مکانیک سیالات

93/4/23

دکتر صادقی

درسی: شیمز، وایت، فاکس، سینجل (چنگل)

شیمز: خوبه

سینجل: ↓ زیاد خوب نیست، که مال عمران است زیاد خوب نیست

کمک درسی: کتاب خود استاد (تست کم دارد) + کتاب خود استاد (تفسیر)، انتشارات [illegible]

که تست دارد و خوب است

↓ انتشارات پارسه کتاب درسی است و تست کم دارد.

سیالات I (مهم؟ نسبتاً ↓)

1) مفاهیم مقدماتی + خواص سیال (معمولاً از این سؤال)

2) مباحث استاتیکی

3) مباحث سینماتیکی

4 و 5) مباحث دینامیکی

دینامیک جریان غیرلزج ← برنولی ← اولر

دینامیک جریان لزج ← فرم انتگرالی (حجم کنترل)

سیالات II (سخت ↑)

1) آنالیز ابعادی + تشابه

2) جریان در لوله ها (داخلی)

3 و 4) جریان خارجی
- ← تئوری جریان پتانسیل
- ← تئوری لایه های مرزی
- ← دینامیک جریان لزج ← فرم دیفرانسیلی ← معادلات ناویر- استوکس

قسمت گازی را معمولاً دکتر لوئی نمی گویند (در توجه) ولی وقت شود خود استاد هم می گویند

معمولاً قبلاً از سیالات II سؤال بیشتر بوده ولی در سال ۹۴ (اخیراً از سیالات I هم بوده. (هر دو را به یک اندازه بخوانیم)

• مکانیک: علم بررسی حرکت (بحث استاتیکی، سینماتیکی و دینامیکی)

مکانیک
- جامدات
- سیالات

در کنکور خودمان را برای تعریف آماده کنیم چون هم در امتحان هم در مصاحبه می آید.

• سیال چیست؟ تعریف های شکل پذیری (شکل ظرف را بگیرد)، فاصله مولکول ها

← تعریف علمی: ⚠ کلمه کلیدی: در تست ها انتخاب کن که کوچکترین داشته باشد)

ماده ای است که تحمل تنش برشی را ندارد ← بالاعمال کوچکترین تنش برشی دچار تغییر شکل پیوسته می گردد

• مواد:
- جامد
- سیال (گاز + مایع)

در یک مقدار خاص تنش (حد تسلیم) بیشتر شود ماده مثل سیال شروع به جاری شدن می کند

مدول الاستیک برشی

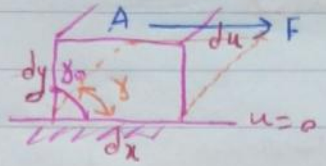
هوک گفت: $\boxed{\tau = G\gamma}$ جامد هوکی

از طریق آزمایش

$\gamma \neq \gamma(t) \rightarrow$ جامد

$\gamma = \gamma(t) \rightarrow$ سیال

$\frac{F}{A} = \tau$



مواد در مقابل نیروی F دو رفتار دارند

۱- یک سری γ ثابت می‌شود γ ولی γ جدید تابع زمان نیست ← جامدات که جامدات انواع و اقسام متعدد دارند. جامد هوکی بین تنش اعمالی و کرنش ناشی‌اش رابطهٔ خطی دارد و ضریب تناسب G دارد که جزء خواص ماده است

۲- مواد هم داریم که γ ثابت از زمان تغییر می‌کند و همچنان شکل مکعب عوض می‌شود ← سیال (در اثر اعمال تنش)

• سیال نیوتنی؟

کتاب سیالات: نیوتنی / غیرنیوتنی

دسته‌بندی بزرگ سیالات: نیوتنی / غیرنیوتنی

(معمولاً می‌گویند کتاب سیالات نیوتنی یا اگر ذکر نکنند نیوتنی یا غیرنیوتنی، منظور نیوتنی است)

سیالات غیرنیوتنی: به هر سیالی که نیوتنی نیست غیرنیوتنی گفته می‌شود.

نیوتن گفت:

$$\tau \sim \underbrace{\frac{d\gamma}{dt}}_{\text{نرخ برش}} = \dot{\gamma} = \underbrace{\frac{du}{dy}}_{\text{گرادیان سرعت}}$$

از هندسه و با کمک شکل بالا، ... به دست می‌آید

رابطهٔ لزجت نیوتن

رابطه‌ای خطی است ولی نمی‌توان به خطی بودن استناد کرد

$$\tau \sim \dot{\gamma} \longrightarrow \boxed{\tau = \mu\dot{\gamma}} \longrightarrow \text{قانون لزجت نیوتن}$$

چون استناد زیاد دارد به جای قانون رابطه نوشته

μ: ویسکوزیته، لزجت، گرانروی Viscosity

سیال نیوتنی: سیالی است که در رابطهٔ فوق صدق کند. در رابطهٔ تنش و کرنش به صورت $\tau = \mu\dot{\gamma}$ باشد

$\tau = \mu\dot{\gamma}^2$
$\tau = \mu\dot{\gamma}^{1/2}$
غیرنیوتنی

وزن ابعادی

بعداً در ناویر استوکس و در ۳ بعد می‌گوییم دایره‌ها ابعادی بود چون $\frac{du}{dy}$ فقط بود

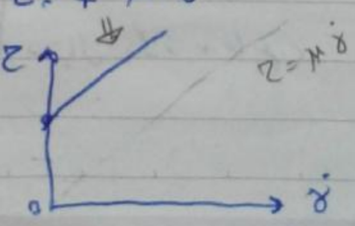
یک سری از مواد به جای این که از ۰ شروع شوند از τ₀ شروع می‌شوند (سیال بینگهام)

رابطه نیز خطی است ولی چون از τ₀ شروع می‌شود نیوتنی نیست و سیال بینگهام است مثل خمیردندان

پس نباید برای سیال نیوتنی به خطی بودن استناد کرد

عمودی بگیریم خمیر خارج نمی‌شود ولی اگر فشار دهیم و روی مسواک بگیریم خارج می‌شود

$$\tau = \tau_0 + \mu\dot{\gamma} \quad \text{Bingham} \quad \text{بینگهام}$$



← صفحه ۱ و ۲ کپی شود

آب و هوا ←

گازها ⟶ معمولاً نیوتنی

مایعات ⟶ معمولاً غیرنیوتنی

(معمولا مایعاتی که داخل بدن موجودات زنده است)

آب و هوا سیالات نیوتنی است.

و چون آب و هوا سیال نیوتنی است یادگیری سیال نیوتنی مهم است

μ: ویسکوزیته یا ویسکوزیته دینامیکی (چون در دیمانسیون آن نیرو ظاهر شده است)
یا ویسکوزیته مطلق

$\mu(\overset{\text{فشار}}{P}, \overset{\text{دما}}{T}, \dot{\gamma}, t)$

زمان   گرادیان سرعت

سیال نیوتنی: ~~در $\dot{\gamma}$~~ ⟶ $\mu(P, T)$

μ تابع فشار و دماست

P ⟶ ضعیف

T ⟶ شدید

کتاب استاد: ویسکوزیته یک سیال فقط هنگامی که سیال در جریان است معنی می یابد (ص 3)

گازها $T\uparrow$ $\mu\uparrow$

مایعات $T\uparrow$ $\mu\downarrow$

در هردو $P\uparrow$ $\mu\uparrow$

در کتاب طور دیگری گفته شده؟

• سیال را ماده‌ای پیوسته فرض می‌کنیم ⟵ از ساختار ذره‌ای سیال صرف نظر می‌کنیم.

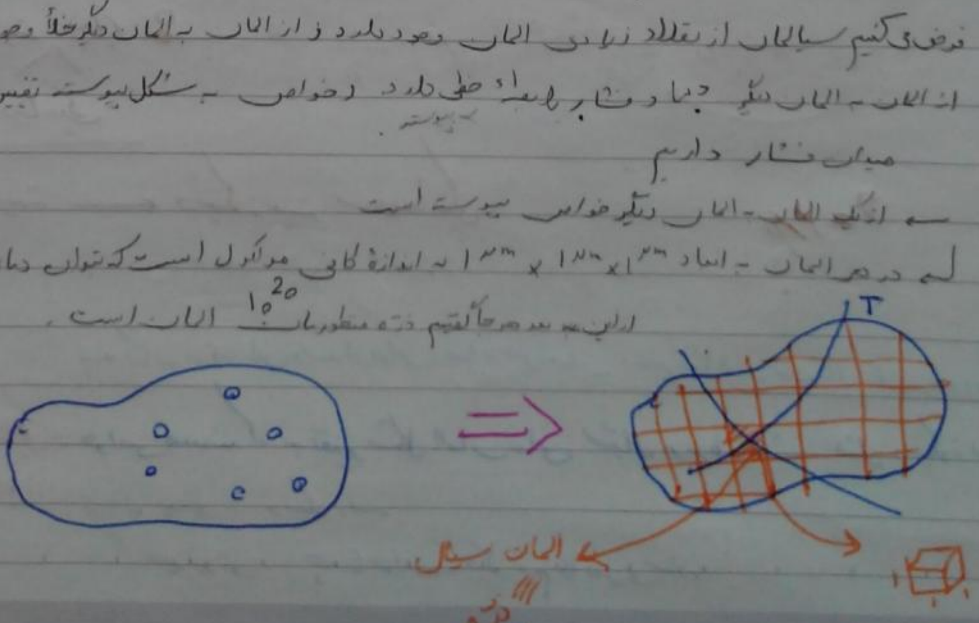
هر ماده‌ای ذره دارد ولی ما در سیالات از این ذره‌ها که بینشان خلأ است صرف نظر کنیم و منظور از ذره المان است نه مولکول فرض می‌کنیم سیال‌مان از تعداد زیادی المان وجود دارد و از المان به المان دیگر خلأ وجود ندارد (از المان به المان دیگر چگالی و فشار و ... حالت خطی دارد و خواص به شکل پیوسته تغییر می‌کند)

میدان فشار داریم

⟵ از یک المان به المان دیگر خواص پیوسته است

⟵ در هر المان ← ابعاد $10^{-3}\times10^{-3}\times10^{-3}$ به اندازه کافی مولکول است که بتوان دما را به او نسبت داد.

از این به بعد هرجا گفتیم ذره منظورمان 10^{20} المان است.



× خیلی مهم: ویسکوزیته باید فقط جزو خواص رئولوژیکی باشد. پس چرا جزو خواص ترمودینامیکی هم هست ؟!

خواص سیال ← احتمال سؤال زیاد است

* خواص فیزیکی
* خواص ترمودینامیکی
* خواص رئولوژیکی

• خواص فیزیکی: رنگ سیال، طعم و مزه، بو (بی بو، خوش بو ...) که در کانکور سیالات نقشی را ایفا نمی‌کند.

• خواص ترمودینامیکی: خواصی که به دمای سیال بستگی دارند مثل دانسیته، ویسکوزیته، فشار (معادله حالت را دماکی زیاد می‌شود) ×

مثلی (در کتاب استاد: خواصی هستند که طبق معادله حالت سیال به خواص دیگر آن (به خصوص دما) مربوط باشند.

* خواص ترمودینامیکی حتی در حالت سکون نیز قابل تعریف اند.

بخش 1:

فشار، دما، دانسیته، ویسکوزیته

اصلی: P ، T ، ρ ، μ

در خیلی از کتاب‌ها اصلی و ثانویه

خواص ترمودینامیکی سیال

کاویتاسیون (کاویتاسیون)

فرعی: σ (کشش سطحی)، P_v (فشار بخار)، E_v (مدول الاستیسیته حجمی)، α_T (ضریب انبساط حرارتی)

در ضربه قوچ سیستم انتقال آب

سم دبی — حرارتی

از ویسکوزیته و فشار، کشش سطحی در کنکور زیاد سؤال داشتیم، و باید روی این 3 خاصیت تمرکز کنیم.

P_v هم هست

در تا حالا سؤال نیامده ولی مهم است و آن را هم می‌گوییم (④)

* ما ابتدا $\overset{①}{\mu}$ بعد $\overset{②}{\sigma}$ و بعد $\overset{③}{P}$ را می‌خوانیم.

ویسکوزیته
- دینامیکی
- سینماتیکی (که در تعریفش دانسیته ظاهر می‌شود)

اساس استاتیک سیالات فشار است.

① ویسکوزیته (μ): دینامیکی

② ρ دانسیته ← ویسکوزیته سینماتیکی $\nu = \mu/\rho$

③ σ

مرجع: در کتاب استاد: این دسته از خواص فقط در حین جریان و تغییر شکل المان‌های سیال دارای معنی می‌گردند.

• خواص رئولوژیکی: خواصی هستند که به تغییر شکل المان‌های سیال مربوط باشند مثل ویسکوزیته

Rheologic

سیال نیوتنی: ویسکوزیته

غیرنیوتنی: چند تا خواص دیگر هم ظاهر می‌شود.

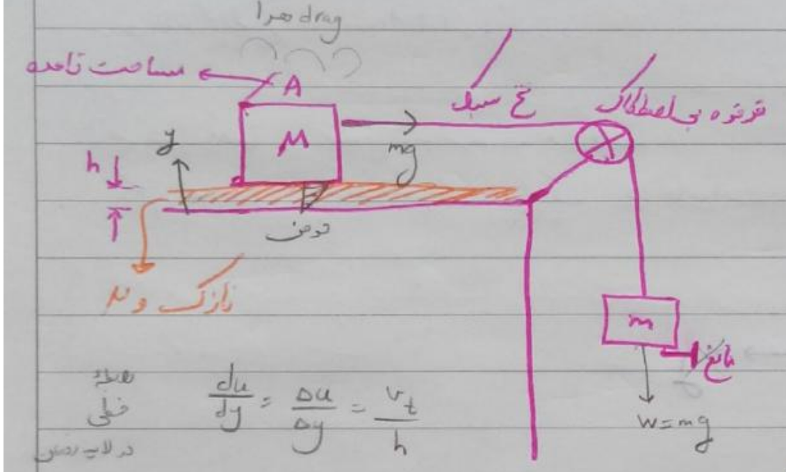
ما با سیالات نیوتنی کار داریم (غیر نیوتنی)، غیرنیوتنی در صورتی پیش بیاید باشیم. یعنی سیالات غیرنیوتنی، غیرنیوتنی بودن آن ها در عنوان ... است و توان آن یک نیست و مثلاً ۲ ، ½ یا ... است.

⚠ اگر سیال ساکن باشد خاصیت رئولوژیکی در آن مطرح نیست

دانسیته، کشش سطحی ربطی به تغییر شکل ندارند و جزء خواص رئولوژیکی نیستند.

۶) ویسکوزیته دینامیکی (μ) ⟵ { حرکت به صورت انتقالی است
حرکت به صورت دورانی است.

- مثال: (سؤال سیالات I)

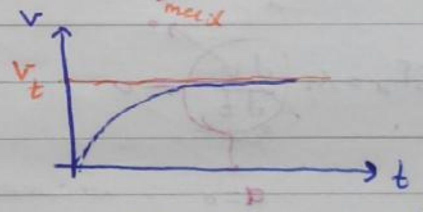


پروفیل خطی در لایه روغن $\frac{du}{dy}=\frac{\Delta u}{\Delta y}=\frac{V_t}{h}$

$V_{(t)}$ ⟶ Terminal

$V_{(F)}$ ⟶ Final

معادل V_{max}



← باید در سؤال می‌گفت از نیروی مقاومت هوا صرف نظر کنیم تا drag هوا را در نظر نگیریم

با توجه به شکل بالا با برداشتن مانع سرعت حد جرم M چقدر خواهد شد؟ (مساحت قاعده مکعب: A بزرگ) (میز توسط گیس چرب شده) پروفیل سرعت در لایه روغن به صورت خطی است.

~~الف)~~ $\frac{(m+M)gh}{\mu A}$

~~ب)~~ $Mgh/\mu A$

ج) $mgh/\mu A$

د) هیچکدام

وقتی مانع را برداریم
w=mg به M وارد می‌شود و M با نیروی
mg کشیده می‌شود. و حرکت شتابدار است
سرعت تابعی از زمان است
این حرکت شتابدار شتاب کاهنده دارد و V با t به صورت
زیر می‌شود (در آخر V به یک ثابت (V=V_t) می‌رسد) و

در آخر ΣF=0 سرعت حد برای حالتی است که شتاب صفر شود ((a=0)) یعنی به سرعت حد سرعت max می‌گویند (سرعت حد سرعتی که جسم به آن می‌رسد و سرعت max) (در حالتی که حرکت شتاب‌دار است) سیال تحمل تنش برشی را ندارد.

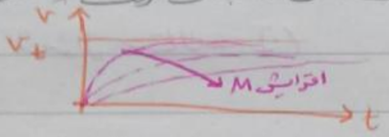
البته در مسائل جاری شدن مقاومت و کم و بیش به تراوایی سرعت دارد.

اگر τ تابع زمان است τ(t) $F_\tau(t) = \tau(t) \cdot A$

در $t=0$ ⟵ $F_\tau = 0$ ولی هی بزرگ و بزرگ می‌شود

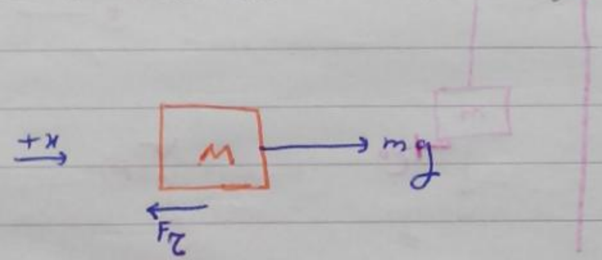
تمام گزینه‌هایی که در آن M است مردوده از همان اول می‌توانستیم رد کنیم.

M ما هرچقدر باشد روی سرعت نهایی تاثیر ندارد ولی روی زمانی که به آن سرعت برسد تاثیر دارد و روی فاز گذرا (transient) اثر می‌گذارد



هرچه M کم باشد سریع‌تر به سرعت حدی می‌رسد

- جرم M روی ضریب اصطکاک دینامیک در معادلات اثر می‌گذارد در سوالات این طور نیست.



$$\Sigma F_x = M \frac{dv}{dt} = 0$$

$a = 0$: سرعت حد

$$F_\tau(t) = \tau(t) \cdot A$$

$$\Sigma F_x = 0 \longrightarrow mg = F_\tau$$

$$mg = \tau \cdot A = \mu \left.\frac{du}{dy}\right|_{y=h} A = \mu \frac{V_t}{h} \cdot A \longrightarrow \boxed{V_t = \frac{mgh}{\mu A}}$$

سیال نیوتنی

ممکنه مسأله جدید طرح کنند:

فرض کنید در مسأله قبل نیروی drag هوا (F_D) به صورت رابطه زیر است (معمولاً درجه 2)

غیرخطی

$F_D = kV^2$ ⟵ k: ثابت معلوم

$$\longrightarrow F_D(t) = KV^2_{(t)}$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$+mg - F_\tau - \underline{F_D} = 0$$

اضافه شد

جریان کوئت

خیلی مهم

شرط عدم لغزش

خیلی مهم

وقتی به سرعت حد می‌رسیم ، $F_D(t)$ ، max شده (t) ثابت به زمان بستگی ندارد)

$$+mg - F_\tau - F_D = 0$$

$$\longrightarrow mg - \mu \frac{V_t}{h} A - K V_t^2 = 0 \longrightarrow V_t$$ جواب قابل قبول

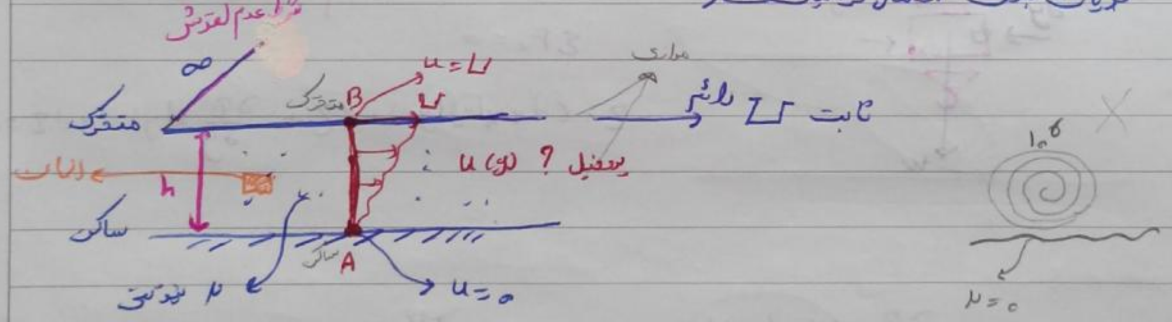
فرض کنید پروفیل سرعت در مسألهٔ اول درجهٔ 2 است نه خطی. مثلاً $u = ay^2$

آنگاه $\left.\frac{du}{dy}\right|_{y=h}$ دیگر مکعب را حساب کنیم (تنش در محل تماس است)

باید اینجا مشتق گرفت و ساده مثل مسأله اول حل کرد

جریان کوئت : Coutte Flow

جریان بدون اعمال گرادیان فشار



شرط عدم لغزش
∞
متحرک
$u=U$
B
متحرک
U
موازی
رانش
ثابت
$u(y)$: پروفیل ?
المان
h
ساکن
A
ساکن
μ نیوتنی
$u=0$
10^6
$\mu=0$

• شرط عدم لغزش: سرعت سیال با جسمی که در تماس با سیال است با هم یکی است (سرعت نسبی شان = 0)

فرض: دما ثابت ← ویسکوزیته ثابت

در نیوتنی ها صادق است

در اکثر غیرنیوتنی‌ها هم صادق است مثلاً در پلیمرهای مذاب به سطح قالب نمی‌چسبد.

× قابل استفاده نیست

با شرایط آزمایشگاهی به آن رسیدیم اثبات نشده

اثبات می‌کنیم پروفیل سرعت خطی است

[illegible] آیا جریان کوئت در [illegible] بدون [illegible] گذاشت؟ [illegible]

خیلی مهم

خیلی مهم

ص بیش

با توجه به شکل مقابل کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

A: نقطه‌ی ساکن

B: نقطه‌ی در حال حرکت

سیالی که بین 2 نقطه چسبیده به آن‌ها نشتی دارد می‌شود

الف) $\tau_A = \tau_B$

ب) $\tau_A < \tau_B$

ج) $\tau_A > \tau_B$

د) $\tau_A \simeq \tau_B$

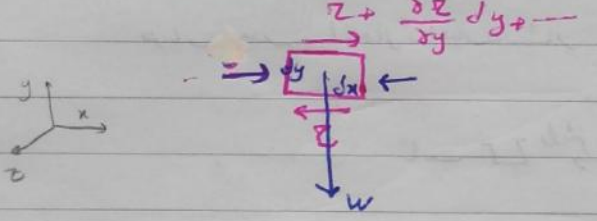
حل: ابتدا ثابت می‌کنیم $\tau_A = \tau_B$ بعد ثابت می‌کنیم که پروفیل سرعت خطی است.

المان در نظر می‌گیریم.

حرکت ما حرکت شتابدار نیست چون سرعت ثابت که بالا است.

ما چون فرض کردیم محیط در سیال پیوسته است پس خواص (تنش‌ها و ...) هم پیوسته است، می‌توان بسط تیلور نوشت.

بسط تیلور می‌نویسیم.



$$\Sigma F_x = 0$$

$$-\tau \cdot (dx \times dz) + (\tau + \frac{\partial \tau}{\partial y} dy)\, dx\, dz = 0$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} \underbrace{(dx\, dy\, dz)}_{dV \neq 0} = 0 \longrightarrow \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \longrightarrow \tau = const.$$

به خاطر [illegible] است؟! آیا [illegible] در پروفیل تنش هم اثر دارد با [illegible] پروفیل سرعت است؟!

[illegible]

در سؤال قبل کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد پروفیل ~~[illegible]~~ سرعت درست است؟ ~~الف~~

به نوع سیال بستگی دارد. اگر طراح سؤال [illegible]

$\tau = \mu (\frac{du}{dy})^2$ تعریف [illegible] است

الف) به صورت خطی است

ب) به صورت سهموی است.

ج) به صورت لگاریتمی است

د) با این معلومات نمی‌توان نظر داد.

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \longrightarrow \tau = const = \tau_0$$

چون سیال نیوتنی است.

$$\tau_0 = \mu \frac{du}{dy} \longrightarrow du = \frac{\tau_0}{\mu} dy \longrightarrow u(y) = \frac{\tau_0}{\mu} y + const$$

$y = 0 \longrightarrow u = 0 \Rightarrow const = 0$

X

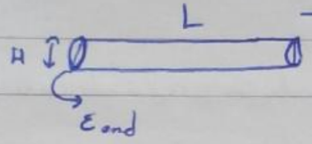
$$\Rightarrow \boxed{u(y) = \frac{\tau_0}{\mu} y}$$

@ $y=H$, $u=U$

$$\longrightarrow \boxed{u(y) = \frac{U}{H} y}$$

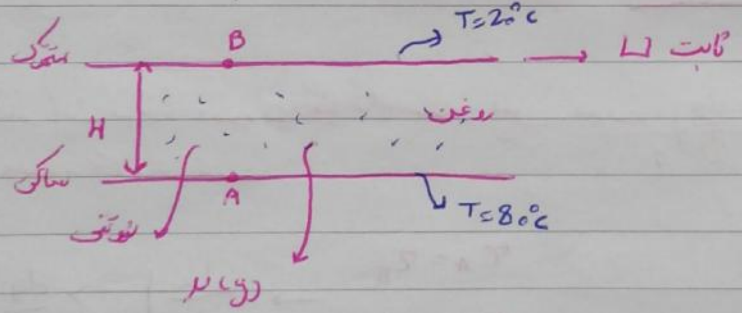
اگر 2 ورق خیلی به هم نزدیک باشند رابطه در همه جا به جز لبه‌ها صادق است و پروفیل خطی است

☆ اگر در کوئت لایه نازک ← پروفیل را در همه جا (99%) می‌توان خطی فرض کرد پس نازک بودن در محاسبات وارد نمی‌شود فقط کاربردش این است که همه جا را می‌توان خطی فرض کرد.



$H << L$

★ مثال: جریان کوئت بین 2 صفحه موازی را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید (صفحه پایین ساکن و صفحه بالا با سرعت ثابت حرکت می‌کند)
فرض کنید سیال واقع بین 2 ورق روغن و ویسکوزیته تابع y باشد ($\mu(y)$ و شکل مثال قبل ثابت نیست) کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد تنش نقاط A و B صادق است.



الف) $\tau_A = \tau_B$ ✓
ب) $\tau_A < \tau_B$
ج) $\tau_A > \tau_B$
د) $\tau_A \simeq \tau_B$

مثل مثال قبل المان گیری کن و حل کن ← الف درست
دینامیک ساده حاکم است.

متغیر ویسکوزیته نقطه A چون طرح تراست کمتر از نقطه B است. و سیال هم تابع است با
دما چون اختلاف دما داریم μ در A و B فرق دارد (در روغن)

متغیر بودن ویسکوزیته چیز مهمی نیست اگر دما مثلاً در لایه بالا T=20 و در پایین T=80 بگیریم ویسکوزیته متغیر می‌شود.

نهال NAHAL

✗ خیلی مهم گزینه درست مثال پایین ب ؟!

✗ خیلی مهم در مثال صفحات ( ) درست است یا ( ) ؟ چرا ؟! اشتباه شده ؟ یا ( ) درست باشد ؟!!

(و μ نازک است)

مثال: کدام یک از گزینه ها زیر در مورد پروفیل سرعت صادق است ؟ (درضمن ؛ سیال از نوع نیوتنی است)

الف) به صورت خطی است. ب) به صورت سهموی است.

ج) به صورت لگاریتمی است د) نمی توان گفت ✓

چون بستگی به μ(y) دارد باید تابع μ(y) برحسب y داده شود.

حل:

$$\frac{\partial \tau}{\partial y}=0 \longrightarrow \tau=\tau_0=\mu\frac{du}{dy}$$

$$\rightarrow du=\frac{\tau_0}{\mu}dy=\tau_0\frac{dy}{\mu(y)} \longrightarrow u(y)=\tau_0\int\frac{dy}{\mu(y)}$$

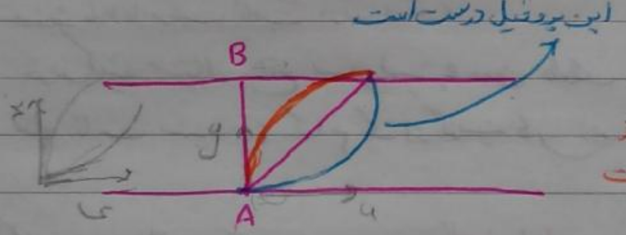
$\mu(y) \longrightarrow$ پروفیل از حالت خطی خارج می شود.

اگر μ ثابت باشد پروفیل خطی داریم اگر ثابت نباشد و برحسب y باشد پروفیل از حالت خطی خارج می شود اگر $\mu(y)=ky$ پروفیل $u(y)$ به صورت لگاریتمی و اگر $\mu(y)=ky^{-1}$ پروفیل $u(y)$ به صورت سهموی می شود.

✗ کلاً درسته ؟

مثال: حال می خواهیم ببینیم شکل پروفیل سرعت به کدام یک از 2 شکل زیر است ؟

این پروفیل درست است



دمای A بیشتر از دمای B است $\longrightarrow \mu_A<\mu_B$

$\frac{du}{dy}$ کمتر باشد به خط عمود نزدیک تر است. پس چون $\frac{du}{dy}\Big)_B<\frac{du}{dy}\Big)_A$ در B پروفیل به خط عمود نزدیک تر است

$$\begin{array}{c}\tau_A=\mu_A\ \frac{du}{dy}\Big)_A\\ \parallel \quad \wedge \quad \vee\\ \tau_B=\mu_B\ \frac{du}{dy}\Big)_B\end{array}$$

$$\begin{array}{l}\tau_A=\tau_B\\ \mu_A<\mu_B\end{array} \longrightarrow \frac{du}{dy}\Big|_A>\frac{dy}{dy}\Big|_B$$

کدام است ؟ کلاً نقش ؟

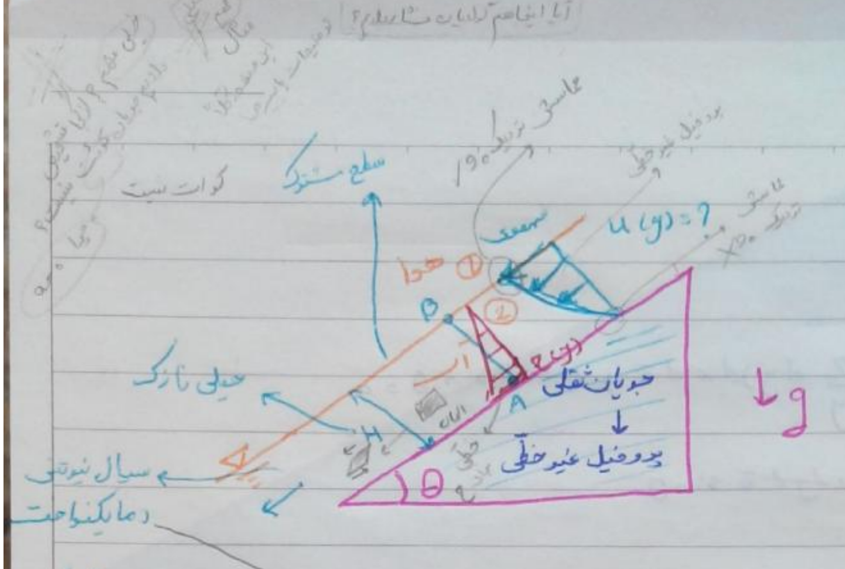
جریان ثقلی:

مثال: آب مطابق شکل با ضخامت ثابت در اثر نیروی ثقل بر روی سطح شیبدار در جریان است.

کدام یک از گزینه ها زیر در مورد پروفیل سرعت درست است ؟

الف) خطی است ب) سهموی است ج) لگاریتمی است د) نمی توان اظهار نظر کرد

نهال


آیا اینجا هم کوات داریم؟
کوات نیست
سطح مشترک
سهمی
90°
پروفیل غیرخطی
u(y) = ?
هوا
①
②
B
A
آب
H
خیلی نازک
جریان ثقلی
پروفیل غیرخطی
سیال نیوتنی
دما یکنواخت
θ
g

کوات نیست

(μ = const) μ ثابت است.

جریان کوئت نیست! دو سیال با هم در تماس اند.

نقطهٔ A و نقطهٔ B تنش کدام بیشتر است؟

خواص سطح مشترک: Interface ← مایع / مایع

مایع / گاز مثل اینجا آب/هوا

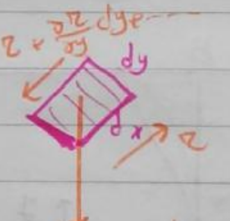
* در سطح مشترک تا مستقیم شرط مرزی دینامیکی داریم: $\tau_1 = \tau_2 \neq 0$ مایع / مایع

به طور آزمایشگاهی $\tau_1 = \tau_2 \cong 0$ حالت خاص مایع / گاز

در دیواره (A) شیب $\neq 0$ است در B شیب به سمت 0 می‌رود.

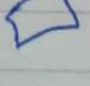
$\tau_B = 0$ $\tau_A \neq 0$

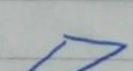
المان می‌گیریم:


$\tau + \frac{\partial \tau}{\partial y} dy$
dy
dx
τ

$dw = \gamma \, dV = \gamma \, dx\, dy\, dz$

حرکت بدون شتاب است چون مثل صفحهٔ قبل نیست که یک صفحه سرعت ثابت داشته باشد پس از کجا بفهمیم $a=0$ ؟ اینجا چون گفتیم H ثابت یعنی حرکت بدون شتاب چون اگر $a>0$ و شتاب داشته باشد المان همین طوری که پایین می‌آید دائماً سرعتش زیاد می‌شود پس باید H اش کم شود تا حاصل ضرب ثابت بماند!! ✗ ($a>0$ V↑ ← H↓) و اگر $a<0$ سرعت ↓ ← H↑

تشخیص جهت تنش ها:  سطح پایینی چون سرعت کمتر و سطح بالایی بالاتر

سرعت بیشتر است پس بعد از زمان dt به صورت  می‌شود یعنی تنش ها به صورت زیر است:

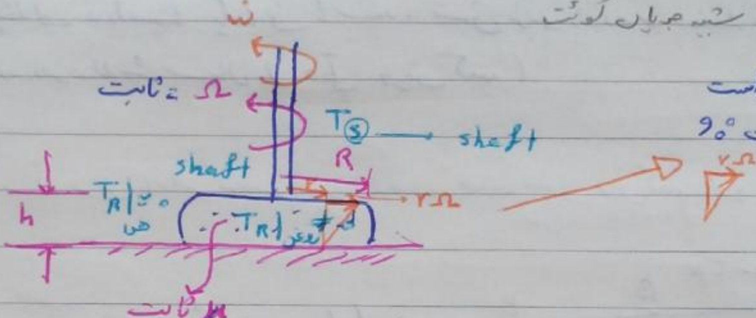
چون پروفیل غیر خطی است ما تنش را باید در همان جایی که خواسته حساب کنیم

در مثال قبل تنش همه جا ثابت بود. این تنش همه جایی بود

$$u(y)=ay^3$$

$$\tau_B=\mu\left(\frac{du}{dy}\right)_B=\mu(3ay^2)\Big|_{y=H}=3a\mu H^2$$

• مثال: (مثال چرخشی) شبیه جریان کوئت



سرعت سیال عمود بر صفحه است
برای کشیدن نشان دادن 90°
چرخانده‌ایم آوردیم در صفحه

دیسک دواری به شعاع R با سرعت زاویه‌ای ثابت Ω در تماس با لایه نازک روغن به ضخامت h و ویسکوزیته μ در حال چرخش است به طوری که توان مصرفی برابر $\dot W$ است. اگر Ω، 2 برابر شود توان مصرفی چند برابر می‌شود؟ (پروفیل سرعت را خطی فرض کنید، از گشتاور مقاوم هوا صرف‌نظر کنید)

2 (1   4 (2 ✓   8 (3   16 (4

حل:

در حرکت چرخشی: گشتاور

$$\Sigma T = I\frac{d\Omega}{dt}\xrightarrow[\text{البته با } J \text{ نشان می‌دهند}]{I \text{ را در حرکت چرخشی}}\Sigma T = \underset{\text{ممان اینرسی}}{J}\frac{d\Omega}{dt}$$

اینجا هم با سرعت زاویه‌ای ثابت داریم (هی دور می‌زند و هی زیاد می‌شه تا به جایی برسه که Ω_{max} بشه) وقتی که Ω ثابت می‌شود ΣT ما صفر می‌شود.

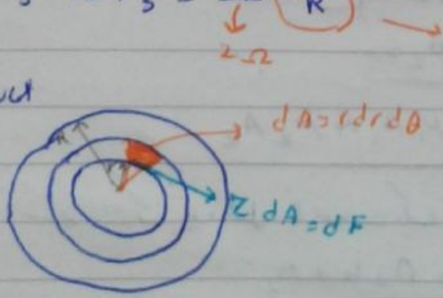
$$\Sigma T=0 \longrightarrow T_s = T_R \rightarrow \text{مقاومت}$$

خود سیال گشتاور مقاوم ایجاد می‌کند

$$\dot W_s=\Omega T_s=\underset{2\Omega}{\Omega}\,\boxed{T_R}\rightarrow ?$$

(از لحاظ ابعاد) گشتاور شفت × سرعت زاویه‌ای = توان مصرفی شفت

المان گرفتیم در r



$$T_R=\iint r\cdot dF=\iint r\cdot\tau\, dA=$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^R \underset{\mu\frac{r\Omega}{h}}{\boxed{\tau}}\, r\,dr\,d\theta = 2\pi\left(\int_0^R r^3dr\right)\frac{\mu\Omega}{h}$$

$$=2\pi\frac{\mu\Omega}{h}\frac{R^4}{4}$$

نهال NAHAL

فایل نهم تعیین پروفیل خطی و کوئت چیه؟

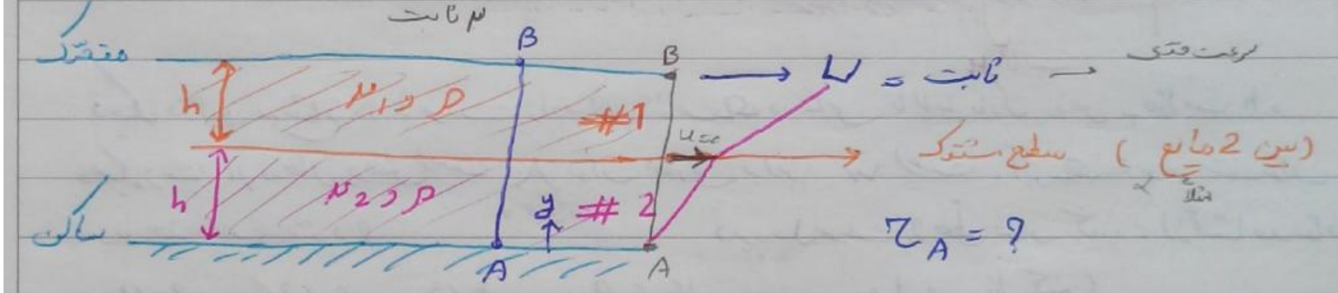
اگر شعاع را 2 برابر می کردیم چند برابر می شد؟ (با همان h و سیال قبلی)

اگر شعاع دیسک را 2 برابر کنیم h تغییر نمی کند ولی اگر شعاع دوغن را 2 برابر کنیم T ، 16 برابر می شود

• مثال: ص 176 سؤال کنکور از کتاب استاد!!

دو سیال مخلوط‌نشونده مطابق شکل بین 2 صفحهٔ موازی قرار دارند. با فرض اینکه هر دو سیال دارای چگالی و دانسیتهٔ یکسان باشند، تنش برشی وارده بر صفحهٔ پایینی چقدر است؟ (پروفیل سرعت در هر دو لایهٔ سیال را خطی فرض کنید)

از نظر حل مسأله فرقی با حالتی که بین 2 صفحه، صفحهٔ سومی فرض کنیم ندارد.



دما ایزوترم ← ویسکوزیته ثابت است. (جرم واحد حجم) دانسیته یا چگالی = ρ
Density

مهم ؟ از کجا بفهمیم پروفیل خطی است؟ آیا کوئت است؟

حل:

$$u_1(y) = A_1 y + B_1$$

$$u_2(y) = A_2 y + B_2$$

$\mu_2 A_2$ را سؤال در واقع خواسته ما A_2 را پیدا کنیم حل می شود
ولی برای پیدا کردن A_2 ابتدا باید B_2 و ... را پیدا کرد.
برای پیدا کردن A_1 و A_2 ، B_1 و B_2 باید سراغ شرط‌های مرزی برویم.

$$\tau_A = \mu_2 \left(\frac{du}{dy}\right)_2 = \mu_2 A_2$$

شرط‌های مرزی ⟶
$$\begin{cases} @\ y = 2h\ ,\ u_1 = U \rightarrow \underline{U = A_1(2h) + B_1} \\ @\ y = 0\ ,\ u_2 = 0 \longrightarrow \underline{B_2 = 0} \end{cases}$$
شرط‌های عدم لغزش

در مرز سطح مشترک: $@\ y = h\ ,\ \tau_1 = \tau_2 \longrightarrow \underline{\mu_1 A_1 = \mu_2 A_2}$

در سطح مشترک پروفیل ها سرعت یکسان دارند.

$$@\ y = h\ ,\ u_1 = u_2 \longrightarrow \underline{A_1 h + B_1 = A_2 h + B_2}$$

از حل 4 معادلهٔ بالا ← B_2 و B_1 و $\boxed{A_2}$ و A_1 ✓

که ما دنبال A_2 بودیم

[illegible]

$$\Rightarrow \tau_A = \mu_2 \left(\frac{U}{h\left(1+\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)} \right)$$

در کتاب استاد سرعت سطح مشترک را می‌خواستند که برابر $A_2 h + B_2$ است که چون $B_2 = 0$ ← برابر $A_2 h$ است.

(این گونه نیست که سیال سنگین بالا قرار گیرد چون ناپایداری شد) $\mu_1 < \mu_2$

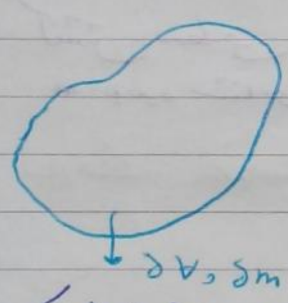
ρ چگالی یا دانسیته δ

$\rho g = \gamma$ وزن مخصوص — دانسیته ترکیبش با شتاب ثقل می‌شود وزن مخصوص ← **سیال ساکن**

در سیال ساکن وزن مخصوص مهم است.

$\frac{\mu}{\rho} = \nu$ ویسکوزیته سینماتیکی

چگالی نسبی = SG تا حالا سؤال نداده ولی مهم است.

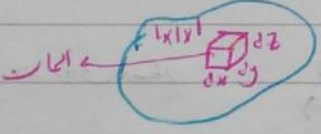


$$\bar{\rho} = \frac{\delta m}{\delta \forall}$$ دانسیته متوسط

جرم

حجم

اگر بخواهیم چگالی را به جای متوسط در یک نقطه مثل o تعریف کنیم. اطراف o المان بگیریم. $dx\,dy\,dz$ که o در مرکزش باشد. حال حد بگیریم: $\delta\forall \to 0^*$ هست طوری که کوچک می‌کنیم به $1^{\mu m}\times 1^{\mu m}\times 1^{\mu m}$ برسیم داشتیم.



$$\lim_{\substack{\delta\forall \to 0^* \\ \delta\forall_{min}}} \frac{\delta m}{\delta \forall} = \rho_o$$

$\delta\forall \to 0 = \delta\forall_{min}$

آیا برای سیال در حال حرکت دانسیته مهم است یا نه؟ اگر حرکت شتابدار باشد چه سیال تراکم پذیر باشد چه غیرقابل تراکم آنگاه جرم سیال ← ρ مهم می‌شود پس در حرکت شتابدار دانسیته را حتماً در نظر گرفت

$(\delta m)_{o\forall} \longrightarrow \rho_{o=s}$

در جریان بلازیوس چون حرکت شتابدار است ویسکوزیته بالا داریم

شتاب < زمانی / مکانی هر کدام باشد دانسیته را وارد می‌کند.

در جریان کوئت که حرکت بدون شتاب است دانسیته وارد نمی‌شود.

نهال NAHAL

شرایط استاندارد 25° شود؟!!

ماده مبنا

سیال مبنا آب ← سیال مورد نظر مایع

(آب 4° در فشار اتمسفر)

سیال مبنا هوا ← سیال مورد نظر گاز

در شرایط استاندارد (15°c و 100kpa و 1atm یا ?)

ماده مبنا آب است ← ماده‌ی مورد نظر جامد باشد

چگالی نسبی

$$SG = S = \frac{\rho_{\text{مورد نظر}}}{\rho_{\text{ماده مبنا}}}$$

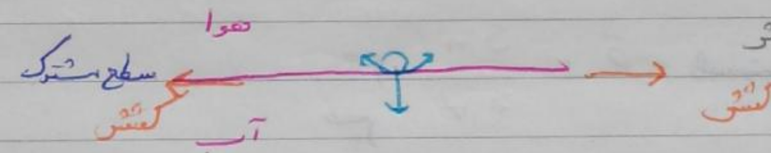
SG نگوییم نسبت وزن مخصوص‌ها ست نسبت چگالی‌ها است

از کشش سطحی غیر مستقیم سؤال داشتیم

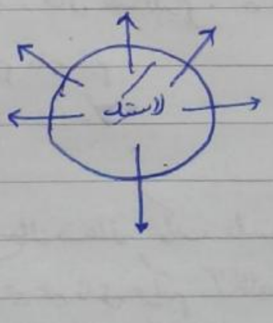
کشش سطحی: σ

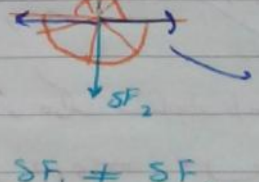
* پدیده شناسی

سطح مشترک: مثل پوسته نازک تحت کشش


هوا
سطح مشترک
کشش
آب
کشش

در درون سیال




δF1
δF2
در سطح
ناپیوستگی فشار

$\delta F_1 \neq \delta F_2$ ← در فشار متفاوت از بالا و پایین

← ناپیوستگی فشار ← پس حتماً کشش آب وجود دارد که این ناپیوستگی فشار را خنثی کرده که حرکت نمی‌کنند ثابت می‌شوند.

مسائل کشش سطحی:

۱- محاسبه‌ی نیروی کشش سطحی ← F

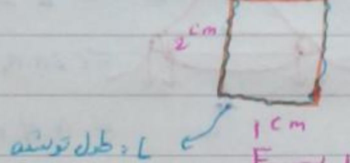
F ~ L

$F_\sigma = \sigma L$ تر شده

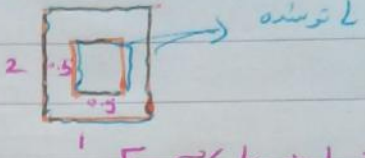
③

σ: ضریب تناسب که از یک سیال به سیال دیگر و از یک سطح به سطح دیگر عوض می‌شود.

σ جزو خواص سیال / جامد است (جزو خواص 2 گانه است)

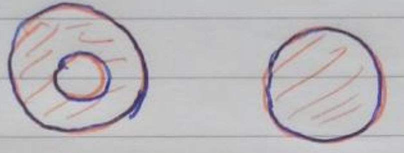


$F = \sigma L$



$F = \sigma(L_1 + L_2)$

حتی اگر وزن مساوی باشد

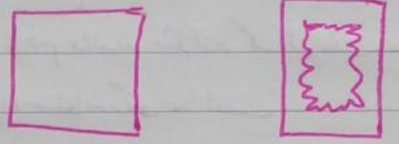


احتمال این که ⑤ روی سطح بماند بیشتر است چون طول تر شده بیشتر و F بیشتر است.

هر چه طول بیشتر باشد F بیشتر راحت‌تر روی سطح آب می‌ماند

2) ناپیوستگی فشار

3) پدیدهٔ موئینگی

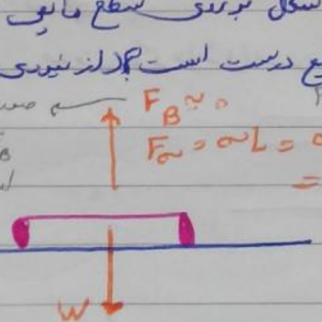


کلمات بسیار مهم‌اند. با وزن معلوم W

مثال: حلقهٔ بسیار نازکی به شعاع R از جنس پلاتین مطابق شکل بر روی سطح مایعی با کشش سطحی مجهول قرار دارد کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد کشش سطحی مایع درست است؟ (از نیروی بویانسی و ارشمیدس صرف نظر کنید)

$F_B = $ وزن مخصوص سیال × حجم

$F_B \simeq 0$ ← سم صورت گفته که ما می‌توانیم F_B را صرف نظر کنیم زمانی این کار را می‌کنیم که یکی خیلی بزرگ یکی خیلی کوچک باشد.



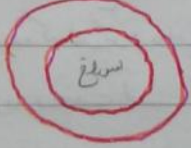
$$F_\sigma = \sigma L = \sigma(2\pi R_1 + 2\pi R_2) \overset{R_1=R_2}{=} 4\pi R\sigma$$

تشخیص طول در این مسائل مهم است.

$$\Sigma F_z = 0$$

$$W = F_\sigma = 4\pi R\sigma \Rightarrow \sigma = \frac{W}{4\pi R}$$

$R_1 \simeq R_2$
↓
R



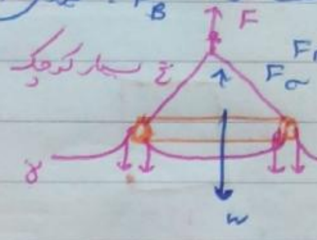
اگر از بالا نگاه کنیم

اگر بگویند حلقه بسیار نازک $R_1 \simeq R_2$ نگو یک محیط داریم همان 2 محیط داریم
↓
R

پلاتین فلزی است که اغلب مایعات به آن می‌چسبند

← روش اندازه گیری کشش سطحی کشش حلقه

آزمایش: اگر با نیرویی حلقه را بالا بکشیم. (F را داریم) اینجا با دقت بیشتری می‌توان F_B را صفر گذاشت (F_B : نیروی ارشمیدس)



$F_B \simeq 0$

$F_\sigma = \sigma L = \sigma(2\pi R_1 + 2\pi R_2)$

$= 4\pi R\sigma$

$F - w - F_\sigma = 0$

$F_\sigma = \sigma(4\pi R) = F - w$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma = (F - w)/4\pi R} \checkmark$$

قضیه یانگ - لاپلاس

$$\Delta p = \sigma\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

اختلاف فشار در کشش سطحی

سطوح خمیده حداکثر 2 شعاع انحنا دارد.

گاهی 2 شعاع انحنا با هم برابرند مثل کره که اگر المان روی سطح آن بگیریم شعاع انحناها همان شعاع کره‌ی دیگر کره‌اند. در استوانه یکی شعاع استوانه دیگری ∞ است.

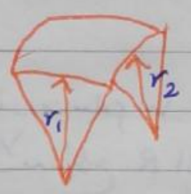
کره $r_1 = r_2 = R$

استوانه $r_1 = R$

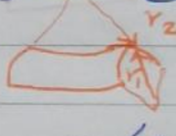
$r_2 = \infty$

↓

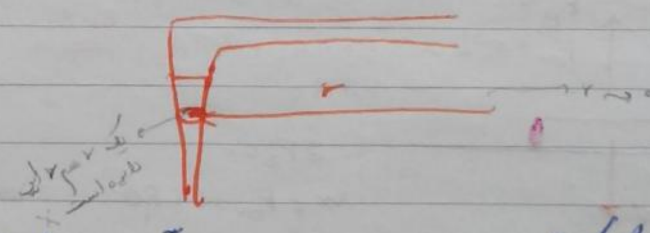
یکی اش خط راست است که مرکز ∞ می‌رود و شعاع ∞ می‌شود.



مثل زین اسب!



اگر از بین 2 شعاع انحنا یکی خیلی بزرگ است می‌توان صرف نظر کرد (مثل استوانه) یا مثال زیر



مثال ۲ قطره‌ی بسیار کوچک آب به شعاع R به صورت معلق در هوا را در نظر بگیرید. (فرض کنید کره خیلی ریزی است که حرکت عمومی انجام نمی‌دهد که از کره خارج شود) کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد اختلاف فشار داخلی و خارج این قطره درست است؟

* فشار در داخل قطره همیشه از خارج بیشتر است. این که چقدر بیشتر است را باید از طریق قضیه یانگ لاپلاس حساب کنیم.

* آن که به مرکز انحنا نزدیک‌تر است فشار سطحی بیشتر است. چقدر بیشتره؟ ↓

فشار داخل قطره بیشتر از فشار

ممکن است هرچه R کوچک‌تر باشد اختلاف بیشتر هم می‌شود! (اگر $R < 1\,nm$ را باید در نظر بگیریم) ×

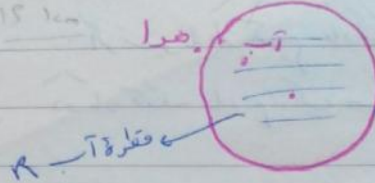
$\Delta P = \sigma(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2})$

از کجا آمد ؟

مثال با سیب مف ؟

تقریباً سطح صعود ← است

12 1cm

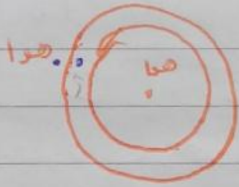


$$\Delta P = \sigma(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}) = \sigma(\frac{1}{R}+\frac{1}{R}) = \frac{2\sigma}{R} = P_i - \boxed{P_0}_{P_{atm}}$$

الف) $\frac{\sigma}{R}$ ب) $\frac{2\sigma}{R}$ ✓ ج) $\frac{3\sigma}{R}$ د) $\frac{4\sigma}{R}$

در مورد آب های وسیع یا آبی که حالت افقی دارد نیازی به در نظر گرفتن ΔP نداریم نزدیک شدن آب وسیع مثلاً دریا، حوض و... یا سطح لوله آبی که قطرش > 1^{cm} باشد $\Delta P \simeq 0$ می‌گیریم اگر قطرش زیر 1^{cm} شد باید مواظبش باشیم

اگر به جای قطره حباب صابون داشتیم جواب $4\frac{\sigma}{R}$ می‌شد چون ما هم در داخل هم در خارج هوا داریم و هر کدام $\frac{2\sigma}{R}$ فشار را از P_{atm} زیادتر می‌کنند $\xrightarrow[\text{مجموعاً}]{} \frac{4\sigma}{R}$



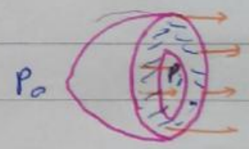
$P_0\pi R^2 - P_i\pi R^2 + \sigma(2\pi R)$

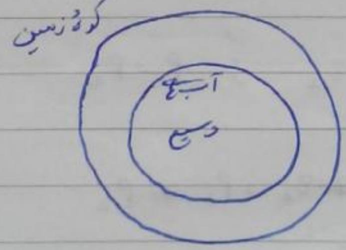
$\sigma(2\pi R_1 + 2\pi R)$

$\Sigma F_x = 0 \qquad P_0\pi R^2 - P_i\pi R^2 + \boxed{F_\sigma} = 0$

$\Rightarrow \Delta P = P_i - P_0 = \frac{4\sigma}{R}$

در واقع





آب های وسیع :

$\Delta P = \sigma(\frac{1}{\underset{\text{زمین}}{R}+h} + \frac{1}{r_2})$

نهال NAHAL

؟ $\Delta p = \sigma(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2})$ ؟

مهم ؟

× مثال پایین ؟ حباب صابون بادکنک

اگر شیر را باز کنیم بادکنک سمت راستی شعاعش بیشتر می‌شه یا کمتر ؟

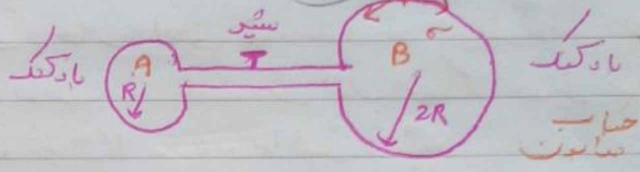
دو بادکنک داریم از یک جنس یکی بیشتر یکی کمتر باد کردیم با شیر به هم وصل کردیم

~~[illegible]~~ هم اندازه می‌شوند [illegible]

بادکنک:

بیشتر باد کنیم تنش روی پوسته ↑ فشار ↑ (اگر سطح بیشتر باد شه تنش هم برسد)

بادکنک $P_B > P_A$



حباب صابون: برخلاف بادکنک می‌باشد چه R چه 2R کشش سطحی فرقی ندارد کشش سطحی مستقل از شعاع است و به دما فقط ربط دارد ۲

$\Delta p = \frac{4\overset{\text{یکسان}}{\sigma}}{R} \longrightarrow R_A < R_B \longrightarrow P_A > P_B$

حباب صابون $P_B < P_A$

شیر را باز کنیم از فشار بیشتر به فشار کمتر می‌رود. A سریع کوچک‌تر می‌شود و اوضاع بدتر می‌شود $P_B \ll P_A$ می‌شود (حرکت شتابدار سریع)

حباب صابون

93,2,28

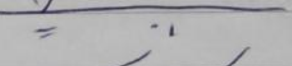
آیا $\tau_1 = \tau_2$ هم هست ؟!

در حالت کلی

مثال: کدام یک از گزینه‌های زیر در سطح مشترک بین دو سیال مخلوط نشونده درست است ؟

مثلا آب و هوا مثل آب و روغن

الف) $\tau_1 = \tau_2$ و $P_1 = P_2$



ساکن یا متحرک (فرق ندارد)

ب) $\tau_1 \neq \tau_2$ و $P_1 \neq P_2$

ج) $\tau_1 = \tau_2$ و $P_1 \neq P_2$

د) $\tau_1 \neq \tau_2$ و $P_1 = P_2$

$\tau_1 = \tau_2$ صحیح ← تنش برشی ← در جلسه قبل گفتیم که مساوی‌اند.

شرط دینامیکی

فشار ← در حالت کلی $\Delta p = \sigma(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2})$ ← حالت خاص $P_1 = P_2$

سطح تخت باشد

کشش سطحی ۰ باشه یا سطح تخت باشد فقط $P_1 = P_2$ می‌شود

* مبحث پدیده‌ی مویینگی :

Capillary Rise ← آب

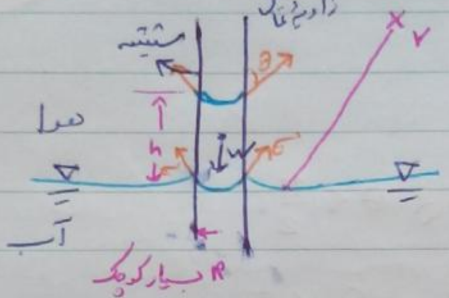
Fall ← جیوه

حالت I :

آب، هوا یا آب، روغن

آب وسیع است (∞) که بتوان سطح آن را تخت گرفت

آب



3 نوع ماده آب، هوا و شیشه داریم

چسبندگی آب، هوا ← کشش ⇐ سطح از حالت افقی خارج و قوس دار می‌شود

در بیرون لوله هم این گونه است. ولی شعاع انحنا خیلی زیاد است $R < r$ ← دیده می‌شود

(R: شعاع انحنای داخل لوله) (r: شعاع انحنای خارج لوله)

به دلیل مؤلفه عمودی σ آب درون لوله بالا می‌آید تا با W خنثی شود حال می‌خواهیم حساب کنیم چقدر بالا می‌آید $h = ?$

هر چه شعاع کوچکتر $\uparrow h$

اگر $R \geq 1\,cm$ دیگه با چشم مسلح نمی‌توان دید بالا رفتن h ولی اگر از mm کوچکتر باشد سیستم آب و هوا σ را تعیین می‌کند. (خاصیت 2 گانه)

σ بین سیال و جسم جامد (خاصیت 2 گانه)

$$\Sigma F_z = 0$$

$$+\underbrace{F_\sigma}_{\sigma \cdot L} \cos\theta - \underbrace{W}_{\left(\frac{\pi d^2}{4} \cdot h\right)\gamma_{\text{سیال}}} = 0$$

$$L \to 2\pi R = \pi d$$

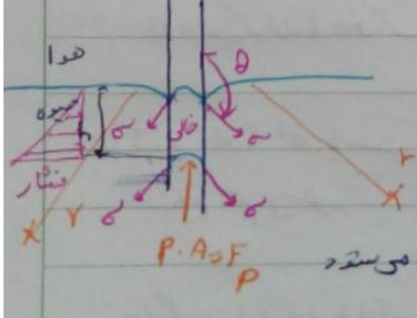
$$\boxed{h = \frac{4\sigma\cos\theta}{\gamma d}}$$

$R \geq 1\,cm$!؟

مایع و جنس شیشه و ...) هر دو مهم است در حالت Fall و Rise)

حالت II

جیوه از شیشه خوشش نمی‌آید! تماس با جیوه به حداقل می‌رساند



اینجا $\theta > 90$

جیوه پایین می‌آید تا سیستم به تعادل برسد و بایستد.

F ناشی از فشار با F_σ مساوی می‌شود و باعث تعادل می‌شود

$$\sum F_z = 0$$

$$-\underbrace{F_\sigma}_{\sigma(\pi d)} \cos\theta + \underbrace{F_p}_{p \cdot A = \gamma h \cdot \frac{\pi d^2}{4}} = 0$$

$$\boxed{h = \frac{4\sigma\cos\theta}{\gamma d}}$$

$\text{Rise} \Longleftarrow \cos\theta > 0 : 0 \le \theta < \frac{\pi}{2}$

$\text{Fall} \Leftarrow \frac{\pi}{2} < \theta \le \pi$

$\theta = \frac{\pi}{2}$ حالت خاص و آب در سطح خودش می‌ماند.

- لوله از جنس شیشه داریم که سرش باز است اگر لوله را از آب پر کنیم. اگر چوب پنبه را برداریم اگر قطر زیاد باشد همهٔ آب تخلیه می‌شود اگر قطر کم باشد همهٔ آب تخلیه نمی‌شود ← مثل لولهٔ پیپت. هرچه قطر لوله ↓ ↑h

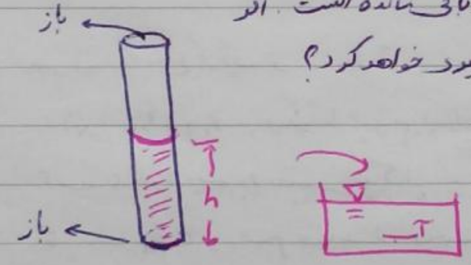
مثال: در انتهای یک لوله‌ی مویین مقداری آب در اثر کشش سطحی باقی مانده است. اگر انتهای لوله را مماس بر آب داخل یک ظرف بزرگ نماییم h چه تغییری خواهد کرد؟

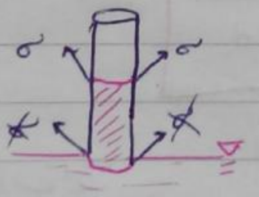
الف) کاهش می‌یابد. ✓

ب) افزایش می‌یابد

ج) تغییر نمی‌کند

د) با این معلومات نمی‌توان نظر داد.

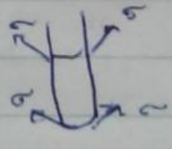




F_σ ← نصف

وزن آبی که می‌تواند بلند کند ← نصف

ارتفاع ← نصف



قبل از اینکه لوله را داخل آب کنیم 4 تا σ وزن را خنثی می‌کند ولی لوله را داخل آب کنیم 2 تا σ پایین از بین می‌روند و وزن با 2 تا σ مجبوره خنثی شه پس وزن کم و ارتفاع کم می‌شود

حالا اگه دوباره لوله را از آب بیرون بیاریم این بار وزن نصف شده ولی دوباره 4σ ایجاد می‌شود حالا مایع شروع به حرکت به بالا می‌کند تا با drag اصطکاکی و تنش برشی و σها با وزن خنثی شود.

روغن های با اختلاف آ—— کمی تا —ط— بالا رود

سال هفت بخش ۱ : بی موضوع ؛ سؤال آمده بود

بخش 2 :

ـــ نیروی ارشمیدس یا بویانسی مثال بیشتر سؤال آمده

استاتیک سیالات

تعریف فشار در یک نقطه

قضایای پاسکال

شرط های تعادل استاتیکی

بارومتری به مانومتر

نیروی وارده بر سطوح تخت و خمیده از طرف سیال ساکن

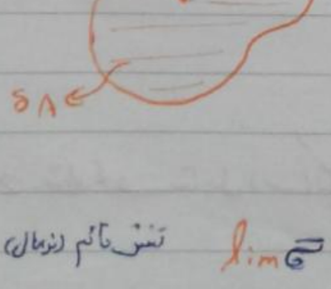
نیروی ارشمیدس (بویانسی)

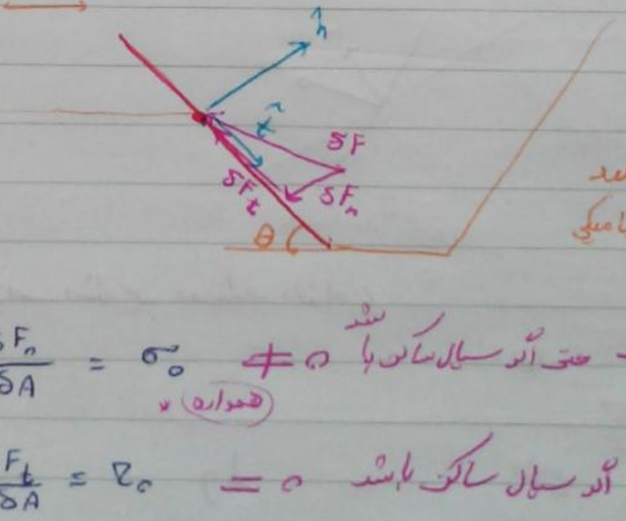
نقطه هر جایی تونه باشه (در داخل سیال روی دیواره یا ...)

سطحی را دور نقطه در نظر بگیرد تا آن نقطه مرکز سطح ما باشد.

در حالت کلی نیرویی به سطح ما وارد می‌شود δF که 2 مؤلفه دارد.

تی کشش سطحی نیست! ما کلم داریم! این تنش σ هم متوسط است.





چون به دما بستگی ندارد

← فشار ترمودینامیکی

تنش قائم (نرمال) متوسط $\lim \bar{\sigma} = \lim \frac{\delta F_n}{\delta A} = \sigma_0 \neq 0$ حتی اگر سیال ساکن باشد → مرجع قرارداد

(همواره)

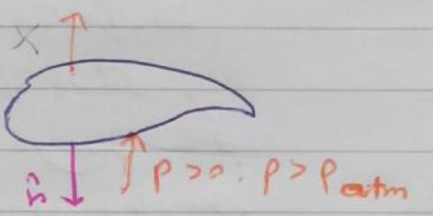
تنش برشی متوسط $\lim \bar{\tau} = \lim \frac{\delta F_t}{\delta A} = \tau_0 = 0$ اگر سیال ساکن باشد

$\delta A \to 0^+$

* تنها موقعی که τ هم صفر دقیق است که دما ۰ مطلق باشد در دمای صفر مطلق جنبش مولکولی نداریم و تغییر اندازه حرکت در واحد سطح فشار می‌شود.

قرارداد :

در سیال ساکن به جای نماد σ از حرف p استفاده می‌شود.
طبق تعریف p مثبت است اگر در خلاف جهت $\hat{n}$ باشد

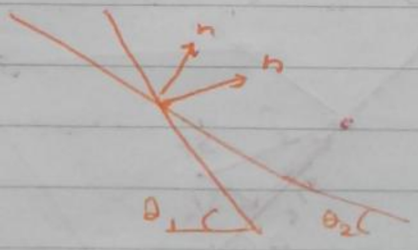


تا زمانی که گرادیان سرعت نباشد ما τ نمی‌بینیم ولی می‌توان σ داشت.
تنش برشی

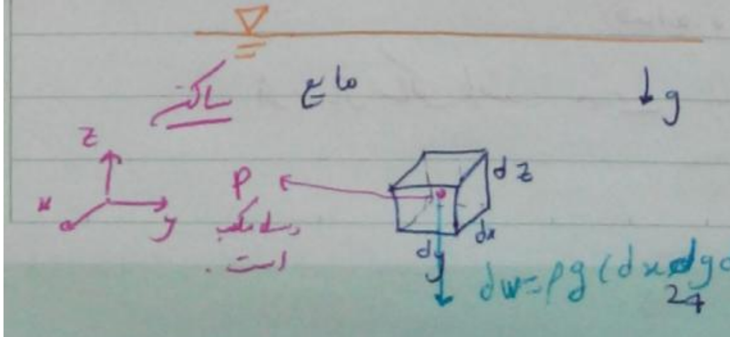
قضایای پاسکال

از نقطه ۰ می‌توان بی‌شمار سطح عبور داد که هر کدام یک بردار یکه n دارند و θها نیز هم فرق دارد
آیا این سطح زاویه‌اش مهم است؟ بله هنگامی که $\Sigma F_x = 0$ می‌نویسی θ مهم است.
زاویه θ هم نسبت هم نیست از کاهدی کوری به نقطه مورد نظر می‌رسی.

۱- فشار در یک نقطه مستقل از جهت است. ← در مورد سیالات نیوتنی صحت
در مورد سیال غیرنیوتنی جمله صادق نباشد شل کریستال مایع. که خواص جهت‌دار است

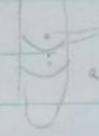


2- شرط‌های تعادل استاتیکی و تغییرات فشار بین دو نقطه دلخواه)



$dw = \rho g (dx\,dy\,dz) \rightarrow$ Body Force

X تا مقعیت پاسکال فقط برای سیال ساکن است؟



فشار کدام بیشتره؟

Body Force : نیرویی که به ذرات تشکیل‌دهنده سیال وارد شود (γ یا ρg نشان داده شد)

نیروی بدنی / نیروی حجمی!

که به تمام ذرات جرمی داخل حجم اثر می‌کند

surface Forces
نیروی سطحی

فشاری $P \neq 0$

تنشی $\frac{\text{چون سیال}}{\text{ساکنه}} = 0 \quad \tau = 0$

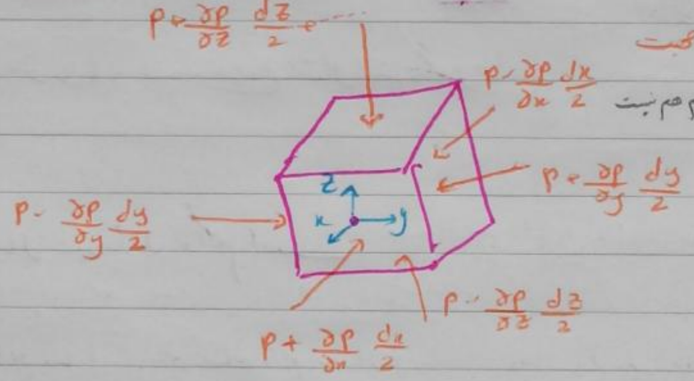
که روی سطح اثر می‌کند.

دو نقطه به هم نزدیک‌اند و P وابسته به x و y و z (میدان فشار) : از بسط تیلور استفاده می‌کنیم:

در بسط تیلور از توان درجه 2 و 3 و ... چون ریزه صرف نظر کن:

فشار در 6 وجه مکعب مستطیل را به فشار در مرکزش ارتباط می‌دهیم:

+ و - ها بر اساس جهت دستگاه مختصات ولی همه هم جهت


$P + \frac{\partial P}{\partial z}\frac{dz}{2}$
$P - \frac{\partial P}{\partial x}\frac{dx}{2}$
$P + \frac{\partial P}{\partial y}\frac{dy}{2}$
$P - \frac{\partial P}{\partial y}\frac{dy}{2}$
z
x
y
$P - \frac{\partial P}{\partial z}\frac{dz}{2}$
$P + \frac{\partial P}{\partial x}\frac{dx}{2}$

و معادله تعادل را بنویسیم:

توجه

سیال در جهت x حرکت نمی‌کند چون در جهت x فشار نه کم و نه زیاد می‌شود!!

همین طور در جهت y!

ولی در جهت z، نیروی بدنی هم وارد می‌شود. فشار در جهت z داریم

تغییر

$\boxed{\Sigma F_x = 0} \rightarrow$

$$-\left(P + \frac{\partial P}{\partial x}\frac{dx}{2}\right)(dy \cdot dz) + \left(P - \frac{\partial P}{\partial x}\frac{dx}{2}\right)(dy \cdot dz) = 0$$

$$\rightarrow \; -\frac{\partial P}{\partial x}\underbrace{(dx\,dy\,dz)}_{dV \neq 0} = 0 \longrightarrow \boxed{\frac{\partial P}{\partial x} = 0} \quad ①$$

$$\Sigma F_y = 0 \longrightarrow \boxed{\frac{\partial P}{\partial y} = 0} \quad ②$$

جهت W هم در این راستا است.

$\boxed{\Sigma F_z = 0} \longrightarrow \frac{\partial p}{\partial z} = -\gamma$ یا $\boxed{\frac{dp}{dz} = -\gamma}$ ③

- ۱ و 2 ⇐ در سیال ساکن فشار در سطوح افقی ثابت است

- در سیالات ساکن تغییرات فشار در جهت z به صورت معادلهٔ دیفرانسیل زیر است:

$$\boxed{\frac{dp}{dz} = -\gamma}$$

$\gamma > 0 \rightarrow -\gamma < 0 \quad \frac{dp}{dz} < 0$

$dz > 0$ افزایش ارتفاع $\rightarrow dp < 0$

در سیالات ساکن، با افزایش ارتفاع فشار کاهش می‌یابد

این که چگونه کاهش می‌یابد بسته به نوع سیال است که می‌خوانیم

الف) سیال غیرقابل تراکم است.

$\rho \neq \rho(p)$

$\rho = const$

ρ می‌تواند تابع دما باشد ولی نباید تابع فشار باشد دقت می‌گوییم ρ=cte منظور هست که تابع فشار نیست.

$p(z) = \int dp = -\underbrace{\rho \int g}_{\text{ثابت}} \, dz + c$

$\boxed{p(z) = -\gamma z + \cancel{c}\, P_0}$

$@\ z = 0 ,\ p = P_0 = P_{at}$

اگر در سؤالی گفتند در سیاره‌ای g با z تغییر کند از g هم بگیرید.

در سطح آزاد $p = P_{atm}$

تغییرات فشار با z به صورت توان ۱ است

اگر سیال غیرقابل تراکم باشد و شتاب ثقل هم ثابت باشد ⇐ فشار به صورت خطی با افزایش ارتفاع کاهش می‌یابد

فشار به صورت خطی با افزایش عمق افزایش می‌یابد.

فشار مطلق فشاری است که atm در آن لحاظ شده باشد همیشه + یا نهایتاً ۰ است اگر

P_{atm} را از مطلق کم کنیم ← p نسبی که می‌تواند + یا - باشد به همین دلیل گاهی ابزار فشار [illegible]

به این فشاری که برحسب عمق یا ارتفاع بیان می‌شود ← فشار هیدرواستاتیکی

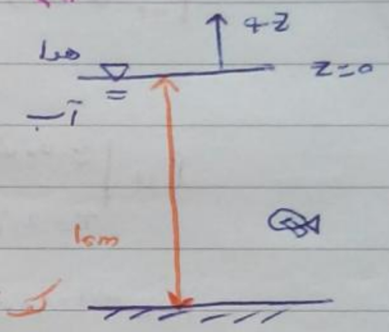
~~فشار مطلق همیشه مثبت~~

اگر به جای c ، P_{at} بگذاریم فشار مطلق داریم

$$\longrightarrow p(h)=\gamma h+P_{at} \longrightarrow \text{فشار مطلق} > 0$$

$$P_g = p(h) - P_{at}$$

$\gtrless 0$ نسبی



(ماهی در ارتفاع ۱۰- یا عمق ۱۰ است)

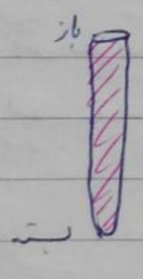
$-Z=+h$

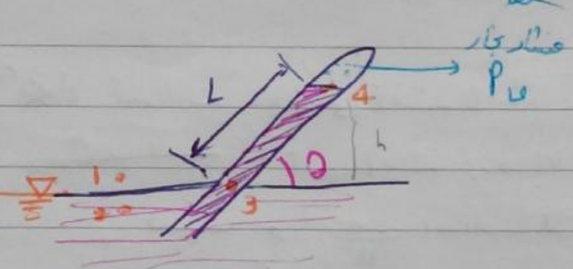
$-dZ=+dh$

مثال: با توجه به شکل مقابل کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد فشار جو درست است؟ (سیال از نوع غیر قابل تراکم است (لعت) از کشش سطحی صرف نظر کنید) ≅ لوله قطرش > 1^{cm} است

سیال ساکن است.

قبل از اینکه سیال را معکوس کنیم داخل آن را پر از آب کنیم





الف) $=P_v+\gamma L\sin\theta$

ب) $=P_v+\gamma L\cos\theta$

ج) $=P_v+\gamma L\tan\theta$

د) $=P_v+\gamma L\cot\theta$

بارومتر ← وسایل اندازه‌گیری فشار محیط یا جو

از جیوه استفاده می‌شود.

(P با P_2 برابر نیست اگر سطح بزرگ باشد ، از کشش سطحی صرف نظر کردیم ← $P_1 \cong P_2$)

در سطح بی‌نهایت کامله!!

(سطح مایع افقی است و کشش سطحی را در نظر نمی‌گیریم ← $P_1 \cong P_2$ هرچه ظرف بزرگ‌تر خطا کم)

2 و 3 در یک سیال در یک level اند.

$P_1 = P_{at} = ?$

$P_2 \cong P_1$

$$P_2 = P_3 = \underset{P_v}{\boxed{P_4}} + \gamma \overset{L\sin\theta}{\boxed{h}} \longrightarrow \boxed{P_{at} = P_v + \gamma L \sin\theta}$$

از جیوه استفاده می‌کنیم در بارومتر زیرا:

1) γ جیوه خیلی بزرگ است — h کمتر می‌شد، و طول لوله هم کم‌تر می‌شد.

2) P_v جیوه در حد صفر است.

برای آب:

$$P_v \Big|_{T=20^\circ C} \simeq 2400\ Pa$$

$$P_{at} \simeq 100{,}000\ Pa$$

برای جیوه:

$$P_v \Big|_{T=20^\circ C} \simeq 0.24\ Pa$$

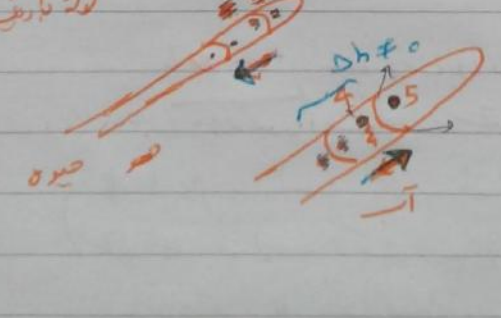
$$P_{at} \simeq 100{,}000\ Pa$$

$P_v << P_{at}$

می‌توان از P_v صرف‌نظر کرد در جیوه.

در سیستم‌هایی که فشار خیلی کم و یا حساسیت داریم از آب استفاده می‌کنیم.
چرا که می‌سازیم؟ تعداد تقسیمات را می‌توان بیشتر کرد و دقت اندازه‌گیری فشار atm ↑ می‌شود.
جو

اگر قطر لوله $\leq 1^{cm}$ کمتر باشد قطر کوچکی داشته باشد: جیوه ~~آب~~ جیوه در بالا قوس پیدا کند و رو به
~~آب~~ جیوه در لوله پایین و ~~فشار + سیگما~~ آب باشد رو به بالا. در اینجا فشار + دیگر با ■ برابر
فشار بخار
نیست و $\frac{2\sigma}{R}$ اختلاف دارد.



$$P_2 = P_3 = \boxed{P_4} + \gamma \boxed{h}\ L\sin\theta$$

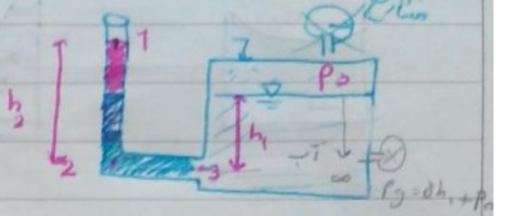
$$P_4 = P_v + \frac{2\sigma}{R}$$

☆

سه سؤال امتحانی (کنکوری آمده) در سال 93 ×

مانومتر: وسیلهٔ اندازه‌گیری فشار یک سیال ← مایع + گاز
با تبدیل آن به ارتفاع ستونی از یک مایع

مثال: با توجه به شکل مقابل فشار p_0 چقدر است؟ (با فرض معلوم بودن h_1 و h_2 و γ)
[illegible] $P_0 > P_{atm}$ که $h_1 > h_2$ شده . (از کشش سطحی صرف نظر کنید)

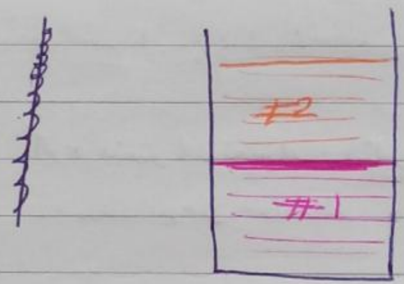


$P_1 \simeq P_{at}$

$P_2 = \overset{P_{at}}{\boxed{P_1}} + \gamma h_2 = P_3 = \overset{P_0}{\boxed{P_4}} + \gamma h_1$

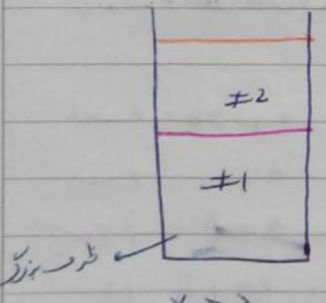
$\Rightarrow P_0 = P_{at} + \gamma (h_2 - h_1)$

مثال:
در ظرف بزرگی مطابق شکل 2 سیال مخلوط نشونده ریخته شده است. کدام یک از شکل‌های زیر در مورد توزیع فشار درست است؟

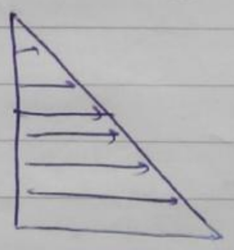


$\gamma_1 > \gamma_2$
چون سیال زیرین است.

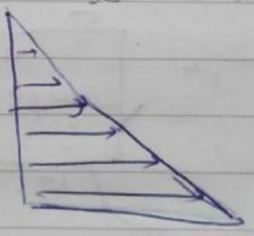
چون هر دو مایع اند هر دو توزیع فشار خطی است ×
هر چه γ کوچکتر باشد پروفیل فشار به عمود نزدیک‌تر شده. اگر اصلا $\gamma = 0$ ← $\frac{dp}{dz} = 0$ ← خط عمود
آن که γ بیشتر دارد از عمود فاصله می‌گیرد



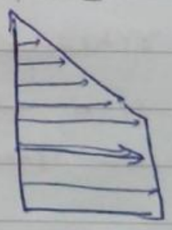
$\gamma_1 > \gamma_2$



الف



ب ✓



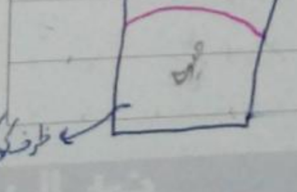
ج

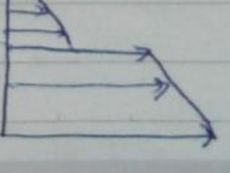
$\frac{dp}{dz} = -\gamma \rightarrow \left|\frac{dp}{dz}\right| = \gamma$ ← در محل تماس 2 سیال شکستگی است.

اگر می‌گفت ظرف کوچک (2 mm) و بزرگ نیست که افقی باشد. محدب
که قوس دارد. فشار در سطح مشترک یکی نیست آن که به مرکز انحنا نزدیک‌تر فشار بیشتر و پروفیل زیر را داریم

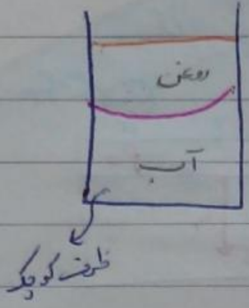
$P_1 = P_2 + \frac{2\sigma}{R} \quad (P_1 > P_2)$

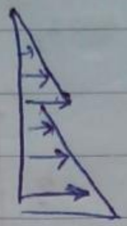
آب و جیوه ($\gamma_{\text{جیوه}} > \gamma_{\text{آب}}$)





آب و روغن ($\gamma_{\text{روغن}} < \gamma_{\text{آب}}$)





$$P_2 = P_1 + \frac{2\sigma}{R} \qquad P_2 > P_1$$

ت ب) سیال قابل تراکم است.

$$\rho = \rho(z) \longrightarrow \gamma = \gamma(z)$$

$$\frac{dp}{dz} = -\gamma$$

حال این که چه جور غیرخطی است باید تابع γ را به ما بدهند.

$$dp = -\gamma dz$$

$$p(z) = -\int \underbrace{\gamma(z)}_{\text{باید داده شود}} dz + C \longrightarrow$$

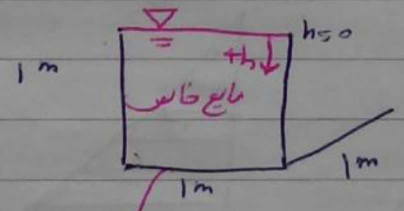
اگر γ متغیر باشد تغییرات فشار به صورت غیرخطی خواهد شد

ما معمولاً فکر می‌کنیم گازها γ متغیر دارند ولی مایعات نیز می‌توانند این‌گونه باشند مثل آبی که در درون آن نمک حل شده.

با توجه به شکل مقابل فشار نسبی وارد بر کف ظرف چقدر است؟

$\gamma(h) = a + bh$

a و b ثابت معلوم و مثبت



($P_{\text{کف}}$) نسبی

الف) $a + 2b$

ب) $a + b$

ج) $a + \frac{b}{2}$ ✓

د) $2a + b$

چون h داریم از مدل عمقی استفاده می‌کنیم

ثابت c اینجا P_{atm} است چون $@\ h=0 ,\ p = P_{at}$

حل،
$$\frac{dp}{dh} = +\gamma \longrightarrow dp = \gamma dh = (a + bh) dh$$

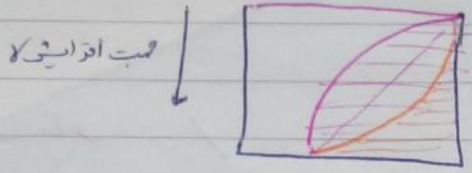
$$p(h) = \left(ah + b\frac{h^2}{2}\right) + \cancel{c} \nearrow P_{at}$$

$$@\ h=0 ,\ p = P_{at}$$

$$p(h) - P_{at} = P_g(h) = ah + b\frac{h^2}{2} \Big|_{h=1\ \text{کف}} \longrightarrow P_{\text{کف}} = a + \frac{b}{2}$$

$$\boxed{P_g(h) = ah + b\frac{h^2}{2}}$$ غیرخطی

Pg به کدام صورت زیر است؟

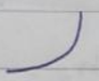


$\frac{dp}{dh} = +\gamma$

هرچی میریم پایین γ زیاد می‌شه

هرچی γ کمتر مماس به خط عمود نزدیکتره
به پروفیل فشار

پس نارنجی

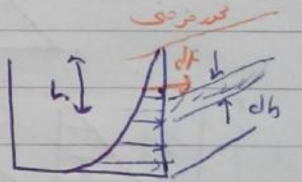


درست

• مثال: در مسأله‌ی قبل نیروی وارده بر جداره‌ی این ظرف چقدر است؟ (در اثر توزیع فشار که به شکل تابع درجه‌ی 2 است)

المان‌ها به مساحت dA=dh×1 بگیریم المان‌ها از سطح آزاد فاصله h دارد. روی المان نیروی dF اثر می‌کند که مقدار آن برابر p.dA است.

P_{atm} از دو طرف است پس فشار نسبی می‌گذاریم



$dF = p.dA$

$dF = (ah + b\frac{h^2}{2})\ (dh \times 1) \longrightarrow F_R = \int dF$

در جداره $\longrightarrow$ $F_R = \left[\frac{ah^2}{2} + \frac{bh^3}{6}\right]_0^1 = \frac{a}{2} + \frac{b}{6}$

در کف روی نیرو همان $a+\frac{b}{2}$ است چون مساحت در کف 1×1 است.

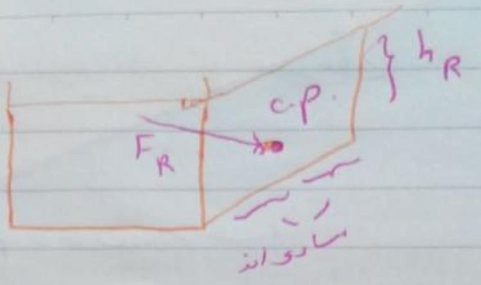
• مثال 2: در مسأله‌ی قبل فاصله‌ی نیروی برآیند تا سطح آزاد چقدر است؟ (ما دنبال نقطه‌ی اثر نیروی برآیند هستیم)

$dT = F.h = p.dA.\ h = (ah + \frac{bh^2}{2})\ (dh \times 1).h$

$T_R = \int dT = \left[\frac{ah^3}{3} + \frac{bh^4}{8}\right]_0^1 = \frac{a}{3} + \frac{b}{8}$

$F_R . h_R = T_R \Longrightarrow \boxed{h_R = \frac{a/3 + b/8}{a/2 + b/6}}$

محل برخورد نیروی F_R با سطح مورد نظر را c.p (مرکز فشار) گوییم


h_R
c.p.
F_R
مساوی اند

حالت خاص:

• مثال: در مسالهٔ قبل فرض کنید b برابر با صفر باشد (b=0)

$$\gamma(h) = a + \cancel{bh} = const = \gamma_0$$

$$p(h) - p_{at} = p_g(h) = ah + \cancel{\frac{bh^2}{2}} \Big|_{h=+1}$$ کف

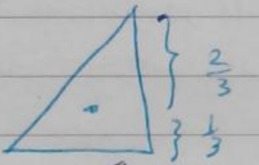
$$h_R = \frac{\frac{a}{3} + \cancel{\frac{b}{8}}}{\frac{a}{2} + \cancel{\frac{b}{6}}} = \frac{2}{3}$$

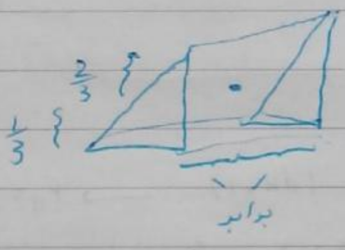
$$F_R = \frac{a}{2} + \cancel{\frac{b}{6}} = \frac{1}{2}\gamma$$

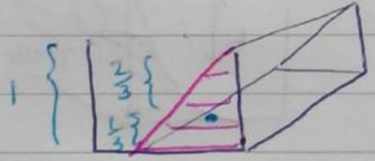
b=0 ← γ ثابت ← پروفیل فشار خطی است ← مثلث فشار ~~γ(h) = a + bh~~ تشکیل می‌شود.

و منشور فشار نیز تشکیل می‌شود.

و نیروی برآیند از مرکز سطح مثلث فشار (از مرکز حجم منشور فشار) می‌گذرد

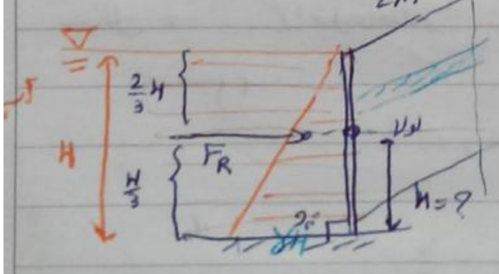




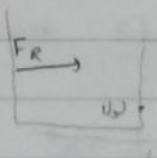


• کنکور ۹۰:

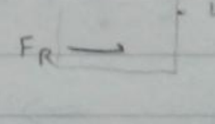
? دریچه به شکل مقابل محل لولا را طوری تعیین کنید به نحوی که دریچه وضعیت تعادل خود را حفظ نمایید.


2m
آب
H
2/3 H
H/3
F_R
لولا
h=?

دریچه حول لولای تواند بچرخد.



جسم ↷ می‌چرخد



جسم ↶ می‌چرخد

★ تنها حالتی که نیرو (F_R) بازو ندارد زمانی است که لولا در راستای F_R باشد در $h=\frac{H}{3}$ باشد

الف) $= H/2$

ب) $= H/3$

ج) $= H/4$

د) $= H/5$

در سؤال قبل مقدار نیروی برآیند چقدر است؟

الف) γH^2

ب) $\frac{1}{2}\gamma H^2$

ج) $\frac{1}{3}\gamma H^2$

د) $\frac{1}{4}\gamma H^2$

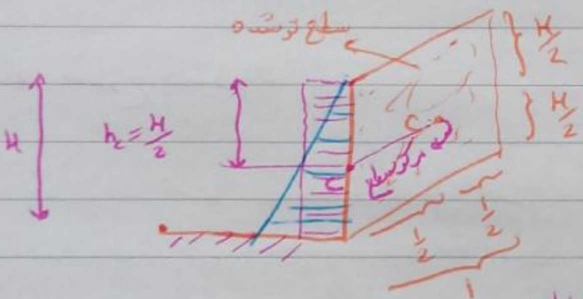
مساحت مثلث با قاعده γH طول

$$dF = p \cdot dA$$

$$dF = \gamma h . (dh \times 1)$$

$$F_R = \left[\frac{\gamma h^2}{2}\right]_0^H$$

$$F_R = \frac{1}{2}\gamma H^2 \equiv$$ وزن منشور فشار


سطح ترشده
H
$h_c = \frac{H}{2}$
$\frac{H}{2}$
$\frac{H}{2}$
c
مرکز سطح
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$
1

c: مرکز هندسی (مرکز سطح)

برای به دست آوردن F_R دیگه لازم نیست انتگرال بگیریم می‌توان به جای توزیع فشار مثلثی توزیع فشار متوسط بگذاریم

اگرچه اینجا برای مربع آسان بود ولی برای سطح‌های دیگه سخته و می‌توان از این قضیه استفاده کرد.

$$P_c = \gamma h_c = \frac{1}{2}\gamma H$$

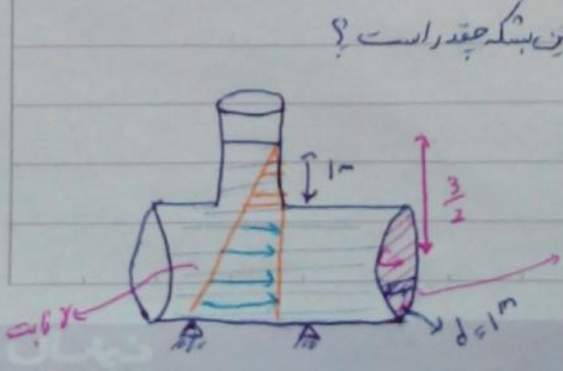
$$P_c \cdot A = \frac{1}{2}\gamma H^2 = F_R$$

$$\boxed{F_R = P_c \cdot A}$$

برای هر سطح تختی (شکل دلخواه)

(قضیه‌ی هیدرواستاتیک تنها فقط برای سیالاتی با γ ثابت)

مثال: با توجه به شکل مقابل نیروی وارده به صفحات جانبی این بشکه چقدر است؟


1m
$\frac{3}{2}$
سطح ترشده
γ ثابت
d=1m

γ آب است γ آب ثابت بگیریم ×محیط؟

و نشان اتمان گرفته‌ای دقت کنید و

می‌نویسیم $F_R = P_c \times A$

فشار در مرکز سطح

مساحت دایره ، مرکز سطح

نهال NAHAL

c ، c.p نیست !!

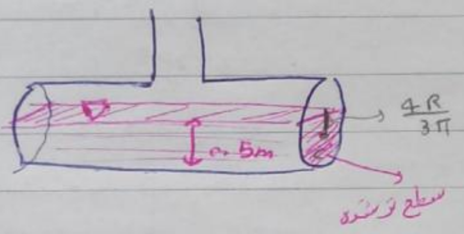
$$F_R = P_c \cdot A$$

$$F_R = \gamma \boxed{h_c} \; \boxed{A} \longrightarrow \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$h_c = \frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\boxed{F_R = \frac{3}{2} \gamma \left(\frac{\pi}{4} \right)}$$

در مسألهٔ قبل فرض کنید عمق آب در مخزن برابر 0.5^m باشد. نیروی وارده بر صفحهٔ جانبی چقدر است؟



اینجا سطح ترشده نصف سطح $\frac{1}{2} \times \frac{\pi d^2}{4}$

نقطهٔ c مرکز سطح سطح ترشده است. اینجا $\frac{4R}{3\pi}$

مهم این است که بدانیم سطح ترشده c اش کجاست.

$$F_R = \boxed{P_c} \cdot \boxed{A} \longrightarrow \frac{\pi}{8}$$

$$P_c = \gamma \boxed{h_c}, \quad h_c = \frac{4R}{3\pi}$$

* سطوح خمیده :

فرض : γ ثابت ← توزیع فشار خطی است.

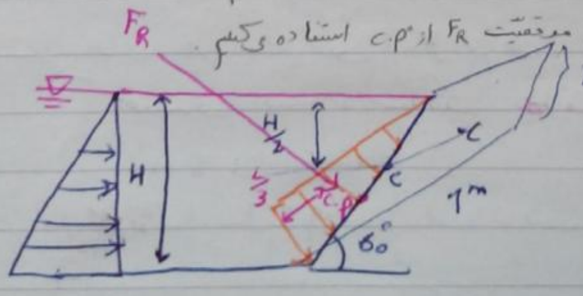
نیروی حاصل از فشار همیشه عمود بر سطح است.

خاصیت سطوح خمیده : F ها برخلاف سطوح تخت موازی نیستند ولی یک نقطه هم نمی‌گذرند اگر دایره، کره یا استوانه باشد از یک نقطه می‌گذرند که معمولاً در امتحانات هم این گونه می‌دهند.

در مورد سطوح تخت هرگز نیروها را تجزیه نمی‌کنیم.

در مورد سطح تخت چه عمودی باشد چه زاویه‌دار نیرو را یکجا می‌توان حساب کرد. لازم نیست برای سطوح زاویه‌دار یکبار نیرو افقی یکبار عمودی حساب کنیم. ← هم راستا هم اندازه باهمند

★★ برای پیدا کردن مقدار F_R از نقطهٔ c و برای پیدا کردن موقعیت F_R از c.p استفاده می‌کنیم.

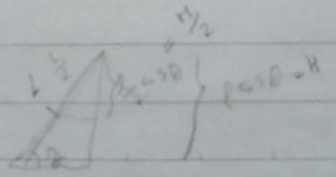


c.p همیشه زیر c است

F_R از c.p می‌گذرد.

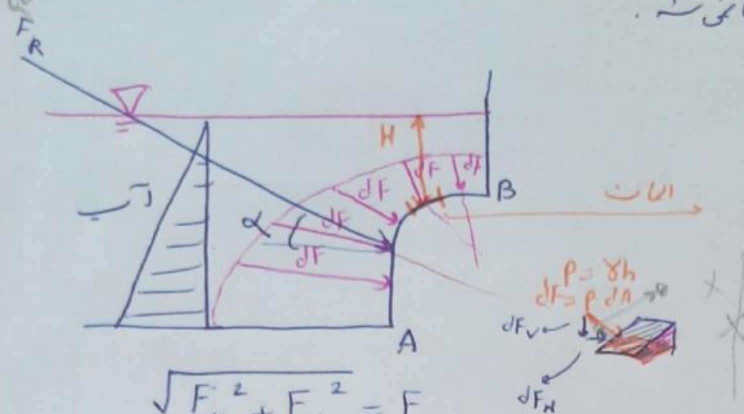
$$F_R = \boxed{P_c} \cdot \boxed{A} \longrightarrow L \times 1$$

$$P_c = \gamma \frac{H}{2}$$



در سطوح خمیده اول F_H بعد F_V بعد F_R

سطوح خمیده را باید از دو طرف به F_R رسید یکجا نمی شه.



$$\sqrt{F_H^2 + F_V^2} = F_R$$

$$tg\,\alpha = \frac{F_V}{F_H}$$

$dA\cos\theta$: تصویر قائم

$dA\sin\theta$: تصویر افقی

$$dF_H = dF.\cos\theta = p.\boxed{dA\cos\theta}^{(dA)_H} \xrightarrow{I}$$

$$dF_V = dF.\sin\theta = \underset{\gamma h}{p}.\boxed{dA\sin\theta}_{(dA)_V} \xrightarrow{II}$$

$$\xrightarrow{I} F_H = \int dF_H = (p_c \cdot A)_{\text{تصویر قائم}}$$

$$\Rightarrow F_H = (p_c \cdot A)_{\text{تصویر}}$$

$$\xrightarrow{II} = \gamma h \overset{d\forall}{dA_V} = \gamma\, d\forall \Rightarrow$$

$$F_V = \boxed{\gamma \forall}$$

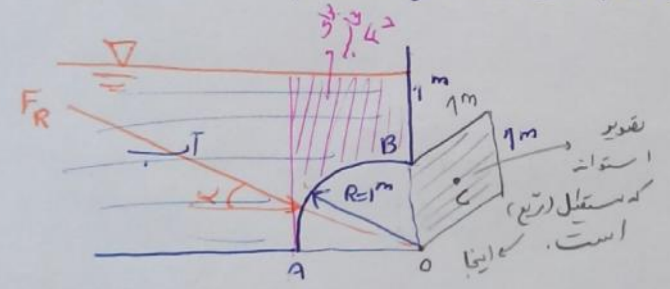
→ وزن سیال بالای سطح خمیده (وزن سیال فرضی)

(هیچ سیالی بالا نیست)

$\forall$: حجم سیال واقع در بالای سطح خمیده

فضا های هیدرو استاتیک برای سطح خمیده

مثال : با توجه به شکل مقابل نیروی وارده بر قسمت خمیده ی یک مخزن (AB) چقدر است؟



(اینجا حجمش $\frac{1}{4}$ استوانه است)

$$F_H = (p_c \cdot A)_{\text{تصویر}}$$

$$= \gamma \underset{1+\frac{1}{2}}{h_c} \times (1\times 1)$$

$$= \frac{3}{2}\gamma$$

$$F_V = \gamma\forall = \gamma(\forall_1 - \forall_2) =$$

$$\gamma[(1\times2\times1) - (\tfrac{1}{4}\pi R^2 \times 1)] = \gamma(2 - \frac{\pi}{4})$$

A,B را با هر شکل دلخواه به هم وصل کنی F_H نتیجه یکی است چون سطح تصویری مان یکی است ولی F_V به شکل قوس بین A و B بستگی دارد.

اینجا چون استوانه است همه dF ها و F_R از یک نقطه (O) می گذرند.

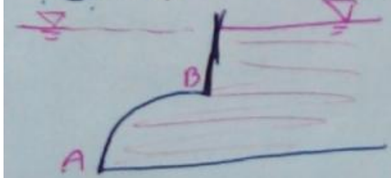
سطوح خمیده بخصوص F_V خیلی سوال آمده

اگر سطح کره باشد تصویرش دایره می شود ـــ در قسمت ارشمیدس.

نیروی افقی مقدارش کم می شود یا زیاد؟ (جهت سمت چپ به سمت راست سطح آزاد باشد)

نیروی افقی تغییر نمی کند. حال نیروی عمودی چی؟ ↓

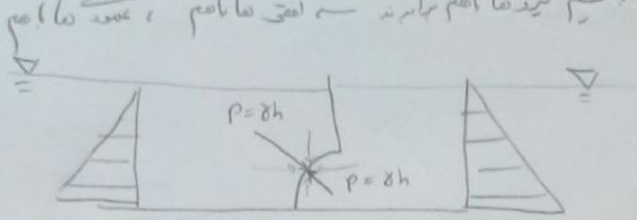
مثال : در مسئله قبل فرض کنید آب به صورت نشان داده شده در شکل زیر در سمت راست دیوار AB قرار داشته باشد نسبت به حالت قبل نیروی عمودی آن چه تغییری خواهد کرد؟

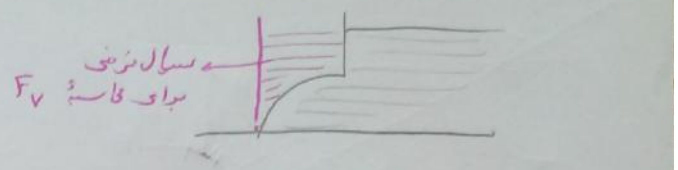


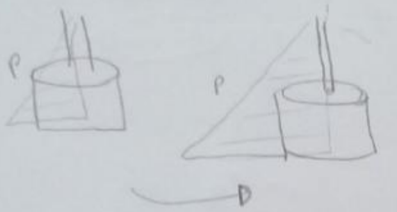
الف) افزایش می یابد ب) کاهش می یابد [✓ ج) تغییر نمی کند] د) نمی توان نظر داد.

اگر 2 طرف سطح آب در نظر بگیریم

نیرو ناشی از فشار است سطح دلخواه دو طرف فشار یکسان باشد اسم نیروها باهم برابرند ← افقی ها باهم ، عمودی ها باهم





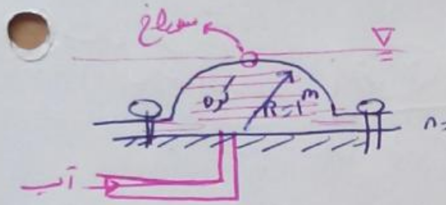


در سیال نیرو ناشی از وزن نیست ناشی از فشار است.

نیروی عمودی ناشی از فشار است ناشی از وزن نیست.

• مثال ۲: مخزن به شکل نیم کره به شعاع 1^m توسط ده عدد پیچ به زمین متصل شده است. مخزن مذکور مطابق شکل از آب پر می‌شود (بالای مخزن سوراخ هوا حبس نمی‌شود و مخزن پر می‌شود) نیروی وارد بر این پیچ‌ها در این حالت چقدر است؟ (از وزن مخزن صرف نظر کنید)

الف) $\pi\gamma/10$ ب) $\frac{\pi\gamma}{20}$ ج) $\frac{\pi\gamma}{30}$ ✓ د) $\frac{\pi\gamma}{40}$



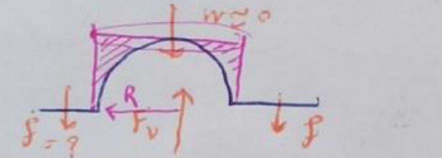
پیچ ها تحت کشش قرار می‌گیرند.

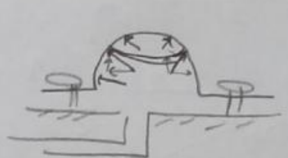
F_V از توزیع فشار مثلثی حاصل می‌شود هرچقدر برویم پایین فشار ↑

همه توزیع فشارها از مرکز می‌گذرد

نیروهای افقی همدیگر را هم خنثی می‌کنند ولی مؤلفه‌های عمودی جمع می‌شوند

اگر پیچ ها نباشد کره حرکت افقی نمی‌کند ولی حرکت عمودی می‌کند.





$$\Sigma F_z = 0 \longrightarrow F_V - 10f = 0$$

$$f = \frac{F_V}{10} \quad , \quad F_V = \gamma \boxed{\forall}\ ?$$

$$\forall = \underset{\text{استوانه‌ای به شعاع و ارتفاع } R}{\forall} - \underset{\text{نیم کره}}{\forall} = \left(\pi R^2 \times R - \frac{4}{3}\pi R^3 \times \frac{1}{2}\right)_{R=1} =$$

$$\pi - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$$

$$\Longrightarrow f = \frac{\pi\gamma}{30}$$

وزن = 0 بدترین حالت است.

وزن مخزن را طوری تعیین کنید که به پیچ نیروی عمودی وارد نشود؟!! ← سؤال دیگر

اگر W داشتیم ؟

$$\Sigma F_z = 0 \longrightarrow F_V - 10f - W = 0 \longrightarrow f = \frac{F_V - W}{10} \Longleftarrow$$

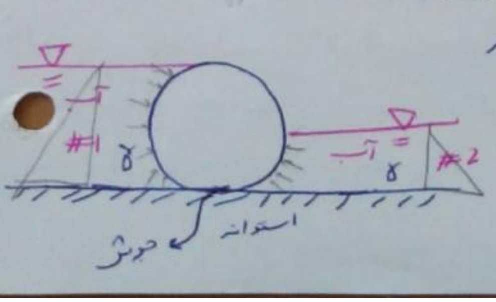
← نیروی افقی خواسته بود ما معمولاً هم حساب می‌کنیم

• کنکور 2 سال پیش: (2 بار در کنکور آمده)

استوانه‌ای به شعاع R به ارتفاع 1^m مطابق شکل به کف یک مخزن جوش داده شده. دو سیال سمت چپ و راست از هم بی‌خبرند به هم وصل نیستند اگه بودند سطحشان یکی می‌شد). مقدار نیروی افقی و عمودی وارد بر استوانه را حساب کنید.

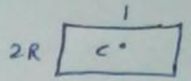
(ممکنه بپرسند گشتاور وارد بر جوش؟ یعنی پیچشی؟ ....)

γ دو طرف یکسان.

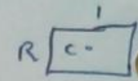


?x

$(F_H)_1 = (P_c \cdot A)_1 = \gamma \underset{R}{h_c}(2R\times 1) = 2\gamma R^2 \longrightarrow$



$(F_H)_2 = (P_c \cdot A)_2 = (\gamma h_c \cdot A) = \gamma(\frac{R}{2})(R\times 1) = \frac{1}{2}\gamma R^2 \longleftarrow$



$(F_H)_{net} = 2\gamma R^2 - \frac{1}{2}\gamma R^2 = \frac{3}{2}\gamma R^2 \longrightarrow$

برای F_V :

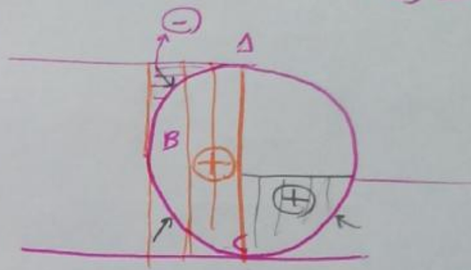
از P_0 عمودی به سمت سطح آزاد برو ⟵ $\forall$

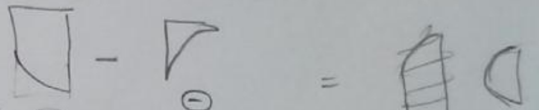
فشار رها به سمت بالا ⟵ نیرو به سمت بالا

$(F_V)_2 = (\gamma \forall)_2 = \gamma(\frac{\pi R^2}{4}\times 1) \uparrow +$

$(F_V)_1 = (\gamma \forall)_1 = \gamma(\frac{\pi R^2}{2}\times 1)$

$(F_V)_{net} = \frac{1}{2}\gamma\pi R^2 + \frac{1}{4}\gamma\pi R^2 = \frac{3}{4}\gamma\pi R^2$





فشار رو به بالا ⊕

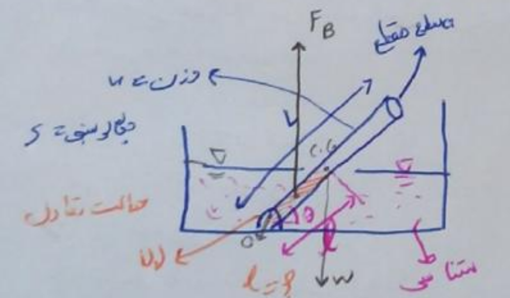
⊕

فشار رو به پایین ⊖

⊖

جلسهٔ 3: 93/5/14 ——— (اول جلسه در جزوهٔ کپی شده)

مثال: با توجه به شکل مقابل در حالت تعادل (سکون) طول بخش ترشده چقدر است؟



مهم

باید می‌دانستیم که اگر ولش می‌کردیم شناور می‌شد.

با زاویهٔ θ نسبت به افق واستاده

l کوچک نمی‌تواند از L بزرگ بزرگ‌تر باشد (یعنی گزینهٔ 1 را رد کنیم)

الف) $l = L \cdot S$

ب) $l = L\sqrt{S}$ ✓

ج) $l = L/S$

د) $l = L/\sqrt{S}$

چوب ← همگن بودن ← w درست به وسط میله اثر می‌کند (c.G وسط میله است)

F_B به مرکز حجم اثر می‌کند

$\Sigma M_O = 0 \longrightarrow F_B \cdot \frac{l}{2}\cancel{\cos\theta} = w \cdot \frac{L}{2}\cancel{\cos\theta}$

$F_B \cdot l = w \cdot L$

$F_B = \gamma_w \cdot \forall_w + \overset{\simeq 0}{\cancel{\gamma_a \forall_a}}$

$F_B = \gamma_w \cdot l \cdot a$

$w = \gamma_s \cdot \forall_s = \gamma_s \cdot L \cdot a$

$\gamma_w l^2 \cdot a = \gamma_s \cdot L^2 \cdot a \Longrightarrow \boxed{l = L\sqrt{S}}$

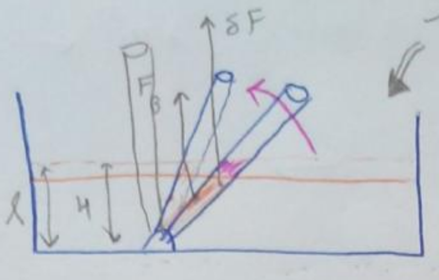
$S = \frac{\gamma_s}{\gamma_w}$

چون زاویه حذف شد
زاویه کمیت نامعتبر است و سیستم می‌تواند
در هر زاویه قرار گیرد و
برای اینکه زاویه بخواهد باید عمق بالا هم
[illegible] تغییر کند

?x چرا؟!
$\gamma_a \forall_a = 0$

مثال) در مسئله قبل اگر مقداری آب به داخل ظرف اضافه شود در حالت تعادل طول محیط ترشده (l) نسبت به حالت قبل — چه تغییری خواهد کرد؟

مهم



الف) کاهش می‌یابد
ب) افزایش می‌یابد
ج) تغییری نمی‌کند ✓
د) با این معلومات نمی‌توان گفت.

چون سطح متناوی است آب اضافه کنیم سطح آب بالا می‌رود

به طور لحظه‌ای سطح تر شده ↑

هم بازوی F_B هم مقدار F_B بیشتر می‌شود پس و $\Sigma M_o \neq 0$

سپس شروع به حرکت در خلاف جهت عقربه‌های ساعت می‌کند تا جایی که جنس چوب شده بوده میدان و کاملاً می‌شود

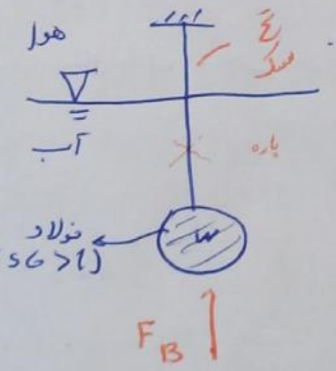
درجه عمق میله به ۹۰ می‌رسد

زمانی که $l = H = L\sqrt{S} = cte$

در واقعیت نمی‌توان با آب ریختن میله شروع به حرکت می‌کند تا $\theta = 90°$ شود بعد از آن آب بریزی l زیاد می‌شود و آب شروع به بالا رفتن می‌کند

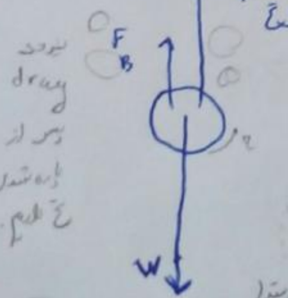
و l ثابت می‌ماند.

مثال: کره بسیار سنگینی از جنس فولاد مطابق شکل توسط نخ سبک در داخل آب قرار دارد. به نحوی که نیروی ارشمیدس وارده بر کره برابر با F_B است. اگر نخ پاره شود تا کره‌ی مذبور در داخل آب سقوط نماید. در حین سقوط نیروی بویانسی نسبت به حالت قبل (سکون) چه تغییری خواهد کرد؟



الف) کاهش می‌یابد
ب) افزایش می‌یابد
ج) تغییر نمی‌کند ✓
د) بستگی دارد (نمی‌توان گفت) — بستگی دارد که به سرعت حدی رسیده باشد

$\forall_w$ حجم کره (حجم آب جابجا شده)



حل:

حالت سکون: $\Sigma F_z = 0$ ؛ $-W + F_B + T = 0 \Rightarrow T = W - F_B$

$F_B = \gamma_w \forall_w$ ، $\gamma_w A_w$

پس از پاره شدن نخ: ⟶ جسم شروع به حرکت می‌کند

$\Sigma F = m\frac{dv}{dt}$

$\Sigma F_z = 0$

$-W + F_B + F_D(t) = m\frac{dv}{dt}$

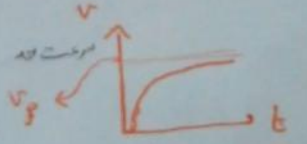
$F_D(t) = K \cdot v^2(t)$ وابسته به زمان است، v با زمان تغییر می‌کند. به سرعت حد می‌رسد که ثابت می‌شود و مقدار max دارد.

$F_B = \gamma_w \forall_w$ ، $m\frac{dv}{dt} = 0$ ، $(F_D)_{max}$

1) ابتدا ← حرکت شتاب‌دار است

2) سپس ← حرکت بدون شتاب

$(F_D)_{max} = T$ ← سرعت حد.



در هر سه حالت قبل F_B تغییری کند و $\gamma_w \forall_w$ است

سؤالی بگیم که F_B تغییری کند و حتی ممکنه جهتش به سمت پایین باشد.

$F_B = \rho \boxed{g} \forall_{\text{سیال}}$

می‌توان کم و زیاد کرد مثلاً وقتی در آسانسور
با شتاب حرکت کند یا دچار بی‌وزنی باشد

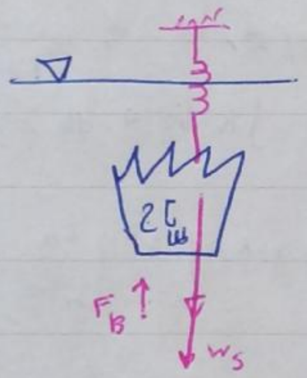
در این

✓ مثال امتحان گفته به خود شناور ولی شناوری نیست

سه روش به دست آوردن چگالی نسبی اجسام جامد: در داخل هوا و در داخل آب وزن کنیم از اختلافشان استفاده کنیم

مثال ۳، وزن تاجی در داخل هوا برابر با 11.8 N و در داخل آب برابر با 10.9 N است. چگالی نسبی این تاج چقدر است؟

(هر عدد غیر چگالی واقعی طلا در آمد کلک است!!)



اختلاف دو عدد همان نیروی ارشمیدس است که از وزن جسم در هوا کاسته

$$\begin{cases} W_s = 11.8 N = \gamma_s \cdot \forall_s \\ W_w = 10.9 N \end{cases}$$

$SG = ?$

در اجسام جامد از ارشمیدس هوا صرف نظر می‌کنیم

در مقابل جسم جامد و گاز، از گاز صرف نظر کنیم

〃 〃 مایع و گاز 〃 〃 〃

ارشمیدس هوا به کمک وزن ما را کم کند!!

$= \forall_s = \frac{11.8}{\gamma_s}$

$F_B = \gamma_w \boxed{\forall_w} = 0.9 N$

به اندازه نیروی شناوری از وزن جسم
در آب کاسته می‌شود

حجم آب جابه‌جا شده همان
حجم تاج است

$0.9 = \boxed{\frac{\gamma_w}{\gamma_s}} \cdot 11.8 \Rightarrow SG \approx 13.1 \qquad \forall_w = \forall_s$

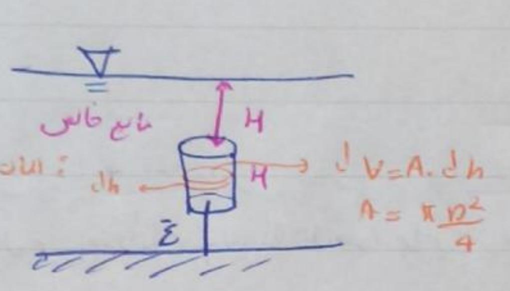
$\boxed{\frac{\gamma_w}{\gamma_s}} = \frac{1}{SG}$

$SG = \frac{11.8}{0.9}$

مثال: γ متغیر:

مثال: استوانه‌ای از جنس چوب پنبه با وزن ناچیز مطابق شکل توسط نخ به کف ظرف بسته شده است در داخل این ظرف مایع خاصی با وزن مخصوص متغیر ریخته شده است. اگر تغییرات وزن مخصوص با عمق به صورت رابطه زیر باشد $\gamma(h)=kh$ کشش نخ چقدر است؟

ارشمیدس برای سیال با γ ثابت گفته.



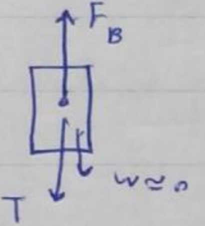
$$F_V=\int \gamma\, d\forall \overset{\gamma\ \text{ثابت}}{=\!=\!=} \gamma \forall$$

نیروی ارشمیدس همان نیروی عمودی است

اینجا γ متغیر است باید ∫ را بگیریم.

به جای ∀ d المان بگیریم.

$T = ?$



راه 1

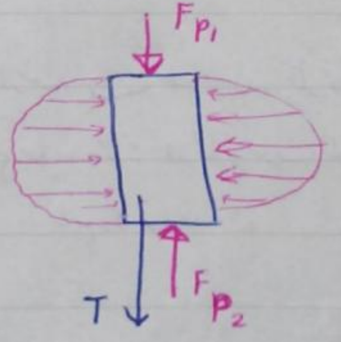
حل:

$$T=F_B=\int \gamma\, d\forall=\int K h . A . dh =$$

$$KA\int_{h_1=H}^{h_2=2H} h . dh = KA\left[\frac{h^2}{2}\right]_H^{2H}$$

$$=\frac{KA}{2}\left[(2H)^2-H^2\right]=\frac{3KAH^2}{2}$$

راه 2



(فشار ← نیروی vertical ← نیروی ارشمیدس)

یک فاز ل به نقطه 1 به نقطه 2 داریم.

$$\Sigma F_z=0 \longrightarrow -\underbrace{F_{P_1}}_{P_1 . A}+\underbrace{F_{P_2}}_{P_2 . A}-T=0$$

$$\frac{dp}{dh}=\gamma=k\ h \longrightarrow P_g(h)=K\frac{h^2}{2}$$

$$\begin{cases} P_1=\frac{K}{2}(H)^2 \\ P_2=\frac{K}{2}(2H)^2 \end{cases}$$

$$T=\frac{K}{2}A\left(4H^2-H^2\right)=\frac{3KAH^2}{2}$$

جالبه که کشش نخ $\frac{3KAH^2}{2}$ شد.