

5-

$$y_1 = \sqrt{1-n} \quad \text{جواب} \Rightarrow y'' + \frac{1}{4(n-1)^2} y = 0$$

جواب دوم کدام است!
 ممکن

$$\Rightarrow y_2 = u y_1 \quad u = \int \frac{1}{1-n} e^{\int \dots} dn$$

حل معادله با استفاده از سری توانی:

$f(n) \rightarrow n=a$
تابع $f(n)$ در $n=a$ تعلقلی است اگر در $n=a$ دارای سبب تیلور باشد معنی این
منب با سبب

$$f(n) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!} (n-a) + \frac{f''(a)}{2!} (n-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (n-a)^n + \dots$$

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n n^n = a_0 + a_1 n + a_2 n^2 + \dots + a_n n^n + \dots$$

$$y'' + y f_1(n) + y f_2(n) = f_3(n)$$

اگر سه تابع f_1 و f_2 و f_3 در نقطه a تعلقلی باشند می توان سبب تیلور برابر کار گرفت

1- اگر $y(0)$ جواب معادله دیفرانسیل زیر باشد شرط اولی $y(0)=0$ و $y'(0)=1$ باشد مستحق

مرتبه سوم در تعداد کدام است $y''(0)=?$ $y'(0)=1$ $y(0)=0$

$$e^{-n} y'' + n y' + y = 3 \quad y''(0) + 0 + 0 = 3 \quad y''(0) = 3$$

$$-e^{-n} y''' + e^{-n} y'' + y' + n y'' + y = 20 \quad -3 + y'''(0) + 1 + 0 + 1 = 20$$

$$y'''(0) = 21$$

Subject:

Year: Month: Date: ()

2- اگر $y(x)$ جواب معادله دیفرانسیل زیر باشد شرط زیر را بنویسید. در سطح تابع $y(x)$ بر $x=0$ توان برای معادله $y'' = 2y + (n^2 + 1)y'$ شرط $y(0) = 2$ و $y'(0) = 2$ را بنویسید.

$$y'' - (n^2 + 1)y' = 0 \quad \frac{y''}{3!} = ? = \frac{1}{3}$$

$$y'' = 2ny + (n^2 + 1)y' \quad y(0) = 2 \quad \text{یک عدد}$$

3- شرط $y'' = y \sin n + y e^n$ و $y(0) = y'(0) = 1$ را بنویسید.

$$y''(0) = 1 \quad y'' + y \sin n + y' \cos n + y' e^n + y e^n = 0$$

$$y''(0) = -1 - 1 - 1 = -3 \quad \frac{-3}{3!} = -\frac{1}{2}$$

4- هرگاه $y = \sum a_n x^n$ جوابی به صورت سری توانی برای معادله $y'' - 2ny' + 8y = 0$ باشد و $y(0) = 0$ و $y'(0) = 12$ باشد، آنگاه شرط a_2 را بنویسید.

$$a_2 = \frac{y''(0)}{2!} \quad y''(0) = -8 \times 12 \quad a_2 = -48$$

5- $y'' + ny = 0$ را بنویسید. $y(0) = y'(0) = 1$ را بنویسید.

$$y''(0) = 0 \quad y''(0) + 1 = 0 \quad y'(0) = 1 \quad a_3 = \frac{1}{6}$$

Subject: _____
 Year: _____ Month: _____ Date: _____

$P_1(n)y'' + P_2(n)y' + P_3(n)y = c$
 در معادله فوق که P_1, P_2, P_3 سه تابعی از x هستند (cos, sin نیستند) نقطه $x = a$ را یک نقطه معمولی گوئیم اگر $P_1(a) \neq 0$ باشد.

در معادله فوق اگر $x = a$ یک نقطه معمولی نباشد آنگاه همچو اب معادله به صورت سری توانی بیان می شود.

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n + \dots$$

$$y' = a_1 + 2a_2 x + \dots + n a_n x^{n-1} + \dots$$

$$y'' = 2a_2 + \dots + n(n-1)a_n x^{n-2} + \dots$$

$$\Rightarrow y = c \text{ (یک سری توانی ازجهت توانی)} + C^x \text{ (یک سری توانی غیر سری توانی)}$$

1- اگر $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ جواب معادله $y'' - 4y = 0$ باشد آنگاه

$$4a_{n+3} = -a_n \quad 3a_{n+3} = 0 \quad 2a_{n+2} = \frac{-n}{(n+1)(n+2)} a_n \quad | \quad a_{n+1} = \frac{n}{(n+1)(n+2)} a_n$$

توجه: در حل مسائل معادله می شود با نامرتبه های ساده هستند

$$2a_2 + 6a_3 x + \dots + (n+2)(n+1)a_{n+2} x^n + \dots - a_1 x - \dots - n a_n x^n = 0$$

را به عبارتی دیگر

$$a_2 = 0 \Rightarrow a_3 = 0 \Rightarrow a_6 = 0$$

و a_0, a_1 آزادند

$$y = a_0 + a_1 \left(x + \frac{1}{6} x^3 + \dots \right)$$

اگر q نبود یک سری q با a_0, a_1 باقی می ماند

Subject: _____
 Year: _____ Month: _____ Date: _____ ()

مثلاً $y'' - ny' + y = 0$ 2

$$2a_2 + 6a_3x + \dots + (n+2)(n+1)a_{n+2}x^n - a_1x - \dots - na_nx^n = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$$

$a_2 = -\frac{1}{2}a_0, a_3 = 0$

if $y'' - ny' - y = 0$

$$-a_0 - a_1x - \dots - a_nx^n \quad a_{n+2} = \frac{1}{(n+2)} a_n$$

$a_2 = \frac{1}{2}a_0, a_3 = \frac{1}{3}a_1$

$y = a_0 \left(1 + \frac{1}{2}x^2 + \dots\right) + a_1 \left(x + \frac{1}{3}x^3 + \dots\right)$

سواء همگامی از رابطه بازگشتی گرفته می شود
 $\frac{1}{R} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{a_{n+1}}{a_n}}{n+2} = 0 \quad R = \infty$ سواء همگامی
 جمله بعد از a_n می شود a_{n+2}

Subject:

Year: Month: Date: ()

$$(1-x^2)y'' - 2xy' + m(m+1)y = 0 \quad P_1(a) \neq 0 \quad \text{معادله لژاندر}$$

تقریباً $x=0$ یک نقطه معمولی تلقی می شود

$$C_{n+2} = -\frac{(m-n)(m+n+1)}{(n+2)(n+1)} C_n \Rightarrow \text{رابطه بازگشتی}$$

$$R=1 \quad \text{ساختار همگرایی} \quad \text{نامنه همگرایی} \quad [1, -1]$$

رتبه n صفر (دره ستود) و اگر یک داده ستود c_2 حساب می شود c_0 و c_4 قابل محاسب نیستند

$$\Rightarrow y = c_0(1 + \square x^2 + \square x^4) + c_1(x + \square x^3 + \square x^5 + \dots)$$

$$c_6 = 0 \quad \text{if } m(m+1) = 2 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow c_6 = c_{n+2} \Rightarrow n = 4 \Rightarrow (m-n) = 0$$

$$\Rightarrow c_6 = 0 \Rightarrow c_8 = 0 \Rightarrow \dots$$

$$m(m+1) = 12 \quad m = 3$$

$$y = c_0(1 + \square x^2 + \square x^4 + m) + c_1(x + \square x^3)$$

یک چند جمله ای از درجه m که فقط زوج است - باقی فرد تنها در معادله صدق می کند

$$\text{فر } ax^2 + bx^3 + ca = 0$$

$$m = 4 \quad c_0 + c_2 x^2 + c_4 x^4 \quad \text{در معادله صدق می کند}$$

$$\Rightarrow c_0(1 + \square x^2 + \square x^4)$$

$$C_{n+2} = \frac{(m-n)(m+n+1)}{(n+2)(n+1)} C_n \Rightarrow C_n = \frac{0}{\square} C_{n+2}$$

$$\Rightarrow C_4 (n^4 + \text{...} n^2 + \text{...})$$

اگر C_n را مطابق زیر بگیریم

$$C_n = \frac{(2n)!}{2^n (n!)^2}$$

حین عملی این فرم اندر \Rightarrow جواب مثلا $\frac{12n^4 + 8n^2 + 6}{\dots}$

حین عملی این فرم اندر را با $P_n(x)$ مقایسه می کنیم

$$P_4(x) = \dots \Rightarrow m=4 \Rightarrow 20 \dots$$

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} (-1)^k \frac{(2n-2k)!}{2^k k! (n-k)! (n-2k)!} x^{n-2k}$$

لازمه است حفظ شود

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2-1)^n$$

فرمول رودریگس

$$\frac{1}{\sqrt{1-2xt+t^2}} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(x) t^n$$

$$x=1 \Rightarrow \frac{1}{1+t} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(1) t^n \Rightarrow P_n(1) = 1$$

Subject:

Year: Month: Date: ()

$$P_0(x) = 1$$

$$P_1(x) = x$$

$$P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$$

$$P_3(x) = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$$

حقیقت شوند

$$\int_{-1}^1 P_n(x) P_m(x) dx = 0 \quad m \neq n \quad \text{شرط تقارن } P_n$$

$$\int_{-1}^1 (P_n(x))^2 dx = \frac{2}{2n+1}$$

اگر تابع f در نقاطی قطعیه دیریکله صدق کند (تفاضل افشان محدود باشد و در نقاط در نقاط
 انفعال حد صفر و راست موجود باشد) تابع پیوسته قطعیه است (تابع و مشتق آن
 به طور قطع این پیوسته باشد) در این صورت در نقاط پیوستگی تابع $f(x)$ را
 می توان به صورت زیر بسط داد:

$$f(x) = \sum_0^{\infty} c_n P_n(x)$$

$$c_n = \frac{2n+1}{2} \int_{-1}^1 f(x) P_n(x) dx$$

و در نقطه ناپیوستگی می توان حد صفر و راست می شود

$$\int_{-1}^1 (\alpha n^4 + \beta n^2 + \gamma) P_{2k-1}(n) \, dn = 0 \quad -1$$

$P_2(n) = \alpha n^2 + \beta n + \gamma$ و $-1 < n < 1$ و $P_2 = 1$ ، $P_0(n) = 1$ -2
 مقادیر α و β و γ که بتواند با P_2 و P_1 و P_0 یک مجموعه متعامد باشد

$P_2(n) = \frac{1}{2}(3n^2 - 1)$ Base

$$\int_{-1}^1 P_1(n) \cdot P_2(n) \, dn = 0 \quad \int_{-1}^1 P_0(n) \cdot P_2(n) \, dn = 0 \quad \int_{-1}^1 (P_2(n))^2 \, dn = \frac{2}{2 \cdot 2 + 1}$$

متعامد است

$$\int_{-1}^1 (n^4 - 2n^2) \cdot P_{2k+1}(n) \, dn = 0 \quad -3$$

$n=2$ $(1-n^2)y'' - 2ny' + 6y = 0$ $y_1 = 1$ ، P_2 -4

$n=1$ $(1-n^2)y'' - 2ny' + 2y = 0$ $y_1 = 1$ ، P_1

$$\int_{-1}^1 n y_1 y_2 \, dn = 0$$

$$\int_{-1}^1 y_1 y_2 \, dn = 0 \quad \checkmark$$

$$\int_{-1}^1 y_1 y_2 \, dn = \frac{2}{5}$$

$$\int_{-1}^1 y_1 y_2 \, du = \frac{2}{3}$$

$$\int_{-1}^1 x^3 p_2(x) dx = 0 \quad -5$$

$$\int_{-1}^1 (x+1) p_0 dx = \quad p_0 = 1 \quad -6$$

$$\Rightarrow \int_{-1}^1 (x+1) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_{-1}^1$$

$$p_1(x) y'' + p_2(x) y' + p_3(x) y = 0$$

در صورتی که p_1, p_2, p_3 مرتبه اول باشند

اگر $p_1(a) = 0$ آنگاه a یک نقطه مفرد است

$$p_1(x) \quad p_1(a) = 0 \Rightarrow p_1(x) = (x-a) Q(x)$$

$$\Rightarrow y'' + \frac{g(x)}{(x-a)} y' + \frac{h(x)}{(x-a)^2} y = 0$$

اگر $g(x)$ و $h(x)$ نسبت به $(x-a)$ مرتبه اول باشند
 اگر $g(x)$ و $h(x)$ نسبت به $(x-a)$ مرتبه اول باشند

اگر $g(x)$ و $h(x)$ در $x=a$ تعلق نداشته باشند آنگاه a را مفرد منظم گویند و اگر لا اقل یکی تعلق نداشته باشد مفرد نامنظم است

در معادله زیر نوع نقاط تکین را تعیین کنید

$$x^2(x-1)^3 y'' + x(x-1) y' + y = 0$$

نقطه متفرد

$n=0 \Rightarrow g(n) = \frac{1}{(n-1)^2}$ تجزیه \Rightarrow متفرد نامفرد $n=0$

$h(n) = \frac{1}{(n-1)^3}$ تجزیه

$n=1 \Rightarrow g(n) = \frac{1}{n(n-1)}$ در $n=1$ تجزیه نیست \Rightarrow متفرد نامفرد

در حالت متفرد نامفرد مسأله حل می شود

$x^2(1-x)y'' + y' - y = 0$ نقطه تکین $0, 1$ 2

$n=0$ $g(n) = \frac{1}{n(1-n)}$ تجزیه نیست $\Rightarrow n=0$ نقطه تکین نامفرد

$n=1$ $g(n) = \frac{1}{n^2}$ تجزیه $\Rightarrow h(n) = -\frac{n-1}{n^2}$
 $n=1$ متفرد مفرد

فرم سرد $n=0$ یک نقطه متفرد مفرد دارند

$P_1(n)y'' + P_2(n)y' + P_3(n)y = 0$

$y'' + \frac{g(n)}{n}y' + \frac{h(n)}{n^2}y = 0$

لا ایل $g(n)$ و $h(n)$ هر دو در $n=0$ تجزیه ناپسند
 اگر $n=0$ یک نقطه متفرد مفرد برای معادله باشند آنگاه معادله دارای یک جواب به صورت سری توسعه یافته سری توانی است

$y = x^r \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n, a_0 \neq 0$

Subject:

Year: Month: Date: ()

معادله شافعی $\Rightarrow r^2 + r(g(0) - 1) + h(0) = 0$ ضریب کمترین توان x در سمت راست

1. ابتدا معادله شافعی معادله زیرکدام است

$$3x(3x+2)y'' - 4y' + 4y = 0$$

ابتدا معادله g و h را تعیین می کنیم

$$g(x) = \frac{-4}{3(3x+2)}, \quad h(x) = \frac{4x}{3(3x+2)}$$

$$r^2 + r\left(-\frac{2}{3} - 1\right) + 0 = 0 \quad r_1 = 0 \quad r_2 = \frac{5}{3}$$

2- ریشه های معادله شافعی کدام است

$$x^2 y'' - 3xy' + (x+4)y = 0$$

$$g(x) = -3 \quad \text{و} \quad h(x) = x+4 \quad \Rightarrow r^2 + r(-3-1) + 4 = 0$$

$$r = 2, 2$$

3- ریشه های معادله شافعی کدام است

$$xy'' + y' + y = 0 \quad g(x) = 1 \quad \text{و} \quad h(x) = x$$

$$r^2 + r(1-1) + 0 = 0 \quad r_1 = r_2 = 0$$

حالت های بررسی

1. معادله شاختنی دارای دو ریشه متمایز $r_1 \neq r_2$ و قاعده همیشه حا عدد صحیح باشد

$$y_1 = x^{r_1} \sum a_n x^n$$

$$y_2 = x^{r_2} \sum b_n x^n$$

$$\Rightarrow \frac{y_1}{y_2} = x^{r_1 - r_2} (\dots)$$

$$y_1 = x^{r_1} \sum_0 a_n x^n \text{ و } y_2 = x^{r_2} \sum_0 b_n x^n$$

2. $\Delta = 0$ و یک ریشه است $r_1 = r_2$ در این حالت $r_1 = r_2 = r$

$$y_1 = x^r \sum_0 d_n x^n$$

$$y_2 = u y_1$$

فرض می کنیم تابعی از x

$$y_2 = y_1 \ln x + x^r \sum_1 b_n x^n$$

همه جواب شامل تابع $\ln x$ است. اگر r صحیح باشد، باز هم درست است و در صورت r صحیح است.

3. $r_1 > r_2$ و قاعده همیشه حا عدد صحیح است. جواب اول r_1 برابر است

$$y_1 = x^{r_1} \sum_0 d_n x^n$$

در این نتایج $\Delta = 0$ می شود

$$y_2 = k y_1 \ln x + x^{r_2} \sum_0 b_n x^n$$

1- دو برابر است. معادله $3xy'' + 2y' + y = 0$ به هم صورت است.

$$g(x) = \frac{2}{3} \quad h(x) = \frac{x}{3}$$

$$r^2 + r\left(\frac{2}{3} - 1\right) + 0 = 0 \quad r^2 - \frac{1}{3}r = 0 \quad r = 0 \text{ و } r_2 = \frac{1}{3}$$

$$y_1 = x^{\frac{1}{3}} \quad y_2 = \xi$$

$$y = C_1 y_1 + C_2 y_2$$

2- جواب های معادله

$$3x(x+1)y'' + 2(x+1)y' + 4y = 0$$

$$g(x) = \frac{2(x+1)}{3(x+1)} = \frac{2}{3} \quad h(x) = \frac{4x}{3(x+1)}$$

$$r^2 + r\left(\frac{2}{3} - 1\right) + 0 = 0 \quad r_1 = 0 \quad r_2 = \frac{1}{3}$$

بند اول

3- جواب معادله $x^2 y'' + 3x y' + (1+x)y = 0$ $x > 0$ می باشد.

$$g(x) = \frac{3x}{x} = 3 \quad h(x) = \frac{x(1+x)}{x}$$

$$r^2 + 2r + 1 = 0 \quad r_1 = r_2 = -1$$

$$y_1 = x^{-1} \sum a_n x^n \quad y_2 = y_1 \ln x + x^{-1} \sum b_n x^n$$

معادله بیل

فرم کلی $x^2 y'' + xy' + (x^2 - \nu^2) y = 0$

برای حل این معادله فرض می‌کنیم $x = z$ معادله می‌شود $z^2 y'' + zy' + (z^2 - \nu^2) y = 0$

$x = z \Rightarrow g(z) = z - 1$ و $h(z) = z^2 - \nu^2$

$r_1 = \nu$

$r_2 = -\nu$

اگر ν صحیح باشد حالت سوم
اگر ν صحیح نباشد حالت دوم

رایج بازنمایی معادله بیل

سری C_n همگرا می‌شود بنیاد است
 $C_{n+2} = \frac{C_n}{(n+2)(n+2+2\nu)}$ و هم جا جواب می‌دهد

r_1 را در معادله می‌گذاریم تا اگر در حالت سوم است ریشه برابر می‌ماند و اگر حالت دوم است ریشه‌ها یکی می‌شوند

$$a_{n+2} = \frac{a_n}{(n+2)(n+2+2\nu)}$$

لازمه معادله می‌باشد جواب اولی متفاوت است و اختلاف در جواب دوم است

نتیجه بیل نوع اول $y_1 = x^\nu (1 + O(x^2) + \dots)$ نیز

معادله معادله است به ازای تمام مقادیر a_0

$$a_0 = \frac{1}{2^\nu \Gamma(\nu+1)}$$

$$J_\nu(x) = x^{-\nu} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{2^{2m+\nu} m! \Gamma(\nu+m+1)} x^{2m} \quad \text{تابع سیل نوع اول! جواب اول معادله سیل.}$$

جدول دار وقتا سه رقم سبقت اعشار حساب شده...

$$J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$$

حتما 3 است آر n صحیح باشند و حتما k مخالف منفی شود

$$(x^\nu J_\nu(x))' = x^\nu J_{\nu-1}(x) \Rightarrow \int x^\nu J_{\nu-1}(x) dx = x^\nu J_\nu(x) + C$$

$$(x^{-\nu} J_\nu(x))' = -x^{-\nu} J_{\nu+1}(x) \Rightarrow \int x^{-\nu} J_{\nu+1}(x) dx = -x^{-\nu} J_\nu(x) + C$$

$$J_{\nu+1}(x) + J_{\nu-1}(x) = \frac{2\nu}{x} J_\nu(x) \quad \int J_0 dx = \text{غیر قابل ملاحظه}$$

1- توجه به فرمول $x J_n' = -n J_n + x J_{n-1}$ اشتغال زنده را حساب کنید

$$\int_0^1 x(1-x^2) J_0 dx = 2 J_2(1)$$

$$\int_0^1 x J_0 dx = x J_1(x) \Big|_0^1 = J_1(1)$$

اگر به فرمول توجه رو باید با جزئیات جی مطابق

جواب جی

فرمولهای بالا شود

$$\int x^2(x) J_0 dx = x^2 x J_1(x) \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 x^2 J_1 dx = J_1(1) = 2 x^2 J_2(x) \Big|_0^1$$

$$= 2 J_2(1)$$

Subject: _____
 Year: _____ Month: _____ Date: _____

2. $n \cdot J_{n-1} - n \cdot J_{n+1} = -2J_n$ $\frac{d}{dx} (x^n J_n) = x^n J_{n-1} - n x^{n-1} J_n$

$$\int_0^1 x^2 J_1(x) dx = J_2(1)$$

مثال:

$$\int x^2 J_2(x) dx = \int x^3 (x^{-1} J_2(x) dx) = -x^3 x^{-1} J_1(x) + 3 \int x^2 x^{-1} J_1 dx$$

$$\int x J_1 dx = -x J_0 + \int J_0 dx$$

مثال: $\int_0^1 x J_1 dx = -x J_0 + \int J_0 dx$

توابع بی‌نهایت

$$y = A J_{\nu}(x) + B J_{-\nu}(x)$$

برای حالت یک

$$y = J_{-\nu}(x) \quad \text{ی غیر کم}$$

برای حالت دو

اگر $\nu = \frac{1}{2}$ مستقیم می‌شود. هر کدام با ترتیبی مختلفی حدود مستقیم است. و ترتیبی مختلفی که نام جواب است

$$y_2 = J_0 \ln x + \sum b_n x^n$$

$$y_0 = a (J_0 + b y_2)$$

$\frac{0}{n} \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $\quad \quad \quad \gamma \ln 2$

وقتی تفاضل در صیغ فارسی که صفر است

$$y_2 = k J_n(n) + n^{-n} \sum_0 b_n x^n$$

معادله 2

$$y = A J_0(n) + B Y_0(n)$$

$$y_n = a (J_n + b y_n)$$

$$y = A J_n(n) + B Y_n(n)$$

$$Y_{\nu}(n) = \frac{1}{\sin \nu \pi} (J_{\nu}(n) \cos \nu \pi - J_{-\nu}(n))$$

تابع سیل نوع دوم

م از ای این جواب معادله سیل می شود

$$y = A J_{\nu}(n) + B Y_{\nu}(n)$$

تابع سیل نوع دوم

$$1- \text{ اگر جواب معادله } n^2 y'' + n y' + (n^2 - n^2) y = 0$$

آنگاه 0 جواب معادله زیر کدام است

$$n^2 y'' + n y' + (\lambda^2 n^2 - n^2) y = 0$$

$$y = A J_{\frac{\nu}{\lambda}}(\lambda n) + B Y_{\frac{\nu}{\lambda}}(\lambda n)$$

Subject:

Year. Month. Date. ()

-2 جواب کے لئے زیر کلام!

$$x^2 y'' + xy' + (25x^2 - \frac{9}{4})y = 0$$

$$z = 5x \rightarrow \frac{dz}{dx} = 5$$

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{dx} = 5 \frac{dy}{dz}$$

$$y'' = 5^2 \frac{d^2y}{dz^2}$$

$$z^2 \frac{d^2y}{dz^2} + z \frac{dy}{dz} + (z^2 - \frac{9}{4})y = 0$$

$$y = A J_{\frac{3}{2}}(5x) + B Y_{\frac{3}{2}}(5x)$$

-3

$$4x^2 y'' + 4xy' + (8x^2 - \frac{1}{4})y = 0$$

$$y = A J_{\frac{1}{2}}(\sqrt{2}x) + B Y_{\frac{1}{2}}(\sqrt{2}x)$$

-4

$$x^2 y'' + xy' + (9x^2 - 4)y = 0$$

5- سوال اول - معادله کلامی

$$x^2 y'' - y' + ny = 0 \quad \text{فرض کنیم } y = u x \quad y' = u + x u' \quad y'' = 2u' + x u''$$

$$x^2 u'' + 2x u' u - x u'' + n x u = 0 \Rightarrow x^2 u'' + x u' + (n^2 - 1) u = 0$$

$$u = A J_{\frac{1}{2}}(n) + B Y_{\frac{1}{2}}(n) \quad y = x \left(\dots \right)$$

6- سوال بالا، با درامد یک از تغییر متغیرهای زیر تبدیل به سبیل می شود

$$y = u x$$

$$x^2 y'' + (1 + 2x) y' + ny = 0$$

با تغییر متغیر $z = x^{-2}$ تبدیل به سبیل می شود

7- سوال اول - کلامی

$$x^2 y'' + 2x y' + 4 \left(\frac{2x^4 - 1}{4} \right) y = 0$$

$$z = x^2, \quad \frac{dz}{dx} = 2x$$

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{dx} = 2x \frac{dy}{dz}$$

$$y'' = 2 \frac{dy}{dz} + (2x)^2 \frac{d^2y}{dz^2}$$

$$4z^2 \frac{d^2y}{dz^2} + 4z \frac{dy}{dz} + 4 \left(z^2 - \frac{1}{4} \right) y = 0 \quad \text{سبیل با انترس $\frac{1}{3}$ }$$

$$y = A J_{\frac{1}{3}}(n^2) + B Y_{\frac{1}{3}}(n^2)$$

Subject:

Year. Month. Date. ()

معادله $y'' + 4y' + 4y = 0$ را تغییر متغیر $z = x^2$ تبدیل به معادله بسل
با اندازین. لا سی سواد

تبدیلی لا بلاس:

$$\mathcal{L}(f(t)) = F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

$$\mathcal{L}'(F(s)) = f(t)$$

لا بلاس و لا بلاس معکوس خاصیت عملی دارند

$f(t)$	$F(s)$
k	$\frac{k}{s}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$ $\mathcal{L}^{-1} \frac{2}{s^6} = \frac{2}{5!} \mathcal{L}^{-1} \frac{5!}{s^6} = \frac{2}{5!} t^5$
t^α	$\frac{\Gamma(\alpha+1)}{s^{\alpha+1}}$ $\Gamma(\alpha+1) = \alpha!$ $\Gamma(-\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$ $\mathcal{L}^{-1} \frac{1}{s^{3/2}} = \frac{1}{\Gamma(3/2)} \mathcal{L}^{-1} \frac{\Gamma(3/2)}{s^{3/2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}} t^{1/2}$
$\sin at$	$\frac{a}{s^2+a^2}$ $\Gamma(\alpha+1) = \alpha \Gamma(\alpha)$
$\cos at$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
$\sinh at$	$\frac{a}{s^2-a^2}$
$\cosh at$	$\frac{s}{s^2-a^2}$

1- اگر ایک عدد حقیقی یا رسد لاپلاس $f(t) = e^{iat}$ کا لاپلاس کیا ہے؟

$$\frac{1}{s-ia}$$

2- اگر $\mathcal{L}^{-1} \frac{8-6s}{16s^2+9}$ کا لاپلاس کیا ہے؟

$$\frac{1}{16} \mathcal{L}^{-1} \frac{8-6s}{s^2 + (\frac{3}{4})^2} = \frac{1}{16} \left(8 \mathcal{L}^{-1} \frac{1}{s^2 + (\frac{3}{4})^2} - 6 \mathcal{L}^{-1} \frac{s}{s^2 + (\frac{3}{4})^2} \right)$$

$$\frac{1}{16} \left[8 \times \frac{4}{3} \sin(\frac{3}{4}t) - 6 \cos(\frac{3}{4}t) \right]$$

3- اگر $\mathcal{L}(f(t)) = \frac{1}{s^4}$ ہے تو $f(t) = ?$

$$f(t) = \frac{t^3}{6}$$

4- a و b کی قدریں معلوم کیجئے تاکہ $\frac{as+b}{s^2+4}$ تبدیل لاپلاس کے تابع $2\sin 2t + 4\cos 2t$ ہو۔

$$a=4, b=4$$

5- اگر $\mathcal{L}^{-1} \frac{4-5s}{s^{3/2}}$ کا لاپلاس کیا ہے؟

$$= 4 \mathcal{L}^{-1} \frac{1}{s^{3/2}} - 5 \mathcal{L}^{-1} \frac{1}{s^{1/2}} = \frac{8}{\sqrt{\pi}} t^{-1/2} - \frac{5}{\sqrt{\pi}}$$

6- اگر $\int_0^{\infty} e^{-2t} \cos t dt$ کا لاپلاس کیا ہے؟

$$= \mathcal{L} \cos t \Big|_{s=2} = \frac{s}{s^2+1} \Big|_{s=2} = \frac{2}{5}$$

Subject:

Year: Month: Date: ()

$$\int_0^{\infty} e^{-3t} \sin t \cos t dt = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-3t} \sin 2t dt = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{s^2 + 4} \right) \Big|_{s=3}$$

اگر حاصل عبارت بعدی می‌تواند s را هم گرفت. تقصیر و سوء داشته‌های از متناهی را با لاپلاس حل کرد.

تبدیل لاپلاس مستقیم:

$$\mathcal{L} f'(t) = s \mathcal{L} f(t) - f(0)$$

$$\mathcal{L} f''(t) = s^2 \mathcal{L} f(t) - s f(0) - f'(0)$$

$$1. f(t) = t \Rightarrow f'(t) = 1 \Rightarrow \frac{1}{s} = s \mathcal{L} f(t) - 0 \Rightarrow \mathcal{L} f(t) = ?$$

$$2. f(t) = e^t \Rightarrow f'(t) = e^t \Rightarrow \mathcal{L}(e^t) = s \mathcal{L}(e^t) - 1 \Rightarrow \mathcal{L}(e^t) = ?$$

$$3. f(t) = t \sin t \Rightarrow f'(t) = \sin t + t \cos t$$

$$f''(t) = 2 \cos t - t \sin t$$

$$\Rightarrow \mathcal{L} f'' = \frac{2s}{s^2+1} - \mathcal{L}(t \sin t) = s^2 \mathcal{L}(t \sin t) - 0 - 0 \Rightarrow \mathcal{L}(t \sin t) = ?$$

$$= \frac{2s}{s^2+1} \quad \text{1- حرکت معادله برای مرزی در نقطه 0 داشته باشد از لاپلاس حل شود در جهت تریا}$$

$$= \frac{2s}{s^2+1} \quad \text{2- حرکت معادله برای مرزی در نقطه 0 داشته باشد از لاپلاس حل شود در جهت تریا}$$

$$\mathcal{L} y'' - \mathcal{L} y' + \mathcal{L} y = \mathcal{L} t \quad s^2 Y - s Y + Y = \frac{1}{s^2} \quad Y = ?$$

Subject:

Year: Month: Date: ()

قصای ای اشغال:

1- اشغال بر محور کجا:

$$\mathcal{L}(e^{at} f(t)) = F(s-a)$$

$$\mathcal{L}^{-1} F(s-a) = e^{at} \underbrace{\mathcal{L}^{-1} F(s)}_{f(t)}$$

1- تبدیل لابلاس $2e^{-2t} \sin 2t$ را پاره

$$\mathcal{L} 2e^{-2t} \sin 2t = 2 \cdot \frac{2}{(s+2)^2 + 4}$$

2- لابلاس معادله زیر را پاره

$$f(t) = e^{3t} (2 \cos 5t - 3 \sin 5t)$$

$$\frac{2s}{s^2+25} - \frac{15}{s^2+25} = \frac{2(s-3)}{(s-3)^2+25} - \frac{15}{(s-3)^2+25}$$

3- لابلاس $f(t) = e^t \cos t$ را پاره

$$\frac{s+1}{(s+1)^2+1}$$

4- لابلاس $f(t) = e^t \int_0^t x e^{2x} dx$ را پاره

$$F(s) = F_1(s-1)$$

$$F_1(s) = \mathcal{L} \left(\int_0^t x e^{2x} dx \right) = \frac{1}{s} F_2(s)$$

$$F_2(s) = \mathcal{L} (t e^t) = F_3(s-1)$$

$$F_3(s) = \mathcal{L} t = \frac{1}{s^2}$$

Subject:

Year. Month. Date. ()

5 - تبدیل معکوس $\frac{1}{\sqrt{s^2+1}}$ که اولا $?$

$$\frac{1}{3} \mathcal{L}^{-1} \frac{1}{\sqrt{s-\frac{1}{9}}} = \frac{1}{3} e^{\frac{t}{9}} \mathcal{L}^{-1} \frac{1}{s^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{t^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{\pi}}$$

6 - تبدیل معکوس $\frac{s-1}{s^2-2s+5}$ که اولا $?$ از جا باید مربع کامل ستوا
 کلاً در صورت است ما باید کامل معراج درستی بنویسیم

$$\frac{s-1}{s^2-2s+5} = \frac{(s-1)}{(s-1)^2+4} \Rightarrow \mathcal{L}^{-1} = e^t \mathcal{L}^{-1} \frac{s}{s^2+4} = e^t \cos 2t$$

$$\frac{3s+7}{s^2-2s-3} = \frac{3(s-1)+10}{(s-1)^2+4} \Rightarrow \mathcal{L}^{-1} = e^t \mathcal{L}^{-1} \frac{3s+10}{s^2+4} = e^t (3 \cosh 2t + 5 \sinh 2t)$$

$$\frac{2s+3}{s^2+4s+4} = \frac{2(s-2)+7}{(s-2)^2} \Rightarrow \mathcal{L}^{-1} = e^{2t} \mathcal{L}^{-1} \frac{2s+7}{s^2} = e^{2t} (2+7t)$$

106

Subject: _____

Year. Month. Date. ()

Lined writing area with horizontal dashed lines.

P4PCO

Subject: _____
Year: _____ Month: _____ Date: ()

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{t^3}{7} e^{4t} \right\} = \frac{6}{(s-4)^4} \quad \text{--- 7}$$

$$\frac{t^3}{s^4} = \frac{6}{s}$$

--- 1) $y(0) = 2, y'(0) = 1$ و $y'' + 8y' + 16y = 0$ (میراثه) --- 1) --- 8

$$\mathcal{L} y'' + \mathcal{L} 8y' + \mathcal{L} 16y = 0 \quad s^2 Y - 2s - 1 + 8sY - 16 + 16Y = 0$$

$$Y(s+4)^2 = 2s+17 \Rightarrow Y = \frac{2s+17}{(s+4)^2} = \frac{2(s+4)+9}{(s+4)^2}$$

$$y = \mathcal{L}^{-1} Y = e^{-4t} \mathcal{L}^{-1} \frac{2s+9}{s^2} = e^{-4t} (2+9t)$$

$$y'' - 2y' + y = ne^{2t} + 4, \quad y(0) = y'(0) = 1 \quad \text{--- 9}$$

$$\mathcal{L} y'' - 2\mathcal{L} y' + \mathcal{L} y = \mathcal{L} (ne^{2t} + 4) = \mathcal{L} ne^{2t} + \mathcal{L} 4$$

$$s^2 h y - s - 1 - 2sY + 2 + Y = \frac{1}{(s-1)^2} + \frac{4}{s}$$

$$Y = \frac{1}{(s-1)^4} + \frac{4}{s(s-1)^2} + \frac{s-1}{(s-1)^2} \Rightarrow y = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{e^t t^3}{3} + e^t + 4 \int_0^t t e^{t\tau} d\tau \right]$$

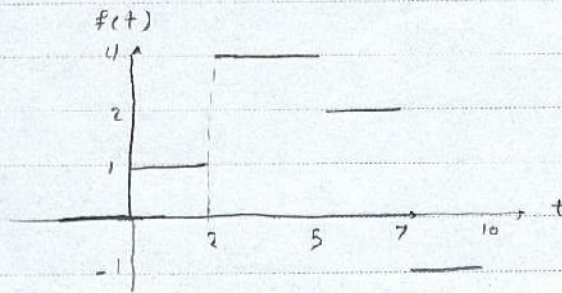
تفسیر بعم انتقال: انتقال بر حسب t : $t > a$:
 $U_a(t) \cdot U(t-a) = \begin{cases} 1 & t > a \\ 0 & t < a \end{cases}$ (تابع لاپلاس)

Subject: _____
 Year. _____ Month. _____ Date. () _____

$$\int_a^{\infty} e^{-st} dt = \int_a^{\infty} e^{-st} dt$$

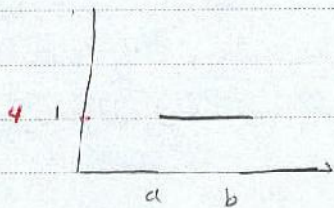
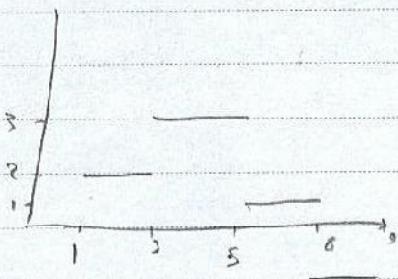
$$\mathcal{L}(U_a(t)) = \int_a^{\infty} e^{-st} dt = \frac{1}{s} e^{-as}$$

$$\mathcal{L}(U_a(t)) = \frac{1}{s} e^{-as}$$



$$f(t) = U_0(t) + 3 \cdot U_2(t) - 2 \cdot U_5(t) - 3 \cdot U_7(t) + U_{10}(t)$$

$$2U_1(t) + U_3 - 2U_5 - 3U_8 + 2U_9$$

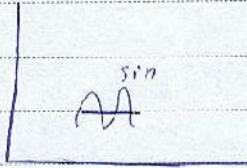


$$U_a(t) - U_b(t) = \begin{cases} 1 & a < t < b \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

$$f(t) = (U_a(t) - U_b(t)) \cdot 1$$

Subject:

Year: Month: Date: ()



$$f(t) = (V_a(t) - V_b(t)) \sin t$$

$$y'' = f(t) = \begin{cases} t & 0 \leq t < \pi \\ \cos t & \pi \leq t < 2\pi \\ (t^2 - 1) & t \geq 2\pi \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(t) = (V_a(t) - V_b(t)) t + (V_b(t) - V_{2\pi}(t)) \cos t + (t^2 - 1) U_{2\pi}(t)$$

$$\mathcal{L}(U_a(t) f(t)) = e^{-as} \mathcal{L} f(t+a)$$

$$\mathcal{L} f(t) = e^0 \mathcal{L} f(t) + e^{-\pi s} \mathcal{L} f(t+\pi) + e^{-2\pi s} \mathcal{L} f(t+2\pi)$$

$$+ e^{-2\pi s} \mathcal{L} ((t+2\pi)^2 - 1) = \frac{1}{s^2} - e^{-\pi s} \left(\frac{1}{s^2} + \frac{\pi}{s} \right) - e^{-2\pi s} \frac{s}{s^2 + 1}$$

$$= e^{-2\pi s} \frac{s}{s^2 + 1} - e^{-2\pi s} \left(\frac{2}{s^3} + 4\pi \frac{1}{s^2} + (4\pi^2 - 1) \frac{1}{s} \right)$$

$$f(t) = \begin{cases} t & 0 \leq t < 2 \\ 2 & t \geq 2 \end{cases} \quad \text{تبدیل لاگرانژ - 1}$$

$$f(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 2 \\ t & t \geq 2 \end{cases}$$

$$f(t) = \begin{cases} 2 & 0 \leq t < 1 \\ t & t \geq 1 \end{cases}$$

Subject: _____
 Year: _____ Month: _____ Date: ()

2 - تبدیل لاپلاس

حل 1 صورت اول:

$$f(t) = \begin{cases} t & 0 \leq t < 2 \\ 2 & t \geq 2 \end{cases} = (u_0 - u_2)t + 2u_2(t)$$

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = e^0 \mathcal{L}\{t\} - e^{-2s} \mathcal{L}\{t+2\} + 2 \frac{1}{s} e^{-2s}$$

$$= \frac{1}{s^2} e^{-2s} \left(\frac{1}{s^2} + \frac{2}{s} \right) + \frac{2}{s} e^{-2s}$$

$X = \frac{1}{s^2} + \frac{2}{s} = A$

3 - لاپلاس
 حل 2 - $f(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 2 \\ 0 & t \geq 2 \end{cases}$, $u_0 = 1$, $u_2 = f(t)$
 $\mathcal{L}\{u\} = Y$

$$sY - 1 + 2Y = \frac{1}{s} (e^{-s} - e^{-2s})$$

$$Y = \frac{1}{s+2} + \frac{e^{-s}}{s(s+2)} - \frac{e^{-2s}}{s(s+2)}$$

$$\mathcal{L}^{-1} (e^{-as} f(s)) = u_a(t) f(t-a) \Leftrightarrow \mathcal{L}\{u_a(t) f(t)\} = e^{-as} \mathcal{L}\{f(t+a)\}$$

Subject:

Year. Month. Date. ()

$$f(t) = \int_0^t e^{-2t} dt = -\frac{1}{2} e^{-2t} \Big|_0^t = \frac{1}{2} (1 - e^{-2t})$$

$$y = e^{-2t} + U_1(t) \frac{1}{2} (1 - e^{-2(t-1)}) - U_2(t) \frac{1}{2} (1 - e^{-2(t-2)})$$

4- تبدیل معکوس $F_s = \frac{2e^{-2s}}{s^2 + 4}$ هرگاه عامل e^{-2s} را در برابر $t=2$ از این قضیه استفاده می‌کنیم (قضیه مای)

$$U_2(t) \sin 2(t-2)$$

سوال 3

$$\frac{e^{-11s}}{(s+5)^2 + 1} = U_{11}(t) \sinh 2(t-1)$$

سوال 4

$$\frac{2e^{-2s}}{s^2 - 4} \quad F_s = \frac{1}{1 + (1+s)^2} \Rightarrow f(t) = e^{-t} \sin t$$

$$= U_{11}(t) e^{(t-1)} \sin(t-1)$$

مستقیماً گیری از تبدیل لاپلاس

$$L\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

$$F'(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} (-t f(t)) dt = L\{-t f(t)\} \quad \text{سنت م. س}$$

$$\Rightarrow L\{t f(t)\} = -F'(s)$$

$$\Rightarrow L\{t^n f(t)\} = (-1)^n F^{(n)}(s) \quad \text{سنت م. س}$$

Subject:

Year. Month. Date. ()

1- طالع مشترك الـ كرام است

$$\int_0^{\infty} t e^{-4t} \cos 2t \, dt$$

$$= \mathcal{L}(t \cos 2t) \Big|_{s=4} = - \left(\frac{s}{s^2+4} \right)' \Big|_{s=4} = \frac{3}{11}$$

$$\int_0^{\infty} n e^{-sn} \cos Bn \, dn = \mathcal{L}(n \cos Bn) = - \left(\frac{s}{s^2+B^2} \right)' = \frac{s^2+B^2-2s^2}{(s^2+B^2)^2}$$

$$= \frac{s^2-B^2}{(s^2+B^2)^2}$$

$$\int_0^{\infty} t e^{-2t} \sin t \, dt = - \left(\frac{1}{s^2+1} \right)' \Big|_{s=2} = \frac{2s}{(s^2+1)^2} \Big|_{s=2} = \frac{4}{25}$$

$$\mathcal{L}(t^2 e^{-3t}) = \left(\frac{1}{s+3} \right)''$$

$$\frac{2}{s^2} = \frac{2}{(s+3)^3}$$

$$\mathcal{L}(t \cos at)$$

Subject:

Year: Month: Date: ()

6۔ لاپلاس کے انورس کے ذریعہ

$$f(t) = (t - \pi) U_{\pi}(t) e^{2t} \sin 3t$$

$$= e^{-\pi s} \mathcal{L} \left(t e^{2(t+\pi)} \sin(3t+\pi) \right) = -e^{-\pi s} e^{2\pi} \mathcal{L} (e^{2t} t \sin 3t) \quad \text{--- (1)}$$

$$\mathcal{L}(t \sin 3t) = - \left(\frac{3}{s^2+9} \right)' = \frac{6s}{(s^2+9)^2}$$

$$\text{(1)} \Rightarrow = -e^{-\pi(s-2)} \frac{6(s-2)}{(s-2)^2+9}$$

اگر $f(t)$ اور $F(s)$ کے درمیان

$$\mathcal{L}(t f(t)) = -F'(s) \quad \Rightarrow \quad f(t) = -\frac{1}{t} \mathcal{L}^{-1} F'(s)$$

میں، \ln اور ARC کے استعمال سے

اگر $F(s)$ کے انورس

$$F(s) = \ln \frac{s-2}{s+2} = \ln(s-2) - \ln(s+2)$$

$$F'(s) = \frac{1}{s-2} - \frac{1}{s+2} \quad \Rightarrow \quad e^{-2t} - e^{-2t} = \frac{1}{t}$$

$$f(t) = - \frac{e^{-2t} - e^{-2t}}{t}$$

$$\ln \frac{s}{s-1} = \ln s - \ln(s-1)$$

$$F'(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s-1} \quad \Rightarrow \quad \frac{e^t - 1}{t}$$

Subject:

Year. Month. Date. ()

$$F(s) = \ln \frac{(s^2 + 4\alpha^2)^{1/4}}{s^{1/2}} = \frac{1}{4} \ln(s^2 + 4\alpha^2) - \frac{1}{2} \ln s$$

$$F'(s) = \frac{1}{2} \left(\frac{s}{s^2 + 4\alpha^2} - \frac{1}{s} \right)$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2t} (\cos 2\alpha - 1)$$

$$F(s) = \cot^{-1} s$$

$$F'(s) = \frac{-1}{s^2 + 1}$$

$$\Rightarrow \text{تبدیل} = \frac{\sin t}{t}$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \right\} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \right\} = \int_0^t \frac{\sin t}{t} dt$$

$$\frac{-1/s^2}{1/s^2 + 1} = \frac{-1}{s^2 + 1}$$

5. تبدیل لابلاس بجوئے مسائل زیر کے نام لے۔

$$x\ddot{y} + (1-x)y' + y = 0 \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1$$

معادلات فریبیہ متغیر رو قضیہ آؤ

$$kx\ddot{y} + k(1-x)y' + ky = 0$$

Subject:

Year: Month: Date: () $y' = t^2 e^t$

$$-(s^2 Y - s + 1)' + s Y - 1 + (s Y - 1)' + Y = 0$$

$$-(2s Y + s^2 Y' - 1) + s Y - 1 + Y + s Y' + Y = 0$$

$$Y'(s - s^2) + Y(2 - s) = 0$$

$$\frac{Y'}{Y} = \frac{s+2}{s(s+1)} - \frac{s-2}{s^2-s} = \frac{-2}{s} + \frac{1}{s-1} \Rightarrow \ln Y = -2 \ln s + \ln(s-1)$$

$$= \ln \frac{s-1}{s^2}$$

$$\ln Y = -\frac{1}{2} \ln(s^2-s) - \frac{3}{2} \ln s + \frac{3}{2} \ln(s-1)$$

$$Y = \frac{s-1}{s^2} \quad y = 1 - t$$

$$t \ddot{y} + 2\dot{y} + ty = 0 \quad \rightarrow \mathcal{L} = Y = c - y(0) t e^{-1} s$$

$$t^2 \ddot{y} + 2t \dot{y} + ty = 0$$

$$t(s^2 Y - s y(0) - y'(0))' + 2s Y + 2y(0) + Y = 0$$

$$2s Y + s^2 Y' - y(0) - 2s Y + 2y(0) + Y = 0$$

$$Y'(s^2+1) = -y(0) \quad Y' = \frac{-y(0)}{(s^2+1)} \Rightarrow Y = -y(0) \cdot \frac{1}{2} \ln \left| \frac{s-1}{s+1} \right| + c$$

Subject:

Year: Month: Date: ()

استدلال گیری از تبدیل لاپلاس

اگر $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{f(t)}{t}$ موجود باشد، آنگاه

$$\mathcal{L}\left(\frac{f(t)}{t}\right) = \int_s^{\infty} F(u) du$$

$$\Rightarrow f(t) = t \mathcal{L}^{-1} \int_s^{\infty} F(u) du$$

$$F(s) = \frac{s}{(s^2+1)^2} \quad \int F(s) = -\frac{1}{2} \frac{1}{s^2+1} = -\frac{1}{2} \sin t$$

$$f(t) = -\frac{t}{2} \sin t$$

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-st} \sin \alpha t}{t} dt = \mathcal{L}^{-1} \alpha$$

$$\mathcal{L}(\sin \alpha t) / t = \int_s^{\infty} \frac{\alpha}{s^2 + \alpha^2} ds = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{s}{\alpha} \right]_s^{\infty} = \frac{\pi}{2} - \mathcal{L}^{-1} \frac{s}{\alpha} = \mathcal{L}^{-1} \frac{\alpha}{s}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin u}{u} du = \frac{\pi}{2} \quad \mathcal{L} \frac{\sin t}{t}$$

$$\mathcal{L} \frac{\sin 2t}{t}$$

PAPCO

$$\frac{\pi}{2} = \mathcal{L}^{-1} \frac{1}{\alpha} = \mathcal{L}^{-1} \alpha$$

Subject:

Year. Month. Date. ()

$$L \frac{\sin t}{t}$$

$$L \ln \frac{e^t}{t} \quad \text{جواب: } \int_0^{\infty} \frac{e^{-st} - 1}{t} dt$$

$$L \ln \frac{e^t - 1}{t} = \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{s-1} - \frac{1}{s} \right) ds = \ln(s-1) - \ln s \Big|_s^{\infty} = \ln \frac{s-1}{s} \Big|_s^{\infty}$$

$$= \ln \frac{s}{s-1}$$

کامپوزیشن (کانولوشن) قضیه بیهوشی

$$(F * h)(t) = \int_0^t F(\lambda) h(t-\lambda) d\lambda$$

خاصیت ها به هم می آید

$$\frac{1}{s(s-1)} = \frac{1}{s^3(s^2-1)} = \frac{1}{(s^2+1)(s^2+4)}$$

$$L^{-1} F(s) H(s) = \int_0^t f(\lambda) h(t-\lambda) d\lambda$$

$$F(s) H(s) = L \int_0^t f(\lambda) h(t-\lambda) d\lambda$$

Subject:

Year. Month. Date ()

$$\mathcal{L}^{-1} \frac{1}{s(s-1)} = \int_0^t e^{\lambda} d\lambda$$

$$\mathcal{L}^{-1} \frac{1}{s^2(s-1)} = \frac{1}{2} \int_0^t (\tau-\lambda)^2 \sinh \lambda d\lambda$$

$$\mathcal{L}^{-1} \frac{1}{(s^2+1)(s^2+4)} = \frac{1}{2} \int_0^t \sin 2\lambda \sin(\tau-\lambda) d\lambda$$

$$\mathcal{L}^{-1} \frac{1}{(s^2+1)^2} = \int_0^t \sin \lambda \sin(\tau-\lambda) d\lambda = k(\tau)$$

$$\mathcal{L}^{-1} \frac{s}{(s^2+1)^3} = \int_0^t k(\lambda) \cos(\tau-\lambda) d\lambda$$

$$\mathcal{L}^{-1} \frac{1}{(s-2)(s+3)^2} = \int_0^t \lambda e^{-3\lambda} e^{2(\tau-\lambda)} d\lambda$$

— | p' | y'' + y = f(x), y(0) = y'(0) = 0

$$s^2 Y + Y = F(s)$$

$$Y = \frac{1}{s^2+1} F(s) \Rightarrow y = \int_0^t \sin(n-t) f(t) dt$$

Subject:

Year. Month. Date. ()

$$= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{2}{s} + \int_0^t e^{-u} \phi(t-u) du \right\} \quad \text{--- } 1.2 \quad -2$$

$$\phi(t) = 1 + e^{2t}$$

$$\phi = 1$$

$$\Phi(s) = \frac{2}{s} + \Phi(s) \frac{1}{s-1}$$

$$\Phi(s) \left(1 - \frac{1}{s-1}\right) = \frac{2}{s} \Rightarrow \Phi(s) = 2 \frac{s-1}{s(s-2)}$$

$$\frac{s-2}{s-1}$$

$$\phi(t) = 1 + e^{2t}$$

$$= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} + \int_0^t y(u) \sin(t-u) du \right\} \quad \text{--- } 1.2 \quad -3$$

$$\phi(t) = 1 + \frac{t^2}{2}$$

$$Y = \frac{1}{s} + \frac{Y}{s^2+1} \Rightarrow Y \left(1 - \frac{1}{s^2+1}\right) = \frac{1}{s}$$

$$Y = \frac{s^2+1}{s^3} \Rightarrow 1 + \frac{t^2}{2}$$

$$f(t) = te^{-t} + \int_0^t \alpha f(t-\alpha) e^{-\alpha t} d\alpha \Rightarrow \phi(t) = \frac{1}{2} (1 - e^{-2t})$$

$$F = \frac{1}{(s+1)^2} + F \cdot \frac{1}{(s+1)^2} \quad F((s+1)^2 - 1) = 1$$

Subject:

Year. Month. Date. ()

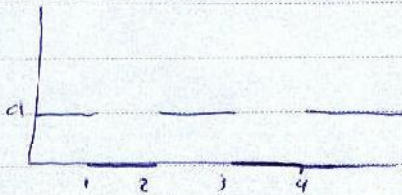
ماتریک آفاس

$$F = \frac{1}{(s+1)^2 - 1} \Rightarrow f = \frac{e^{-t}}{2} (e^t - e^{-t})$$

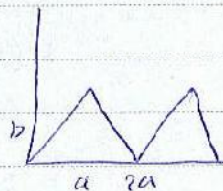
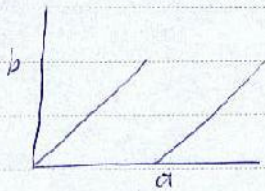
تابع متناوب:

$P(t+P) = f(P)$ ، P کو سیکرینہ عددی مانتے ہیں (دو بار لے کر صاف ہی کندہ (دورہ تکرار ہوتا ہے))

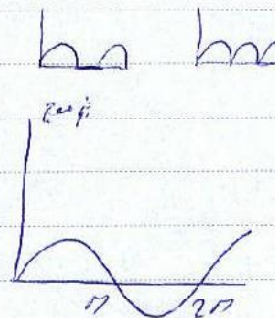
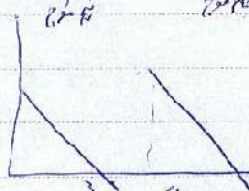
$$L f(t) = \frac{1}{1 - e^{-sP}} \int_0^P e^{-st} f(t) dt$$



$$\frac{a}{1 - e^{-sP}} \int_0^P e^{-st} dt = \frac{a}{s(1 - e^{-sP})}$$



دورہ تکرار
کرتی ہوگی



105

Subject:

Year. Month. Date. ()

