \frac{5\times1.0132\times10^5}{(287)(333)} = 5.3$

$Pr = 0.71$

$k = 0.025$ $\qquad Re = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{5.3(0.5)(10)}{2\times10^{-5}} = 1.32\times10^6$

می‌توانستیم از رابطه‌ی قبل استفاده کنیم (با تقریب 3m کم $\frac{1}{\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}}$

است. (این جا چون می‌دانیم آزاد است یا اجباری برای طول بزرگ آن‌قدر

می‌گیریم.

$$Gr = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T L^3}{\mu^2} = \frac{(5.3)^2(9.8)(0.003)(80-40)(10)^3}{(2\times10^{-5})^2}$$

$$= 8.26\times10^{13}$$

$$\frac{Gr}{Re^2} = \frac{8.26\times10^{13}}{(1.32\times10^6)^2} = 47.41$$ آزاد

حال داریم: $L = \frac{1}{\frac{1}{10}+\frac{1}{3}} = 2.31$

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{(5.3)(0.5)(2.31)}{2\times10^{-5}} = 3.1\times10^{5}$$

$$Gr = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T L^3}{\mu^2} = \frac{(5.3)^2(9.8)(0.003)(80-40)(2.31)^3}{(2\times10^{-5})^2} = 4.41\times10^{11}$$

$$\frac{Gr}{Re^2} = \frac{4.4\times10^{11}}{(3.1\times10^{5})^2} = 4.6 \gg 1$$ آزاد

$$Nu = C\,Ra^{n}$$

$$Ra = Gr.Pr = 4.4\times10^{11}\times0.7 = 0.3\times10^{12} > 10^{9}$$ توربولانت

$$\Rightarrow h = \underbrace{1.52(\Delta T)^{1/3}}_{\text{فقط تابع اختلاف دما}}\left(\underbrace{\frac{P}{101.32}}_{\text{فقط تابع فشار}}\right)^{2/3} = 1.52(80-40)^{1/3}\left(\frac{5\times101.32}{101.32}\right)^{2/3} = 15.2$$ جدول ۲-۷ هولمن

$$Nu = 0.15(4.4\times10^{11}\times0.7)^{1/3} \Rightarrow Nu = 1013$$

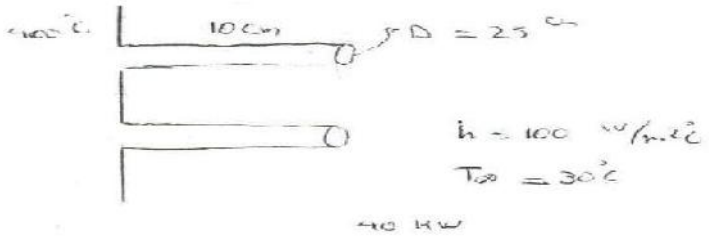
$$h = \frac{Nu\,k}{\text{طول}} = \frac{1013\,(0.028)}{2.31} = 12.3$$

فشار و فقط تاثیرش روی p است و باید از جدول ها m را باید انتخاب کنیم چون

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$ ← ویسکوزیته دینامیکی

مثال: سطحی باد های ۴۰۰ درجه اگر تعدادی فین به قطر ۲,۵ سانتی متر و طول ۱۰ سانتی متر با راندمان ۸۰ درصد استفاده شده باشد اگر دمای محیط ۳۰ درجه با ضریب جابجایی $100\ W/m^2.C$ و

اتلاف حرارتی کل برابر با kw۴۰ باشد تعداد فین ها را بیابید.



$$q_{fin} = kAm\theta_b \tanh mL_c$$

$$q_{max} = hpL\theta_b$$

$$L_c = L + t/2 = 1.25 + 10 = 10.25 \text{ cm}$$

$$\eta = \frac{\tanh mL_c}{mL_c} \Rightarrow 0.8 = \frac{\tanh m \times 1.25}{1.25 \times m} \Rightarrow$$

با حساب m و k

$$\eta_o = \left[1 - \frac{A_f}{A_t}(1-\eta_f)\right] = \left[1 - \frac{n[\pi DL + \pi D^2/4]}{A_f + [1 - \pi D^2/4]}(1-\eta_f)\right] = \frac{q_{fin}}{hA_t\theta_b}$$

بدست می آید

$$\frac{40000}{100 \times [\pi DL + \pi D^2/4] + [1 - \pi D^2/4]} = 1 - \frac{n[\pi DL + \pi D^2/4]}{A_f + [1 - \pi D^2/4]}(1-\eta_f)$$

n

با حل این رابطه و با معلوم بودن داده ها n محاسبه می گردد.

$$q_{total} = n\,q_{fins} + q_{unfin} = n\eta h A_s \theta_b + (A_t - A_f) h\theta_b$$

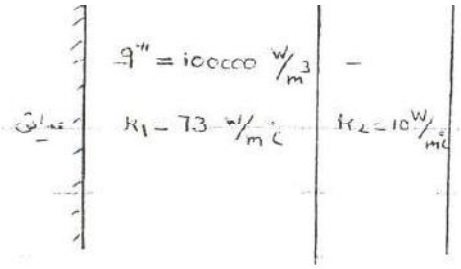
$$n\eta h\theta_b \left(\pi D^2/4 + \pi D L\right) + \left(A_t - n\left(\frac{\pi D^2}{4} + \pi D L\right)\right) h\theta_b$$

$$= q_{total} \Rightarrow \quad \frac{400 \times 10^3}{} = n\left[0.8 \times 370 \times 100 \left(\frac{\pi}{4}\left(\frac{25}{100}\right)^2 + \pi\left(\frac{25}{100}\right)\left(\frac{10}{100}\right)\right)\right]$$

$$+ \left(1 - n\left(\underbrace{\frac{\pi}{4}\left(\frac{25}{100}\right)^2 + \pi\left(\frac{25}{100}\right)\left(\frac{10}{100}\right)}_{0.13}\right)\right) 100 \times 370$$

$$(1 - 0.13n) \times 100 \times 270 + n\,3848 = \boxed{3848n} + 37000 - 4810n$$

تمرین انتقال حرارت



فرضیات : ۱- مسأله پایا

۲- مسأله یک بعدی

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}'''}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

پایا

تست اول :

$$\frac{d^2T_1}{dx^2} + \frac{\dot{q}'''}{k} = 0 \Rightarrow \frac{dT_1}{dx} = \frac{-\dot{q}'''}{k_1}x + C \xrightarrow{x=0,\ \frac{dT_1}{dx}=0} \boxed{C = 0}$$

$$T_1(x) = \frac{-\dot{q}'''}{2k_1}x^2 + D$$

قسمت دوم : $\frac{d^2T_2}{dx^2}=0 \Rightarrow \frac{dT_2}{dx}=a \Rightarrow T_2(x)=ax+b$

شرایط مرزی : $x=10\,cm \Rightarrow q''_1=q''_2$ $\quad x=12cm \rightarrow q''_1=q''_2$

$T_1=T_2$

$x=10cm \Rightarrow T_1=T_2 \Rightarrow -\frac{-10^5}{2\times 73}(0.1)^2+D=a(0.1)+b$ ①

$q_1=q_2 \Rightarrow 73\times\frac{-10^5}{73}(0.1)=a\times 10$ ②

$\Rightarrow a=-1000$

$x=12\,cm \Rightarrow q''_1=q''_2 \Rightarrow h(T_w-T_\infty)=-k\frac{dT}{dx} \Rightarrow$

$-a\times k_2=h(a(0.12)+b-20) \Rightarrow$

$1000\times 10=10(-1000\times 0.12+b-20) \Rightarrow b=1140$

$\frac{-10^5}{2\times 73}(0.1)^2+D=-1000\times(0.1)+1140 \Rightarrow D=1046.89$

$T_1(x)=-\frac{10^5}{2\times 73}x^2+1046.85=-684.9x^2+1046.85$

$T_2(x)=-1000x+1140$

یک قالب یخ $1\times1\times1\,m^3$ را در حالتی که دمای $T_F=0\,C$ است در نظر می گیریم:

۱-یخ در معرض محیط با $h=15\,\frac{w}{m^2C}$ با $T_\infty=10\,C^o$ است. بدون در نظر گرفتن تشعشع زمان

لازم برای آب شدن یخ را بیابید.

۲ یخ در معرض محیط با $h=15\ \frac{W}{m^2C}$ با $T_\infty=10C$ است. با در نظر گرفتن $T_{sky}=+10^\circ C$ زمان لازم برای آب شدن یخ را بیابید.

۳- گونی به ضخامت 1mm به دور یخ پیچیده شده است. که در این حالت k=۰,۰۶ و دمای گونی $10^\circ c$ است زمان لازم برای آب شدن یخ را بیابید.

۱- فرضیات: از تشعشع صرف نظر می شود با توجه به این که دمای یخ صفر درجه و دمای محیط $10^\circ c$ است بنابراین انتقال حرارت همرفی بین محیط و یخ در پنج سطح صورت می گیرد و چون انرژی برداری نیست و قابل جمع شدن در جهات مختلف است لذا کافی است انتقال حرارت یک سطح را محاسبه نمود و در پنج ضرب کنیم.(با در نظر گرفتن $L_f=333\frac{k}{kg}$)

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_{gen} = \dot{E}_{st} \Rightarrow \dot{E}_{in} = \dot{E}_{store}$$

$$\Rightarrow hA(T_\infty - T_w) = \dot{m} L_f \Rightarrow 15 \times 5 \times 1 \times 1 \ (10-0) = \dot{m} L_f$$

$$\rho_{\text{یخ}} = 920\ \frac{kg}{m^3} \Rightarrow \dot{m} = 2.25 \times 10^{-3}\ \frac{kg}{s} \Rightarrow t = \frac{10^3 \times 1 \times 1 \times 1 \times 920}{2.25} = 113.6\ h$$

۲ حال با توجه به وجود تشعشع بین محیط و یخ بیشتر از محیط است لذا یک انتقال حرارت تشعشعی از یخ در محیط صورت می گیرد با فرض یخ جسم سیاه داریم: (چون $E=0.99 \simeq 1$)

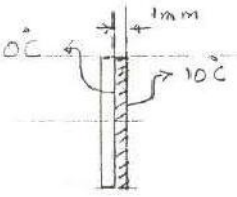
$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_{gen} = \dot{E}_{store} \Rightarrow hA(T_\infty - T_w) - \varepsilon\sigma A(T_1^4 - T_2^4) = mL_f$$

$$\Rightarrow 15 \times 5 \times 1 \times 1 \times (10-0) - 1 \times 5.667 \times 10^{-8} \times 5 \times 1 \times 1 \times (273^4 - 263^4) = mL_f$$

$$\Rightarrow 750 - 218.24 = mL_f \Rightarrow t = 160\ h$$

با توجه به این که یخ با گونی به ضخامت 1mm پیچیده شده است و دمای گونی $10^{\circ}c$ است لذا هیچ گونه انتقال حرارت همرفتی بین سیال هوا و گونی اتفاق نمی افتد دمای هر دو $10^{\circ}c$ است همچنین هیچ گونه انتقال حرارت تشعشعی نیز وجود ندارد پس داریم:

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_{gen} = \dot{E}_{store} \Rightarrow KA\frac{\Delta T}{\Delta x} = mL_f$$



$$5 \times 0.06 \times 1 \times 1 \times \frac{(10-0)}{10^{-3}} = mL_f \Rightarrow 3000 = mL_f$$

$$\Rightarrow \dot{m} \simeq 9 \times 10^{-3}\ \frac{kg}{s} \Rightarrow t \simeq 28.36\ h$$

مشاهده می شود که با پیچاندن گونی به دور یخ یخ زودتر آب می شود و در حالت اول نیز از حالت دوم یخ سریعتر آب می شود.