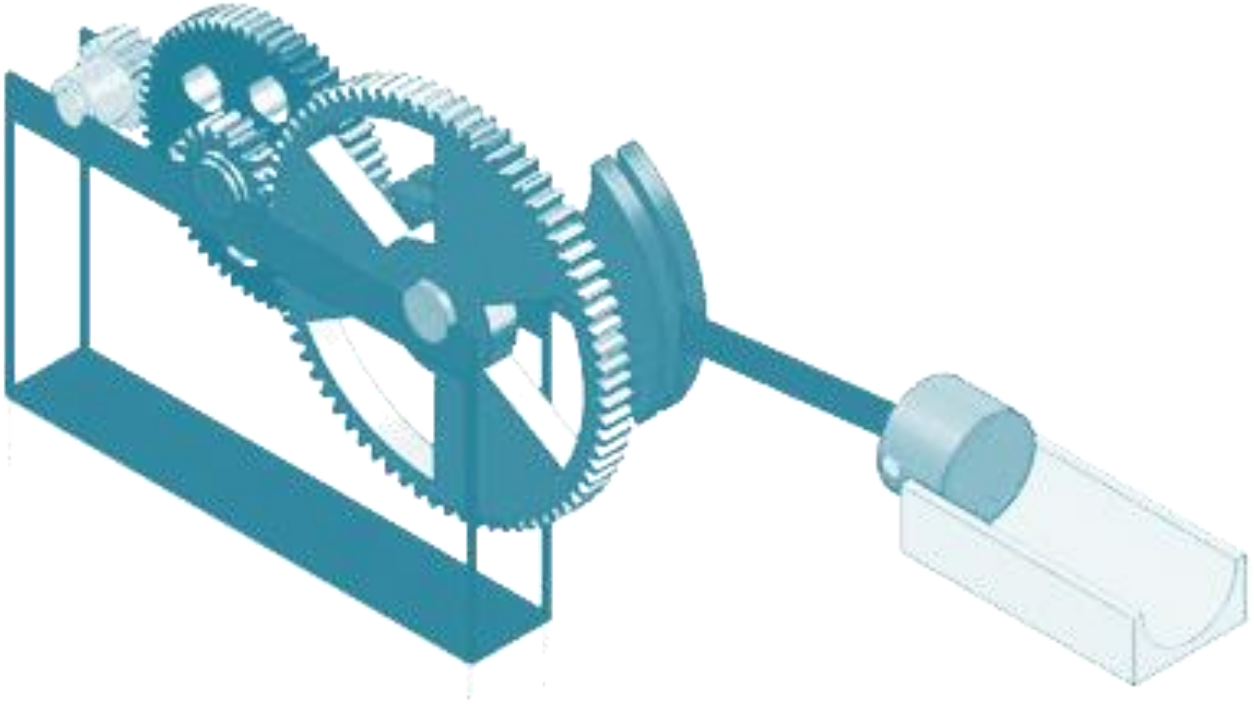
دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده مهندسی مکانیک

جزوه درس:

دینامیک ماشین

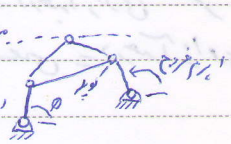
استاد: دکتر محمد مشایخی
دانشجو: مهندس علی نصر

نیمسال دوم ۸۹-۱۳۹۰

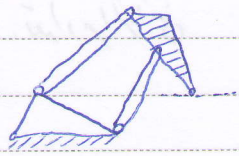


فصل ۱ - مقدمه‌ای بر سینماتیک و پنداره‌ها

اجزاء چهارمیله‌ای

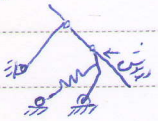


مولد میله (انتقال)

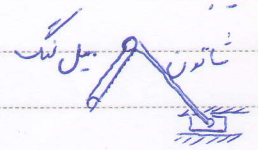


مولد تابع (آپاراتی چین)

مولد حرکت (اپراتور موتور)



پنداره لنگ لغزنده حتماً یک میله‌ای از پنداره چهارمیله‌ای دارای طول بینهایت باشد



لنگ لغزنده معکوس هنگامی که اجزاء دیگری ثابت شود یا لغزنده به جای حرکت روی میله ثابت روی میله متحرک هدایت شود.

علم حرکت‌شناسی: به مطالعه حرکت یعنی سینماتیک

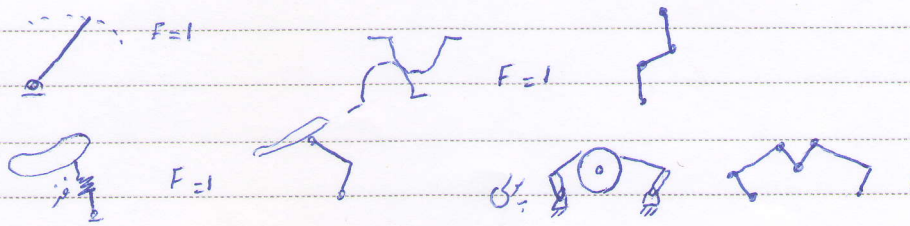
درجه آزادی: تعداد حرکت‌های ورودی مستقل مورد نیاز برای تعیین موقعیت تمام میله‌های پنداره نسبت به زمین

$$F = 3(n-1) - 2f_1 - f_2$$

f_1: اتصال پین و لغزنده n: تعداد عضو f_2: تعداد اتصالات تماس غلتشی - لغزشی

تعداد اتصالات پین از انتقال $f_1 : m-1$ m تعداد میله‌ها به هم وصل شده در پین

تماس غلتشی بدون لغزش از درجه ۱ است



سازه = درجه آزادی صفر

سازه نامعین = درجه آزادی مثبت

تعداد راکزگی $\frac{n(n-1)}{2}$

فصل ۲ - تحلیل تغییر مکان و سرعت

چرخش خلاف جهت ساعتگرد مثبت

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\vec{R}_A = R_A e^{i\theta_A} = R_A \cos\theta_A + i R_A \sin\theta_A$$

$$\vec{V}_A = \frac{d\vec{R}_A}{dt} = iR_A \frac{d\theta_A}{dt} e^{i\theta_A} = i\vec{R}_A \omega_2$$

سرعت خطی مطلق = تغییرات بردار موقعیت

$$|V_A| = R_A |\omega_2|$$

جهت بردار سرعت همیشه عمود بر بردار موقعیت در آن نقطه است

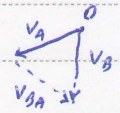
تفاضل V_{BA} زیرنویس دومی نقطه مرجع از نظر و زیرنویس اولی نقطه مورد نظر

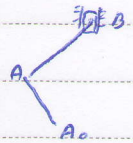
$$V_{BA} = V_B - V_A = (\bar{AB})\, i\, \omega = R_{AB}\, i\omega_2$$

$$\omega = \frac{V}{R}$$

$$V_A = R_A\, i\omega_2 \quad (\perp A_0 A)$$

$$V_B = V_A + V_{BA}$$





۱/۲ تنگ لغزنده

روش ترسیمی

روش تحلیلی

$$V_B = i\omega_2 R_A + i\omega_3 R_{BA}$$

جداکردن قسمت حقیقی و مجازی

$$V_{Bx} = 0 = -\omega_2 R_{Ay} - \omega_3 R_{BAy}$$

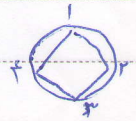
$$V_{By} = \omega_2 R_{Ax} + \omega_3 R_{BAx} \longrightarrow \omega_3 \downarrow \quad V_{By} \downarrow$$

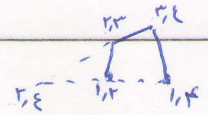
مرکز آنی مرکز لحظه‌ای یا مرکز آنی یا قطب نقطه‌ای است که در آن هیچ سرعت مثبتی بین دو جرم از بنود اره در آن لحظه وجود ندارد

قضیه کندی هر سه مرکز لحظه‌ای سه جسم که نسبت به یکدیگر دارای حرکت نسبی اند باید در استا در یک خط باشند

روش گرتاه: دایره‌ای ترسیم کرده به تعداد بنداره روی آن خط تیز کشیده و هنگامی که یک مرکز آنی بدست آمد یک خط بین دو خط مماس تیره وصل کرده

اگر از دو مجموعه شود (۳ و ۱) به دست آید آن مرکز قابل حصول است

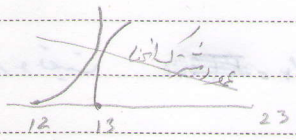




تعداد مراکز آبی یک سنجاده N و n پره

$N = \frac{n(n-1)}{2}$

$\frac{\omega_4}{\omega_2} = \frac{(1,2-2,4)}{(1,4-2,4)}$



$A^n = V\omega$

$\frac{V}{\omega} = \rho$

فصل ۳ - تحلیل شتاب

شتاب نقطه A

$$\vec{A}_A = R_A \alpha_2 i e^{i\theta_A} - R_A \omega_2^2 e^{i\theta_A} = (-\omega_2^2 + i\alpha_2) R_A$$

$R_A \alpha_2$ مماس بر مسیر A ← مؤلفه شتاب مماسی A_A^t

$R_A \omega_2^2$ جهت همواره دارد به طرف مرکز دوران ← شتاب نرمال یا شتاب جذب به مرکز

وجود این مؤلفه ناشی از تغییرات جهت بردار سرعت و به صورت $\frac{V_A^2}{R}$ در حالتی که نقطه A در راستا خط مستقیم حرکت کند شتاب نرمال آن ساوی صفر است A_A^n

A_{BA} ناظر در A شتاب B را مشاهده می کند

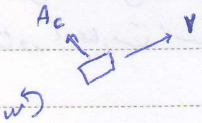
$$A_B = A_A + A_{BA}$$

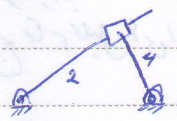
$$A_B^n + A_B^t = A_A^n + A_A^t + A_{BA}^n + A_{BA}^t$$

t مماسی
n نرمال

شتاب کریولیس

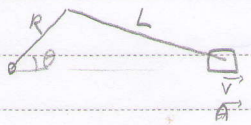
$2\omega \times V$





هر دو $v = \frac{dz}{dt}$ و $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ باید وجود داشته باشد تا مؤلفه کریولیس در رابطه شتاب ظاهر گردد

$$A_B^n + A_B^t = A_A^n + A_A^t + A_{BA}^n + A_{BA}^t + 2\omega_\theta \times V_{B/A}$$



$$V = R\omega\left(\sin\theta + \frac{R}{2L}\sin 2\theta\right)$$

$$A = R\omega^2\left(\cos\theta + \frac{R}{L}\cos 2\theta\right)$$

فصل ۴ - مبانی دینامیک ذره ای

قوانین نیوتن

۱- ذره در حالت سکون باقی می ماند یا به حرکتش در امتداد مستقیم با سرعت ثابت ادامه می دهد مگر اینکه نیروی روی آن اعمال شود

۲- تغییرات مومنتم یک ذره نسبت به زمان برابر است با نیروی بکار رفته و در جهت نیرو اعمال می شود

نیروهای استاتیکی

۱- جسم صلبی که تحت اثر دو نیرو واقع شود در تعادل استاتیکی خواهد بود اگر دو نیرو هم اندازه و دارای مقدار مساوی اما مختلف الجهت باشند

۲- جسم صلبی که تحت اثر سه نیرو واقع شود می تواند در تعادل استاتیکی می باشد اگر امتداد این سه نیرو در نقطه ای همگرا و برآیند نیروهای دو به یک مثلث را تشکیل دهند

۳- جسم صلبی که تحت اثر یک زوج نیرو واقع شود در تعادل استاتیکی است اگر همچنین تحت تاثیر زوج نیروی دیگری که مقدارش مساوی و جهتش مخالف جهت اول است قرار گیرد

اصل جمع آثار: اثر کلیه نیروها و گشتاورها عبارت است از جمع برداری نتایج تمام کیل های انفرادی

$\frac{1}{2}$

جسم $A = A_{مرکز جرم} + \alpha \times r - w^2 r$

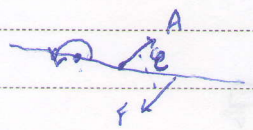
$\frac{dM}{dt} = m\frac{dv}{dt} = mA = mA_g - mrw^2 + mr\alpha$ جرم m مومنتم M

$F = A_g \sum m_i - w^2 \sum m_i r + \alpha \sum m_i r$

$T = \alpha \sum m r^2 = I\alpha$

نیروی اینرسی خلاف جهت شتاب در سیستم وارد می شود و به اندازه $|\frac{I\alpha}{F}|$ ع امتداد شتاب خارج می شود

و با شتاب کوپل مخالف شتاب زاویه ای دارد



در حل اتصال بدون نیروهای داخلی وجود دارد

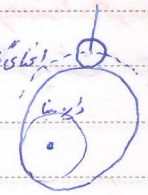
در حل اتصال بدون سه نیروی خارجی وجود دارد

چرخ لنگر = توان ذخیره شدن در آن به هنگام عملکرد دستگاه و ایجاد مکانیکی می شود در نتیجه می توان انرژی دورانی را به توان کمتر استفاده کرد

انرژی جنبشی

$E = MCV^2$

فصل ۵ - بادبک ۴



زاویه شا : زاویه‌ای است بین جهت مسیر پرده و عمود بر سطحی گام از مرکز بادبک پرده
نقطه گام محل قرارگیری نوک شاه شا، هرچه زاویه شا بزرگتر و طول سطحی گام بیشتر باشد
دایره گام دایره شعاعی که از مرکز محور بادبک تا نقطه گام می‌باشد
دایره اولیه کوچکترین دایره از مرکز محور بادبک مماس بر سطحی گام می‌باشد

انواع حرکت

شتاب ثابت

$$y = \frac{1}{2} L$$

$$\dot{y} = \frac{2L}{\beta} w$$

$$\ddot{y} = \frac{4L}{\beta^2} w^2$$

حرکت ارمونیک

$$y = \frac{L}{2}\left(1 - \cos\frac{\pi\varphi}{\beta}\right)$$

$$\dot{y} = \frac{L}{2}\frac{\pi}{\beta} w$$

$$\ddot{y} = \frac{L\pi^2}{2\beta^2} w^2$$

حرکت سیکلوئید

$$y = \frac{\varphi}{\beta} L - r\sin\left(\frac{2\pi}{\beta}\varphi\right)$$

$$\dot{y} = \frac{2L}{\beta} w$$

$$\ddot{y} = \frac{2L\pi}{\beta^2} w^2$$

$$\dddot{y} = \frac{4L\pi^2}{\beta^3} w^2$$

فصل ۶ - چرخدنده‌ها و مجموعه‌ای چرخدنده‌ای

مجموعه چرخدنده‌ای ساده

$$-\frac{\omega_{in}}{\omega_{out}} = \frac{r_{out}}{r_{in}} = \frac{d_{out}}{d_{in}} = \frac{c_{out}}{c_{in}} = \frac{N_{out}}{N_{in}}$$

$$\left|\frac{\omega_{محرک}}{\omega_{متحرک}}\right| = \frac{\text{حاصل ضرب تعداد دندانه‌ها در چرخدنده‌های متحرک}}{\text{حاصل ضرب تعداد دندانه‌ها در چرخدنده‌های محرک}}$$

* در چرخدنده سیاره‌ای $N_3 = N_1 + 2N_2$ پیچ گاه جهت تعویض می‌شود.

مجموعه چرخدنده سیاره‌ای

$$\omega_{21} = \frac{N_2}{N_3}\omega_{31} + \left(1 + \frac{N_2}{N_3}\right)\omega_{41}$$

اپیسیکلیک دو درجه آزادی

$$\omega_{31} = \omega_{41}\left(1 - \frac{N_2}{N_3}\right)$$

پیچ سیکلیک

ω_{LA} سرعت زاویه‌ای چرخدنده آخری نسبت به بازو

ω_{FA} سرعت زاویه‌ای چرخدنده اول نسبت به بازو

ω_L سرعت زاویه مطلق چرخدنده آخری

ω_F سرعت زاویه‌ای مطلق چرخدنده اولی

ω_A سرعت زاویه‌ای مطلق بازو

$$\frac{\omega_{LA}}{\omega_{FA}} = \frac{\omega_L - \omega_A}{\omega_F - \omega_A} = \left|\frac{\omega_{LA}}{\omega_{FA}}\right| = \left|\frac{\omega_L - \omega_A}{\omega_F - \omega_A}\right| = \frac{\text{حاصلضرب تعداد دندانه‌ها در چرخدنده‌های متحرک}}{\text{محرک}}$$

روش جبری: جمع آثار ① حرکت کلیه اجزای کمربازوی گردان متصل است و ② حرکت کلیه اجزا نسبت به بازو

	چرخدنده ۲	چرخدنده ۳	بازو ۴
حرکت همراه با بازو	$+20$	$+20$	$+20$
حرکت نسبت به بازو	-20	$-20 \times -\frac{N_2}{N_3}$	0
کل حرکت	0	$+20\left(1 + \frac{N_2}{N_3}\right)$	$+20$

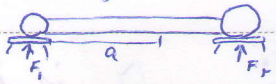
فصل ۷ - تعیین مرکز جرم و ممان اینرسی

مرکز جرم G : $Mx_G = \sum m_i x_i \quad My_G = \sum m_i y_i \quad Mz_G = \sum m_i z_i$

راه اول وبار آویزان کنیم و محل تقاطع دو خط متصل از محل آویزان کردن به زمین و محل مرکز جرم است

راه دوم استفاده از دو ترازو

$$a = \frac{F_2 L}{F_1 + F_2}$$



راه سوم پاندول یا آونگ فیزیکی

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_o}{Mgr}} \qquad I = I_o - Mr^2 = Mr\left[\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 g - r\right]$$

t زمان لازم برای یک نوسان

راه چهارم استفاده از چهارپایه

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_{p_o} + I_{t_o}}{(M_p + M_t)gr}}$$

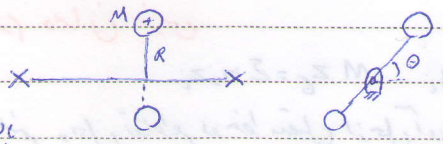
M_p جرم جسم $\quad M_t$ جرم سکو $\quad I_{p_c}$ ممان اینرسی جسم $\quad I_{t_o}$ ممان اینرسی سکو $\quad T$ تراز

T_2 تراز سکو $\quad r$ فاصله مرکز جرم سکو با جسم از مرکز آویزان ۲

$$I_p = M_p g r_p \left[\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 - \frac{r_p}{g}\right] + \frac{M_t g r_t}{4\pi^2}\left(T^2 - T_t^2\right)$$

فصل ۸ - متوازن سازی اجسام دوار

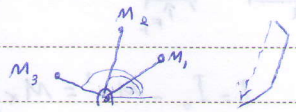
تک جرم دوار در یک صفحه



$M_e R_e = MR$

بالانس استاتیکی و دینامیکی

چند جرم دوار در یک صفحه



$$\sum M_i R_i \cos\theta_i + M_e R_e \cos\theta_e = 0$$
$$\sum M_i R_i \sin\theta_i + M_e R_e \sin\theta_e = 0$$

بالانس استاتیکی و دینامیکی

چند جرم دوار در چند صفحه عمود بر محور

تا دو صفحه

$$\begin{cases} \sum M_i R_i a_i \sin\theta_i + M_B R_B a_B \sin\theta_B = 0 \\ \sum M_i R_i a_i \cos\theta_i + M_B R_B a_B \sin\theta_B = 0 \end{cases}$$

تا دو صفحه

$$\begin{cases} \sum M_i R_i a_i \sin\theta_i + M_A R_A a_A \sin\theta_A = 0 \\ \sum M_i R_i a_i \cos\theta_i + M_A R_A a_A \cos\theta_A = 0 \end{cases}$$

نیروی گریز

$F = MR\omega^2$

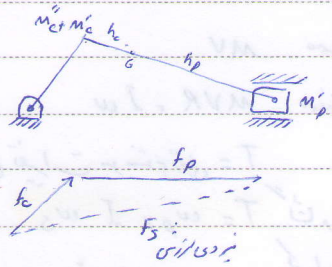
فصل ۹ - متوازن سازی اجرام در حرکت دورانی

معمولاً با اضافه کردن جرم بالانس نا مناسب می توان نیروهای لرزشی و در نتیجه کل لرزش را کاهش داد اما متاسفانه کامل آن امکان پذیر نیست

$M'_c = \frac{R_2}{R} M_c$ جرم جایگزین تک وزنی تک

$M'_c h_c = M'_p h_p$ موجرم جایگزین سیم رابط وزنی ؟

$M'_c + M'_p = M$



$f_p = (M_p + M'_p) R w^2 \cos\theta + (M_p + M'_p) R w^2 \frac{R}{L} \cos 2\theta$

نیروی اینرسی ثانویه — نیروی اینرسی اولیه

نیروی گریز از مرکز وارد بر تنگ باعث نامتعادل بالانس جزئی خنثی می گردد

$F_s = (M_p + M'_p) R w^2 \left[\sum_1^n \cos(\theta_1 + \varphi_n) + \frac{R}{L} \sum_1^n \cos 2(\theta_1 + \varphi_n) \right]$ n پیستون

شرط لازم برای بالانس بودن نیروها

$\sum_1^n \cos\varphi_n = 0$ $\sum_1^n \sin\varphi_n = 0$ اولیه

$\sum_1^n \cos 2\varphi_n = 0$ $\sum_1^n \sin 2\varphi_n = 0$ ثانویه

شرط لازم برای بالانس بودن گشتاورها

$M = f_1 a_1 + f_2 a_2 + \dots + f_n a_n$

$\sum a_n \cos\varphi_n = 0$ $\sum a_n \sin\varphi_n = 0$ اولیه

$\sum a_n \cos 2\varphi_n = 0$ $\sum a_n \sin 2\varphi_n = 0$ ثانویه

فصل ۱۰ اثر ژیروسکوپی

هنگامی که یک جسم حول محور تقارنش در حال دوران باشد نسبت به هر تغییری که روی این محور اعمال شود مقاومت از خود نشان می دهد

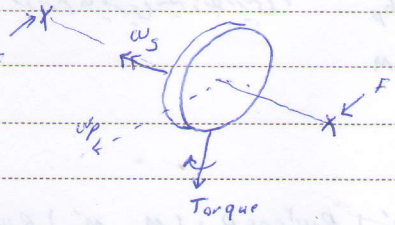
ممنتوم خطی MV

ممنتوم زاویه‌ای $MVR = I\omega$

نرخ تغییرات ممنتوم زاویه‌ای $= T$

گشتاور ژیروسکوپی $T = \omega_p \times I\omega_s$

گشتاور ژیروسکوپی



$FL = T$ نیرو در بازوی گشتاور

ω (rad/s) سرعت زاویه‌ای