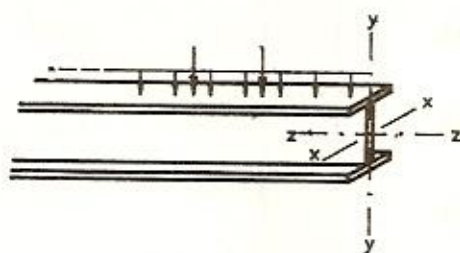


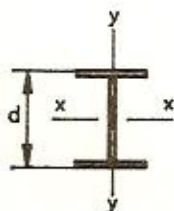
طراحی اعضا خمشی

اعضای خمشی با اتکاء جانبی

اگر قطعه‌ای منشور مستقیم را که یک بعد آن از دو بعد دیگرش خیلی بزرگتر باشد در نظر بگیریم آن را تیر با مقطع ثابت یا به اختصار تیر می‌نامیم. اگر تیری تحت بارگذاری عرضی قرار گیرد در داخل آن تنشهای قائم خمشی و تنشهای مماسی برشی ایجاد می‌گردد.



شکل مقابل یک مدل ایده آل شده ریاضی برای محاسبات خواهد بود. بارها در صفحه YZ بر روی میان تار تیر قرار دارند. اگر تیر تحت بار را در مقطعی که لنگر خمشی در آن ماکزیمم است بررسی کنیم با توجه به آنکه تنش تسلیم فولاد در کشش و فشار یکسان است از روابط مقاومت مصالح داریم:



$$f_{bxmax} = \frac{M_{xmax} \cdot d/2}{I_x} = \frac{M_{xmax}}{\frac{I_x}{d/2}}$$

f_{bxmax} تنش خمشی ماکزیمم موجود در مقطع و

I_x ممان اینرسی مقطع حول محور x می باشد. مقدار $\frac{I_x}{d/2}$ را مدول مقطع یا اساس مقطع حول محور x نامیده و آن را با W_x نشان می دهند. پس:

$$f_{bxmax} = \frac{M_{x \max}}{W_x}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} \quad \text{یا به اختصار:}$$

مقادیر W_x در جداول پروفیل‌های نورد شده برحسب واحد cm^3 درج شده است. در طراحی تیر باید حداکثر تنش موجود را به یک تنش مجاز که از تنش تسلیم فولاد کمتر است محدود نمائیم یعنی باید یک ضریب اطمینان را در طراحی در نظر

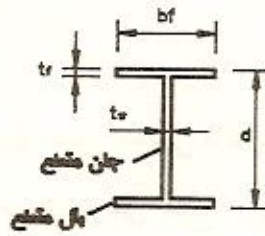
$$\text{بگیریم:} \quad > 1 = \frac{\text{تنش خرابی}}{\text{تنش مجاز}} = \text{ضریب اطمینان}$$

این رابطه نشان می دهد هر کجا لازم باشد اطمینان را بیشتر کنیم - در شرایط تنش خرابی یکسان - باید تنش مجاز کوچکتری انتخاب شود. تنش مجاز خمشی را با F_b نشان داده و در طراحی تیرها باید $f_{bmax} \leq F_b$ باشد.

تعیین تنش مجاز خمشی:

مقدار تنش مجاز بستگی به حد تسلیم فولاد مصرفی، ویژگیهای مقطع و نحوه اجرای تیر دارد هر چه تیر از جنس قوی تر بوده و دارای اتکاء بیشتری باشد تنش خرابی بزرگتر می شود، در نتیجه، تنش مجاز را می توان بالاتر برده و عدد بزرگتری را انتخاب کرد.

مقررات ملی ساختمانی ایران مقاطع فولادی



را به سه دسته تقسیم می‌کند:

- 1- مقاطع فشرده ؛
- 2- مقاطع غیر فشرده؛
- 3- مقاطع با عناصر لاغر؛

به مقطعی فشرده گفته می‌شود که در آن تناسب ابعاد بگونه‌ای است که خطر خرابی موضعی وجود ندارد. شرایط مقطع فشرده در خمش بصورت زیر می‌باشد:

1- اتصال جانها به بالها پیوسته بوده و بریده بریده نباشد.

2- در قسمت فشاری $\frac{b}{t_f} \leq \frac{545}{\sqrt{F_y}}$ باشد.

(F_y : حد تسلیم (تنش تسلیم) فولاد می‌باشد).

در مقاطع I شکل : $b = \frac{b_f}{2}$

3- جان مقطع بصورتی باشد که $\frac{d}{t_w} \leq \frac{5365}{\sqrt{F_y}}$ باشد.

اگر در تیر نیروی محوری فشاری P نیز وجود داشته باشد، تنش محوری $f_a = \frac{P}{A}$ می‌باشد (A مساحت مقطع است که در جداول پروفیلها بر حسب واحد cm^2 آمده است). در اینصورت :

$$\frac{d}{t_w} \leq \frac{5365}{\sqrt{F_y}} \left(1 - 3.74 \times \frac{f_a}{F_y}\right) \quad \text{اگر } \frac{f_a}{F_y} \leq 0.16$$

$$\frac{d}{t_w} \leq \frac{2155}{\sqrt{F_y}} \quad \text{اگر } \frac{f_a}{F_y} > 0.16$$

شرط سوّم برای آنستکه ورقهای نازک جان تحت فشار کمانه نکند.
در صورت تأمین سه شرط فوق مقطع فشرده گفته می شود.

اتكاء جانبی :

در یک تیر با مقطع متقارن نسبت به محور خمش که تحت بار جانبی قرار گرفته است در نیمی از مقطع تنشهای فشاری و در نیم دیگر تنشهای کششی ایجاد می شود. اگر تیر دارای تکیه گاههای جانبی کافی در قسمت فشاری نباشد ممکن است قبل از رسیدن به حد تسلیم در آن کمانش ایجاد شود. برای درک این موضوع یک خط کش پلاستیکی را در نظر بگیرد که توسط دستها به آن فشار وارد شود.



اگر خط کش از کناره هایش به چیزی متکی نباشد

با اعمال یک نیروی کوچک، قبل از له شدن (به حد تسلیم رسیدن) کمانه زده و شکسته می شود. این کمانه زدن در تیرها خرابی محسوب شده و باید از آن جلوگیری کرد.

برای اینکه یک تیر اتكاء جانبی داشته باشد باید بزرگترین فاصله بین تکیه گاههای جانبی آن (L_b) از هر دو مقدار L_1 و L_2 که بصورت زیر محاسبه می شوند کوچکتر باشد.

$$L_1 = \frac{635b_f}{\sqrt{F_y}} \quad , \quad L_2 = \frac{14 \times 10^5}{\left(\frac{d}{A_f}\right) \cdot F_y}$$

b_f : عرض بال فشاری مقطع

F_y : حد تسلیم فولاد

d : ارتفاع مقطع

A_f : مساحت مقطع بال فشاری ($A_f = b_f \cdot t_f$)

اگر $L_0 \leq (L_1, L_2)$ باشد آنگاه تیر اتکاء جانبی دارد.

● اگر تیری هم دارای مقطع فشرده بوده و هم دارای اتکاء جانبی باشد و مقطع آن نسبت به محور ضعیف خود متقارن باشد آنگاه طبق مقررات ملی ساختمانی ایران تنش مجاز خمشی آن حول محور قوی خمش (محور x مقطع) برابر است با:

$$F_{bx} = 0.66F_y$$

در این حالت ضریب اطمینان در حدود 1.5 انتخاب شده است.

توجه: تنش مجاز خمشی تیر حول محور ضعیف مقطع، در مقاطع با بال فشرده که دو محور تقارن در مقطع دارند $F_{by} = 0.75F_y$ بوده و کنترل اتکاء جانبی موردی ندارد.

● در تیری که اتکاء جانبی داشته $(L_0 \leq L_1, L_2)$ ولی شرایط مقطع فشرده برقرار نباشد در صورتیکه شرایط زیر برقرار باشد تنش مجاز خمشی آن $F_{bx} = 0.6F_y$ می باشد. به مقطعی که فشرده نبوده اما دو شرط زیر در مورد آنها صادق است مقاطع غیر فشرده گویند.

$$1 - \frac{b}{t_f} \leq \frac{795}{\sqrt{F_y}} \quad \text{در مقطع I: } b = \frac{b_f}{2} \quad \text{و در مقطع UNP: } b = b_f$$

برای سایر مقاطع در بند ۱۰-۱-۱-۹ کتاب مقررات ملی ساختمانی ایران نحوه تعیین مقدار b آمده است.

$$2 - \frac{h}{t_w} \leq \frac{6370}{\sqrt{F_{bx}}} \quad \text{h: ارتفاع خالص جان است } h = d - 2t_f$$

F_{bx} : تنش مجاز خمشی تیر می باشد.

توجه: در مقاطع غیر فشرده $F_{by} = 0.6 F_y$ بوده و کنترل اتکاء جانبی موردی ندارد.

تذکر 1 - تکیه گاههای جانبی بگونه‌ای هستند که بال فشاری تیر را اتکاء می دهند بنابراین فرار دادن تکیه گاهی در قسمت کششی تیر نمی تواند کمکی به اتکای جانبی تیر بنماید.

تذکر 2 - مسائل مربوط به طراحی، با آزمون و خطا حل می شوند. یعنی در ابتدا بعضی پارامترها حدس زده شده و مسأله حل می شود سپس صحت آن حدسها بررسی می شود. در صورت عدم صحت، با مقادیر جدیدی مسأله حل می گردد و این کار ادامه پیدا می کند تا موقعی که به جواب مطلوب برسیم.

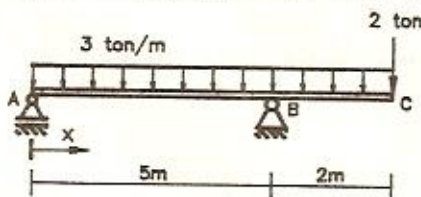
تذکر 3 - براساس بند ۱۰-۱-۲-۳ مقررات ملی ساختمانی ایران در اعضای با مقطع قوطی، تنش مجاز خمشی نسبت به هر دو محور قوی و ضعیف بصورت زیر محاسبه می شود:

$$F_{bx} = F_{by} = 0.66 F_y \quad \text{در مقاطع فشرده}$$

$$F_{bx} = F_{by} = 0.6 F_y \quad \text{در مقاطع غیرفشرده}$$

شرایط مقاطع فشرده و غیر فشرده در مقاطع قوطی شکل در بند ۱۰-۱-۲-۳ مقررات ملی ساختمانی ایران بیان شده است.

مسأله تیر زیر دارای تکیه گاههای جانبی بفواصل 1m از همدیگر می باشد آن را با مقطع



IPE طرح دهید. در انتهای کنسول و در تکیه گاه‌ها نیز تکیه گاه جانبی وجود دارد.

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

(حل)

ابتدا باید تیر را تحلیل کرده و لنگر ماکزیمم محاسبه شود.

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow 5R_B = \frac{3 \times 7 \times 7}{2} + 2 \times 7 \Rightarrow R_B = 17.5 \text{ ton}$$

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow 5R_A = \frac{3 \times 5 \times 5}{2} - 2 \times 2 - 3 \times 2 \times 1 \Rightarrow R_A = 5.5 \text{ ton}$$

برای دهانه AB ($0 < x < 5$) داریم:

$$M_x = 5.5x - \frac{3x^2}{2} \Rightarrow M'_x = V = \frac{dM}{dx} = 5.5 - 3x = 0 \Rightarrow x = 1.83 \text{ m} < 5 \quad \text{o.k.}$$

$$M^+_{\max} = 5.5 \times 1.83 - \frac{3 \times 1.83^2}{2} = 5.04 \text{ ton.m}$$

برای فاصله B تا C لنگر ماکزیمم منفی بوده و در نقطه B می باشد:

$$M^-_{\max} = -2 \times 2 - 3 \times 2 \times 1 = -10 \text{ ton.m}$$

پس لنگر طراحی برابر است با: $M_{\max} = 10 \text{ ton.m}$

با توجه به صورت مسأله حدس زده می شود که مقطع فشرده و تیر با اتکاء جانبی

باشد لذا تنش مجاز خمشی $F_{bx} = 0.66 F_y = 0.66 \times 2400 = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ در نظر

گرفته می شود:

$$f_{b\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq F_{bx} \Rightarrow W_x \geq \frac{M_{\max}}{F_{bx}} = \frac{10 \times 10^5}{1584} \Rightarrow W_x \geq 631.3 \text{ cm}^3$$

با مراجعه به جدول پروفیلها نیمرخ IPE 33 با $W_x = 713 \text{ cm}^3$ انتخاب می شود.

حال باید صحت یا عدم صحت حدس اولیه در مورد تنش مجاز خمشی تیر بررسی شود:

IPE 33		$d = 33$	cm
		$b_f = 16$	cm
		$t_f = 1.15$	cm
		$t_w = 0.75$	cm

کنترل فشرده بودن مقطع :

1- چون پروفیل نورد شده می باشد لذا شرط پیوستگی بال به جان برقرار است

$$\frac{b}{t_f} = \frac{b_f}{2t_f} = \frac{16}{2 \times 1.15} = 6.95 < \frac{545}{\sqrt{F_y}} = \frac{545}{\sqrt{2400}} = 11.12 \text{ o.k.} \quad 2.$$

$$\frac{d}{t_w} = \frac{33}{0.75} = 44 < \frac{5365}{\sqrt{F_y}} = \frac{5365}{\sqrt{2400}} = 109.5 \text{ o.k.} \quad 3.$$

پس مقطع فشرده می باشد.

حال اتکاء جانبی تیر کنترل می شود:

$$L_b = 1\text{m} = 100 \text{ cm}$$

$$L_1 = \frac{635b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635 \times 16}{\sqrt{2400}} = 12.962 \times 16 = 207 > L_b = 100$$

$$L_2 = \frac{14 \times 10^5}{\frac{d}{A_f} \times F_y} = \frac{14 \times 10^5}{\frac{33}{16 \times 1.15} \times 2400} = 325 > L_b = 100$$

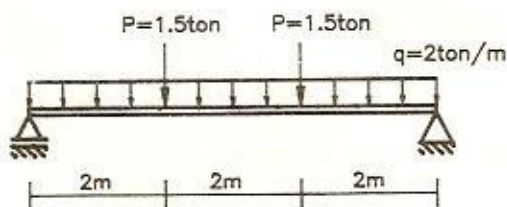
چون $L_b < (L_1, L_2)$ پس تیر دارای اتکاء جانبی نیز می باشد.

پس حدس اولیه درست بوده و تنش مجاز خمشی همان $F_{bx} = 0.66F_y$ بوده و لذا

نیمرخ محاسبه شده یعنی IPE33 جواب مسأله است.

مساله

تیر زیر را که دارای تکیه گاههای جانبی به فواصل 1.5 متر می باشد با نیمرخ INP



طرح دهید.

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

(حل)

با توجه به اینکه طول تیر $L = 6 \text{ m}$ است داریم:

$$M_{\max} = \frac{qL^2}{8} + \frac{PL}{3} = \frac{2 \times 6^2}{8} + \frac{1.5 \times 6}{3} = 12 \text{ ton.m}$$

$F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ با فرض فشرده بودن مقطع و داشتن اتکای جانبی می باشد.

$$\text{لازم } W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{12 \times 10^5}{1584} = 758 \text{ cm}^3$$

با مراجعه به جدول پروفیل‌های JNP، نیمرخ INP32 با $W_x = 782 \text{ cm}^3$ انتخاب می شود.

$$\text{INP 32} \left\{ \begin{array}{l} d = 32 \quad \text{cm} \\ b_f = 13.1 \quad \text{cm} \\ t_f = 1.73 \quad \text{cm} \\ t_w = 1.15 \quad \text{cm} \end{array} \right.$$

کنترل فشرده بودن مقطع :

1- چون مقطع نورد شده می باشد پیوستگی جان و بال برقرار است.

$$\frac{b_f}{2t_f} = \frac{13.1}{2 \times 1.73} = 3.79 < \frac{545}{\sqrt{F_y}} = 11.12 \quad \text{o.k.} \quad 2$$

$$\frac{d}{t_w} = \frac{32}{1.15} = 27.8' < \frac{5365}{\sqrt{F_y}} = 109.5 \quad \text{o.k.} \quad 3$$

پس مقطع فشرده می باشد.

حال اتکاء جانبی تیر کنترل می شود : $L_b = 150 \text{ cm}$

$$L_1 = \frac{635b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635 \times 13.1}{\sqrt{2400}} = 169.8 > L_b = 150$$

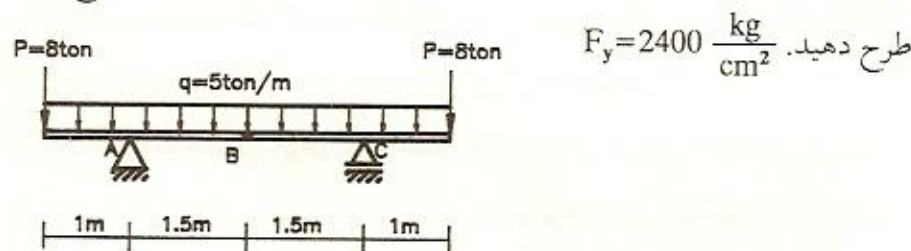
$$L_2 = \frac{14 \times 10^5}{\frac{d}{A_f} \times F_y} = \frac{14 \times 10^5}{\frac{32}{13.1 \times 1.73} \times 2400} = 413 > L_b = 150$$

بنابراین تیر دارای اتکاء جانبی نیز می‌باشد و فرض اولیه تنش مجاز خمشی $F_{bx} = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ درست بوده و نیمرخ INP32 مناسب است.

توجه: تمامی مقاطع نورد شده موجود بگونه‌ای ساخته می‌شوند که شرایط فشرده بودن را دارا هستند. یعنی ابعاد مقطع را طوری انتخاب کرده‌اند که مقطع فشرده باشد لذا عملاً می‌توان آنها را بدون کنترل، فشرده در نظر گرفت.

مساله

تیر زیر فقط در نقاط C, B, A دارای تکیه‌گاه جانبی می‌باشد آن را با نیمرخ IPE



(حل)

چون تیر نورد شده می‌باشد پس مقطع آن فشرده است. با فرض آنکه تیر دارای اتکاء جانبی نیز باشد تنش مجاز خمشی $F_{bx} = 0.66 F_y = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ انتخاب می‌شود.

$$R_A = R_C = 8 + \frac{5 \times 5}{2} = 20.5 \text{ ton} \quad \text{محاسبه لنگر خمشی ماکزیمم:}$$

$$M_B = -8 \times 2.5 - \frac{5 \times 2.5^2}{2} + 20.5 \times 1.5 = -4.875 \text{ ton.m}$$

$$M_A = M_C = -8 \times 1 - 5 \times 1 \times 0.5 = -10.5 \text{ ton.m}$$

پس لنگر طراحی $M_{\max} = 10.5 \text{ ton.m}$ می‌باشد.

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{F_{bx}} = \frac{10.5 \times 10^5}{1584} = 663 \text{ cm}^3$$

پس IPE33 با $W_x = 713 \text{ cm}^3$ انتخاب می شود :

$$\text{IPE 33} \left\{ \begin{array}{l} d = 33 \quad \text{cm} \\ b_f = 16 \quad \text{cm} \\ t_f = 1.15 \quad \text{cm} \end{array} \right.$$

اتكاء جانبی تیر بصورت زیر کنترل می شود :

نکته : آ.مگردیچیان در کتاب طرح و محاسبه ساختمان های فلزی بیان می کند که : «در مورد تیرهای کنسول، که انتهای بیرونی آنها (نوک آزاد تیر) در مقابل دوران و انتقال نگهداری نشده باشد، باید طول L را دو برابر طول کنسول منظور نمود.» یعنی، اگر در انتهای یک کنسول تکیه گاه جانبی وجود نداشته باشد در کنترل اتكاء جانبی دو برابر طول آن در محاسبات منظور می گردد. البته در بند ۱۰-۱-۲-۱ (پ) مقررات ملی ساختمانی ایران آمده است که : «برای تیر طره ای که فقط در محاذات تکیه گاه به طور جانبی نگهداری شده باشد، می توان L را برابر طول طره در نظر گرفت.» در این کتاب توصیه آ.مگردیچیان در طراحی کنسولها و یا تیرهای کنسول دار بکار گرفته شده است. پس طول L_0 در این مسأله $AB=BC=1.5 \text{ m}$ نخواهد بود بلکه مقدار بزرگتر دو برابر طول کنسول $L_0 = 2 \times 1 = 2 \text{ m}$ می باشد.

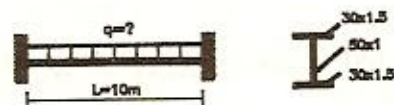
$$L_1 = \frac{635b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635 \times 16}{\sqrt{2400}} = 207 > L_0 = 200$$

$$L_2 = \frac{14 \times 10^5}{\frac{d}{A_f} \times F_y} = \frac{14 \times 10^5}{\frac{33}{16} \times 1.15 \times 2400} = 325 > L_0 = 200$$

پس اتكاء جانبی نیز برقرار است و فرض $F_{bx} = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ صحیح بوده و نیمرخ IPE33 مناسب می باشد.

مساله

مقطع تیر دو سرگیردار زیر نشان داده شده است. اگر تیر دارای تکیه گاه جانبی پیوسته باشد حداکثر شدت بار مجاز q را بدست آورید. پیوستگی جان و بال برقرار است. $F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ است.



(حل)

ابتدا تنش مجاز خمشی تیر محاسبه می شود؛

کنترل فشرده بودن مقطع :

1- پیوستگی جان و بال با توجه به اطلاعات مسأله برقرار است.

$$\frac{b_f}{2t_f} = \frac{30}{2 \times 1.5} = 10 < \frac{545}{\sqrt{F_y}} = 11.12 \quad \text{o.k.} \quad -2$$

$$\frac{d}{t_w} = \frac{53}{1} = 53 < \frac{5365}{\sqrt{F_y}} = 109.5 \quad \text{o.k.} \quad -3$$

پس مقطع فشرده می باشد و چون تیر تکیه گاه جانبی پیوسته دارد پس اتکاء جانبی

دارد و تنش مجاز خمشی تیر برابر است با: $F_{bx} = 0.66 F_y = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

$$I_x = \frac{30 \times 53^3}{12} - \frac{29 \times 50^3}{12} = 70109 \text{ cm}^4 \quad \text{محاسبه اساس مقطع :}$$

$$W_x = \frac{I_x}{d/2} = \frac{70109}{53/2} = 2645.62 \text{ cm}^3$$

محاسبه لنگر مقاوم تیر:

$$M_R = W_x F_{bx} = 2645.62 \times 1584 = 4190662 \text{ kg.cm} = 41.9 \text{ ton.m}$$

از طرفی از تحلیل تیر لنگر ماکزیمم $M_{\max} = \frac{qL^2}{12}$ بدست می آید:

$$M_{\max} \leq M_R \Rightarrow \frac{qL^2}{12} \leq 41.9 \Rightarrow \frac{q \times 10^2}{12} \leq 41.9 \Rightarrow q \leq 5.02 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$$

تعدیل لنگرها

در تیرهایی که تحت بارهای ثقلی بوده و دارای مقطع فشرده و اتکاء جانبی هستند و فولاد آنها از شکل پذیری کافی برخوردار می باشد در شرایطی که دارای اتصال صلب با ستونها بوده و یا بصورت تیر سرتاسری می باشند اگر لنگر ماکزیمم، لنگر منفی در محل اتصال و یا تکیه گاه باشد بعلت پدیده باز توزیع لنگر می توان لنگرهای تعدیل یافته را در محاسبات بکار برد.

باز توزیع لنگر یعنی وقتی فولاد در محل اتصال تحت اثر لنگر خمشی به حد تسلیم می رسد از آن پس با افزایش بار، لنگر سایر مقاطع تیر که به حد تسلیم نرسیده است بالا رفته و تیر همچنان پایدار و مقاوم می باشد تا زمانی که حداقل سه مقطع از تیر به حد تسلیم برسد در اینحالت تیر خراب می شود پس تیر بار بیشتری را تحمل می کند. مقررات ملی ساختمانی ایران بیان می کند که: «اعضایی که شرایط مقطع فشرده با نگهداری جانبی را دارند و در تکیه گاه مانند تیر سرتاسری ادامه می یابند، یا با اتصال صلب به ستون متصل اند و به صورت عضوی از قاب صلب کار می کنند، در حالتی که لنگر حداکثر در محل تکیه گاه به وجود آید، می توان آنها را برای تحمل $\frac{9}{10}$ لنگر منفی مربوط به بارهای قائم محاسبه کرد مشروط بر اینکه در چنین عضوی لنگر مثبت میان دهانه را به مقدار ۱۰ درصد میانگین لنگرهای منفی دوسر، افزایش داد. مطلب یاد شده برای تیرهای طره ای صادق نیست.» روابط مربوط به تعدیل لنگر با توجه به اشکال نشان داده شده بصورت زیر می باشد:

$|M_A| \geq |M_B|$
 $|M_A| > |M_C|$

$$\Rightarrow \begin{aligned} M_1 &= 0.9M_A \\ M_2 &= M_C + \frac{1}{10} \left(\frac{|M_A + M_B|}{2} \right) \end{aligned}$$

تیر باید یا با M_A و یا با ماکزیمم مقدار بین (M_2, M_1) طراحی شود. در حالت دوم تعدیل لنگر اعمال شده است.

مساله

در مساله قبلی مقدار q مجاز را در صورتیکه از تعدیل لنگر استفاده شود، بدست آورید.

(حل)

چون مقطع فشرده بوده و تیر دارای اتکاء جانبی می باشد پس می توان از تعدیل لنگر استفاده کرد.

\Rightarrow آنالیز الاستیک

مقدار لنگر ماکزیمم منفی تعدیل یافته برابر است با:

$$M_1 = 0.9 \times \frac{qL^2}{12} = 0.9 \times \frac{q \times 10^2}{12} = 7.5q$$

مقدار لنگر مثبت ماکزیمم میان دهانه پس از تعدیل برابر است با:

$$M_2 = \frac{qL^2}{24} + \frac{1}{10} \left(\frac{qL^2/12 + qL^2/12}{2} \right) = \frac{q \times 10^2}{24} + \frac{1}{10} \left(\frac{q \times 10^2}{12} \right) = 5q$$

بنابراین چون $M_1 > M_2$ می باشد لنگر طراحی $M_1 = 7.5q$ است:

با توجه به حل مساله 7، لنگر مقاوم مقطع $M_R = 41.9 \text{ ton.m}$ می باشد پس:

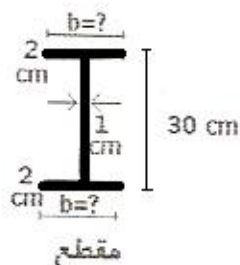
$$M \leq M_R \Rightarrow 7.5q \leq 41.9 \Rightarrow q \leq 5.58 \text{ ton/m}$$

مشاهده می شود که اعمال تعدیل لنگر باعث افزایش بار مجاز شده است. یعنی آئین نامه، مقاومت تیر در برابر لنگر منفی ماکزیمم را بیشتر از آنچه که با روش الاستیک بدست می آید، بحساب آورده است.

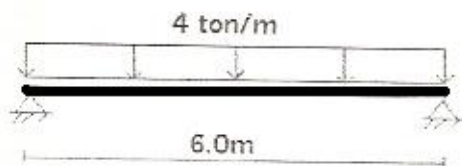
نمونه سؤال امتحانی

در صورتی که تیر شکل زیر به طور کامل دارای اتکا جانبی باشد عرض ورق بال بر اساس فقط

معیار خمش چقدر است؟



$$F_b = 1400 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{تنش مجاز خمشی}$$



اعضای خمشی بدون اتکاء جانبی

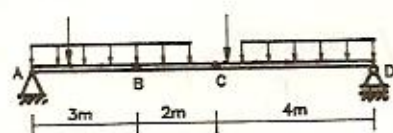
اگر فواصل تکیه گاههای جانبی در تیر بگونه ای باشد که $L_b > L_1$ یا $L_b > L_2$ اگر دد، در اینصورت تیر اتکاء جانبی نداشته و نمی توان از تنش مجاز $F_{bx} = 0.66F_y$ استفاده کرد. چون تیر در اینحالت در معرض خطر کمزش جانبی قرار داشته و در نتیجه تنش خرابی کوچکتر می شود لذا جهت تأمین ضریب اطمینان کافی، لازم است تنش مجاز کوچکتری تعیین شود.

$$L_b \text{ بزرگترین فاصله بین دو تکیه گاه جانبی در تیر می باشد و } L_1 = \frac{635 b_f}{\sqrt{F_y}} \text{ و } L_2 = \frac{14 \times 10^5}{d} \times F_y$$

است. برای بررسی تیرهای بدون اتکاء جانبی از تئوری کمزش

استفاده می شود. در عمل برای طراحی تیر بدون اتکاء جانبی مقررات ملی ساختمانی ایران روال زیر را برای مقاطع فشرده و یا غیر فشرده بیان می کند. کلیه

قطعات میان هر دو تکیه گاه جانبی مجاور را باید بررسی کرد. مثلاً در تیر زیر که در



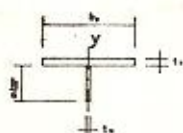
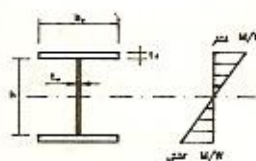
نقاط A و B و C و D تکیه گاه جانبی دارد باید قطعات AB و BC و CD بررسی شود. هر قطعه ای که تنش مجاز کوچکتری را.

نتیجه دهد آن مقدار بعنوان تنش مجاز خمشی تیر در نظر گرفته می شود.

برای هر قطعه دو تنش مجاز F_{b1} و F_{b2} محاسبه شده هر کدام بزرگتر باشد بعنوان تنش مجاز خمشی قطعه در نظر گرفته می شود مشروط به اینکه از مقدار $0.6F_y$ بزرگتر نباشد در غیر اینصورت مقدار $0.6F_y$ بعنوان تنش مجاز خمشی قطعه محسوب می شود. با کنترل کلیه قطعات، کوچکترین تنش مجاز بین آنها بعنوان تنش مجاز خمشی تیر بکار برده می شود.

محاسبه F_{b1} :

قطعه ای را که بین دو تکیه گاه جانبی قرار دارد در نظر گرفته و قسمتی از مقطع آن را که شامل مجموع بال فشاری و $\frac{1}{3}$ منطقه فشاری جان می باشد جدا کرده و شعاع ژیراسیون این قسمت حول محور Y (محوری که از میان جان می گذرد) محاسبه می شود. مثلاً اگر مقطع تیر در آن قطعه بصورت زیر باشد:



برای محاسبه F_{b1} قسمت زیر در نظر گرفته می شود:

شعاع ژیراسیون این قسمت را حول محور Y محاسبه کرده و اگر طول قطعه L باشد

ضریب لاغری قطعه (λ) از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$r_T = r_y = \sqrt{\left(\frac{I_y}{A_T}\right)} \quad \text{و} \quad \lambda = \frac{L}{r_T}$$

مقدار λ با دو مقدار λ_1 و λ_2 مقایسه شده و بر اساس آن F_{b1} محاسبه می شود:

$$\lambda_1 = \sqrt{\left(\frac{72 \times 10^5 C_b}{F_y}\right)} \quad \text{و} \quad \lambda_2 = \sqrt{\left(\frac{360 \times 10^5 C_b}{F_y}\right)} = \sqrt{5} \lambda_1$$

سه حالت وجود دارد:

(I) اگر $\lambda_1 < \lambda$ باشد اثر لاغری ناچیز بوده و تنش مجاز خمشی قطعه فقط به حد

تسلیم فولاد بستگی داشته و داریم: $F_{b1} = 0.6 F_y$

(II) اگر $\lambda_2 < \lambda < \lambda_1$ باشد در اینصورت هم حد تسلیم و هم لاغری موثر می باشند.

$$F_{b1} = \left[\frac{2}{3} - \frac{\lambda^2 F_y}{1075 \times 10^5 C_b} \right] F_y \leq 0.6 F_y$$

(III) اگر $\lambda \geq \lambda_2$ باشد فقط لاغری تعیین کننده است و داریم:

$$F_{b1} = \frac{120 \times 10^5 C_b}{\lambda^2} \leq 0.6 F_y$$

محاسبه F_{b2} :

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{\frac{Ld}{A_f}} \leq 0.6 F_y$$

بطور کلی برای تمام مقادیر λ داریم:

C_b : ضریب خمشی

L : طول قطعه بین دو تکیه گاه جانبی

A_f : مساحت بال فشاری

می باشد.

d : ارتفاع مقطع

بطور خلاصه در تیرهایی با مقطع فشرده یا غیر فشرده که در آنها $L_b > L_2$ یا $L_b > L_1$

باشد برای هر قطعه:

$$F_{bx} = \min \left\{ 0.6 F_y \text{ و } \text{Max} \{ F_{b1}, F_{b2} \} \right\}$$

F_{bx} برای مقاطع مختلف در طول تیر محاسبه شده هر کدام کوچکتر باشد بعنوان

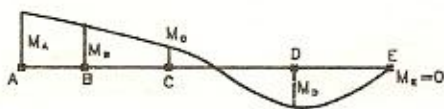
تنش مجاز تیر در نظر گرفته می شود.

تعیین C_b :

C_b ضریبی است که مربوط به تغییرات لنگر در طول آزاد بال است و از رابطه زیر بدست می آید:

$$C_b = 1.75 + 1.05 \frac{M_1}{M_2} + 0.3 \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^2 \quad \text{و} \quad 1 \leq C_b \leq 2.3$$

M_1 و M_2 مقادیر لنگرهای دو انتهای قطعه مورد نظر است و $|M_2| \geq |M_1|$.
به تیر زیر که در نقاط D, C, B, A تکیه گاه جانبی داشته و دیاگرام لنگر آن نشان داده شده است، توجه کنید:



برای قطعات این تیر تعیین علامت $\frac{M_1}{M_2}$ بصورت زیر است:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{M_B}{M_A} < 0 \quad \text{برای قطعه AB:}$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{M_C}{M_B} < 0 \quad \text{برای قطعه BC:}$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{M_C}{M_D} > 0 \quad \text{برای قطعه CD:}$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{M_E}{M_D} = 0 \quad \text{برای قطعه DE:}$$

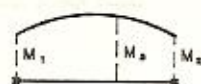
به حالات زیر نیز توجه کنید:

1- اگر در قطعه مورد نظر و در منحنی الاستیک آن فقط یک انحناء بوجود آید یعنی بصورت باشد مثلاً در کنسول مقابل وضعیت کمانش جانبی بحرانی بوده و $\frac{M_1}{M_2} < 0$ است.

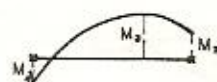
2- اگر در قطعه میان دو تکیه گاه جانبی نقطه عطفی وجود داشته باشد یعنی دیاگرام

لنگر خمشی تغییر علامت دهد کمانش جانبی خطر کمتری داشته و $\frac{M_1}{M_2} > 0$ است مشروط به اینکه بصورت حالت 3 نباشد.

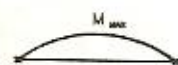
3- اگر در قطعه‌ای دیاگرام لنگر خمشی بصورتی باشد که در نقطه‌ای مابین دو تکیه‌گاه جانبی قدرمطلق لنگر خمشی از قدرمطلق هر دو لنگر خمشی انتهای قطعه بزرگتر باشد در اینصورت قطعه مستعد کمانش جانبی بوده و $C_b = 1$ است. به شکل‌های زیر توجه شود:



$$\begin{aligned} M_3 > M_1 \\ M_3 > M_2 \end{aligned} \Rightarrow C_b = 1$$



$$\begin{aligned} |M_3| > |M_1| \\ M_3 > M_2 \end{aligned} \Rightarrow C_b = 1$$



$$C_b = 1$$

1- $C_b = 1$ بحرانی‌ترین حالت بوده و حداکثر مقدار C_b به 2.3 محدود می‌شود. تذکر 1- در محاسبه F_{b1} برای تسریع در محاسبات در مقاطع نورد شده می‌توان از رابطه $F_{b1} = 1.2F_y$ استفاده کرد که F_y شعاع ژیراسیون کل مقطع حول y می‌باشد که در جداول پروفیلها بر حسب واحد cm آمده است. شعاع ژیراسیون را با i نیز نشان می‌دهند.

2- تذکر 2- برای مقاطع I شکل نورد شده موجود اکثراً $F_{b2} > F_{b1}$ می‌باشد پس در محاسبات اکثراً F_{b2} تعیین کننده است. بعضی مواقع ممکن است در نیمرخهای بزرگ مقدار F_{b1} بزرگتر از F_{b2} گردد اما اختلاف بین آنها ناچیز بوده بطوریکه از نظر طراحی می‌توان F_{b2} را ملاک محاسبه قرار داد.

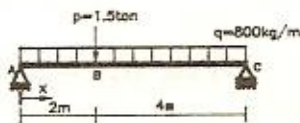
3- تذکر 3- شرط استفاده از رابطه F_{b2} آنستکه بال فشاری پرو سرتاسری بوده و شکل مقطع آن تقریباً مستطیل باشد و مساحت آن کمتر از سطح مقطع بال کششی نباشد. این شروط در مقاطع I و [شکل برقرار است.

4- تذکر 4- برای مقاطع ناودانی که نسبت به محور قوی خود تحت خمش قرار

می گیرند، تنش مجاز فقط از رابطه F_{B2} تعیین می شود.
 تذکر 5- برای اعضای خمشی با مقطع فشرده و یا غیر فشرده که طول آزاد و نگهداری نشده آنها در منطقه فشاری (L_B) بیش از مقدار L_1 یا L_2 باشد، تنش کششی مجاز در خمش $0.6F_y$ است.

مساله

تیر زیر را در سه حالت با مقطع INP و مقطع IPE طرح دهید. $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$
 الف) تیر دارای تکیه گاه جانبی پیوسته باشد.
 ب) تیر فقط در نقاط A, B, C تکیه گاه جانبی داشته باشد.
 ج) تیر فقط در نقاط A و C تکیه گاه جانبی داشته باشد.



(حل)

ابتدا تیر تحلیل می شود:

$$R_A = \frac{0.8 \times 6}{2} + \frac{1.5 \times 4}{6} = 3.4 \text{ ton}$$

$$\text{AB فاصله } 0 < x < 2 : M = 3.4x - \frac{0.8x^2}{2} \Rightarrow M' = 3.4 - 0.8x = 0$$

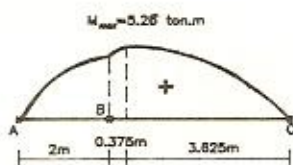
$$\Rightarrow x = 4.25 \text{ m} > 2 \text{ N.G.}$$

$$\text{BC فاصله } 2 < x < 6 : M = 3.4x - \frac{0.8x^2}{2} - 1.5(x-2)$$

$$\Rightarrow M' = 3.4 - 0.8x - 1.5 = 0 \Rightarrow x = 2.375 \text{ m} > 2 \text{ m o.k}$$

$$M_{\max} = 3.4 \times 2.375 - \frac{0.8 \times 2.375^2}{2} - 1.5(2.375 - 2) \Rightarrow M_{\max} = 5.26 \text{ ton.m}$$

دیگرام تغییرات لنگر بصورت زیر می باشد:



(الف)

چون مقطع نورد شده است پس فشرده می‌باشد. در اینحالت بخاطر نکیه گاه جانبی پیوسته، اتکاء جانبی برقرار است. پس: $F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

$$\text{لازم } W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{5.26 \times 10^5}{1584} = 332 \text{ cm}^3$$

با توجه به جدول پروفیل‌های فولادی مقاطع INP24 با $W_x = 354 \text{ cm}^3$ و IPE27 با $W_x = 429 \text{ cm}^3$ جواب مسأله می‌باشد.

(ب)

در اینحالت تیر دارای دو قطعه AB و BC می‌باشد. ابتدا بعنوان حدس اولیه تنش مجاز خمشی تیر $F_{bx} = 1400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ فرض می‌شود.

$$\text{لازم } W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{5.26 \times 10^5}{1400} = 376 \text{ cm}^3 \Rightarrow \begin{cases} \text{INP26, } W_x = 442 \text{ cm}^3 \\ \text{IPE27, } W_x = 429 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

برای هر دو نیمرخ $L_1 < L_b = 400$ بوده پس اتکاء جانبی ندارند. در قطعه AB، $L = 2$

و $C_b = 1.75$ و در قطعه BC، $L = 4\text{m}$ و $C_b = 1$ می‌باشد پس بدیهی است

قطعه BC در این تیر که طول بزرگتر و C_b کوچکتر دارد تعیین کننده است. توضیح آنکه در قطعه BC لنگر ماکزیمم در بین دو انتهای قطعه وجود دارد یعنی این لنگر از لنگرهای دو سر قطعه BC بزرگتر می‌باشد پس $C_b = 1$ می‌شود.

کنترل INP26:

$$\text{INP26} \left\{ \begin{array}{ll} d = 26 & \text{cm} \\ h = d - 2t_f = 23.18 & \text{cm} \\ b_f = 11.3 & \text{cm} \\ t_f = 1.41 & \text{cm} \\ t_w = 0.94 & \text{cm} \end{array} \right.$$

$$L_1 = \frac{635b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635 \times 11.3}{\sqrt{2400}} = 146.5 < L_b = 400$$

پس تیر اتکاء جانبی ندارد.

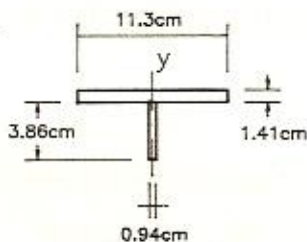
محاسبه F_{bl} :

باید مجموع بال فشاری و $\frac{1}{3}$ جان فشاری بررسی شود:

$$h = 23.18 \text{ cm} \Rightarrow \frac{h}{2} = 11.59 \text{ cm} \text{ کل جان فشاری}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{3} \text{ جان فشاری}\right) = \frac{11.59}{3} = 3.86 \text{ cm}$$

$$I_y = \frac{1.41 \times 11.3^3}{12} + \frac{3.86 \times 0.94^3}{12} = 169.8 \text{ cm}^4$$



$$A_T = 11.3 \times 1.41 + 0.94 \times 3.86 = 19.56 \text{ cm}^2$$

$$r_T = r_y = \sqrt{\left(\frac{I_y}{A_T}\right)} = \sqrt{\left(\frac{169.8}{19.56}\right)} = 2.946 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{400}{2.946} = 135.8$$

اگر از رابطه $r_T = 1.2r_y$ استفاده شود: $r_T = 1.2 \times 2.32 = 2.784 \text{ cm}$ پس

$$r_T = 1.2r_y \text{ از استفاده از } \lambda = \frac{400}{2.784} = 143.7 \text{ چون } \lambda \text{ بزرگتری بدست می آید پس استفاده از } r_T = 1.2r_y$$

بمنفع اطمینان است.

$$\lambda_1 = \sqrt{\left(\frac{72 \times 10^5 C_b}{F_y}\right)} = \sqrt{\left(\frac{72 \times 10^5 \times 1}{2400}\right)} = 55$$

$$\lambda_2 = \sqrt{5} \lambda_1 = \sqrt{5} \times 55 = 122$$

چون $\lambda_2 > \lambda$ است بنابراین:

$$F_{bl} = \frac{120 \times 10^5 \times C_b}{\lambda^2} = \frac{120 \times 10^5 \times 1}{135.8^2} = 650.7 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b1} = 650.7 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

محاسبه F_{b2} :

$$F_{b2} = \frac{840000C_b}{\frac{Ld}{A_f}} = \frac{840000 \times 1}{\frac{400 \times 26}{11.3 \times 1.41}} = 1287 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$< 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = F_{b2} \Rightarrow F_{bx} = 1287 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

مشاهده می شود که در اینجا F_{b2} تعیین کننده است.

با مشخص شدن شماره نیمرخ و تنش مجاز واقعی، تیر بصورت زیر کنترل می شود:

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5.26 \times 10^5}{442} = 1190 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < F_{bx} = 1287 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ o.k.}$$

بنابراین تیر آهن 26 INP مناسب است.

کنترل IPE27:

IPE 27	$d = 27$ cm
	$b_f = 13.5$ cm
	$t_f = 1.02$ cm
	$t_w = 0.66$ cm
	$r_y = 3.02$ cm

$$L_1 = \frac{635b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635 \times 13.5}{\sqrt{2400}} = 175 < L_b = 400$$

پس تیر اتکاء جانبی ندارد.

$$r_T = 1.2r_y = 1.2 \times 3.02 = 3.624 \text{ cm}$$

محاسبه F_{b1} :

$$\lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{400}{3.624} = 110.4$$

$$\lambda_1 < \lambda < \lambda_2 \Rightarrow F_{b1} = \left[\frac{2}{3} - \frac{\lambda^2 F_y}{1075 \times 10^5 C_b} \right] \times F_y = \left[\frac{2}{3} - \frac{110.4^2 \times 2400}{1075 \times 10^5 \times 1} \right] \times 2400$$

$$\Rightarrow F_{b1} = 947 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < 0.6 F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

محاسبه F_{b2} :

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{L_d / A_f} = \frac{840000 \times 1}{400 \times 27 / (13.5 \times 1.02)} = 1071 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} < 0.6 F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = 1071 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

مشاهده می شود که در اینجا نیز F_{b2} تعیین کننده است.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5.26 \times 10^5}{429} = 1226 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} > F_{bx} = 1071 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ N.G.}$$

پس نیمرخ IPE27 ضعیف می باشد.

نیمرخ IPE30 با $W_x = 557 \text{ Cm}^3$ کنترل می شود.

$$L_1 = \frac{635 \times b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635 \times 15}{\sqrt{2400}} = 194 < L_b = 400$$

پس تیر اتکاء جانبی ندارد.

محاسبه F_{b1} :

$$r_T = 1.2 r_y = 1.2 \times 3.35 = 4.02 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{400}{4.02} = 99.5$$

$$\lambda_1 < \lambda < \lambda_2 \Rightarrow F_{b1} = \left[\frac{2}{3} - \frac{\lambda^2 F_y}{1075 \times 10^5 C_b} \right] F_y$$

$$F_{b1} = \left[\frac{2}{3} - \frac{99.5^2 \times 2400}{1075 \times 10^5 \times 1} \right] \times 2400 = 1069.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < 0.6 F_y$$

محاسبه F_{b2} :

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{L_d/A_f} = \frac{840000 \times 1}{400 \times 30 / (15 \times 1.07)} = 1123.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} < 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = 1123.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

مشاهده می شود که در اینجا نیز F_{b2} تعیین کننده می باشد.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5.26 \times 10^5}{557} = 944 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < F_{bx} = 1123.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{o.k.}$$

پس تیر آهن IPE30 جواب مسأله می باشد.

(ج)

در این حالت در A و C تکیه گاه جانبی وجود دارد و با توجه به دیاگرام تغییرات لنگر $C_b = 1$ بوده و کل تیر بعنوان قطعه مورد نظر می باشد. با فرض $F_{bx} = 1100 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ اساس مقطع لازم برابر است با:

$$\text{لازم } W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{5.26 \times 10^5}{1100} = 478 \text{ cm}^3 \Rightarrow \begin{cases} \text{INP28, } W_x = 542 \text{ cm}^3 \\ \text{IPE30, } W_x = 557 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

کنترل INP28:

$$L_1 = \frac{635b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635}{\sqrt{2400}} b_f \approx 13b_f = 13 \times 11.9 = 154.7 < L_b = 600$$

پس تیر اتکاء جانبی ندارد.

محاسبه F_{b1} :

$$r_T = 1.2r_y = 1.2 \times 2.45 = 2.94 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{600}{2.94} = 204.08$$

$$\lambda > \lambda_2 \Rightarrow F_{b1} = \frac{120 \times 10^5 C_b}{\lambda^2} = \frac{120 \times 10^5 \times 1}{204.08^2} = 288 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b1} = 288 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

محاسبه F_{b2} :

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{L_d/A_r} = \frac{840000 \times 1}{600 \times 28 / (11.9 \times 1.52)} = 904.4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} = 904.4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = 904.4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

مشاهده می شود که برای این نیمرخ نیز F_{b2} با اختلاف زیادی نسبت به F_{b1} تعیین کننده می باشد.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5.26 \times 10^5}{542} = 970 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} > F_{bx} = 904.4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ N.G.}$$

پس INP28 ضعیف می باشد.

نیمرخ INP30 با $W_x = 653 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ کنترل می شود:

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5.26 \times 10^5}{653} = 806 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < 904.4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ o.k.}$$

چون تنش مجاز خمشی INP30 قطعاً از تنش مجاز خمشی INP28 بزرگتر است با توجه به مقدار تنش ماکزیمم موجود ، INP30 جواب مسأله می باشد.

$$L_1 = 13b_f = 13 \times 15 = 195 < L_b = 600 \quad \text{کنترل IPE30:}$$

پس تیر اتکاء جانبی ندارد.

محاسبه F_{b1} :

$$r_T = 1.2r_y = 1.2 \times 3.35 = 4.02 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{600}{4.02} = 149.3$$

$$\lambda > \lambda_2 \Rightarrow F_{b1} = \frac{120 \times 10^5 C_b}{\lambda^2} = \frac{120 \times 10^5 \times 1}{149.3^2} = 538.3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b1} = 538.3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < 0.6 F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{محاسبه } F_{b2} :$$

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{L_d/A_f} = \frac{840000 \times 1}{600 \times 30 / (15 \times 1.07)} = 749 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$< 0.6 F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = 749 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

مشاهده می شود برای این نیمرخ نیز F_{b2} تعیین کننده می باشد.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5.26 \times 10^5}{557} = 944 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} > F_{bx} = 749 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{N.G.}$$

پس نیمرخ IPE30 ضعیف است.

نیمرخ IPE33 با $W_x = 713 \text{ cm}^3$ کنترل می شود :

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5.26 \times 10^5}{713} = 738 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < 749 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{o.k.}$$

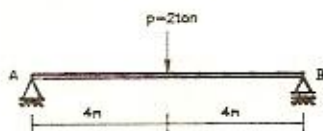
چون تنش مجاز خمشی IPE33 قطعاً از تنش مجاز خمشی IPE30 یعنی $749 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ بزرگتر می باشد با توجه به مقادیر فوق IPE33 جواب مسأله است .

توجه : چون محاسبه F_{b2} آسانتر می باشد بهتر است اول F_{b2} محاسبه شود. اگر F_{b2} بزرگتر از $0.6 F_y$ گردد در آن صورت نیازی به محاسبه F_{b1} و تنش مجاز خمشی $0.6 F_y$ خواهد بود.

مساله

تیر زیر را که در نقاط A و B دارای تکیه گاه جانبی است با مقطع IPE طرح

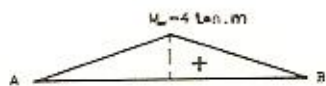
$$F_y = 2400 \text{ kg/cm}^2 \text{ دهید.}$$



(حل)

لنگر ماکزیمم در زیر بار منفرد بوده و برابر است با:

$$M_{\max} = \frac{PL}{4} = \frac{2 \times 8}{4} = 4 \text{ ton.m}$$



دیگرام تغییرات لنگر بصورت مقابل می باشد.

با فرض $F_{bx} = 1400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ اساس مقطع لازم برابر می شود با:

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{4 \times 10^5}{1400} = 286 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{IPE 24, } W_x = 324 \text{ cm}^3$$

کنترل نیمرخ IP24:

IPE24	d = 24	cm
	b _f = 12	cm
	t _f = 0.98	cm
	r _y = 2.69	cm

$$L_1 = \frac{635b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635}{\sqrt{2400}} b_f \approx 13b_f = 13 \times 12 = 156 < L_b = 800$$

پس تیر اتکاء جانبی ندارد.

محاسبه F_{b2} :

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{L_d/A_f} = \frac{840000 \times 1}{800 \times 24 / (12 \times 0.98)} = 514.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} = 514.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < 0.6 F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

محاسبه F_{bt} :

$$r_T = 1.2 r_y = 1.2 \times 2.69 = 3.228 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{800}{3.228} = 248$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\left(\frac{72 \times 10^5 C_b}{F_y}\right)} = \sqrt{\left(\frac{72 \times 10^5 \times 1}{2400}\right)} = 55$$

$$\lambda_2 = \sqrt{\left(\frac{360 \times 10^5 C_b}{F_y}\right)} = \sqrt{5} \lambda_1 = 122$$

$$\lambda > \lambda_2 \Rightarrow F_{bt} = \frac{120 \times 10^3 C_b}{\lambda^2} = \frac{120 \times 10^5 \times 1}{248^2} = 195 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} > F_{bt} \Rightarrow F_{bx} = 514.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{لازم } W = \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{4 \times 10^5}{514.5} = 777 \text{ cm}^3 > W_{x \text{ IPE24}} = 324 \quad \text{N.G.}$$

پس IPE 24 ضعیف می باشد.

با توجه به $W = 777 \text{ cm}^3$ لازم، نیمرخ IPE33 با $W_x = 713 \text{ cm}^3$ انتخاب و کنترل می شود:

$$L_1 = 13b_f = 13 \times 16 = 208 < L_b = 800 \Rightarrow \text{تیر اتکاء جانبی ندارد.}$$

محاسبه F_{b2} :

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{L_d/A_f} = \frac{840000 \times 1}{800 \times 33 / (16 \times 1.15)} = 585 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} < 0.6 F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

محاسبه F_{bt} :

$$r_T = 1.2 r_y = 1.2 \times 3.55 = 4.26 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{800}{4.26} = 188$$

$$\lambda > \lambda_2 \Rightarrow F_{b1} = \frac{120 \times 10^5 C_b}{\lambda^2} = \frac{120 \times 10^5 \times 1}{188^2} = 340 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = 585 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

مشاهده می شود که برای این نیمرخ F_{b2} تعیین کننده می باشد.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{4 \times 10^5}{713} = 561 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < F_{bx} = 585 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{o.k.}$$

پس IPE33 مناسب می باشد.

مساله

مساله قبل را در حالتی که در دو انتها و در وسط تیر تکیه گاه جانبی وجود داشته

باشد حل کنید.

(حل)

با فرض اینکه $F_{bx} = 1400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ داریم:

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{4 \times 10^5}{1400} = 286 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{IPE24}, W_x = 324 \text{ cm}^3$$

$$L_1 = 13b_f = 13 \times 12 = 156 < L_b = 400$$

با توجه به دیاگرام تغییرات لنگر $\frac{M_1}{M_2} = 0$ بوده پس $C_b = 1.75$ می باشد.

محاسبه F_{b2} :

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{L_d/A_f} = \frac{840000 \times 1.75}{400 \times 24 / (12 \times 0.98)} = 1800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} = 1800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} > 0.6 F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

بنابراین نیازی به محاسبه F_{b1} نبوده و تنش مجاز خمشی تیر

$F_{bx} = 0.6 F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ می باشد.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{4 \times 10^5}{324} = 1235 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < F_{bx} = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{o.k.}$$

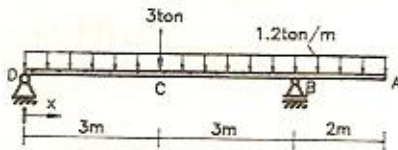
پس IPE24 مناسب است.

مقایسه نتایج مسأله قبل و این مسأله اهمیت تکیه گاههای جانبی را در کاهش شماره نیمرخها نشان می دهد لذا باید سعی شود تا آنجا که ممکن است برای تیرها تکیه گاههای جانبی کافی قرار داده شود.

مسأله

تیر زیر فقط در نقاط D, C, B تکیه گاه جانبی دارد. آن را با مقطع INP طرح

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ دهید.}$$



(حل)

ابتدا تیر را تحلیل کرده و دیاگرام تغییرات لنگر خمشی رسم می شود :

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow 6R_D = 3 \times 3 + 1.2 \times 6 \times 3 - 1.2 \times 2 \times 1 \Rightarrow R_D = 4.7 \text{ ton}$$

$$0 < x < 3 \Rightarrow M_x = 4.7x - \frac{1.2x^2}{2} \Rightarrow M'_x = 4.7 - 1.2x = 0 \Rightarrow x = 3.9\text{m} > 3 \text{ N.G.}$$

$$3 < x < 6 \Rightarrow M_x = 4.7x - \frac{1.2x^2}{2} - 3(x-3)$$

$$\Rightarrow M'_x = 4.7 - 1.2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 1.4\text{m} < 3 \text{ N.G.}$$

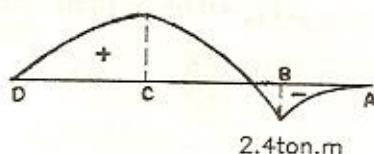
با توجه به نتایج فوق مشخص می شود که لنگر ماکزیمم در دهانه DB در زیر بار

منفرد می باشد.

$$M_{\max}^+ = 4.7 \times 3 - \frac{1.2 \times 3^2}{2} = 8.7 \text{ ton.m}$$

$$M_{\max}^- = M_B = -1.2 \times 2 \times 1 = -2.4 \text{ ton.m}$$

دیاگرام تغییرات لنگر خمشی بصورت زیر می باشد :



$$\text{با فرض } F_{bx} = 1400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ داریم:}$$

$$\text{لازم } W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{8.7 \times 10^5}{1400} = 621 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{INP 30, } W_x = 653 \text{ cm}^3$$

کنترل نیمرخ INP30:

چون در نقطه A انتهای کنسول تکیه گاه جانبی وجود ندارد پس $L_b = 2 \times 2 = 4 \text{ m}$ می باشد.

تیر اتکاء جانبی ندارد $\Rightarrow L_b = 400 < L_1 = 13b_f = 13 \times 12.5 = 162.5$

در قطعات AB, DC چون $\frac{M_1}{M_2} = 0$ است پس $C_b = 1.75$ می باشد. در قطعه CB با توجه به دیاگرام لنگر داریم:

$$C_b = 1.75 + 1.05 \frac{M_1}{M_2} + 0.3 \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^2$$

$$C_b = 1.75 + 1.05 \times \frac{2.4}{8.7} + 0.3 \left(\frac{2.4}{8.7} \right)^2 = 2.06 < 2.3 \Rightarrow C_b = 2.06$$

چون طول مؤثر قطعه AB، $L_b = 4 \text{ m}$ و ضریب خمشی آن $C_b = 1.75$ می باشد در مقایسه با قطعات دیگر بحرانی ترین قطعه است. در واقع اگر در کلیه قطعات تیری با مقطع ثابت F_{b2} تعیین کننده باشد (نه F_{b1}) هر قطعه ای که پارامتر $\frac{L}{C_b}$ آن بزرگتر باشد تعیین کننده بوده و F_{b2} آن قطعه - اگر از $0.6F_y$ کوچکتر باشد - بعنوان تنش مجاز تیر در نظر گرفته می شود.

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000 \times 1.75}{400 \times 30 / (12.5 \times 1.62)} = 2480 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} = 2480 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} > 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

پس نیازی به محاسبه F_{b1} نبوده و تنش مجاز خمشی تیر

$$F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ می باشد.}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{8.7 \times 10^5}{653} = 1332 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < F_{bx} = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{o.k.}$$

پس تیر آهن INP30 جواب مسأله است.

مسئله

نمودار تغییرات تنش مجاز خمشی F_{bx} نسبت به تغییرات طول مهاربندی نشده جانبی را با بکار بردن $C_b=1$ و $C_b=2.3$ برای نیمرخهای زیر رسم کرده و محدوده مجاز طراحی را مشخص کنید.

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

الف) نیمرخ IPB20 ب) نیمرخ IPE20

(حل)

با توجه به مطالب فصول اول و دوم دو پارامتر $L_1 = \frac{635b_f}{\sqrt{F_y}}$ و $L_2 = \frac{14 \times 10^5}{d} \cdot F_y$ را با

طول مهاربندی نشده (فاصله آزاد بین دو تکیه گاه جانبی) مقایسه کرده اگر $L \leq (L_1, L_2)$ باشد با توجه به اینکه مقاطع مورد شده فوق فشرده می باشند تنش مجاز $F_{bx} = 0.66F_y$ خواهد بود. اگر $L > (L_1 \text{ یا } L_2)$ باشد آنگاه:

$$F_{bx} = \min \{ 0.6F_y, \text{Max} (F_{b1}, F_{b2}) \}$$

چون در مقاطع فوق تناسب مقطع بگونه ای می باشد که $F_{b2} > F_{b1}$ بدست می آید

لذا :

$F_{bx} = \min\{0.6F_y, F_{b2}\}$ خواهد بود. بنابراین مقدار F_{b2} برای طولهای مختلف محاسبه شده و برای طولهایی که به ازاء آنها $F_{b2} \geq 0.6F_y$ می باشد تنش مجاز $F_{bx} = 0.6F_y$ خواهد بود و به ازاء طولهایی که $F_{b2} < 0.6F_y$ باشد تنش مجاز مقدار $F_{bx} = F_{b2}$ خواهد بود. به این ترتیب دیاگرام تغییرات تنش مجاز نسبت به تغییرات طول مهار نشده L بدست می آید. چون برای هر نیمرخ یک بار $C_b = 1$ و یکبار $C_b = 2.3$ در نظر گرفته می شود لذا برای هر نیمرخ دو نمودار حاصل شده که با توجه به آنها محدوده مجاز برای طراحی مشخص می شود.

الف) نیمرخ IPB20 :

$$L_1 = \frac{635b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635 \times 20}{\sqrt{2400}} = 259$$

$$L_2 = \frac{14 \times 10^5}{\frac{d}{A_f} \cdot F_y} = \frac{14 \times 10^5}{\frac{20}{20 \times 1.5} \times 2400} = 875$$

بنابراین به ازاء $L \leq 259$ cm تنش مجاز $F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ می باشد. برای $L > 259$ cm باید F_{b2} محاسبه شود :

$C_b = 1$:

$$F_{b2} = \frac{840000C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000 \times 1}{L \times 20 / (20 \times 1.5)} = \frac{1.26 \times 10^6}{L}$$

اگر $F_{b2} \leq 0.6 F_y$ باشد تنش مجاز $F_{bx} = 0.6F_y$ است. برای بدست آوردن طول متناظر با $F_{b2} = 0.6F_y$ بصورت زیر عمل می شود:

$$F_{b2} = 0.6F_y \Rightarrow \frac{1.26 \times 10^6}{L} = 1440 \Rightarrow L = 875 \text{ cm}$$

بنابراین داریم :

$$875 \text{ cm} \geq L > 259 \text{ cm} \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$L > 875 \text{ cm} \Rightarrow F_{bx} = F_{b2} = \frac{1.26 \times 10^6}{L}$$

$C_b = 2.3$:

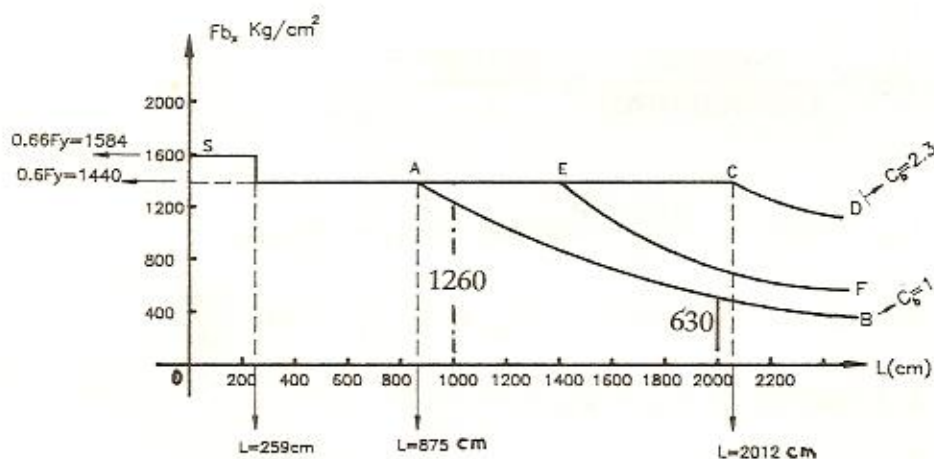
$$F_{b2} = \frac{840000 \times 2.3}{L \times 20 / (20 \times 1.5)} = \frac{2.898 \times 10^6}{L}$$

طول متناظر با $F_{b2} = 0.6F_y$ برابر است با :

$$\frac{2.898 \times 10^6}{L} = 1440 \Rightarrow L = 2012 \text{ cm}$$

پس دیاگرام تنش مجاز خمشی نسبت به طول آزاد و مهاربندی نشده برای

نیمرخ IPB20 بصورت زیر می باشد :



اگر طول مهار نشده $L \leq 875 \text{ cm}$ باشد منطقه مجاز طراحی به C_b بستگی نداشته و زیر نمودار SA می باشد. برای $L > 875 \text{ cm}$ محدوده مجاز به مقدار C_b بستگی دارد. اگر $C_b = 1$ باشد محدوده مجاز، زیر منحنی AB می باشد. اگر $2.3 > C_b > 1$ باشد محدوده مجاز طراحی زیر منحنی متغیر AEF خواهد بود. هر قدر مقدار C_b به عدد 1 نزدیکتر باشد نقطه E به نقطه A و منحنی EF به منحنی AB نزدیکتر خواهد

شد و هر قدر مقدار C_b به عدد 2.3 نزدیکتر باشد نقطه E به نقطه C نزدیکتر خواهد شد. اگر $C_b = 2.3$ باشد، محدوده مجاز زیر نمودار ACD خواهد بود.
(ب) نیمرخ IPE20 :

$$L_1 = \frac{635b_f}{\sqrt{F_y}} = \frac{635 \times 10}{\sqrt{2400}} = 130$$

$$L_2 = \frac{14 \times 10^5}{\frac{d}{A_f} \cdot F_y} = \frac{14 \times 10^5}{\frac{20}{10 \times 0.85} \times 2400} = 248$$

$$L \leq 130 \text{ cm} \Rightarrow F_{bx} = 0.66 F_y = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

برای $L > 130 \text{ cm}$ تنش مجاز به مقدار C_b بستگی دارد :

$$C_b = 1 :$$

$$F_{b2} = \frac{840000 \times 1}{L \times 20 / (10 \times 0.85)} = \frac{3.57 \times 10^5}{L}$$

$$F_{b2} = 0.6 F_y \Rightarrow \frac{3.57 \times 10^5}{L} = 1440 \Rightarrow L = 248 \text{ cm}$$

$$248 \text{ cm} \geq L > 130 \text{ cm} \Rightarrow F_{bx} = 0.6 F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$L > 248 \text{ cm} \Rightarrow F_{bx} = F_{b2} = \frac{3.57 \times 10^5}{L}$$

$$C_b = 2.3 :$$

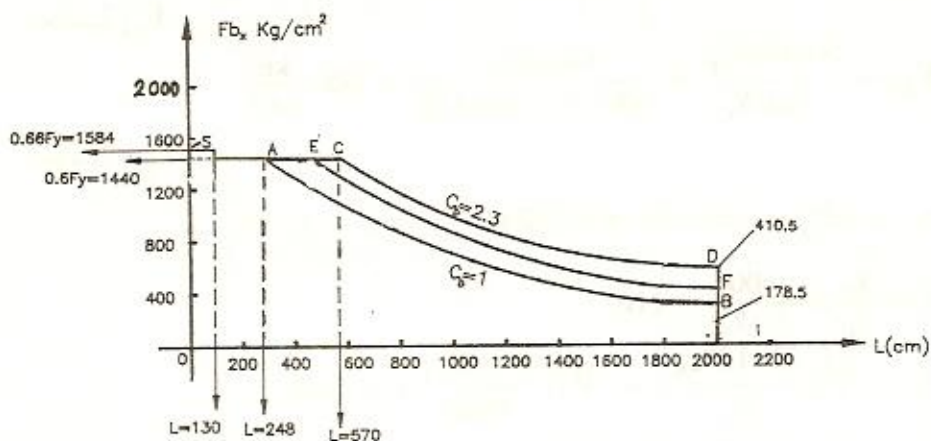
$$F_{b2} = \frac{840000 \times 2.3}{L \times 20 / (10 \times 0.85)} = \frac{8.211 \times 10^5}{L}$$

$$F_{b2} = 0.6 F_y \Rightarrow \frac{8.211 \times 10^5}{L} = 1440 \Rightarrow L = 570 \text{ cm}$$

$$570 \text{ cm} \geq L > 130 \text{ cm} \Rightarrow F_{bx} = 0.6 F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$L > 570 \text{ cm} \Rightarrow F_{bx} = F_{b2} = \frac{8.211 \times 10^5}{L}$$

نمودار تغییرات تنش مجاز خمشی F_{bx} نسبت به تغییرات طول مهاربندی نشده جانبی L بصورت زیر بدست می آید:



با توجه به نمودار داریم:

برای $L \leq 248$ cm تنش مجاز به مقدار C_b بستگی نداشته و محدوده مجاز، زیر نمودار SA می باشد. برای $L > 248$ cm تنش مجاز به C_b بستگی دارد. هر چه C_b به عدد 1 نزدیکتر باشد محدوده مجاز که زیر منحنی متحرک EF می باشد به منحنی AB نزدیکتر و هر چه C_b به عدد 2.3 نزدیکتر باشد منحنی EF به منحنی CD نزدیکتر می شود.

مسئله

اندازه بار منفرد مجاز P وارد بر وسط تیر دو سر ساده با نیمرخ IPE50 به طول $L=6m$ را بدست آورید. از وزن تیر صرف نظر کرده و فرض کنید تیر در تکیه گاهها دارای تکیه گاه جانبی می باشد.

$$F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$$

(حل)

محاسبه تنش مجاز خمشی تیر:

ابعاد نیمرخ بگونه‌ای است که مقطع فشرده بوده و نیازی به کنترل آن نمی‌باشد.

$$L_1 = 13b_f = 13 \times 20 = 260 < L_b = 600 \text{ cm} \Rightarrow \text{تیر اتکاء جانبی ندارد}$$

محاسبه F_{b2} :

$$F_{b2} = \frac{840000C_b}{L_d/A_f} = \frac{840000 \times 1}{600 \times 50 / (20 \times 1.6)} = 896 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

محاسبه F_{b1} :

$$r_T = 1.2r_y = 1.2 \times 4.31 = 5.172 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{600}{5.172} = 116$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\left(\frac{72 \times 10^5 C_b}{F_y}\right)} = \sqrt{\left(\frac{72 \times 10^5 \times 1}{2400}\right)} = 54.8$$

$$\lambda_2 = \sqrt{5} \lambda_1 = \sqrt{5} \times 54.8 = 122.5$$

$$\lambda_2 > \lambda > \lambda_1 \Rightarrow F_{b1} = \left[\frac{2}{3} - \frac{\lambda^2 F_y}{1075 \times 10^5 C_b} \right] \times F_y$$

$$= \left[\frac{2}{3} - \frac{116^2 \times 2400}{1075 \times 10^5 \times 1} \right] \times 2400 = 879 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = 896 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

لنگر مقاوم مقطع برابر است با:

$$M_R = F_{bx} \times W_x = 896 \times 1930 \times 10^{-5} = 17.293 \text{ ton.m}$$

لنگر ماکزیمم موجود وارد بر مقطع برابر است با:

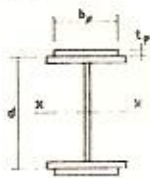
$$M_{\max} = \frac{PL}{4} = \frac{P \times 6}{4} = 1.5 P$$

$$M_R \geq M_{\max} \Rightarrow 17.293 \geq 1.5P \Rightarrow P \leq 11.5 \text{ ton}$$

بنابراین حداکثر بار منفرد مجاز وارد بر وسط تیر $P = 11.5 \text{ ton}$ می‌باشد.

تقویت تیرها در برابر خمش

برای تقویت تیرها در برابر خمش، اقتصادی ترین و بهترین روش، تقویت بال‌های تیر می‌باشد. ممکن است هر دو بال تیر و یا فقط یکی از بالها تقویت شود. تقویت، با اتصال ورقهایی با ابعاد مناسب به بالها انجام می‌گیرد. اگر هر دو بال تیر بطور یکسان تقویت گردد تار خنثی مقطع در جای اولیه خود باقی می‌ماند. اگر هر دو بال بطور یکسان تقویت نشود و یا فقط به یک بال ورق تقویتی متصل گردد در آنصورت تار خنثی از محل اولیه خود تغییر مکان خواهد داد. اگر مقطع در دو بال



بطور یکسان تقویت شود، ممان اینرسی مقطع جدید از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$I_x = I_b + 2t_p \cdot b_p \left(\frac{d}{2} + \frac{t_p}{2} \right)^2$$

در بدست آوردن رابطه فوق از ممان اینرسی ورقها نسبت به محور خود صرفنظر شده است. مدول مقطع کل که از رابطه $W = \frac{I_x}{(d/2 + t_p)}$ کل بدست می‌آید باید از مدول مقطع لازم که از رابطه $W = \frac{M_{max}}{F_{bx}}$ بدست می‌آید بزرگتر باشد.

I_b : ممان اینرسی مقطع بدون ورقهای تقویتی، نسبت به محور خمشی x است.

در حالت فوق که مقطع در هر دو بال بطور یکسان تقویت می شود برای حدس اولیه ابعاد ورق تقویتی می توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$A_p = t_p \cdot b_p = \frac{W - 0.9W_b}{d} \text{ لازم}$$

که W_b مدول مقطع اولیه (مقطع بدون ورق تقویتی) می باشد.

در حالتیکه تیر مشکل کماتش جانبی دارد (یعنی تنش مجاز خمشی تیر بواسطه کماتش جانبی خیلی کمتر از $0.6F_y$ می شود) اقتصادی تر آنستکه فقط بال فشاری تیر تقویت شود و در بعضی مواقع لازم می شود که هر دو بال تقویت شود اما نه بطور مساوی بلکه بال فشاری با ورقهای بزرگتری نسبت به بال کششی تقویت می گردد.

در حالتیکه فقط بال فشاری تیر بواسطه کماتش جانبی تقویت می گردد ابعاد ورق تقویتی را می توان از رابطه زیر حدس زده و سپس کنترل نمود:

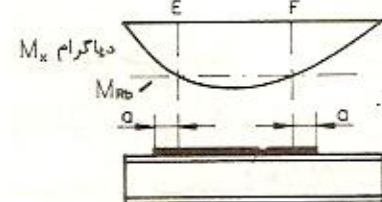
$$A_p = t_p \cdot b_p = 1.2 \frac{W - W_b}{d} \text{ لازم}$$

محاسبه طول ورق تقویتی:

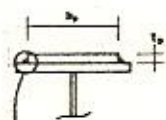
طول ورق تقویتی محدودیت داشته و لازم نیست تیر را در تمام طول آن تقویت نمود، بلکه با توجه به دیاگرام تغییرات لنگر خمشی، طول تثوریک ورق تقویتی محاسبه می شود.

اگر $M_{Rb} = W_b \cdot F_b$ ، لنگر مقاوم مقطع اولیه (بدون ورقهای تقویتی) باشد در شکل

زیر EF طول تثوریک ورق تقویتی است. طول -
تثوریک، محل اتصال ورق به تیر را مشخص می کند.

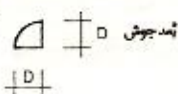


در عمل با توجه به جوش اتصال ورق تقویتی به بال، اندازه طول ورق تقویتی را با توجه به روابط زیر مقداری (دو برابر a) بزرگتر از طول تئوریک محاسبه شده در نظر می‌گیرند.



الف) اگر $D \geq \frac{3}{4} t_p \Rightarrow a \geq b_p$

ب) اگر $D < \frac{3}{4} t_p \Rightarrow a \geq 1.5b_p$



ج) این حالت به بعد جوش بستگی نداشته بلکه به نحوه اتصال جوشی بستگی دارد. اگر اتصال بصورت زیر باشد آنگاه:



$\Rightarrow a \geq 2b_p$

a اندازه افزایش طول ورق تقویتی در دو طرف طول تئوریک ورق است.

نحوه افزایش طول ورق (a) در شکل صفحه قبل نشان داده شده است. چگونگی محاسبه طول ورق تقویتی در حل مسائل تشریح شده است. توجه داشته باشید که تقویت تیر همیشه اقتصادی نمی‌باشد و باید هزینه ورق و عملیات جوشکاری را نیز در نظر داشته و نباید از افزایش شماره تیر آهن نگران بود.

طبق مقررات ملی ساختمانی ایران ابعاد ورقهای تقویتی روی بال تیر با دو خط اتصال در دو لبه موازی، باید شرایط زیر را دارا باشد:

در مقاطع فشرده $\frac{b_p}{t_p} \leq \frac{1590}{\sqrt{F_y}}$

در مقاطع غیر فشرده $\frac{b_p}{t_p} \leq \frac{1995}{\sqrt{F_y}}$

F_y تنش تسلیم فولاد ورق تقویتی می‌باشد.

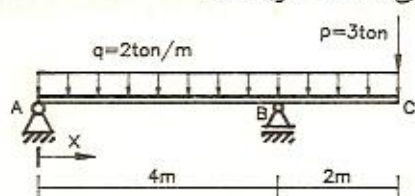
توجه: در محاسبه $F_{b2} = \frac{840000 C_b}{Ld/A_f}$ ، d، اندازه کل ارتفاع مقطع و A_f

مساحت کل بال فشاری می باشد.

پس در مقاطع تقویت شده d ارتفاع نیمرخ به اضافه ضخامت ورقهای تقویتی و A_T سطح بال فشاری نیمرخ به اضافه مساحت ورق تقویتی متصل به بال فشاری خواهد بود.

مساله

تیر زیر دارای تکیه گاه جانبی پیوسته می باشد مطلوبست :



الف : طراحی تیر با مقطع INP .

ب : اگر ارتفاع تیر آهن موجود 4 cm کوچکتر از ارتفاع تیر آهن لازم باشد، ابعاد تسمه های تقویتی متصل به بالها را بدست آورید. دو بال بطور یکسان تقویت می شوند. حد تسلیم فولاد تیر آهن و ورقها برابر است با $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$.

(حل)

تحلیل تیر :

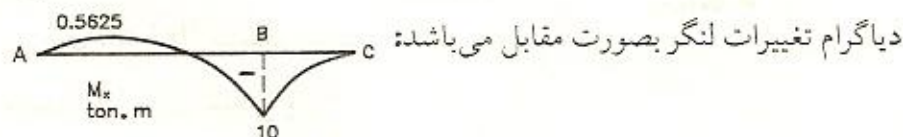
$$\sum M_B = 0 \Rightarrow 2 \times 4 \times 2 = 2 \times 2 \times 1 + 3 \times 2 + 4R_A \Rightarrow R_A = 1.5 \text{ ton}$$

$$\uparrow \sum F = 0 \Rightarrow R_B = 2 \times 6 + 3 - 1.5 = 13.5 \text{ ton}$$

$$\text{AB دهانه : } M = 1.5x - \frac{2x^2}{2} \Rightarrow M' = 1.5 - 2x = 0 \Rightarrow x = 0.75 \text{ m}$$

$$M_{\max} = 1.5 \times 0.75 - 0.75^2 = 0.5625 \text{ ton.m}$$

$$M_B = -3 \times 2 - 2 \times 2 \times 1 = -10 \text{ ton.m}$$



دیاگرام تغییرات لنگر بصورت مقابل می باشد:

بنابراین لنگر طراحی $M=10 \text{ ton.m}$ است.

الف) چون نیمرخ نورد شده می باشد پس مقطع فشرده است و بواسطه تکیه گاه جانبی پیوسته، تیر اتکاء جانبی دارد پس تنش مجاز خمشی تیر برابر است با:

$$F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{لازم } W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{10 \times 10^5}{1584} = 631.3 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{INP 30}, W_x = 653 \text{ cm}^3$$

ب) چون تیر آهن INP26 با $W_x=442 \text{ cm}^3$ در دسترس می باشد با توجه به اینکه $W_x=631.3 \text{ cm}^3$ لازم \Leftarrow پس باید این تیر آهن تقویت شود.

INP26	$W_b = 442 \text{ cm}^3$
	$I_b = 5740 \text{ cm}^4$
	$d=26 \text{ cm}$

چون مشکل تیر کماتش جانبی نبوده و دو بال تیر بطور یکسان تقویت می شود، پس از رابطه تخمینی زیر استفاده می شود:

$$A_p = t_p \cdot b_p = \frac{\text{لازم } W - 0.9W_b}{d} = \frac{631.3 - 0.9 \times 442}{26} = 8.98 \text{ cm}^2$$

ورق $9 \times 1 \text{ cm}$ انتخاب و کنترل می شود.

شکل مقابل مقطع جدید بوده و ممان اینرسی آن برابر است با:

$$I_x = I_b + I(\text{ورقها})$$

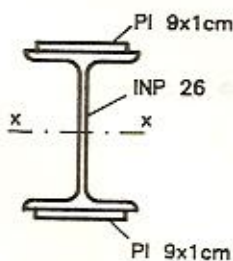
$$I_x = 5740 + 2 \times 9 \times 1 \times \left(\frac{26}{2} + \frac{1}{2}\right)^2 = 9020 \text{ cm}^4$$

مدول مقطع جدید برابر است با:

$$W = \frac{9020}{(13+1)} = 644 \text{ cm}^3 > \text{لازم } W = 631 \text{ cm}^3$$

پس ورق $9 \times 1 \text{ cm}$ مناسب است.

محاسبه طول ورق تقویتی :



ابتدا طول تثوریک ورق محاسبه می شود :

$$M_{Rb} = W_b \times F_b = 442 \times 1584 \times 10^{-5} = 7 \text{ ton.m}$$

یعنی INP26 بدون ورق تقویتی 7 ton.m لنگر مجاز (با اطمینان کافی) را تحمل می کند.

$$M_{AB} = 1.5x - \frac{2x^2}{2} = 1.5x - x^2$$

چون لنگر در نقطه بحرانی B منفی است، نقطه ابتدای طول تثوریک ورق از حل معادله درجه دوم زیر بدست می آید:

$$1.5x - x^2 = -7 \Rightarrow x^2 - 1.5x - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3.5 \text{ m} \\ x_2 = -2 \text{ m} \end{cases}$$

$x_2 = -2$ چون منفی است غیر قابل قبول است. و جواب $0 < x_1 = 3.5 \text{ m} < 4$ قابل قبول است.

نقطه انتهای طول تثوریک ورق بصورت زیر محاسبه می شود :

روش اول) 


$$M_{BC} = 1.5x - \frac{2x^2}{2} + 13.5(x-4) = -x^2 + 15x - 54$$

$$-x^2 + 15x - 54 = -7 \Rightarrow x^2 - 15x + 47 = 0 \begin{cases} x_1 = 10.54 \text{ m} > 6 \text{ m} \text{ غیر قابل قبول} \\ x_2 = 4.46 \text{ m} \end{cases}$$

$4 < x_2 = 4.46 \text{ m} < 6$ قابل قبول است.

بنابراین طول تثوریک ورق تقویتی برابر است با :

$$L_p = 4.46 - 3.5 = 0.96 \text{ m} = 96 \text{ cm}$$

روش دوم) 

$$M_{CB} = -3x - \frac{2x^2}{2} = -3x - x^2$$

$$-3x - x^2 = -7 \Rightarrow x^2 + 3x - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1.54 \text{ m} & \text{قابل قبول} \\ x_2 = -4.54 \text{ m} & \text{غير قابل قبول} \end{cases}$$

$$L_p = 6 - 3.5 - 1.54 = 0.96 \text{ m} = 96 \text{ cm}$$

محاسبه طول عملی ورق تقویتی:

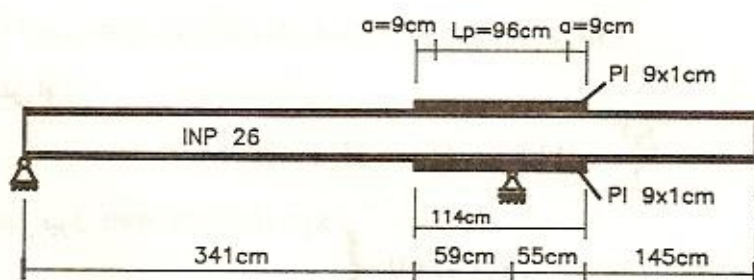
با فرض اینکه بعد جوش اتصال ورق به بال تیر $D=0.8 \text{ cm}$ باشد افزایش طول تئوریک ورق تقویتی از هر طرف برابر خواهد بود با:

$$D=0.8 \text{ cm} > \frac{3}{4} t_p = \frac{3}{4} \times 1 = 0.75 \text{ cm} \Rightarrow a \geq b_p = 9 \text{ cm}$$

با انتخاب $a=9 \text{ cm}$ ، از هر طرف 9 cm به طول تئوریک ورق اضافه می شود بنابراین طول عملی ورق تقویتی برابر است با:

$$L = L_p + 2a = 96 + 2 \times 9 = 114 \text{ cm}$$

اتصال ورقها به تیر بصورت زیر خواهد بود:



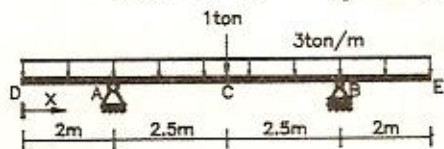
تذکر:

در تعیین ابعاد ورقها باید دقت کرد که عرض ورق (b_p) به اندازه ای باشد که جای کافی برای جوش ورق به بال تیر موجود باشد.

در این مسأله عرض بال INP26، $b_f=11.3 \text{ cm}$ است پس در هر طرف بال به اندازه $\frac{b_f - b_p}{2} = \frac{11.3 - 9}{2} = 1.15 \text{ cm}$ جای خالی وجود دارد. با توجه به اینکه بعد جوش $D=0.8 \text{ cm}$ است پس جوشکاری امکان پذیر می باشد.

مساله

تیر زیر را که دارای تکیه گاه جانبی پیوسته می باشد در نظر بگیرید:



اولاً: آن را با مقطع IPE طرح دهید.

ثانياً: اگر ارتفاع مقطع موجود 5 سانتیمتر کوچکتر از ارتفاع مقطع مورد نیاز باشد

ابعاد ورقهای تقویتی متصل به دو بال را بدست آورید. $F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

(حل)

تحلیل تیر:

$$R_A = \frac{1}{2} + \frac{3 \times 9}{2} = 14 \text{ ton}$$

$$M_C = 14 \times 2.5 - 3 \times 4.5 \times \frac{4.5}{2} = 4.625 \text{ ton.m}$$

$$M_A = M_B = -3 \times 2 \times 1 = -6 \text{ ton.m}$$

اولاً: چون تیر نورد شده و دارای تکیه گاه جانبی پیوسته است پس تنش مجاز

$$F_{bx} = 0.66 F_y = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

خمشی آن برابر است با:

$$\text{لازم } W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{6 \times 10^5}{1584} = 379 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{IPE27, } W_x = 429 \text{ cm}^3$$

ثانياً :

چون مقطع موجود IPE22 با $W_b = 252 \text{ cm}^3$ می باشد با توجه به اینکه W لازم در نقطه C برابر است با :

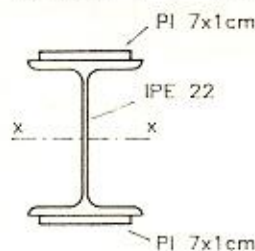
$$\text{لازم } W = \frac{4.625 \times 10^5}{1584} = 292 \text{ cm}^3 > W_b = 252 \text{ cm}^3$$

پس تیر در نقاط A و B و C نیاز به تقویت دارد که در نقاط A و B مشابه می باشد. ابتدا ابعاد ورق تقویتی در نقطه A محاسبه می شود؛ چون هر دو بال بطور یکسان تقویت می شود پس :

$$A_p = t_p \cdot b_p = \frac{\text{لازم } W - 0.9W_b}{d} = \frac{379 - 0.9 \times 252}{22} = 6.92 \text{ cm}^2$$

پس ورق $7 \times 1 \text{ cm}$ انتخاب شده و چون عرض بال IPE22، $b_f = 11 \text{ cm}$ است پس جای مناسب برای جوشکاری اتصال ورق به بال تیر وجود دارد.

IPE22	$W_b = 252 \quad \text{cm}^3$
	$I_b = 2770 \quad \text{cm}^4$
	$d = 22 \quad \text{cm}$



$$I_x = 2770 + 2 \times 7 \times 1 \times \left(\frac{22}{2} + \frac{1}{2} \right)^2 = 4621 \text{ cm}^4$$

$$W_x = \frac{4621}{11+1} = 385 \text{ cm}^3 > \text{لازم } W = 379 \text{ cm}^3$$

بنابراین ورق $7 \times 1 \text{ cm}$ مناسب می باشد.

محاسبه طول ورق تقویتی :

$$M_{Rb} = W_b \cdot F_{bx} = 252 \times 1584 \times 10^{-5} = 4 \text{ ton.m}$$

$$0 < x < 2 : M_{DA} = -\frac{3x^2}{2} \Rightarrow -\frac{3x^2}{2} = -4 \Rightarrow x = \pm 1.63 \text{ m}$$

$$\Rightarrow x = 1.63 \text{ m} < 2 \text{ m} \quad \text{o.k}$$

$$2 < x < 4.5 : M_{AC} = 14(x-2) - \frac{3x^2}{2} = -1.5x^2 + 14x - 28$$

$$-1.5x^2 + 14x - 28 = -4 \Rightarrow 1.5x^2 - 14x + 24 = 0 \quad \begin{cases} x_1 = 7.1 \text{ m} > 4.5 \text{ m} \\ x_2 = 2.26 \text{ m} \text{ قابل قبول} \end{cases}$$

بنابراین طول تثویک ورق برابر است با:

$$L_p = 2.26 - 1.63 = 0.63 \text{ m} = 63 \text{ cm}$$

اگر فرض شود بُعد جوش $D = 0.8 \text{ cm}$ باشد در اینصورت:

$$D = 0.8 \text{ cm} > \frac{3}{4}t_p = \frac{3}{4} \times 1 = 0.75 \text{ cm} \Rightarrow a \geq b_p = 7 \text{ cm}$$

با انتخاب $a = 7 \text{ cm}$ طول عملی ورق برابر است با:

$$L = 63 + 2 \times 7 = 77 \text{ cm} \quad \text{پس ابعاد ورق در نقطه A و B } 1 \times 7 \times 77 \text{ cm می باشد.}$$

محاسبه ابعاد ورق تقویتی در نقطه C:

$$A_p = t_p \cdot b_p = \frac{W - 0.9W_b}{d} = \frac{292 - 0.9 \times 252}{22} = 2.96 \text{ cm}^2$$

ورق $4 \times 0.8 \text{ cm} = 3.2 \text{ cm}^2$ انتخاب و کنترل می شود:

$$I_x = I_b + I_x (\text{ورقها}) = 2770 + 2 \times 4 \times 0.8 \times \left(\frac{22}{2} + \frac{0.8}{2}\right)^2 = 3601 \text{ cm}^4$$

$$W_x = \frac{3601}{11 + 0.8} = 305 \text{ cm}^3 > \text{لازم } W = 292 \text{ cm}^3 \quad \text{o.k}$$

بنابراین ورق $4 \times 0.8 \text{ cm}$ مناسب است.

محاسبه طول ورق تقویتی:

$$2 < x < 4.5 : M_{AC} = -1.5x^2 + 14x - 28 \Rightarrow -1.5x^2 + 14x - 28 = 4$$

$$1.5x^2 - 14x + 32 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 5.33\text{m} > 4.5\text{m} \text{ غیر قابل قبول است} \\ x_2 = 4\text{m} \text{ قابل قبول است} \end{cases}$$

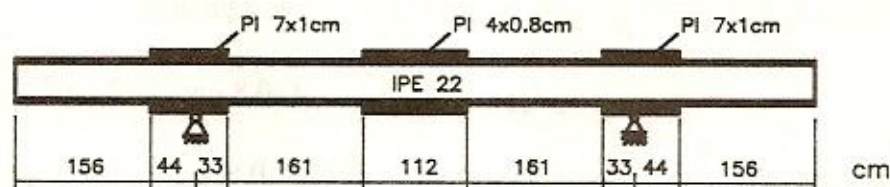
$x=4\text{m}$ محل یک انتهای طول تثوریک ورق می باشد. با توجه به تقارن تیر بدون محاسبه مشخص می شود که انتهای دیگر ورق در فاصله 4 متری نقطه E قرار دارد. پس طول تثوریک ورق برابر است با:

$$L_p = 9 - 2 \times 4 = 1\text{m} = 100\text{ cm}$$

اگر بعد جوش $D=0.5\text{ cm}$ فرض شود $D < \frac{3}{4} t_p = 0.6\text{ cm}$ می باشد پس $a \geq 1.5b_p = 6\text{ cm}$ می گردد. با انتخاب $a=6\text{ cm}$ طول عملی ورق تقویتی برابر می شود با:

$$L = L_p + 2a = 100 + 2 \times 6 = 112\text{ cm}$$

محل ورقهای تقویتی متصل به تیر بصورت زیر می باشد:

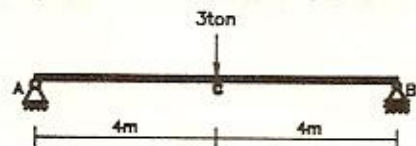


مساله

تیر زیر فقط در نقاط A, B دارای تکیه گاه جانبی است.

اولاً: آن را با مقطع IPE طرح دهید.

ثانیاً: اگر ارتفاع تیر آهن موجود 7 cm کمتر از ارتفاع تیر آهن لازم باشد ابعاد ورق تقویتی را که فقط به بال فشاری متصل می شود تعیین کنید $F_y = 2400\text{ kg/cm}^2$.



(حل)

$$R_A = R_B = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ ton}$$

$$M_{\max} = M_c = 1.5 \times 4 = 6 \text{ ton.m}$$

چون طول تیر زیاد بوده و فقط در دو انتهای آن تکیه گاه جانبی وجود دارد، لذا تنش

مجاز خمشی آن بعنوان حدس اولیه $F_{bx} = 800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ در نظر گرفته می شود:

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{6 \times 10^5}{800} = 750 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{IPE 36}, W_x = 904 \text{ cm}^3$$

کنترل مقطع IPE36:

IPE 36	d = 36	cm
	b _f = 17	cm
	t _f = 1.27	cm
	r _y = 3.79	cm

$$L_1 = 13b_f = 13 \times 17 = 221 < L_b = 800 \Rightarrow \text{تیر اتکاء جانبی ندارد.}$$

محاسبه F_{b2} :

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{L_d/A_f} = \frac{840000 \times 1}{800 \times 36 / (17 \times 1.27)} = 630 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

محاسبه F_{b1} :

$$r_T = 1.2 r_y = 1.2 \times 3.79 = 4.548 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = \frac{L}{r_T} = \frac{800}{4.548} = 175.9$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\left(\frac{72 \times 10^5 C_b}{F_y}\right)} = \sqrt{\left(\frac{72 \times 10^5 \times 1}{2400}\right)} = 55$$

$$\lambda_2 = \sqrt{5} \lambda_1 = \sqrt{5} \times 55 = 122.4$$

$$\lambda > \lambda_2 \Rightarrow F_{b1} = \frac{120 \times 10^5 C_b}{\lambda^2} = \frac{120 \times 10^5 \times 1}{175.9^2} = 388 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} \Rightarrow F_{bx} = F_{b2} = 630 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{6 \times 10^5}{904} = 664 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} > F_{bx} = 630 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ N.G.}$$

نیمرخ IPE36 ضعیف بوده، نیمرخ IPE40 کنترل می شود:

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{6 \times 10^5}{1160} = 517 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{L_d/A_f} = \frac{840000 \times 1}{800 \times 40 / (18 \times 1.35)} = 638 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} > f_{bx} = 517 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPE 40 جواب مسأله می باشد.

ثانیاً:

چون نیمرخ موجود IPE 33 با $W_b = 713 \text{ cm}^3$ است، پس باید تقویت شود. با توجه به اینکه مشکل تیرکمانش جانبی می باشد فقط بال فشاری تقویت شده و از رابطه تقریبی زیر استفاده می گردد:

$$A_p = t_p \cdot b_p = 1.2 \times \frac{W - W_b}{d}$$

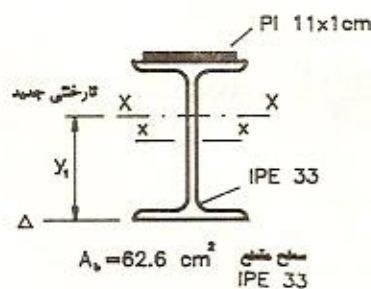
برای IPE33 تنش مجاز خمشی بصورت زیر محاسبه می شود:

$$F_{bx} = F_{b2} = \frac{840000 \times 1}{800 \times 33 / (16 \times 1.15)} = 585 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$W \text{ لازم} = \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{6 \times 10^5}{585} = 1026 \text{ cm}^3$$

$$A_p = 1.2 \times \frac{1026 - 713}{33} = 11.4 \text{ cm}^2$$

با توجه به اینکه عرض بال IPE 33، $b_f = 16 \text{ cm}$ است ورق $11 \times 1 \text{ cm}$ انتخاب و



کنترل می شود. بدیهی است که بال

فشاری در این تیر بال فوقانی می باشد.

چون فقط بال فوقانی تقویت شده پس

تار خنثی به بال بالا نزدیک می شود.

برای تعیین محل جدید تار خنثی، نسبت به محور دلخواه Δ گشتاور استاتیکی گرفته می شود:

$$S_{\Delta} = 62.6 \times \frac{33}{2} + 11 \times 1 \times \left(33 + \frac{1}{2}\right) = (62.6 + 11 \times 1) \times y_1$$

$\Rightarrow y_1 = 19 \text{ cm}$ فاصله تار خنثی جدید تا محور Δ می باشد.

$$I_x = 11770 + 62.6 \times \left(19 - \frac{33}{2}\right)^2 + 11 \times 1 \times \left(33 + \frac{1}{2} - 19\right)^2 = 14474 \text{ cm}^4$$

لازم به توضیح است که در این حالت تنش مجاز خمشی بال فشاری، F_{b1} یا F_{b2} (هر کدام بزرگتر باشد) است بشرطیکه از $0.6F_y$ کوچکتر باشد و تنش مجاز بال کششی $0.6F_y$ است پس هر کدام از بالها با تنش موجود و مجاز مربوط به خود کنترل می شود.

$$f_{bx} \text{ بال کششی} = \frac{M \cdot y_1}{I_x} = \frac{6 \times 10^5 \times 19}{14474} = 788 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ o.k}$$

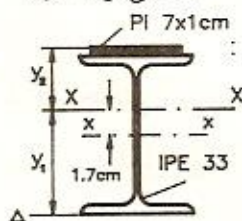
$$f_{bx} \text{ بال فشاری} = \frac{M \times (H - y_1)}{I_x} = \frac{6 \times 10^5 \times (34 - 19)}{14474} = 622 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{L_d / A_f} = \frac{840000 \times 1}{800 \times 34 / (16 \times 1.15 + 11 \times 1)} = 907 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} < 0.6 F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} > F_{b1} = 280 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \Rightarrow F_{bx} = 907 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} > f_{bx} = 622 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ o.k}$$

اعداد فوق نشانگر آنستکه ورق $11 \times 1 \text{ cm}$ بسیار قوی می باشد و می توان ورق کوچکتری انتخاب کرد. ورق به ابعاد $7 \times 1 \text{ cm}$ کنترل می شود:



$$S_{\Delta} = 62.6 \times \frac{33}{2} + 7 \times 1 \times (33 + \frac{1}{2}) = (62.6 + 7 \times 1) y_1$$

$$y_1 = 18.2 \text{ cm} \Rightarrow y_2 = 34 - y_1 = 34 - 18.2 \Rightarrow y_2 = 15.8 \text{ cm}$$

$$I_x = 11770 + 62.6 \times 1.7^2 + 7 \times 1 \times (15.8 - 0.5)^2 = 13589 \text{ cm}^4$$

$$f_{bx} \text{ بال کششی} = \frac{M \cdot y_1}{I_x} = \frac{6 \times 10^5 \times 18.2}{13589} = 804 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < 0.6 F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ o.k}$$

$$f_{bx} \text{ بال فشاری} = \frac{M \cdot y_2}{I_x} = \frac{6 \times 10^5 \times 15.8}{13589} = 698 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{L_d / A_f} = \frac{840000 \times 1}{800 \times 34 / (16 \times 1.15 + 7 \times 1)} = 784 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} = 784 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} > f_{bx} = 698 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ o.k}$$

بنابراین ورق 7x1 cm مناسب است.

محاسبه طول ورق تقویتی :

$$M_{Rb} = F_b \cdot W_b = 585 \times 713 \times 10^{-5} = 4.17 \text{ ton.m}$$

$$M_{AC} = 1.5x \Rightarrow 1.5x = 4.17 \Rightarrow x = 2.78 \text{ m}$$

با توجه به تقارن تیر، انتهای دیگر طول تئوریک ورق به فاصله 2.78 m از نقطه B

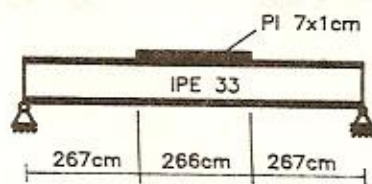
$$L_p = 800 - 2 \times 278 = 244 \text{ cm} \text{ می باشد.}$$

اگر بعد جوش اتصال ورق به بال تیر D=0.6 cm باشد آنگاه :

$$D < \frac{3}{4} t_p = 0.75 \text{ cm} \Rightarrow a \geq 1.5 b_p = 10.5 \text{ cm}$$

با انتخاب a=11 cm طول عملی ورق برابر می شود با :

$$L = L_p + 2 \times a = 244 + 2 \times 11 = 266 \text{ cm}$$

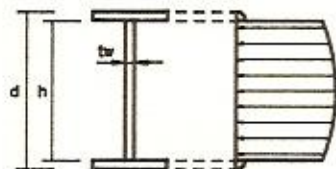


شکل اجرایی تیر تقویت شده

بصورت مقابل می باشد:

بررسی معیار برش در طراحی اعضا خمشی

در مقاومت مصالح بیان شده که تنش برشی در یک مقطع از رابطه $f_v = \frac{V \cdot Q}{I \cdot b}$ محاسبه می شود. با توجه به فرمول فوق توزیع تنش برشی در مقاطع I شکل، که ضخامت جان آن نسبت به عرض بال خیلی کوچک است، بصورت زیر در می آید:



این توزیع تنش نشان می دهد که از نظر برش، جان تیر در وضعیت بحرانی بوده و برش را جان تیر تحمل می کند.

برای کنترل مقاومت مقطع در برابر برش، بصورت زیر عمل می شود:

در صورتیکه $\frac{h}{t_w} \leq \frac{3185}{\sqrt{F_y}}$ باشد، تنش مجاز برشی مقطع $F_v = 0.4 F_y$ در نظر گرفته می شود. ابعاد جان در مقاطع مورد شده به گونه ای است که این شرط برقرار است. اگر در مقطعی $\frac{h}{t_w} > \frac{3185}{\sqrt{F_y}}$ باشد، کماتش قطری جان نیز مؤثر خواهد بود. مسائل مربوط به اینحالت در بحث تیر ورقها بیان می شود.

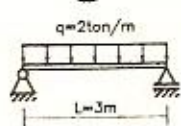
تنش ماکزیمم برشی از رابطه آئین نامه ای $f_{vmax} = \frac{V_{max}}{d \cdot t_w}$ محاسبه می شود. طراحی

مقطع باید به گونه‌ای باشد که رابطه زیر برقرار باشد: $f_{vmax} \leq F_v$

برش در تیرهایی تعیین کننده است که دهانه آن کوچک بوده و بار متمرکز بزرگی بر آن وارد شود.

مساله

تیر زیر دارای تکیه گاه جانبی پیوسته است. آن را با مقطع INP طرح داده و



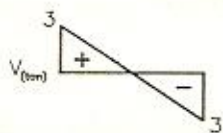
مقاومت آن را در برابر برش کنترل کنید. $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$

(حل)

طراحی تیر از نظر خمش: $M_{max} = \frac{qL^2}{8} = \frac{2 \times 3^2}{8} = 2.25 \text{ ton.m}$

$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{2.25 \times 10^5}{1584} = 142 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{INP18}, W_x = 161 \text{ cm}^3$

کنترل برش:



دیاگرام تغییرات نیروی برش بصورت مقابل می باشد:

$$f_{vmax} = \frac{V_{max}}{d.t_w} = \frac{3 \times 10^3}{18 \times 0.69} = 242 \frac{kg}{cm^2}$$

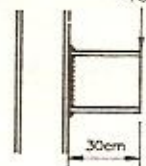
$$h = d - 2t_f = 18 - 2 \times 1.04 = 15.92 \text{ cm}$$

$$\frac{h}{t_w} = \frac{15.92}{0.69} = 23 < \frac{3185}{\sqrt{F_y}} = \frac{3185}{\sqrt{2400}} = 65 \Rightarrow F_v = 0.4F_y = 960 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{vmax} = 242 \frac{kg}{cm^2} < F_v = 960 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{o.k}$$

مساله

کنسول کوتاه نشان داده شده را با مقطع IPE طرح دهید.



$$F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$$

(حل)

$$M_{\max} = 40 \times 0.3 = 12 \text{ ton.m}$$

$$W \geq \frac{M_{\max}}{F_{bx}} = \frac{12 \times 10^5}{1584} = 758 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{IPE 36, } W_x = 904 \text{ cm}^3$$

کنترل برش :

$$f_{v\max} = \frac{V_{\max}}{d.t_w} = \frac{40 \times 10^3}{36 \times 0.8} = 1389 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} > F_v = 0.4F_y = 960 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ چون مقطع نورد شده است N.G.}$$

کنترل IPE40 :

$$f_{v\max} = \frac{40 \times 10^3}{40 \times 0.86} = 1163 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} > F_v = 960 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ N.G.}$$

کنترل IPE45 :

$$f_{v\max} = \frac{40 \times 10^3}{45 \times 0.94} = 946 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < F_v = 960 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ o.k.}$$

بنابراین نیمرخ IPE45 مناسب می باشد.

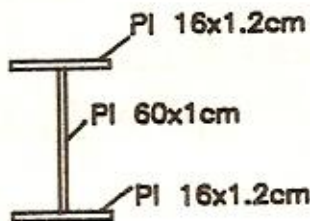
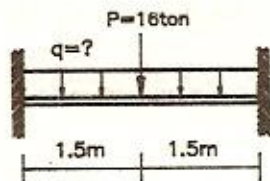
مساله

- مقطع تیر دو سر گیردار زیر نشان داده شده است.

اولاً: حداکثر نیروی برشی مجاز مقاوم مقطع چقدر می باشد.

ثانیاً: حداکثر شدت بار مجاز q را از نظر تحمل برش محاسبه کنید.

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$



(حل

اولاً:

$$\frac{h}{t_w} = \frac{60}{1} = 60 < \frac{3185}{\sqrt{F_y}} = 65 \Rightarrow F_v = 0.4 F_y = 960 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$V_R = F_v \cdot d \cdot t_w = 960 \times (60 + 2 \times 1.2) \times 1 = 59904 \text{ kg} = 59.9 \text{ ton}$$

ثانیاً:

نیروی برشی ماکزیمم در تیر $\frac{qL+p}{2}$ می باشد:

$$V_{\max} \leq V_R \Rightarrow \frac{3q+16}{2} \leq 59.9 \Rightarrow q \leq 34.6 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$$

کنترل خیز در تیرها

هنگامیکه بر یک تیر بار وارد می‌شود، تیر تغییر شکل داده و به شکل منحنی در می‌آید، که به آن خیز تیر نیز گفته می‌شود. حداکثر مقدار خیز یک تیر بسته به مکان استفاده از آن باید به مقداری محدود گردد.

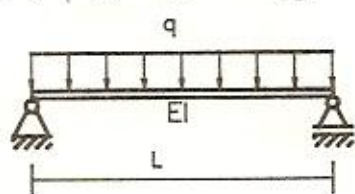
طبق مقررات ملی ساختمانی ایران تیرها و شاهتیرهایی که سقف‌های گچ‌کاری شده را تحمل می‌کنند، باید طوری محاسبه شوند که تغییر مکان ماکزیمم نظیر بار مرده و زنده از $\frac{1}{240}$ طول دهانه و تغییر مکان نظیر بار زنده از $\frac{1}{360}$ طول دهانه بیشتر نشود. بعضی مواقع ممکن است خیز تیر به عددهای کوچکتری مثلاً $\frac{1}{500}$ طول دهانه محدود شود.

بنابراین روال محاسبه به اینصورت خواهد بود که با توجه به روشهای مطالعه شده در دروس مقاومت مصالح و تحلیل سازه‌ها مقدار خیز ماکزیمم تیر محاسبه شده و با مقدار خیز مجاز مقایسه می‌شود. مقدار خیز موجود نباید از خیز مجاز تجاوز کند. در تیرهایی که در ساختمانهای معمولی مورد استفاده قرار می‌گیرند

(یعنی دهانه تیر و بار وارد بر آن در محدوده‌های متعارف می‌باشد)، اگر $d \geq \frac{L}{25}$ باشد، بجز در موارد استثنائی، مشکل خمیز وجود نخواهد داشت. در رابطه فوق d ارتفاع نیمرخ و L طول تیر می‌باشد.

در ساختمانهای معمولی، عموماً تیرها تحت بار گسترده یکنواخت می‌باشد و در حالتیکه دو سر مفصلی باشند خمیز ماکزیمم در آنها برابر است با:

$$\delta_{\max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{qL^4}{EI}$$

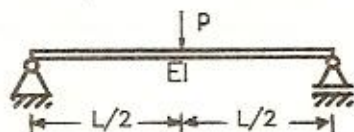


که در آن:

q شدت بار گسترده یکنواخت وارد بر تیر، L طول تیر و EI سختی خمشی تیر می‌باشد.

در حالتیکه بار منفرد در وسط تیر دو سر مفصل وارد شود خمیز ماکزیمم تیر برابر

$$\delta_{\max} = \frac{1}{48} \cdot \frac{PL^3}{EI}$$

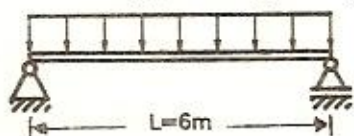


مقدار خمیز تیرها را در حالات دیگر بارگذاری و شرایط مختلف تکیه گاهی می‌توان با رجوع به روشهای مقاومت مصالح و تحلیل سازه‌ها محاسبه نمود. خمیز در طراحی تیرهایی تعیین کننده است که دارای دهانه بزرگ بوده و بار وارد بر آنها کوچک باشد.

مساله

بارزنده = 600 kg/m

تیر زیر دارای تکیه گاه جانبی پیوسته است.



اولاً: آن را با مقطع INP طرح دهید.

ثانیاً: اگر تیر در سقف گچ کاری شده مورد استفاده قرار گیرد از نظر تغییر شکل نیز آن

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{و} \quad E = 2 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

(حل)

$$M_{\max} = \frac{qL^2}{8} = \frac{600 \times 6^2}{8} = 2700 \text{ kg.m} \quad \text{اولاً:}$$

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bc}} = \frac{2700 \times 10^2}{1584} = 170.5 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{INP20}, W_x = 214 \text{ cm}^3$$

ثانیاً:

مقدار خیز ماکزیمم موجود برابر است با:

$$\delta = \frac{5}{384} \cdot \frac{qL^4}{EI} = \frac{5}{384} \cdot \frac{(600 \times 10^{-2}) \times 600^4}{2 \times 10^6 \times 2140} = 2.37 \text{ cm}$$

چون سقف گچ کاری شده و تیر تحت بار زنده می باشد پس خیز مجاز $\frac{1}{360}$ طول

دهانه تیر است:

$$\delta = \frac{1}{360} \times 600 = 1.67 \text{ cm} < 2.37 \text{ cm} \quad \text{N.G.}$$

چون خیز موجود بزرگتر از خیز مجاز است پس INP20 از نظر خیز جوابگو نمی باشد.

نیمرخ INP22 کنترل می شود:

$$\delta_{\max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{600 \times 10^{-2} \times 600^4}{2 \times 10^6 \times 3060} = 1.65 \text{ cm} < 1.67 \text{ cm o.k.}$$

پس نیمرخ INP22 مناسب می باشد.

تذکر:

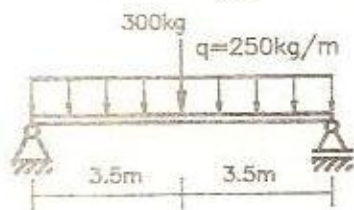
در شرایطی که طول تیر زیاد بوده و بار وارده کم باشد، افزایش شماره تیر آهن غیر

اقتصادی بوده و بهتر است برای کم کردن خیز، تیر را بصورت لانه زنبوری درآورد. لانه زنبوری کردن تیر باعث افزایش ارتفاع مقطع تیر شده و در نتیجه ممان اینرسی متوسط مقطع (I_x) بزرگتر شده و مقدار خیز کاهش می یابد. تیرهای لانه زنبوری از نظر تحمل برش در معرض خطر می باشند ولی اگر شدت بار وارد بر تیر کوچک باشد مشکل برش نیز کمتر خواهد شد.

مساله

تیر زیر را با مقطع INP طرح داده و از نظر خیز کنترل نمایید. تیر دارای تکیه گاه جانبی پیوسته بوده و خیز مجاز آن $\frac{1}{360}$ طول دهانه است. $F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ و

$$E = 2 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$



(حل)

$$M_{\max} = \frac{qL^2}{8} + \frac{PL}{4} = \frac{250 \times 7^2}{8} + \frac{300 \times 7}{4} = 2056 \text{ kg.m}$$

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{2056 \times 10^2}{1584} = 130 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{INP 18}, W_x = 161 \text{ cm}^3$$

$$\delta_{\text{مجاز}} = \frac{L}{360} = \frac{1}{360} \times 700 = 1.94 \text{ cm} \quad \text{کنترل خیز:}$$

$$\delta_{\text{موجود}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{qL^4}{EI} + \frac{1}{48} \cdot \frac{PL^3}{EI}$$

$$= \frac{5}{384} \times \frac{250 \times 10^{-2} \times 700^4}{2 \times 10^6 \times 1450} + \frac{1}{48} \times \frac{300 \times 700^3}{2 \times 10^6 \times 1450} = 3.44 \text{ cm}$$

$$\delta_{\max} = 3.44 \text{ cm} > \delta_{\text{مجاز}} = 1.94 \text{ cm} \quad \text{N.G.}$$

نیمرخ INP20 کنترل می شود:

$$\delta_{\max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{250 \times 10^{-2} \times 700^4}{2 \times 10^6 \times 2140} + \frac{1}{48} \cdot \frac{300 \times 700^3}{2 \times 10^6 \times 2140} = 2.33 \text{ cm} > 1.94 \text{ N.G}$$

نیمرخ INP22 کنترل می شود:

$$\delta_{\max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{250 \times 10^{-2} \times 700^4}{2 \times 10^6 \times 3060} + \frac{1}{48} \cdot \frac{300 \times 700^3}{2 \times 10^6 \times 3060} = 1.63 \text{ cm} < 1.94 \text{ o.k}$$

پس نیمرخ INP22 مناسب می باشد.

اثر سوراخ در تیرهای I شکل

بعضی مواقع در تیرها بنا به ضرورت باید سوراخ ایجاد نمود. مثلاً ممکن است برای اتصال قطعات به همدیگر لازم گردد. اگر در جان تیر سوراخ ایجاد گردد چون مدول مقطع را زیاد کاهش نمی دهد از نظر خمش نیاز به بررسی نبوده و از اثر سوراخ صرف نظر می شود ولی از نظر برش باید سطح کاهش یافته جان را در محاسبه در نظر گرفت. چون به اندازه (ضخامت جان \times مجموع قطر سوراخها) از سطح جان کاسته می شود لذا اگر V نیروی برشی در مقطع سوراخ شده، d ارتفاع نیمرخ، ΣD مجموع قطر سوراخها و t_w ضخامت جان باشد آنگاه تنش ماکزیمم برشی موجود از رابطه زیر محاسبه خواهد شد:

$$f_v = \frac{V}{(d - \Sigma D) \times t_w}$$

این تنش باید از تنش مجاز برشی کوچکتر باشد.

اگر در بال تیر سوراخ ایجاد شود، مدول مقطع کاهش قابل ملاحظه ای پیدا می کند. در ساختمانها که تحت بارهای استاتیکی می باشند، می توان از اثر سوراخهای

کوچک در بال نیز صرفنظر نمود. اگر حد تسلیم فولاد $F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد و کمتر از 15% سطح بال سوراخ شود می توان از اثر سوراخ صرفنظر کرد. در صورتیکه سطح سوراخها از 15% سطح بال تجاوز کند آئین نامه اجازه می دهد که فقط اثر مازاد بر 15% در محاسبات اعمال گردد اما در عمل توصیه شده است که اثر کل سطح سوراخ شده، در محاسبات منظور شود و در حل مسائل این فصل نیز کل مساحت سوراخها در نظر گرفته شده است.

بطور کلی اگر رابطه زیر برای یک بال برقرار باشد باید اثر سوراخها منظور گردد.

$$\frac{A_{fm}}{A_f} < \frac{F_y}{15000} + 0.69$$

که در آن :

F_y تنش تسلیم فولاد بر حسب $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ ، A_f سطح مقطع $A_f = b_f \times t_f$ و A_{fm} مساحت باقیمانده بال می باشد یعنی مساحت بال منهای مساحت سوراخهای آن $(A_{fm} = A_f - t_f \times \Sigma D)$. توصیه شده است که مساحت سوراخها در یک بال از 25% مساحت مقطع بال بیشتر نباشد.

● اگر هر دو بال در یک مقطع از تیر بطور یکسان سوراخ شده باشند یک رابطه

تقریبی و عملی برای محاسبه اساس مقطع نیمرخ سوراخ شده بصورت زیر بیان

$$I_n = I - 2A_h \left(\frac{d}{2}\right)^2 \quad \text{می شود:}$$

$$W_n = \frac{I_n}{d/2} = \frac{I}{d/2} - A_h \cdot d \Rightarrow W_n = W - A_h \cdot d$$

I_n : ممان اینرسی مقطع سوراخ شده

I : ممان اینرسی مقطع قبل از سوراخ شدن

A_h : مساحت کل سوراخهای ایجاد شده در یک بال در مقطع مورد نظر

$$A_{fn} = t_f \times \Sigma D$$



d: ارتفاع نیمرخ

W_n : اساس مقطع نیمرخ سوراخ شده

W: اساس مقطع نیمرخ قبل از سوراخ شدن

بنابراین در یک مقطع به ارتفاع d که در هر بال آن به اندازه سطح A_{fn} سوراخ ایجاد شده است اندازه تقریبی کاهش مدول مقطع $A_{fn} \cdot d$ می باشد.

● اگر فقط در یک بال تیر سوراخ وجود داشته باشد تار خنثی به بال دیگر نزدیکتر می شود و نیاز به محاسبه خواهد بود اما در عمل راه حل زیر ارائه شده است:

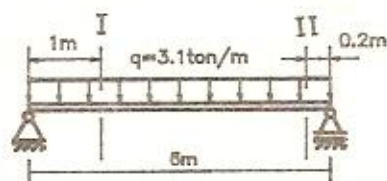
در حالتی که فقط یک بال تیر سوراخ شده است می توان فرض کرد که تار خنثی تغییر مکان نداده ولی بال دیگر مشابه بال سوراخ شده، دارای سوراخ می باشد پس می توان روابط قبلی را بکار برد. مثلاً مقطع  که فقط در بال فوقانی دارای سوراخ است مشابه مقطع  که در هر دو بال دارای سوراخ است، محاسبه می گردد.

اگر بر سازه ای بارهای دینامیکی وارد شود (مثلاً پلها) نه تنها باید اثر کوچکترین سوراخها را در نظر گرفت بلکه باید اثر تمرکز تنش در اطراف سوراخها را نیز مورد توجه قرار داد که این مورد مربوط به مبحث خستگی می باشد.

توجه داشته باشید که تا حد امکان باید از تعبیه سوراخهای بزرگ (جهت عبور لوله های گاز و آب و ...) خودداری نمود، در صورتی که لزوم آنها اجتناب ناپذیر باشد باید سعی نمود که در منطقه لنگر بزرگ آنها را در جان تیر و در منطقه برش بزرگ، در بال تیر ایجاد نمود.

مساله

- تیر زیر دارای تکیه گاه جانبی پیوسته است:



اولاً: آن را با نیمرخ IPE طرح دهید.

ثانیاً: اگر لازم باشد در جان تیر در مقطع شماره I به فاصله 1m از تکیه گاه دو سوراخ به قطرهای 2 و 3 سانتیمتر ایجاد گردد آیا نیمرخ طرح داده شده جوابگو می باشد یا خیر.

ثالثاً: اگر لازم باشد در مقطع شماره II سه سوراخ یکسان به قطر 3 cm در جان تیر

ایجاد شود آیا نیمرخ طرح شده جوابگو می باشد. $F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

(حل)

اولاً:

$$M_{\max} = \frac{qL^2}{8} = \frac{3.1 \times 6^2}{8} = 13.95 \text{ ton.m}$$

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{13.95 \times 10^5}{1584} = 881 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{IPE } 36, W_x = 904 \text{ cm}^3$$

$$V_{\max} = \frac{3.1 \times 6}{2} = 9.3 \text{ ton}$$

$$f_v = \frac{V}{d \cdot t_w} = \frac{9.3 \times 10^3}{36 \times 0.8} = 323 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < F_v = 0.4 F_y = 960 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ o.k.}$$

ثانیاً: مقدار نیروی برشی در مقطع شماره I برابر است با:

$$V_I = \frac{3.1 \times 6}{2} - 3.1 \times 1 = 6.2 \text{ ton}$$

$$f_v = \frac{V}{(d - \sum D) \times t_w} = \frac{6.2 \times 10^3}{(36 - (2 + 3)) \times 0.8} = 250 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < F_v = 960 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ o.k.}$$

بنابراین در مقطع I می توان سوراخها را ایجاد کرد.

ثالثاً: مقدار نیروی برشی در مقطع شماره II برابر است با:

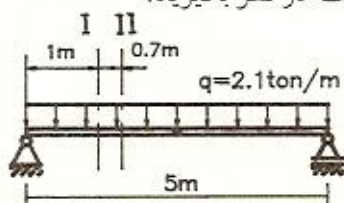
$$V_{II} = \frac{3.1 \times 6}{2} - 3.1 \times 0.2 = 8.68 \text{ ton}$$

$$f_v = \frac{8.68 \times 10^3}{(36 - 3 \times 3) \times 0.8} = 402 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < F_v = 960 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ o.k.}$$

بنابراین در مقطع II نیز می توان سوراخها را ایجاد کرد.

مساله

تیر زیر را که دارای تکیه گاه جانبی پیوسته است در نظر بگیرید:



اولاً: آن را با مقطع IPE طرح دهید.

ثانیاً: اگر لازم باشد که در مقطع شماره I در هر بال تیر دو سوراخ به قطر 1.5 cm

ایجاد شود، آیا نیمرخ طرح داده شده جوابگو می باشد یا خیر؟

ثالثاً: اگر لازم باشد همین سوراخها در مقطع II نیز ایجاد گردد آیا نیمرخ طرح داده

شده جوابگو می باشد یا خیر؟ در صورت خیر شماره تیر آهن مناسب را محاسبه

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ کنید.}$$

(حل)

$$M_{\max} = \frac{qL^2}{8} = \frac{2.1 \times 5^2}{8} = 6.56 \text{ ton.m} \quad \text{اولاً:}$$

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{6.56 \times 10^5}{1584} = 414 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{IPE 27, } W_x = 429 \text{ cm}^3$$

ثانیاً:

$$A_h = 2 \times 1.5 \times 1.02 = 3.06 \text{ cm}^2 > 0.15 A_f = 0.15 \times 13.5 \times 1.02 = 2.07 \text{ cm}^2$$

$$< 0.25 A_f = 0.25 \times 13.5 \times 1.02 = 3.45 \text{ cm}^2$$

چون مساحت سوراخها بزرگتر از 15% مساحت بال است باید اثر آن را در نظر

گرفت و چون کمتر از 25% سطح بال است توصیه مربوطه نیز رعایت شده است.

$$W_n = W - A_h \cdot d = 429 - 3.06 \times 27 = 346 \text{ cm}^3$$

مقدار لنگر در مقطع شماره I برابر با:

$$M_I = \frac{2.1 \times 5}{2} \times 1 - 2.1 \times 1 \times \frac{1}{2} = 4.2 \text{ ton.m}$$

تنش خمشی ماکزیمم در مقطع شماره I برابر است با:

$$f_{bI} = \frac{M_I}{W_n} = \frac{4.2 \times 10^5}{346} = 1214 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < F_{bx} = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

پس این نیمرخ در مقطع شماره I جوابگو می باشد.

ثالثاً: مقدار لنگر در مقطع شماره II برابر است با:

$$M_{II} = \frac{2.1 \times 5}{2} \times 1.7 - 2.1 \times 1.7 \times \frac{1.7}{2} = 5.89 \text{ ton.m}$$

$$f_{bII} = \frac{M_{II}}{W_n} = \frac{5.89 \times 10^5}{346} = 1702 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} > F_{bx} = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{N.G.}$$

پس نیمرخ IPE27 در مقطع شماره II جوابگو نمی باشد. نیمرخ IPE30 کنترل

می شود:

$$A_h = 2 \times 1.5 \times 1.07 = 3.21 \text{ cm}^2 > 0.15 A_t = 0.15 \times 15 \times 1.07 = 2.4 \text{ cm}^2$$

$$W_n = W - A_h \cdot d = 557 - 3.21 \times 30 = 460.7 \text{ cm}^3$$

$$f_{bII} = \frac{M_{II}}{W_n} = \frac{5.89 \times 10^5}{460.7} = 1278 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} < F_{bx} = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{o.k}$$

پس نیمرخ IPE30 مناسب می باشد.

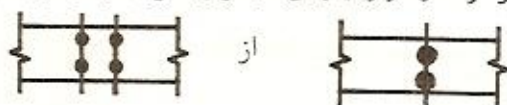
تذکر: معمولاً افزایش شماره تیر آهن غیر اقتصادی بوده و راه حل منطقی نمی باشد.

باید سعی شود در مقطع مقدار A_h کاهش داده شود. در صورت امکان بهترین روش

برای رفع این مشکل آنستکه قطر سوراخها را در مقطع کاهش داده ولی بصورت زیر

تعداد آنها را بیشتر کرده و در ردیفهای دیگری سوراخها را بر روی بال تیر اجرا کرد.

مثلاً به جای



استفاده شود.

خمش دو محوره - طراحی لایه‌ها

در مقاطع تحت خمش دو محوره، اگر برآیند نیروهای وارد بر مقطع از مرکز برش بگذرد پیچش در مقطع بوجود نمی‌آید. در اینحالت مقطع وقتی جوابگو است که رابطه زیر برقرار باشد:

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1$$

که در آن داریم:

f_{bx} : تنش ماکزیم ناشی از لنگر خمشی حول محور X مقطع. $f_{bx} = \frac{M_x}{W_x}$

F_{bx} : تنش مجاز خمشی تیر حول محور X که براساس مطالب فصل اول و دوم در

مقاطع I شکل بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$L_b \leq L_1, L_2 \Rightarrow \begin{cases} F_{bx} = 0.66 F_y & \text{در مقاطع فشرده} \\ F_{bx} = 0.6 F_y & \text{در مقاطع غیر فشرده} \end{cases}$$

درباره پارامترهای L_1 و L_2 در فصل اول توضیحات لازم داده شده است.

در مقاطع فشرده یا غیر فشرده:

$$L_b > L_1 \text{ یا } L_2 \Rightarrow F_{bx} = \min \left\{ 0.6F_y \text{ و } \text{Max} \{F_{b1}, F_{b2}\} \right\}$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} \text{؛ تنش ماکزیمم ناشی از لنگر خمشی حول } y$$

F_{by} : تنش مجاز خمشی مقطع حول y .

$$F_{by} = 0.75 F_y \quad \text{در مقاطع فشرده:}$$

$$F_{by} = 0.6 F_y \quad \text{در مقاطع غیر فشرده:}$$

برای تخمین اولیه مقطع بصورت زیر عمل می شود:

$$\text{فرض می شود } f_{bx} + f_{by} \leq F_{bx} \quad \text{آنگاه:}$$

$$\frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq F_{bx} \Rightarrow M_x + M_y \cdot \frac{W_x}{W_y} \leq W_x \cdot F_{bx}$$

اگر $n = \frac{W_x}{W_y}$ انتخاب شود آنگاه:

$$M_x + nM_y \leq W_x \cdot F_{bx} \Rightarrow W_x \geq \frac{M_x + nM_y}{F_{bx}}$$

$M_x + nM_y$ را لنگر معادل گویند.

مقدار n مختلف بوده و بستگی به نوع مقطع دارد. بعنوان تخمین اولیه مقادیر زیر را می توان در نظر گرفت:

$$n = 8 \quad \text{در مقاطع INP}$$

$$n = 7 \quad \text{در مقاطع IPE}$$

$$n = 6 \quad \text{در مقاطع ناودانی (UNP)}$$

$$n = 3 \quad \text{در مقاطع IPB}$$

تذکر:

1- در روابط فوق و روابط بعدی x محور قوی مقطع در خمش و y محور ضعیف مقطع در خمش می باشد.

2- این روابط برای محوره های اصلی اینرسی مقطع (در اینجا x, y) صادق هستند و

در مقاطعی مانند Γ باید محورهای اصلی اینرسی مقطع مشخص شود.

3- در مقاطع فشرده تنش مجاز خمشی حول محور ضعیف $F_{by} = 0.75F_y$ در نظر گرفته شده است که در مقایسه با تنش مجاز خمشی حول محور قوی مقدار بزرگتری را دارد. یکی از علل این مسأله آنستکه وقتی تیری تحت خمش حول محور قوی قرار می‌گیرد خطر کمانه کردن تیر حول محور ضعیف وجود داشته و این کمانش باعث ضعف تیر می‌گردد و باید تنش مجاز را کوچکتر گرفته و در محاسبه آن به کمانش جانبی تیر نیز توجه شود. اما در خمش تیر حول محور ضعیف خطر کمانه کردن تیر حول محور قوی وجود نداشته و نیازی به کنترل کمانش جانبی نمی‌باشد. البته دلایل دیگری نیز وجود دارد که برای اطلاع از آنها باید به کتابهای مرجع مراجعه کنید.

4- با توجه به رابطه لنگر معادل $M_x + \alpha M_y$ مشاهده می‌شود که هر واحد M_y ، α برابر شده و در واقع α برابر هر واحد M_x اثر دارد لذا در طراحی و اجرای قطعات باید تا آنجا که ممکن است تلاش نمود مقدار M_y کاهش داده شود.

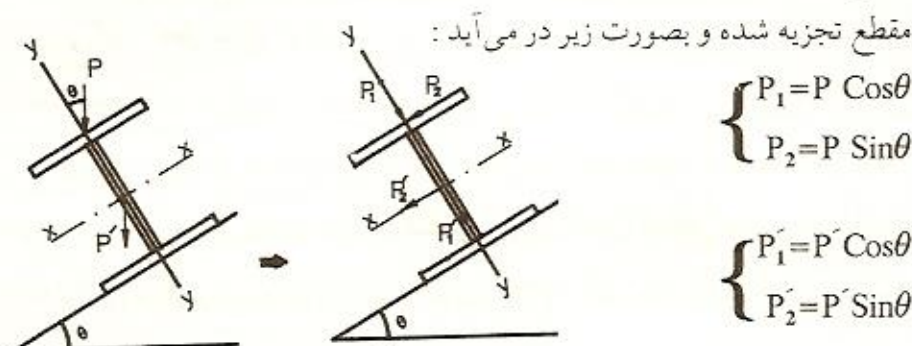
5- معمولاً بارگذاری تیرها بصورتی است که بارها بر بال فوقانی تیر وارد می‌شود و در صورت وجود بارهای موازی عرض بال، برآیند بارها از مرکز برش مقطع نمی‌گذرد و در مقطع پیچش ایجاد می‌شود. چون تئوری پیچش خصوصاً برای مقاطع غیر دایره‌ای پیچیده و وقت گیر می‌باشد، از یک روش عملی در این مواقع استفاده می‌شود که در ادامه توضیح داده خواهد شد.

طراحی لاپه‌ها:

لاپه‌ها تیرهایی می‌باشند که بر روی ستفهای شیبدار مورد استفاده قرار گرفته تا پوشش سقف بر روی آن قرار گیرد. پس بارهای وارد بر لاپه‌ها، وزن خود تیر به

اضافه بار برف و ... و وزن پوشش روی لایه می باشد. لایه یکی از انواع تیرهایی است که تحت خمش دو محوره و پیچش قرار می گیرد.

اگر بار ناشی از سقف P و وزن تیر P' نامیده شود، چون مقطع تیر نسبت به سطح افق دارای زاویه θ می باشد، بارهای P و P' در امتداد محورهای اصلی اینرسی



با دقت در شکل فوق مشاهده می شود که بار $(P_1 + P'_1)$ ایجاد M_x می نماید یعنی فقط خمش حول محور x را سبب می شود. بار P'_2 فقط خمش حول محور y یعنی M_y را ایجاد می کند. اما بار P_2 هم خمش حول محور y یعنی M_y و هم پیچش در مقطع یعنی M_z را بوجود می آورد.

در عمل برای طراحی اینگونه تیرها فرض می شود که اثر نیروهای P_1, P'_1 و P_2 را کل مقطع تیر تحمل کرده ولی اثر نیروی P_2 را فقط بال فوقانی تیر تحمل می کند و این فرض اثر پیچش وارد بر مقطع را جبران می نماید. در مقاطعی که معمولاً بعنوان لایه مورد استفاده قرار می گیرند بالهای بالا و پایین مقطع یکسان بوده و ضخامت جان در مقایسه با عرض بال کوچک می باشد بنابراین می توان نوشت :

$$I_y = I_{yw} + 2I_{yf}$$

اگر از اثر جان صرف نظر شود : $I_y = 2I_{yf}$ کل مقطع

$$W_y = \frac{I_y}{b_f/2} = \frac{2I_{yf}}{b_f/2}$$

پس اساس مقطع کل برابر است با:

از طرفی اساس مقطع یکبال برابر است با:

$$W_{yf} = \frac{I_{yf}}{b_p/2}$$

با مقایسه روابط فوق نتیجه می شود که:

$$W_{yf} = \frac{W_y}{2}$$

برای تخمین اولیه مقطع لایه در صورتیکه از وزن لایه صرف نظر شود رابطه زیر بدست می آید:

$$f_{bx} + f_{by} \leq F_{bx} \Rightarrow \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_{yf}} \leq F_{bx} \Rightarrow M_x + \frac{M_y \cdot W_x}{W_{yf}/2} \leq W_x \cdot F_{bx}$$

با انتخاب $n = \frac{W_x}{W_{yf}}$ رابطه تخمینی زیر بدست می آید:

$$W_x \geq \frac{M_x + 2nM_y}{F_{bx}}$$

در رابطه فوق M_x لنگر ناشی از P_1 و M_y لنگر ناشی از P_2 می باشد و ظاهر شدن ضریب 2 (در عبارت $2n$) بخاطر اثر پیچش است. درباره مقادیر تخمینی عدد n نیز قبلاً توضیح داده شده است.

در صورتیکه در مقطع M_y (بدون اثر پیچش) نیز وجود داشته باشد رابطه تقریبی فوق بصورت زیر در می آید: (در لایه ها معمولاً چنین اثری فقط در اثر وزن تیر (P_2) بوجود می آید).

$$W_x \geq \frac{M_x + nM_y' + 2nM_y}{F_{bx}}$$

در رابطه فوق M_x لنگر ناشی از بار ($P_1 + P_1'$) و M_y' ناشی از بار P_2 و M_y ناشی از بار P_2 می باشد.

پس از آنکه نیمرخ برای لایه تخمین زده شد باید آن را کنترل نمود. برای اینکار باید دو مقطع کنترل شود، یکی مقطعی از لایه که در آن M_x ماکزیمم است و دیگری مقطعی که M_y ماکزیمم است.

کنترل مقطع لایه :

مقطعی جوابگو می باشد که در آن رابطه $1 \leq \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}}$ برقرار باشد.

f_{bx} : تنش ماکزیمم در مقطع ناشی از خمش حول x: $f_{bx} = \frac{M_x}{W_x}$

f_{by} : تنش ماکزیمم در مقطع ناشی از خمش حول y:

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y/2} + \frac{M'_y}{W_y} = \frac{2M_y + M'_y}{W_y}$$

M_x لنگر ناشی از بار $(P_1 + P'_1)$ ، M_y لنگر ناشی از بار P_2 و M'_y لنگر ناشی از بار P_2 می باشد. W_x و W_y اساس مقطع کل مقطع حول محورهای x و y است.

در صورتیکه در تخمین اولیه، وزن تیر را مقداری فرض کرده و M_y براساس آن محاسبه شده باشد، در کنترل نهایی می توان f_{by} را از رابطه زیر بدست آورد:

$$f_{by} = \frac{2M_y + M'_y \times (G/p')}{W_y}$$

در رابطه فوق G وزن واقعی لایه و p' وزن فرض شده لایه است.

F_{bx} و F_{by} نیز تنشهای مجاز خمشی می باشند....

بنابراین بطور خلاصه روال طراحی لایه ها بترتیب زیر می باشد:

1- بار وارد به هر لایه را محاسبه و وزن تیر را هم حدس زده، تصاویر آنها بر امتداد محورهای اصلی اینرسی مقطع بدست می آید.

2- تیر را تحلیل کرده مقادیر M_x ، M_y و M'_y محاسبه می شود.

برای محاسبه M_x بار $P_1 + P'_1$ ، برای محاسبه M_y بار P_2 و برای محاسبه M'_y بار P_2 به تیر اعمال می شود.

3- از رابطه زیر W_x لازم و از روی آن شماره تیر آهن لازم تخمین زده می شود :

$$W_x \geq \frac{M_x + nM_y + 2nM_y}{F_{bx} = 0.6F_y}$$

4- کنترل مقطع :

پس از تخمین نیمرخ لازم، برای کنترل آن مقادیر f_{bx} ، f_{by} ، F_{bx} و F_{by} را بگونه‌ای که قبلاً شرح داده شد محاسبه کرده و باید رابطه زیر برقرار باشد:

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1$$

تذکر: 1- در طراحی لایه پیشنهاد می‌شود که مقدار تنش مجاز در خمش حول محور قوی مقطع (F_{bx}) بزرگتر از $0.6F_y$ منظور نشود.

2- تنش مجاز خمشی حول محور ضعیف مقطع را در مقاطع ناودانی و Z $0.6 F_y$ در نظر بگیرید.

3- با توجه به رابطه تخمینی مشاهده می‌شود که اثر یک واحد M_y ، $2n$ برابر اثر یک واحد M_x است پس تا آنجا که ممکن است باید M_y را کوچکتر نمود. برای این کار چندین راه وجود دارد:

راه اول: کوچک کردن زاویه θ ، در اینصورت مقدار P_2 کم می‌شود. یعنی یک راه کاهش شیب سقف می‌باشد. البته این کاهش محدودیت دارد.

راه دوم: استفاده از مقاطعی که $n = \frac{W_x}{W_y}$ کوچکتری دارند.

راه سوم: استفاده از میل مهار که بهترین و منطقی‌ترین روش می‌باشد.

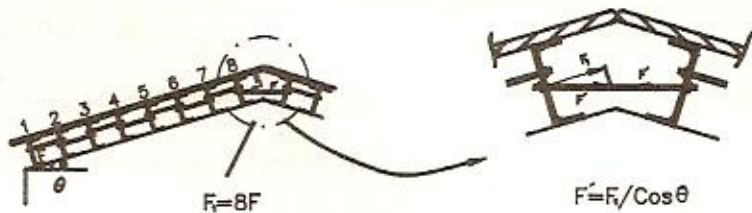
میل مهارها عبارتند از قطعاتی که لایه‌ها را به هم وصل کرده و در خمش حول y مقطع مانند تکیه‌گاه عمل می‌کنند در نتیجه طول تیر را به قطعات کوچکتری تقسیم کرده و M_y موجود کاهش می‌یابد. میل مهارها عموماً با میلگرد (آر ماتور) طرح داده

می‌شوند.



طراحی میل مهار:

لاپه در خمش حول y مقطع در نظر گرفته شده و تحت بار $(P_2 + P_2')$ تحلیل می شود. در این حالت نیروی فشاری در تکیه گاه ها که از لحاظ اندازه همان نیروی کششی موجود در میل مهارها می باشد، بدست می آید این نیرو، نیروی کششی میل مهارهای ردیف آخر در پایین سطح شیبدار است (نیروی F). برای محاسبه بزرگترین نیرو در میل مهار، نیروی بدست آمده فوق را در تعداد لاپه ها ضرب کرده تا نیروی F_1 بدست آید. بزرگترین نیروی وارد بر میل مهار $F' = \frac{F_1}{\cos \theta}$ می باشد. به اشکال نشان داده شده توجه کنید.



مساحت لازم برای میل مهار از رابطه زیر بدست می آید:

$$A \geq \frac{F'}{0.42F_y}$$

تذکر:

- 1- در عمل لاپه ها را با فواصل مساوی در کنار همدیگر قرار می دهند بنابراین سهم بار وارد بر هر کدام از آنها تقریباً برابر می باشد.
- 2- اتصال تیرهای لاپه به تیرهای اصلی سقف شیبدار بصورت دو سر مفصلی در نظر گرفته می شود. (در این کتاب)
- 3- اتصال میل مهارها به جان لاپه ها پیچ و مهره می باشد.
- 4- نیروی F' محاسبه شده برای طراحی میل مهار، بزرگترین نیروی وارد بر میل مهار فوقانی می باشد و در عمل چون میلگردهای کوچکی بدست می آید، همه میل -

مهارها یکسان طراحی می شوند. بدیهی است به میل مهارهای ردیفهای پایین تر نیروی کمتری وارد می شود.

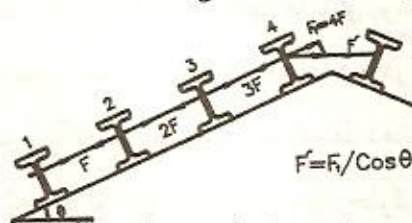
5- در تحلیل لایه ها در خمش حول y ، میل مهارها نقش تکیه گاه را دارند و در تحلیل لایه ها در خمش حول x میل مهارها نقش تکیه گاه جانبی را ایفا می کنند.

6- تنش مجاز قطعات کششی $F_t = 0.6F_y$ می باشد. از طرفی میل مهارها نیز قطعات کششی می باشند ولی چون در میل مهارها جهت اتصال پیچی، رزوه ایجاد می شود، سطح مؤثر میلگرد کاهش می یابد. فرض می شود مساحت کاهش یافته 0.7 مساحت میلگرد باشد بنابراین:

$$\frac{F}{0.7A} \leq 0.6 F_y \Rightarrow \frac{F}{A} \leq 0.42F_y \Rightarrow A \geq \frac{F}{0.42F_y}$$

بدین ترتیب تنش مجاز کششی در میل مهارها $F_t = 0.42 F_y$ در نظر گرفته می شود. پس اگر حد تسلیم فولاد میل مهار $F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه $F_t \approx 1000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ خواهد شد.

7- در محاسبه نیروی وارد بر میل مهارهای ردیفهای بالاتر، میل مهارها را بر روی یک راستا در نظر می گیرند اگر چه در عمل در یک راستا نباشند.



8- یک راه سریع و تقریبی برای محاسبه نیروی کششی وارد بر میل مهار استفاده از سطح بارگیر میل مهار می باشد.

به این ترتیب که تصاویر نیروهای وارد بر لایه به موازات سطح شیبدار محاسبه شده و از حاصل ضرب این نیروها در کل سطح بارگیر یک ردیف میل مهار، ماکزیمم نیروی کششی وارد بر میل مهار بدست آمده و میل مهار برای این نیرو

طراحی می شود. با این روش اکثراً نیروی کششی کوچکتری بدست آمده، پس قطر کوچکتری را برای میل مهار نتیجه داده و ضریب اطمینان کاهش می یابد. اگر چه این روش تقریبی بوده و تا حدودی به زیان اطمینان می باشد، اما چون میل مهار یک قطعه اصلی نبوده و از طرفی سرعت محاسبه نیز زیادتیر می شود، بنابراین مورد قبول واقع شده است.

چند توصیه :

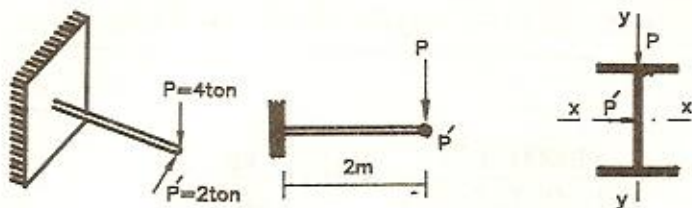
- 1- توصیه می شود برای شبیهای بزرگتر از $\frac{1}{4}$ ($\theta > 14^\circ$) از میل مهار استفاده شود.
- 2- توصیه می شود که حداقل تعداد میل مهارها برای پوششهای سبک (ورقهای موجدار آلومینیومی یا فولادی) در لاپه های بطول بیشتر از 6 متر، دو عدد و در فواصل $\frac{1}{3}$ دهانه و برای لاپه های با طول کمتر از 6 متر یک عدد و در وسط دهانه باشد.
- 3- توصیه می شود که حداقل تعداد میل مهارها برای پوششهای سنگین (سفالی یا بتنی) در لاپه های با طول بیشتر از 4.2 متر، دو عدد و در فواصل $\frac{1}{3}$ دهانه و برای لاپه های با طول کمتر از 4.2 متر یک عدد و در وسط دهانه باشد.
- 4- توصیه می شود که حداقل قطر میل مهار برای جلوگیری از آسیب دیدگیهای حین اجراء و رزوه کاری $\Phi_{\min} = 16 \text{ mm}$ باشد.

مساله

تیر طره ای زیر را با مقاطع زیر طرح دهید: $F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

الف - مقطع INP.

ب - مقطع IPB



(حل)

در این تیر M_x ماکزیمم و M_y ماکزیمم، هر دو در انتهای گیردار تیر قرار دارند. پس کنترل آن مقطع کافی می باشد:

$$|M_x| = 4 \times 2 = 8 \text{ ton.m}$$

$$|M_y| = 2 \times 2 = 4 \text{ ton.m}$$

الف) با توجه به اینکه در مقطع پیچش بوجود نمی آید، برای تخمین اولیه مقطع از رابطه زیر استفاده می شد:

$$W_x \geq \frac{M_x + nM_y}{F_{bx}}$$

چون مقطع از نوع INP می باشد $n=8$ در نظر گرفته می شود و با فرض

$$F_{bx} = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ داریم:}$$

$$W_x \geq \frac{(8 + 8 \times 4) \times 10^5}{1440} = 2778 \text{ cm}^3$$

با مراجعه به جدول پروفیلها، INP50 با $W_x = 2750 \text{ cm}^3$ انتخاب و کنترل می شود:

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{8 \times 10^5}{2750} = 291 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{4 \times 10^5}{268} = 1493 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

محاسبه تنشهای مجاز:

با توجه به اینکه مقطع نورد شده می باشد پس فشرده است.

$$L_1 = 13b_f = 13 \times 18.5 = 240.5 < L_b = 2 \times 200 = 400$$

چون انتهای کنسول تکیه‌گاه جانبی ندارد، دو برابر طول آن در محاسبات منظور می‌شود.

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{L_d/A_f} = \frac{840000 \times 1.75}{400 \times 50 / (18.5 \times 2.7)} = 3671 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} = 3671 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} > 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

بنابراین تنش مجاز خمشی تیر حول x $F_{bx} = 0.6 F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ می‌باشد.

$$F_{by} = 0.75F_y = 1800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{291}{1440} + \frac{1493}{1800} = 1.03$$

با پذیرفتن مقداری ضعف، نیمرخ INP50 جواب مسأله است.

در صورت لزوم با توجه به قضاوت مهندس طراح، می‌توان تیر را در تکیه‌گاه تقویت کرد و یا نیمرخ قویتری پیشنهاد نمود.

ب) چون مقطع از نوع IPB است برای تخمین مقطع $n=3$ در نظر گرفته می‌شود:

$$W_x \geq \frac{(8+3 \times 4) \times 10^5}{1440} = 1389 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{IPB28}, W_x = 1380 \text{ cm}^3$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{8 \times 10^5}{1380} = 580 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{کنترل مقطع:}$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{4 \times 10^5}{471} = 849 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

محاسبه تنشهای مجاز خمشی:

$$L_1 = 13b_f = 13 \times 28 = 364 < L_b = 400$$

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{Ld/A_r} = \frac{840000 \times 1.75}{400 \times 28 / (28 \times 1.8)} = 6615 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} = 6615 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} > 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{by} = 0.75 F_y = 1800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{580}{1440} + \frac{849}{1800} = 0.87 < 1$$

این مقطع غیر اقتصادی بنظر می رسد بنابراین IPB26 کنترل می شود :

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{8 \times 10^5}{1150} = 696 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

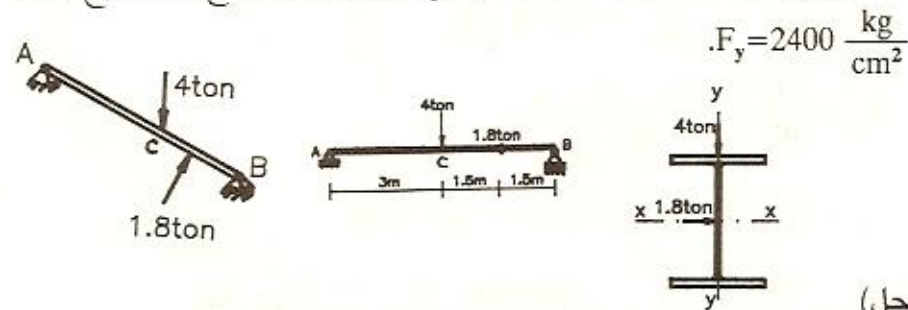
$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{4 \times 10^5}{395} = 1013 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

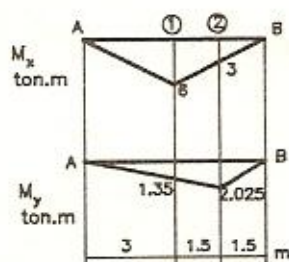
$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{696}{1440} + \frac{1013}{1800} = 1.05 > 1 \quad \text{N.G.}$$

IPB26 ضعیف بوده، پس IPB28 جواب مسأله می باشد.

مسأله

تیر زیر در نقاط A, B, C تکیه گاه جانبی دارد، آن را با مقطع IPE طرح دهید.





ابتدا تیر را تحلیل کرده و دیاگرامهای تغییرات لنگرهای خمشی حول محور X و حول محور Y مقطع رسم می شود. توجه داشته باشید که تکیه گاه جانبی برای بال فشاری در نقطه C، بعلت ضعیف بودن

نمی تواند بعنوان تکیه گاه قائم جهت Y محسوب شود. برای هر دو جهت خمش، تیر دو سرفصلی در نظر گرفته می شود.

پس از رسم نمودارها، مشاهده می شود که باید دو مقطع از تیر کنترل گردد.

مقطع 1:

$M_x = 6 \text{ ton.m}$ لنگرهای خمشی وارد بر این مقطع برابرند با:

$$M_y = 1.35 \text{ ton.m}$$

چون مقطع از نوع IPE می باشد، $n=7$ منظور شده و مقطع اولیه بصورت زیر تخمین زده می شود:

$$W_x \geq \frac{M_x + nM_y}{F_{bx}} = \frac{(6 + 7 \times 1.35) \times 10^5}{0.6 \times 2400} = 1073 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow \text{IPE40}, W_x = 1160 \text{ cm}^3$$

کنترل مقطع:

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{6 \times 10^5}{1160} = 517.3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{1.35 \times 10^5}{146} = 925 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$L_1 = 13b_f = 13 \times 18 = 234 < L_b = 300$$

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000 \times 1.75}{300 \times 40 / (18 \times 1.35)} = 2977 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{bx} > 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \Rightarrow F_{bx} = 0.6 F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{by} = 0.75 F_y = 1800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{517.3}{1440} + \frac{925}{1800} = 0.87 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل مقطع 2:

در این مقطع لنگرهای خمشی وارده برابرند با:

$$M_x = 3 \text{ ton.m} \quad \text{و} \quad M_y = 2.025 \text{ ton.m}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{3 \times 10^5}{1160} = 259 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{2.025 \times 10^5}{146} = 1387 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{bx} = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{و} \quad F_{by} = 1800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{259}{1440} + \frac{1387}{1800} = 0.95 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین مقطع IPE 40 مناسب می باشد.

مساله

در سازه مقابل مطلوبست:

الف - طراحی لاپه ها با مقطع INP.

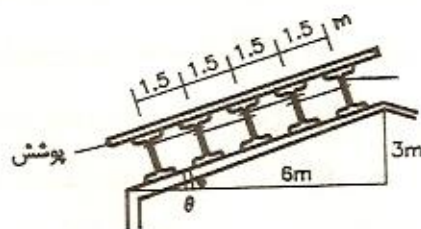
ب - طراحی میل مهارها.

ج - طراحی لاپه ها با مقطع ناودانی.

طول لاپه ها 8 m بوده و در فواصل 2 متری دارای میل مهار می باشد.

$$\text{وزن بارف} + \text{وزن پوشش} = 225 + 25 = 250 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

(حل)



ابتدا بار وارد بر هر لایه محاسبه می شود، چون سهم هر لایه 1.5m از پوشش می باشد پس :

$$P = 250 \times 1.5 = 375 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

با فرض آنکه وزن لایه $P' = 30 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$ باشد تصاویر بارهای P و P' بر محورهای اصلی اینرسی مقطع بصورت زیر بدست می آید:

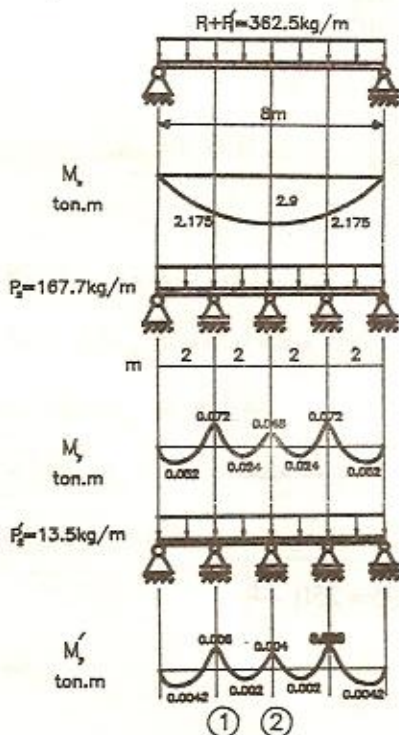
$$\text{tg } \theta = \frac{3}{6} = 0.5 \Rightarrow \text{Sin } \theta = 0.447, \text{Cos } \theta = 0.894$$

$$P_1 = P \text{Cos } \theta = 375 \times 0.894 = 335.5 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$P_2 = P \text{Sin } \theta = 375 \times 0.447 = 167.7 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$P'_1 = P' \text{Cos } \theta = 30 \times 0.894 = 27 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$P'_2 = P' \text{Sin } \theta = 30 \times 0.447 = 13.5 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$



برای محاسبه M_x بار $(P_1 + P'_1)$ بصورت گسترده یکنواخت بر روی تیر قرار داده می شود. در این جهت تیر دارای تکیه گاههای جانبی بنواصل 2m از همدیگر می باشد. برای محاسبه M_y بار P_2 بر روی تیر قرار داده می شود. در این جهت میل مهارها نقش تکیه گاه قائم را دارند. برای محاسبه M'_y بار P'_2 بر تیر اعمال می شود. در اینحالت نیز میل مهارها نقش تکیه گاه قائم را دارند.

پس از تحلیل تیر دیاگرامهای

تغییرات لنگرهای خمشی بدست می آید. با توجه به دیاگرامها مشاهده می شود که لایه را در دو مقطع باید کنترل کرد. یکی مقطعی است که در آن M_x ماکزیمم است یعنی مقطع 1 و دیگری مقطعی است که در آن M_y ماکزیمم است یعنی مقطع 2. الف) بررسی در مقطع 1:

لنگرهای وارد بر این مقطع برابرند با:

$$M_x = 2.9 \text{ ton.m} , \quad M_y = 0.048 \text{ ton.m} , \quad M'_y = 0.004 \text{ ton.m}$$

برای تخمین مقطع چون نیمرخ از نوع INP می باشد، $n=8$ در نظر گرفته می شود:

$$W_x \geq \frac{M_x + nM'_y + 2nM_y}{F_{bx}} = \frac{(2.9 + 8 \times 0.004 + 2 \times 8 \times 0.048) \times 10^5}{1440} = 257 \text{ cm}^3$$

با مراجعه به جدول پروفیلها، نیمرخ INP22 با $W_x = 278 \text{ cm}^3$ انتخاب و کنترل می شود:

در اینجا از اصلاح P در محاسبه f_{bx} بعلت ناچیز بودن اختلاف وزن واقعی و وزن فرض شده خودداری می شود.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{2.9 \times 10^5}{278} = 1044 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{by} = \frac{2M_y + M'_y \times G/P}{W_y} = \frac{(2 \times 0.048 + 0.004 \times 31.1/30) \times 10^5}{33.1} = 303 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

محاسبه تنش مجاز خمشی:

$$L_1 = 13b_f = 13 \times 9.8 = 127.4 < L_b = 200$$

$$\frac{M_1}{M_2} = -\frac{2.175}{2.9} = -0.75$$

$$\Rightarrow C_b = 1.75 + 1.05 \times (-0.75) + 0.3 \times (-0.75)^2 = 1.13 < 2.3$$

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000 \times 1.13}{200 \times 22 / (9.8 \times 1.22)} = 2579 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{bx} > 0.6 F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \Rightarrow F_{bx} = 0.6 F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{by} = 0.75 F_y = 1800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{1044}{1440} + \frac{303}{1800} = 0.89 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل در مقطع 2:

لنگرهای وارد بر این مقطع برابرند با:

$$M_x = 2.175 \text{ ton.m} \quad \text{و} \quad M_y = 0.072 \text{ ton.m} \quad \text{و} \quad M'_y = 0.006 \text{ ton.m}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{2.175 \times 10^5}{278} = 783 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{by} = \frac{2M_y + M'_y \times G/P'}{W_y} = \frac{(2 \times 0.072 + 0.006 \times 31.1/30) \times 10^5}{33.1} = 454 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{bx} = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}, \quad F_{by} = 1800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{783}{1440} + \frac{454}{1800} = 0.8 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ INP22 مناسب می باشد.

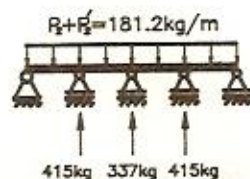
(ب)

برای محاسبه نیروی وارد بر میل مهارها بار $(P_2 + P'_2)$ بر تیر اعمال شده و

عکس العمل تکیه گاهها محاسبه می شود.

نتایج بصورت مقابل می باشد.

از اصلاح P_2 صرف نظر شده است.



بزرگترین نیرو در میل مهارهای ردیف پایین $F = 415 \text{ kg}$ می باشد چون تعداد لایه ها

5 عدد می باشد پس :

$$F_1 = 5F = 5 \times 415 = 2075 \text{ kg}$$

$$F' = \frac{F_1}{\cos\theta} = \frac{2075}{0.894} = 2321 \text{ kg}$$

$$A \geq \frac{F'}{0.42F_y} = \frac{2321}{1000} = 2.32 \text{ cm}^2$$

طراحی میل مهار :

پس میلگرد $\Phi 18\text{mm}$ با $A = 2.54\text{cm}^2$ مناسب می باشد.

محاسبه نیروی وارد بر میل مهار با روش دوم :

وزن برف $225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ ، وزن پوشش $25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ ، وزن لایه $20 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$

$$\cos\theta = 0.894$$

$$\sin\theta = 0.447$$

$$(225+25+20)\text{kg/m}^2$$



بافرض اینکه عرض پوشش (در امتداد شیب) 7.5 متر باشد داریم :

سطح بارگیر میل مهار \times تصویر بار در امتداد شیب = نیروی وارد بر میل مهار

$$= [(225+25+20) \times \sin\theta] \times \left[\frac{8}{4} \times 7.5\right] = 1810 \text{ kg}$$

معمولاً با همین نیرو میل مهار طراحی می شود. اما باید توجه داشت که این نیرو

مشابه نیروی F_1 می باشد پس اگر مانند نیروی F_1 برخورد شود میل مهار باید

$$\text{نیروی } \frac{1810}{\cos\theta} = 2025 \text{ kg} \text{ تحمل کند.}$$

ج (چون مقطع ناودانی می باشد، برای تخمین ، $n=6$ در نظر گرفته می شود.

بررسی در مقطع 1 :

$$W_x \geq \frac{M_x + nM'_y + 2nM_y}{F_{bx}} = \frac{(2.9 + 6 \times 0.004 + 2 \times 6 \times 0.048) \times 10^5}{1440} = 243\text{cm}^3$$

با مراجعه به جدول پروفیلها، UNP22 با $W_x = 245 \text{ cm}^3$ انتخاب و کنترل

می شود:

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{2.9 \times 10^5}{245} = 1184 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{by} = \frac{2M_y + M_y \times G / P}{W_y} = \frac{(2 \times 0.048 + 0.004 \times 29.4/30) \times 10^5}{33.6} = 298 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000 \times 1.13}{200 \times 22 / (8 \times 1.25)} = 2157 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} > 0.6 F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{bx} = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{و} \quad F_{by} = 0.6 F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{1184}{1440} + \frac{298}{1440} = 1.029$$

با پذیرفتن مقداری ضعیف، قابل قبول می باشد.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{2.175 \times 10^5}{245} = 888 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{کنترل در مقطع 2:}$$

$$f_{by} = \frac{(2 \times 0.072 + 0.006 \times 29.4/30) \times 10^5}{33.6} = 446 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{bx} = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{و} \quad F_{by} = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

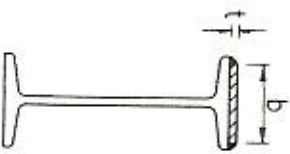
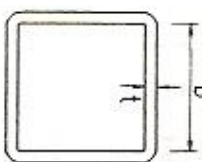
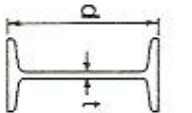
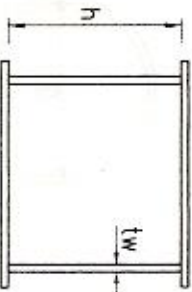
$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{888}{1440} + \frac{446}{1440} = 0.93 < 1 \quad \text{o.k}$$


بنابراین ناودانی 22 مناسب می باشد.

تنش های مجاز خمشی و برشی

- تعیین محدودیت‌های پهنای آزاد به ضخامت در عناصر فشاری تیرها:

حداکثر نسبت پهنای آزاد به ضخامت		مقاطع غیر فشرده		مقاطع فشرده		پهنای به ضخامت	شکل	عضو تحت تنش	توضیح
$\frac{795}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{545}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{795}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{545}{\sqrt{F_y}}$	b/t	b/t	b/t		تیر نورده شده I و ناودانی در خمش	بالهای تیر نورده شده I (با اتصال جوش) در خمش
$\frac{795}{\sqrt{F_y}}$	کاربرد ندارد	$\frac{795}{\sqrt{F_y}}$		b/t		b/t		تسمه‌ها یا نبشها که به‌طور برجسته بر تیر قرار می‌گیرند. قطعات تقریبی در تیرهای مرکب.	بالهای تیر مرکب I (با اتصال جوش) در خمش

عضو تحت تنش		پهنا		مقادیر نسبت پهنای آزاد به ضخامت	
توضیح	شکل	به ضخامت	مقاطع نشورده	مقاطع غیر نشورده	
ورقهای تئوری روی بال تیر بادوخط اتصال در دو لبه موازی، بالها مقطع قرطبی شکل با ضخامت ثابت جدار در خمش	 	b/t	$\frac{1590}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{1995}{\sqrt{F_y}}$	
جان قطعات تحت اثر فشار حاصل از خمش	 	$\frac{d}{t}$ $\frac{h}{t_w}$	$\frac{5365}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{6370}{\sqrt{F_b}}$	

حداکثر نسبت پهنای آزاد به ضخامت		پهنای به ضخامت	عضو تحت خمش	
مقاطع غیر نشوده	مقاطع نشوده		شکل	توضیح
	$\frac{232 \times 10^3}{F_y}$	$\frac{D}{t}$		مقاطع دایره‌ای تو خالی تحت خمش

در این جدول:

$$F_y = \text{حد جاری شدن فولاد مفرغی} \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_0 = \text{تنش مجاز در خمش} \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$$

$$D = \text{قطر خارجی لوله می‌باشد}$$

$$K_C = \frac{4.05}{0.46} \text{ باشد } \frac{h}{t} > 70 \text{ اگر}$$

$$\left(\frac{h}{t} \right)$$

* پیشنهاد می‌شود به جای رابطه مذکور از رابطه زیر که اثر نیروی محوری نیز در آن منظور شده استفاده شود:

$$\frac{6370}{\sqrt{F_0}} \left(1 - 1.55 \frac{f_a}{F_y} \right)$$

تعیین تنش مجاز خمشی

پارامترهای ابعادی مقطع I:

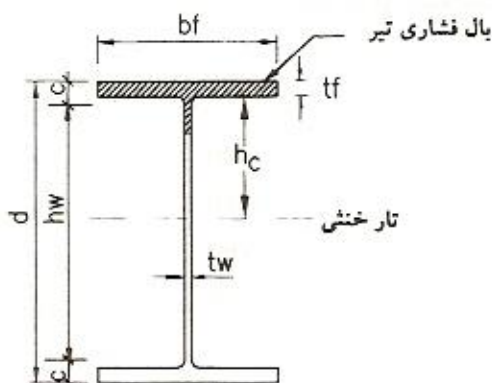
b_f = در شکل ۱ به نمایش در آمده است (cm)

t_f = در شکل ۱ به نمایش در آمده است (cm)

t_w = در شکل ۱ به نمایش در آمده است (cm)

d = در شکل ۱ به نمایش در آمده است (cm)

h_w = در شکل ۱ به نمایش در آمده است $d - 2c$ (cm)



شکل ۱

c = فاصله انتهای گردی اتصال بال به جان در نیمرخهای نوردشده، یا انتهای ساق جوش در

نیمرخهای ساخته شده از وجه خارجی بال (cm)

h_c = ارتفاع بخش فشاری جان تیر (cm)

L_b = طول آزاد (فاقد مهار جانبی) بال فشاری تیر (cm)

K_c = ضریب اصلاحی

A_f = مساحت بال فشاری تیر $(cm^2) = b_f \times t_f$

F_y = تنش جاری شدن فولاد تیر (kg/cm^2)

r_T = شعاع ژیراسیون بخش هاشورخورده شکل ۱ (نیمرخ سپری) که شامل بال فشاری تیر و

$\frac{1}{3}$ جان تخت تحت فشار می‌گردد، حول محوری که عمود بر بال از مرکز صفحه جان می‌گذرد.

$$r_T = \left(\frac{t_f b_f^3 / 12}{b_f \times t_f + \frac{1}{3} h_c t_w} \right)^{\frac{1}{2}} \approx 1.2 r_y$$

F_b = تنش مجاز خمشی (kg/cm^2)

F_f = تنش مجاز خمشی ناشی از مقاومت ستونی بال فشاری (kg/cm^2)

F_{bc} = تنش مجاز خمشی بال فشاری (kg/cm^2)

F_{bt} = تنش مجاز خمشی بال کششی (kg/cm^2)

C_b = ضریب تغییرات لنگر خمشی (مقدار محافظه کارانه این ضریب ۱ می‌باشد و نحوه تعیین مقدار دقیق آن در بند ۱۰ - ۱ - ۲ - ۱ آیین‌نامه معرفی شده است).

پارامترهای ابعادی مقطع ناودانی:

b_f = در شکل زیر به‌نمایش درآمده است. (cm)

t_f = در شکل زیر به‌نمایش درآمده است. (cm)

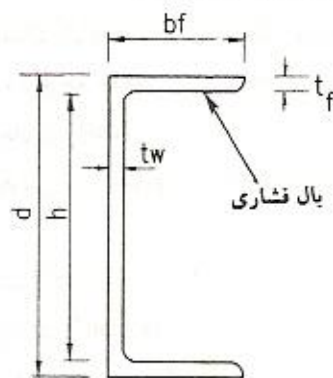
t_w = در شکل زیر به‌نمایش درآمده است. (cm)

d = در شکل زیر به‌نمایش درآمده است. (cm)

h = در شکل زیر به‌نمایش درآمده است. $h = d - 2t_f$

L = طول مهارنشده، (بدون تکیه‌گاه جانبی) بال فشاری (cm)

A_f = سطح مقطع بال فشاری $b_f \times t_f$ (cm^2)



$$F_b = \text{تنش مجاز خمشی حول محور قوی (kg/cm}^2\text{)}$$

$$C_b = \text{ضریب تغییرات لنگر خمشی}$$

پارامترهای ابعادی مقطع جمع‌بندی:

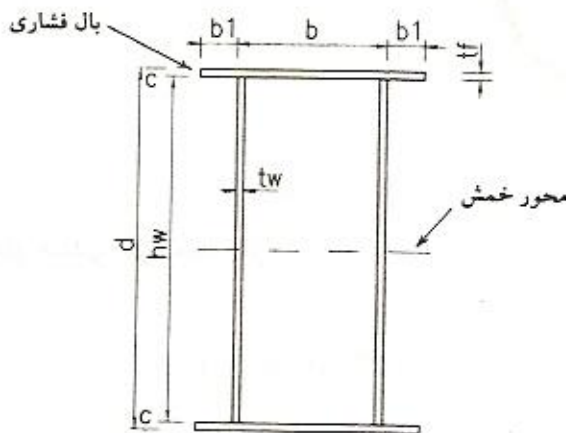
b = در شکل زیر معرفی شده است. (cm)

t_f = در شکل زیر معرفی شده است. (cm)

d = در شکل زیر معرفی شده است. (cm)

t_w = در شکل زیر معرفی شده است. (cm)

h_w = در شکل زیر معرفی شده است. (cm)



c = فاصله انتهای ساق جوش از وجه خارجی بال (cm)

f_c = تنش فشاری وارد بر مقطع در اثر نیروی محوری (kg/cm²)

L_b = طول آزاد (بدون مهار جانبی) بال فشاری (cm)

F_b = تنش مجاز خمشی (kg/cm²)

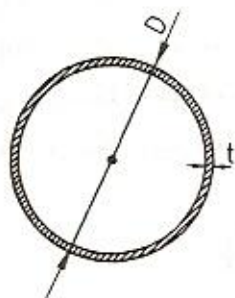
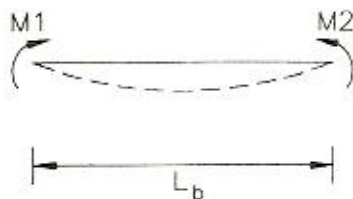
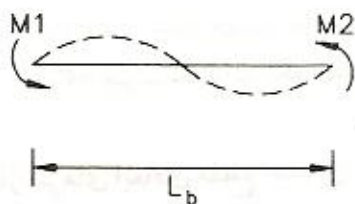
F_y = تنش جاری شدن فولاد عضو (kg/cm²)

M_1 = لنگر کوچکتر مربوط به یکی از دو انتهای قطعه مهارنشده

M_2 = لنگر بزرگتر مربوط به یکی از دو انتهای قطعه مهارنشده

علامت $\frac{M_1}{M_2}$ در صورتی که انحنای دابل در عضو ایجاد نمایند مثبت و در صورت ایجاد انحنای تک

در مقطع منفی است.



پارامترهای ابعادی مقطع لوله‌ای:

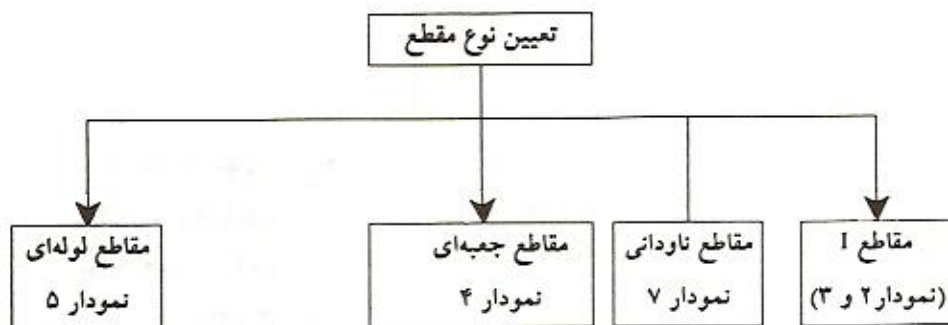
D = قطر خارجی لوله (cm)

t = ضخامت ورق لوله (cm)

F_b = تنش مجاز خمشی (kg/cm^2)

F_y = تنش جاری شدن فولاد لوله (kg/cm^2)

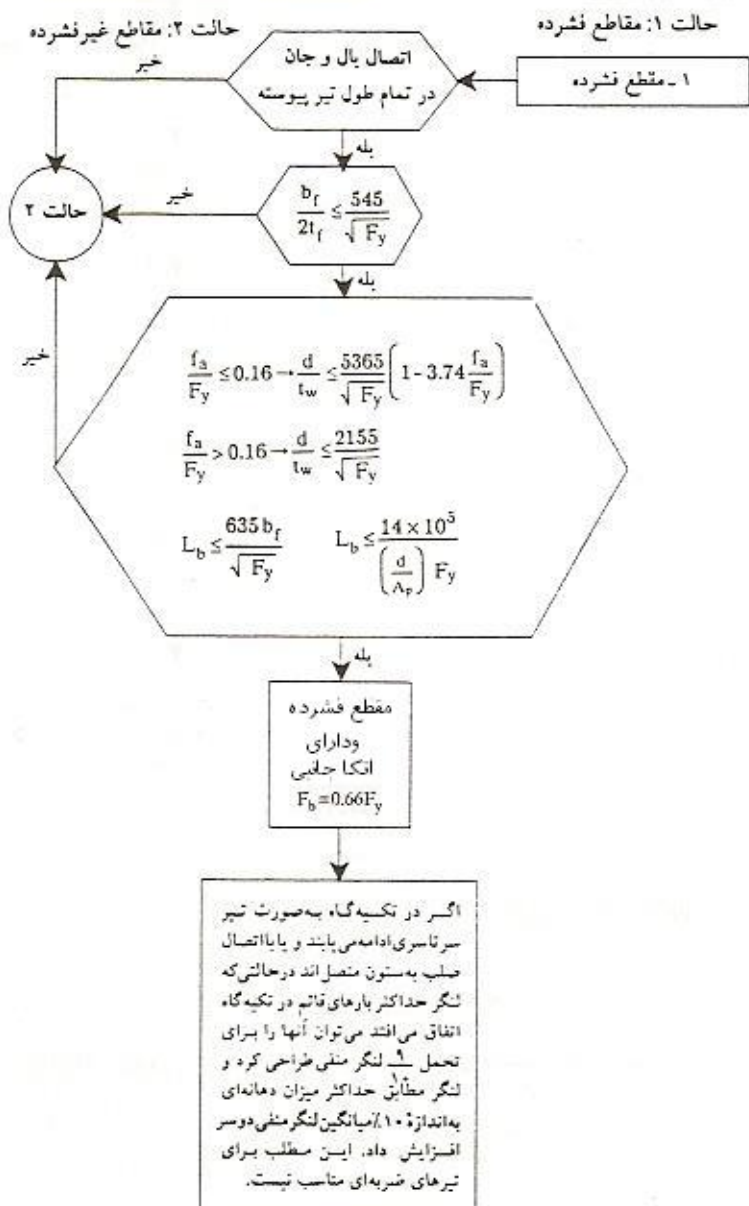
تعیین تنش مجاز خمشی حول محور قوی مقطع:



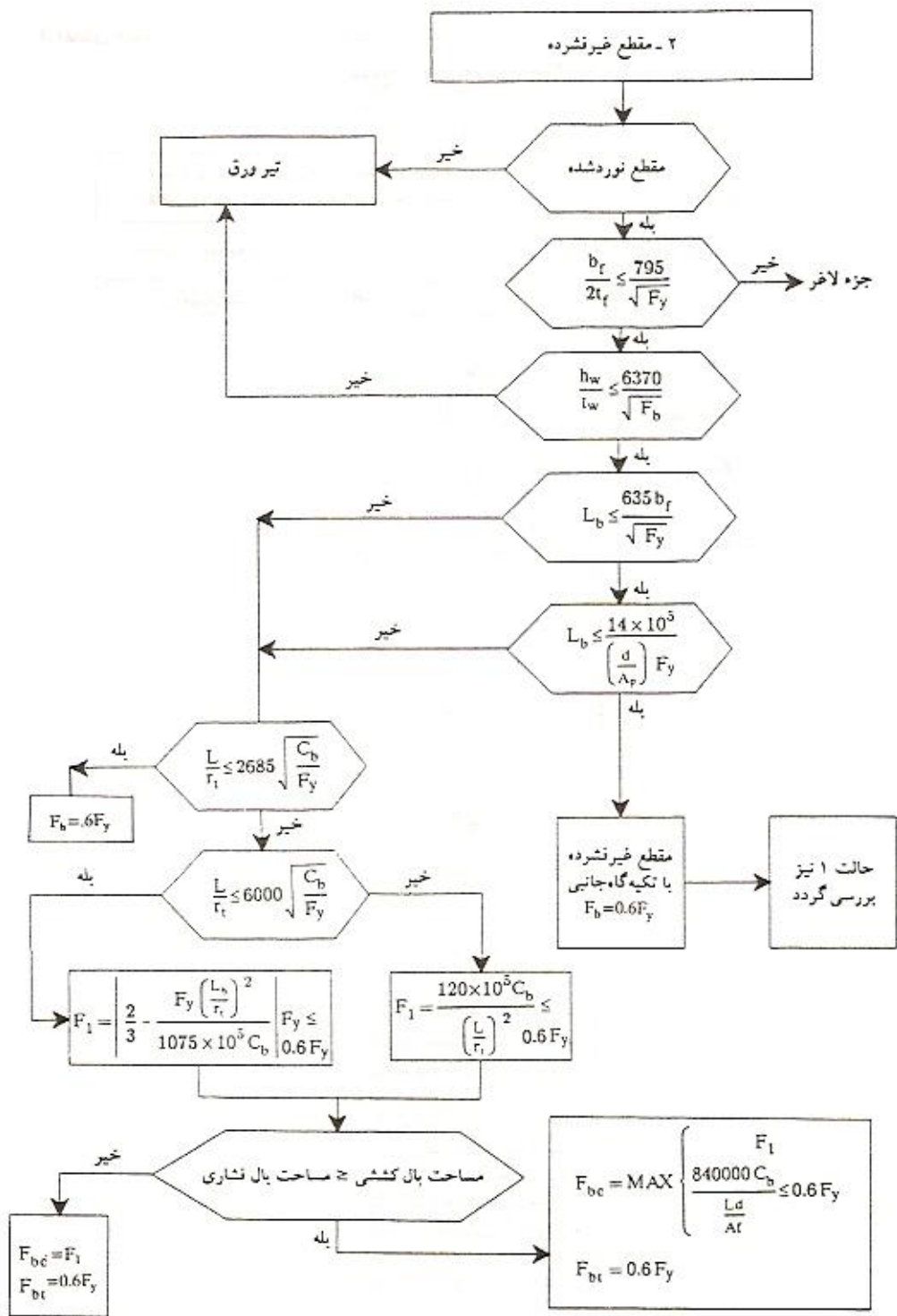
نمودار ۱ - راهنمای تعیین تنش مجاز خمشی

مقاطع ساخته شده و نورد شده: I

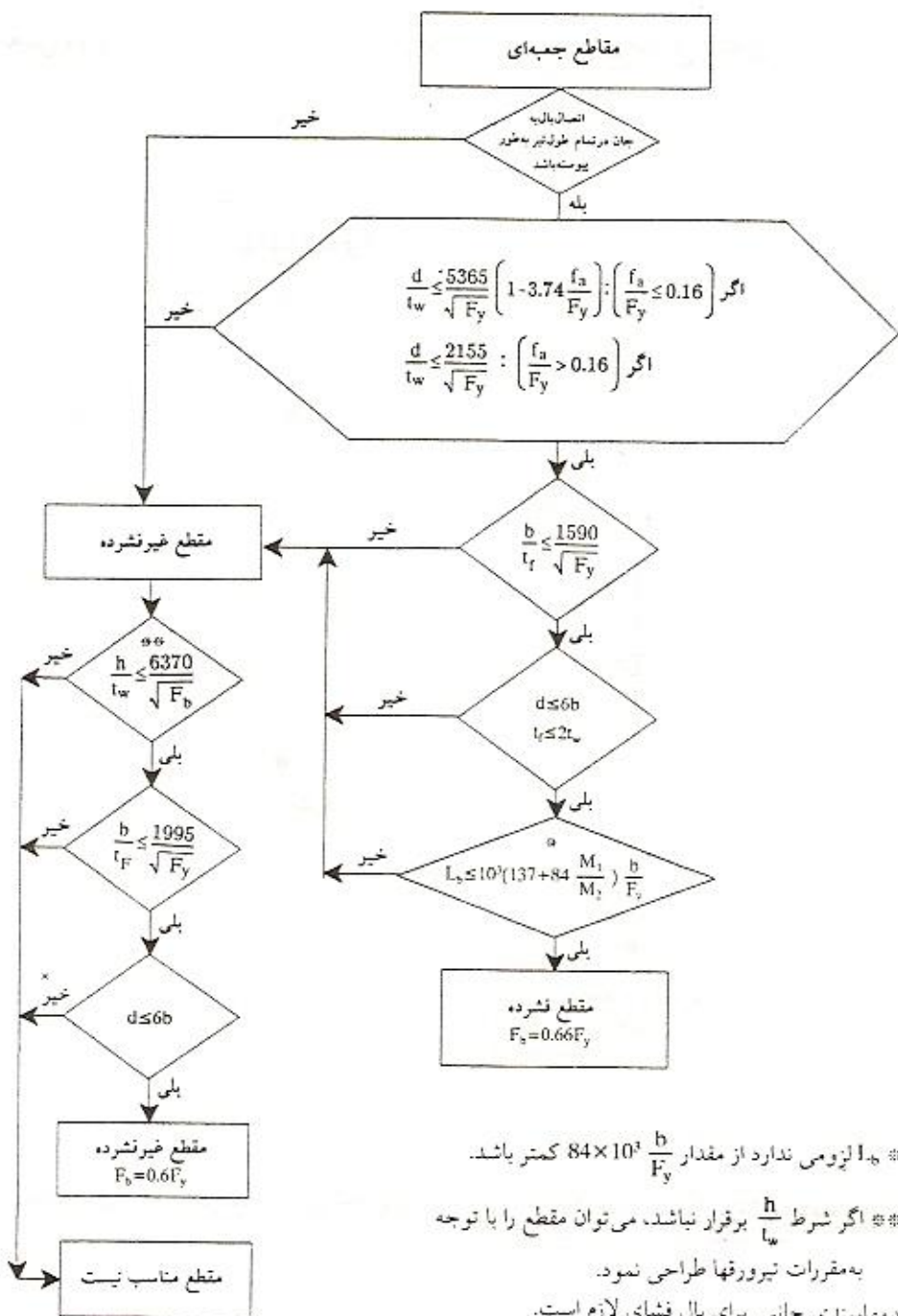
مقطع I: در صفحه ماربر محور ضعیف بارگذاری شده
مقاطعی که نسبت به محور ضعیف خود متقارن باشند و در صفحه‌های مار بر این محور بارگذاری شوند



نمودار ۲ - تنش مجاز خمشی مقاطع I (فشرده)



نمودار ۳ - تنش مجاز خمشی مقاطع I (غیر نشرده)



* لژیومی ندارد از مقدار $84 \times 10^3 \frac{b}{F_y}$ کمتر باشد.

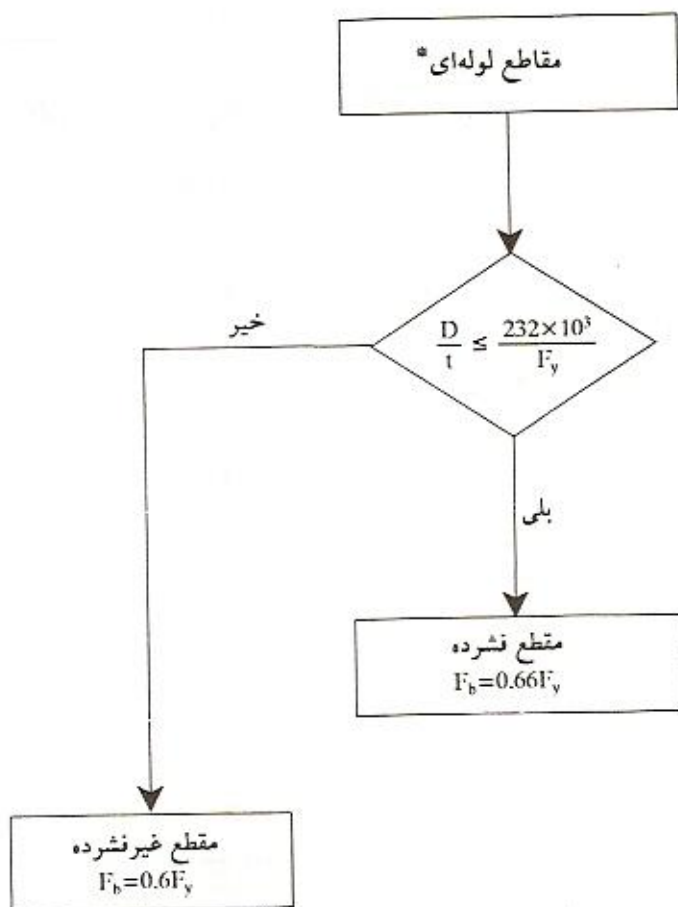
** اگر شرط $\frac{h}{t_w}$ برقرار نباشد، می‌توان مقطع را با توجه

به مقررات نیروقها طراحی نمود.

x مهاربندی جانبی برای بال فشاری لازم است.

نمودار ۴ - تنش مجاز خمشی مقاطع جمعی‌ای

تعیین مقاومت مجاز خمشی حول محور قوی یا ضعیف برای مقاطع لوله‌ای:



* مقاطع لوله‌ای که در این نمودار تنش مجاز برای آنها معرفی شده باید بدون درز و یا دارای درز جوش شده سرتاسری باشند.

نمودار ۵ - تنش مجاز خمشی مقاطع لوله‌ای

مقاطع ۱ و ۱۱ که دارای دو محور تقارن هستند و حول محور ضعیف خود در خمش قرار می‌گیرند.

اتصال بال و جان سرتاسری

خیر

$$F_b = 0.6F_y$$

بله

$$\frac{b_f}{2t_f} \leq \frac{545}{\sqrt{F_y}}$$

خیر

$$\frac{b_f}{2t_f} \leq \frac{795}{\sqrt{F_y}}$$

خیر

مقطع با عنصر
لاغر - غیر
قابل کاربرد*

بله

$$F_b = 0.75F_y$$

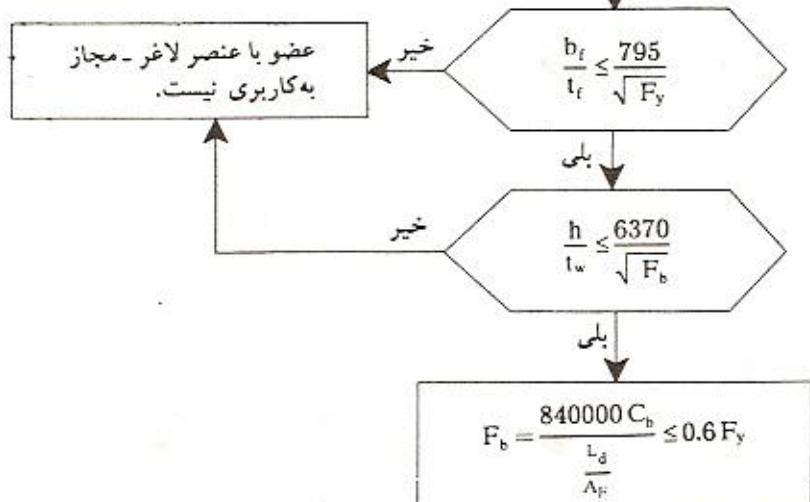
بله

$$F_b = F_y \left[\frac{1}{0.75} - 0.0006 \left(\frac{b_f}{2t_f} \right) \sqrt{F_y} \right]$$

* بندهای ۱۰-۱-۲-۲-ب و
۱۰-۱-۱-۹-پ با هم
مقایسه شوند.

نمودار ۶ - تنش مجاز مقاطع I حول محور ضعیف

مقاطع ناودانی که در صفحه مازیر مرکز
برش و موازی جان ناودانی بارگذاری
شوند و یا در مقابل پیچش در محل نقطه
اثر بار و تکیه گاهها نگهداری شوند.



نمودار ۷ - تنش مجاز خمشی مقاطع ناودانی

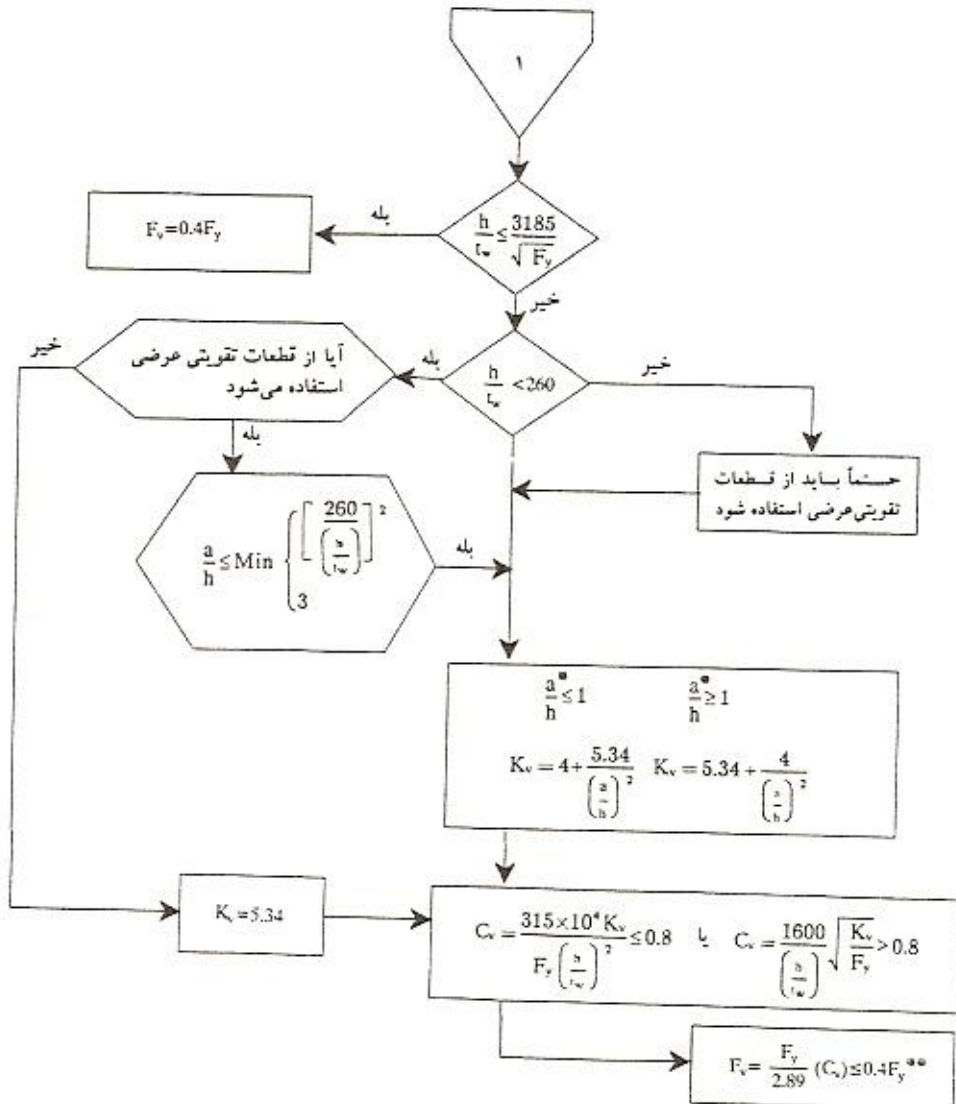


ابعاد مربع مستطیل نباید به شکلی باشد که مقطع شکل ورق پیدا کند، اگر نه امکان کمانش ورقها از تنش مجاز حول محور قوی می‌کاهد ولی در هر صورت تنش مجاز خمشی حول محور ضعیف همان مقدار توصیه شده در بالاست.

نمودار ۸ - تنش مجاز خمشی مقاطع توپر

تنش مجاز برشی در تیرها:

بخش ۱۰-۱-۲-۴، تنش برشی مجاز:



* در صورتی که فاصله سخت‌کننده‌ها (a) متغیر باشد تنش مجاز محاسبه شده تنها مربوط به همان چشمه جان که عرض آن a است می‌گردد و باید با تنش برشی حداکثر همان چشمه مقایسه شود.

** می‌توان به جای استفاده از این رابطه از نمودار ۱۱ استفاده کرد.

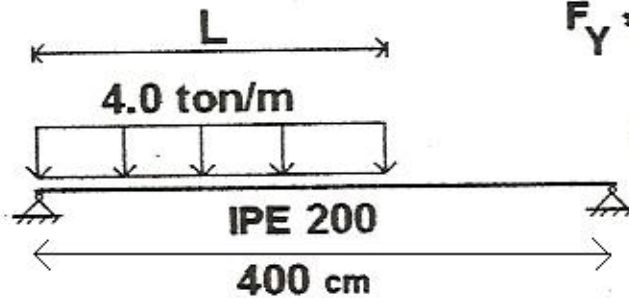
نمودار ۹ - تنش مجاز برشی تیرها

نمونه مسائل امتحانی

تیر زیر بار گذاری نشان داده شده در شکل مورد نظر است در این صورت :

الف) حداکثر طول مجاز L بر اساس معیار خمش چقدر است؟

ب) اگر طول بار گذاری روی تیر سه متر ($L = 300 \text{ cm}$) گردد در این صورت محدوده تقویت و سطح مقطع صفحات تقویت را بر اساس معیار خمش تعیین کنید



$$F_Y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

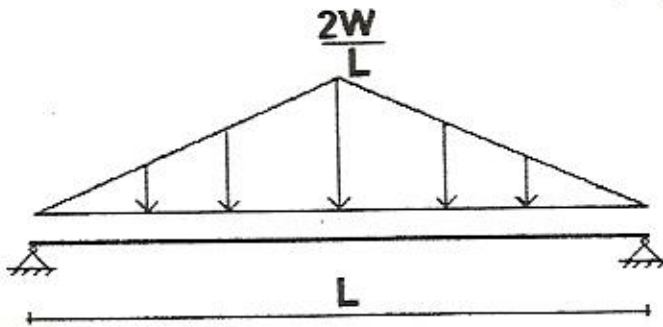
$$L_b = 100 \text{ cm} \text{ طول غیر مهاری}$$

$$\text{IPE 200 : } d=20 \text{ cm, } b_f=10 \text{ cm, } t_w=0.56 \text{ cm}$$

$$t_f=0.85 \text{ cm, } I_x=1940 \text{ cm}^4, I_y=142 \text{ cm}^4$$

$$A=28.5 \text{ cm}^2, S_x=194 \text{ cm}^3$$

در تیر شکل زیر حداکثر مقدار مجاز $\frac{d}{L}$ چقدر است؟



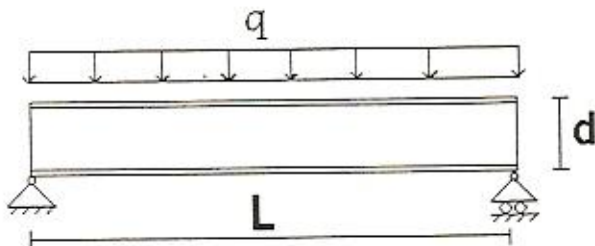
$$F_b = 1400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ تنش مجاز خمشی}$$

$$\triangle_{\text{مجاز}} = \frac{L}{360} \text{ تغییر مکان مجاز}$$

$$d: \text{ عمق تیر}$$

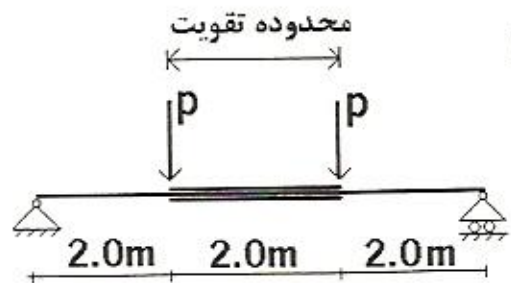
$$\triangle_{\text{max}} = \frac{WL^3}{60EI}$$

در تیر فولادی شکل زیر تنش مجاز خمشی برابر 1400 kg/cm^2 است و حداکثر تغییر مکان مجاز به $L/240$ محدود می گردد. در این صورت حد اکثر نسبت L/d چقدر است؟



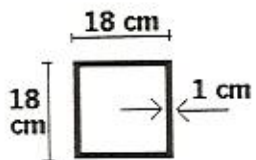
مشخصات
 $E = 2.10 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$
 $F_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$
 فولاد مصرفی

حداکثر نیروی مجاز P بر اساس معیار خمش چقدر است؟

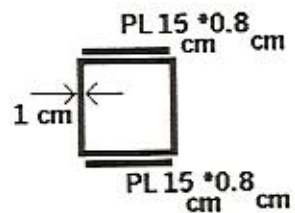


$F_b = 1400 \text{ kg/cm}^2$

تنش مجاز خمشی

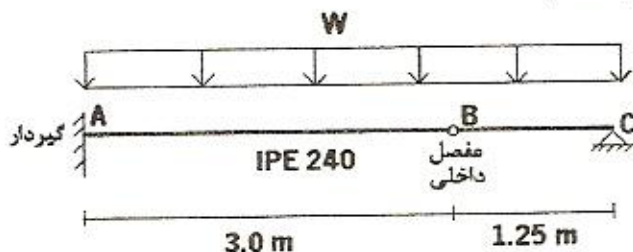


مقطع خمشی
بدون تقویت



مقطع خمشی
با تقویت

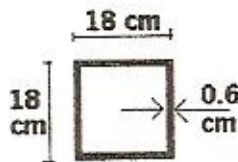
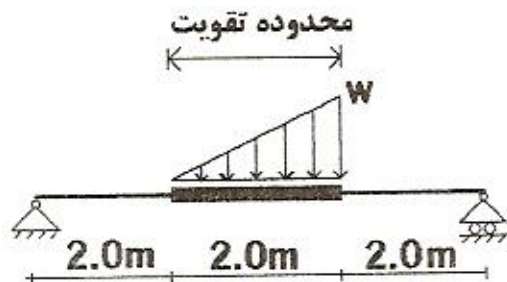
بار گسترده مجاز عضو خمشی شکل بر اساس معیار خمش و برش چقدر است ؟
 (این تیر فقط در نقاط A , B , C دارای اتکا جانبی است .)



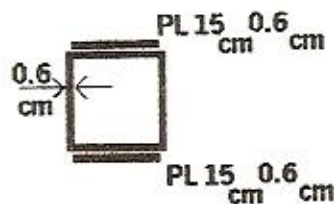
$E = 2.10 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$ عَشَخَصَات
 $F_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$ فُولَاد مَصْرَفِي

حداکثر بار گسترده مجاز W بر اساس معیار خمش چقدر است ؟

تنش مجاز خمشی $F_b = 1400 \text{ kg/cm}^2$

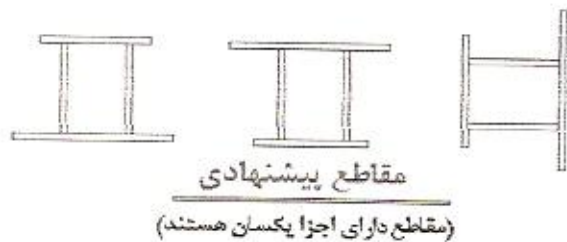
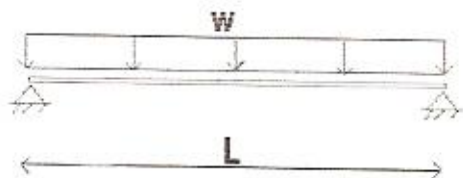


مقطع خمشی
بدون تقویت

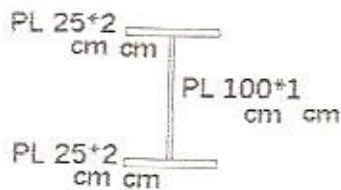


مقطع خمشی
با تقویت

برای تیر شکل کدام یک از مقاطع زیر از لحاظ باربری مناسب تر است علت را توضیح دهید.



حداکثر نیروی برشی مجازی که میتواند تیری با مقطع شکل زیر تحمل کند چقدر است؟



تنش تسلیم فولاد $F_y = 2400\text{kg/cm}^2$

فصل پنجم طراحی تیر ستون

تیر ستونها به قطعاتی گفته می شود که علاوه بر نیروی محوری در آنها لنگر

خمش نیز وجود داشته باشد. چون تیر ستونها اکثراً قطعاتی از یک قاب صلب می باشند، لذا باید نحوه محاسبه ضریب کماتش ستون (k) بیان شود وضعیت تکیه گاهی یک ستون در یک قاب صلب نه مفصل کامل و نه گیردار کامل می باشد.

اگر فرم تغییر شکل یک ستون در یک قاب صلب بصورت یک تابع سینوسی فرض شود یک سری معادلات حاصل می شود که از حل آنها k بدست می آید.

اگر قاب مهاربندی شده باشد یعنی دارای حرکت جانبی نباشد معادله زیر حاصل می شود:

$$\frac{G_A \cdot G_B}{4} \left(\frac{\pi}{k}\right)^2 + \frac{G_A + G_B}{2} \left(1 - \frac{\pi/k}{\text{tg}(\pi/k)}\right) + \frac{\text{tg}(\pi/2k)}{\pi/2k} = 1 \quad \text{رابطه 1}$$

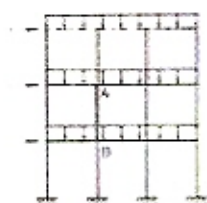
در رابطه فوق:

G_A نسبت مجموع سختی خمشی کلیه ستونهای متصل به گره صلب A به مجموع

سختی خمشی کلیه تیرهای موجود در صفحه خمش و متصل به گره صلب A بوده

و برابر است با:

$$G_A = \frac{\sum (EI/L)_A \text{ ستونها}}{\sum (EI/L)_A \text{ تیرها}}$$



G_B همان نسبت تعریف شده در G_A برای گره صلب B می باشد.

$$G_B = \frac{\sum (EI/L)_B \text{ ستونها}}{\sum (EI/L)_B \text{ تیرها}} \quad \text{پس:}$$

A و B دو انتهای ستون مورد نظر می باشند.

E مدول یانگ فولاد بوده و چون در یک سازه فولادی E همه اعضاء یکسان

می باشد بنابراین:

$$G_A = \frac{\sum (I/L)_A \text{ ستونها}}{\sum (I/L)_A \text{ تیرها}} \quad \text{و} \quad G_B = \frac{\sum (I/L)_B \text{ ستونها}}{\sum (I/L)_B \text{ تیرها}}$$

در روابط فوق I امان اینرسی مقطع عضو حول محور خمش می باشد.

باید دقت کرد که اتصال تیرها در صفحه خمشی (قاب مورد نظر) به جان ستون می باشد یا به بال ستون. اگر تیر به جان ستون متصل شده باشد آنگاه I_y مقطع ستون و اگر تیر به بال ستون متصل شده باشد آنگاه I_x مقطع ستون وارد محاسبات می شود. چون تیرها عموماً طوری قرار می گیرند که محور خمشی آنها محور X مقطع است لذا عموماً I_x تیرها در محاسبات شرکت می کند.

پس از محاسبه G_A و G_B با جایگذاری در معادله I و با استفاده از روش آزمون و خطا مقدار k بدست می آید. در قابهای بدون حرکت جانبی $k \leq 1$ می باشد که محافظه کارانه مطابق نظر آیین نامه ایران برای ستون های این قاب ها $k=1.0$ در نظر گرفته می شود

اگر قاب دارای انتقال جانبی باشد برای محاسبه k مقدار G_A, G_B را در معادله زیر قرار داده و از آزمون و خطا استفاده می شود:

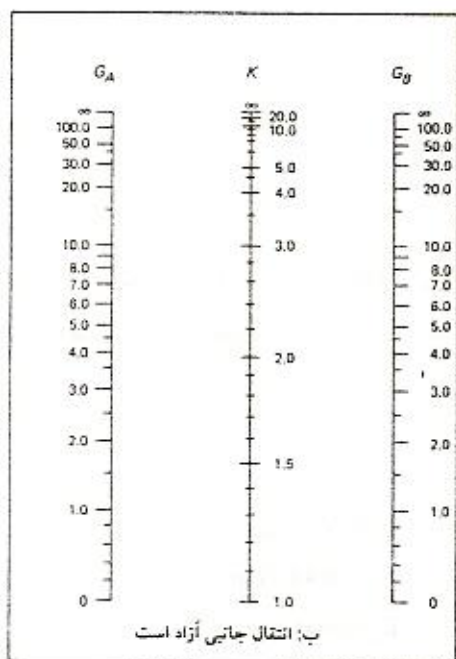
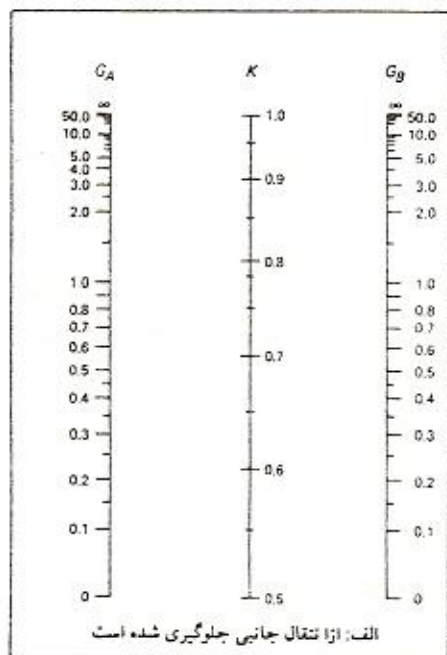
$$\frac{(G_A - G_B) \cdot (\pi/k)^2 - 36}{6 \times (G_A + G_B)} = \frac{\pi \cdot k}{1g (\pi/k)} \quad \text{رابطه II}$$

در حالتیکه قاب آزادی حرکت جانبی داشته باشد $k \geq 1$ خواهد بود.

در عمل حل معادلات I و II طولانی و وقت گیر می باشد لذا از نمودار که بمنظور تعیین k تهیه شده است استفاده می شود. ابتدا مقادیر G_A, G_B محاسبه شده آنگاه آن مقادیر در نمودار بر روی محورهای مربوطه مشخص می شوند. دو نقطه بدست آمده را با یک خط راست بهم وصل کرده تا این خط محور k را در در یک نقطه قطع کند عدد نظیر این نقطه مقدار k را مشخص می کند

در استفاده نمودار اگر پای ستون گیردار باشد، اگر چه از نظر تئوری $G=0$ می باشد اما چون در عمل گیرداری کامل وجود ندارد در محاسبات $G=1$ منظور می شود و اگر انتهای ستون مفصلی باشد اگر چه در تئوری $G=\infty$ می باشد اما در محاسبات $G=10$ در نظر گرفته می شود.

تذکر: اگر انتهای دیگر تیر متصل به ستون بصورت مفصلی یا گیردار باشد، مقدار



$$K = \frac{3G_A G_B + 1.4(G_A + G_B) + 0.64}{3G_A G_B + 2(G_A + G_B) + 1.28}$$

$$K = \sqrt{\frac{1.6G_A G_B + 4(G_A + G_B) + 7.5}{G_A + G_B + 7.5}}$$

- نمودار تعیین ضریب طول مؤثر در قابها

شکل کمانش ستون به وسیله خط چین نشان داده شده است	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
مقادیر تنویک K	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0*
مقادیر توصیه شده برای طراس	0.65	0.80	1.0	1.2	2.10	2.0
شرایط انتهایی						
		انتقال گیردار چرخش آزاد	انتقال گیردار چرخش آزاد	انتقال آزاد چرخش گیردار	انتقال آزاد چرخش آزاد	انتقال آزاد چرخش آزاد

ضریب طول مؤثر چند ستون متعارف

سختی خمشی آن تیر $(\frac{I}{L})$ برای محاسبه مقادیر G_A و G_B در ضرائب زیر ضرب می شود.

(I) از انتقال جانبی دو انتهای ستون جلوگیری شده است:

$1.5 =$ ضریب \Rightarrow انتهای دیگر تیر مفصلی است

$2 =$ ضریب \Rightarrow انتهای دیگر تیر گیردار است

(II) انتقال جانبی دو انتهای ستون آزاد است:

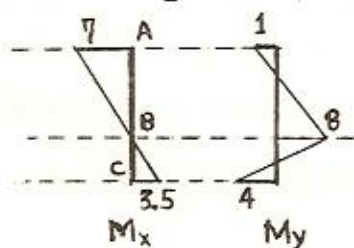
$0.5 =$ ضریب \Rightarrow انتهای دیگر تیر مفصلی است

برای کنترل یک تیر ستون که تحت خمشی دو محوره می باشد عموماً دو تا مقطع از آن کنترل می شود:

1- مقطعی که در آن M_x ماکزیمم است.

2- مقطعی که در آن M_y ماکزیمم است.

البته با توجه به قضاوت مهندسی ممکن است لازم شود مقاطع دیگری نیز کنترل



شود مثلاً اگر برای یک ستون دیاگرامهای

لنگر بفرض بصورت مقابل باشد هر سه

مقطع A, B, C باید کنترل شود، اگر چه

M_x ماکزیمم در مقطع A و M_y ماکزیمم

در مقطع B می باشد اما با توجه به مقادیر زیر مقطع C نیز باید کنترل شود:

مقطع A	$\begin{cases} M_x = 7 \\ M_y = 1 \end{cases}$	مقطع B	$\begin{cases} M_x = 0 \\ M_y = 8 \end{cases}$	مقطع C	$\begin{cases} M_x = 3.5 \\ M_y = 4 \end{cases}$
--------	--	--------	--	--------	--

برای کنترل هر مقطع مقادیر نیروهای داخلی (M_y, M_x, P) مربوط به همان مقطع

در محاسبات بکار برده می شود.

بطور خلاصه مراحل زیر برای کنترل یک مقطع از تیر ستون تحت خمشی دو محوره

انجام می شود:

1- مقادیر k_x و k_y با توجه به توضیحات قبلی محاسبه می شود.

2- ضرائب لاغری ستون از روابط $\lambda_x = \frac{k_x \cdot L_x}{\lambda_x}$ و $\lambda_y = \frac{k_y \cdot L_y}{\lambda_y}$ محاسبه می شود.

3- λ_{max} از بین دو آفوق انتخاب شده و با مراجعه به جداول مربوطه و یا با استفاده

از فرمولهای گفته شده مقدار تنش مجاز محوری ستون (F_n) تعیین می شود.

4- مقدار تنش فشاری محوری از رابطه $f_n = \frac{P}{A}$ محاسبه می شود. A سطح مقطع ستون می باشد.

5- مقادیر تنشهای خمشی موجود از روابط زیر بدست می آید.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} \quad , \quad f_{by} = \frac{M_y}{W_y}$$

W_x و W_y اساس مقطع حول محورهای x و y می باشد.

6- مقادیر تنشهای مجاز خمشی تیر ستون حول محورهای x و y مقطع (F_{by}, F_{bx})

براساس روشهای گفته شده در فصول اول و دوم محاسبه می شوند.

- در محاسبه تنش مجاز خمشی برای تیر ستونها $C_b = 1$ منظور شود.

همانگونه که قبلاً بیان شده در اعضای با مقطع قوطی تنش مجاز خمشی نسبت به

هر دو محور قوی و ضعیف مقطع بصورت زیر محاسبه می شوند:

$$F_{bx} = F_{by} = 0.66 F_y \quad \text{در مقاطع فشرده}$$

$$F_{bx} = F_{by} = 0.6 F_y \quad \text{در مقاطع غیر فشرده}$$

شرایط مقطع فشرده و غیر فشرده برای مقاطع قوطی در بند 10-1-2-3 مقررات

ملی ساختمانی ایران آمده است.

7- مقدار $\frac{f_n}{F_n}$ را محاسبه کرده اگر $\frac{f_n}{F_n} \leq 0.15$ باشد در اینصورت کنترل مقطع

بصورت زیر می باشد.

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1$$

اگر $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ باشد مراحل زیر باید ادامه پیدا کند.

8- در صورتیکه $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ باشد روابط کنترل کننده بصورت زیر می باشد:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1 \quad (\text{الف})$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} \cdot f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a/F_{cx})} + \frac{C_{my} \cdot f_{by}}{F_{by}(1 - f_a/F_{cy})} \leq 1 \quad (\text{ب})$$

C_m : ضریبی است که به وضعیت قاب و بارهای جانبی وارده بستگی داشته و بصورت زیر محاسبه می شود:

(I) اگر قاب بدون بادبندی باشد یعنی انتقال جانبی آن آزاد باشد و بار جانبی وارد به میان ستون وجود نداشته باشد آنگاه: $C_m = 0.85$

(II) در قابهایی که از دوران انتهای ستون جلوگیری شده (قابهای صلب) و قاب آزادی انتقال جانبی نداشته باشد و بار جانبی به میان ستون وارد نشود C_m از رابطه زیر بدست می آید:

$$C_m = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4$$

در این رابطه $\frac{M_1}{M_2}$ نسبت لنگر کوچکتر به لنگر بزرگتر دو انتهای آزاد ستون بوده و مثبت است اگر عضو انحنای مضاعف داشته باشد و منفی است اگر عضو انحنای ساده داشته باشد.

(III) در قابهای بدون حرکت جانبی که بار جانبی به میان ستون (بین دو انتهای ستون) وارد شده باشد برای قابهای صلب $C_m = 0.85$ و برای قابهای مفصلی $C_m = 1$ می باشد.

F_e^- : تنش مجاز اولر بوده و از روابط زیر بدست می آید:

$$F_{ex} = \frac{12}{23} \cdot \frac{\pi^2 E}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2}$$

$$F_{ey} = \frac{12}{23} \cdot \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_y^2}$$

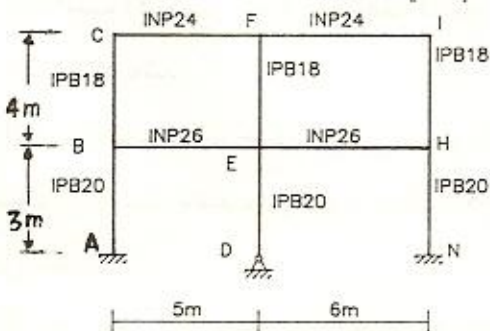
تذکر 1: در کتاب مقررات ملی ساختمانی ایران بیان شده است که: در معادله (ب) وقتی بارگذاری جانبی بین تکیه گاهها موجود است باید f_{bx} و f_{by} را براساس لنگر بین تکیه گاهی محاسبه کرد و در رابطه (الف) آنها را براساس لنگر تکیه گاهی. در صورتیکه بارگذاری جانبی نداشته باشیم، تنشهای ذکر شده براساس بیشینه لنگر محاسبه می شوند.

در این مورد آئین نامه AISC توضیح نداده و تفکیکی قائل نشده است لذا در مسائلی که در این کتاب دارای شرایط مذکور می باشند در جهت اطمینان از آئین نامه AISC تبعیت شده و بیشینه تنشها در روابط به کار برده شده است.

تذکر 2: هنگامی که سازه تحت بارهای ناشی از زلزله یا باد محاسبه می شود در طراحی قطعات می توان مقادیر تنشهای مجاز F_a ، F_{bx} ، F_{by} ، F_y ، F_{ex} ، F_{ey} را 33% افزایش داد.

مساله

در قاب صلب زیر که فاقد مهار بندی جانبی می باشد تیرها به بال ستونها متصل شده اند. ضریب کماتش ستونها را محاسبه کنید.



(حل)

در محاسبات، I_x تیرها بکار می‌رود و چون تیرها به بال ستونها متصل شده‌اند پس I_x ستونها نیز در محاسبات شرکت می‌کنند. با مراجعه به جدول پروفیلها مقادیر زیر بدست می‌آید:

$$I_x \text{ INP24} = 4250 \text{ cm}^4$$

$$I_x \text{ IPB18} = 3830 \text{ cm}^4$$

$$I_x \text{ INP26} = 5740 \text{ cm}^4$$

$$I_x \text{ IPB20} = 5700 \text{ cm}^4$$

برای محاسبه k باید از نمودرگراف مربوط به قابهای دارای آزادی انتقال جانبی استفاده کرد.

محاسبه k_x ستون AB:

$$\begin{cases} G_A = 1 \text{ چون } A \text{ گیردار می باشد} \\ G_B = \frac{\sum I/L \text{ ستونها}}{\sum I/L \text{ تیر}} = \frac{5700/300 + 3830/400}{5740/500} = 2.49 \end{cases} \Rightarrow k_{AB} = 1.5$$

ستون BC:

$$G_B = 2.49 \text{ و } G_C = \frac{3830/400}{4250/500} = 1.13 \Rightarrow k_{BC} = 1.54$$

ستون DE:

$$\begin{cases} G_D = 10 \text{ چون } D \text{ مفصل می باشد} \\ G_E = \frac{5700/300 + 3830/400}{5740/500 + 5740/600} = 1.36 \end{cases} \Rightarrow k_{DE} = 1.98$$

ستون EF:

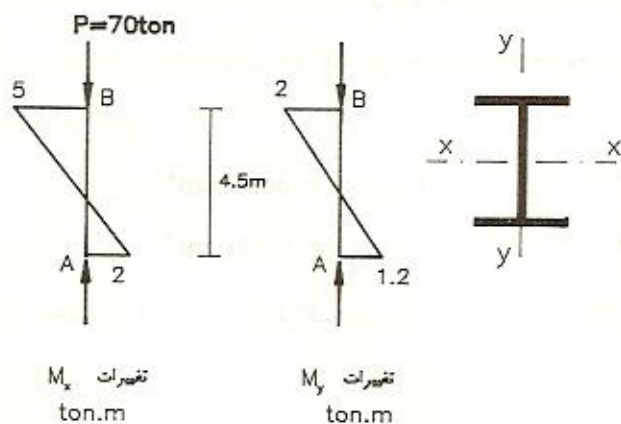
$$\begin{cases} G_E = 1.36 \\ G_F = \frac{3830/400}{4250/500 + 4250/600} = 0.61 \end{cases} \Rightarrow k_{EF} = 1.32$$

به همین ترتیب $k_{NH} = 1.52$ و $k_{IH} = 1.6$ بدست می‌آید.

مساله

ستون AB یکی از اجزاء قاب خمشی است که دارای مهار جانبی می‌باشد. اگر

$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ و $k_x = 0.9$ و $k_y = 0.75$ باشد، آن را با مقطع IPB طرح دهید.



(حل)

در این ستون کنترل مقطع B کافیست چون در مقطع B هم M_x و هم M_y ماکزیمم می باشد. ابتدا باید مقطعی برای ستون تخمین زده شود. فرض می شود تنش مجاز محوری ستون $F_a = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد پس:

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{70 \times 10^3}{1000} = 70 \text{ cm}^2$$

با توجه به اینکه ستون تحت لنگر خمشی نیز می باشد با IPB24 $A = 106 \text{ cm}^2$ انتخاب و کنترل می شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x \cdot L_x}{r_x} = \frac{0.9 \times 450}{10.3} = 39.3$$

$$\lambda_y = \frac{k_y \cdot L_y}{r_y} = \frac{0.75 \times 450}{6.08} = 55.5$$

$$\lambda_{\max} = 55.5 < 200 \text{ o.k} \Rightarrow F_a = 1199 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{70 \times 10^3}{106} = 660.4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5 \times 10^5}{938} = 533 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ و } f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{2 \times 10^5}{327} = 612 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

تعیین تنش مجاز خمشی:

$$L_1 = 13b_f = 13 \times 24 = 312 < L_b = 450$$

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000 \times 1}{450 \times 24 / 24 \times 1.7} = 3173 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} > 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \Rightarrow F_{bx} = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{by} = 0.75 F_y = 1800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{660.4}{1199} = 0.55 > 0.15$$

چون $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ است پس دوتا رابطه کنترلی وجود خواهد داشت:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{660.4}{1440} + \frac{533}{1440} + \frac{612}{1800} = 1.17 > 1 \text{ N.G}$$

IPB24 ضعیف بوده و کنترل رابطه دوم موردی ندارد.

نیمرخ IPB26 انتخاب و کنترل می شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{0.9 \times 450}{11.2} = 36.2$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{0.75 \times 450}{6.58} = 51.3$$

$$\lambda_{\max} = 51.3 < 200 \text{ o.k} \Rightarrow F_a = 1223.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{70 \times 10^3}{118} = 593.2 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{5 \times 10^5}{1150} = 435 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ و } f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{2 \times 10^5}{395} = 506.3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ و } F_{by} = 0.75 F_y = 1800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{593.2}{1223.5} = 0.48 > 0.15$$

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{593.2}{1440} + \frac{435}{1440} + \frac{506.3}{1800} = 0.995 < 1 \quad \text{o.k}$$

برای کنترل رابطه دوم پارامترهای زیر باید محاسبه شود:

محاسبه C_{mx} و C_{my} :

چون قاب فضائی صلب بوده و در هر دو جهت فاقد آزادی انتقال جانبی است و

همچنین بر میان ستون بار جانبی وارد نشده است پس:

$$C_{mx} = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2} = 0.6 - 0.4 \times \frac{2}{5} = 0.44 > 0.4 \Rightarrow C_{mx} = 0.44$$

$$C_{my} = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2} = 0.6 - 0.4 \times \frac{1.2}{2} = 0.36 < 0.4 \Rightarrow C_{my} = 0.4$$

باید توجه داشت که در روابط فوق مقدار $\frac{M_1^2}{M_2}$ مثبت می باشد چون دیاگرام لنگرها

دارای نقطه عطف بوده و در واقع ستون انحناء مضاعف دارد.

محاسبه تنشهای مجاز اولر:

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{36.2^2} = 8013 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{ey} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_y^2} = \frac{105 \times 10^5}{51.3^2} = 3990 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} \cdot f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a/F_{ex})} + \frac{C_{my} \cdot f_{by}}{F_{by}(1 - f_a/F_{ey})} \leq 1$$

$$\frac{593.2}{1223.5} + \frac{0.44 \times 435}{1440(1 - 593.2/8013)} + \frac{0.4 \times 506.3}{1800(1 - 593.2/3990)} = 0.76 < 1 \quad \text{o.k}$$

با توجه به نتایج کنترل روابط الف و ب نیمرخ IPB26 مناسب می باشد.

مساله

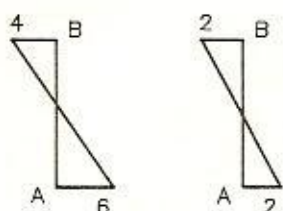
ستون AB از یک نیمرخ IPB40 تشکیل شده است. این ستون یکی از اجزاء

قاب فضائی خمشی است که بدون مهار جانبی است. اگر $k_x = k_y = 1.6$ باشد، در

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ را محاسبه نمایید. } (P_a)$$

الف) نیروی محوری و لنگرها ناشی از بارهای قائم باشد.

ب) نیروی محوری و لنگرها ناشی از بارهای قائم همراه با بار زلزله باشد.



M_x (ton.m) M_y (ton.m)

(حل)

الف) فرض اولیه این است که $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ باشد در اینصورت دوتا رابطه کنترلی وجود دارد هر کدام نیروی کمتری را نتیجه دهد جواب مسأله است. با توجه به دیاگرام لنگرها مقطع A تعیین کننده می باشد پس :

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{6 \times 10^5}{2880} = 208.3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{2 \times 10^5}{721} = 277.4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

محاسبه تنشهای مجاز :

$$L_1 = 13b_f = 13 \times 30 = 390 < L = 600$$

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{Ld/A_f} = \frac{840000 \times 1}{600 \times 40 / (30 \times 2.4)} = 2520$$

$$F_{b2} > 0.6 F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \Rightarrow F_{bx} = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{by} = 0.75 F_y = 1800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

کنترل رابطه اول :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{208.3}{1440} + \frac{277.4}{1800} \leq 1 \Rightarrow f_a \leq 1010 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} \Rightarrow \frac{P}{198} \leq 1010 \Rightarrow P \leq 199980 \text{ kg} \Rightarrow P \leq 199.98 \text{ ton (I)}$$

کنترل رابطه دوم:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a/F_{ex})} + \frac{C_{my} f_{by}}{F_{by}(1 - f_a/F_{ey})} \leq 1$$

$$\lambda_x = \frac{k_x \cdot L_x}{r_x} = \frac{1.6 \times 600}{17.1} = 56.1$$

$$\lambda_y = \frac{k_y \cdot L_y}{r_y} = \frac{1.6 \times 600}{7.4} = 129.7$$

$$\lambda_{\max} = 129.7 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 625 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

با توجه به اینکه قاب فضائی در هر دو جهت x و y آزادی انتقال جانبی دارد و بار

جانبی به میان ستون وارد نمی شود پس: $C_{mx} = C_{my} = 0.85$

محاسبه تنشهای مجاز اولر:

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{56.1^2} = 3336.3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{ey} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_y^2} = \frac{105 \times 10^5}{129.7^2} = 624.2 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

از محاسبات قبلی مقادیر زیر بدست آمده بود:

$$f_{bx} = 208.3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ و } f_{by} = 277.4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ و } F_{by} = 0.75F_y = 1800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{P}{198}$$

$$\frac{P}{198 \times 625} + \frac{0.85 \times 208.3}{1440(1 - P/(198 \times 3336.3))} + \frac{0.85 \times 277.4}{1800(1 - P/(198 \times 624.2))} \leq 1$$

$$\frac{P}{123750} + \frac{0.123}{1 - P/660587.4} + \frac{0.131}{1 - P/123591.6} \leq 1$$

$$\Rightarrow P \leq 69600 \text{ kg} \Rightarrow P \leq 69.6 \text{ ton (II)}$$

با مقایسه دو نتیجه I و II بار مجاز ستون $P_a = 69.6 \text{ ton}$ می باشد.

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{69.6 \times 10^3}{198} = 351.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

کنترل فرض اولیه :

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{351.5}{625} = 0.56 > 0.15$$

پس فرض اولیه $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ درست می باشد.

(ب)

با توجه به اینکه در این حالت سازه تحت بار زلزله می باشد پس تنشهای مجاز F_a ، F_{bx} ، F_{by} و F_e به اندازه 33% افزایش داده می شوند و رابطه دوم که تعیین کننده می باشد بصورت زیر درمی آید:

$$\frac{P}{1.33 \times 123750} + \frac{0.123}{1.33 \times (1 - p / (1.33 \times 660587.4))} + \frac{0.131}{1.33 \times (1 - p / (1.33 \times 123591.6))} \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{P}{123750} + \frac{0.123}{1 - P/878581.2} + \frac{0.131}{1 - P/164376.8} \leq 1.33 \Rightarrow P \leq 103500 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow P \leq 103.5 \text{ ton}$$

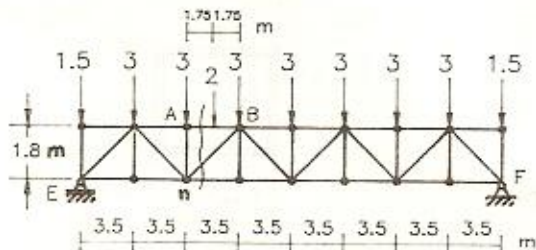
پس جواب قسمت (ب) ، $P_a = 103.5 \text{ ton}$ می باشد.

مساله

در خرپای زیر قطعه AB را با دوناودانی متصل بهم با جوش سرتاسری طراحی

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ کنید.}$$

ton



(حل)

ابتدا خرپا تحلیل شده و نیروی محوری قطعه AB محاسبه می شود:

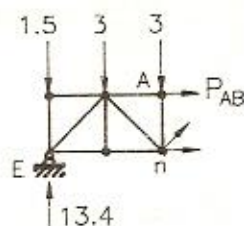
$$\Sigma M_F = 0$$

$$\Rightarrow 28R_E = 1.5 \times 28 + 3 \times (24.5 + 21 + 17.5 + 14 + 10.5 + 7 + 3.5) + 2 \times 19.25$$

$$\Rightarrow R_E = 13.375 \text{ ton} \approx 13.4 \text{ ton}$$

$$\Sigma M_n = 0 \Rightarrow P_{AB} \times 1.8 + 13.4 \times 7 = 1.5 \times 7 + 3 \times 3.5$$

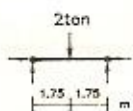
$$\Rightarrow P_{AB} = -40.5 \text{ ton}$$



بنابراین بر قطعه AB نیروی فشاری $P=40.5 \text{ ton}$ وارد می شود.

مقدار لنگر خمشی ماکزیمم وارد بر قطعه برابر است با:

$$M = \frac{2 \times 3.5}{4} = 1.75 \text{ ton.m}$$



تنش مجاز محوری قطعه $F_a = 1100 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ فرض می شود:

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{40.3 \times 10^3}{1100} = 37 \text{ cm}^2$$

سهم هر ناودانی $A \geq \frac{37}{2} = 18.5 \text{ cm}^2$ می باشد و چون علاوه بر نیروی محوری،

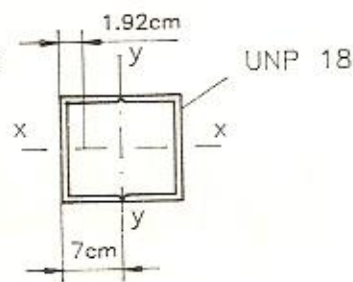
لنگر خمشی نیز وجود دارد دو [18] با $A=28 \text{ cm}^2$ انتخاب و کنترل می شود:

$$I_y = 2 \times [114 + 28 \times (7 - 1.92)^2] = 1673 \text{ cm}^4$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{1673}{2 \times 28}} = 5.47 \text{ cm}$$

$$\lambda_x = \frac{k_x \cdot L_x}{r_x} = \frac{1 \times 350}{6.95} = 50.4$$

$$\lambda_y = \frac{k_y \cdot L_y}{r_y} = \frac{1 \times 350}{5.47} = 64$$



$$\lambda_{\max} = 64 < 200 \text{ o.k} \Rightarrow F_a = 1147 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{40.5 \times 10^3}{2 \times 28} = 723 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{1.75 \times 10^5}{2 \times 150} = 583.3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{723}{1147} = 0.63 > 0.15$$

محاسبه تنش مجاز خمشی:

چون مقطع به شکل قوطی بوده و ویژگیهای آن در شرایط مندرج در بند

10-1-2-3 الف کتاب مقررات ملی ساختمان ایران صدق می کند بنابراین:

$$F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

کنترل رابطه اول:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{723}{1440} + \frac{583.3}{1584} = 0.87 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل رابطه دوم:

چون سازه بصورت قاب مفصلی و با مهاربندی بوده و در بین قطعه بار جانبی وارد

شده است بنابراین $C_{mx} = 1$ می باشد.

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{50.4^2} = 4134 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} \cdot f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a/F_{ex})} = \frac{723}{1147} + \frac{1 \times 583.3}{1584(1 - 723/4134)} = 1.08 > 1 \quad \text{N.G}$$

بنابراین 20 UNP انتخاب و کنترل می شود:

$$I_y = 2 \times [148 + 32.2 \times (7.5 - 2.01)^2] = 2237 \text{ cm}^4$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{2237}{2 \times 32.2}} = 5.9 \text{ cm}$$

$$\lambda_x = \frac{k_x \cdot L_x}{r_x} = \frac{1 \times 350}{7.7} = 45.5$$

$$\lambda_y = \frac{k_y \cdot L_y}{r_y} = \frac{1 \times 350}{5.9} = 59.3$$

$$\lambda_{\max} = 59.3 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1176 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{40.5 \times 10^3}{2 \times 32.2} = 629 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{629}{1176} = 0.53 > 0.15$$

با توجه به محاسبات قبلی رابطه اول جوابگو بوده و کنترل رابطه دوم کافی می باشد:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} \cdot f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a/F_{ex})} \leq 1$$

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{45.5^2} = 5072 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{1.75 \times 10^5}{2 \times 191} = 458 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$C_{mx} = 1$$

$$F_{bx} = 0.66 F_y = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

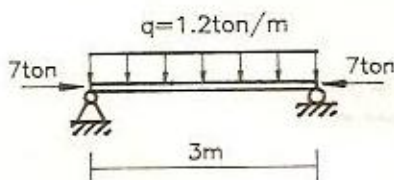
$$\frac{629}{1176} + \frac{1 \times 458}{1584(1 - 629/5072)} = 0.86 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین 20 UNP مناسب می باشد.

مسأله

مناسب بودن تیرستون زیر را که از نوع نیمرخ IPB16 می باشد بررسی کنید.

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$



(حل)

محاسبه تنش مجاز محوری ستون:

$$\lambda_{\max} = \frac{KL}{r_{\min}} = \frac{1 \times 300}{4.05} = 74 \Rightarrow F_a = 1081 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{7 \times 10^3}{54.3} = 129 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{تنش محوری موجود برابر است با:}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{129}{1081} = 0.12 < 0.15$$

بنابراین رابطه کنترل کننده بصورت زیر می باشد:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1$$

$$M_x = 0 \Rightarrow f_{bx} = 0$$

$$M_y = \frac{qL^2}{8} = \frac{1.2 \times 3^2}{8} = 1.35 \text{ ton.m}$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{1.35 \times 10^5}{111} = 1216 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{129}{1081} + \frac{1216}{1800} = 0.8 < 1 \quad \text{o.k}$$

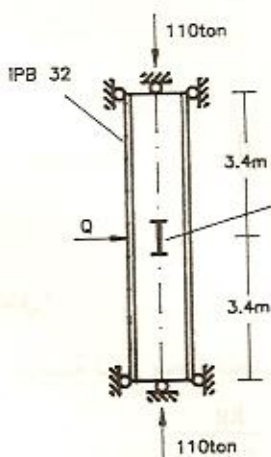
بنابراین نیمرخ IPB16 مناسب می باشد.

مسأله

مقدار بار مجاز Q وارد بر وسط تیر ستون زیر را بدست آورید. فرض کنید که تیر

ستون در هر دو جهت دوسر مفصلی بوده و یک تکیه گاه جانبی برای جهت ضعیف

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ خمش در وسط ستون قرار دارد.}$$



نقطه بتوان مهار جانبی برای خمش حول محور ضعیف در نظر گرفته شود

(حل)

محاسبه تنش مجاز محوری ستون :

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1 \times 680}{13.8} = 49.3$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{1 \times 340}{7.57} = 44.9$$

$$\lambda_{\max} = 49.3 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1235 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

تنش محوری موجود برابر است با :

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{110 \times 10^3}{161} = 683.2 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{683.2}{1235} = 0.55 > 0.15$$

بنابراین دو تا رابطه کنترل کننده وجود دارد. هر کدام Q کمتری را نتیجه دهد آن Q

جواب مسأله می باشد.

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{QL}{4W_x} = \frac{Q \times 680}{4 \times 1930} = 8.808 \times 10^{-2} Q$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{0}{W_y} = 0$$

محاسبه تنش مجاز خمشی :

$$L_1 = 13b_f = 13 \times 30 = 390 > L_b = 340$$

$$L_2 = \frac{14 \times 10^5}{\frac{d \cdot F_y}{A_f}} = \frac{14 \times 10^5}{\frac{32}{30 \times 2.05} \times 2400} = 1121 > L_b = 340$$

بنابراین اتکاء جانبی برقرار است و چون مقطع فشرده می باشد پس

$$F_{bx} = 0.66 F_y = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ است.}$$

رابطه اول :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \leq 1 \Rightarrow \frac{683.2}{0.6 \times 2400} + \frac{8.808 \times 10^{-2} Q}{1584} \leq 1 \Rightarrow Q \leq 9451 \text{ kg}$$

رابطه دوم:

$$C_{mx} = 1$$

$$F_{cx} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{49.3^2} = 4320 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a / F_{cx})} \leq 1 \Rightarrow \frac{683.2}{1235} + \frac{1 \times 8.808 \times 10^{-2} Q}{1584(1 - 683.2 / 4320)} \leq 1$$

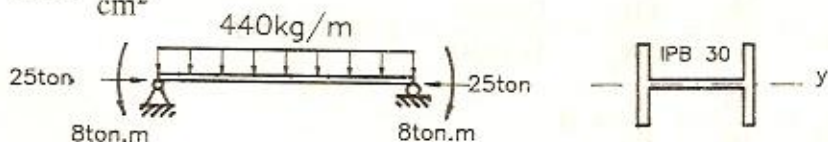
$$\Rightarrow Q \leq 6764 \text{ kg}$$

بنابراین حداکثر بار مجاز $Q = 6.76 \text{ ton}$ می باشد.

مسئله

مناسب بودن تیر ستون زیر را که از نوع نیمرخ IPB30 می باشد، بررسی کنید.

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$



(حل)

$$\lambda_{\max} = \lambda_y = \frac{kL}{r_y} = \frac{1 \times 450}{7.58} = 59.4 \Rightarrow F_a = 1176 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{25 \times 10^3}{149} = 167.8 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{167.8}{1176} = 0.14 < 0.15$$

$$f_{bx} = 0, \quad f_{by} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{8 \times 10^5}{571} = 1401 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

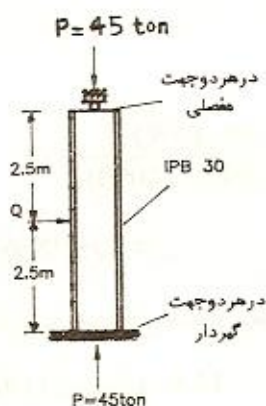
$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{by}}{F_{by}} = \frac{167.8}{1176} + \frac{1401}{1800} = 0.92 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPB30 مناسب می باشد.

مسأله

در تیر ستون زیر که عضوی از یک قاب مهاربندی شده است حداکثر Q مجاز را

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ بدست آورید.}$$



(حل)

$$\lambda_{\max} = \lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{0.8 \times 500}{7.58} = 52.8 \Rightarrow F_a = 1215 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{45 \times 10^3}{149} = 302 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{302}{1215} = 0.25 > 0.15$$

پس دو تا رابطه کنترل کننده وجود دارد. هر کدام Q کمتری را نتیجه دهد آن جواب مسأله است.

لنگر ماکزیمم در تکیه گاه بوده و برابر است با:

$$M_x = \frac{3QL}{16} = \frac{3Q \times 500}{16} = 93.75Q$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{93.75Q}{1680} = 5.58 \times 10^{-2} Q$$

رابطه اول:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{302}{1440} + \frac{5.58 \times 10^{-2} Q}{1440} \leq 1 \Rightarrow Q \leq 20394 \text{ kg}$$

$$C_{mx} = 1$$

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{0.8 \times 500}{13} = 30.77$$

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{30.77^2} = 11090 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

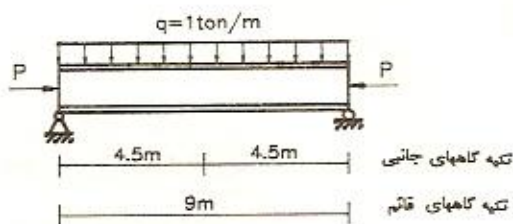
$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a / F_{ex})} \leq 1 \Rightarrow \frac{302}{1215} + \frac{1 \times 5.58 \times 10^{-2} Q}{1440(1 - 302 / 11090)} \leq 1$$

$$\Rightarrow Q \leq 18864$$

بنابراین حداکثر مقدار مجاز $Q = 18.86 \text{ ton}$ می باشد.

مسئله

حداکثر بار محوری مجاز P را که بر تیرستون زیر با نیمرخ IPB30 وارد می شود بدست آورید در حالیکه در دو انتها و وسط آن تکیه گاه جانبی وجود دارد.



$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (الف)}$$

$$F_y = 3600 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (ب)}$$

(حل)

$$M_{\max} = \frac{qL^2}{8} = \frac{1 \times 9^2}{8} = 10.125 \text{ ton.m}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{10.125 \times 10^5}{1680} = 603 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1 \times 900}{13} = 69.2$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{1 \times 450}{7.58} = 59.4$$

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (الف)}$$

$$\lambda_{\max} = 69.2 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1113 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

چون مقدار P مجهول می باشد ابتدا فرض می شود که $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ باشد پس دو رابطه کنترل کننده وجود دارد هر کدام P کوچکتری را نتیجه دهد آن P جواب مسأله خواهد بود.

رابطه اول:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \leq 1$$

محاسبه تنش مجاز خمشی:

$$L_1 = 13b_f = 13 \times 30 = 390 < L_b = 450$$

$$F_{b2} = \frac{840000C_b}{Ld / A_f} = \frac{840000 \times 1}{450 \times 30 / (30 \times 19)} = 3547 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} > 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{1440} + \frac{603}{1440} \leq 1 \Rightarrow f_a \leq 837 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} \Rightarrow \frac{P}{149} \leq 837 \Rightarrow P \leq 124713 \text{ kg}$$

رابطه دوم:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F_{ex})} \leq 1$$

$$C_{mx} = 1$$

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{69.2^2} = 2193 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{1113} + \frac{1 \times 603}{1440(1-f_a/2193)} \leq 1 \Rightarrow f_a \leq 506.5 \Rightarrow \frac{P}{A} \leq 506.5$$

$$\Rightarrow \frac{P}{149} \leq 506.5 \Rightarrow P \leq 75468 \text{ kg}$$

کنترل فرض اولیه :

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{505}{1113} = 0.45 > 0.15$$

بنابراین فرض اولیه درست بوده و حداکثر بار مجاز $P=75.46$ ton می باشد.

$$F_y = 3600 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad (\text{ب})$$

$$\lambda_{\max} = 69.2 \Rightarrow F_a = 1505 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

با فرض اینکه $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ باشد دو رابطه کنترل کننده وجود خواهد داشت :

رابطه اول :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \leq 1$$

محاسبه تنش مجاز خمشی :

$$L_1 = \frac{635}{\sqrt{F_y}} b_f = \frac{635}{\sqrt{3600}} \times 30 = 317.5 < L_b = 450$$

$$F_{b2} = 3547 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} > 0.6F_y = 2160 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \Rightarrow F_{bx} = 2160 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{0.6 \times 3600} + \frac{603}{2160} \leq 1 \Rightarrow f_a \leq 1557 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \Rightarrow \frac{P}{A} \leq 1557$$

$$\Rightarrow \frac{P}{149} \leq 1557 \Rightarrow P \leq 231993 \text{ kg}$$

رابطه دوم :

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F_{ex})} \leq 1 \Rightarrow \frac{f_a}{1505} + \frac{1 \times 603}{2160(1-f_a/2193)} \leq 1$$

$$\Rightarrow f_a \leq 827 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \Rightarrow \frac{P}{149} \leq 827 \Rightarrow P \leq 123223 \text{ kg}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{827}{1505} = 0.55 > 0.15$$

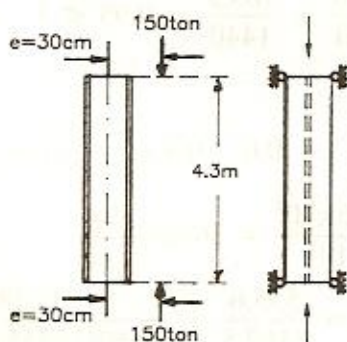
بنابراین فرض اولیه درست بوده و حداکثر بار محوری مجاز وارد بر تیر ستون

$P=123.2$ ton می باشد.

تذکر: استفاده از روابط اول و دوم ذکر شده، برای حالتیکه $\frac{f_a}{F_a} \leq 0.15$ باشد نیز درست می باشد یعنی کنترل تیر ستون با روابط اول و دوم در هر دو حالت $\frac{f_a}{F_a} \leq 0.15$ و $\frac{f_a}{F_a} > 0.15$ صادق می باشد. اما در حالت $\frac{f_a}{F_a} \leq 0.15$ برای ساده تر کردن حل مسأله می توان فقط از رابطه کنترل کننده $\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1$ استفاده کرد.

مسأله.

تیر ستون زیر را که عضوی از یک قاب مهاربندی شده بوده و تحت بار محوری $P = 150 \text{ ton}$ می باشد با نیمرخ IPB طرح دهید. این نیرو با خروج از مرکزیت $e = 30 \text{ cm}$ حول محور x مقطع لنگر خمشی ایجاد می کند. طول مؤثر ستون در $F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ کمانش را برابر با ارتفاع ستون در نظر بگیرید.



(حل)

با فرض اینکه تنش مجاز محوری ستون $F_a = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه:

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{150 \times 10^3}{1000} = 150 \text{ cm}^2 \rightarrow \text{IPB30, } A = 149 \text{ cm}^2$$

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی تیر ستون $F_{bx} = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه:

$$M_x = 150 \times 0.3 = 45 \text{ ton.m}$$

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{45 \times 10^5}{1440} = 3125 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{IPB 45, } W_x = 3550 \text{ cm}^3$$

IPB60 با توجه به اینکه نیروی محوری و لنگر خمشی با هم وجود دارند نیمرخ انتخاب و کنترل می شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x \cdot L_x}{r_x} = \frac{1 \times 430}{25.2} = 17$$

$$\lambda_y = \frac{k_y \cdot L_y}{r_y} = \frac{1 \times 430}{7.08} = 60.7 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1167.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{150 \times 10^3}{270} = 555.6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{555.6}{1167.5} = 0.47 > 0.15$$

کنترل رابطه اول:

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{45 \times 10^5}{5700} = 789.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{555.6}{1440} + \frac{789.5}{1440} = 0.93 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل رابطه دوم:

$$C_{mx} = 0.6 - 0.4 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) = 0.6 - 0.4 \left(- \frac{45}{45} \right) = 1$$

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{17^2} = 36332 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a / F_{ex})} = \frac{555.6}{1167.5} + \frac{1 \times 789.5}{1440(1 - 555.6 / 36332)} = 1.03$$

با پذیرفتن مقداری ضعف، نیمرخ IPB60 جواب مسأله است.

مسأله

تیر ستونی را با نیمرخ IPB طرح دهید که بر آن نیروی محوری فشاری $P=80 \text{ ton}$ و لنگر خمشی ثابت $M_x = 30 \text{ ton.m}$ وارد می شود. طول آن $L=4.5 \text{ m}$ بوده و طول مؤثر آن در کماتش برابر طول ستون می باشد.

$$F_y = 3600 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad (\text{ب})$$

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad (\text{الف})$$

(حل)

(الف) با فرض اینکه تنش مجاز محوری ستون $F_a = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه:

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{80 \times 10^3}{1000} = 80 \text{ cm}^2$$

اگر تنش مجاز خمشی $0.6F_y$ فرض شود آنگاه:

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{30 \times 10^5}{0.6 \times 2400} = 2083 \text{ cm}^3$$

چون ترکیب نیروی محوری و لنگر خمشی وجود دارد پس نیمرخ IPB45 با

$$W_x = 3550 \text{ cm}^3, A = 218 \text{ cm}^2$$

انتخاب و کنترل می شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1 \times 450}{19.1} = 23.6$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{1 \times 450}{7.33} = 61.4 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1163.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{80 \times 10^3}{218} = 367 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{367}{1163.5} = 0.31 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{30 \times 10^5}{3550} = 845 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

محاسبه تنش مجاز خمشی:

$$L_1 = 13b_f = 13 \times 30 = 390 < L = 450$$

$$F_{b2} = \frac{840000 C_b}{L d / A_f} = \frac{840000 \times 1}{450 \times 45 / (30 \times 2.6)} = 3236 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{b2} > 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

کنترل رابطه اول:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{367}{1440} + \frac{845}{1440} = 0.84 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل رابطه دوم:

چون لنگر خمشی در طول تیرستون ثابت می باشد پس:

$$C_{mx} = 1$$

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{23.6^2} = 18852 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F_{ex})} = \frac{367}{1163.5} + \frac{1 \times 845}{1440(1-367/18852)} = 0.91 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPB45 مناسب می باشد.

(ب) با فرض اینکه تنش مجاز محوری $F_a = 1500 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه:

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{80 \times 10^3}{1500} = 53.3 \text{ cm}^2$$

اگر تنش مجاز خمشی $F_{bx} = 0.6F_y = 2160 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه:

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{30 \times 10^5}{2160} = 1389 \text{ cm}^3$$

با توجه به اینکه نیروی محوری و لنگر خمشی با هم بر مقطع وارد می شود نیمرخ

IPB34 با $A=171 \text{ cm}^2$ و $W_x=2160 \text{ cm}^3$ انتخاب و کنترل می شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1 \times 450}{14.6} = 30.8$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{1 \times 450}{7.53} = 59.8 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1627 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{80 \times 10^3}{171} = 468 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{468}{1627} = 0.28 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{30 \times 10^5}{2160} = 1389 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$L_1 < L_b, F_{b2} > 0.6F_y \rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 2160 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

کنترل رابطه اول :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{468}{0.6 \times 3600} + \frac{1389}{2160} = 0.86 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل رابطه دوم :

$$C_{mx} = 1$$

$$F'_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{30.8^2} = 11068 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a/F'_{ex})} = \frac{468}{1627} + \frac{1 \times 1389}{2160(1 - 468/11068)} = 0.96 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPB34 مناسب می باشد.

مسأله

اگر در تیر ستون مسأله 12.6 و $P = 55 \text{ ton}$ و $q = 3 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$ باشد آن را با نیمرخ IPB

$$F_y = 3600 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad (\text{ب}) \quad F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad (\text{الف})$$

(حل)

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad (\text{الف})$$

با فرض اینکه تنش مجاز محوری $F_a = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه :

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{55 \times 10^3}{1000} = 55 \text{ cm}^2$$

$$M_x = \frac{qL^2}{8} = \frac{3 \times 9^2}{8} = 30.375 \text{ ton.m}$$

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی $F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه :

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{30.375 \times 10^5}{1440} = 2109 \text{ cm}^3$$

با توجه به مقادیر فوق نیمرخ IPB40 با $A = 198 \text{ cm}^2$ و $W_x = 2880 \text{ cm}^3$ انتخاب

و کنترل می شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1 \times 900}{17.1} = 52.6$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{1 \times 450}{7.4} = 60.8$$

$$\lambda_{\max} = 60.8 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1167 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{55 \times 10^3}{198} = 278 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{278}{1167} = 0.24 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{30.375 \times 10^5}{2880} = 1055 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$L_1 < L_b, F_{b2} > 0.6F_y \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

کنترل رابطه اول:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{278}{0.6 \times 2400} + \frac{1055}{1440} = 0.93 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل رابطه دوم:

$$C_{mx} = 1$$

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{52.6^2} = 3795 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a/F_{ex})} = \frac{278}{1167} + \frac{1 \times 1055}{1440(1 - 278/3795)} = 1.029$$

با پذیرفتن مقداری ضعف نیمرخ IPB40 مناسب می باشد.

$$F_y = 3600 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad (\text{ب})$$

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی $F_{bx} = 0.6F_y = 2160 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه:

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{30.375 \times 10^5}{2160} = 1406 \text{ cm}^3$$

با توجه به اینکه نیروی محوری و لنگر خمشی با هم بر مقطع وارد می شود نیمرخ

IPB32 با $W_x = 1930 \text{ cm}^3$ انتخاب و کنترل می گردد:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1 \times 900}{13.8} = 65.2$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{1 \times 450}{7.57} = 59.4$$

$$\lambda_{\max} = 65.2 < 200 \text{ o.k} \Rightarrow F_a = 1558.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{55 \times 10^3}{161} = 342 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{342}{1558.5} = 0.22 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{30.375 \times 10^5}{1930} = 1574 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$L_1 < L_b, F_{b2} > 0.6F_y \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 2160 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

کنترل رابطه اول :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{342}{0.6 \times 3600} + \frac{1574}{2160} = 0.89 < 1 \text{ o.k}$$

کنترل رابطه دوم :

$$C_{mx} = 1$$

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{65.2^2} = 2470 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

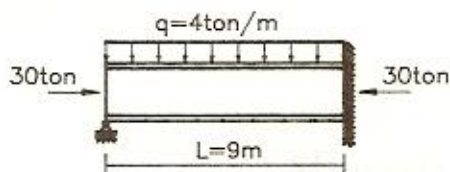
$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F_{ex})} = \frac{342}{1558.5} + \frac{1 \times 1574}{2160(1-342/2470)} = 1.06 > 1 \text{ N.G}$$

نیمرخ IPB32 ضعیف می باشد و با توجه به نتایج فوق نیمرخ IPB34 جوابگو بوده و نیاز به محاسبه و کنترل نمی باشد پس جواب مسأله نیمرخ IPB34 است.

مسأله

تیر ستون زیر را با نیمرخ IPB طرح دهید. فرض کنید که تیر ستون دارای تکیه گاه

$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ جانبی پیوسته می باشد.}$$



(حل)

لنگر ماکزیمم در تکیه گاه بوده و مقدار آن برابر است با:

$$M_{\max} = \frac{qL^2}{8} = \frac{4 \times 9^2}{8} = 40.5 \text{ ton.m}$$

چون مقطع فشرده بوده و تیرستون اتکاء جانبی دارد پس تنش مجاز خمشی آن

$$F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ می باشد.}$$

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{40.5 \times 10^5}{1584} = 2557 \text{ cm}^3$$

نیمرخ IPB40 با $W_x = 2880 \text{ cm}^3$ انتخاب و کنترل می شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{0.8 \times 900}{17.1} = 42.1$$

چون تیرستون اتکاء جانبی دارد پس کمانش حول x تعیین کننده می باشد:

$$\lambda = 42.1 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1274 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{30 \times 10^3}{198} = 152 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{152}{1274} = 0.12 < 0.15$$

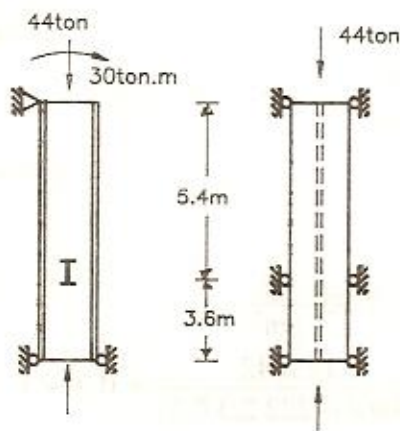
$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{40.5 \times 10^5}{2880} = 1406 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{152}{1274} + \frac{1406}{1584} = 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPB40 مناسب می باشد.

مسأله

تیر ستون زیر را با نیمرخ IPB طرح دهید. $F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$



(حل)

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی تیر ستون $F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه:

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{30 \times 10^5}{1440} = 2083 \text{ cm}^3$$

چون علاوه بر لنگر خمشی، نیروی محوری هم وجود دارد نیمرخ IPB40

با $W_x = 2880 \text{ cm}^3$ انتخاب و کنترل می شود:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1 \times 900}{17.1} = 52.6$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{1 \times 540}{7.4} = 73$$

$$\lambda_{\max} = 73 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1088 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{44 \times 10^3}{198} = 222.2 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{222.2}{1088} = 0.2 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{30 \times 10^5}{2880} = 1042 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

کنترل رابطه اول:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{222.2}{1440} + \frac{1042}{1440} = 0.88 < 1 \quad \text{o.k.}$$

کنترل رابطه دوم:

$$C_{mx} = 1$$

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{52.6^2} = 3795 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a/F_{ex})} = \frac{222.2}{1088} + \frac{1 \times 1042}{1440(1 - 222.2/3795)} = 0.97 < 1 \quad \text{o.k.}$$

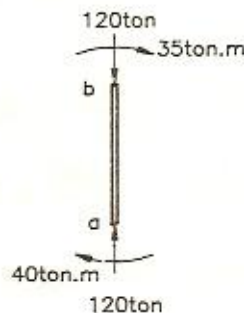
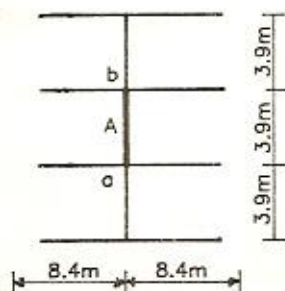
بنابراین نیمرخ IPB40 مناسب می باشد.

مسئله

ستون A در شکل زیر عضوی از یک قاب مهاربندی نشده است. آن را با نیمرخ IPB

طرح دهید. کلیه تیرهای قاب از نوع نیمرخ IPE60 هستند. ستونها مشابه ستون A

بوده و خمش ستون حول محور x مقطع می باشد. $F_y = 3600 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$



(حل)

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی تیرستون $F_{bx} = 0.6F_y = 2160 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد

آنگاه:

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{40 \times 10^5}{2160} = 1852 \text{ cm}^3$$

با توجه به بزرگ بودن نیروی محوری وارده نیمرخ IPB40 با $W_x = 2880 \text{ cm}^3$

انتخاب و کنترل می شود:

$$k_y = 1$$

$$G_a = G_b = \frac{\Sigma(I_x/L)_{\text{ستونها}}}{\Sigma(I_x/L)_{\text{تیرها}}} = \frac{2 \times 57680/390}{2 \times 92080/840} = 1.35 \Rightarrow k_x = 1.42$$

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1.42 \times 390}{17.1} = 32.4$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{1 \times 390}{7.4} = 52.7$$

$$\lambda_{\max} = 52.7 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1714 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{120 \times 10^3}{198} = 606 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{606}{1714} = 0.35 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{40 \times 10^5}{2880} = 1389 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$L_1 < L_b, F_{b2} > 0.6F_y \Rightarrow F_{bx} = 0.6F_y = 0.6 \times 3600 = 2160 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

کنترل رابطه اول:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{606}{0.6 \times 3600} + \frac{1389}{2160} = 0.92 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل رابطه دوم:

$$C_{mx} = 0.85$$

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{32.4^2} = 10002 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1 - f_a/F_{ex})} = \frac{606}{1714} + \frac{0.85 \times 1382}{2160(1 - 606/10002)} = 0.94 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPB40 مناسب می باشد.

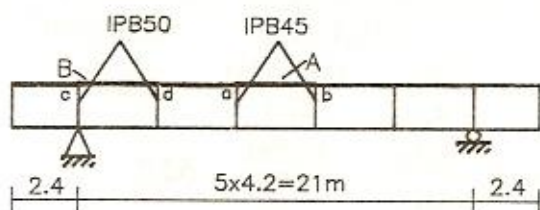
مسئله

در خرپای ویرندیل (قاب صلب) زیر دو عضو A و B را با نیمرخ IPB طرح دهید. فرض کنید که بین قاب مذکور و یک قاب مشابه دیگر بموازات آن و در مجاوزت آن بادیندی ساده وجود دارد.

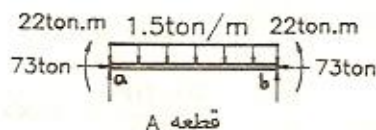
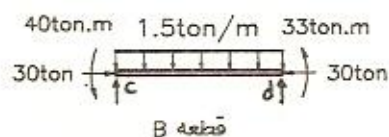
$$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

به غیر از A و B کلیه اعضاء

فوقانی از نوع نیمرخ IPB60 می باشند.



فاصل مھارھای جانبی اعضاء 1.2m می باشد



(حل)

طراحی قطعه A:

لنگر ماکزیمم در وسط قطعه بوده و برابر است با:

$$M_x = \frac{qL^2}{8} + 22 = \frac{1.5 \times 4.2^2}{8} + 22 = 25.3 \text{ ton.m}$$

با فرض اینکه تنش مجاز خمشی قطعه برابر $F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد

آنگاه:

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{25.3 \times 10^5}{1584} = 1597.2 \text{ cm}^3$$

با توجه به اینکه علاوه بر لنگر خمشی، نیروی محوری نیز وجود دارد نیمرخ
 IPB40 با $W_x = 2880 \text{ cm}^3$ انتخاب و کنترل می شود:

$$k_y = 1$$

$$G_a = G_b = \frac{\Sigma(I_x/L)_{\text{ستونها}}}{\Sigma(I_x/L)_{\text{تیرها}}} = \frac{(I_x/L)_{\text{IPB60}} + (I_x/L)_{\text{IPB40}}}{(I_x/L)_{\text{IPB45}}} \\ = \frac{(171000/4.2) + (57680/4.2)}{(79890/3.75)} = 2.6$$

نموگراف قاب با آزادی انتقال جانبی $\Rightarrow k_x = 1.72$

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1.72 \times 420}{17.1} = 42.2$$

$$\lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y} = \frac{1 \times 120}{7.4} = 16.2$$

$$\lambda_{\max} = 42.2 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1273.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{73 \times 10^3}{198} = 369 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{369}{1273.5} = 0.29 > 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{25.3 \times 10^5}{2880} = 878 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$L_1 = 13b_f = 13 \times 30 = 390 > L_b = 120$$

$$L_2 = \frac{14 \times 10^5}{\frac{d}{A_f} \cdot F_y} = \frac{14 \times 10^5}{\frac{40}{30 \times 2.4} \times 2400} = 1050 > L_b$$

بنابراین اتکاء جانبی قطعه برقرار بوده و چون مقطع فشرده می باشد تنش مجاز
 خمشی $F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ است.

کنترل رابطه اول:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{369}{1440} + \frac{878}{1584} = 0.81 < 1 \quad \text{o.k}$$

کنترل رابطه دوم :

$$C_{mx} = 1$$

$$F_{ex} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{42.2^2} = 5896 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

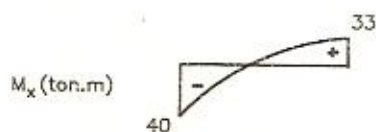
$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bx}(1-f_a/F_{ex})} = \frac{369}{1273.5} + \frac{1 \times 878}{1584(1-369/5896)} = 0.88 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPB40 مناسب می باشد.

طراحی قطعه B :

دیاگرام تغییرات لنگر خمشی در این قطعه

بصورت مقابل می باشد.



با فرض اینکه تنش مجاز خمشی قطعه $F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه :

$$W_x \geq \frac{M_x}{F_{bx}} = \frac{40 \times 10^5}{1440} = 2778 \text{ cm}^3$$

با توجه به اینکه نیروی محوری وارد بر قطعه کوچک می باشد نیمرخ IPB40 با W_x

2880 cm^3 انتخاب و کنترل می شود :

$$G_c = \frac{(I_x/L)IPB60 + (I_x/L)IPB40}{(I_x/L)IPB50} = \frac{(171000/2.4) + (57680/4.2)}{(107200/3.75)} = 3$$

$$G_d = \frac{(I_x/L)IPB40 + (I_x/L)IPB60}{(I_x/L)IPB50} = \frac{(57680/4.2) + (171000/2.4)}{(107200/3.75)} = 1.9$$

با استفاده از نمودار مربوط به قابهای با آزادی انتقال جانبی بدست می آید :

$$k_x = 1.7$$

$$\lambda_x = \frac{k_x \cdot L_x}{r_x} = \frac{1.7 \times 420}{17.1} = 42$$

$$\lambda_y = \frac{k_y \cdot L_y}{r_y} = \frac{1 \times 120}{7.4} = 16.2$$

$$\lambda_{\max} = 42 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1275 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{30 \times 10^3}{198} = 151.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{151.5}{1275} = 0.12 < 0.15$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{40 \times 10^5}{2880} = 1389 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$L < L_1, L_2 \text{ و } \text{مقطع فشرده بوده} \Rightarrow F_{bx} = 0.66F_y = 1584 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

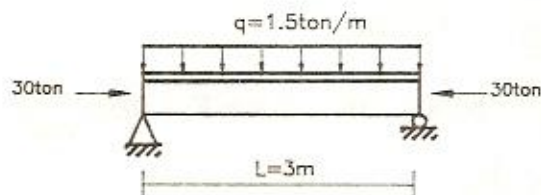
$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{151.5}{1275} + \frac{1389}{1584} = 0.99 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین نیمرخ IPB40 مناسب می باشد.

مسأله

تیر ستون زیر را با نیمرخ سپری که از نصف شده نیمرخ نوع IPB تشکیل شده باشد

طرح دهید. تیر ستون در دو انتها دارای تکیه گاه جانبی است. $F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$



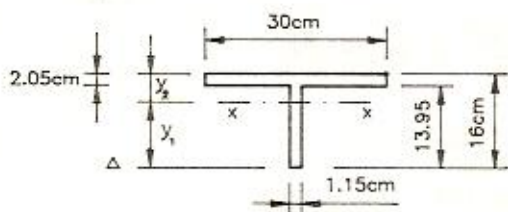
(حل)

با فرض اینکه تنش مجاز محوری تیر ستون $F_a = 800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ باشد آنگاه:

$$A \geq \frac{P}{F_a} = \frac{30 \times 10^3}{800} = 37.5 \text{ cm}^2$$

با توجه به اینکه علاوه بر نیروی محوری، لنگر خمشی نیز بر مقطع وارد می شود نیم

شده نیمرخ IPB32 انتخاب و کنترل می شود:



تعیین محلّ تار خنثی مقطع :

$$S_A = 30 \times 2.05 \times \left(16 - \frac{2.05}{2}\right) + 1.15 \times 13.95 \times \frac{13.95}{2} = \left(\frac{161}{2}\right) \times y_1$$

$$\Rightarrow y_1 = 12.8 \text{ cm} \Rightarrow y_2 = 3.2 \text{ cm}$$

محاسبهٔ ممان اینرسی مقطع حول محور X:

$$I_x = \frac{30 \times 2.05^3}{12} + 30 \times 2.05 \times \left(3.2 - \frac{2.05}{2}\right)^2 + \frac{1.15 \times 13.95^3}{12} + 1.15 \times 13.95 \times \left(12.8 - \frac{13.95}{2}\right)^2 \Rightarrow I_x = 1117 \text{ cm}^4$$

$$r_x = \sqrt{\left(\frac{I_x}{A}\right)} = \sqrt{\left(\frac{1117}{161/2}\right)} = 3.72 \text{ cm}$$

$$\lambda_{\max} = \lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1 \times 300}{3.72} = 80.6 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1035 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{30 \times 10^3}{161/2} = 373 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$M_x = \frac{qL^2}{8} = \frac{1.5 \times 3^2}{8} = 1.69 \text{ ton.m}$$

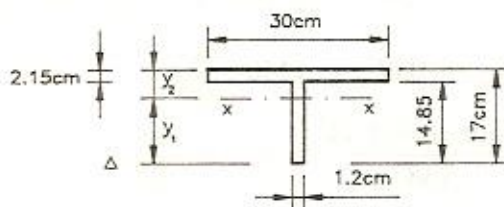
کنترل بال کششی :

$$f_{bt} = -f_a + \frac{M_x \cdot y_1}{I_x} = -373 + \frac{1.69 \times 10^5 \times 12.8}{1117} = 1564 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{bt} > F_{bt} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{N.G.}$$

بنابراین سپری ناشی از نیم شدن نیمرخ IPB32 ضعیف می باشد.

نیم شده نیمرخ IPB34 کنترل می شود :



$$S_A = 30 \times 2.15 \times \left(17 - \frac{2.15}{2}\right) + 14.85 \times 1.2 \times \frac{14.85}{2} = \left(\frac{171}{2}\right) \times y_1$$

$$\Rightarrow y_1 = 13.56 \text{ cm} \Rightarrow y_2 = 17 - 13.56 = 3.44 \text{ cm}$$

$$I_x = \frac{30 \times 2.15^3}{12} + 2.15 \times 30 \times \left(3.44 - \frac{2.15}{2}\right)^2 + \frac{1.2 \times 14.85^3}{12}$$

$$+ 1.2 \times 14.85 \times \left(13.56 - \frac{14.85}{2}\right)^2 = 1383 \text{ cm}^4$$

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{1383}{171/2}} = 4.02 \text{ cm}$$

$$\lambda_{\max} = \lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} = \frac{1 \times 300}{4.02} = 74.6 < 200 \quad \text{o.k} \Rightarrow F_a = 1077 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{30 \times 10^3}{171/2} = 351 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

کنترل بال کششی :

$$F_{bx} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{bt} = -f_a + \frac{M_x \cdot y_1}{I_x} = -351 + \frac{1.69 \times 10^5 \times 13.56}{1383} = 1306 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{bt} < 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{o.k}$$

کنترل بال فشاری :

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{351}{1077} = 0.32 > 0.15$$

چون نیمرخ سپری است و $L < L_1$ و L_2 می باشد پس :

$$F_{bc} = 0.6F_y = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x y_2}{I_x} = \frac{1.69 \times 10^5 \times 3.44}{1383} = 420.4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

کنترل رابطه اول :

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bc}} \leq 1$$

$$\frac{351}{1440} + \frac{420.4}{1440} = 0.54 < 1 \quad \text{o.k}$$

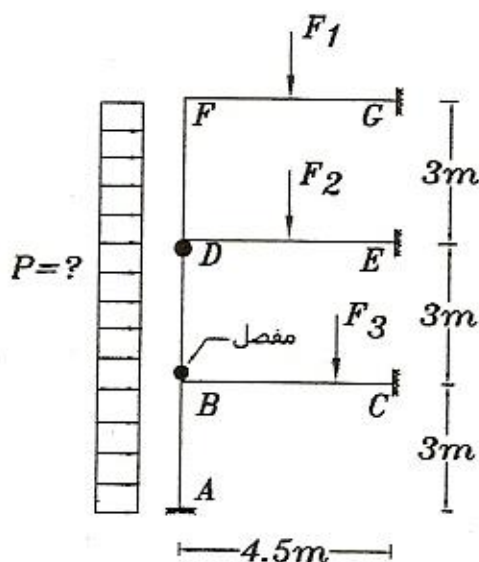
کنترل رابطه دوم :

$$C_{mx} = 1 \text{ و } F_{cx} = \frac{105 \times 10^5}{\lambda_x^2} = \frac{105 \times 10^5}{74.6^2} = 1887 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{F_{bc}(1 - f_a/F_{cx})} = \frac{351}{1077} + \frac{1 \times 420.4}{1440(1 - 351/1887)} = 0.69 < 1 \quad \text{o.k}$$

بنابراین سپری ایجاد شده از نیم شدن نیمرخ IPB34 جواب مسأله می باشد.

نمونه مسائل امتحانی



نیروی فشاری عضو BD از قاب

شکل، 30ton محاسبه شده است. اگر مقطع

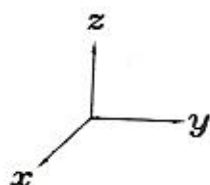
عضو BD متشکل از دو عدد نبشی L80×8

باشد و این پروفیل‌ها به بهترین نحو به یکدیگر

متصل شده باشند. (بدون بست) در این صورت،

آیا عضو BD می‌تواند بار گسترده P را تحمل

کند؟ (در این صورت مقدار این نیروی مجاز چقدر است؟)

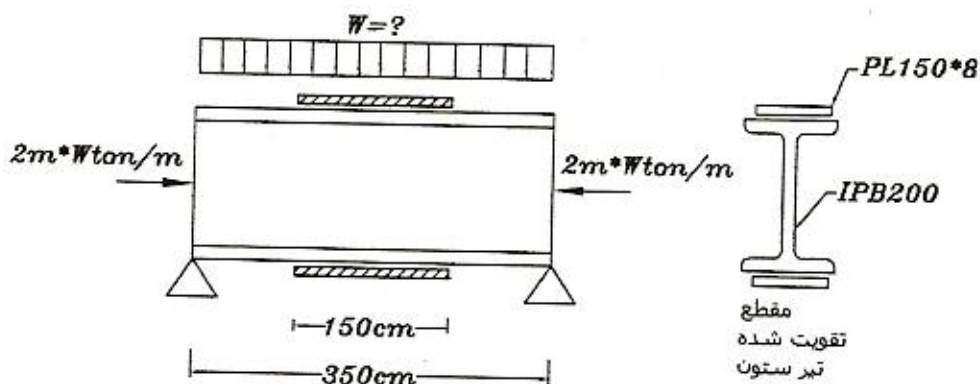


$$F_y = 2400 \text{ Kg/cm}^2$$

$$E = 2.1 \cdot 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

بار گسترده مجازی که می‌توان به تیر ستون با مقطع شکل وارد کرد، چقدر است؟ (ضرایب K

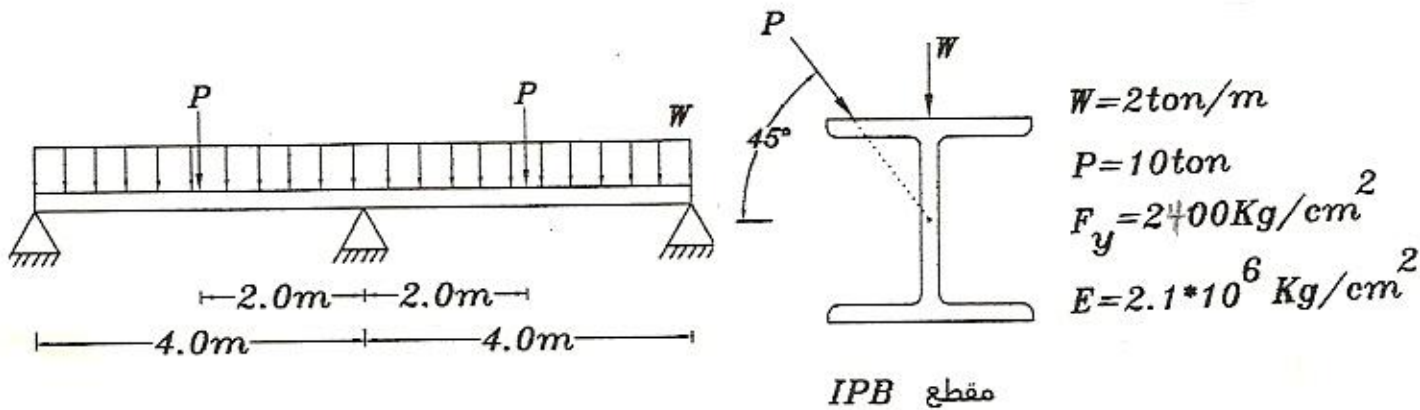
و C_m و C_b برابر واحد فرض می‌شود.)



$$F_y = 2400 \text{ Kg/cm}^2$$

$$E = 2.1 \cdot 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

مقطعی از IPB انتخاب نمایید که بتواند بارهای شکل را تحمل کند. این تیر در طول خود دارای اتکای جانبی است.

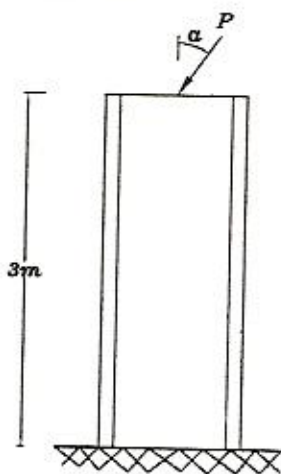
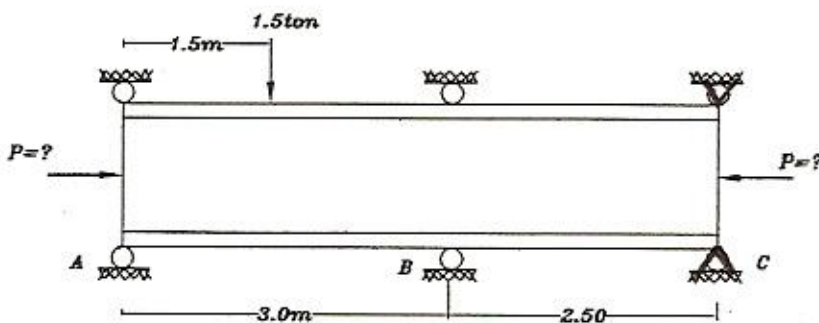


حداکثر نیروی فشاری مجاز یک عدد پروفیل IPB200 ، با شرایط زیر، مطابق آیین نامه چقدر

می باشد؟ شرایط ستون:

الف- فولاد مصرفی دارای $F_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$ و $E = 2.1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$ است.

ب- در تکیه گاه میانی هیچ گونه اتکائی نسبت به محور ضعیف موجود نمی باشد.



$F_y = 2400 \text{ Kg/cm}^2$
 $E = 2.1 \cdot 10^6 \text{ Kg/cm}^2$

مقطع تیر ستون شکل یک عدد پروفیل IPB

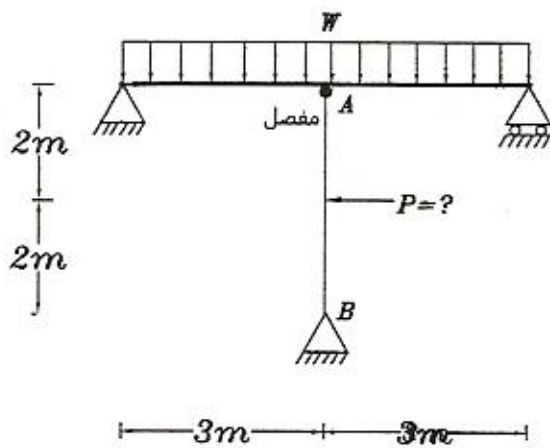
می باشد، که در طول خود دارای اتکای جانبی

است. مقادیر حداکثر و حداقل نیروی فشاری

(P_{min}, P_{max}) و هم چنین نیروی فشاری

$P = \frac{P_{min} + P_{max}}{2}$ تحت چه زوایه ای به وجود می آید

و مقادیر آنها چقدر است؟



مقطع تیر ستون AB از یک عدد پروفیل

IPB240 تشکیل شده است. اگر نیروی

فشاری وارده بر این تیر ستون 20ton

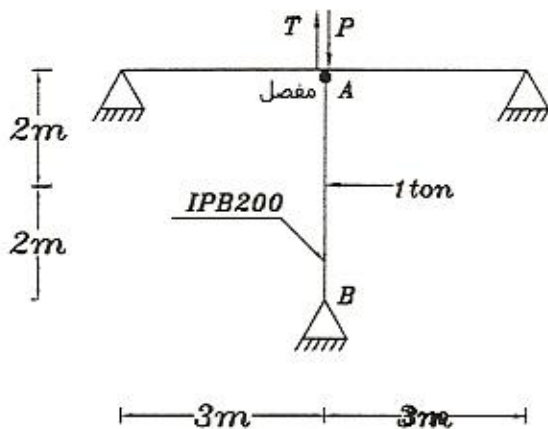
باشد. در این صورت مقدار مجاز نیروی P

چقدر است؟

$$F_y = 2400 \text{ Kg/cm}^2$$

$$E = 2.05 \cdot 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

$$K_x = K_y = 1$$



نسبت نیروی کششی مجاز به نیروی

فشاری مجاز برای تیر ستونی با مقطع

IPB200 تحت شرایط زیر چقدر است؟

$$F_y = 2400 \text{ Kg/cm}^2$$

$$E = 2.05 \cdot 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

$$K_x = K_y = 1$$

$$F_y = 2400 \text{ Kg/cm}^2$$

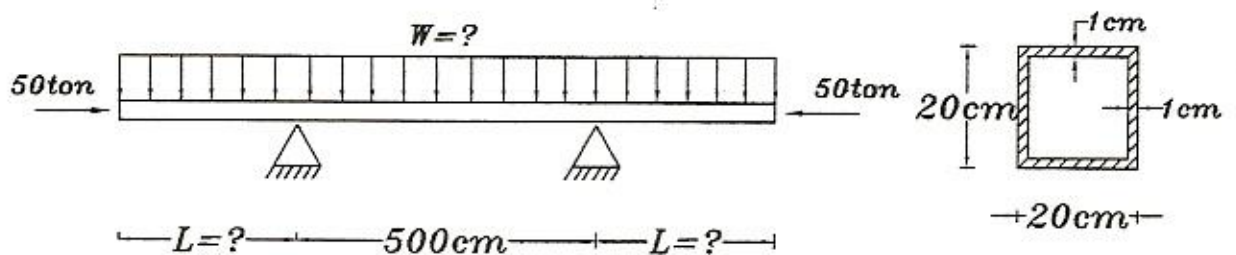
$$E = 2.05 \cdot 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

طول غیر مهاري $L_b = 0$

برای تیر ستون شکل، حداکثر بار

گسترده مجاز W بر اساس طول بهینه ،

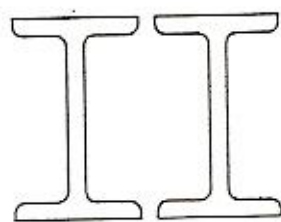
چقدر است؟



مقاطع تیر ستونی شکل را برای نیروهای داده شده زیر کنترل کنید و کفایت مقاطع را تعیین کنید.

مشخصات فولاد مصرفی: $E=2.1 \cdot 10^6 \text{ Kg/cm}^2$; $F_y=2400 \text{ Kg/cm}^2$

شماره بارگذاری	$P(\text{ton})$	$M_{x\text{bot}}$ (ton-m)	$M_{x\text{top}}$ (ton-m)	$M_{y\text{bot}}$ (ton-m)	$M_{y\text{top}}$ (ton-m)
1	63	3	2.5	1.25	1
2	71	2.5	2.25	1	0.75
3	50	3.75	3.25	1.75	1.25
4	31	1	0.75	2.25	2
5	20	1.25	1	3.5	3.25

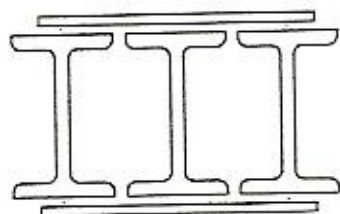


2IPE240

$$L_x=400\text{cm} \quad K_x=1.35 \quad C_{mx}=0.85$$

$$L_y=200\text{cm} \quad K_y=1.35 \quad C_{my}=0.85$$

$$\text{جواب: (مقطع ضعیف است)} \quad \text{Check}_{\max} = 1.35$$



3IPE180+2PL200*10

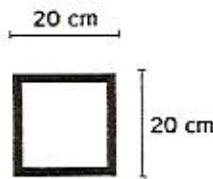
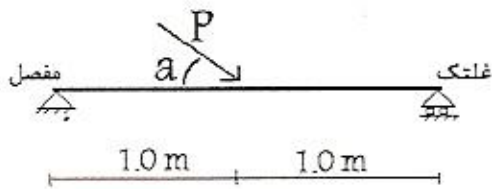
$$L_x=300\text{cm} \quad K_x=1.20 \quad C_{mx}=0.85$$

$$L_y=300\text{cm} \quad K_y=1.30 \quad C_{my}=0.85$$

$$\text{جواب: (مقطع مناسب و اقتصادی است)} \quad \text{Check}_{\max} = 0.98$$

مقادیر حداکثر و حداقل نیروی P (P_{min} و P_{max}) برای تیر ستون شکل چقدر است؟ اگر نیروی

تحت زاویه a به تیر ستون وارد شود در این صورت زاویه a چقدر است؟
$$P = \frac{P_{min} + P_{max}}{2}$$



تخت $t = 1 \text{ cm}$

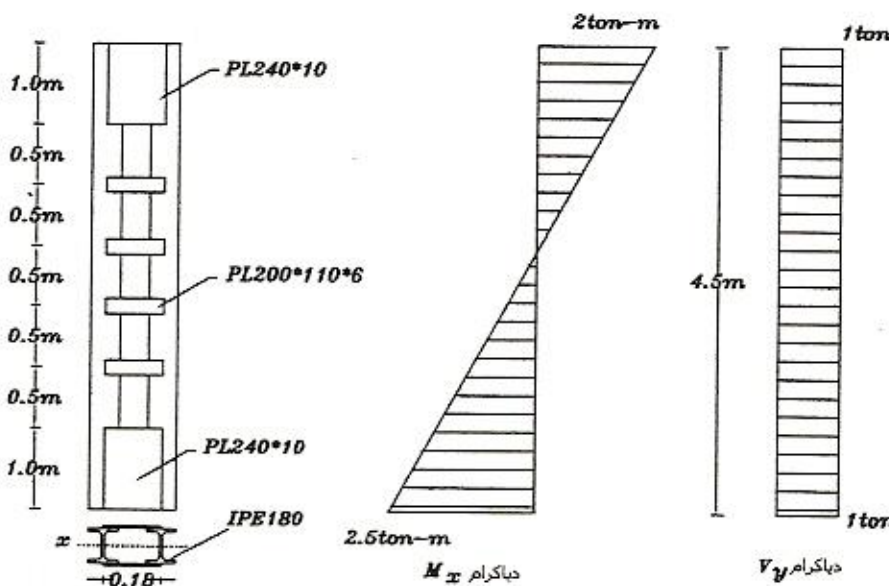
$$F_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$$

$$E = 2.10 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$L_b = 2.0 \text{ m}$$

دیاگرام‌های لنگر خمشی و نیروی برشی برای تیر ستون شکل، مطابق زیر داده شده است.

حداکثر تنش‌های ایجاد شده در مقطع اصلی ستون و هم چنین در بست‌های افقی چقدر است؟



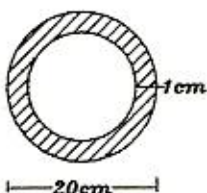
$$P = 53 \text{ ton}$$

$$F_y = 2400 \text{ Kg/cm}^2$$

$$E = 2.05 \cdot 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

یک تیر ستون، با مقطع لوله‌ای که در فواصل سه متری دارای اتکای جانبی است و \bar{m} مهاربندی شده می‌باشد، تحت اثر نیروی فشاری 10 ton قرار گرفته است. در این صورت حداکثر لنگر خمشی

مجاز برای این تیر ستون چقدر است؟

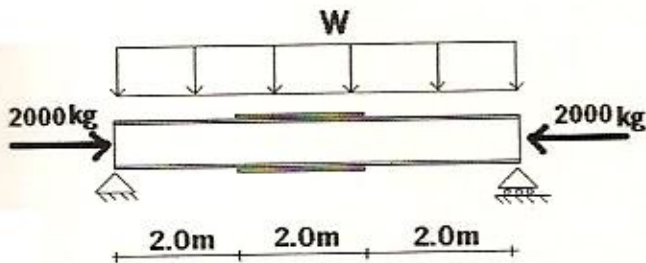


$$F_y = 2400 \text{ Kg/cm}^2$$

$$E = 2.05 \cdot 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

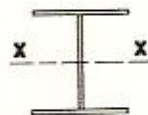
$$K_x = K_y = 1.5$$

حداکثر بارگسترده مجازی که می توان به تیر ستون شکل زیر وارد کرد چقدر است؟



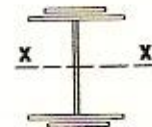
$$E = 2.10 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad F_b = 1440 \text{ kg/cm}^2$$

$$F_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$$



IPB 240

مقطع بدون تقویت



IPB 240
+2PL200*10

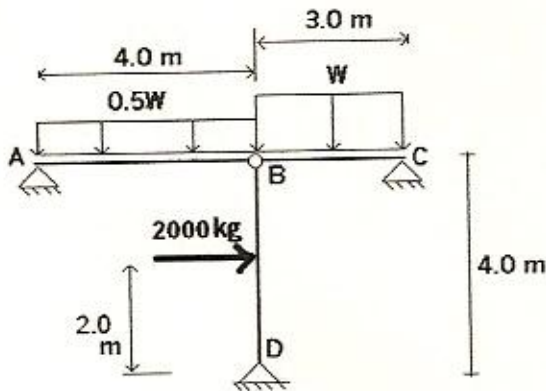
مقطع با تقویت

IPB 240 :

$$A = 106 \text{ cm}^2 \quad r_x = 10.30 \text{ cm} \quad r_y = 6.06 \text{ cm} \quad s_x = 938 \text{ cm}^3$$

$$t_w = 1 \text{ cm} \quad d = 24 \text{ cm} \quad b_f = 24 \text{ cm} \quad t_f = 1.7 \text{ cm}$$

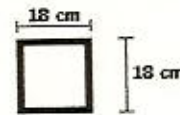
حداکثر بارگسترده مجازی W برای سازه شکل زیر چقدر است؟



$$F_b = 1440 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{تنش مجاز خمشی}$$

$$F_y = 2400 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{تنش تسلیم}$$

$$E = 2.1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{ضریب الاستیسیته}$$

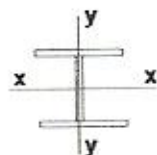
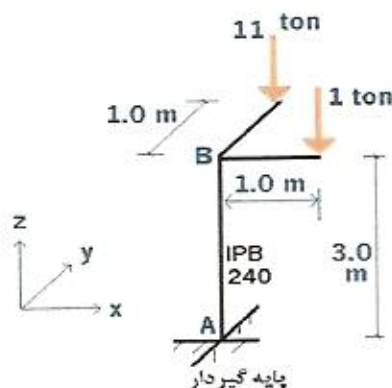


(شغلخت 0.6 cm)

مقطع کلیه اعضا

بارهای وارد بر تیر ستون AB مطابق شکل زیر داده شده است. تقریباً چند درصد از ظرفیت مجاز این

تیر ستون استفاده شده است؟



مقطع تیر ستون AB

IPB 240 :

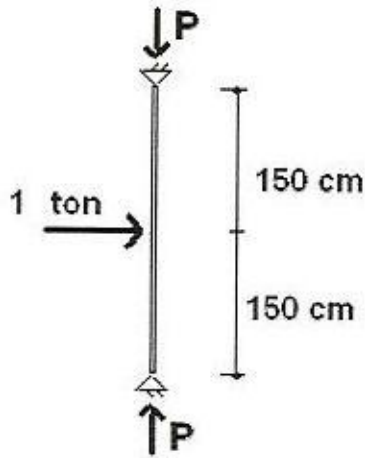
$$A = 106 \text{ cm}^2 \quad r_x = 10.30 \text{ cm} \quad r_y = 6.06 \text{ cm} \quad s_x = 938 \text{ cm}^3$$

$$s_y = 327 \text{ cm}^3 \quad d = 24 \text{ cm} \quad b_f = 24 \text{ cm} \quad t_f = 1.7 \text{ cm}$$

$$F_{bx} = 1440 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{تنش های مجاز}$$

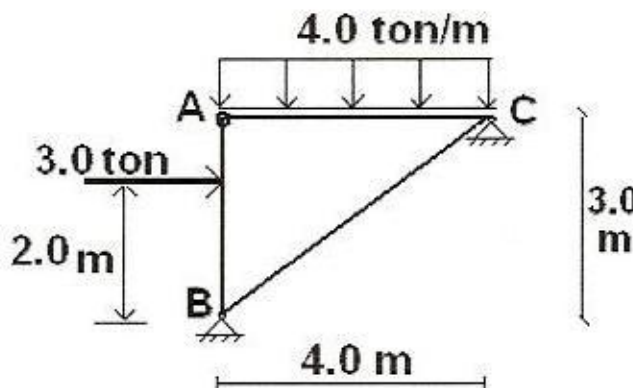
$$F_{by} = 1800 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{خمشی}$$

یک ورق به مساحت چهل سانتیمتر مربع (ابعاد $40 \times 1 \text{ cm}$) و طول ۳ متر مورد نظر است طرح برش این ورق را به صورتی ارائه دهید که بتوان از اتصال ورق های برش خورده به یک مقطع عضو تیر ستون رسید که بیشترین نیروی مجاز فشاری را بتواند تحمل کند در این صورت مقدار این نیروی مجاز فشاری چقدر است؟



$$\begin{aligned}
 &F_y = 2400 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{فولاد مصرفی} \\
 &E = 2.1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2 \\
 &L_y = 100 \text{ cm} \quad \text{طول عریضی نسبت به محور ضعیف} \\
 &L_x = 300 \text{ cm} \quad \text{طول عریضی نسبت به محور قوی} \\
 &\text{توضیح اینکه خمش حول محور قوی اتفاق می افتد}
 \end{aligned}$$

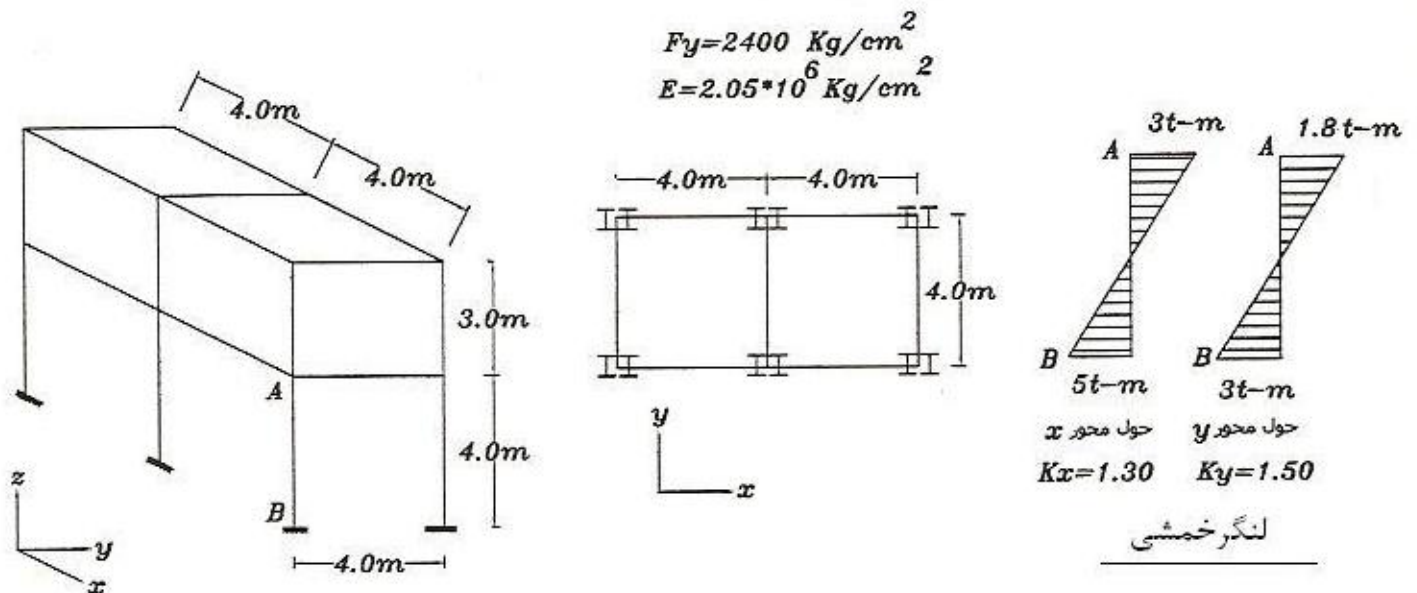
مقطع تیر ستون AB را از دو پروفیل IPE به هم چسبیده طراحی نمایید



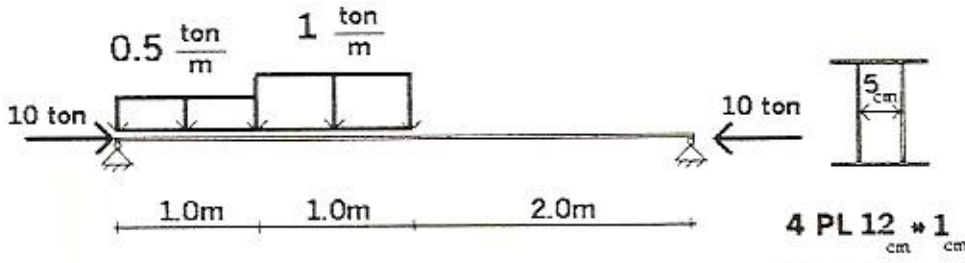
$$\begin{aligned}
 &F_Y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \\
 &E = 2100000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \\
 &L_b = 3.0 \text{ m} \quad \text{طول غیر مپاری} \\
 &\text{II} \quad \text{مقطع تیر ستون}
 \end{aligned}$$

با فرض این که نیروی فشاری ستون AB برابر 50ton باشد. در این صورت مطلوبست طرح

ستون از دو عدد پروفیل IPE به هم چسبیده، با توجه به مشخصات زیر:

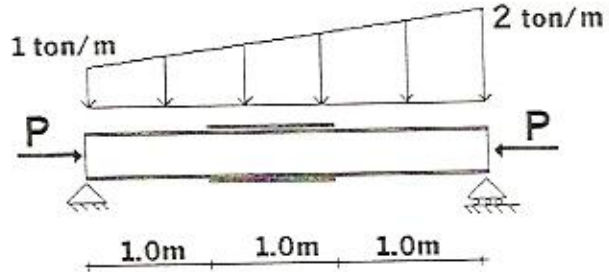


روابط اصلی تیرستون هارا برای المان شکل زیر کنترل نمایید



تنش مجاز خمشی $F_b = 1440 \text{ kg/cm}^2$
 تنش تسلیم $F_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$
 $L_b = 200 \text{ cm}$

حداکثر نیروی مجازی که می توان به تیرستون شکل زیر وارد کرد چقدر است؟



$K_x = 1.0$ $K_y = 1.0$ $L_b = 0$
 $F_b = 1440 \text{ kg/cm}^2$
 $F_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$

IPB 240 :
 $A = 106 \text{ cm}^2$ $r_x = 10.30 \text{ cm}$ $r_y = 6.06 \text{ cm}$ $S_x = 938 \text{ cm}^3$
 $t_w = 1 \text{ cm}$ $d = 24 \text{ cm}$ $b_f = 24 \text{ cm}$ $t_f = 1.7 \text{ cm}$

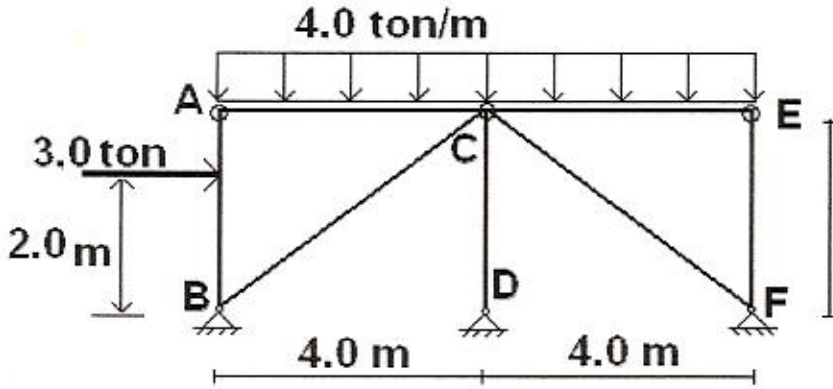


IPB 240
 مقطع بدون تقویت



IPB 240
 + 2PL 200 * 10 mm
 مقطع با تقویت

مقطع تیرستون AB راز سه پرروفیل IPE به هم چسبیده طراحی نمایید



$F_y = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$
 $E = 2100000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$
 $L_b = 3.0 \text{ m}$ طول غیر مهاری
 مقطع تیرستون III