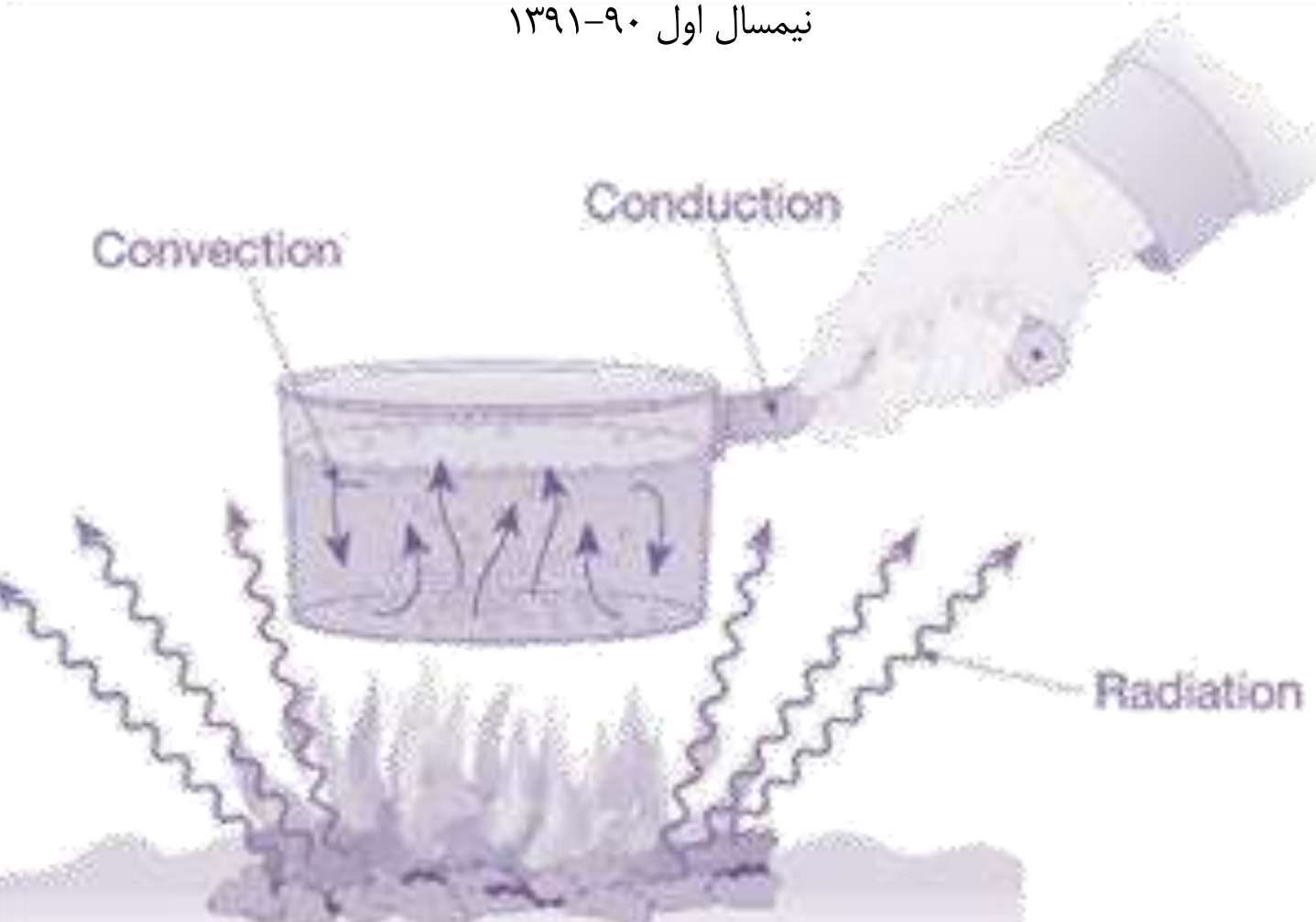
دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده مهندسی مکانیک

جزوه درس:

انتقال حرارت

استاد: دکتر محسن دوازده‌امامی
دانشجو: مهندس علی نصر

نیمسال اول ۹۰-۱۳۹۱



فصل ۱ - مقدمه

انتقال گرما به صورت انرژی انتقال یافته از یک سیستم به سیستم دیگر در اثر وجود اختلاف دمایی او سیستم تعریف می‌گردد
هرچه اختلاف دما بیشتر باشد نرخ انتقال گرما بیشتر می‌شود

هدایت: انتقال انرژی از ذرات پرانرژی یک ماده به ذرات کم انرژی مجاور و حاصل از برهم کنش بین ذرات
انتقال در مقیاس مولکولی (انرژی مولکول‌ها به صورت حرکت خطی، دورانی و نوسانی است)

قانون فوریه: انتقال گرما در اثر اندرکنش‌های مولکولی از نظر مقدار متناسب با گرادیان دما و از نظر جهت در خلاف جهت آن

K ضریب هدایت گرمایی $q_x = q''_x A$ نرخ انتقال گرما در دیواره‌ها $q''_x = -K \frac{dT}{dx}$ شار انتقال گرما

$q'' = q''_x i + q''_y j + q''_z k = -K \nabla T$ شکل سه بعدی قانون فوریه

مواد ایزوتروپیک یا همسانگرد: مواردی که ضریب هدایت گرمایی آن‌ها در جهات مختلف یکسان است

مواد غیر ایزوتروپیک ناهمسانگرد:

$$q''_x = -\left(K_{11} \frac{\partial T}{\partial x} + K_{12} \frac{\partial T}{\partial y} + K_{13} \frac{\partial T}{\partial z}\right)$$
$$q''_y = -\left(K_{21} \frac{\partial T}{\partial x} + K_{22} \frac{\partial T}{\partial y} + K_{23} \frac{\partial T}{\partial z}\right)$$
$$q''_z = -\left(K_{31} \frac{\partial T}{\partial x} + K_{32} \frac{\partial T}{\partial y} + K_{33} \frac{\partial T}{\partial z}\right)$$

نکات قانون فوریه: ۱- برای هر دو حالت پایا و ناپایا و برای تمام حالت‌های ماده (جامد، مایع و گاز) قابل استفاده است

ضریب هدایت گرمایی $K = -\frac{q''_x}{\partial T / \partial x}$ نسبت شار انتقال گرما به گرادیان دما $Btu/ft.hr.R \quad W/m^2K$

گازها < مایعات < جامدات غیر فلزی < آلیاژهای فلزی < فلزات خالص عایق < نیمه‌هادی < هادی

* ضریب هدایت گرمایی تابع حالت ماده است و تغییرات آن در اثر فشار می‌تواند در نظر گرفته شود با منظم‌تر شدن شبکه مولکولی ضریب هدایت هم افزایش می‌یابد
* در گازها ضریب هدایت گرمایی $K \propto T^{\frac{1}{2}}$ برای گازها ضریب هدایت گرمایی با جذر جرم مولکولی نسبت عکس دارد $K \propto M^{-\frac{1}{2}}$
* برای گازها $K < 0/1 \ W/m^\circ C$
* برای مایعات ضریب هدایت گرمایی با افزایش دما نسبت عکس دارد به جز آب و گلیسیرین $K \uparrow T \downarrow$ و با افزایش جرم مولکولی کاهش می‌یابد و به فشار حساس نیست به جز حوالی نقطه بحرانی
* ضریب هدایت گرمایی آب مایع با افزایش دما ابتدا افزایش می‌یابد و سپس کاهش می‌یابد
* در برخی از فلزات ضریب هدایت گرمایی با افزایش دما کاهش می‌یابد مثل مس و در برخی دیگر افزایش می‌یابد مثل آلومینیم و در برخی بدون تغییر می‌ماند مثل فولاد
* جامدات شکننده‌ای مانند الماس و جامدات نیمه‌هادی مثل سیلیکون‌ها هادی خوب گرما و هادی ضعیف جریان الکتریکی‌اند
* K در دما‌های بسیار پایین تغییر می‌کند ضریب هدایت گرمایی معمولاً با هدایت الکتریکی نسبت مستقیم دارد

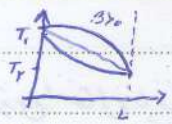
PAYCO

Subject:

Year : Month : Day : ( )

تابعیت ضریب هدایت گرمایی از دما

$K = K_0(1 + \beta T)$



انتقال گرمای جابه‌جایی دو مکانیزم دارد ۱- انتقال انرژی توسط حرکت تصادفی مولکولی (پخش گرمایی) ۲- حرکت توده‌ای یا ماکروسکوپی

مجموع هر دو مکانیزم ← جابه‌جایی حرکت توده سیال ← ادوکسیون

جابه‌جایی آزاد توسط حرکت بوسیله نیروهای شناوری جابه‌جایی اجباری توسط عوامل خارجی مثل پمپ، فن، باد

قانون سرمایش نیوتن

$q = hA(T_s - T_\infty)$

h به سیال بستگی ندارد بلکه به هندسه سطح، حرکت سیال و خواص جمی سیال بستگی دارد واحد $W/m^2 C$

ضریب جابه‌جایی گرمایی گاز < مایع جابه‌جایی آزاد < جابه‌جایی اجباری < جوشش < میعان

* در خلاء انتقال گرمایی جابه‌جایی نداریم

* در جابه‌جایی اجباری: h مستقل از دما جابه‌جایی آزاد: h تابعی از $\Delta T^{\frac{1}{4}}$ جوشش: h متناسب با ΔT^3

انتقال گرمای تشعشعی:

تشعشع نوعی از انرژی است که از یک ماده به صورت امواج الکترومغناطیس یا (فوتون) خارج می‌گردد

σ ثابت استفان بولتزمن $5.67 \times 10^{-8} W/m^2 K$ قانون استفان بولتزمن $q = A\sigma \cdot T_s^4$ حداکثر تشعشع (جسم سیاه)

$q = A\varepsilon\sigma T_s^4$

ε ضریب صدور سطح $0 < \varepsilon < 1$

نرخ خالص انتقال گرمای تشعشعی

$q_{rad} = \varepsilon A\sigma(T_s^4 - T_{surr}^4)$

$h_r = \varepsilon\sigma(T_s^2 + T_{surr}^2)(T_s + T_{surr})$

* انتقال گرمای تشعشعی فقط در دماهای بالا مطرح می‌شود ← در جامدات تیره فقط انتقال گرمای هدایت داریم ولی در جامدات غیرتیره روش تشعشع و هدایت داریم

* تشعشع در مقایسه با هدایت یا جابه‌جایی آزاد قابل ملاحظه است ولی در مقایسه با جابه‌جایی اجباری ناچیز است

* در دماهای خیلی بالا تشعشع در مقایسه با جابه‌جایی و هدایت مکانیزم اصلی انتقال است

قانون بقای انرژی

در حجم کنترل $\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_{gen} = \dot{E}_{st}$

$\dot{E}_{st}$: نرخ انرژی ذخیره شده در حجم کنترل $\left(\frac{dE_{st}}{dt}\right)$ در حالت پایا $\dot{E}_{st} = 0$

در سطح کنترل $\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out}$

PAYCO

خواص گرمایی مواد

خواص انتقالی مانند ضریب رسانایی گرمایی و نفوذ حرارت سینماتیکی

خواص ترمودینامیکی مانند ظرفیت گرمایی ویژه و چگالی

ضریب رسانایی گرمایی k معیاری از توانایی ذخیره گرمایی ρc_p بر حسب واحد جرم ρc_p بر حسب واحد حجم

برای مواد و جامدات $\rho c_p > 1\ MJ/m^3K$ گازها $\rho c_p \approx 1\ kJ/m^3K$

ضریب نفوذ گرمایی نسبت گرمای رسانیده شده به گرمای ذخیره شده توسط واحد حجم

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$$

هرچه α بیشتر باشد انتشار گرما در داخل ماده سریعتر است

α برای فلزات حدود 10^{-4} تا $10^{-5}\ m^2/s$ و برای عایق‌ها 10^{-6} تا $10^{-7}\ m^2/s$

P4YCO

Subject:

Year : Month : Day : ( )

فصل ۲ - معادلات انتقال گرما

معادله کلی انتقال گرما

$$\rho C \frac{DT}{Dt} = -\nabla \cdot q'' + \dot{q}$$

مشتق کلی دما نسبت به زمان ← تولید انرژی

معادله انتقال گرما در مختصات کارتزین

$$\rho C\left(\frac{\partial T}{\partial t} + u_x \frac{\partial T}{\partial x} + u_y \frac{\partial T}{\partial y} + u_z \frac{\partial T}{\partial z}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k \frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q}$$

هرگاه ضریب هدایت گرمایی ثابت و جابه جایی هم وجود نداشته باشد

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

معادله لاپلاس یک بعدی در مختصات کارتزین

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

معادله انتقال گرما در مختصات استوانه ای

$$\rho C\left(\frac{\partial T}{\partial t} + u_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial T}{\partial z}\right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(k r \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta}\left(k \frac{\partial T}{\partial \theta}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k \frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q}$$

هرگاه ضریب هدایت گرمایی ثابت بوده و جابه جایی هم نداشته باشیم

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

انتقال گرما در حالت پایا و یک بعدی بوده و تولید انرژی هم وجود نداشته باشد

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial T}{\partial r}\right) = 0$$

معادله انتقال گرما در مختصات کروی

$$\rho C\left(\frac{\partial T}{\partial t} + u_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{u_\phi}{r \sin\theta} \frac{\partial T}{\partial \phi}\right) =$$

$$= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}\left(k r^2 \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta}\left(k \sin\theta \frac{\partial T}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial}{\partial \phi}\left(k \frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \dot{q}$$

هرگاه ضریب هدایت گرمایی ثابت و جابه جایی هم نداشته باشیم

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta \frac{\partial T}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

انتقال گرمای پایا و یک بعدی بوده و تولید انرژی هم نداشته باشیم

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r}\right) = 0$$

معادله لاپلاس یک بعدی در مختصات مختلف

$$\frac{\partial}{\partial n}\left[n^? \frac{\partial T}{\partial n}\right] = 0 \qquad n=0 \text{ یا } n=1 \text{ یا } n=2$$

* هرگاه کره صلب همگون بوده و انتقال گرما در شرایط پایا باشد تغییرات در جهت θ و ϕ صفرات و تغییرات شعاعی داریم
* هرگاه استوانه صلب همگون باشد تغییرات در جهت θ صفرات

شرایط مرزی و اولیه

- دمای سطح ثابت شرط مرزی نوع اول یا دیریکله
- شار گرمایی ثابت در سطح شرط مرزی نوع دوم یا نیومن
- سطح آدیاباتیک عایق شده
- جابه جایی روی سطح شرط مرزی نوع سوم یا روبین

$$T(0,t) = T_s$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=0} = q''_s$$

$$\frac{\partial T}{\partial n}\Big|_{x=0} = 0$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=0} = h[T_\infty - T(0,t)]$$

PAYCO

فصل ۳ - انتقال گرمای هدایتی

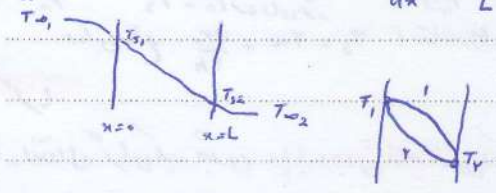
دیوار مسطح

۱- انتقال گرما یک بُعدی، پایا، بدون تولید انرژی

معادله گرما $\frac{\partial}{\partial x}\left(K\frac{\partial T}{\partial x}\right)=0$ ← با فرض هدایت گرمایی ثابت $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=0$ ← جواب عمومی $T(x)=C_1x+C_2$

شرایط مرزی $T(0)=T_{s,1}$ $T(L)=T_{s,2}$ ← توزیع دما $T(x)=\frac{T_{s,2}-T_{s,1}}{L}x+T_{s,1}$

نرخ انتقال گرمای هدایتی $q_x=-kA\frac{dT}{dx}=\frac{kA}{L}(T_{s,1}-T_{s,2})$ شار گرما $q''=\frac{q_x}{A}=\frac{k}{L}(T_{s,1}-T_{s,2})$



* در هدایت یک بُعدی نرخ انتقال گرما و شار انتقال گرما مستقل از x اند
* ۱- با افزایش دما K افزایش می یابد
۲- با افزایش دما K کاهش می یابد

۲- انتقال گرمای یک بُعدی پایا با تولید انرژی

معادله گرما $\frac{\partial}{\partial x}\left[K\frac{\partial T}{\partial x}\right]+\dot{q}=0$ ← با فرض هدایت گرمایی ثابت $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\dot{q}}{K}=0$ ← جواب عمومی $T(x)=\frac{-\dot{q}}{2K}x^2+C_1x+C_2$

شرایط مرزی $T(-L)=T_{s,1}$ $T(L)=T_{s,2}$ ← توزیع دما $T(x)=\frac{\dot{q}L^2}{2K}\left[1-\frac{x^2}{L^2}\right]+\frac{T_{s,2}-T_{s,1}}{2}\frac{x}{L}+\frac{T_{s,1}+T_{s,2}}{2}$

اگر دمای سطوح یکسان باشد $T(x)=\frac{\dot{q}L^2}{2K}\left[1-\frac{x^2}{L^2}\right]+T_s$ و $T_{max}=T_0=\frac{\dot{q}L^2}{2K}+T_s$ حداکثر دما در سطح میانی

و در سطح میانی گردیان دما صفرات (سطح آدیاباتیک)

اگر T_0 در مرکز و T_s در سطوح باشد $\frac{T(x)-T_0}{T_s-T_0}=\left(\frac{x}{L}\right)^2$

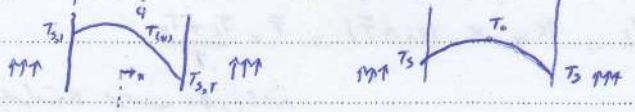
اگر دیواره در معادرت سیال با دمای T_∞ باشد $-k\frac{dT}{dx}\Big|_{x=L}=h(T_s-T_\infty)$ ← دمای سطح $T_s=T_\infty+\frac{\dot{q}L}{h}$

* اگر منحنی توزیع دما دارای $T(x,t)$ باشیم ← ماده در حال گرم شدن

اگر منحنی توزیع دما دارای ماکزیمم باشد ← ماده در حال سرد شدن یا وجود تولید انرژی داخلی

محل ماکزیمم دما x_{max} یا $x_{min}=\frac{k(T_{s,2}-T_{s,1})}{2L\dot{q}}$

* اگر منبع گرمایی داشته باشیم به محل دمای ماکزیمم نزدیکتر و اگر چاه گرمایی داشته باشیم به محل دمای مینیمم نزدیکتر است.



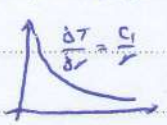
استوانه

۱- انتقال گرمای یک بُعدی، پایا، بدون تولید انرژی در استوانه توخالی

معادله گرما $\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[kr\frac{\partial T}{\partial r}\right]=0$ ← با فرض هدایت گرمایی ثابت $\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial T}{\partial r}\right]=0$ ← جواب عمومی $T(r)=C_1\ln r+C_2$

شرط مرزی $T(r_1)=T_1$ ، $T(r_2)=T_2$ ← توزیع دما $T(r)=\frac{T_1-T_2}{\ln(r_1/r_2)}\ln\left(\frac{r}{r_2}\right)+T_2$

نرخ انتقال گرمای هدایتی $q_r=-kA\frac{dT}{dr}=\frac{2\pi Lk(T_1-T_2)}{\ln(r_2/r_1)}$ شار گرمایی $q''_r=\frac{k(T_1-T_2)}{r\ln(r_2/r_1)}$



PAYCO

Subject:

Year : Month : Day : ( )

* در هدایت یک بُعدی، پایا و بدون تولید انرژی در یک استوانه نرخ انتقال گرما در جهت شعاعی ثابت است ولی شار گرما ثابت نیست

* در استوانه توخالی نقطه ای ماکزیمم یا مینیمم علاوه بر دیواره سطوح به نسبت شعاع با هم متفاوت است بنابراین با برابر بودن دمای سطوح الزامی جهت قرارگرفتن نقطه ای ماکزیمم یا مینیمم در وسط دیواره استوانه نیست

۲- انتقال گرمای یک بُعدی، پایا، با تولید انرژی در یک استوانه توپر

معادله گرما $\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[kr\frac{\partial T}{\partial r}\right]+\dot{q}=0$ ← k ثابت $\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial T}{\partial r}\right]+\frac{\dot{q}}{k}=0$ ← جواب عمومی $T(r)=-\frac{\dot{q}}{4k}r^2+C_1\ln r+C_2$

شرایط مرزی $T(r_0)=T_s$, $\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=0}=0$ ← توزیع دما $T(r)=\frac{\dot{q}r_0^2}{4k}\left[1-\frac{r^2}{r_0^2}\right]+T_s$ یا $\frac{T(r)-T_s}{T_0-T_s}=1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2$

دمای سطح استوانه در تعادل با سیال مجاور: $T_s=T_\infty+\frac{\dot{q}r_0}{2h}$ حداکثر دما در محور استوانه $T_{max}=T_0=\frac{\dot{q}r_0^2}{4k}+T_s$

۱- انتقال گرمای یک بُعدی، پایا، بدون تولید انرژی در یک کره توخالی

معادله گرما $\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[kr^2\frac{\partial T}{\partial r}\right]=0$ ← ضریب هدایت گرمایی ثابت $\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right]=0$ ← جواب عمومی $T(r)=-\frac{c_1}{r}+c_2$ و $\frac{\partial T}{\partial r}=\frac{c_1}{r^2}$

شرایط مرزی $T(r_1)=T_{s,1}$, $T(r_2)=T_{s,2}$ ← توزیع دما $T(r)=T_1-\frac{T_1-T_2}{1-\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}\left[1-\frac{r_1}{r}\right]$

نرخ انتقال گرمای پایا $q_r=-kA\frac{dT}{dr}=\frac{4\pi k(T_1-T_2)}{1/r_1-1/r_2}$ شار گرمایی $q''_r=\frac{k(T_{s,1}-T_{s,2})}{r^2(1/r_1-1/r_2)}$

۲- انتقال گرمای یک بُعدی، پایا، با تولید انرژی در یک کره توپر

معادله گرما $\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[kr^2\frac{\partial T}{\partial r}\right]+\dot{q}=0$ ← $k=const$ $\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right]+\frac{\dot{q}}{k}=0$ ← جواب عمومی $T(r)=-\frac{\dot{q}r^2}{6k}-\frac{c_1}{r}+c_2$

شرایط مرزی $T(r_0)=T_s$ $\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=0}=0$ ← توزیع دما $T(r)=-\frac{\dot{q}r_0^2}{6k}\left[\frac{r^2}{r_0^2}-1\right]+T_s$

دمای سطح کره در تعادل با دمای سیال $T_s=T_\infty+\frac{\dot{q}r_0}{3h}$ حداکثر دما در مرکز $T_{max}=T_0=\frac{\dot{q}r_0^2}{6k}+T_s$

تعیین نرخ انتقال گرما

با شرط ۱- حالت پایا ۲- بدون تولید گرما ۳- انتقال گرما در یک بُعدی ← q ثابت $q=-kA\frac{dT}{dn}\Rightarrow q=-\frac{\int k\,dT}{\int\frac{dn}{A}}$ ← جهت n_1,n_2,n_3

* اگر تغیرات k بر حسب T خطی باشد می توانیم از دمای میانگین استفاده کنیم یعنی اگر

$k=k_0(1+\beta T)\rightarrow q''=k_m\frac{T_1-T_2}{L}$, $k_m=k_0(1+\beta\bar{T})$, $\bar{T}=\frac{T_1+T_2}{2}$

$k=k_0(1+\alpha x)\rightarrow q''=\frac{T_1-T_2}{\frac{1}{\alpha k_0}\ln\frac{1+\alpha x_2}{1+\alpha x_1}}$

* هرگاه تغیرات k بر حسب مکان باشد

مقاومت گرمایی نسبت پتانسیل راننده به نرخ انتقال گرمای مربوطه تعریف می‌کنیم $R_{cond} = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{q_x}$ $R_{conv} = \frac{1}{hA}$ $R_{rad} = \frac{1}{h_r A}$

مقاومت گرمایی یک محیط به هندسه و خواص گرمایی آن وابسته است

۱- دیوار مسطح هدایت $R_{cond} = \frac{L}{kA}$ جابجایی $R_{conv} = \frac{1}{hA}$ تشعشع $R_{rad} = \frac{1}{h_r A}$

۲- استوانه هدایت $R_{cond} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L k}$ جابجایی $R_{conv} = \frac{1}{2\pi r_2 L h}$

۳- کره هدایت $R_{cond} = \frac{1/r_1 - 1/r_2}{4\pi k}$ جابجایی $R_{conv} = \frac{1}{4\pi r_2^2 h}$

دیوار مرکب

نرخ انتقال گرمای یک بعدی $q_x = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{\sum R_t}$ $q_x = \frac{T_i - T_j}{R_{t,ij}}$

عبارت شبیه قانون اهم است

$q_x = UA\Delta T$ $U = \frac{1}{R_t A}$

* هرگاه تولید انرژی داخلی وجود دارد نمی‌توان از مفهوم مقاومت گرمایی استفاده کرد

k زیاد ← ΔT کم شیب کم k کم ← ΔT زیاد شیب زیاد

عایق بندی عایق گرمایی دارای ضریب هدایت گرمایی پایین بوده

- در محاسبات مربوط به عایق از ضریب هدایت گرمایی موثر استفاده می‌شود که تابعی از ضریب هدایت گرمایی عایق، خواص تشعشعی سطح ماده جامد و کسر حجمی فضای حفره‌ای است

- عایق نباید حفره هوا و همچنین آب جذب کرده باشد

* چند عایق که ضریب هدایت گرمایی آن‌ها تابع دما باشد بخش سرد $|k_1|k_2|k_3|$ بخش گرم

k_1: تابع نزولی از دما k_2: تابع مستقل از دما k_3: تابع صعودی از دما

* چند عایق که ضریب هدایت گرمایی آن‌ها مستقل از دما باشد فرض $|k_1 > k_2 > k_3$

الف) مختصات کارتزین فرقی ندارد ب) مختصات استوانه‌ای و کروی بخش سرد $|k_1|k_2|k_3|$ بخش گرم

* هرگاه $k \to \infty$ میل کند داریم $\frac{dT}{dx} \to 0$

مقاومت گرمایی تماس عاملی که سبب افت دما در سطح تماس بین دو جامد می‌شود و ناشی از زبر بودن سطوح در حال تماس است

مقاومت گرمایی تماس $R''_{t,c} = \frac{T_A - T_B}{q''_x}$ $\frac{q}{A} = \frac{T_1 - T_{2A}}{L_A/k_A} = \frac{T_{2A} - T_{2B}}{R_{t,c}} = \frac{T_{2B} - T_2}{L_B/k_B}$

T_1 — T_A — T_B — T_2

$\frac{q}{A} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{L_A}{k_A} + R_{t,c} + \frac{L_B}{k_B}}$

روش کاهش مقاومت گرمایی تماس: ۱- افزایش فشار تماس ۲- کاهش زبری سطوح ۳- استفاده از سیال با ضریب هدایت گرمایی

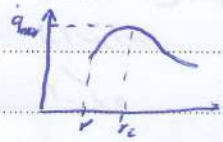
P4YCO

Subject:

Year : Month : Day : ( )

شعاع بحرانی

استوانه یا کره ای توسط ماده ای عایق بندی شده با افزایش ضخامت عایق مقاومت جابجایی کاهش یافته ولی مقاومت هدایتی افزایش می یابد



* در شعاع بحرانی مقاومت گرمایی حداقل و در نتیجه اتلاف گرما حداکثر مقدار را خواهد داشت شعاع عایق باید از شعاع بحرانی بیشتر باشد تا اتلاف حرارتی کاهش پیدا کند

$r_c = 0$ دیوار مسطح $r_c = \frac{2k}{h}$ برای کره $r_c = \frac{k}{h}$ برای استوانه

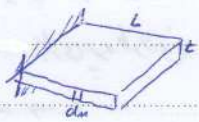
* در حالتی که استوانه یا کره چندلایه داشته باشیم برای تعیین شعاع بحرانی از ضریب هدایت گرمایی k آن فرمی را انتخاب می کنیم که در تماس با محیط است استفاده می کنیم

فصل ۴ سطوح گسترش یافته (پره‌ها)

معادله دیفرانسیل حاکم

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \left(\frac{1}{A_c}\frac{dA_c}{dx}\right)\frac{dT}{dx} - \left(\frac{1}{A_c}\frac{h}{K}\frac{dA_s}{dx}\right)(T-T_\infty) = 0$$

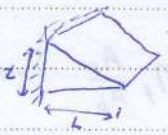
پره مستطیلی



$$-KA\frac{d^2T}{dx^2} = hP(T-T_\infty) \longrightarrow \text{فرض } \theta = T-T_\infty \qquad m^2 = \frac{hP}{KA}$$

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0$$

پره مثلثی



$$x\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{dT}{dx} = \frac{2hL}{Kt}(T-T_\infty) \longrightarrow \text{فرض } \theta = T-T_\infty \qquad m^2 = \frac{2hL}{Kt}$$

$$x^2\frac{d^2\theta}{dx^2} + x\frac{d\theta}{dx} - m^2x\theta = 0$$

پره ذوزنقه‌ای

$$x^2\frac{d^2\theta}{dx^2} + 2x\frac{d\theta}{dx} - m^2x\theta = 0 \qquad m^2 = \frac{2hL}{KR}$$

توزیع دما در پره‌ها با سطح مقطع یکنواخت

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m\theta = 0 \longrightarrow \theta(x) = C_1e^{mx} + C_2e^{-mx}$$

$$x\to\infty \quad T=T_\infty,\ \theta=0 \longrightarrow \frac{\theta}{\theta_b} = e^{-mx}$$

۱ پره نوع اول (پره طولانی) دمای انتهای پره تقریباً دمای محیط برابر است

طول پره درصدی به حساب می‌آید که $mL > 2.65$

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL}$$ توزیع دما

۲ پره نوع دوم (نوک پره عایق)

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh m(L-x) + (h/mk)\sinh m(L-x)}{\cosh mL + (h/mk)\sinh mL}$$

۳ پره نوع سوم (انتقال گرمای جابجایی در نوک پره)

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\theta_L/\theta_b \sinh mx + \sinh m(L-x)}{\sinh mL}$$

۴ پره نوع چهارم (دمای نوک پره مشخص)

انتقال گرما در پره‌ها

روش اول $q_f = -KA\left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=0}$ گرمای منتقل شده از پایه به پره

روش دوم $q_f = \int_0^L hA\theta\,dx$ گرمای منتقل شده از پره به محیط

$$M = \sqrt{hpKA_c}\,\theta_b$$

پره طولانی $q_f = M$ نوک پره عایق $q_f = M\tanh(mL)$ انتقال گرما جابجایی $q_f = M\frac{\sinh mL + (h/mk)\cosh mL}{\cosh mL + (h/mk)\sinh mL}$

$$q_f = M\frac{\cosh(mL) - \theta_L/\theta_b}{\sinh(mL)}$$

PAYCO

Subject:

Year : Month : Day : ( )

راندمان پره: نسبت نرخ انتقال گرمای واقعی از پره به نرخ انتقال گرمای ایده‌آل از پره

$$\eta_f = \frac{q_f}{q_{max}}$$

$$q_{max} = hA_f(T_b - T_\infty) = hpL\theta_b$$

انتقال گرما از پره: در همه‌ی نقاط پره در مقدار T_b یکنواخت باقی بماند ← این یک پره ایده‌آل است

برای پره‌ی نازک عایق $\eta_f = \frac{\tanh(mL)}{mL}$ برای پره طولانی $\eta_f = \frac{1}{mL}$

$L \to \infty : \eta_f \to 0$ $L \to 0 : \eta_f \to 1$

ضریب تاثیر پره: نسبت نرخ انتقال گرما با وجود پره به نرخ انتقال گرما بدون وجود پره

$$\varepsilon_f = \frac{q_f}{hA_{c,b}\theta_b} = \eta_f \frac{A_f}{A_b}$$

A_f: کل سطح پره A_b: سطح مقطع پره

* در صورتی از پره استفاده می‌شود که $\varepsilon_f \geq 2$ باشد

* $\varepsilon \uparrow \Rightarrow \eta \uparrow$

برای پره‌ی نازک عایق $\varepsilon = \sqrt{\frac{kP}{hA_c}}\tanh mL$ برای پره‌ی طولانی $\varepsilon = \sqrt{\frac{kP}{hA_c}}$

* هرچه ضریب هدایت گرمایی k پره بیشتر و ضریب جابجایی گرمایی h کمتر باشد راندمان پره بیشتر خواهد شد

* در پره‌های نوع اول ε_f مستقل از L است در پره‌های نوع دوم و سوم $L \uparrow \Rightarrow \varepsilon_f \uparrow$

* $k \uparrow \Rightarrow \eta, \varepsilon \uparrow$ $h \downarrow \Rightarrow \eta, \varepsilon \uparrow$

* $\frac{P}{A_c} \uparrow \Rightarrow \eta, \varepsilon \uparrow$

- تأثیر پره در انتقال حرارت نسبت به حالتی که هیچ پره‌ای وجود نداشته باشد وقتی ضریب جابجایی محیط کاهش و ضریب هدایت پره افزایش یابد

* مایعات در حال جوش یا دارای سرعت زیاد ضریب جابجایی بالایی دارند

* اقتصادی‌ترین شکل پره در حالتی است که شکل آن منطبق بر توزیع دمای پره باشد ▷

* بخاطر هزینه شکلی یا محدودیت ساخت می‌شود ▷

* پره‌ها معمولاً در سمت سیال گازی که h کمتری دارد نصب می‌شوند

* موقعی که انتقال گرما به صورت جابجایی طبیعی است نیاز بیشتری به استفاده از پره است

* پره‌های مثلثی و سهمی دارای ماده کمتری هستند و کارایی آن‌ها از پره‌های مستطیلی بالاتر است در نتیجه برای کاربردهایی که نیاز به وزن حداقل دارند (مثلاً کاربردهای فضایی) از این پره‌ها استفاده می‌شود

* از لحاظ پخش گرما برداشت جرم پره‌های با پروفیل سهمی گون حداکثر مقدار را دارند

* نسبت محیط پره به سطح مقطع آن $(\frac{P}{A_c})$ باید تا حد ممکن بزرگ باشد به همین دلیل از پره‌های نازک با فاصله کم استفاده می‌شود

* در طراحی پره‌ها بهتر است جایی که دما بالا است سطح مقطع را زیاد و جایی که دما پایین است سطح مقطع را کمتر در نظر بگیریم

PAYCO

* اریپره‌ای مواری مقدار بهینه فاصله بین دو پره عبارتند از دو برابر ضخامت لایه مرزی گرمایی که روی هر پره در انتهای آن تشکیل می‌شود

اگر n پره استاندارد در واحد طول لوله‌ای مکی $\eta_o = \frac{q_t}{q_{t,max}} = \frac{q_t}{hA_t\theta_b}$ $A_t = A_b + nA_f$ سطح پره A_f سطح اصلی A_b

$$\eta_o = 1 - \frac{nA_f}{A_t}(1-\eta_f)$$

* ضریب تأثیر کلی پره به مقدار پره‌ها در واحد طول و ضریب تأثیر هرکدام از پره‌ها بستگی دارد

روش L پره‌ها

می‌توان با استفاده از یک طول اصلاح شده، رابطه بدست آمده برای پره مستطیلی غیرعایق را برای پره مستطیلی عایق به کار برد

طول اصلاح شده

$$L_c = L + \frac{A}{P}$$

برای یک پره با مقطع اصلاح شده مستطیلی به طول L و ضخامت t و عمق z

$$L_c = L + \frac{zt}{2(z+t)}$$

اگر $z \gg t$

$$L_c = L + \frac{t}{2}$$

برای یک پره استوانه‌ای شکل به قطر d

$$L_c = L + \frac{d}{4}$$

* شرط آنکه بتوان پره را مستطیلی فرض نمود آنکه در آن انتقال گرما یک بعدی است $\left(\frac{hL}{2k}\right)^{\frac{1}{2}} \leq \frac{1}{2}$ یا $\frac{ht}{k} \leq \frac{1}{2}$

PAYCO

Subject:

Year : Month : Day : ( )

فصل ۵ - انتقال گرمای هدایتی چند بُعدی

$q = SK(T_1 - T_2)$ ضریب شکل هدایت S را ضریب شکل سیستم گویند که واحد آن m

مقاومت گرمایی یک سیستم دو بُعدی $R = \frac{1}{SK}$

دیواره $Q = \frac{kA}{L}(T_1 - T_2)$ $S = \frac{A}{L}$

پوسته استوانه‌ای $Q = \frac{2\pi kL}{\ln(r_2/r_1)}(T_1 - T_2)$ $S = \frac{2\pi L}{\ln(r_2/r_1)}$

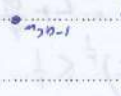
پوسته کروی $Q = \frac{4\pi k r_1 r_2}{r_2 - r_1}(T_1 - T_2)$ $S = \frac{4\pi r_1 r_2}{r_2 - r_1}$

* ضریب شکل یک مخزن استوانه‌ای از مخازن کروی و مکعبی کمتر است در نتیجه اتلاف گرما از مخازن استوانه‌ای نسبت به بقیه کمتر است و دلیل نگهداری گازهای مایع در مخازن استوانه‌ای شکل است

روش‌های عددی

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{m+\frac{1}{2},n} \approx \frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} \qquad \left.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right|_{m,n} \approx \frac{T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 2T_{m,n}}{(\Delta x)^2}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{m,n-\frac{1}{2}} \approx \frac{T_{m,n} - T_{m,n-1}}{\Delta x} \qquad \left.\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right|_{m,n} \approx \frac{T_{m,n+1} + T_{m,n-1} - 4T_{m,n}}{(\Delta y)^2}$$



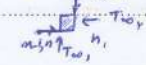
- در صورتی که تولید انرژی نداشته باشیم و شرایط جابه‌جایی وجود نداشته باشد $T_{m,n} = \frac{1}{4}(T_{m,n+1} + T_{m,n-1} + T_{m+1,n} + T_{m-1,n})$
- در حالت یک بُعدی به‌جای $\frac{1}{4}$ عدد $\frac{1}{2}$ و در حالت سه بُعدی $\frac{1}{6}$ قرار می‌گیرد.
- در حالت تولید انرژی داخلی $\dot{q}$ $T_{m,n+1} + T_{m,n-1} + T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 4T_{m,n} + \frac{\dot{q}(\Delta x \cdot \Delta y)}{k} = 0$

روش موازنه انرژی

جهت سهولت جریان‌های گرمایی به گره در نظر می‌گیریم. معادله موازنه انرژی با فرض جریان با ثابت و تولید انرژی

$$\dot{E}_{in} + \dot{E}_g = 0 \rightarrow \sum_{i=1}^{4} q_{(i)\rightarrow(m,n)} + \dot{q}(\Delta x \Delta y) = 0$$

$$k\left(\frac{\Delta y}{2} \times 1\right)\frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} + k\left(\frac{\Delta x}{2} \times 1\right)\frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta y} + h_1\left(\frac{\Delta x}{2} \times 1\right)(T_{\infty_1} - T_{m,n}) + h_2\left(\frac{\Delta y}{2} \times 1\right)(T_{\infty_2} - T_{m,n}) + \dot{q}\frac{\Delta x \Delta y}{2 \times 2} = 0$$



$$Bi = \frac{h\Delta x}{k}$$

* در حالتی که روی سطح جسم جابه‌جایی گرمایی داشته باشیم داریم $T_{m,n}$ را می‌توانیم داشته باشیم $T_{m,n} = \frac{a + Bi\,T_\infty}{b + Bi}$

a : مجموع ردیای نقاط مجاور که به صورت هدایتی گرما می‌گیرند

b : تعداد نقاط ذکر شده در a

- حالت ۱ - گره گوشه داخلی با جابه‌جایی

$$T_{m,n} = \frac{T_{m,n-1} + T_{m-1,n} + (T_{m+1,n} + T_{m,n-1})/2 + Bi\,T_\infty}{2 + Bi}$$

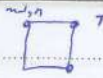
- حالت ۲ - گره در سطح مستوی با جابه‌جایی

$$T_{m,n} = \frac{T_{m-1,n} + (T_{m,n+1} + T_{m,n-1})/2 + Bi\,T_\infty}{2 + Bi}$$

PAYCO

حالت ۳: گره در گوشه خارجی با جابه جایی

$$T_{m,n}=\frac{(T_{m-1,n}+T_{m,n-1})/2+B_i T_\infty}{1+B_i}$$



اگر مرز عایق باشد $h=0$ یا $B_i=0$

۳ حالت برای صفحه عایق

۱) صفحه از یک طرف عایق

$$T_{m,n}=\frac{T_{m,n+1}+T_{m,n-1}+2T_{m-1,n}}{4}$$

۲) صفحه از دو طرف عایق

$$T_{m,n}=\frac{2T_{m,n}+2T_{m-1,n}}{4}=\frac{T_{m,n+1}+T_{m-1,n}}{2}$$

۳) نقطه در گوشه قرار دارد که یک مرز عایق و یک مرز تبادل جابه جایی

$$T_{m,n}=\frac{T_{m,n-1}+(T_{m-1,n}+T_{m,n})/2+B_i T_\infty}{2+B_i}$$

تعیین ضریب شکل هدایت گرمایی در روش ترسیمی

$$S=\frac{ML}{N}$$

L: طول مسیر از جهت عمود بر صفحه N: تعداد کل خانه‌های رسم M: تعداد مسیر

$$S=\frac{4\cdot 1}{6}$$

Subject:

Year : Month : Day : ( )

فصل ۶ - هدایت گرمای ناپایا

معادله انتقال گرما برای حالت ناپایا بدون تولید انرژی $T = T(x,y,z,t)$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

روش ظرفیت گرمایی متمرکز

- دمای جسم با زمان تغییر می‌کند ولی در کل جسم در هر لحظه یکنواخت می‌ماند

عدد بیو Bi L_c طول مشخصه جسم $L_c = \frac{V}{A}$

$$Bi = \frac{h L_c}{k}$$

(بی بُعد)

$$Bi = \frac{L_c/k}{1/h} = \frac{\text{مقاومت در مقابل هدایت گرمایی در داخل جسم}}{\text{مقاومت در مقابل جابجایی گرمایی در سطح جسم}} \rightarrow Bi = \frac{h\Delta T}{k\Delta T/L} = \frac{\text{جابجایی در سطح جسم}}{\text{هدایت در داخل جسم}}$$

هرگاه عدد بیو صفر شود روش ظرفیت گرمایی متمرکز کاملاً دقیق است ولی در حالت کلی $Bi < 0.1$

هر قدر عدد بیو کوچکتر باشد توزیع دما در داخل جسم یکنواخت‌تر است و $T(x,t) \approx T(t)$

* عدد بیو به خواص سیال و جامد بستگی دارد

طول مشخصه $L_c = \frac{D}{6}$: کره به شعاع R که $L_c = \frac{R}{3} = \frac{D}{6}$: سیلندری به طول L و قطر D

اگر یک یا چند وجه مکعب عایق باشد در $\frac{V}{A}$ به منظور گرفتن شار مکعبی با دو وجه عایق $L_c = \frac{D}{4}$

استوانه‌ای به طول L و قطر D $L_c = \frac{DH}{4H+2D}$ دیواره‌ای به ضخامت L $L_c = \frac{L}{2}$

اگر سطح مقطع استوانه مربع باشد $H \gg B$ $L_c = \frac{D}{4}$

با اعمال موازنه انرژی برای یک جسم می‌توان معادله توزیع دما را برای روش ظرفیت گرمایی فشرده به دست آورد

$$hA(T_\infty - T) = mC_p\frac{dT}{dt} \rightarrow \frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-t/\tau}$$

τ ثابت زمانی $= \frac{\rho V C_p}{hA}$

هر قدر ثابت زمانی کوچک‌تر باشد زمان رسیدن دمای جسم به دمای محیط کمتر است

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{\tau_2}{\tau_1}$$

عدد فوریه Fo (بی بُعد)

$$Fo = \frac{\alpha t}{L^2}$$

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-Bi.Fo}$$

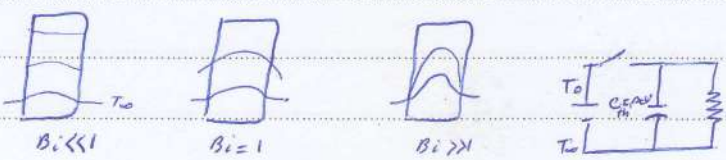
$$\alpha = \frac{k}{\rho C}$$

در یک زمان معین $\sqrt{\alpha t}$ را عمق نفوذ گرمایی می‌نامند در نتیجه عدد فوریه کسری از عمق جسم است که گرما به آن نفوذ کرده

$L \to \infty$ و $t = 0$ عدد فوریه برابر صفر است

در صورت وجود جابجایی مقاومت سرد

مدار گرمایی مربوطه روش ظرفیت گرمایی فشرده



میزان انتقال گرما در هر لحظه

$$Q_i = \rho C V\frac{dT}{dt} = -hA(T_i - T_\infty)e^{-t/\tau} = -hA(T_i - T_\infty)e^{-Bi.Fo}$$

میزان انتقال گرمای کل از ابتدا تا t

$$Q_t = \int_0^t Q_i\,dt = \rho C V(T_i - T_\infty)(e^{-t/\tau} - 1) = \rho C V(T_i - T_\infty)(e^{-Bi.Fo} - 1)$$

PAYCO

اثرات مکان

در حالتی که $Bi > 0.1$ (روش ظرفیت گرمایی استفاده نمی‌شود) باید اثرات مکانی را هم وارد بحث کنیم. برای انتقال گرمای یک بعدی بدون تولید انرژی و ضریب هدایت گرمایی ثابت معادله انتقال گرما ← شرایط اولیه + شرایط مرزی +

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

جسم نیمه بی‌نهایت جسمی است که از یک جهات به جز یک جهت تا بی‌نهایت گسترش یافته است

شرایط مرزی $T(0,t) = T_s$, $T(\infty,t) = T_i$

شرایط اولیه $T(x,0) = T_i$

معادله توزیع دما $\frac{T(x,t) - T_s}{T_i - T_s} = erf\left[\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right]$

معادله شار گرمایی $q''_x(t) = \frac{k(T_s - T_i)}{\sqrt{\pi\alpha t}} = \frac{T_s - T_i}{\sqrt{\pi t}}\sqrt{k\rho c}$

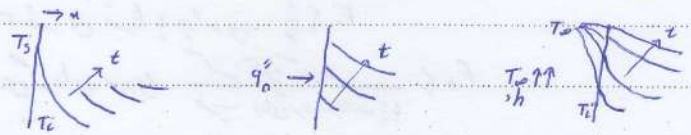
* $\sqrt{k\rho c}$ افیوزیویته: معیاری برای عکس العمل گرمایی یک سیستم بعد از اعمال یک تغییر ناگهانی

در جسم نیمه بی‌نهایت ← $Fo \ll 1$ یا $\alpha t \ll L$

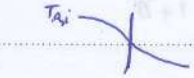
* $x = \sqrt{2\alpha t}$ شدت گرم شدن یا سرد شدن یک جسم است

۱) دیواره در معرض شار گرمایی ثابت در سطح ← شرایط مرزی اول ←

$$x=0 : \quad q''_0 = -k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0}$$



- دو جسم بی‌نهایت را که ابتدا در دماهای یکنواخت $T_{B,i} > T_{A,i}$ هستند را در نظر بگیرید. اگر این دو جسم در سطح آزاد خود در تماس با یکدیگر قرار گیرند



$$m_A = \sqrt{k_A \cdot \rho_A \cdot c_A}$$

$$T_s = \frac{m_A T_{A,i} + m_B T_{B,i}}{m_A + m_B}$$

ترموکوپل ها

پاسخ ترموکوپل: مدت زمان لازم جهت رسیدن ترموکوپل به دمای محیط

حساسیت ترموکوپل: مدت زمان لازم جهت رسیدن دمای ترموکوپل به ۶۳.۲ درصد اختلاف دمای اولیه‌اش با محیط

* در یک ثابت زمانی اختلاف دمای ترموکوپل و سیال به ۳۶.۸ درصد اختلاف دمای اولیه می‌رسد

برای کوتاه بودن پاسخ ترموکوپل ثابت زمانی $\frac{mc}{hA} = \frac{\rho V c}{hA} = \tau$ باید کوچک باشد که باید جرم ترموکوپل به ازای واحد سطح آن کم باشد

۱) برای اندازه‌گیری دقیق تر طول ترموکوپل باید بلند باشد (نظر برطول $\frac{1}{10}$)

۲) برای انعکاس مستقل و بهتر است ترموکوپل به صورت موازی نصب شود

PAYCO

Subject:

Year : Month : Day : ( )

۳) روش گاز بهواره از روش‌های ترسیمی پیش است و با افزایش سرعت سیال h افزایش یافته و خطا کمتر می‌شود و بهتر است سطح تبادل برای باشد

روش تفاضل محدود برای انتقال گرمای ناپایا

معادله انتقال گرمای دو بعدی در حالت ناپایا

$$\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

در زمان p

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \simeq \frac{T^p_{m+1,n} - 2T^p_{m,n} + T^p_{m-1,n}}{(\Delta x)^2} \qquad \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \simeq \frac{T^p_{m,n+1} - 2T^p_{m,n} + T^p_{m,n-1}}{(\Delta y)^2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T^{p+1}_{m,n} - T^p_{m,n}}{\Delta t}$$

روش صریح (برای گره داخلی)

معادله‌ی همگرایی $F_o = \frac{\alpha \Delta T}{\Delta x^2}$ $\quad T^{p+1}_{m,n} = F_o\left(T^p_{m,n+1} + T^p_{m,n-1} + T^p_{m+1,n} + T^p_{m-1,n}\right) + (1-4F_o)T^p_{m,n}$

برای عدم نقض قانون دوم ترمودینامیک باید $1-4F_o \geq 0 \longrightarrow F_o \leq \frac{1}{4}$

شرط پایداری $F_o \leq \frac{1}{2}$ $\quad$ در حالت یک بعدی $T^{p+1}_{m,n} = F_o\left(T^p_{m+1} + T^p_{m-1}\right) + (1-2F_o)T^p_m$

برای حالت ۳ بعدی شرط پایداری $F_o \leq \frac{1}{6}$

* شرط پایداری گره‌های مرزی $F_o \leq \frac{\text{ضریب گره مجهول}}{\text{ضریب دماهای گره در حالت پایا}}$

$F_o \leq \frac{\frac{1}{4}}{1+B_i}$

$F_o \leq \frac{\frac{1}{4}}{2+B_i}$

$F_o \leq \frac{\frac{1}{4}}{1+\frac{B_i}{2}}$

روش ضمنی (روش پایدار)

$$T^{p+1}_{m,n}(1+4F_o) - F_o\left(T^{p+1}_{m+1,n} + T^{p+1}_{m-1,n} + T^{p+1}_{m,n+1} + T^{p+1}_{m,n-1}\right) = T^p_{m,n}$$

همانیت ناپایا در سیستم‌های چند بعدی (از نتایج حالت یک بعدی برای حل مسائل سیستم‌های چند بعدی استفاده کرد.)

$$A(x,t) = \frac{T(x,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}$$ جسم نیمه بی‌نهایت

$$B(x,t) = \frac{T(x,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}$$ دیوار مطلع

$$C(x,t) = \frac{T(x,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}$$ استوانه نیمه

۱) دیوار نیمه بی‌نهایت $A \times B$

۲) استوانه نیمه بی‌نهایت $A \times C$

۳) استوانه کوتاه $B \times C$

۴) میله مستطیلی نامحدود $A_1 \times A_2$

۵) میله مستطیلی نیمه بی‌نهایت $A_1 \times B_1 \times B_2$

PAYCO

Subject:

Year : Month : Day : ( )

برای محاسبه میزان انتقال گرما در حالت پایا دو بُعدی و سه بُعدی

$$\left(\frac{Q}{Q_i}\right)_{\text{کل}} = \left(\frac{Q}{Q_i}\right)_1 + \left(\frac{Q}{Q_i}\right)_2 - \left(\frac{Q}{Q_i}\right)_1 \left(\frac{Q}{Q_i}\right)_2 \quad \text{دو بُعدی}$$

$$\left(\frac{Q}{Q_i}\right)_{\text{کل}} = \left(\frac{Q}{Q_i}\right)_1 + \left(\frac{Q}{Q_i}\right)_2 + \left(\frac{Q}{Q_i}\right)_3 - \left(\frac{Q}{Q_i}\right)_1 \left(\frac{Q}{Q_i}\right)_2 - \left(\frac{Q}{Q_i}\right)_2 \left(\frac{Q}{Q_i}\right)_3 - \left(\frac{Q}{Q_i}\right)_3 \left(\frac{Q}{Q_i}\right)_4 + \left(\frac{Q}{Q_i}\right)_1 \left(\frac{Q}{Q_i}\right)_2 \left(\frac{Q}{Q_i}\right)_4 \quad \text{سه بُعدی}$$

Q گرمای مبادله شده در زمان دلخواه t Q_i گرمای داخلی جسم در حالت اولیه نسبت به محیط

PAYCO

Subject:

Year : Month : Day : ( )

فصل ۷ - انتقال گرمای جابه‌جایی

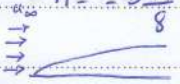
شار انتقال گرمای جابه‌جایی موضعی $q''_{conv} = h(T_w - T_\infty)$

نرخ انتقال گرمای کلی $q = \bar{h} A (T_w - T_\infty)$

h ضریب جابه‌جایی موضعی $\bar{h}$ ضریب جابه‌جایی میانگین $\bar{h} = \frac{1}{A_s}\int_{A_s} h\, dA_s = \frac{1}{L}\int_0^L h\, dx$

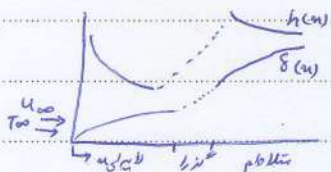
* با توجه به رشد لایه مرزی روی صفحه با افزایش فاصله از لبه ضرایب جابه‌جایی موضعی و میانگین و شار گرما کاهش پیدا می‌کند

* هرگاه توزیع دما به صورت $\frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} = a + b\left(\frac{y}{\delta}\right) + \dots$ باشد ← $h = -\frac{bk}{\delta}$



لایه مرزی سرعت

$\tau_s = \mu \left.\frac{\partial v}{\partial y}\right|_{y=0}$ $F_D = C_f A \frac{\rho V_\infty^2}{2}$ $Re_x = \frac{\rho V_\infty x}{\mu}$ $Re_c = 5\times 10^5$ رینولدز بحرانی صفحه



لایه مرزی گرمایی ناحیه‌ای از سیال که در آن گرادیان دما وجود دارد لایه مرزی گرمایی گویند

معادلات لایه مرزی

۱. لایه مرزی سرعت

- تنش‌های عمودی ناچیزند $\frac{\partial u_x}{\partial x} \gg \frac{\partial u_x}{\partial x}, \frac{\partial u_y}{\partial y}, \frac{\partial u_y}{\partial x}$

معادله پیوستگی $\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0$ معادله اندازه حرکت در جهت x $u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}$

۲. لایه مرزی گرمایی

مبادله در جهت y خیلی بیشتر از مبادله در جهت x است $\frac{\partial T}{\partial y} \gg \frac{\partial T}{\partial x}$

معادله انرژی $u_x \frac{\partial T}{\partial x} + u_y \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\nu}{c_p}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$

صرف کار برخی ← ← صرف مقدار ناچیز انرژی داده شده به جرم کنترل توسط هدایت

$\frac{\nu}{c_p}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$ در دو حالت دارای اهمیت است ۱. سیال دارای عدد پرانتل بالا ۲. سرعت سیال خیلی زیاد

کار برخی در حالتی قابل صرف نظر است که $E_c Pr \ll 1$

E_c عددی بی‌بعد است که به صورت $E_c = \frac{V_\infty^2}{c_p T}$ است و صرف نسبت انرژی جنبشی سیال به توان ذخیره انرژی آن است

تلفات برخی $\frac{\nu}{c_p}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$

$$h(T_w - T_\infty) = -k \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}$$

PAYCO

شکل بی بُعد معادلات لایه مرزی

$$T^* = \frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} \qquad P^* = \frac{P}{\rho V^2} \qquad \frac{\partial u_x^*}{\partial x^*} + \frac{\partial u_y^*}{\partial y^*} = 0 \qquad u_x^* \frac{\partial u_x^*}{\partial x^*} + u_y \frac{\partial u_x^*}{\partial y^*} = -\frac{dP^*}{dx^*} + \frac{1}{Re_L} \frac{\partial^2 u_x^*}{\partial y^{*2}}$$

$$u_x^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + u_y^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_L Pr} \frac{\partial T^*}{\partial y^{*2}} + \frac{Ec}{Re_L} \left[\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right]^2$$

تشابه رینولدز فقط برای $Pr = 1$ صادق است

$$\frac{C_f}{2} = St$$

St عددی بُعد استانتون $\quad St = \frac{h}{\rho V C_p} = \frac{Nu}{Re \cdot Pr}$

Nu عددی بُعد ناسلت $\quad Nu = \frac{h L_c}{K}$

تشابه رینولدز - کلبورن رابطه بین اصطکاک سیال و انتقال گرما

$$St \cdot Pr^{\frac{2}{3}} = \frac{C_f}{2} = \frac{f}{8}$$

* این معادله (تشابه) را هم به صورت موضعی و هم به صورت میانگین نوشت

$$St_x Pr^{\frac{2}{3}} = \frac{C_{fx}}{2} \qquad \bar{St}\, Pr^{\frac{2}{3}} = \frac{\bar{C}_f}{2}$$

$$j = St\, Sc^{\frac{2}{3}} = \frac{C_f}{2} = St\, Pr^{\frac{2}{3}}$$

فاکتور ژ

* تشابه رینولدز-کلبورن را همواره می‌توان برای جریان درهم به کار برد ولی برای جریان آرام فقط وقتی که $\frac{dP^*}{dx^*} = 0$ می‌توان نوشت
* تشابه رینولدز-کلبورن در مورد ۱) جریان آرام روی دیوار ۲) جریان درهم روی دیوار ۳) جریان درهم داخل لوله می‌توان بکار برد ولی برای جریان آرام داخل لوله نمی‌توان به کار برد
*

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{C_{f2}}{C_{f1}} = \frac{\tau_{w2}}{\tau_{w1}} = \frac{\Delta P_2}{\Delta P_1}$$

* با افزایش زبری سطح ضریب انتقال گرما هم افزایش می‌یابد

جریان روی صفحه تخت

۱. جریان آرام

ضخامت لایه مرزی $\quad \delta = \frac{5x}{\sqrt{Re_x}}$

ضریب اصطکاک $\quad C_f = 0.664\, Re_x^{-\frac{1}{2}}$

عدد ناسلت $\quad Nu_x = 0.332\, Re_x^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}}$

$$\bar{h} = 2h_x \qquad \bar{C}_f = 2C_f \qquad \bar{Nu} = 2Nu_x$$

* نسبت ضخامت لایه مرزی سرعت و ضخامت لایه مرزی گرمایی تابعی از عدد پرانتل است

$$\frac{\delta}{\delta_t} = Pr^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{\nu}{\alpha}\right)^{\frac{1}{3}} \longrightarrow \begin{cases} Pr > 1 \Rightarrow \delta > \delta_t \\ Pr < 1 \Rightarrow \delta < \delta_t \end{cases}$$

(δ ← ضخامت لایه مرزی سرعت ، δt ← ضخامت لایه مرزی گرمایی)

PAYCO

Subject:

Year : Month : Day : ( )

× عدد پرانتل در گازها تقریباً برابر یک است و در نتیجه لایه مرزی سرعت و گرما تقریباً بر هم منطبق اند

× برای فلزات مایع (مثل جیوه) عدد پرانتل خیلی کوچک است در نتیجه $\delta_t > \delta$ یا ضخامت لایه مرزی سرعت صرف نظر گرفته می‌شود و سرعت سیال در همه جا برابر u_∞ است

× اگر جریان آرام باشد زبر بودن سرعت سیال تأثیری روی نسبت ضخامت های لایه مرزی سرعت و گرما ندارد

× ضریب جابه جایی موضعی h_x در لبه ابتدایی صفحه بیشترین مقدار را دارد و با دور شدن از لبه مقدار آن کاهش پیدا می‌کند

× هرگاه $h \propto x^n$ باشد

$$\bar{h} = \frac{1}{n+1} h_{x=L} \qquad \overline{Nu} = \frac{1}{n+1} Nu_{x=L}$$

هنگامی که تغییرات دمایی بین دیواره و جریان آزاد سیال زیاد باشد خواص سیال را در دمای فیلم که متوسط دمای دیواره و جریان آزاد است حساب می‌کنیم

$$T_f = \frac{T_w + T_\infty}{2}$$

دمای متوسط یا دمای کپه ای سیال

$$T_b = \frac{\int_0^\delta u \rho c_p T dy}{\int_0^\delta u \rho c_p dy}$$

۲. جریان در پهن

ضخامت لایه مرزی $\delta = \frac{5 x}{Re_x^{\frac{1}{2}}}$

ضریب اصطکاک $C_{f_x} = 0.664\, Re_x^{-\frac{1}{2}}$

عدد ناسلت $Nu_x = 0.294\, Re_x^{\frac{5}{8}} Pr^{\frac{1}{3}}$

در لایه مرزی در پهن گرادیان سرعت در سطح و در نتیجه تنش برشی روی سطح و گرادیان دما روی سطح و در نتیجه نرخ انتقال گرما بیشتر از لایه مرزی آرام است

× در جریان در پهن $\delta \simeq \delta_t$

در جریان آرام	در جریان در پهن
$h \propto \frac{1}{\sqrt{L}}$	h مستقل از L
$Nu = f(Re^{\frac{1}{2}}, Pr^{\frac{1}{3}})$	$Nu = f(Re^{\frac{5}{8}}, Pr^{\frac{1}{3}})$
$\delta \propto x^{\frac{1}{2}}$	$\delta \propto x^{\frac{5}{8}}$

× ضریب جابه جایی با ضخامت لایه مرزی گرمایی نسبت عکس دارد $h \propto \frac{1}{\delta_t}$

× با روش های ذیل می توان نرخ انتقال گرما بین صفحه و سیال را افزایش داد الف) افزایش Re و Pr تا جایی که جریان آرام بماند ب) کوتاه کردن فاصله x (با قرار دادن تشویق ها) ج) انتخاب سیالی که سیال روی سطح آن تبخیر کند مثلاً آب

× در شرایط ثابت با افزایش لزجت سیال ضریب انتقال گرما کاهش پیدا می‌کند

در نقطه انتقال $\frac{x_c}{L} = \frac{Re_c}{Re_L}$

$Re_c \uparrow : \bar{h}_L \downarrow \qquad \nu \uparrow : x_c \uparrow$

PAYCO

* در حرکت سیال روی یک صفحه تخت کمترین مقدار ضریب جابجایی قبل از ورود به ناحیه گذرا کمترین مقدار را دارد.
* نقطه ای که سیال از روی یک جسم عبور می کند در جهت جریان انتقال گرمای جابجایی داریم. در جهت عمود بر جهت جریان فقط انتقال گرمای رسانایی داریم

۳. شار گرمایی یکنواخت

$T_s(x) = T_\infty + \frac{q''_x}{h}$ جریان درهم: $Nu_{q''=cte} = 1.04\, Nu_{T=cte}$ جریان آرام $Nu_{q''=cte} = 1.36\, Nu_{T=cte}$

۴. طول ورودی آیرودینامیک لایه مرزی رشد می کند

جریان درهم $Nu_x = \frac{Nu|_{d=0}}{\left[1-(d/x)^{\frac{9}{10}}\right]^{\frac{1}{9}}}$ جریان آرام $Nu_x = \frac{Nu|_{d=0}}{\left[1-(d/x)^{\frac{3}{4}}\right]^{\frac{1}{3}}}$

۵. لایه مرزی مرکب

در حالتی که تبدیل جریان در $\frac{x_c}{L} \approx 0.95$ رخ دهد فرایب سانگلین سطحی تحت تاثیر توام لایه ای مرزی آرام و درهم قرار گیرد

$\bar{h}_L = \frac{1}{L}\left[\int_0^{x_c} h_{lam}\, dx + \int_{x_c}^{L} h_{turb}\, dx\right]$ $\bar{Nu}_L = [0.037\, Re_L^{\frac{4}{5}} - 871]\, Pr^{\frac{1}{3}}$ ← $Re_L = \rho u L/\mu$

$\bar{C}_{f,L} = \frac{0.074}{Re_L^{\frac{1}{5}}} - \frac{1742}{Re_L}$

$\bar{C}_{f,L} = 0.074\, Re^{-\frac{1}{5}}$ $\bar{Nu}_L = 0.037\, Pr^{\frac{1}{3}}\, Re_L^{\frac{4}{5}}$ $L \gg x_c$ یا $Re_L \gg Re_c$

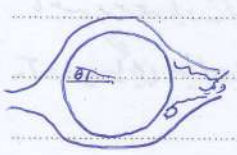
۶. روش انتگرالی فون کارمن برای حل معادلات لایه مرزی (روش تقریبی)

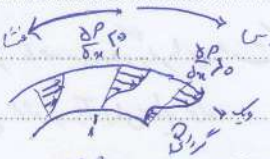
برای جریان آیرودینامیک جریان درهم $\tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0}$ معادله انتگرالی اندازه حرکت $\frac{d}{dx}\int_0^{\delta} u(u_\infty - u)\, dy = \frac{\tau_w}{\rho}$

معادله انتگرالی انرژی $\frac{d}{dx}\int_0^{\delta_t} u(T_\infty - T)\, dy = \alpha \frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0}$

* فون کارمن با فرض ناچیز بودن ضخامت لایه مرزی حرارتی در مقایسه با ضخامت لایه مرزی گرمایی سه معادله زیر را بدست آورد (روابط روبرو تنها برای فلزات مایع صادق است)

$\frac{\delta_t}{\delta} = Pr^{-\frac{1}{3}}$ $Nu = 7 + 0.025\, Pe^{0.8}$





جریان حول استوانه

* نقطه جدایش در جریان آرام لایه مرزی در حدود ۸۰° و در جریان درهم حدود ۱۴۰° است.
* عدد ناسلت موضعی در جریان آرام در $\theta = 0°$ (جلوی استوانه) و در جریان درهم در $\theta = 115°$ (قبل از نقطه جدایش و در ناحیه عبور از جریان آرام به درهم) حداکثر مقدار خود را دارد.

PAYCO

Subject:

Year : Month : Day : ( )

- برای اعداد رینولدز کمتر از 2×10^5 یک نقطه سپیم در $\theta=80^\circ$ داریم که جدایش اتفاق می‌افتد و برای رینولدز بیشتر از 2×10^5 دو نقطه سپیم یعنی θ تا 100 که ناشی از تبدیل لایه مرزی آرام به درهم پرده و دیگر در θ تا 140 که مربوط به جدایش جریان است برای $Nu-\theta$

- جریان حول استوانه دایره عدد رینولدز بحرانی برابر 2×10^5 است

- نیروی درگ اعمال شده $F_D = C_D A \rho \frac{V^2}{2}$ (نیروی درگ اصطکاکی + نیروی درگ فشاری)

$Nu = c Re^n Pr^{\frac{1}{3}}$ ثابت

جریان روی کره

برای عدد رینولدز کم جریان خزشی $C_D = \frac{24}{Re_D}$ $Re_D < 1$

$\overline{Nu}_D = 2 + [0.4 Re_D^{\frac{1}{2}} + 0.06 Re_D^{\frac{2}{3}}] Pr^{0.4} \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{\frac{1}{4}}$ معادله تیاکر

$Nu_D = 2 + 0.4 Re_D^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}}$ معادله رانزومارشال ضریب انتقال کره

* وجایی که سیال ساکن اطراف یک کره داشته باشیم $Nu_D = 2$

- بعد از اینکه جدایش صورت گرفت ضریب انتقال گرما افزایش می‌یابد

جریان عبور بر مجموعه لوله‌ها

لوله‌های ردیف اول مثل لوله‌ای که تنها است و لوله‌های ردیف داخلی دارای ضریب انتقال گرمای بیشتر بخاطر جریان مغشوش شده

$\overline{Nu}_D = 1.13 C_1 Re_{D,max}^m Pr^{\frac{1}{3}}$ رابطه گرمیون Re_{max}^m مربوط به ماکزیمم سرعت C_1 و m رجبدول

* افزایش انتقال گرما در لوله‌های داخلی آرایش متشابه در اعداد رینولدز بالای $Re < 100$ بیشتر از آرایش مستطیلی است

۷- جریان داخلی

طول ناحیه ورودی هیدرولیکی $\frac{x_h}{d} \approx 10$ جریان درهم $\frac{x_h}{d} \approx 60$ جریان آرام $\left(\frac{x_h}{d}\right) = 0.05 Re_D$

ناحیه ورودی گرمایی

ناحیه توسعه یافته گرمایی بعد از ناحیه ورودی گرمایی است که در این ناحیه پروفیل دمای بی بعد $\frac{T-T_s}{T_m-T_s}$ ثابت می‌ماند

T_m دمای میانگین سیال در سطح مقطع لوله و T_s دمای سطح لوله شرط توسعه یافتگی گرمایی $\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{T-T_s}{T_s-T_m}\right)_{fd,t} = 0$

$Pr < 1 \Rightarrow x_h > x_t$

طول ناحیه ورودی گرمایی x_t $\left(\frac{x_t}{d}\right) = 10$ جریان درهم $\frac{x_t}{d} = 0.05 Re_d Pr$ جریان آرام

$Pr > 1 \rightarrow \alpha_h < \alpha_t$

$Pr < 1 \rightarrow \alpha_h > \alpha_t$

$Pr >> \rightarrow \alpha_h << \alpha_t$

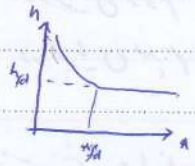
$Re < ۲۳۰۰$ جریان آرام $۲۳۰۰ < Re < ۴۰۰۰$ جریان گذرا $Re > ۴۰۰۰$ جریان درهم

- خواص ناحیه توسعه یافته هیدرودینامیکی: پروفیل سرعت $\frac{u(r)}{u_m} = ۲\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^۲\right]$ $u_m = -\frac{r_0^۲}{۸\mu}\frac{dP}{dx}$ $(\frac{\partial u}{\partial x}) = ۰$ $v = ۰$

گرادیان فشار سهم اعظم f و ضریب اصطکاک $\frac{dP}{dx}$ ثابت است

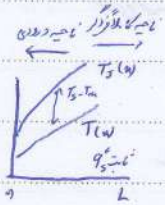
- خواص ناحیه توسعه یافته گرمایی:

ضریب انتقال گرمای جابجایی h ثابت و مستقل از x است



۱) شار گرمای ثابت سطح

شار گرمای ثابت سطح q_s''

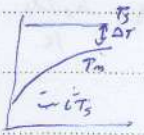


$q = q_s''(PL) = \dot{m} c_p [T_m(x) - T_{m,i}]$

$T_m(x) = T_{m,i} + \frac{q_s'' P}{\dot{m} c_p} x$ دمای میانگین سیال در هر موضعی از لوله

$Nu = ۴.۳۶$ برای جریان آرام $\frac{\partial^۲ T}{\partial x^۲} = ۰$

۲) دمای سطح ثابت T_s

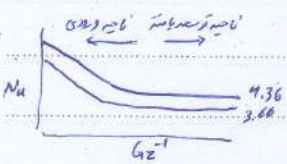


دمای $T_s - T_m$ به صورت نمایی با x کاهش می‌یابد

$\frac{T_s - T_m(x)}{T_s - T_{m,i}} = \exp\left[-\frac{P x}{\dot{m} c_p}\bar{h}\right]$

$q = \bar{h} A \Delta T_{lm}$ نرخ انتقال گرما $\Delta T_{lm} = \frac{T_{m,o} - T_{m,i}}{\ln \frac{T_s - T_{m,o}}{T_s - T_{m,i}}} = \frac{\Delta T_o - \Delta T_i}{\ln \frac{\Delta T_o}{\Delta T_i}}$

$Nu = ۳.۶۶$ برای جریان آرام $\frac{\partial^۲ T}{\partial x^۲} << \frac{\partial^۲ T}{\partial y^۲}$



تغییرات عدد ناسلت موضعی را برحسب عکس عدد گراتز در ناحیه ورودی و ناحیه توسعه یافته

دمای متوسط بر اساس انرژی گرمای منتقل شده توسط سیال از موقع عبور از سطح مقطع مورد نظر

$T_b = \frac{\int_۰^{r_0}(۲\pi r dr)\rho u c_p T}{\int_۰^{r_0}(۲\pi r dr)\rho u c_p}$

$h \propto u^{۰.۸} D^{-۰.۲}$

PAYCO

Subject:

Year : Month : Day : ( )

جریان در لوله داخل لوله

برای اختلاف دمای متوسط کم

برای گرمایش $(T_s < T_m)$ $n = 0.4$ برای سرمایش $(T_s > T_m)$ $n = 0.3$

معادله دیتوس - بولتر $Nu_D = 0.023\, Re_D^{0.8}\, Pr^n$

برای اختلاف دمای زیاد معادله سیدر و تیت $Nu_D = 0.027\, Re_D^{0.8}\, Pr^{\frac{1}{3}} \left[\frac{\mu}{\mu_s}\right]^{0.14}$

در لوله کوتاه $\overline{Nu}_D > Nu_{D,fd}$

* در جریان داخل لوله با افزایش لزجت ضریب انتقال گرما کاهش می‌یابد.

در جریان آرام داخل لوله $h \propto D^{-1}$

در جریان درهم داخل لوله $h \propto u^{0.8} D^{-0.2}$

افت فشار در داخل لوله

$\Delta P = f \frac{L}{D} \frac{\rho u_m^2}{2}$

توان پمپ برای غلبه بر فشار $W_p = V \Delta P = \dot{m} \frac{\Delta P}{\rho}$

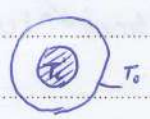
مجاری غیر دایره‌ای

قطر هیدرولیکی $D_h = \frac{4 A_c \rightarrow \text{سطح مقطع}}{P \rightarrow \text{محیط تر شده}}$

برای لوله‌های هم مرکز h در سطوح داخلی و خارجی متفاوت است

$Nu_i = \frac{h_i D_h}{k}$ $Nu_o = \frac{h_o D_h}{k}$

دو لوله هم مرکز $D_h = D_o - D_i$



PAYCO

فصل ۸ جابه‌جایی طبیعی

* نیروی شناوری با اختلاف چگالی متناسب است و آن نیز با اختلاف دما در فشار ثابت متناسب است. بنابراین هرقدر اختلاف دما بین سیال مجاور و یک سطح و خود سطح زیادتر باشد نیروی شناوری بزرگتر بوده و جابه‌جایی طبیعی بیشتر خواهد شد
نیروی شناوری در جابه‌جایی طبیعی نقش مهمی را ایفا می‌کند

معادله پیوستگی $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$ معادله اندازه حرکت $u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=g\beta(T-T_\infty)+\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ معادله انرژی $u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$

ضریب انبساط حجمی ρ عبارتی از میزان تغییرات چگالی نسبت به تغییرات دما در فشار ثابت و برای گاز ایده‌آل $\beta=\frac{1}{T_f}$ $\beta=-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P$

$T_f=\frac{T_w+T_\infty}{2}$ و بزرگ بودن ρ برای یک سیال به معنی زیاد بودن تغییرات چگالی آن نگاز با دما است

توزیع سرعت و توزیع دما

$\frac{T-T_\infty}{T_w-T_\infty}=\left(1-\frac{y}{\delta}\right)^2$ $\frac{u}{u_x}=\frac{y}{\delta}\left(1-\frac{y}{\delta}\right)^2$

عدد گراشف $Gr_L=\frac{g\beta(T_s-T_\infty)L^3}{\nu^2}$ است نقش عدد رینولدز در جابه‌جایی اجباری را دارد و نسبت نیروی شناوری به نیروی لزجت

انتقال گرمای جابه‌جایی طبیعی روی یک صفحه عمودی

سرعت تا زمیم له $y=\frac{\delta}{2}$

سرعت در سطح صفحه صفر است و سرعت در لبه مرزی صفر است

$Nu=f(Re, P_r, Gr)$ ← هم جابه‌جایی اجباری و هم جابه‌جایی طبیعی و $\frac{Gr}{Re^2}\approx 1$

$Nu=f(Re, P_r)$ ← از جابه‌جایی طبیعی صرف نظر کرده و $\frac{Gr}{Re^2}\ll 1$

$Nu=f(Gr, P_r)$ ← از جابه‌جایی اجباری صرف نظر کرده و $\frac{Gr}{Re^2}\gg 1$

* گرادیان دمای بی بُعد در روی سطح تابعی از عدد پرانتل $g(P_r)$ است $Nu_x=\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{\frac{1}{4}}g(P_r)$

$\bar{h}=\frac{4}{3}h|_{x=L}$ در شرایط دیواره‌ی ثابت در سطح $h=\frac{\delta}{4}h|_{x=L}$ $u_x\propto\delta^2$ $\delta\propto x^{\frac{1}{4}}$

* ضریب جابه‌جایی گرمایی و عدد ناسلت

$Nu_x=\frac{2x}{\delta}$ $h_x=\frac{2k}{\delta}$

در انتقال گرمای جابه‌جایی (هم اجباری و هم طبیعی) $h=f\left(\frac{k}{\delta}\right)$ $\delta\downarrow, h\uparrow, q\uparrow$ ضخامت لایه مرزی $k\uparrow: h\uparrow: q\uparrow$ ضریب هدایت گرمایی

در جابه‌جایی طبیعی عدد گراشف معیار اصلی تبدیل جریان از حالت آرام به درهم است و برای صفحات عمودی عدد گراشف بحرانی 10^9

در انتقال گرمای جابه‌جایی طبیعی داریم $h_x\propto x^{-\frac{1}{4}}$ و در جریان درهم h_x مستقل از x است

* ضخامت لایه مرزی در جابه‌جایی طبیعی معمولاً بزرگتر از جابه‌جایی اجباری است

جابه‌جایی طبیعی روی استوانه

اگر شرط $\frac{D}{L}\geq\frac{35}{Gr_L^{\frac{1}{4}}}$ برقرار بود به جای استوانه از صفحه تخت استفاده کرد

معادله ناسلت در جابه‌جایی طبیعی $Nu=cRa^n$ که c و n به هندسه و رژیم جریان بستگی دارد و معمولاً n برای جریان آرام $\frac{1}{4}$ و برای جریان درهم $\frac{1}{3}$ است

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

جابه‌جایی طبیعی داخل محفظه‌ی بسته

۱- صفحات عمودی: اگر عدد گراشف از ۱۰۰۰ کوچکتر باشد انتقال گرمایی بین دو صفحه از طریق هدایت صورت می‌گیرد و توزیع دما سیال خطی است و با افزایش عدد گراشف سیال موجود بین دو صفحه به حرکت درآمده و انتقال گرمای جابه‌جایی مهم می‌شود و در این حالت توزیع دما غیرخطی است

* در پنجره‌های دوجداره فاصله بین دو شیشه نباید به آن قدر زیاد باشد که انتقال گرمای جابه‌جایی صورت گیرد

۲- صفحات افقی

الف) صفحه گرم‌تر در بالا قرار گیرد: جابه‌جایی طبیعی صورت نمی‌گیرد و انتقال گرما فقط از طریق هدایت است و داریم $Nu=1$

ب) صفحه گرم‌تر در پایین قرار گیرد: اگر Ra کوچکتر از ۱۷۰۰ باشد مثل حالت الف است و اگر Ra بزرگتر از ۱۷۰۰ باشد انتقال گرمای جابه‌جایی طبیعی آغاز می‌شود

* سلول‌هایی بنارد در محفظه بسته بین دو صفحه افقی زمانی که $Gr>1000$ و $Nu>1$ بوده و صفحه گرم در پایین باشد تشکیل می‌گردد اگر $Ra>2\times10^5$ شود، سلول‌های بنارد شکسته می‌شود و حرکت سیال درهم می‌گردد

جابه‌جایی طبیعی در صفحات

۱- اگر طول سر صفحه دو برابر باشد تنها انتقال گرمایی هدایتی داریم

۲- ضریب جابه‌جایی گرمایی: صفحه افقی > صفحه مایل > صفحه قائم

۳- در صفحه قائم طول مشخصه برابر ارتفاع صفحه است که مبنای محاسبه عدد گراشف است با مرتفع شدن صفحه قائم، عدد گراشف بزرگ‌تر شده و در نتیجه ضریب جابه‌جایی گرمایی بیشتر خواهد شد

انتقال گرمای جابه‌جایی اجباری طبیعی توام

$$Nu^n_{\text{کل}} = Nu^n_{\text{اجباری}} \pm Nu^n_{\text{طبیعی}}$$

(+ جریان هم‌جهت، − جریان غیرهم‌جهت)

Subject:
Year. Month. Date. ( )

فصل ۹ - جوشش و میعان

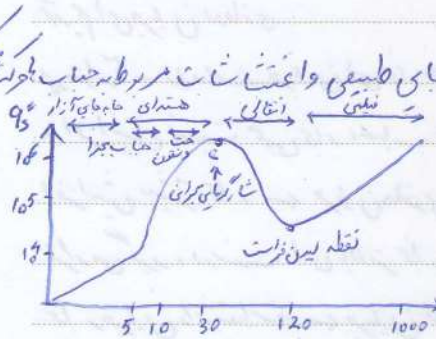
جوشش روی سطح از دمای اشباع مایع بیشتر است $q''_s = h(T_s - T_{sat}) = h\Delta T_e$

جوشش استخری سیال ساکن است و حرکت در مجاورت سطح جامد توسط جابه‌جایی طبیعی و اغتشاشات مربوط به رشد و جابه‌جایی حباب‌ها صورت می‌گیرد

جوشش اجباری: سیال ساکن نیست و توسط یک وسیله خارجی نیز جابه‌جایی طبیعی و اغتشاشات مربوط به حباب‌ها کمک می‌کند

جوشش اشباع یا حجمی در این فرآیند مایع در دمای اشباع جوشش است.

جوشش سرد یا موضعی دمای مایع از دمای اشباع کمتر است



۱- جوشش جابه‌جایی آزاد $\Delta T_e < 5°C$ حباب تولید نمی‌شود و انتقال گرما نقطه‌ای آزاد

$q'' \propto \Delta T_e^{\frac{5}{4}}$ $h \propto \Delta T_e^{\frac{1}{4}}$ در جریان درهم $q'' \propto \Delta T_e^{\frac{4}{3}}$ $h \propto \Delta T_e^{\frac{1}{3}}$ در جریان آرام

$q''_s \propto \Delta T_e^{3}$

۲- جوشش هسته‌ای یا حبابی $5 < \Delta T_e < 30°C$

(الف) ناحیه اول: حباب ایجاد شده و سبب اختلاط مایع می‌شوند

ب) ناحیه دوم: ΔT_e زیاد شده و حباب‌ها به هم می‌پیوندند و انتقال گرما در $\Delta T_e = 30°C$ حداکثر است

اگر حباب‌ها در اطراف سطح مشترک تجمع پیدا کنند باعث کاهش انتقال حرارت می‌شوند

در ناحیه جوشش هسته‌ای به ازای ΔT_e کوچک، نرخ انتقال گرما و ضریب جابه‌جایی h بیشتر است

* زبری سطح سبب افزایش شار گرما در ناحیه جوشش هسته‌ای می‌شود ولی بر حداقل و حداکثر شار گرما و جوشش لایه‌ای اثر چندانی ندارد

* گرما در جوشش هسته‌ای نرخ انتقال حرارت با افزایش فشار، افزایش می‌یابد چون $q''_s \propto h_{fg}^{-1}$ است و h_{fg} با افزایش فشار اشباع کاهش می‌یابد

۱. شرایط عملکرد در شار گرمای حداکثر ناپایدار است ۲. شار گرمای حداکثر به جنس جامد بستگی ندارد ۳. با افزایش گرمای نهان تبخیر و کاهش سطحی مقدار شار گرمای حداکثر بیشتر می‌شود ۴. در فشار بحرانی $\rho_v = \rho_l$ و $h_{fg} = 0$ است مقدار شار گرمای حداکثر صفر است ۵. به شکل نقل بستگی دارد با کاهش شکاف نقل مقدار شار گرمای حداکثر کاهش می‌یابد ۶. شدید آب فشار بستگی دارد. شار گرمای حداکثر تا فشار برابر $\frac{1}{3}$ فشار بحرانی افزایش یافته و پس از آن کاهش می‌یابد و در فشار بحرانی به صفر می‌رسد

در شار حرارتی برابر با Critical heat flux در جوشش ظرف تعداد حباب‌های تولیدی در سطح گرم برابر با تعداد حباب‌هایی است که سطح را ترک می‌کنند

۳. جوشش انتقالی $30°C < \Delta T_e < 120°C$ ناپایدار بین مایع و سطح گرم صورت می‌گیرد با افزایش ΔT_e، h و q''_s کاهش می‌یابد

۴. جوشش لایه‌ای $\Delta T_e > 120°C$ در حالتی که دمای سطح زیاد باشد $(\Delta T_e > 300)$ انتقال گرمای تشعشعی هم در روش لایه‌ای مهم شود

* در شرایط یکسان نرخ انتقال گرما در جوشش لایه‌ای برای لوله‌های قائم بیشتر از لوله‌های افقی است

Subject:
Year. Month. Date. ( )

* ضریب انتقال گرمای بخار اشباع رطوبت با بخار فوق اشباع در فشار یکسان بیشتر است
* زبری سطح باعث افزایش شار گرما در ناحیه جوشش هسته‌ای می‌شود ولی بر حد اکثر و حد اقل شار گرما در جوشش لایه‌ای تأثیر چندانی ندارد

برای لوله‌های صاف $\frac{Q}{A} = \frac{Q}{A}_{\text{جوشش}} + \frac{Q}{A}_{\text{جابجایی طبیعی}}$

تقریم‌های جریان دوفازی

در مقدار آب زیاد باشد جریان‌های بخار بصورت حباب در مایع خواهند بود ← جریان حبابدار

با افزایش نسبت حجمی بخار، حباب‌های بزرگ کشیده‌ای ظاهر می‌شود ← جریان کشته‌ای یا کند

افزایش بیشتر بخار ← جریان حلقوی، ایجاد می‌شود که در این جریان لایه‌ای نازک از مایع روی سطح لوله و بخار در مرکز آن قرار می‌گیرد. در سرعت‌های بالاتر بخار به مایع. لایه نازک مایع ممکن است ناپدید شود و مایع کاملاً به صورت قطرات معلق در داخل بخار جریان داشته باشد ← جریان قطره‌ای

سیفون

سیفون لایه‌ای هرگاه مایع سطح سرد را تر نماید مایع سیفون یافته نامیده شده تشکیل خواهد داد که به این سیفون، سیفون لایه‌ای گویند

سیفون قطره‌ای هرگاه مایع، سطح سرد را تر نکند به صورت قطرات میکروسکوپی زیادی درخواهد آمد که به این سیفون، سیفون قطره‌ای گویند

وقتی کشش سطحی سیال کمتر از کشش سطحی جرمی سطح باشد سیفون قطره‌ای رخ خواهد داد

* نرخ انتقال گرما در سیفون قطره‌ای بیش از ده برابر سیفون لایه‌ای است

در سیفون لایه‌ای مانند یک مقاومت گرمایی عمل می‌کند. در نتیجه انتقال گرمای بین بخار و مایع کاهش می‌یابد

در جایی که سیفون لایه رخ می‌دهد بهتر است از سطح عمودی کوتاه یا استوانه افقی استفاده گردد چون با افزایش ضخامت لایه مایع مقاومت در مقابل انتقال گرما زیاد می‌شود به این علت در اکثر موارد هیچگاه از یک سری لوله‌ای افقی درست می‌شود که سیال سرد در داخل لوله و بخار در بیرون لوله جریان دارد

* ضریب انتقال گرما در سیفون یک بخار خالص بیشتر از مخلوط است
* وجود مقدار ناچیزی بخار غیرقابل سیفون اثر بسیار بخار آب سبب کاهش قابل توجه ضریب جابجایی گرمایی می‌گردد
* برای ایجاد سیفون قطره‌ای می‌توان سطح مورد نظر را با مواد خاصی مثل تفلون و... پوشش داد طوری که خاصیت ترشوندگی سطح برای مایع کاهش یابد
* سیفون قطره‌ای ناپایدار بوده و حفظ آن مشکل است، بنابراین طراحی کندانسور بر اساس سیفون لایه‌ای صورت می‌گیرد

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

میعان لایه‌ای روی یک صفحه تخت قائم

$h \propto x^{-\frac{1}{4}}$ $\delta \propto x^{\frac{1}{4}}$

$\bar{h} = \frac{4}{3} h|_{x=L}$ $h \propto \Delta T^{-\frac{1}{4}}$

$h = \frac{k}{\delta}$

توزیع سرعت $u(y) = \frac{g(\rho_L - \rho_v)}{\mu_L}\left(\delta y - \frac{1}{2}y^2\right)$

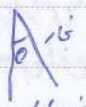
نرخ دبی جرمی بر واحد عرض $\Gamma = \frac{\rho_L(\rho_L - \rho_v) g \delta^3}{3\mu_L}$

کل انتقال گرما $q = \bar{h}_L A(T_{sat} - T_s)$

نرخ کل میعان $\dot{m} = \frac{\bar{h}_L A(T_{sat} - T_s)}{h_{fg}}$

* زبر کردن سطح از تشکیل لایه مایع که مانند یک مقاومت در برابر انتقال گرما عمل می‌کند جلوگیری می‌کند و میعان مایعی را به قطره‌هایی زبر کنترل می‌کند

$Re_f = \frac{4\bar{h}_L L(T_{sat} - T_w)}{h_{fg}\mu_L}$ $Re_f < 30$ نامیه آرام $30 < Re_f < 1100$ نامیه آرام موجدار $Re \geq 1100$ نامیه درهم



$h_{مایل} = h_{قائم}(\cos\theta)^{\frac{1}{4}}$ $\theta \uparrow \rightarrow \cos\theta \downarrow : h \downarrow$ $h_{قائم} > h_{مایل} > h_{افقی}$

میعان لایه‌ای آرام در سیستم شعاعی

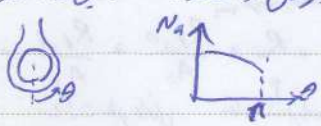
برای میعان روی لوله افقی دکر ۰ $\bar{h}_D \propto D^{-\frac{1}{4}}$

برای N لوله افقی $\bar{h}_{D,N} = \bar{h}_D N^{-\frac{1}{4}}$

علت کاهش $\bar{h}$ با افزایش N، افزایش ضخامت لایه در لوله‌های پایینی است

* هرگاه بخار اشباع در داخل لوله‌ای جریان داشته باشد که این لوله در محیطی با دمای کمتر از دمای اشباع قرار داشته باشد

معنی تغییرات Nu با θ به شکل



لوله گرمایی

لوله گرمایی وسیله‌ای است که قادر است مقادیر بزرگی از گرما را با اختلاف دمای اندک به سرعت بین منبع گرم و منبع سرد انتقال دهد و دارای بازده بالایی است و اساس کار این وسیله تبخیر و چگالش مایع در لوله عایق‌بندی شده است

الف) منطقه تبخیر: انتهای لوله و گرما از این قسمت وارد می‌شود

ب) منطقه چگالش: انتهای دیگر لوله و دفع گرما از سیستم از این قسمت است

ج) ناحیه آدیاباتیک: بین دو ناحیه فوق

Subject:
Year. Month. Date. ( )

فصل ۱۰- مبدل های گرمایی

مبدل های دولوله ای: دو لوله هم محور که یک سیال در داخل لوله دیگری بین دو لوله حرکت می کند

مبدل های پوسته ای و استوانه ای: لوله های دایره ای داخل یک پوسته استوانه ای موازی با آن قرار گرفته اند

درون لوله ها سیال هایی که رسوب بیشتری دارند و خورنده هستند و دارای فشار بیشتری هستند و یا سمی هستند و گرم هستند جریان دارند

در پوسته سیالی که دارای ضریب انتقال حرارت کوچکتر و دبی جرمی کمتر دارد و دمای آن نیز کمتر است و لزجت آن بالاست جریان دارند

باعث نگهدارنده لوله ها و افزایش استحکام سازه و انحراف جریان در جهت عرضی و متقاطع با لوله ها در نتیجه افزایش ضریب انتقال گرما و کاهش ابعاد و ضریب انتقال گرما و افت فشار داخل پوسته نیز کاهش می یابد

مبدل های گرمایی با سطوح پره دار

الف) مبدل های صفحه ای پره دار: برای حالت گاز-گاز

ب) مبدل های لوله ای پره دار: برای حالت گاز-مایع

مبدل های گرمایی فشرده: برای ایجاد سطح انتقال گرمای زیاد در حجم طراحی

رسوب گذاری در مبدل های گرمایی سبب کاهش ضریب انتقال گرما و افزایش افت فشار می گردد

ضریب رسوب گرمایی $R_f = \frac{1}{U_{کثیف}} - \frac{1}{U_{تمیز}}$ ← ضریب انتقال حرارت کلی

افزایش دما و کاهش سرعت، میزان رسوب گرمایی زیاد می شود

$R = \frac{1}{UA} = \frac{1}{U_i A_i} + R_w + \frac{R_{f,o}}{A_o} + \frac{R_{f,i}}{A_i} + \frac{1}{h_o A_o}$

مقاومت دیواره ↑ — ضریب رسوب گرمایی سطح خارجی ← — مساحت سطح داخلی ↑ — انتقال گرما برای مبدل های گرمایی پوسته و لوله ای

تحلیل مبدل های گرمایی

۱- روش دمای متوسط لگاریتمی LMTD ← زمانی که دماهای سیالات ورودی و خروجی مشخص باشد

۲- روش E-NTU ← زمانی که دماهای سیالات ورودی و خروجی مشخص نباشد

روش LMTD فرضیات: ۱- تغییر انرژی پتانسیل و جنبشی ناچیز ۲- گرمای ویژه سیالات در یک محدوده دمایی ثابت ۳- بار انتقال گرمایی فقط بین سیال صورت می گیرد ۴- هدایت گرمایی در راستای محور لوله ها ناچیز است ۵- ضریب انتقال گرمای کلی ثابت است ۶- آرایش به صورت پایا باشد ۷- تولید گرما نداشته باشد

سیال گرم $q = \dot{m}_h c_{p,h} \Delta T_h$ سیال سرد $q = \dot{m}_c c_{p,c} \Delta T_c$

$q = UA \Delta T_{LMTD}$ $\Delta T_{LMTD} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right)}$ اختلاف دمای متوسط لگاریتمی

ΔT_1 و ΔT_2 اختلاف دمای بین دو سیال در دو انتهای مبدل (ورودی و خروجی) است

$\Delta T_{am} > \Delta T_{LMTD}$ جریان موازی < جریان مخالف ΔT_{LMTD}

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

در مبدل با جریان مخالف ممکن است خروجی سیال سرد از ورودی خروجی سیال گرم بیشتر باشد ولی در جریان موازی غیرممکن است همچنین ورودی خروجی سیال سرد همواره از ورودی سیال گرم بیشتر باشد

برای مبدل با جریان متقاطع و مبدل های چند مسیره $\Delta T_{LMTD} = F \Delta T_{LMTD,\,fc}$ ← بیاری از اوقات اختلاف دمای متوسط لگاریتمی از حالت متناظر
↑ برای حالت جریان مخالف

F برای جریان متقاطع و چند مسیره کمتر از یک و برای جریان مخالف برابر یک است

* حرارت تغیر فازهای سیال ایجاب میکند $F=1$ و رفتار مبدل مستقل از آرایش جریان است و در شرایط تغیر فاز سیال رو

* در مبدل گرمایی چند مسیره برای دستیابی به سرعت بیشتر، لوله ها کوتاه تر و غلبه بر مشکل انبساط حرارتی قرار گیرند

* U به شکل خطی با T تغیر نماید

$$q = U A T_{LMTD} = A \frac{U_2 \Delta T_1 - U_1 \Delta T_2}{\ln\left(\frac{U_2 \Delta T_1}{U_1 \Delta T_2}\right)}$$

* $\frac{1}{U}$ به شکل خطی با T تغیر نماید

$$q = U A T_{LMTD} \qquad \frac{1}{U} = \frac{1}{U_1}\left[\frac{\Delta T_{LMTD} - \Delta T_2}{\Delta T_1 - \Delta T_2}\right] + \frac{1}{U_2}\left[\frac{\Delta T_1 - \Delta T_{LMTD}}{\Delta T_1 - \Delta T_2}\right]$$
↑ ضریب انتقال گرما در انتهای مبدل

روش $\varepsilon - NTU$

بازده انتقال گرما $\varepsilon = \frac{q_{act}}{q_{max}} = \frac{\text{مقدار گرمای واقعی منتقل شده}}{\text{حداکثر گرمایی که مبدل قادر است منتقل کند}} = \frac{C_h(T_{hi} - T_{ho})}{C_{min}(T_{hi} - T_{ci})} = \frac{C_c(T_{co} - T_{ci})}{C_{min}(T_{hi} - T_{ci})} = \frac{\text{سیال حداقل}\ \Delta T}{\Delta T_{max}}$
حداکثر انتقال گرما در مبدلی با سطح بینهایت و با جریان مخالف حاصل می شود

تعداد واحدهای انتقال NTU معیاری از اندازه A و کمیت انتقال گرما U

$$NTU = \frac{AU}{C_{min}} = \frac{\Delta T_{\text{سیال حداقل}}}{\Delta T_{LMTD}}$$

نکات روش $\varepsilon - NTU$ ۱. با زیاد شدن مبدل گرمایی به ازای C یعنی با افزایش NTU افزایش یابد و به ازای NTU یعنی با کاهش C افزایش می یابد
۳. برای کلیه مبدل های گرمایی به ازای $C_{co}=0$ و $C=1$ بازده مبدل حداکثر و حداقل است ۴. به ازای NTU و C یعنی مبدل گرمایی جریان مخالف دارای بیشترین ضریب تأثیرات ۵. بازده مبدل گرمایی به ازای $C=0$ مستقل از C است ۶. برای حالتی که تغیر فاز داریم $C=0$ است و $\varepsilon = 1 - e^{-NTU}$ ۷. برای حالتی که $C=1$ داریم $\varepsilon = \frac{NTU}{1+NTU}$ جریان مخالف و $\varepsilon = \frac{1}{F}(1 - e^{-FNTU})$ جریان موازی

قطر معادل $D_e = \frac{4A}{P}$ ← محیط تر شده

برای گام مثلثی $D_e = \frac{2\sqrt{3}b^2 - \pi d_o^2}{\pi d_o}$ برای گام مربعی $D_e = \frac{4b^2 - \pi d_o^2}{\pi d_o}$

P4PCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

فصل ۱۱ - اعدادی بُعد

عدد رینولدز $Re = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی لزجت}}$

عدد پرانتل ترکیب خاصیت سنجی لایه‌ی مرزی سرعت و گرما (خاصیت سیال) $Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu C_p}{k} = \frac{\text{پخش مومنتم}}{\text{پخش انرژی}}$

عدد پرانتل برای گازها از مرتبه ۱ برای آب از مرتبه 10 و برای فلزات از مرتبه 10^{-2} و برای روغن سنگین 10^{5} است

فلزات $Pr_{\text{فلزات}} < Pr_G < Pr_L < Pr_S$ در حالتی که $Pr \ll 1$ مانند فلزات مایع با هدایت گرما خیلی سریع منتشر می‌شود و ضخامت لایه مرزی گرمایی نسبت به لایه مرزی سرعت نازک است

عدد ناسلت ضریب بی بُعد انتقال گرمای جابه‌جایی (k مربوط به سیال) $Nu = \frac{hL_c}{k} = \frac{\text{انتقال گرمای جابه‌جایی}}{\text{انتقال گرمای هدایتی}}$

عدد بیو نسبت اختلاف دمای جسم به اختلاف دمای بین جسم و سیال (k مربوط به جامد) $Bi = \frac{hL_c}{k} = \frac{\text{مقاومت هدایتی}}{\text{مقاومت جابه‌جایی}}$

عدد فوریه انتقال گرمای هدایتی از داخل یک جسم به گرمای ذخیره شده $F_o = \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{\text{نرخ انتقال گرما از جسم}}{\text{نرخ ذخیره‌ی گرما در جسم}}$

عدد گراشف نیروی شناوری بر نیروی لزجت در انتقال گرمای جابه‌جایی آزاد $Gr_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2} = \frac{\text{نیروی شناوری}}{\text{نیروی لزجت}}$

عدد رایلی انتقال گرمای جابه‌جایی طبیعی کاربرد دارد و معیاری از نسبت نیروی شناوری به پخش گرما است $Ra = Gr \cdot Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha}$

عدد استانتون نسبت شار گرمای جابه‌جایی سیال به ظرفیت گرمایی $St = \frac{Nu}{Pe} = \frac{Nu}{Re \cdot Pr} = \frac{h}{\rho C_p V}$

عدد اکرت در سیالی انتقال گرما با سرعت بالا $Ec = \frac{U^2}{C_p(T - T_\infty)} = \frac{\text{انرژی جنبشی سیال}}{\text{اختلاف آنتالپی در لایه مرزی}}$

عدد گراتز $Gr = \frac{Re\, Pr}{x/D}$

عدد لویس $Le = \frac{\alpha}{D} = \frac{\text{پخش گرما}}{\text{پخش جرم}}$

α ضریب نفوذ حرارتی

عدد برینکمن $Br = Pr \cdot Ec = \frac{\mu U^2}{k_f(T - T_\infty)}$

PqPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

فصل ۱۲ـ تشعشع

طول موج قرمز < نارنجی < زرد < سبز < آبی < بنفش < ماوراء بنفش < X < γ

$\lambda \leftarrow$ طول موج $= \frac{c}{\nu}$ ← فرکانس ; $c \rightarrow$ سرعت نور

ضریب صدور ε نسبت تشعشع صادر شده از سطح به تشعشع صادر شده توسط جسم سیاه در همان دما

* ضریب صدور و ضریب جذب فلزات با افزایش دما افزایش ولی غیرفلزی ها با افزایش دما کاهش می یابد

صدور کلی $= E(T) = \varepsilon \sigma T^4$

ضریب جذب α: $\alpha = \frac{\text{تشعشع جذب شده}}{\text{تشعشع ورودی به سطح}}$

ضریب انعکاس ρ: $\rho = \frac{\text{تشعشع منعکس شده}}{\text{تشعشع ورودی به سطح}}$

ضریب عبور τ: $\tau = \frac{\text{تشعشع عبور کرده}}{\text{تشعشع ورودی به سطح}}$

$\alpha + \rho + \tau = 1$ ⟵ سطوح نات $\alpha + \rho = 1$ (جسم سیاه $\alpha = 1$)

* ضریب جذب فلزات با افزایش دما افزایش می یابد ولی ضریب جذب عایق ها یا الکتریکی با افزایش دما کاهش می یابد

* ضریب جذب برخلاف ضریب صدور، مستقل از دمای سطح است و به دمای منبع انرژی تشعشعی وابسته است

قانون کیرشهف: اگر دمای منبع با دمای سطح دریافت کننده تشعشع گرمایی یکسان باشد ضریب صدور برابر ضریب جذب است $\varepsilon = \alpha$

نقطه تا شرایط ۱) جسم خاکستری باشد ۲) شار تشعشع ورودی ناشی از صدور تشعشع جسم سیاه با دمای T است

سطح خاکستری سطحی که ضرایب صدور و جذب آن مستقل از طول موج باشد و ضرایب صدور و جذب باهم برابرند

یعنی اگر دمای منبع و سطح متفاوت باشد

شدت تابشی برمی گردد $\rightarrow J = \pi I_{e+r}$ شدت تشعشع خروجی شدت تابش کلی تشعشع $\rightarrow E = \pi I_e$ توان صدور کلی

صدور و انعکاس

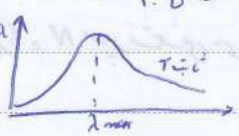
شدت تابش ورودی $\rightarrow G = \pi I_i$ شدت تشعشع ورودی کلی

قانون توزیع پلانک توان صدور طیفی جسم سیاه را تعیین می نماید

$$E_{b\lambda}(T) = \frac{c}{\lambda^5 [\exp(c_2/\lambda T) - 1]}$$

که معادله برای سطح در خلاء یا در گاز مقدرات و انرژی تعیین شده از این معادله انرژی به واسطه دمای جسم است

۲۵٪ انرژی در ناحیه کمتر از طول موج ماکزیمم است



P4PCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

قانون استفان بولتزمن توان صدور یک جسم را در کلیه جهات و کلیه طول موج ها تعیین می کند

$E_b = \sigma T^4$

$\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ W/m^2K^4$ ثابت بولتزمن

قانون جابه جایی ویین طول موجی را که حداکثر تشعشع در آن صورت می گیرد

$\lambda_{max} T = 2897.8\ \mu m.K$

$T \uparrow : \lambda \downarrow , W_b \uparrow$

* تغییر رنگ یک جسم در اثر گرما قرمز ← نارنجی ← زرد ← سبز ← آبی ← بنفش ← سفید

* توان صدور جسم سیاه در طول موج حداکثر تشعشع به توان چهارم دما و در سایر طول موج ها به توان پنجم دما وابسته است

تبادل گرمای تشعشع بین سطوح سیاه نرخ خالص انتقال گرمای تشعشعی از سطح i به سطح j

$q_{ij} = A_i F_{ij} \sigma [T_i^4 - T_j^4]$

اگر محفظه شامل N سطح سیاه

$q_{ij} = \sum_{j=1}^{N} A_i F_{ij} \sigma [T_i^4 - T_j^4]$

تبادل گرمای تشعشعی بین سطوح خاکستری و دیفیوز در یک محفظه

کل انرژی تشعشعی خارج شده از یک سطح برابر است با مجموع تشعشع صادر شده از سطح i و تشعشع انعکاس یافته از سطح i

$J_i = \underbrace{\varepsilon_i E_{bi}}_{\text{تشعشع صادر شده از سطح } i} + \underbrace{(1-\varepsilon_i) G_i}_{\text{تشعشع انعکاس یافته از سطح } i}$

تبادل خالص گرمای تشعشعی در یک سطح نرخ خالص انتقال گرمای تشعشعی از سطح i

$q_i = A(J_i - G_i)$

$q_i = \frac{E_{bi} - J_i}{R_i}$ ← $R_i = \frac{1-\varepsilon_i}{A\varepsilon_i}$ مقاومت سطحی

تبادل خالص گرمای تشعشعی بین دو سطح نرخ خالص انتقال گرمای تشعشعی از سطح i به سطح j

$q_{ij} = A_i F_{ij} (J_i - J_j)$

$q_{ij} = \frac{J_j - J_i}{R_{ij}}$ ← $R_{ij} = \frac{1}{A_i F_{ij}}$ مقاومت فضایی تشعشع

تبادل گرمای تشعشعی در محفظه ای دو سطحی

برای دو سطح خاکستری دیفیوز و مات که تشکیل محفظه می دهند

$q_{12} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}}$

دو سطح موازی بزرگ $A_1 = A_2 = A$

$q_{12} = \frac{A\sigma [T_1^4 - T_2^4]}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$

برای دو کره، تو در تو $\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$

$q_{12} = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}$

برای دو سطح موازی بزرگ $\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2}$

$q_{12} = \frac{A_1 \sigma [T_1^4 - T_2^4]}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}$

برای جسم محدب داخل محفظه بزرگ

$q_{12} = \sigma A_1 \varepsilon_1 [T_1^4 - T_2^4]$

سپرهای تشعشعی برای کاهش انتقال گرمای تشعشعی بین دو سطح به کار می رود و از دو ورق با ضریب انعکاس بالا (ضریب صدور پایین) ساخته شده است

هر کدام N سپر تشعشعی بین دو سطح دو به کار بریم نرخ انتقال گرمای تشعشعی برابر

$q_{12}|_N = \frac{1}{N+1} q_{12}|_0$

نرخ انتقال گرمای تشعشعی بدون سپر

PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

انتقال گرمای تشعشعی در گازها

جذب و صدور تشعشع در گازها در محدوده کوچکی از طول موج صورت می‌گیرد و گازهای N_2 و O_2 و H_2 در دماهای پایین نسبت به تشعشع شفاف هستند و گازهای H_2O و CO_2 و CO و ... دارای تشعشع هستند

* معمولاً گازهایی که دارای ساختمان متقارن و غیر قطبی هستند در دماهای پایین نسبت به تشعشع شفافند
* انتقال گرمای تشعشعی در گازها ناشی از انرژی جرخشی مولکول‌ها و نوسان‌های اتمی داخل مولکول‌ها است

ضرایب صدور و جذب گاز با پایین است و در مخلوط دو گاز تشعشع کل مخلوط دو گاز کمتر از مجموع تشعشعات هر گاز به صورت تنها خواهد بود

قانون بیر Beer موقعی که اشعه تشعشعی از توده گازی عبور می‌کند به تدریج توان نشر آن کاهش پیدا می‌کند

$$\frac{L_{\lambda L}}{L_{\lambda 0}} = e^{-a_{\lambda} L}$$

کسر جذب شده $= 1 - e^{-a_{\lambda} L}$

* با افزایش فشار کل (و فشار جزئی) ضرایب صدور گاز افزایش می‌یابد ولی با افزایش دما ضرایب صدور گاز کاهش می‌یابد

نرخ خالص تبادل تشعشع $q = A_s \sigma [\varepsilon_g T_g^4 - \alpha_g T_s^4]$

* پدیده گلخانه‌ای در محدوده طول موج مرئی بیش از ۹۰ درصد تشعشع ورودی به شیشه از آن گذر می‌کند اما در طول موج بالاتر شیشه به صورت یک جسم کدر عمل می‌کند

ضریب شکل F_{ij} به صورت کسری از انرژی تشعشعی که سطح i را ترک کرده و به سطح j برخورد می‌کند

نرخ انتقال حرارت از جسم ۱ به ۲ $Q_{12} = \frac{\sigma}{\pi} (T_1^4 - T_2^4) \iint \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{r_{12}^2} dA_1 dA_2 = A_1 F_{1,2} \sigma (T_1^4 - T_2^4) = A_2 F_{21} \sigma (T_1^4 - T_2^4)$

* ضریب شکل یک کمیت هندسی است و به دما و خواص سطح بستگی ندارد و برای سطوح تخت و محدب $F_{ii} = 0$

و برای سطوح مقعر $F_{ii} \neq 0$

در یک محفظه N سطحی، N^2 ضریب شکل وجود دارد که $\frac{1}{2} N(N-1)$ ضریب شکل باید به صورت مستقیم تعیین گردد

قانون تقابل یا عکس پذیری $A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$

قانون جمع برای محفظه N سطحی $\sum_{j=1}^{N} F_{ij} = 1$

قانون جمع انتر $F_{1-2,3} = F_{12} + F_{13}$

قانون تقارن. سطوح k و i نسبت به سطح j متقارنند $F_{ji} = F_{ki}$

اگر سطح i به طور کامل توسط سطح j احاطه شده باشد $F_{ij} = 1$

محفظه سه سطحی $F_{ij} = \frac{w_i + w_j - w_k}{2 w_i}$

دو صفحه موازی به طول یکسان $F_{1,2} = \frac{\sqrt{L^2 + H^2} - H}{L}$

دو صفحه عمود با طول یکسان $F_{ij} = 1 - \sin\frac{\alpha}{2}$

روش خط‌بندی (سطوح در یک جهت دارای طول نامحدودند)

$F_{ij} = \frac{\text{طول خطوط غیر متقاطع} - \text{طول خطوط متقاطع}}{\text{دو برابر خط روی سطح } i \text{ ام}}$

ابتدا انتهای نقاط ابتدایی و انتهای سطوح را مشخص و به هم وصل می‌کنیم

$Q \propto \frac{A^2}{r^2}$

$F_{ij} = \frac{A^2}{\pi r_{ij}^2}$

P4PCO