

Subject:

Date:



$$w = x^2 + y + iy^3$$

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = 2x \\ \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial y} = 3y^2 \end{cases}$$

محل بررسی کنیم  $f(z) = \begin{cases} \frac{(z)^2}{z} & z \neq 0 \\ 0 & z = 0 \end{cases}$  ۲۲۲

شماره کنی ایمان برقرار است.

$\Rightarrow$  بررسی کنیم

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{u(x, 0) - u(0, 0)}{x - 0} = \frac{x}{x} = 1 \\ \frac{\partial u}{\partial y} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{u(0, y) - u(0, 0)}{y - 0} = \frac{0}{0} = 0 \end{cases}$$

Pilavaran



Subject:

Year. Month. Date. ( )

مستق :

قضیه ۱: اگر تابع  $f(z)$  مستقیماً پذیرد آنگاه شرایط کوشی، همان برقرار است.

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \\ \frac{\partial u}{\partial \theta} = -r \frac{\partial v}{\partial r} \end{cases}$$

۴ اگر شرایط کوشی، همان برقرار نباشند  $f(z)$  مستقیماً پذیر نیست.

$$z = \bar{z} = x - iy \quad \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = 1 \\ \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial y} = -1 \end{cases}$$

مستقیماً پذیر نیست

$$w = x^2 + y^2 + iy^3 \quad \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = 2x \\ \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial y} = 3y^2 \end{cases}$$

ممکن است شرایط کوشی، همان در  $z$  برقرار باشد اما تابع  $z$  مستقیماً نپذیرد.

بررسی کنید مستقیماً نپذیرد اما کوشی، همان برقرار است (در مبدأ مستقیماً نپذیرد).

$$f'(z) = \frac{(z)^2}{z-0} = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{(z)^2}{z} = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{(r \cdot \text{cis}(-\theta))^2}{r \cdot \text{cis}(\theta)}$$

$$= \text{cis}(-2\theta) = z \text{ نپذیرد}$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

بررسی شرایط کوشی برای  $u$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial x} = \rho \frac{u(x, 0) - u(0, 0)}{x - 0} = \frac{0}{x} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial y} = \rho \frac{u(0, y) - u(0, 0)}{y - 0} = \frac{0}{y} = 0 \end{array} \right. \quad x \rightarrow 0, \quad y \rightarrow 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \rho \frac{v(x, 0) - v(0, 0)}{x - 0} = \frac{0}{x} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \rho \frac{v(0, y) - v(0, 0)}{y - 0} = \frac{y}{y} = 1 \quad y \rightarrow 0$$

تعیین: در تابع  $f(z) = u + iv$  اگر  $u$  و  $v$  بیوسا و دارای مشتقات جزئی باشند و همچنین شرایط کوشی در میان  $u$  و  $v$  برقرار باشد، آنگاه  $f(z)$  مشتق پذیر است.  
مثال: مشتق پذیری توابع زیر را بررسی کنید.

الف)  $w = e^z$

ب)  $w = \overline{\sin z}$

ج)  $w = |z|^2$

د)  $w = x^2 + iy^2$

ه)  $w = \ln z$

PAPCO

99

Subject:

Year:      Month:      Date: ( )

۲

$$\begin{aligned} \text{الف} \Rightarrow u &= e^{ny} \cos y & \frac{\partial u}{\partial n} &= e^{ny} \cos y & \frac{\partial v}{\partial n} &= e^{ny} \sin y \\ v &= e^{ny} \sin y & \frac{\partial u}{\partial y} &= -e^{ny} \sin y & \frac{\partial v}{\partial y} &= e^{ny} \cos y \end{aligned}$$

در تمام مشتق زیر است.

$$\Rightarrow \sin n \cosh y - i \cos n \sinh y \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \cos n \cosh y = -\cos n \cosh y \Rightarrow & \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial n} = \cos n \cosh y & \frac{\partial v}{\partial n} = \sin n \sinh y \\ \frac{\partial u}{\partial y} = \sin n \cosh y & \frac{\partial v}{\partial y} = -\cos n \cosh y \end{cases} \\ \Rightarrow \cos n \cosh y = 0 \Rightarrow \cos n = 0 & \\ \Rightarrow n = (2k-1) \frac{\pi}{2} & \end{aligned}$$

$$\sin n \sinh y = -\sin n \sinh y \Rightarrow \sin n \sinh y = 0 \Rightarrow \sin n = 0 \Rightarrow n = k\pi$$

فقط در  $y=0$  ،  $n = (2k-1) \frac{\pi}{2}$  ،  $y=0$  ،  $n = k\pi$  فقط

$$2.) = |z|^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial n} = 2x \\ \frac{\partial u}{\partial y} = 2y \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial v}{\partial n} = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

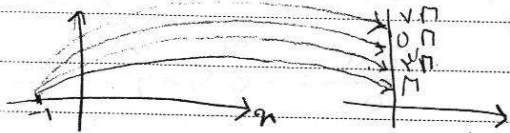
فقط در  $y=0$  ،  $x=0$  فقط

$$3.) w = x^2 + iy^2 \quad \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial n} = 2x \\ \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial v}{\partial n} = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial y} = 2y \end{cases}$$

فقط در  $y=0$  ،  $x=0$  فقط



د)  $w = \ln z$        $\ln z = \ln r + i(\theta + 2k\pi) \Rightarrow \ln(-1) = \dots$   
 $= i(\pi + 2k\pi)$



$w = \ln r + i\theta$        $\ln z = \ln r + i\theta \quad -\pi < \theta \leq \pi$

$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} \\ \frac{\partial u}{\partial \theta} = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial \theta} = 1 \end{array} \quad -\pi < \theta \leq \pi$

تابع  $f(z)$  در  $z$  تحلیلی است اگر دو شرط زیر برقرار باشد:

۱-  $f(z)$  در  $z$  مشتق پذیر باشد.

۲- در مسایلی حول  $z$  با شعاع  $\epsilon$  وجود داشته باشد که تابع  $f(z)$  در تمام نقاط آن

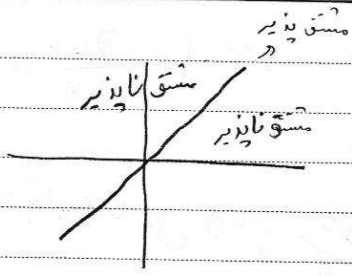
مشتق پذیر باشد.

\* اگر  $f(z)$  مشتق پذیر نباشد، تحلیلی هم نیست

مشتق پذیر نیست  $w = \bar{z}$

۴- ممکن است تابعی در  $z$  مشتق پذیر باشد اما در  $z$  تحلیلی نباشد.

این تابع مثال دره  $w = |z|^2$



$v \leftarrow \begin{matrix} ۲۹۹ \\ ۲۹۶ \end{matrix}$

۱) اگر  $f(z) = u + iv$  تابعی باشد آنگاه:

۱)  $u$  و  $v$  همساز هستند.

۲)  $v$  را از دو همساز  $u$  می‌توانند.

و برعکس (اگر  $u$  و  $v$  برابر باشند  $f(z)$  تابعی است)

تعریف تابع همساز: تابع  $u(x, y)$  را همساز می‌گویند اگر در هر جا  $u$  پلاس صدق کند

حکایتی  $u_{xx} + u_{yy} = 0$

قلب  $\begin{cases} r^2 u_{rr} + r u_r + u_{\theta\theta} = 0 \\ u_{rr} + \frac{1}{r} u_r + \frac{1}{r^2} u_{\theta\theta} = 0 \end{cases}$

مثال:  $u = e^{ny} \cos x$  همساز است.  
 $u_{xx} = -e^{ny} \cos x$ ,  $u_{yy} = -e^{ny} \cos x = u_{xx} = u_{yy} = 0$  همساز است.

\* روش حساب مزدوج همساز:  
 $dv = \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial x} dx \Rightarrow v = \int \frac{\partial u}{\partial x} dy - \int \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^* dx$

با حذف توابع کامل  $y$  و  $x$  به دست می‌آید.

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta}$$

$$dv = \frac{\partial v}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial v}{\partial r} dr \Rightarrow v = \int r \frac{\partial u}{\partial r} d\theta - \int \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) dr$$

$$r \frac{\partial u}{\partial r}$$

بافتن توابع  $v$  بر  $\theta$ ؛  $\frac{\partial u}{\partial \theta}$

مثال: مزدوج همسان، تابع  $u = e^m \sin y + r^m y^r$  بر  $\theta$  و  $r$ ،  $m, r$

$$v = \int e^m \sin y + r^m dy - \int (e^m \cos y - r^m) dr =$$

$$= -e^m \cos y + r^m y + C$$

مثال: مزدوج همسان،  $u = r^m \cos \theta$  بر  $\theta$  و  $r$ ،  $m$

$$v = \int (r \frac{\partial u}{\partial r}) d\theta - \int \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) dr$$

$$v = \int (r^m \cos \theta) d\theta = \int \frac{1}{r} (-r^m \sin \theta \times r) dr = r^m \sin \theta + C$$

\* اگر  $v$  مزدوج همسان  $u$  باشد آننگاه  $u$  می تواند مزدوج همسان  $v$  باشد نیز

آننگاه  $u$  و  $v$  ثابت باشند. تحلیل  $f(z) = u + iv \Rightarrow$   $v$  مزدوج همسان  $u$

$u$  مزدوج  $v \rightarrow g(z) = v + iu \Rightarrow$  تحلیل

$$v$$
 مزدوج  $u \rightarrow g(z) = i(u - iv) = i \overline{f(z)}$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

۲

نسبت تابع تحلیلی:

$$f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y} \quad **$$

$$f'(z) = \frac{dv}{dy} + i \frac{dv}{dx} \quad **$$

مثال: اگر تابع  $f(z) = u + iv$  تحلیلی باشد و  $u = \sin x \cos y$  آنگاه  $f'(z)$  را بیابید.

$$f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y} = \cos x \cos y + i \sin x \sin y$$

$$f'(z) = \cosh z$$

\* اگر  $f(z)$  تحلیلی باشد و  $n$  و  $m$  اعداد صحیح باشند برای آنکه آن تابع

$z$  بنویسیم کافی است  $y=0$  و  $n=z$  قرار دهیم.

$$f(z) = f(x+iy) \Big|_{\substack{n=z \\ y=0}}$$

$$f(z) = x^n - y + iy^n \Big|_{\substack{n=z \\ y=0}} \Rightarrow f(z) = z^n$$

$$f(z) = (x+iy)^n = x^n - y^n + 2iny$$

Subject:

Year:      Month:      Date: ( )

$$f'(z) = \left( \frac{\partial u}{\partial r} + i \frac{\partial v}{\partial r} \right) e^{-i\theta}$$

$$\left( -\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right)$$

$$f'(z) = \left( \frac{\partial u}{\partial r} - i \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) e^{-i\theta} \quad *$$

$$f'(z) = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + i \frac{\partial v}{\partial r} \right) e^{-i\theta} \quad **$$

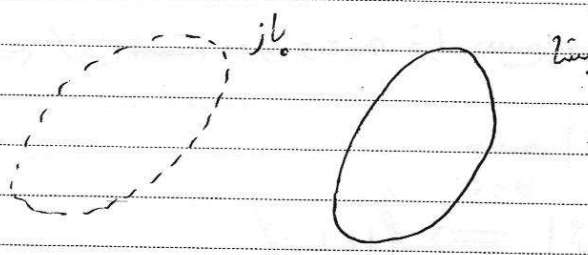
$n+iy$   
 $z \cos z$

مثلاً،  $f(z) = u+iv$  تابعی باشد که  $u = x \cos y + y \sin x$  و  $v = x \sin y - y \cos x$  باشد.

$$f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y} = \cos y \cos x - x \sin y - \sin x + y \cos x$$

$$-i(x \sin y \cos x + \sin x \sin y + y \sin x \cos y) \quad \left. \begin{array}{l} n=2 \\ y=0 \end{array} \right\}$$

$$f'(z) = \cos z - z \sin z \Rightarrow f(z) = \sin z + z \cos z - \sin z = z \cos z + C$$



جمع بندی:

- ① اگر  $f(z)$  روی ناحیه  $D$  با  $z$  مستقیم پذیر باشد قطبش هم است.
- ② اگر تابع  $f(z)$  در ناحیه  $D$  متناهی و قطبش با  $z$  مستقیم تابع  $f(z)$  است.
- ③ توابع  $\cos z$ ،  $\sin z$ ،  $e^z$ ،  $\ln z$ ،  $\operatorname{ch} z$  و  $\operatorname{sh} z$  در  $D$  مستقیم پذیرند.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

5

④ مجموع حاصل ضرب و تفريق و تركيب چند تابع تحليلي يك تابع تحليلي است.

$$f(z) = z^2 \sin^2(z) + \cos^2(\sin(z^2+1)) - \cos z$$

⑤ اگر  $f(z)$  و  $g(z)$  تحليلي باشند آنگاه تابع  $\frac{f(z)}{g(z)}$  فقط در ريشه هاي

$g(z)$  تحليلي نمي باشد.

$$w = \frac{z^2 \cos z + 1}{(z^2 - 1) \sin z} \quad z^2 - 1 = 0 \rightarrow z = \pm 1$$

$$\sin z = 0 \rightarrow z = k\pi$$

بنابراين  $z = k\pi$  و در ساير نقاط تحليلي است.

⑥ اگر  $f(z)$  تحليلي و غير ثابت باشد آنگاه  $\overline{f(z)}$  غير تحليلي است.

$$f(z) = u + iv$$

و تابع ثابت همواره تحليلي است.

$$\overline{f(z)} = u - iv$$

$$w = \bar{z}$$

$$w = \overline{\sin z} \quad \text{و} \quad w = \overline{\cos z}$$

غير تحليلي

⑦ اگر  $f(z)$  تحليلي و  $f(iz)$  حقيقي باشد آنگاه

$$\overline{f(z)} = f(\bar{z})$$

$$\overline{\sin z} = \sin \bar{z}$$

$$\overline{iz^2} = i(\bar{z})^2$$

بنابراين حقيقي نمي باشد.

PAPCO

97

Subject:

Year. Month. Date. ( )

۱۸. اگر  $f(z)$  تحلیلی و  $f(n)$  موهومی باشد آنگاه

$$\overline{f(z)} = -f(\bar{z})$$

$$\overline{iz^2} = -i(\bar{z})^2$$

$$f(z) = \cos z + iz$$

$$\overline{f(z)} = \cos \bar{z} - i\bar{z}$$

تحلیلی نیست  $\ln z \neq \ln \bar{z}$

۱۹. اگر تابع حقیقی، فالتی یا موهومی فالتی باشد تحلیلی نمی باشد (بجز تابع ثابت)

$$w = |z|^x = x^2 + y^2 \rightarrow \text{تحلیلی نمی باشد}$$

$$w = im^3 y^3 \rightarrow \text{تحلیلی نمی باشد}$$

۲۰. مجموع دو حاصل ضرب و ترکیب یک تابع تحلیلی و غیر تحلیلی همواره غیر

$$w = \bar{z} + \cos z \rightarrow \text{غیر تحلیلی است.}$$

$$w = \bar{z} \sin z + \bar{z} \rightarrow \text{,,}$$

$$w = \sin(e^{\bar{z}}) \rightarrow \text{,,}$$

۲۱. تابع تحلیلی نمی تواند شامل  $\bar{z}$  باشد.

$$f(z) = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$$

PAPCO

98

Subject:

Year. Month. Date. ( )

4

$$z \rightarrow \frac{1}{z} \quad z \times \frac{1}{z} = 1$$

$$f(z) = \frac{\bar{z}}{|z|^2} = \frac{\bar{z}}{z\bar{z}} = \frac{1}{z} \quad z \neq 0$$

(71) مجموع و حاصل ضرب و ترکیب، تفاضل دو تابع غیر تحلیلی ممکن است تحلیلی باشد یا غیر تحلیلی.

$$f(z) = \bar{z} - z + \cos z$$

$$g(z) = \sin z - \bar{z}$$

$$h(z) = \sqrt{z} - e^z$$

با  $f(z) + g(z)$  تحلیلی

با  $f(z) + h(z)$  غیر تحلیلی

(72) تابع  $f(z)$  نمی تواند فقط روی یک مستقیم یا در تعداد نقاط مجزا تحلیلی باشد.

$$f(z) = x^2 y + i y \cos x$$

تحلیلی باشد.

$$x^2 y = \cos x \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$$

(73) اگر تابع  $f(z) = u + iv$  تحلیلی باشد آنگاه تابع  $g(z) = v + iu$

حتماً غیر تحلیلی است (جز آنجا که  $u$  و  $v$  ثابت باشند)

$$\theta^z = z^z = x^x - y^y + i x^y y$$

$$f(z) = x^x y + i(x^y - y^y) \rightarrow \text{غیر تحلیلی}$$

( $v$  متزوج هموار باشد آنگاه  $u$  می تواند هموار باشد)

$$\text{PAPCO } g(z) = i(u - iv)$$

(79)



Subject:

Year. Month. Date. ( )

۱۴) اگر از روشهای فوق موقوف با بررسی تحلیلی بودن تابع شدیم از شرایط

کوشی، ریمان و قضایای گفته شده استفاده می کنیم.

۱۵) اگر  $f(z) = u + iv$  تحلیلی باشد آنگاه دستگاه منحنیهای  $u(x, y) = c_1$

و  $v(x, y) = c_2$  متعامد هستند با عبارت دیگری برای محاسبه مسزهای

قائم، دستگاه منحنی  $u(x, y) = c_1$  کافی است مزاج و صفا آن را بدست آوریم.

۱۶) توابع  $\ln(f(z))$  و  $(f(z))^{\frac{1}{n}}$  در شباههای  $f(z)$  ویکی شافا

تحلیلی منی باشند.

\* برای جواب اصلی  $\ln(f(z))$  نادیده غیر تحلیلی با صورت زیر است

$$\begin{cases} \operatorname{Im}(f(z)) = 0 \\ \operatorname{Re}(f(z)) \leq 0 \end{cases}$$

گرایش برقی ۱۲

۱۱ ← (۲۹۰) (۳۰۰)

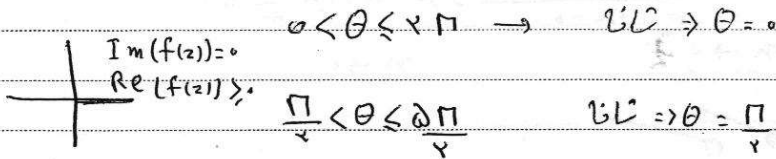
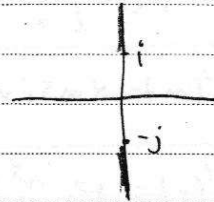
$$f(z) = 1 + z^2 = 1 + x^2 - y^2 + 2ixy$$

$$\operatorname{Re}(f(z)) = 1 + x^2 - y^2$$

$$\operatorname{Im}(f(z)) = 2xy \rightarrow \operatorname{Im}(f(z)) = 0 \rightarrow 2xy = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{Re}(f(z)) = 0 \Rightarrow |y^x| \leq 0 \Rightarrow |y| \geq 1 \\ \operatorname{Im}(f(z)) = 0 \Rightarrow |1 + nx| \leq 0 = x \end{array} \right.$$

$$\operatorname{Re}(f(z)) \leq 0 \Rightarrow |1 + nx - y^x| \leq 0$$



ص 3  
 (212)

$$v = \int \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) dy - \int \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) dx$$

$$v = \int (x^2 - y) dy = 0 \rightarrow x^2 y - y^2 = C$$

ص 3  
 (219)

نوسبات صفا  
 (211)

$$\sin^2 z = 0 \rightarrow z = k\pi \quad (z = 0)$$

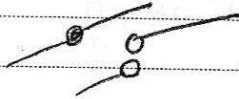
$$\frac{1 - \cos z}{\sin^2 z} = \frac{1 - \cos z - \frac{1}{z}}{z} = \frac{1 - \cos z - \frac{1}{z}}{z} = \frac{\sin z - \frac{1}{z} \sin z \cos z}{z^2}$$

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{1 - \cos z}{z^2} = \frac{\frac{1}{2} \sin z}{z} = 0$$

$$f(n) \begin{cases} n^k \sin \frac{1}{n} & n \neq 0 \\ 0 & n = 0 \end{cases}$$

$$\times \textcircled{1} f'(n) = k n^{k-1} \sin \frac{1}{n} - \cos \frac{1}{n} \Rightarrow f'(0) = -\cos \infty \rightarrow \text{undefined}$$

$$\checkmark \textcircled{2} f'(0) = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{n^k \sin \frac{1}{n} - 0}{n - 0} = \lim_{n \rightarrow 0} n \sin \frac{1}{n} = 0$$



$$\lim_{n \rightarrow 0} \frac{n^k \sin \frac{1}{n}}{1 - \cos n} \rightarrow \frac{n^k - \frac{1}{n^k}}{n^k (1 - \cos n) - \sin^2 \frac{1}{n}}$$

$$\lim_{n \rightarrow 0} \frac{n^k \sin \frac{1}{n} (1 - \cos n)}{n^k (1 - \cos n) - \sin^2 \frac{1}{n}} = \frac{n^k \sin n - n^{-k}}{n^k (1 - \cos n) - \sin^2 \frac{1}{n}}$$

$$\lim_{n \rightarrow 0} \frac{n^k (1 - \cos n) - \sin^2 \frac{1}{n}}{n^k \sin^2 \frac{1}{n} (1 - \cos n)} = \frac{n^k \sin n - n^{-k} \sin n \cos n}{n^k \sin^2 n (1 - \cos n)}$$

$$\lim_{n \rightarrow 0} \frac{n^k (1 - \cos n) - \sin^2 \frac{1}{n}}{n^k \sin^2 \frac{1}{n} (1 - \cos n)} = \frac{\frac{1}{n^k} \sin n}{\frac{1}{n^k} \sin n} = 1$$

$$a_n n^k + a_{n-1} n^{k-1} + \dots + a_1 n + a_0$$

$\times$   $f(n) \sim$  بزرگترین توان  
 $n \rightarrow \infty$

subject:

Year: Month: Date: ( )

$\rho \rho(n)$   
 $n \rightarrow 0$

$\alpha \neq 0$  معقاری وجود ندارد  
 $\alpha = 0$  معقاری که یکبار می توان

$$\sin n = n - \frac{n^3}{3!} + \frac{n^5}{5!} - \frac{n^7}{7!} + \dots$$

$\rho \sin n \sim n$   
 $n \rightarrow 0$   
 $n - \sin n \sim \frac{1}{6} n^3$

$$\cos n = 1 - \frac{n^2}{2!} + \frac{n^4}{4!} - \frac{n^6}{6!} + \dots$$

$\cos n - 1 \sim -\frac{1}{2} n^2$

$$e^n = 1 + n + \frac{n^2}{2!} + \frac{n^3}{3!} + \dots$$

$e^n - 1 \sim n$

$$\ln(1+n) = n - \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{3} - \dots$$

$\ln(1+n) \sim n$   
 $\ln(1+n) - n \sim -\frac{1}{2} n^2$

$$tg^{-1} n = n - \frac{n^3}{3} + \frac{n^5}{5} - \dots$$

$tg^{-1} n \sim n$   
 $tg^{-1} n - n \sim -\frac{1}{3} n^3$

$$tg n = n + \frac{1}{3} n^3 + \dots$$

$tg n \sim n$   
 $tg n - n \sim \frac{1}{3} n^3$

$\epsilon \neq 0$   
 $\cos 1$

$n \neq 0$   
 $\epsilon \neq 0$

$$v = \int (x^m + x) dx - \int_0^1 = \frac{1}{m+1} x^{m+1} + \frac{1}{2} x^2 \Big|_0^1 = \frac{1}{m+1} + \frac{1}{2}$$

$$f(z) = x^m - y^m + i(x^m y + x y^m) \Big|_{n=2}$$

$$= z^2 + xz$$

$y=0$

APCO

103

Subject:

Year. Month. Date. ( )

کتابت نمبر ۱۰

۲۰ ← (۳۰۲) (۲۶۷)

(۳۷) ← (۳۰۴)

برق ۱۴

۱۳ ← (۳۰۰)

تبدیلی نسبت  $\rightarrow x = y$

$$u > 0 \Rightarrow f(z) = x^2 - y^2 + ixy$$

$$u < 0 \Rightarrow f(z) = x^2 - y^2 - ixy$$

کتابت نمبر ۷۹

۲۴ (۳۰۲)

$$v = \int \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) dy - \int \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) dx$$

$$v = \int (-2xy) dy - \int (-x^2) dx$$

$$v = -x^2 y + x^2 + C$$

کتابت نمبر ۷۹

۲۲ ← (۳۰۱) (۲۷۰)

$$f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$f'(z) = x - iy + i2x \Big|_{\substack{x=z \\ y=0}} = z + i2z$$

$$f(z) = \frac{3}{2}z^2 + i2z^2 + C$$

Subject:

(Year. Month. Date. )

۲۶ ← ۲.۲ (۲.۱)

$$v = \int \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) dy - \int \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^* dx$$

$$v = \int \frac{x^2}{x^2 + y^2} dy - \int 0 = x + y^{-1} \left( \frac{y}{x} \right)$$

$$u = x \ln r \Rightarrow v = x\theta \rightarrow \text{تجزیه (۳)}$$

۲۱.  
مسائل، مباحث فرهنگستان علوم

م. ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰، ۵۱، ۵۲، ۵۳، ۵۴، ۵۵، ۵۶، ۵۷، ۵۸، ۵۹، ۶۰، ۶۱، ۶۲، ۶۳، ۶۴، ۶۵، ۶۶، ۶۷، ۶۸، ۶۹، ۷۰، ۷۱، ۷۲، ۷۳، ۷۴، ۷۵، ۷۶، ۷۷، ۷۸، ۷۹، ۸۰، ۸۱، ۸۲، ۸۳، ۸۴، ۸۵، ۸۶، ۸۷، ۸۸، ۸۹، ۹۰، ۹۱، ۹۲، ۹۳، ۹۴، ۹۵، ۹۶، ۹۷، ۹۸، ۹۹، ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۲، ۱۰۳، ۱۰۴، ۱۰۵، ۱۰۶، ۱۰۷، ۱۰۸، ۱۰۹، ۱۱۰، ۱۱۱، ۱۱۲، ۱۱۳، ۱۱۴، ۱۱۵، ۱۱۶، ۱۱۷، ۱۱۸، ۱۱۹، ۱۲۰، ۱۲۱، ۱۲۲، ۱۲۳، ۱۲۴، ۱۲۵، ۱۲۶، ۱۲۷، ۱۲۸، ۱۲۹، ۱۳۰، ۱۳۱، ۱۳۲، ۱۳۳، ۱۳۴، ۱۳۵، ۱۳۶، ۱۳۷، ۱۳۸، ۱۳۹، ۱۴۰، ۱۴۱، ۱۴۲، ۱۴۳، ۱۴۴، ۱۴۵، ۱۴۶، ۱۴۷، ۱۴۸، ۱۴۹، ۱۵۰، ۱۵۱، ۱۵۲، ۱۵۳، ۱۵۴، ۱۵۵، ۱۵۶، ۱۵۷، ۱۵۸، ۱۵۹، ۱۶۰، ۱۶۱، ۱۶۲، ۱۶۳، ۱۶۴، ۱۶۵، ۱۶۶، ۱۶۷، ۱۶۸، ۱۶۹، ۱۷۰، ۱۷۱، ۱۷۲، ۱۷۳، ۱۷۴، ۱۷۵، ۱۷۶، ۱۷۷، ۱۷۸، ۱۷۹، ۱۸۰، ۱۸۱، ۱۸۲، ۱۸۳، ۱۸۴، ۱۸۵، ۱۸۶، ۱۸۷، ۱۸۸، ۱۸۹، ۱۹۰، ۱۹۱، ۱۹۲، ۱۹۳، ۱۹۴، ۱۹۵، ۱۹۶، ۱۹۷، ۱۹۸، ۱۹۹، ۲۰۰، ۲۰۱، ۲۰۲، ۲۰۳، ۲۰۴، ۲۰۵، ۲۰۶، ۲۰۷، ۲۰۸، ۲۰۹، ۲۱۰، ۲۱۱، ۲۱۲، ۲۱۳، ۲۱۴، ۲۱۵، ۲۱۶، ۲۱۷، ۲۱۸، ۲۱۹، ۲۲۰، ۲۲۱، ۲۲۲، ۲۲۳، ۲۲۴، ۲۲۵، ۲۲۶، ۲۲۷، ۲۲۸، ۲۲۹، ۲۳۰، ۲۳۱، ۲۳۲، ۲۳۳، ۲۳۴، ۲۳۵، ۲۳۶، ۲۳۷، ۲۳۸، ۲۳۹، ۲۴۰، ۲۴۱، ۲۴۲، ۲۴۳، ۲۴۴، ۲۴۵، ۲۴۶، ۲۴۷، ۲۴۸، ۲۴۹، ۲۵۰، ۲۵۱، ۲۵۲، ۲۵۳، ۲۵۴، ۲۵۵، ۲۵۶، ۲۵۷، ۲۵۸، ۲۵۹، ۲۶۰، ۲۶۱، ۲۶۲، ۲۶۳، ۲۶۴، ۲۶۵، ۲۶۶، ۲۶۷، ۲۶۸، ۲۶۹، ۲۷۰، ۲۷۱، ۲۷۲، ۲۷۳، ۲۷۴، ۲۷۵، ۲۷۶، ۲۷۷، ۲۷۸، ۲۷۹، ۲۸۰، ۲۸۱، ۲۸۲، ۲۸۳، ۲۸۴، ۲۸۵، ۲۸۶، ۲۸۷، ۲۸۸، ۲۸۹، ۲۹۰، ۲۹۱، ۲۹۲، ۲۹۳، ۲۹۴، ۲۹۵، ۲۹۶، ۲۹۷، ۲۹۸، ۲۹۹، ۳۰۰، ۳۰۱، ۳۰۲، ۳۰۳، ۳۰۴، ۳۰۵، ۳۰۶، ۳۰۷، ۳۰۸، ۳۰۹، ۳۱۰، ۳۱۱، ۳۱۲، ۳۱۳، ۳۱۴، ۳۱۵، ۳۱۶، ۳۱۷، ۳۱۸، ۳۱۹، ۳۲۰، ۳۲۱، ۳۲۲، ۳۲۳، ۳۲۴، ۳۲۵، ۳۲۶، ۳۲۷، ۳۲۸، ۳۲۹، ۳۳۰، ۳۳۱، ۳۳۲، ۳۳۳، ۳۳۴، ۳۳۵، ۳۳۶، ۳۳۷، ۳۳۸، ۳۳۹، ۳۴۰، ۳۴۱، ۳۴۲، ۳۴۳، ۳۴۴، ۳۴۵، ۳۴۶، ۳۴۷، ۳۴۸، ۳۴۹، ۳۵۰، ۳۵۱، ۳۵۲، ۳۵۳، ۳۵۴، ۳۵۵، ۳۵۶، ۳۵۷، ۳۵۸، ۳۵۹، ۳۶۰، ۳۶۱، ۳۶۲، ۳۶۳، ۳۶۴، ۳۶۵، ۳۶۶، ۳۶۷، ۳۶۸، ۳۶۹، ۳۷۰، ۳۷۱، ۳۷۲، ۳۷۳، ۳۷۴، ۳۷۵، ۳۷۶، ۳۷۷، ۳۷۸، ۳۷۹، ۳۸۰، ۳۸۱، ۳۸۲، ۳۸۳، ۳۸۴، ۳۸۵، ۳۸۶، ۳۸۷، ۳۸۸، ۳۸۹، ۳۹۰، ۳۹۱، ۳۹۲، ۳۹۳، ۳۹۴، ۳۹۵، ۳۹۶، ۳۹۷، ۳۹۸، ۳۹۹، ۴۰۰، ۴۰۱، ۴۰۲، ۴۰۳، ۴۰۴، ۴۰۵، ۴۰۶، ۴۰۷، ۴۰۸، ۴۰۹، ۴۱۰، ۴۱۱، ۴۱۲، ۴۱۳، ۴۱۴، ۴۱۵، ۴۱۶، ۴۱۷، ۴۱۸، ۴۱۹، ۴۲۰، ۴۲۱، ۴۲۲، ۴۲۳، ۴۲۴، ۴۲۵، ۴۲۶، ۴۲۷، ۴۲۸، ۴۲۹، ۴۳۰، ۴۳۱، ۴۳۲، ۴۳۳، ۴۳۴، ۴۳۵، ۴۳۶، ۴۳۷، ۴۳۸، ۴۳۹، ۴۴۰، ۴۴۱، ۴۴۲، ۴۴۳، ۴۴۴، ۴۴۵، ۴۴۶، ۴۴۷، ۴۴۸، ۴۴۹، ۴۵۰، ۴۵۱، ۴۵۲، ۴۵۳، ۴۵۴، ۴۵۵، ۴۵۶، ۴۵۷، ۴۵۸، ۴۵۹، ۴۶۰، ۴۶۱، ۴۶۲، ۴۶۳، ۴۶۴، ۴۶۵، ۴۶۶، ۴۶۷، ۴۶۸، ۴۶۹، ۴۷۰، ۴۷۱، ۴۷۲، ۴۷۳، ۴۷۴، ۴۷۵، ۴۷۶، ۴۷۷، ۴۷۸، ۴۷۹، ۴۸۰، ۴۸۱، ۴۸۲، ۴۸۳، ۴۸۴، ۴۸۵، ۴۸۶، ۴۸۷، ۴۸۸، ۴۸۹، ۴۹۰، ۴۹۱، ۴۹۲، ۴۹۳، ۴۹۴، ۴۹۵، ۴۹۶، ۴۹۷، ۴۹۸، ۴۹۹، ۵۰۰، ۵۰۱، ۵۰۲، ۵۰۳، ۵۰۴، ۵۰۵، ۵۰۶، ۵۰۷، ۵۰۸، ۵۰۹، ۵۱۰، ۵۱۱، ۵۱۲، ۵۱۳، ۵۱۴، ۵۱۵، ۵۱۶، ۵۱۷، ۵۱۸، ۵۱۹، ۵۲۰، ۵۲۱، ۵۲۲، ۵۲۳، ۵۲۴، ۵۲۵، ۵۲۶، ۵۲۷، ۵۲۸، ۵۲۹، ۵۳۰، ۵۳۱، ۵۳۲، ۵۳۳، ۵۳۴، ۵۳۵، ۵۳۶، ۵۳۷، ۵۳۸، ۵۳۹، ۵۴۰، ۵۴۱، ۵۴۲، ۵۴۳، ۵۴۴، ۵۴۵، ۵۴۶، ۵۴۷، ۵۴۸، ۵۴۹، ۵۵۰، ۵۵۱، ۵۵۲، ۵۵۳، ۵۵۴، ۵۵۵، ۵۵۶، ۵۵۷، ۵۵۸، ۵۵۹، ۵۶۰، ۵۶۱، ۵۶۲، ۵۶۳، ۵۶۴، ۵۶۵، ۵۶۶، ۵۶۷، ۵۶۸، ۵۶۹، ۵۷۰، ۵۷۱، ۵۷۲، ۵۷۳، ۵۷۴، ۵۷۵، ۵۷۶، ۵۷۷، ۵۷۸، ۵۷۹، ۵۸۰، ۵۸۱، ۵۸۲، ۵۸۳، ۵۸۴، ۵۸۵، ۵۸۶، ۵۸۷، ۵۸۸، ۵۸۹، ۵۹۰، ۵۹۱، ۵۹۲، ۵۹۳، ۵۹۴، ۵۹۵، ۵۹۶، ۵۹۷، ۵۹۸، ۵۹۹، ۶۰۰، ۶۰۱، ۶۰۲، ۶۰۳، ۶۰۴، ۶۰۵، ۶۰۶، ۶۰۷، ۶۰۸، ۶۰۹، ۶۱۰، ۶۱۱، ۶۱۲، ۶۱۳، ۶۱۴، ۶۱۵، ۶۱۶، ۶۱۷، ۶۱۸، ۶۱۹، ۶۲۰، ۶۲۱، ۶۲۲، ۶۲۳، ۶۲۴، ۶۲۵، ۶۲۶، ۶۲۷، ۶۲۸، ۶۲۹، ۶۳۰، ۶۳۱، ۶۳۲، ۶۳۳، ۶۳۴، ۶۳۵، ۶۳۶، ۶۳۷، ۶۳۸، ۶۳۹، ۶۴۰، ۶۴۱، ۶۴۲، ۶۴۳، ۶۴۴، ۶۴۵، ۶۴۶، ۶۴۷، ۶۴۸، ۶۴۹، ۶۵۰، ۶۵۱، ۶۵۲، ۶۵۳، ۶۵۴، ۶۵۵، ۶۵۶، ۶۵۷، ۶۵۸، ۶۵۹، ۶۶۰، ۶۶۱، ۶۶۲، ۶۶۳، ۶۶۴، ۶۶۵، ۶۶۶، ۶۶۷، ۶۶۸، ۶۶۹، ۶۷۰، ۶۷۱، ۶۷۲، ۶۷۳، ۶۷۴، ۶۷۵، ۶۷۶، ۶۷۷، ۶۷۸، ۶۷۹، ۶۸۰، ۶۸۱، ۶۸۲، ۶۸۳، ۶۸۴، ۶۸۵، ۶۸۶، ۶۸۷، ۶۸۸، ۶۸۹، ۶۹۰، ۶۹۱، ۶۹۲، ۶۹۳، ۶۹۴، ۶۹۵، ۶۹۶، ۶۹۷، ۶۹۸، ۶۹۹، ۷۰۰، ۷۰۱، ۷۰۲، ۷۰۳، ۷۰۴، ۷۰۵، ۷۰۶، ۷۰۷، ۷۰۸، ۷۰۹، ۷۱۰، ۷۱۱، ۷۱۲، ۷۱۳، ۷۱۴، ۷۱۵، ۷۱۶، ۷۱۷، ۷۱۸، ۷۱۹، ۷۲۰، ۷۲۱، ۷۲۲، ۷۲۳، ۷۲۴، ۷۲۵، ۷۲۶، ۷۲۷، ۷۲۸، ۷۲۹، ۷۳۰، ۷۳۱، ۷۳۲، ۷۳۳، ۷۳۴، ۷۳۵، ۷۳۶، ۷۳۷، ۷۳۸، ۷۳۹، ۷۴۰، ۷۴۱، ۷۴۲، ۷۴۳، ۷۴۴، ۷۴۵، ۷۴۶، ۷۴۷، ۷۴۸، ۷۴۹، ۷۵۰، ۷۵۱، ۷۵۲، ۷۵۳، ۷۵۴، ۷۵۵، ۷۵۶، ۷۵۷، ۷۵۸، ۷۵۹، ۷۶۰، ۷۶۱، ۷۶۲، ۷۶۳، ۷۶۴، ۷۶۵، ۷۶۶، ۷۶۷، ۷۶۸، ۷۶۹، ۷۷۰، ۷۷۱، ۷۷۲، ۷۷۳، ۷۷۴، ۷۷۵، ۷۷۶، ۷۷۷، ۷۷۸، ۷۷۹، ۷۸۰، ۷۸۱، ۷۸۲، ۷۸۳، ۷۸۴، ۷۸۵، ۷۸۶، ۷۸۷، ۷۸۸، ۷۸۹، ۷۹۰، ۷۹۱، ۷۹۲، ۷۹۳، ۷۹۴، ۷۹۵، ۷۹۶، ۷۹۷، ۷۹۸، ۷۹۹، ۸۰۰، ۸۰۱، ۸۰۲، ۸۰۳، ۸۰۴، ۸۰۵، ۸۰۶، ۸۰۷، ۸۰۸، ۸۰۹، ۸۱۰، ۸۱۱، ۸۱۲، ۸۱۳، ۸۱۴، ۸۱۵، ۸۱۶، ۸۱۷، ۸۱۸، ۸۱۹، ۸۲۰، ۸۲۱، ۸۲۲، ۸۲۳، ۸۲۴، ۸۲۵، ۸۲۶، ۸۲۷، ۸۲۸، ۸۲۹، ۸۳۰، ۸۳۱، ۸۳۲، ۸۳۳، ۸۳۴، ۸۳۵، ۸۳۶، ۸۳۷، ۸۳۸، ۸۳۹، ۸۴۰، ۸۴۱، ۸۴۲، ۸۴۳، ۸۴۴، ۸۴۵، ۸۴۶، ۸۴۷، ۸۴۸، ۸۴۹، ۸۵۰، ۸۵۱، ۸۵۲، ۸۵۳، ۸۵۴، ۸۵۵، ۸۵۶، ۸۵۷، ۸۵۸، ۸۵۹، ۸۶۰، ۸۶۱، ۸۶۲، ۸۶۳، ۸۶۴، ۸۶۵، ۸۶۶، ۸۶۷، ۸۶۸، ۸۶۹، ۸۷۰، ۸۷۱، ۸۷۲، ۸۷۳، ۸۷۴، ۸۷۵، ۸۷۶، ۸۷۷، ۸۷۸، ۸۷۹، ۸۸۰، ۸۸۱، ۸۸۲، ۸۸۳، ۸۸۴، ۸۸۵، ۸۸۶، ۸۸۷، ۸۸۸، ۸۸۹، ۸۹۰، ۸۹۱، ۸۹۲، ۸۹۳، ۸۹۴، ۸۹۵، ۸۹۶، ۸۹۷، ۸۹۸، ۸۹۹، ۹۰۰، ۹۰۱، ۹۰۲، ۹۰۳، ۹۰۴، ۹۰۵، ۹۰۶، ۹۰۷، ۹۰۸، ۹۰۹، ۹۱۰، ۹۱۱، ۹۱۲، ۹۱۳، ۹۱۴، ۹۱۵، ۹۱۶، ۹۱۷، ۹۱۸، ۹۱۹، ۹۲۰، ۹۲۱، ۹۲۲، ۹۲۳، ۹۲۴، ۹۲۵، ۹۲۶، ۹۲۷، ۹۲۸، ۹۲۹، ۹۳۰، ۹۳۱، ۹۳۲، ۹۳۳، ۹۳۴، ۹۳۵، ۹۳۶، ۹۳۷، ۹۳۸، ۹۳۹، ۹۴۰، ۹۴۱، ۹۴۲، ۹۴۳، ۹۴۴، ۹۴۵، ۹۴۶، ۹۴۷، ۹۴۸، ۹۴۹، ۹۵۰، ۹۵۱، ۹۵۲، ۹۵۳، ۹۵۴، ۹۵۵، ۹۵۶، ۹۵۷، ۹۵۸، ۹۵۹، ۹۶۰، ۹۶۱، ۹۶۲، ۹۶۳، ۹۶۴، ۹۶۵، ۹۶۶، ۹۶۷، ۹۶۸، ۹۶۹، ۹۷۰، ۹۷۱، ۹۷۲، ۹۷۳، ۹۷۴، ۹۷۵، ۹۷۶، ۹۷۷، ۹۷۸، ۹۷۹، ۹۸۰، ۹۸۱، ۹۸۲، ۹۸۳، ۹۸۴، ۹۸۵، ۹۸۶، ۹۸۷، ۹۸۸، ۹۸۹، ۹۹۰، ۹۹۱، ۹۹۲، ۹۹۳، ۹۹۴، ۹۹۵، ۹۹۶، ۹۹۷، ۹۹۸، ۹۹۹، ۱۰۰۰

Subject:

Year:      Month:      Date: ( )

$$V = \int (r^n \ln r \cos(y \ln r)) dy - a = r^n \sin(y \ln r) + c$$

$$f(z) = r^n (\cos(y \ln r) + i \sin(y \ln r)) + ic \Big|_{\substack{u=z \\ y=0}}$$

$$f(z) = r^2 + ic$$

$$u_{xx} = r^2 y$$

$$u_{yy} = -4y$$

$$(r^2 - 4)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial \bar{z}} = \frac{1}{4} (u_{xx} + u_{yy})$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial \bar{z}} = 0$$

$$f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$= 1 + e^u \cos y + i e^u \sin y$$

$$f'(1) \Big|_{\substack{u=1 \\ y=0}} = 1 + e$$

$$f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y}$$

04 ← (262) (269)

$$\frac{(x+iy)^n}{(x+iy)^x} \begin{cases} x=0 \\ y=x \end{cases} \frac{iy^x}{-y^x} = -iy$$

17 برقی  
 43 ← (271) ← (247)

$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{y=0} = 1$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{x=0} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{y=0} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{x=0} = -1$$

$$du = \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial x} dx$$

4 ← (31) (211)

17 تک

$$u = - \int \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^x dy + \int \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right) dx$$

$$+ \int \frac{xy}{x^2+y^2} dx = \frac{1}{2} \ln \frac{x^2+y^2}{y} + c$$

$$u_{xx} = 4ax$$

$$4nx + 4by = 0 \rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=0 \end{cases} \leftarrow (39) \text{ 17 برقی}$$

$$u_{yy} = 4by$$

$$u = 0$$

$$v(x,y) = \int (\epsilon x(x^2-y^2+1) - 1xy^2) dy = \int \dots$$

4 ← (422) 17 تک

$$v(x,y) = \epsilon x^2 y - \frac{\epsilon}{3} xy^3 + \epsilon xy - \frac{1}{2} xy^2 + c$$

$$v(0,0) = c \rightarrow c = 0$$

$$(107) v(1,1) = \epsilon - \frac{\epsilon}{3} + \epsilon - \frac{1}{2} = \epsilon$$



Subject:

Year. Month. Date. ( )

را اول کتاب چکی شود

$$f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y} = 2x e^{x^2-y^2} \sin(x+iy) + A \quad \text{اینجا، (عقیق) ۱۱}$$

$$\Rightarrow 2y e^{x^2-y^2} \cos(x+iy) + i 2y e^{x^2-y^2} \sin(x+iy) - 2i x e^{x^2-y^2} \cos(x+iy)$$

$$f'(z) = -2iz e^{z^2} \Rightarrow f(z) = -i e^{z^2} \quad \begin{matrix} x=2 \\ y=0 \end{matrix}$$

قضیه اول ما ~~کزیب~~ ~~الرتابع~~  $f(z)$ ، تابع  $D$  تطبیق باشد آنگاه  $f(z)$

خود را در هر  $D$  انتخاب می کند، در داخل آن

۱۴ اگر  $f(z)$  ثابت باشد صحاب کران است بیژ آنگاه ثابت باشد.

۱۵ اگر  $f(z)$  ثابت و کراندار باشد آنگاه  $f(z)$  ثابت است.

برق ۷۳

۶ ← (۲۹۶) (۲۹۲)

$$f''(z) = A \text{ (مقدار ثابت)} \Rightarrow f'(z) = Az + B$$

$$f(z) = \frac{A}{2} z^2 + Bz + C \quad f''(z) = 2A_1$$

$$|2A_1| < C \rightarrow |A_1| < \frac{C}{2}$$

برق ۱۵

$$|\sin z|^2 = \sin^2 x + \sinh^2 y \quad \leftarrow (۲۹۰) (۲۹۳)$$

$$|\sin z|^2 = (\sin x \cosh y)^2 + (\cos x \sinh y)^2$$

Subject: \_\_\_\_\_  
 Date: \_\_\_\_\_ No: \_\_\_\_\_

۶۷۲ ← ۳      ۸۸ نیک

$$z^4 + 1 = 0 \rightarrow z = (-1)^{\frac{1}{4}} = (1)^{\frac{1}{4}} \text{cis} \frac{2k\pi + \pi}{4}$$

$$k=0 \rightarrow \text{cis} \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} (1 + i)$$

$$k=1 \rightarrow \text{cis} \frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} (-1 + i)$$

$$|\sin z|^2 = \sin^2 x + \text{sh}^2 y = \sin^2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \text{sh}^2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

نقطه نگیب: نقطه  $z$ ، انقطه نگیب تابع  $f(z)$  می نامند اگر دو شرط زیر را دارا باشد.

۱-  $f(z)$  در نقطه  $z$  تحلیل نباشد.

۲- در همسایگی  $z$  به شیب  $\infty$  و نقاط وجود داشته باشد  $f(z)$  در آنجا تحلیل باشد.

تکین نقطه نگیب منفرد (تنها): نقطه  $z$ ، انقطه نگیب منفرد تابع  $f(z)$  می نامند.

اگر دو شرط زیر را دارا باشد.

۱-  $f(z)$  در  $z$  تحلیل باشد.

۲- در همسایگی  $z$  به شیب  $\infty$  در تمام نقاط تحلیل باشد.

نقطه نگیب که تنها نباشد، انقطه نگیب غیر تنها می باشد.



Subject: \_\_\_\_\_  
Date: \_\_\_\_\_ No: \_\_\_\_\_

مثال: در توابع زیر نقاط تکین، ابدیت آورید و نوع آنها را مشخص کنید.

الف)  $f(z) = \frac{1}{z} \rightarrow z=0$  نقطه تکین منفرد

ب)  $f(z) = \sin z \rightarrow z=0$  نقطه تکین منفرد

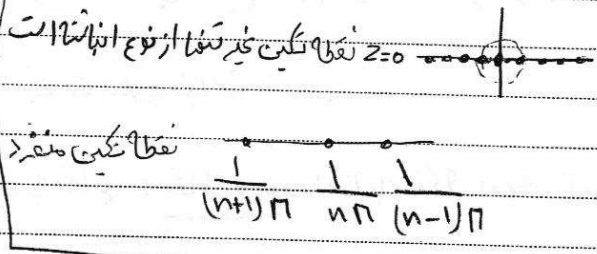
ج)  $f(z) = \ln z \rightarrow z=0$  و در هر نقطه روی صفت منفی محور حقیقی تکین غیر متناهی از نوع اشکالی هستند.

د)  $f(z) = \frac{1}{\sin(\frac{1}{z})}$   $z=0$   
 $\sin(\frac{1}{z}) = 0 \Rightarrow \frac{1}{z} = k\pi \rightarrow z = \frac{1}{k\pi}$

ه)  $f(z) = \frac{1}{z-1}$

و)  $f(z) = |z|^2$   
 نقطه تکین ندارد

ز)  $f(z) = \frac{z}{z}$   
 $z=0$  تکین منفرد



ح)  $\left(\frac{1}{z-1}\right) \Rightarrow z=1$  نقطه تکین  
 در صورت با غیر تجزیه  $\left(\frac{1}{z-1}\right) = \frac{1}{z-1}$  نقطه تکین ندارد

$\frac{1}{\sin z}$

جمع بندی: اگر  $f(z)$  و  $g(z)$  تجزیه باشند آنگاه  $\frac{f(z)}{g(z)}$  در  $z=0$  تکین است

$g(z)$  صفر، در تکین منفرد می باشد

Subject \_\_\_\_\_  
Date \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

$$w = \frac{z^2 e^z}{(z^2 - 1) \cos z} \quad z^2 - 1 = 0, z = \pm 1$$

$$\left. \begin{aligned} & \cos z = 0 \rightarrow z = (k - 1) \frac{\pi}{2} \\ & \text{نقطه‌های منفرد} \end{aligned} \right\}$$

در تابع  $(f(z))^n$  و  $\ln(f(z))$  نقاط غیر تحلیلی از نوع تکین غیر

تناه (انتقالی) می‌باشد.

(۳) در تابع  $\frac{1}{\sin f(z)}$  و  $\frac{1}{\cos f(z)}$  و  $\frac{1}{\operatorname{th} f(z)}$  و  $\frac{1}{\operatorname{sh} f(z)}$

و  $\frac{1}{\operatorname{ch} f(z)}$  و  $\frac{1}{\operatorname{cot} f(z)}$  و  $\frac{1}{\operatorname{tgh} f(z)}$  و  $\frac{1}{\operatorname{coth} f(z)}$  نقاط تکین منفرد  $f(z)$  است.

از نوع تکین انتقالی می‌باشند.

$$\frac{1}{\sin\left(\frac{1}{z-1}\right)} \quad z = \pm 1$$

(۴) اگر  $f(z)$  در یک ناحیه غیر تحلیلی باشد در آن ناحیه نقاط تکین قرار دارد.

بط تیلر؛ اگر تابع  $f(z)$  در چه تحلیلی باشد آنگاه می‌توان  $f(z)$  را به حسب

سری توانی  $z - z_0$  مطابق زیر به بی‌بند داد:

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (z - z_0)^n \quad \text{و} \quad a_n = \frac{f^{(n)}(z_0)}{n!}$$

تذکره: ج. ب. فوق را می‌توان مگر به‌کار برد.



بسط لوران: اگر  $f(z)$  در همسایگی  $z_0$  قطعی باشد آنگاه  $f(z)$  را می توان

حول  $z_0$  با سری توانی  $z - z_0$  مطابق زیر بسط داد.

بسط لوران را فقط حول نقاط تحلیلی و در تکیه منفرد می توان نوشت.

$$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n (z-z_0)^n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{-n}}{(z-z_0)^n}$$

جملات اصلی بسط لوران (قسمت اصلی بسط لوران)

بسط لوران  $f(z) = \frac{1}{z^2 \sin(\frac{1}{z})}$  حول  $z=0$  بدست آورید. ✗

بسط لوران  $\ln z$  حول  $z=0$  بدست آورید. ✗

روش محاسبه بسط لوران حول  $z_0$

۱-  $z - z_0 = t$  در نظر می گیریم تا بسط با حول  $t=0$  بدست آید.

۲- اگر تابع شامل عبارتهای  $\sin z$  و  $\cos z$  و  $z^{-1}$  و  $\ln(1+z)$  و ...

مثلثاتی - لگاریتمی - نمایی - هایپر بولیک با تداوم بسط لوران آنها استفاده

می کنیم.

۳- اگر توابع کسری چند جمله ای داشته باشیم عبارات فکریک به

کسرهای جزئی مفوده و از تقاطع هندسی استفاده می کنیم.

مثال: با لوران در ناحیه  $|z-2| < r$  بسط لوران جدول  $z$

مثال با لوران  $f(z) = \ln(z) \sin z + z^{-1}$  در ناحیه  $|z-1| < 1$  بسط آفرید.

$$z-1=t \Rightarrow z=t+1 \Rightarrow f_1(t) = \frac{\ln(t+1) \sin(t+1) + t^{-1}}{t^2 (t+1)^2} \quad |t| < 1$$

$$= \frac{1}{t^2} \times \frac{1}{(t+1)^2} \times \underbrace{\ln(t+1)}_{f_2} \times \underbrace{t^{-1}}_{f_3} \times \underbrace{\sin(t+1)}_{f_0}$$

$\frac{a_0}{1-q} \quad |q| < 1 \quad a_0 + a_0 q + a_0 q^2$

$\frac{1}{1-z} = |z| < 1 \quad 1 + z + z^2 + z^3 + \dots$

$\frac{1}{1+z^2} = |z| < 1 \quad 1 - z^2 + z^4 - z^6 + z^8 - \dots$

$\frac{1}{1+z^k} = |z| < 1 \quad 1 - z^k + z^{2k} - z^{3k} + \dots$

\*  $\frac{1}{1+t} = 1 - t + t^2 - t^3 + t^4 - \dots$

مثال:  $\frac{-1}{(1+t)^2} = -1 + 2t - 3t^2 + 4t^3 - \dots \Rightarrow \frac{1}{(1+t)^2} = 1 - 2t + 3t^2 - 4t^3 + \dots$   $f_2$



Subject: \_\_\_\_\_  
Date: \_\_\_\_\_ No: \_\_\_\_\_

☆; 1) انگرال  $\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \frac{t^4}{4} + \dots$  : f3

$y = \log^{-1} t \rightarrow y' = \frac{1}{1+t^2} = 1 - t^2 + t^4 - t^6 + \dots$  انگرال

$\Rightarrow y = t - \frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{5} - \frac{t^7}{7} + \dots$

$t_y^{-1} t = t - \frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{5} - \frac{t^7}{7} + \dots$  : f4

$\sin(t+1) = \sin t \cos 1 + \cos t \sin 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow (t - \frac{t^3}{3!} + \dots) \cos 1 + (1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - \dots) \sin 1$

$\frac{f}{t} = \frac{1}{t^3} + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 \rightarrow t = z-1$

$\sin\left(\frac{1}{t}\right) = \frac{1}{t} - \frac{1}{2!t^3} + \frac{1}{4!t^5} - \dots$

مثال: خط لوزن تابع  $f(z) = \frac{1}{z^2 - z + 2}$  در نواحی داده شده بسط آوری.

الف)  $|z| < 1$  ب)  $1 < |z| < 2$  ج)  $|z| > 2$

الف)  $\frac{1}{(z-1)(z-2)} = \frac{-1}{z-1} + \frac{1}{z-2} \Rightarrow$   
 $\frac{f_1}{f_2}$



$$\frac{1}{1-z} \quad |z| < 1 \quad 1 + z + z^2 + z^3 + \dots$$

$$f = \frac{1}{z-r} = -\frac{1}{r} \frac{1}{1-\frac{z}{r}} \quad \left| \frac{z}{r} \right| < 1 \quad = -\frac{1}{r} \left( 1 + \frac{z}{r} + \left(\frac{z}{r}\right)^2 + \left(\frac{z}{r}\right)^3 + \dots \right)$$

$f = f_1 + f_2$

$$1) |z| < r \rightarrow f_1 \frac{1}{1-z} \quad \frac{|z| > r \Rightarrow \left| \frac{1}{z} \right| < 1}{z} \frac{1}{1-\frac{1}{z}} =$$

$$= -\frac{1}{z} \left( 1 + \frac{1}{z} + \frac{1}{z^2} + \frac{1}{z^3} + \dots \right)$$

$$f_2 = |z| < r \rightarrow \left| \frac{z}{r} \right| < 1 \quad = -\frac{1}{r} \frac{1}{1-\frac{z}{r}} \quad = -\frac{1}{r} \left( 1 + \frac{z}{r} + \left(\frac{z}{r}\right)^2 + \dots \right)$$

$f = f_1 + f_2$

$$2) |z| > r \quad \left| \frac{1}{z} \right| < \frac{1}{r}$$

$$f_1: \frac{1}{1-z} = -\frac{1}{z} \left( \frac{1}{1-\frac{1}{z}} \right) \quad \left| \frac{1}{z} \right| < 1 \quad = -\frac{1}{z} \left( 1 + \frac{1}{z} + \left(\frac{1}{z}\right)^2 + \frac{1}{z^3} + \dots \right)$$

$$f_2: \left| \frac{1}{z} \right| < \frac{1}{r} \rightarrow \left| \frac{r}{z} \right| < 1 \rightarrow \frac{1}{z} \left( \frac{1}{1-\frac{r}{z}} \right) \quad \left| \frac{r}{z} \right| < 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{z} \left( 1 + \frac{r}{z} + \left(\frac{r}{z}\right)^2 + \left(\frac{r}{z}\right)^3 + \dots \right)$$

1)  $r < 1$



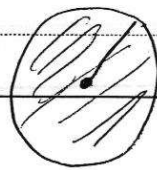
$a < z$

2)  $r < r$



$a < z$

3)



$r > r$





$$\frac{f_1}{z+1} + \frac{f_2}{z+\sqrt{2}} =$$

کامپیوٹر ۱۴  
۳۴۴ ← ۴۱  
۳۳۷  
۴۰

$$= \frac{1}{z+1} = \frac{1}{z} \left( \frac{1}{1+\frac{1}{z}} \right) = \frac{1}{z} \left( 1 - \frac{1}{z} + \frac{1}{z^2} - \frac{1}{z^3} + \dots \right)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{z^{n+1}}$$

$$\frac{-1}{z+\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{1-\frac{z}{\sqrt{2}}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left( 1 + \left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)^4 + \dots \right)$$

$$= -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^{2n}}{\sqrt{2}^{n+1}}$$

برق ۷۹  
۳۲۱ → ۱۱

$$z - (1+i) = t \rightarrow f_1(t) = \frac{1}{e^{-\sqrt{2}(t+1+i)} (1-\sqrt{2}i - \sqrt{2}t)}$$

$$\frac{1}{1-\sqrt{2}i} \frac{1}{1-\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}i}t} =$$

$$\left| \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}i} t \right| < 1 \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1.0}} |t| < 1 \rightarrow |t| < \frac{\sqrt{1.0}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{1-\sqrt{2}i} \left( 1 + \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}i} t + \frac{\sqrt{2}^2}{(1-\sqrt{2}i)^2} t^2 + \dots \right)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{2}^n t^n}{(1-\sqrt{2}i)^{n+1}}$$

Subject	
Date	No.

$$z-1=t \rightarrow z=1+t$$

$\nu \nu, \text{Si} \nu$   
 $(\nu \nu \nu) \rightarrow (\nu \nu \nu)$

$$f(t) = \frac{1}{t^{\nu+1}} = \frac{1}{t(t+\nu)}$$

$$\frac{1}{t} \frac{1}{t} \left( \frac{1}{1+\frac{\nu}{t}} \right) = \frac{1}{t^2} \left( 1 - \frac{\nu}{t} + \frac{\nu^2}{t^2} - \dots \right)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \nu^n}{t^{n+\nu}}$$

$$z-1=t \Rightarrow f_1(t) = \frac{e^{t+1} - e^t}{t^{\nu}}$$

$\Delta E > 1/2$   
 $(\nu \nu) \leftarrow (\nu \nu \nu)$

$$\frac{e^{t+1} - e^t}{t^{\nu}} = e \left( t+1 - 1 - t - \frac{t^{\nu}}{\nu!} - \frac{t^{\nu}}{\nu!} \right)$$

$$= -e \left( \frac{1}{\nu!} + \frac{t}{\nu!} + \frac{t^{\nu}}{\nu!} + \dots \right)$$

$$a_n = \frac{f^{(n)}(0)}{n!} = -e \frac{1}{(n+\nu)!}$$

$$f^{(n)}(0) = -e \frac{n!}{(n+\nu)(n+1)n!} = -e$$



Subject: \_\_\_\_\_  
Date: \_\_\_\_\_ No: \_\_\_\_\_

244 → 5P

مورد اول

$$z^{-r} = t \Rightarrow z = t + r \quad f_1(t) = \frac{r t + 1}{t^r + r t + r - r - r + r}$$

$$= \frac{r t + 1}{t^r + t} = \frac{r t + 1}{t(t+1)}$$

$$= \frac{1}{t} + \frac{1}{t+1} = \frac{1}{t} + \sum (-1)^n t^n$$

رابطی معین A.F. در یک دوران معین، مقدار اصلی  $(1+z)^{\frac{1}{2}}$  دو برابر است با  $z^{\frac{r}{2}}$

245 → 10V

$$w = (1+z)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \ln w = \frac{1}{2} \ln(1+z)$$

$$\ln w = \frac{1}{2} \left( z - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4} + \dots \right)$$

$$\ln w = \frac{1}{2} \left( z - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4} + \dots \right)$$

$$w = e^{1 - \frac{z}{2} + \frac{z^2}{3} - \frac{z^3}{4} + \dots} = e e^{-\frac{z}{2} + \frac{z^2}{3} - \frac{z^3}{4} + \dots}$$

$$= e \left( 1 + n + \frac{u^r}{r!} + \frac{u^r}{r!} + \dots \right) =$$

$$= e \left( 1 + \frac{z}{2} + \frac{z^2}{3} - \frac{z^3}{4} + \dots + \frac{1}{r!} \left( -\frac{z}{2} + \frac{z^2}{3} - \frac{z^3}{4} + \dots \right)^r \right)$$

$$e \left( \frac{z^r}{r} + \frac{z^r}{r} \right) = e \frac{11}{r r}$$