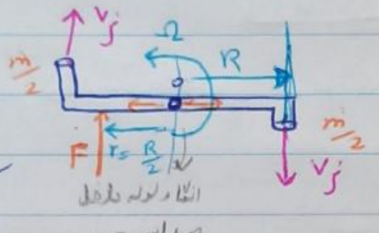
مسئله: نمی‌دانم بیشتری شد و ما با علم بیشتری دست به کار شدیم

مثال: با توجه به شکل مقابل نیروی F را طوری تعیین کنید به نحوی که از چرخش آبپاش جلوگیری کند.
(از گشتاور معادل در یاتاقان و نیروی هوا صرف نظر کنید)

دید از بالا

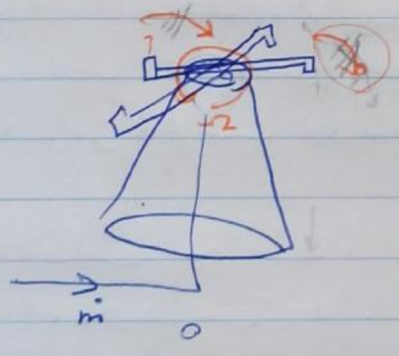


2 نازل داریم ←

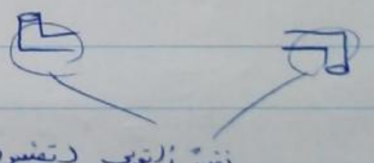
اتصال لوله با نازل
صاف است ،
آب عمودی می‌آید و بین 2 نازل تقسیم می‌شود

آب به تعداد نازل‌ها تقسیم می‌شود.
با نازل یک گردی گذاریم تا اصطکاک به حداقل برسد.
آبپاش چون می‌تواند نقش توربین هم ایفا کند اگر به ژنراتور وصل شود.
اگر آبپاش را ول کنیم خلاف عقربه‌های ساعت می‌چرخد.

4 نازل



نقش چرخشی حول o را ندارد و در گشتاور نقش ندارد



نقش زانویی (تغییر فشار ایجاد کند ← عامل حرکت آبپاش)

$H = r \times m\vec{v}$

$\dot{H} = r \times \dot{m}\vec{V}$

سیال ورودی مومنتم دارد ولی مومنتم زاویه‌ای ندارد
چون $r = 0$ است
سیال خروجی $r = R$ دارد و مومنتم زاویه‌ای دارد
$\dot{H}$ خروجی‌ها هم را تقویت می‌کند.

به پشت صفحه → ح

$$2F = \Sigma \vec{T}_z = \overset{\text{پایا } 0}{\cancel{\frac{\partial}{\partial t}(\vec{H})_{c.v.}}} + \Sigma \vec{\dot{H}}_{out} - \overset{0}{\cancel{\vec{\dot{H}}_1}}$$

$$2F = (R \frac{\dot{m}}{2} V_j + R \frac{\dot{m}}{2} V_j)$$

$$\cancel{\frac{R}{2}} F = \cancel{R} \dot{m} V_j \implies \boxed{F = 2 \dot{m} V_j}$$

سوال باید حرکت کند معلوم باشیم $2\dot{m}$ ولی ممنتم زاویه‌ای زمانی داریم که بدانیم ممنتم با زاویه داشته باشد.

این سوال عمران بود. در این سوال F یقین کردیم که $\omega = 0$ شود.

مثال:

در مسئله قبل با حذف نیروی F در حالت تعادل سرعت زاویه‌ای آبپاش چقدر می‌گردد؟

ما F را برداریم آبپاش می‌چرخد در خلاف جهت عقربه‌های ساعت.

وقتی آبپاش می‌چرخد جریان دیگه پایا نیست و شبه پایا است. دو چرخد ما فکر می‌کنیم دبی ثابت بیرون می‌آید، هر چه تعداد نازل ↑ به پایا نزدیک‌تر می‌شود.

ما سرعتی داریم که راستایش هی عوض می‌شود و تابع زمان است ← شبه پایا
یعنی در ذاتش پایا نیست ولی به طور متوسط پایا است.

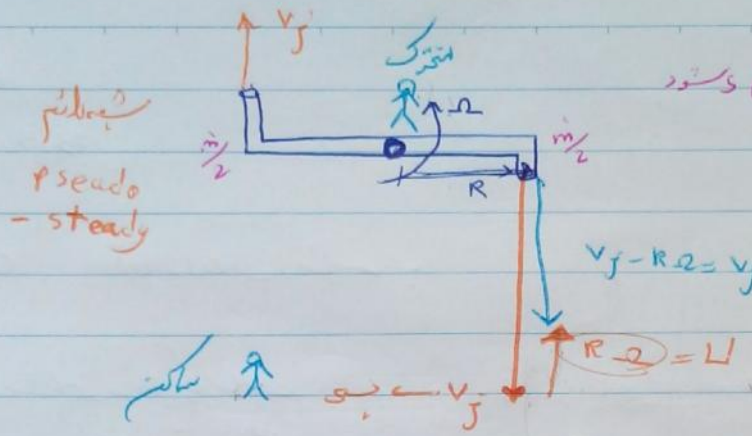
حرکت دورانی است ← مسئله باید به صورت مطلق حل شود
← با شتاب جانب مرکز داریم.

$$\vec{H} = \vec{r} \times \underset{\swarrow \text{نسبی}}{\dot{m}} \underset{\downarrow \text{مطلق}}{\vec{v}}$$

در شتاب مطلق ← $V_j - R\Omega$ گفتیم نسبی است ولی اینجا مطلق است

ناظر مطلق $V_j - R\Omega$ را می‌بیند:

ناظر متحرک V_j را می‌بیند چون دیگه حرکت خود ($R\Omega$) را حس نمی‌کند.


V_j
متحرک
Ω
$\dot m/2$
$\dot m/2$
R
شبه دائم
pseudo-steady
ساکن
جت ← V_j
$R\Omega = U$

هر $\dot m$ که از آبپاش‌ها خارج می‌شود

$V_j - R\Omega = V_j - U$ ⟶ سرعت مطلق

$0 = (R \cdot \frac{\dot m}{2} V_j + R \frac{\dot m}{2} V_j)$ مطلق

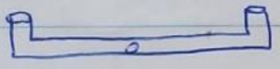
$0 = R\dot m (V_j - R\Omega)$

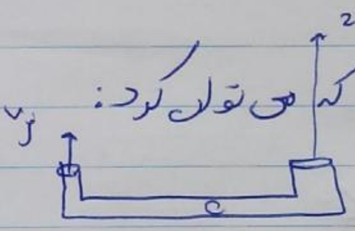
سیستم به تعادل می‌رسد و Ω به $\frac{V_j}{R}$ که رسید دیگه با دور ثابت می‌چرخد.

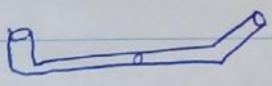
$\Rightarrow \boxed{\Omega = V_j/R}$

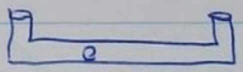
از دید ناظر ساکن، چیزی از سیستم نمی‌ره ← $V_j - R\underset{V_j/R}{\Omega} = 0$

کارهایی که می‌توان کرد:









$F_B = \gamma_w \forall_w + \cancel{\gamma_a \forall_a}$ ← ص 37 مهم چرا؟ (ص 35 جزوه)

چرا؟

جلسه 6

93/5/18

فصل 6: آنالیز ابعادی و تشابه

نیاز به آزمایش در مکانیک سیالات

مراحل انجام عملیات آزمایشگاهی

دفعات تکرار آزمایش 10^2

زبری

$$\underset{\text{نمادی فیزیکی}}{\boxed{\Delta p}} = f(\overset{10}{\rho}, \overset{10}{\mu}, \overset{10^3}{\underbrace{l, d, \epsilon}_{\text{3 پارامتر طول}}}, \overset{10}{V})$$

حداکثر 2 کسر می توان ساخت که بی بعد است. ←

$\pi_2 = \frac{l}{d}$

$\pi_3 = \frac{\epsilon}{d}$

6 تا مستقل با یکی تابع (Δp) ← 7 تا

$n = 7$

$m = 3$

4 گروه بی بعد داریم با π نشان می دهند

تکنیک آنالیز ابعادی ⇓

1) تصمیم گیری در مورد متغیر تابع (Δp در لوله)

$$\frac{\Delta p}{\rho V^2} = \phi\left(\frac{\rho V d}{\mu}, \frac{l}{d}, \frac{\epsilon}{d}\right) \quad \pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4$$

2) تعیین متغیرهای مستقل مسئله Δp با $\overset{\text{سرعت}}{V}$ و l ← d و μ و ρ اضافه گذاشتن مشکلی نیست کم گذاشتن مشکل سازه

⁎ ($\rho, \mu, d, \epsilon, l, V$)

$$Y = \phi(X_1, X_2, X_3)$$

$\downarrow 10 \quad \downarrow 10 \quad \downarrow 10 \quad 10^3$

3) سراغ انجام آزمایش نمی رویم.

سراغ تکنیک آنالیز ابعادی می رویم.

$\Delta p = f(\rho, \mu, l, d, \epsilon, V)$ 6 تا ثابت کردن داریم

یکی را بررسی می کنیم

⇓ آنالیز

Moody ← 10^2 ← 10^3 ← 10^6 آزمایش لازم داریم

↓ تکنیک آنالیز ابعادی

تکنیک آنالیز ابعادی چیست و چگونه کار می کند؟

* این تکنیک به منظور ارضای خود به خود اصل زیر مسأله را از حالت تعدد دار خارج می کند.

اصل همگنی ابعادی: دو طرف معادله‌های فیزیکی باید از یک جنس (بُعد) باشند.

ریاضی $2 + 3 = 5$

فیزیکی $\cancel{2\,kg + 3\,m}$

مراحل اجرای تکنیک آنالیز ابعادی

1) انتخاب سیستم ابعادی مناسب $\overset{\text{جرم طول زمان}}{\boxed{MLT}}$ پرکاربرد تر

FLT ← نیرو

$F = ma$

$F = MLT^{-2}$

2) تعیین بعد پارامترهای ظاهر شده در مسئله

واحد ۱۴۸ /
چک کنم ×

بعد را معمولاً در [ ] می‌گذارند.

* بعضی از پارامترها خودشان بی‌بعداند.
تعداد تیغه‌های توربین یا پمپ، زاویه و ...

$$[l] = L \qquad [\Delta p] = \frac{MLT^{-2}}{L^{2}} = ML^{-1}T^{-2}$$

$$[d] = L \qquad [\rho] = ML^{-3}$$

$$[\epsilon] = L \qquad [V] = LT^{-1}$$

$$\tau = \mu \overset{T^{-1}}{\boxed{\frac{du}{dy}}} \longrightarrow [\tau] = [\Delta p] = ML^{-1}T^{-2} \Rightarrow [\mu] = ML^{-1}T^{-1}$$

۳) تعیین تعداد گروه‌های بی‌بعد مسئله با استفاده از قضیه π باکینگهام

تعداد $= n - m$

n: تعداد کل متغیرها (شامل متغیر تابع)

m: تعداد بعدهای اصلی ظاهر شده در مسئله ← حداکثر 3

۴) گروه‌های بی‌بعد را به دست آوریم (خودشون می‌دن) مثلاً می‌گن کدوم آنالیز درسته

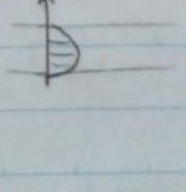
روش‌ها:
- باکینگهام
- ریلی
- توانی
- حدسی

از 4 روش کدام درست است.

Δ

۲- سؤال درس ... برای آنالیز ...
۱- ... جریان توسعه‌یافته درست است (در جریان توسعه‌یافته فقط در جهت شعاعی سرعت آن عوض می‌شود)

هر عدد بی‌بعد عکس آن و در هر بی‌بعد ضرب یا تقسیم یا به توان برسانیم باز بی‌بعد است.



$[\Delta p] = ML^{-1}T^{-2}$

$\left[\frac{\Delta p}{\rho}\right] = \frac{\cancel{M}L^{-1}T^{-2}}{\cancel{M}L^{-3}} = L^{2}T^{-2}$

$\left[\frac{\Delta p}{\rho V^2}\right] = \frac{L^2T^{-2}}{L^2T^{-2}} = [1] = M^0L^0T^0$

$\Pi_1 = \frac{\Delta p}{\rho V^2} = E_u$ ← اویلر

$\Pi_4 = \frac{\mu}{\rho V d} \longrightarrow \frac{\rho V d}{\mu} = Re$ ← رینولدز

باید از d استفاده کنیم (به دلیل ص قبل Δ)

~~$\tau = \mu \frac{du}{dy}$~~

~~$\tau \Rightarrow \Delta p = ML^{-1}T^{-1}$~~

خصوصیات آنالیز ابعادی صحیح: (از نظر ظاهر) ← باطن

1) گروه های داده شده حقیقتاً بی بعد باشند ✓ معمولاً سؤال ها از همه تیپ

2) تعداد گروه ها مطابق با تئوری باکینگهام باشد سؤال پارسال

3) متغیر تابع حتما در یک گروه بی بعد ظاهر شده باشد. 0 بارها استفاده شده

$\frac{\rho V^2 d}{\mu} \to \frac{ML^{-3}\,LT^{-1}\,L}{ML^{-1}T^{-1}} =$ بی بعد ←

مثال: بر طبق مشاهدات تجربی، افت فشار یک سیال لزج نیوتنی در یک لوله به صورت تابع کلی زیر است.

$\Delta p = f(\rho, \mu, l, d, \epsilon, V)$

سرعت متوسط

$n = 7$

$m = 3$

$\Rightarrow 4$ گروه

کدام یک از آنالیز ابعادی های زیر درست است؟

الف) ✓ $\frac{\Delta p}{\rho V^2} = \varphi\left(\frac{\rho V d}{\mu}, \frac{l}{d}, \frac{\epsilon}{d}\right)$

ب) ✗ $\Delta p / \rho V^2 = \varphi\left(\frac{\rho V d^2}{\mu l}, \frac{\epsilon}{d}\right)$ ← باید 4 گروه بی بعد باشد که اینجا 3 تا است

ج) ✗ $\Delta p / \rho V^2 = \varphi\left(\frac{\rho V d}{\mu}, \frac{l\epsilon}{d^2}, \frac{\Delta p}{\mu V / l}\right)$

Δp 2 بار تکرار شده (چون Δp را می توان برحسب هم دیگر رسم کرد و Δp 2 بار ظاهر شده)

$ML^{-1}T^{-1}$

د) ✗ $\frac{\Delta p}{\rho V^2} = \varphi\left(\frac{\rho V^2 d}{\mu}, \frac{l}{d}, \frac{\epsilon}{d}\right)$ بی بعد نیست

$\frac{\Delta p}{\rho V^2} \longrightarrow \frac{\Delta p}{\mu V / l}$

93

مثال: در جریان آرام در داخل لوله ها دبی حجمی (Q) یکی تابعی از شعاع لوله (R)، لزجت سیال (μ) (دیسکوزیته) و افت فشار در واحد طول است. کدام یک از ~~آنالیز ابعادی~~ گزینه های زیر گروه های بی بعد حاکم بر این مسأله را نشان می دهند؟

$$Q = f\left(R, \mu, \boxed{\frac{\Delta P}{l}}\right) \rightarrow G = \frac{dp}{dx}$$

$n = 4$

$m = 3$ (چون دیسکوزیته داریم)

(گاهی تأثیر دانسیته و شتاب ثقل یکبار است بهتر است ادغام کنیم.)
اینجا هم ΔP و l را با هم ادغام کردند و این مهم است.

فقط یک گروه بی بعد داریم.

(1) $\frac{\rho V l}{\mu}$ ← حتی Q و ΔP ندارد پس حذف
(تعدادش درسته یکی است ولی متغیر تابع ندارد)
(چون V جزو پارامترها اصلاً نیست!) را به صراحت نگفتند

(2) $\frac{Q\mu}{R^4(\frac{\Delta P}{l})}$ ✓
μ را با ابزار بی بعد باید دید بعداً باشد.

! $V = Q/(\pi R^2)$! (چون V با دبی ثابت و حجم ... است)

(3) $\frac{\rho V l}{\mu}$, $\frac{Q\mu}{R^2(\frac{\Delta P}{l})}$ ← بعد l^{-2} دارد (R^2 خراب کرده!)
2 متغیر تابع دارد که غلط است!! دو بعد هم دارد
تعدادش غلط است.

(4) $\frac{\rho V l}{\mu}$, $\frac{Q\mu}{R^4(\frac{\Delta P}{l})}$ ←
گزینه 1 بی بعد است تعدادش هم درسته ولی از نظر اصلی غلط است تا بی نهایت R، l گذاشت و متغیر تابع Q و ΔP ندارد.

(?) →
$$[Q] = L^3T^{-1} \xrightarrow{\text{روش حذف}} \frac{Q\mu}{R^4(\frac{\Delta P}{l})} = \pi_1 = \underline{\text{Const}}$$
آزمایشی

$$\frac{Q\mu}{R^4\frac{\Delta P}{l}} = \frac{L^3T^{-1}\times ML^{-1}T^{-1}}{L^4\, ML^{-2}T^{-2}}$$ بی بعد

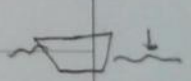
فرمول پوآزی
$$\boxed{Q = \frac{\pi d^4}{128\mu}\cdot\frac{\Delta P}{l}}$$
ثابت را به دست آورد با آزمایش پیدا کند!!

اگر فقط یک بی بعد داشته باشیم در آزمایش دنبال آن عدد بی بعد فقط می گردیم دیگه راحته!

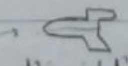
اعداد بی بعد مهم در مکانیک سیالات و تعبیر فیزیکی آنها

Reynolds رینولدز $Re = \frac{\rho V l}{\mu}$ هرجا μ مهم است. جریان داخلی، جریان در اطراف بال هواپیما، بوشنگ ... شیپوره ها

Froude فرود $F_r = \frac{V}{\sqrt{lg}}$ هرجا g مهم است شناورهای دریایی: چون در مسیر حرکت مثل موج و سازه دیگر در مسایل موج شتاب ثقل وارد می شود.



Weber وبر $W_e = \frac{\rho V^2 l}{\sigma}$ (هرجا σ مهم است) کشش سطحی ... مویینگی، spray ها، سوخت پاش ها



Euler اویلر $E_u = \frac{\Delta P}{\rho V^2}$ زمانی که اختلاف فشار باید حساب شود (ΔP) مثل افت فشار در لوله

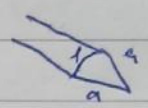
Mach ماخ $M = \frac{V}{C}$ سرعت صوت → $C = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}$ ★ هرجا که تراکم پذیری سیال مهم است عدد ماخ وارد می شود

$$Re = \frac{\rho \overset{\text{سرعت مشخصه}}{\boxed{V}} \boxed{l}}{\mu} \xrightarrow{} \text{طول مشخصه}$$

V: که می‌تواند سرعت متوسط $V=\frac{Q}{A}$، سرعت پرتاب موشک، سرعت [illegible] باشد، در جاهایی که ضرایب هستند ممکن است ما ثابت‌ها زمانی که نیاز دارند از آن استفاده کنند

l : اکثراً قطر است در لوله قطر است   در جت در صفحهٔ طولانی به حالت b ← h

در شکل روبه‌رو از ابعاد مثلث استفاده می‌شود. آن‌ها را باید که همین آن‌ها تعریف کنند



$$Re = \frac{\rho V l}{\mu} = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی لزجت}} = \frac{F_I}{F_\tau}$$

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{lg}} = \sqrt{\frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی ثقل}}} = \sqrt{\frac{F_I}{F_g}}$$

$$We = \quad = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی کشش سطحی}}$$

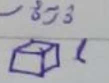
$$Eu = \quad = \frac{\text{نیروی فشاری}}{\text{نیروی اینرسی}}$$

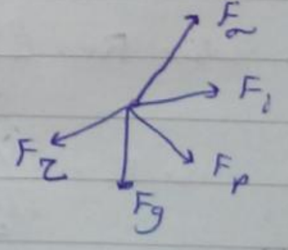
$$M = \frac{V}{c} = \sqrt{\frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی الاستیک}}} = \sqrt{\frac{F_I}{F_E}}$$

★★★★★ تحلیل نیروهای اعداد بی‌بعد را باید بدانیم

تحلیل فیزیکی

ذره سیال





ناشی از تراکم‌پذیری

$$\text{اینرسی}\ F_i = \delta m \cdot \boxed{a} \rightarrow \boxed{V_s} \boxed{\frac{dV_s}{ds}} \rightarrow \frac{V^2}{l}$$

$$F_i = \rho l^3 \cdot \frac{V^2}{l} \sim \rho V^2 l^2$$

$$F_v = F_\tau = \tau \cdot A = \mu \overset{V/l}{\boxed{\frac{du}{dy}}} \cdot \overset{l^2}{\boxed{A}} \sim \mu V l$$

$$F_\sigma = \sigma \cdot l$$

$$F_g = \delta m \cdot g = \rho l^3 \cdot g$$

$$F_p = \Delta p \cdot A = \Delta p \cdot l^2$$

$$F_E = \Delta p \cdot A \sim c^2 \cdot \Delta\rho \cdot l^2$$

$$c = \sqrt{\frac{\Delta p}{\Delta \rho}} \rightarrow \underline{\Delta p = c^2 \Delta \rho} \rightarrow$$

Δp : اختلاف فشار ناشی از تراکم‌پذیری

ضرایب بی بعد مهم در دینامیک سیالات :

1) ضریب پسا (Drag) : $\frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 \boxed{l^2}\,A} = C_D$

2) ضریب برآ (lift) $\frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho V^2 \boxed{l^2}\,A} = C_L$

3) ضریب فشار $\frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho V^2} = C_P$

4) ضریب اصطکاک پوسته‌ای $\frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho V^2} = C_f$

5) ضریب اصطکاک دارسی

6) ضریب دبی

$\frac{1}{2}$ ها را وارد کردیم چون مثلاً در 3 خواسته است فشار را با فشار دینامیکی‌ها [illegible] کنیم در بقیه هم به همین ترتیب وارد شده

بعد از — به جای l^2 می‌بینیم A و گذاشتیم (سطح ترشده —)

سؤال ازکنش آیا این اعداد کم است معمولاً از کتب نشان می‌دهیم.

سؤال :

. بر روی چه جسمی آزمایش کنیم ؟

ارجحیت دارد ← 1) جسم اصلی (prototype) ← متأسفانه این کار همواره امکان پذیر نیست

جسم اصلی خیلی بزرگ است .

2) جسم مدل (model) ← متشابه از نظر هندسی باشند .

(زاویه‌ها در تشابه هندسی تغییر نمی‌کنند)

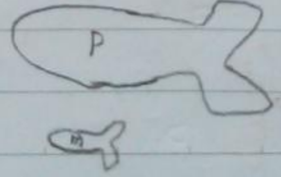
ولی بقیه چیزهایی که به چشمان می‌آید باید با مقیاس باشند (مثلاً زبری، ابعاد، طول و ...)

آزمایش معمولاً بر روی مدل انجام می‌شود

کوچکتر

بزرگتر

متعادلتر



1 : 10

مقیاس $\frac{1}{10}$

سؤال اساسی:

روی مدل تست انجام شده متغیر تابع مورد نظر اندازه‌گیری گردید. چگونه نتایج به دست آمده در مورد مدل را به جسم اصلی تعمیم دهیم؟

جواب: لازمه این کار برقراری تشابه دینامیکی بین جسم اصلی و جسم مدل است.

مثال:

قبل از تولید انبوه یک اژدر تصمیم گرفتیم روی مدل کوچکی از آن با مقیاس 1:10 تست اندازه‌گیری نیروی پسا (Drag) انجام دهیم. اگر نیروی پسای اژدر مدل 240N باشد. نیروی پسای اژدر اصلی چند نیوتن تخمین زده می‌شود؟ (★: فرض کنید در انجام آزمایشات از آب دریا (آب) استفاده شود)

$(F_D)_m = 240\,N \longrightarrow (F_D)_p = ?$

$(F_D)_p =$

1) ~~2~~24

2) 240 ✓

3) 2400

4) 24000

(اگر ★ را نگفت باید بگیم اطلاعات کافی نیست)

★ قطعاً غلط است!

در اصلی 240 این ~~هم~~ 24 !!

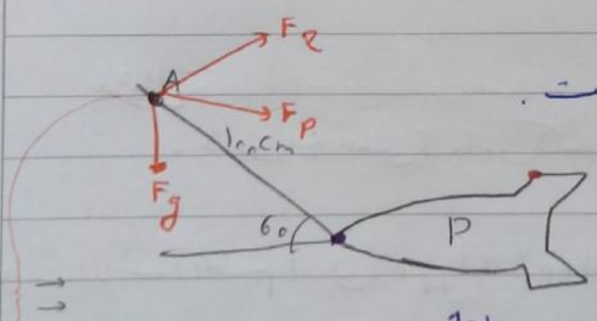
~~اینم هم غلط~~ ~~در اصلی 240 این هم 240~~ !! ← نباید این گونه گفت !!

تعمیم

تشابه دینامیکی چیست؟

تشابه بین چندضلعی نیروها در نقاط نظیر هم است.

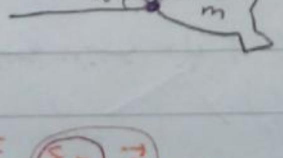
نقاط نظیر هم در جسم در سیال هم می‌توانند باشند.



مسأله دینامیکی را به استاتیکی تبدیل کردیم

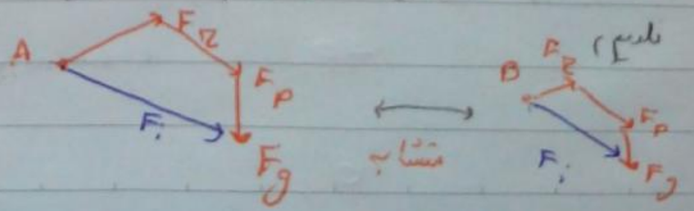
1:10

(مقیاس $\frac{1}{10}$)



F_i نیروی خارجی نیست ولی طبق اصل دالامبر با F_i یک چندضلعی می‌سازیم. در هر چندضلعی که در A داریم در B هم به همان تعداد اضلاع چندضلعی مشابه داریم که زوایا برابر باشند و اندازه‌ها با مقیاس ← می‌گوییم تشابه دینامیکی داریم)

$A:\ \Sigma F - \underbrace{(\delta m)\,\vec{a}}_{F_i} = 0$



$$\frac{(F_i)_m}{(F_i)_p} = \frac{(F_\tau)_m}{(F_\tau)_p} = \frac{(F_g)_m}{(F_g)_p} = \dots = const$$

$$\left(\frac{F_i}{F_\tau}\right)_m = \left(\frac{F_i}{F_\tau}\right)_p \Rightarrow (Re)_m = (Re)_p$$

$$\left(\frac{F_i}{F_g}\right)_m = \left(\frac{F_i}{F_g}\right)_p \Rightarrow (Fr)_m = (Fr)_p$$

---

* برای اطمینان از برقراری تشابه دینامیکی کافی است اعداد بی بعد درگیر در مسئله بین مدل و جسم اصلی یکی باشند.

شکل ها چه موقع متشابه می کنند؟

طول قطر زبری — لوله ها

طول قطر ~~[illegible]~~ زبری — اژدر

③ ادامه حل مسئله:

اجسام متحرک از نوع زیر سطحی

$$F_D = f(\rho, \mu, V, \text{شکل جسم})$$

در دو اژدر مشابه از نظر هندسی

اجسام زیر ~~سطحی~~ سطحی به اندازه کافی از سطح فاصله داشته باشند تا موج ایجاد نکنند C_D فقط تابع Re است.

$$C_D = \varphi(Re)$$

$$(Re)_m = (Re)_p \longrightarrow (C_D)_m = (C_D)_p$$

$$\Downarrow$$

$$\left(\frac{\cancel{\rho} V l}{\cancel{\mu}}\right)_m = \left(\frac{\cancel{\rho} V l}{\cancel{\mu}}\right)_p \Longrightarrow \frac{V_m}{V_p} = \frac{l_p}{l_m} = 10$$

تنش کمتر، فشار کمتر

اندازه بزرگتر نیرو یکی

شده

$$\left(\frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 l^2}\right)_m = \left(\frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 l^2}\right)_p \longrightarrow (F_D)_m = (F_D)_p = 240\,N$$

در سرعت های بالا نیروی m و p با هم ربط دارد.

در سرعت کم؟ و زیاد نیز به هم ربط دارد.

بر اساس این نیرو می توان توان را حساب کرد؟

او دو... که موج ایجاد می کند مثل شناور دریایی است و با این بالایی ... باید دو مسئله Fr هم اعمال شود که بعدا می خوانیم.

— مرحله زیر آب بعد از مدت کمی زیر آب می رود

اگر می‌گفت $V_p = 10 \frac{m}{s}$ و می‌گه V_m را طوری تعیین کنید به طوری که تشابه دینامیکی برقرار باشد.
(یا بتوان نتایج آزمایش را از m به p تعمیم داد)

اگر آب باشد: $Re_m = Re_p$ در این صورت $\frac{V_m}{V_p} = \frac{l_p}{l_m} = 10$

$V_p = 10 \frac{m}{s}$

$\rightarrow V_m = 100 \frac{m}{s}$

* اجسام متحرک از نوع شناور

که g هم وارد می‌شود

که خود به خود دیده در عدد Fr

$F_D = f(\rho, \mu, V, g, \text{شکل جسم})$

در دو کشتی مشابه از نظر هندسی:

$C_D = \varphi(Re, Fr)$

مثال: 86

اندازه‌گیری Drag

برای ساخت یک کشتی تصمیم گرفته‌ایم که مدل کوچکی از آن با مقیاس $\frac{1}{25}$ ساخته (انجام دهیم). ویسکوزیته سینماتیکی سیال مورد استفاده در آزمایش را طوری تعیین کنید به طوری که بین کشتی اصلی و کشتی مدل تشابه دینامیکی برقرار شود.

الف) $\nu_m = \nu_p$

ب) $\nu_m = \frac{1}{5} \nu_p$

ج) $\nu_m = \frac{1}{25} \nu_p$

د) $\nu_m = \frac{1}{125} \nu_p$ ✓

$(\nu_p = \nu_{\text{آب دریا}})$

حل: $C_D = \varphi(Re, Fr)$

$$(Re)_m = (Re)_p \Rightarrow \left(\frac{\rho V l}{\mu}\right)_m = \left(\frac{\rho V l}{\mu}\right)_p \quad \nu \quad ☆$$

$$(Fr)_m = (Fr)_p \Rightarrow \left(\frac{V}{\sqrt{l \cancel{g}}}\right)_m = \left(\frac{V}{\sqrt{l \cancel{g}}}\right)_p \Longrightarrow \frac{V_m}{V_p} = \sqrt{\frac{l_m}{l_p}} = \frac{1}{5}$$

شتاب ثقل g که در زمین حالت تغییرات شعاعی ندارد. پس از دو طرف حذف می‌کنیم. مثلاً مدل در کره ماه [illegible] کره جنوب!

$$☆ \Rightarrow \frac{\nu_m}{\nu_p} = \frac{V_m}{V_p} \cdot \frac{l_m}{l_p} = \left(\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{25}\right) = \frac{1}{125}$$

الف: $\nu_m = \frac{1}{125}\nu_p$ ← چنین مایعی در کره زمین وجود ندارد!

شناورهای دریایی ۲ و ۸ است دریای دو فاز، و حتماً باید با مایع تست شود.
معمولاً از آب استفاده می‌کنند در دسترس است

مثال: در مسئله قبل فرض کنید بخواهیم از آب دریا در انجام آزمایشات استفاده کنیم کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد نسبت هندسی درست است؟

✓ الف) $\frac{l_m}{l_p} = 1$

ب) $\frac{l_m}{l_p} < 1$

ج) $\frac{l_m}{l_p} > 1$

د) مجاز به استفاده از آب نمی‌باشیم.

$$(Re)_m = (Re)_p \Rightarrow \left(\frac{Vl}{\cancel{\nu}}\right)_m = \left(\frac{Vl}{\cancel{\nu}}\right)_p \longrightarrow \frac{V_m}{V_p} = \frac{l_p}{l_m}$$

$$(Fr)_m = (Fr)_p \Longrightarrow \left(\frac{V}{\sqrt{lg}}\right)_m = \left(\frac{V}{\sqrt{lg}}\right)_p \Longrightarrow \frac{V_m}{V_p} = \sqrt{\frac{l_m}{l_p}}$$

$$\sqrt{\frac{l_m}{l_p}} = \frac{l_p}{l_m}$$

$\longrightarrow \frac{l_m}{l_p} = 1$ در شناورهای دریایی اگر از آب بخواهیم استفاده کنیم باید مقیاس ۱ باشد.

یعنی ← ایده آل: ۱) مقیاس کمتر از یک باشد ← از غیر آب استفاده کنیم.
۲) از آب دریا استفاده شود.

مثال: 86

? 225 ?

قبل از ساخت یک کشتی تصمیم گرفتیم یک مدل از آن تصمیم گرفتیم یک مدل کوچکی از آن با مقیاس ۱ به ۱۰ تست کنیم. اگر سرعت کشتی اصلی $10 \frac{km}{h}$ باشد سرعت کشتی مدل را طوری تعیین کنید به نحوی که بتوان نتایج به دست آمده در مدل را به طور معقول به کشتی تعمیم دهیم (فرض کنید در آزمایشات از آب دریا استفاده شده است).

$V_p = 10 \frac{km}{hr}$

مقیاس: $1/10$ — آب دریا = سیال مدل

الف) $25 \frac{km}{h}$

ب) $2 \frac{km}{hr}$

ج) $10 \frac{km}{hr}$

د) مجاز به استفاده از آب نیستیم.

$$(Re)_m = (Re)_p \Rightarrow \left(\frac{VL}{\nu}\right)_m = \left(\frac{VL}{\nu}\right)_p \rightarrow \frac{V_m}{V_p} = \frac{L_p}{L_m} = 25$$

$$\rightarrow V_m = 250 \ \frac{km}{hr}$$

$$(Fr)_m = (Fr)_p \Rightarrow \left(\frac{V}{\sqrt{Lg}}\right)_m = \left(\frac{V}{\sqrt{Lg}}\right)_p \rightarrow \frac{V_m}{V_p} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow V_m = 2 \ \frac{km}{hr}$$

$$C_D = \varphi(\cancel{Re}, Fr)$$

اینجا Re و Fr دو جواب متفاوت می‌ده که هر دو در گزینه‌ها هست. از چیزی که عدد خود بوده استفاده می‌کنیم.

ما به سمت Re اش علی‌الظاهر اهمیت نمی‌دهیم ← تشابه ناقص دینامیکی

تشابهی که ما به یکی از اعداد بی بعد در مسأله علی‌الظاهر اهمیت نمی‌دهیم

Re ← درگ اصطکاکی

Fr ← درگ موج ساز Wave-making Drag

این که ما از Re صرف نظر کنیم به این دلیل نیست که درگ اصطکاکی ناچیز است! اتفاقاً مقدار بسیار زیادی دارد.

Re عدد بزرگتری نسبت به Fr می‌دهد! اینجا $V = 250 \frac{km}{h}$ باید که اصلاً کشتی‌ها به آن نرسیده‌اند!!

حالا چرا Re را قطع می‌زنند؟

درگ اصطکاکی برخلاف درگ موج ساز با دقت بسیار بالا قابل محاسبه است.

$$(F_D)_m \Big|_{\text{کل}} = 240 \ N$$
آزمایش

$$(F_D)_m \Big|_{\text{اصطکاک}} = 100 \ N$$
(محاسبه) از طریق لایه‌ی مرزی تئوری

$$\rightarrow (F_D)_m \Big|_{\text{موج سازی}} = 140 \ N$$

$$(Fr)_m = (Fr)_p \rightarrow \frac{V_m}{V_p} \ ✓$$

$$(C_D)_m = (C_D)_p \Rightarrow \left(\frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 l^2}\right)_m = \left(\frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 l^2}\right)_p$$

درگ موجی با مقدار نه درگ کل را

تشابه ناقص دینامیکی ؟

آیا فقط Re را تشابه بگیریم ؟ [illegible] ؟ [illegible] را درست کنیم ؟ [illegible] اصلاح کردیم

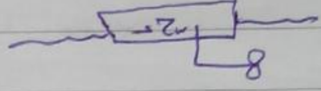
نواقص تشابه ناقص را برطرف می‌کنیم.
درگ

$$\rightarrow (F_D)_p\Big|_{\text{کل}} = \underbrace{(F_D)_p\Big|}_{\text{اصطکاکی (محاسبه)}} + \underbrace{(F_D)_p\Big| = 140\ N}$$

به دست می‌آید.

از طریق تئوری لایه مرزی

$F_D = f(\rho, \mu, V, c,$ شکل موشک$)$

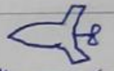


$C_D = \varphi(Re, \underbrace{M}_{\text{درگ موجی}})$

?

$$\left.\begin{aligned}(Re)_m &= (Re)_p\\ M_m &= M_p\end{aligned}\right\} \rightarrow (C_D)_m = (C_D)_p$$

در دو موشک مشابه از نظر ابعادی با انجام آنالیز ابعادی :



نکته :

$\text{if } M_p > 0.3 \Longrightarrow M_m = M_p$

$M_p = 0.62$
$M_m = 0.62$

آیا اینجا Re نادیده گرفتیم ؟ $M_p = 0.21$ $M_m = 0.11$ چیه ؟

$\text{if } M_p < 0.3 \Longrightarrow$ نیازی به تشابه ماخ نداریم

$M_p = 0.21$
$M_m = 0.11$

$\sqrt{kRT} \rightarrow \frac{P}{\rho}$

در Re ، ρ داریم و در M هم که $\frac{V}{c}$ ، ρ داریم در این گونه مسائل با مجبوریم Re هم M هم مشکل داریم باز Re را کنار می‌گذاریم چون وگرنه تشابه ناقص می‌شد با M حساب می‌کنیم بعدا اثرات Re را وارد کرده (اثرش را اصلاح می‌کنیم)

اگر $M < 0.3$ ماخ نداریم داریم و تشابه تنها Re داریم $C_D = \varphi(Re, \cancel{M})$

(اشتباهی می‌کنیم باید چه حالت بازی کنیم که نیاز نشد Re را کنار بگذاریم ولی اگر نشد و $M > 0.3$ بود Re را کنار می‌گذاریم ...)

تغییر شرایط کاری یک جسم :

ΔP افت فشار ، Q دبی

مثال : در لوله‌ای به طول l به قطر d و زبری ϵ نفت خام شماره ۱ جریان دارد. $\left(Q = 1\ \frac{m^3}{s},\ \Delta p = 1000\ kPa\right)$

مهم

؟ چرا $Cp_1=Cp_2$ و $Re_1=R_2$ ؟!

اگر به جای این نفت خام نفت خام دیگری (نفت خام شماره 2) در این لوله جریان یابد تحت شرایط تشابه دینامیکی (با فرض [illegible]) دبی و افت فشار مربوط به این نفت خام چقدر پیش بینی می شود؟

#1 نفت خام →

$Eu=\varphi(Re, \frac{l}{d}, \frac{\epsilon}{d})$ یا $C_p=\varphi(Re, \frac{l}{d}, \frac{\epsilon}{d})$

حل فرض: $\rho_2=\rho_1$

$\mu_2=10\mu_1$ نفت خام 2 لزج تر است.

و لوله که عوض شده هندسی با خودش مشابه است $\frac{l}{d}$ و $\frac{\epsilon}{d}$ برابر با هم باشند.

داریم $Q=1\frac{m^3}{s}$ و ρ_1 و μ_1 و

$\Delta p=1000kpa$

$$(Re)_1=(Re)_2 \Rightarrow \left(\frac{\rho V d}{\mu}\right)_1=\left(\frac{\rho V d}{\mu}\right)_2 \rightarrow \frac{V_2}{V_1}=\frac{\mu_2}{\mu_1}=10$$

$$\Rightarrow (C_p)_1=(C_p)_2$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho V^2}\right)_1=\left(\frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho V^2}\right)_2 \Rightarrow (\Delta p)_2=(\Delta p)_1\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2=100\,\Delta p_1$$

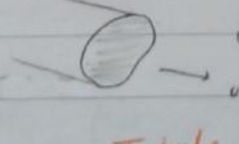
← در دبی خاص این طور می شود

افت فشار را فقط در حالتی که Re برابر باشند ← $Q_2=10Q_1$ یا $V_2=10V_1$ (دبی خاص) می توان پیدا کرد.

اینجا شرایط کاری را تغییر کرده بود!

جریان داخلی لوله‌ها سیال با یک دیواره (لوله، duct (مستطیلی، مربع) محاصره شده است △ و ⬭ هم داریم)

← جریان در لوله‌ها ← جریان در کانال‌های بسته (اجازه نیست سیال کانال در مقطع را پر کند یا فقط مایع یا فقط گاز و 2 فاز نشینه)



تک فازه

ما بیشتر در لوله متمرکز می شویم

انواع جریان در لوله‌ها:

1) آرام یا گذرا، درهم) ← رژیم‌های جریان

آرام → Laminar لایه‌ای

درهم → مغشوش - آشفته Turbulent

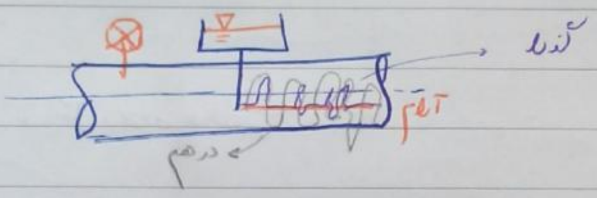
گذرا → عبوری، گذرا Transient

2) دائم، ~~غیر~~ دائم

3) ~~تراکم پذیر~~، تراکم ناپذیر

4) توسعه یافته، ~~توسعه نیافته~~

5) محوری، ~~سطحی~~، ~~پیچشی~~



⑥ تشخیص رژیم‌های جریان:

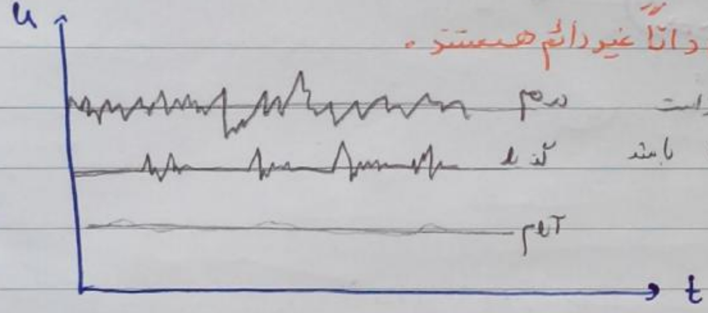
رینولدز گفت،

از خط اثری توان فهمید

هم آرام و درهم قانون استانه ولی گذرا نه

② ما با دائم کار می‌کنیم.

نکته: جریان درهم و گذرا، ذاتاً غیردائم هستند.



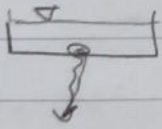
هرچند u بالا است حالت درهم پایدار است

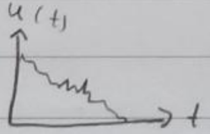
جریان درهم ذاتاً غیردائم است حتی اگر Q cte باشد

③ ما تراکم ناپذیر کار داریم

جریان درهم دائم $\bar{u} \neq f(t)$

ولی $\bar{u}$ جریان درهم با زمان می‌تواند تغییر کند ←

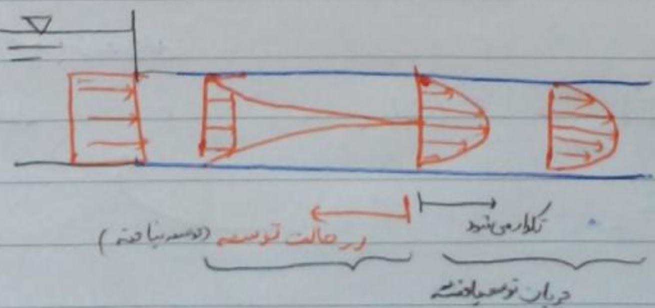




جریان توسعه یافته:

- به قسمتی از یک لوله یا کانال گفته می‌شود که V پروفیل سرعت شکل نهایی خود را پیدا نموده و در آن شکل را حفظ نماید (تکرار نماید)

④ ما توسعه یافته کار داریم

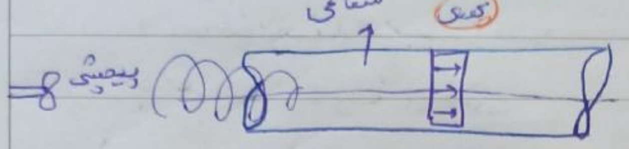


$\frac{\partial p}{\partial x} = \text{const}$ گرادیان فشار

در ناحیه‌ی توسعه یافته فشار به صورت خطی در امتداد لوله کاهش می‌یابد.

⑤ ما با محوری Axial کار داریم.

ما با المان کار داریم

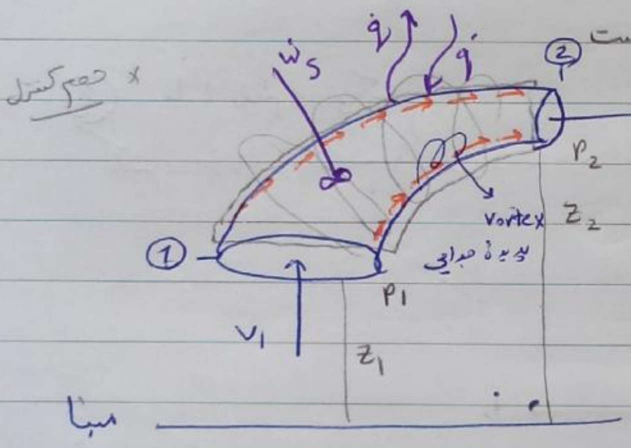


سطحی
کلی
پیچشی

نقطه شروع :

کانالی با شکل دلخواه و متغیر :

سیال لزج است



حجم کنترل
$\dot{w}_s$
$\dot{q}$
$\dot{q}$
②
V_2
P_2
Z_2
vortex
پدیده جدایی
①
P_1
V_1
Z_1
مبنا

در شکل تنش برشی دیواره با ستاره نشان دادیم برای سیال عکس است

خود سیال خود به خود به دلیل پدیده

به دلیل تنش برشی ، Viscous Heating

internally گرم می شود چون ما از بیرون سوختن کنیم

می گرمش کنیم.

کار جریان فشار را وارد کند

حجم کنترل دلخواه.

h=u+p در دید ترمودینامیکی

در معادله سیالات به جای B → E بگذار.

قضیه رینولدز $\dot{B} \to \dot{E} = \dot{E}_p + \dot{E}_k + \dot{E}_u$

$$\frac{\dot{m} g z}{\dot{m} g} \qquad \frac{\frac{1}{2}\dot{m} v^2}{\dot{m} g} \qquad \boxed{\dot{m}\hat{u}} \to \hat{U}$$

$\hat{U}$ ← انتقالی

* معادله بقای انرژی

$$\dot{q} - \boxed{\dot{w}} = \frac{d}{dt}(E)_{sys.} = \frac{\partial}{\partial t}(E)_{c.v.} + \dot{E}_2 - \dot{E}_1$$

$$\dot{w} \to \dot{w}_s + \boxed{\dot{w}_f} \to \int \frac{p}{\rho} \underbrace{\rho(\vec{V} \cdot dA)}_{d\dot{m}}$$

$\dot{w}_f$ ← کار جریان

طرفین بر mg تقسیم

⑨

W کار جریان است یا پمپ؟

E_1 انرژی مکانیکی مقطع ۱ (جمع ۳ تا هد فشار و جنبشی و پتانسیل)

h_L به دلیل چرخش های vortex ها

شفت انرژی تزریق کند ← پمپ ← $+h_p$

شفتی را بچرخاند (توربین) ← $-h_p$

h_p, h_T ؟!

E_1 انرژی مکانیکی

E_2 انرژی مکانیکی ۲

است ترم کسر انرژی تزریقی کن باکید.

معادله انرژی !!!

معادله برنولی تعمیم یافته

$$\underbrace{\left(\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1\right)}_{E_1}=\left(\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2\right)+\underbrace{\frac{u_2-u_1-\dot q}{\dot m g}}_{h_L}+\frac{\dot W_s}{\dot m g}-W_P+W_T$$

پمپ توربین

هد فشاری — هد جنبشی — هد پتانسیل — هد پمپ — هد توربین

Head loss است هد

صح

f شافت کار جریان است یا پمپ؟ ?

معادله انرژی در حالت خاص ← برنولی تبدیل می‌شود

در برنولی شرط سیال غیرلزج و $\mu=0$ باشد

اگر $\mu=0$ باشد ← $h_L=0$ ← $u_2=u_1$ ← افزایش انرژی داخلی به دلیل اصطکاک لایه ها که به لایه اتصال دارد

انتقال کار و حرارت = ۰

$\dot W_s=0$

$\dot q=0$

معادله لوله را آنقدر نازک کنیم که بشه خط جریان ← برنولی برقراره.

$$\left(\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1\right)$$

$$E_1-h_L+\overbrace{h_P-h_T}^{\text{ترم‌های مکانیکی}}=E_2=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2$$

ترم حرارتی معادله انرژی

اثر مستقیم → تلفات اصطکاکی (τ_w) → h_f

اثر غیرمستقیم → تلفات غیراصطکاکی (بی‌نظمی جدایی) → h_m

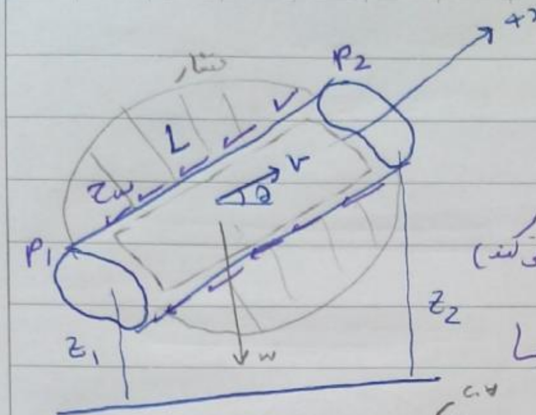
(Minor جزئی) ← تلفات موضعی (Local)

کانال با شکل دلخواه ولی ثابت:

فرضیات:

۱) دائم، توسعه یافته (غیرقابل تراکم)

سیال داخل کانال را حجم کنترل بگیر. ← بدون شتاب



پیوستگی : $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$

$\rightarrow \rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2 \Rightarrow \boxed{V_1 = V_2}$ ①

مومنتوم $\sum F_x = (\dot{m}_2)_x - (\dot{m}_1)_x = 0$

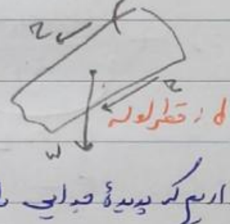
(جریان توسعه یافته است و پروفیل سرعت هم تغییری نکند)

سطح ترشده (جانبی) = p l

$\hookrightarrow P_1 A - P_2 A - \tau_w \cdot A' - W \sin\theta = 0$ ②

$W \rightarrow A \cdot L \cdot \gamma$

$\sin\theta \rightarrow \frac{Z_2 - Z_1}{L}$



سطح ترشده $A' = p \cdot L$

L : طول لوله

h_L همش از نوع اصطکاکی است (h_f) چون زانویی نداریم که پدیدهٔ جدایی داشته باشیم.

انرژی : $\left(\frac{P_1}{\gamma} + \cancel{\frac{V_1^2}{2g}} + Z_1\right) - \underset{h_f}{h_L} + \underset{0}{\cancel{h_P}} - \underset{0}{\cancel{h_T}} = \frac{P_2}{\gamma} + \cancel{\frac{V_2^2}{2g}} + Z_1$ ③

γ خواص سیال

τ_w خواص جریان

$\frac{A'}{A}$ خواص هندسی

کلی برای مقاطع

① + ② + ③ $\longrightarrow \boxed{h_f = \frac{\tau_w}{\gamma}\frac{A'}{A}} \xrightarrow{\text{لوله}}$

کاربرد

اگر کانال لوله باشد. ⇒ $\boxed{h_f = \frac{4\tau_w}{\gamma}\frac{L}{d}}$ ⟶ لوله

فرمول دارسی – ویسباخ

کانال ؟ لوله ؟

ص ۶۸ تا ص ۱۰۰ چک

93,5,20 جلسهٔ هفتم

★ * فرمول دارسی – ویسباخ و کاربردهای آن | پرتست ⟵ $h_f = \frac{4\tau_w}{\gamma}\left(\frac{1}{d}\right)^1$ ⟷

بهتر $\boxed{h_f = f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g}}$

* دیاگرام مودی
* تلفات موضعی
* پمپ و توربین در مدار
* لوله‌های سری – موازی هم‌ارز

کاربرد

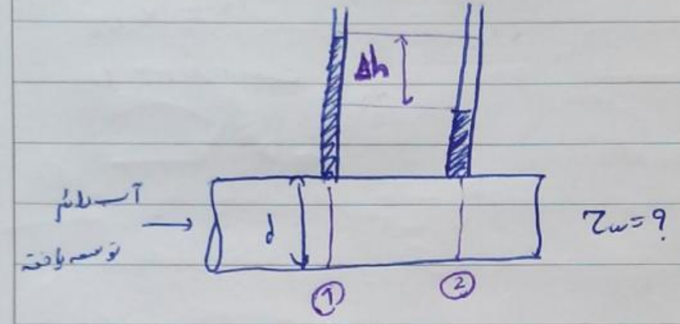
* پروفیل سرعت و تنش و فشار ⟵ فاز تئوری

* ضرایب α و B

* کانال های غیر دایره ای

$$\overset{\text{طول مشخصه}}{h_f = \frac{4\tau_w}{\gamma}\frac{L'}{\alpha}} \quad \text{II}$$

$$\frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho V^2} = C_p = f\left(Re, \frac{l}{d}, \frac{\epsilon}{d}\right) \quad \text{I}$$



$\tau_w = ?$

$$\text{if } \alpha \longrightarrow \Delta p = \gamma h_f$$

$$\xrightarrow{\text{I}} C_H = \frac{h_f}{\frac{V^2}{2g}} = \frac{\rho g h_f}{\frac{1}{2}\rho V^2} = f\left(Re, \frac{l}{d}, \frac{\epsilon}{d}\right)$$

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1\right) - h_f = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

$$\Rightarrow h_f = \frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{\gamma \Delta h}{\gamma} = \Delta h \qquad \Rightarrow h_f = \Delta h$$

$$h_f = \Delta h = \frac{4\tau_w}{\gamma}\frac{l}{d} \longrightarrow \boxed{\tau_w = \frac{\gamma d \Delta h}{4\tau_w l}}$$

$$\downarrow$$

$$h_f = \frac{V^2}{2g}\underbrace{f\left(Re, \frac{\epsilon}{d}, \frac{l}{d}\right)}_{\text{ضریب اصطکاک دارسی}}$$

$$\begin{cases} \frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho V^2} = C_p = f\left(Re, \frac{l}{d}, \frac{\epsilon}{d}\right) \\ h_f = \frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{\gamma \Delta h}{\gamma} = \Delta h \longrightarrow \Delta p = \gamma h_f \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho V^2} = \frac{\gamma h_f}{\frac{1}{2}\rho V^2} = \frac{\rho g h_f}{\frac{1}{2}\rho V^2} = \frac{h_f}{\frac{V^2}{2g}} = C_H$$

اما طبق h_f و Re هنوز معلوم نیست.

ضریب هد $C_H = \frac{h_f}{\frac{V^2}{2g}} = \frac{\rho g h_f}{\frac{1}{2}\rho V^2} = f\left(Re, \frac{l}{d}, \frac{\epsilon}{d}\right)$ ضریب هد

$$\Rightarrow h_f = \frac{V^2}{2g}\frac{l}{d}\,\underbrace{\varphi\left(Re, \frac{\epsilon}{d}\right)}_{f}$$

$$\Rightarrow h_f = \frac{V^2}{2g} f\left(Re, \frac{\epsilon}{d}, \frac{l}{d}\right) \quad ①$$

$$\Longrightarrow h_f = \frac{V^2}{2g}\cdot\frac{l}{d}\,\varphi\left(Re, \frac{\epsilon}{d}\right)$$

$$h_f = \frac{4\tau_w}{\gamma}\frac{l}{d} \quad ②$$

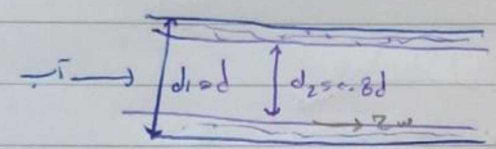
$$h_f = f\,\frac{l}{d}\,\frac{V^2}{2g}$$ فرمول دارسی ویسباخ

moody ← آزمایشگاه ← ضریب اصطکاک

مثال: قطر یک لوله در اثر رسوبات به اندازه‌ی 0/20 (20%) کاهش یافته است. تلفات اصطکاکی درون لوله نسبت به حالت اول چند برابر شده است؟ (فرض کنید ضریب اصطکاک دارسی و نیز دبی حجمی Q تغییر نکرده باشد)

$Q_1 = Q_2$
$f_1 = f_2$

الف) $\simeq 1.25$
ب) $\simeq 3$ ✓
ج) $\simeq 6$
د) تغییر نکرده است.



قبلاً که در فرمول حساب می‌کردیم $\dot{w}_f$ = که نبودیم و فقط h_f را داشتیم ولی اینجا کلش را می‌خواهیم

h_f یا h_L چند برابر؟ مقایسه‌ی $\dot{w}_f$ ها

اینجا تلفات خواسته

حل: $\dot{w}_f = \dot{m} g h_f = \gamma Q h_f$

$Q_1 = Q_2$ و $f_1 = f_2$

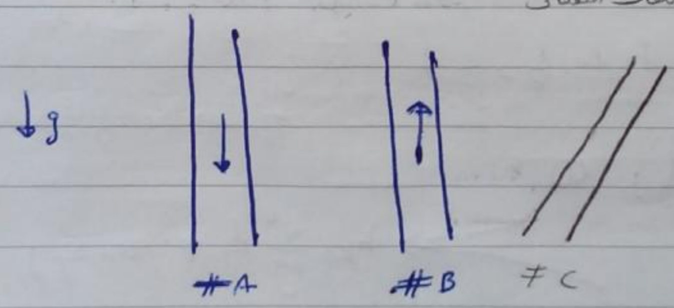
$$? = \frac{(\dot{w}_f)_2}{(\dot{w}_f)_1} = \overset{1}{\cancel{\frac{f_2}{f_1}}} \cdot \overset{1}{\cancel{\frac{l_2}{l_1}}} \cdot \frac{d_1}{d_2} \cdot \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \xrightarrow[V_2 = Q_2/A_2]{V_1 = Q_1/A_1} (1.25)^2 \simeq 3$$

* $\dot{w}_p = \gamma Q h_p$
* $\dot{w}_f = \dot{m} g h_f$

مثال: با توجه به شکل مقابل در کدام یک از این دو لوله تلفات اصطکاکی بیشتر است؟

یعنی در کدام لوله h_f بیشتر است؟

چون Q و γ ها یکی است مقایسه‌ی تلفات اصطکاکی مقایسه‌ی h_f ها می‌شود.



الف) A
ب) B
ج) هر دو یکی است ✓
د) با این معلومات نمی‌توان نظر داد

$d_A = d_B$ ، $l_A = l_B$ ، $\epsilon_A = \epsilon_B$

هر دو آب ($\gamma_A = \gamma_B$)

$Q_A = Q_B \longrightarrow V_A = V_B$

$f = \varphi(Re, \frac{\epsilon}{d})$
$(Re)_A = (Re)_B$

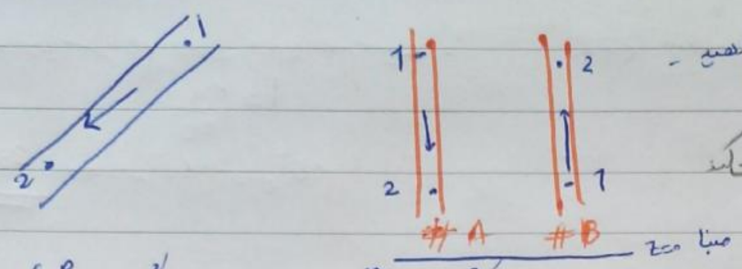
$h_f = f \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g}$

$f_A = f_B$

$$\Big\} \longrightarrow h_{f_A} = h_{f_B}$$

اگر لوله C هم بود h_{f_C} از همه بیشتر می‌شود چون $\underset{\text{طول}}{l}$ بیشتری داشت.

مثال - به سؤال مسئله قبل در مورد افت فشار پاسخ دهید.



سیال لزج در صورتی حرکت می‌کند که انرژی اش افت کند

① همه‌ی دردها است.

h_f توان اتلاف به ازای واحد وزن جریان

$$\left(\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1\right)-h_f=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2$$

γh_f — دیسیپیشن فشار رو میشود

تلفات انرژی است که دیسیپیشن طوری تعیین شده که از جنس فشار

$$\Rightarrow h_f=\frac{P_1-P_2}{\gamma}+(Z_1-Z_2)$$

$\Rightarrow \gamma h_f=$ pressure Loss تلفات فشار

$P_2-P_1=$ pressure Difference $=\Delta P$ اختلاف فشار

$P_1-P_2=$ Pressure Drope $=\Delta P_d$ افت فشار

سیال در جهتی حرکت می‌کند که انرژی افت کند

$$P_1-P_2=\Delta P_d=\gamma h_f+\gamma(Z_2-Z_1)$$

>0 و در هر دو یکی است.

$>0 \rightarrow$ لوله B

$<0 \rightarrow$ لوله A

(در لوله #B افت فشار بیشتر است)

با لوله الزدیتر انرژی را با ارتفاع بیشتر بالا می‌کشد

$$\frac{E_k=\frac{1}{2}mv^2}{mg}\rightarrow\frac{v^2}{2g}\rightarrow L$$

دیاگرام مودی:

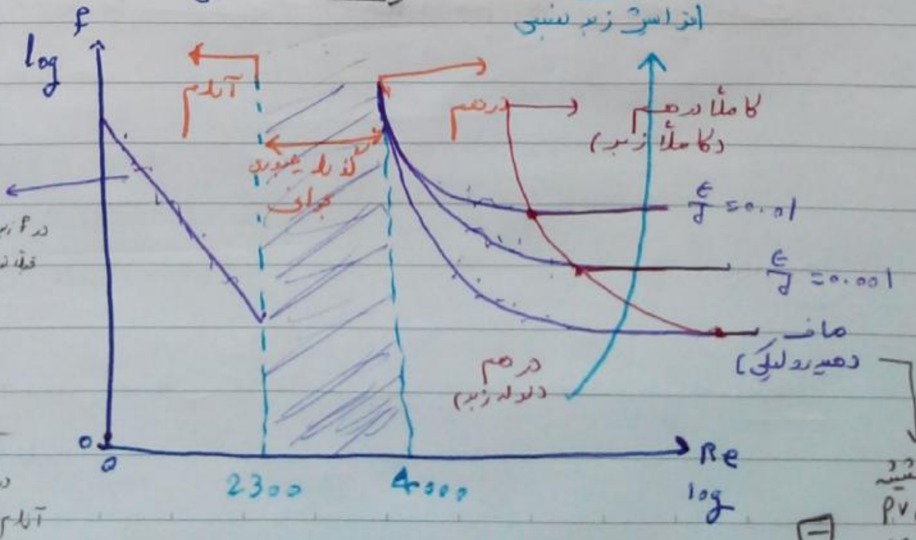
حداکثر تابع Re و $\frac{\epsilon}{d}$ است نه همزمان هر دو

2 متغیر مستقل دارد

$$f=\varphi\left(Re,\frac{\epsilon}{d}\right)$$

نتایج آزمایشگاهی $\Longrightarrow$

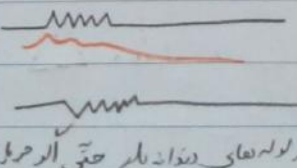
یکی را روی محور افقی گذاریم



$f\approx\frac{64}{Re}$

در f زبری نیست

قله‌ها داخل جداره دیواری پوشیده شده بود

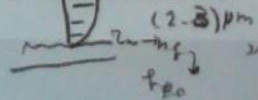


در لوله‌های دندانه‌دار حتی اگر جریان آرام باشد زبری مهم است.

شیشه

PVC

$(2-3)\mu m$ زبری دارند

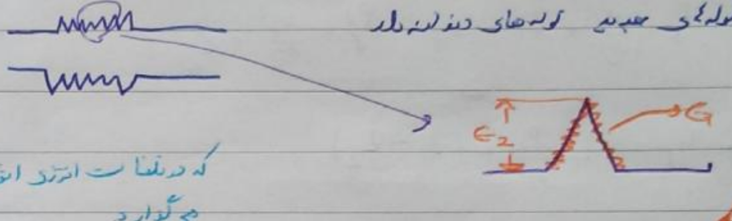


در جریان آرام زبری (ε) مهم نیست.! ← مشت به ده   لوله‌های مسی، چدنی، آهنی

$f \simeq \frac{64}{Re}$

2300 ← مرز آرام و غیر آرام

در لوله‌های جدید لوله‌های دندانه‌دار



2 نوع زبری داریم:

ϵ_1 (که خود لوله‌ها دارند)

ϵ_2 (که به دلیل ارتفاع دندانه‌ها) ← که در محاسبات اثرش را می‌گذارد.

$\epsilon_2 >> \epsilon_1$

در لوله‌های دندانه‌دار (حتّی در جریان آرام) زبری مهم است.

اگر اسم لوله دندانه‌دار را نیاورند ← پیش‌فرض در حالت آرام زبری مهم نیست.

در بازهٔ 2300 تا 4000، Δh ثابت نیست. فشار رنج‌ها عوض می‌شوند ← در این فاصله فرمول واحد یکسانی برای f نداریم! و ما نباید در این رنج کار کنیم.

بیشتر از 4000 ← جریان درهم ←

هدف: از نقطه‌ای به بعد ضریب اصطکاک f افقی می‌شود آن نقاط را به هم وصل کرد.

درهم:
- کاملاً درهم و کاملاً زبر ← Re بی اهمیت است ← سؤال بود.
  فقط به ε بستگی دارد نه Re مقدار زبری نسبی مهم است.
- درهم (لوله زبر) ← هم Re و هم $\frac{\epsilon}{d}$ هر دو مهم است.

از دیاگرام مودی سؤال زیاد آمده

چرا لوله‌های ... f ثابت است؟ ← چون لوله‌های ... اصلاً نداریم.

چرا لوله ... ها جابجا ... ؟

مرز بین آرام و آشفته در لوله با کانال فرق دارد   duct ← مستطیلی ← مرز 2300..15 سؤال می‌آید.

⚠ دیاگرام مودی مختص لوله‌های تازه است. برای لوله‌های کهنه استفاده نمی‌شود

دیاگرام مودی خطا دارد ±15% (مقدارش مهم نیست، منشأ آن مهم است؟)

? $K \propto Re$

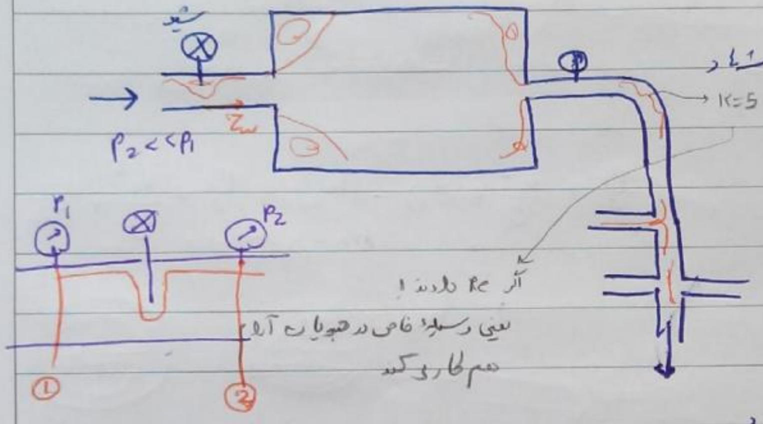
اندازه‌گیری زبری کار سختی است و خود خطا دارد. زبری که بگید اهمیتش هی بالا و پایین می‌رود و نوساناتش روی نتیجه تاثیر دارد و حدود ±15٪ خطا دارد

* در report اعداد فارسی سعی کن از سه رقم اعشار بیشتر نزنی. مثل 0.123 ✓

« فرمول colebrook

* تلفات موضعی (تلفات جزئی)

Minor ←



اگر Re داریم! یعنی وسیله خاص در جریان آرام هم کار کند

$P_2 << P_1$

$V_2 = V_1$

2=1 : ارتفاع یکسان

زبری شیر، زبری دبی سنج، در کنج‌ها و گوشه‌ها جایی که تغییر حجم می‌شود در اتصالات، جاهایی که خروجی دار دارند ... همه باعث تلفات اصطکاکی در افزایش مربی تلفات جزئی اضافه شود که متفاوت از حالت خاص است و در طول لوله پخش شده است و local (موضعی) اند

جمع تلفات موضعی حتی می‌تواند از اصطکاکی بیشتر شود.

همواره به صورت ضریبی از هد جنبشی بیان می‌شود حتی موقعی که هد جنبشی تغییر نمی‌کند و دست‌نخورده باقی می‌ماند.

$$h_m = \boxed{K}\left(\frac{V^2}{2g}\right)$$

K : جزو اعداد بی‌بعد است.

ضریب تلفات موضعی : $K = \phi\left(Re, \frac{\epsilon}{d}\right)$

ولی ارتباط K با $\frac{\epsilon}{d}$ ضعیف است و کنار می‌گذاریم و $K=\phi(Re)$ ارتباط با Re هم به 2 شکل است

(اگر جریان درهم باشد K مستقل از Re می‌گردد.)

* K از آزمایش به دست می‌آید. سه صورت سؤال باید بدهد.

در کتاب سیالات فقط یک هندسه است که K را به شکل تئوری حساب کرده لذا دقت زیادی هم ندارد باید با شیر (در آن انبساط ناگهانی است) ← (کنکور 3 سال پیش سؤال آمده بود)

K می‌تواند هر عددی باشد؟

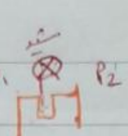
؟ زمانی که قانون‌های انرژی نقض نشود هر عددی می‌تواند باشد.

$$\underset{total}{h_t} = \underset{12m}{\frac{P}{\gamma}} + \underset{2m}{\frac{V^2}{2g}} + \underset{4}{Z} = 18^m \longrightarrow \frac{\overset{h_t}{18}}{\underset{\frac{V^2}{2g}}{2}} = 9 = K_{max}$$

وقتی $\frac{P}{\gamma}$ و Z صفر شده فقط $\frac{V^2}{2g}$ را داشته باشیم

نهال NAHAL

$$\boxed{h_m = \frac{\Delta p}{\gamma}} = 6^m$$

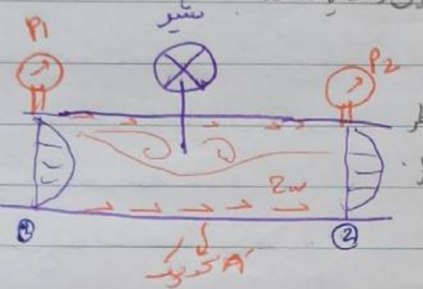


$$K = \frac{\Delta p/\gamma}{V^2/2g} = \frac{6}{2} = 3 \checkmark \quad < 9$$

ولی اگر $K=9.01$ درآید

دیگر نمی‌شه چون $K_{max}=9$ است.

وجود شیر جریان را از توسعه یافته خارج می‌کند. فشارسنج را جایی بگذار که جریان توسعه یافته شود


P1
شیر
P2
τ_w
①
②
سطح درگیر A'

چون در [illegible] تنش کم است و بیشتر تلفات vortex است

چون مساحت درگیر شده کوچک است از h_f صرف نظر کنیم:

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + \cancel{z_1}\right) - \underset{h_m + \cancel{h_f} \to \simeq 0}{\boxed{h_L}} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \cancel{z_2}$$

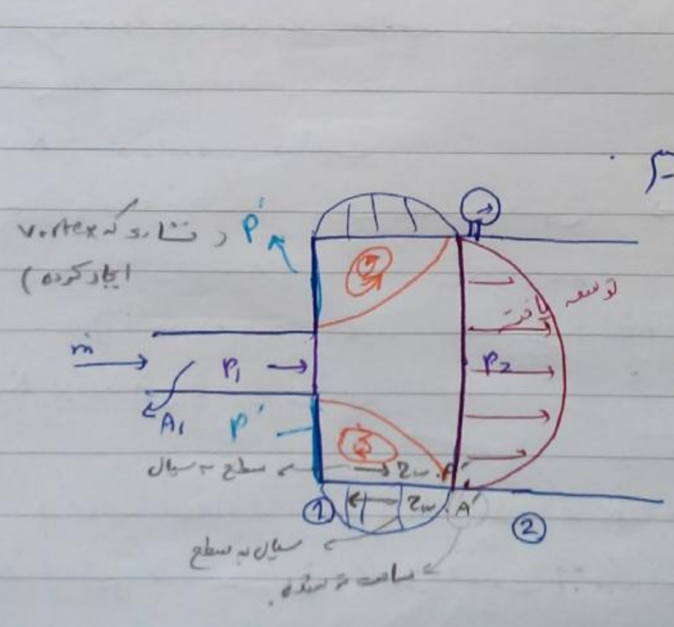
$$\longrightarrow \boxed{h_m \simeq \frac{\Delta p}{\gamma}}$$ در دو سوی شیر

$$\frac{h_f}{V^2/2g} = \varphi(R\ )$$

$$\frac{\overset{=\gamma h_m}{\Delta p}}{\frac{1}{2}\rho V^2} = C_p = \varphi\left(Re, \frac{\epsilon}{d}\right) \longrightarrow h_m = \frac{V^2}{2g}\overset{k}{\varphi\left(Re, \frac{\epsilon}{d}\right)}$$

انبساط ناگهانی :

سطح مقطع هر چه می‌تواند باشد کلی می‌نویسیم.


P' (فشاری که vortex ایجاد کرده)
$\dot m$
P1
A1
P'
سطح به سیال
$\tau_w \cdot A'$
P2
توسعه یافته
+x
①
②
τ_w
A'
سیال به سطح
مساحت درگیر شده

3 معادله از 3 مجهول

روش حجم کنترل

$$\dot m_1 = \dot m_2 \Longrightarrow \cancel{\rho_1} A_1 V_1 = \cancel{\rho_2} A_2 V_2 \quad ①$$ (جریان دائم (غیر قابل تراکم))

$$\Sigma F_x = \dot M_2 - \dot M_1 = \dot m(V_2 - V_1)$$

$$P_1A_1 - P_2A_2 + \underset{\simeq P_1}{p'}(A_2 - A_1) + \underset{\tau_w \cdot A'}{\overset{\simeq 0}{\cancel{F_f}}} = \dot m(V_2 - V_1) \quad ②$$

پودمان ۲: فرمول انقباض ناگهانی

انرژی : $\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + \cancel{z_1}\right) - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \cancel{z_2}$ ③

$h_L \to h_m + \cancel{h_f} \simeq 0$

ساده سازی (تقریبات)

تعداد معادلات با تعداد مجهولات یکی نیست

در اینجا با h_m از h_f صرف نظر کنیم چون تنش برشی (به سبب چرخش سیال vortex) و سطح توسعه کم است پس از F_f هم صرف نظر کنیم و $p' \simeq p_1$

اگر زیاد درست نیست ولی محدوده کاملا درست است

در مورد K انبساط کدام درست است؟ سؤال کنکور بوده

$$\Longrightarrow h_m \simeq \underbrace{\left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2}_{K} \left(\frac{V_1^2}{2g}\right)$$

K انبساط لوله

ضریب تراکم موضعی با روش حجم کنترلی برای انبساط ناگهانی

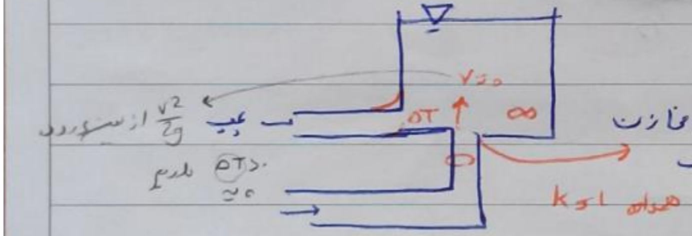
ها ... با آزمایش

در یک ناحیه کوچک درسته!

معمولا بر اساس ... بیان می‌شه مگر در حالت انقباض :

$A_2 \to \infty \; ; \; K \to 1$

حوض را از بالا یا پایین خواهیم پر کنیم :


$V \simeq 0$
∞
ΔT
عیب $\frac{V^2}{2g}$ از بین رود
$\Delta T \simeq 0$ بالا می‌رود
همواره K≃1

ورود به مخازن بزرگ : $A_2 >>> A_1 \to (A_2 \to \infty) \to K = 1$ همواره

همواره

حالا می‌خواهیم ببینیم چرا K=1

چون سیالی که وارد شده به سرعت ... می‌رسد و تلفات انرژی به صورت جنبشی است و دمای آب بالا می‌رود

اگر سیال با همان دبی در جهت برعکس باشد :

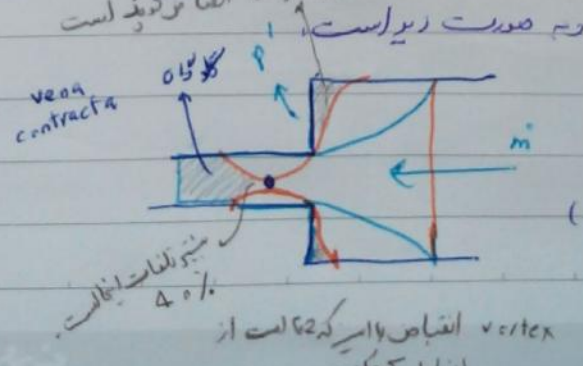
مثال: در سؤال قبل اگر جهت حرکت سیال معکوس گردد با فرض ثابت بودن دبی تلفات موضعی چه تغییری خواهد کرد؟ (انقباض ناگهانی) (فرض کنید جریان از نوع درهم است)

Re>1 با آرام

تلفات انرژی رو معمولا بر اساس جریان ورودی می‌گن

در انقباض vortex ها در دو جا تشکیل می‌شود به صورت زیر است

vortex اینجا انقباض کوچک است



2 سمت vortex داریم .

انقباض تلفات موضعی کمتری دارد تا انبساط (حدود ۴۰٪ کمتر است)

از آزمایش : $(h_m) > (h_m)$

انبساط انقباض

vortex انقباض بالایی که 2% است از انبساط کوچکتره.

معلومات اضافه

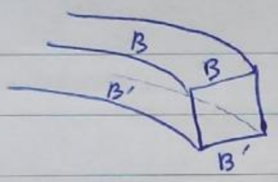
if $Re << 1 \longrightarrow$ جریان خزشی $\Rightarrow (h_m)_e = (h_m)_c$

creeping

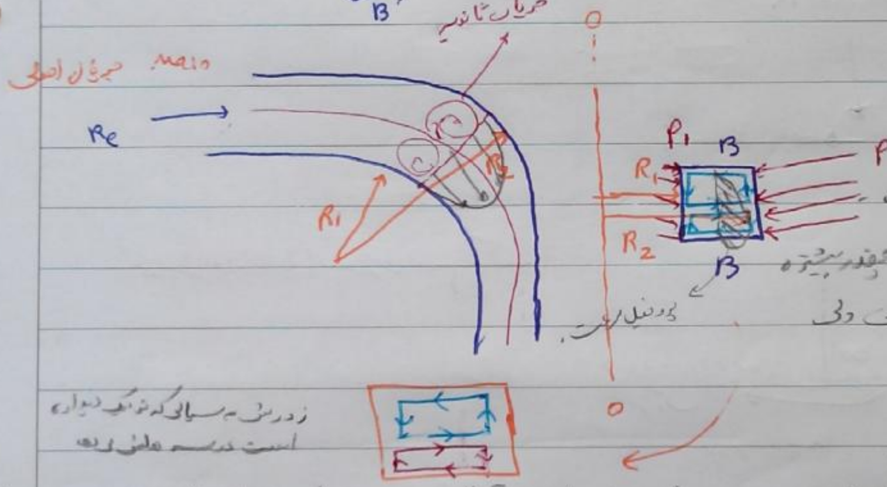
h_m انقباض و انبساط برابرند.

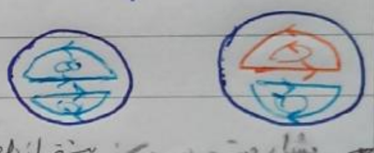
خطوط جریان انقباض و انبساط روی هم می‌افتند

if $Re >> 1 \longrightarrow (h_m)_{\text{انبساط}} > (h_m)_{\text{انقباض}}$



جهت vortex ؟


جریان ثانویه
جریان اصلی
main
Re
R_1
R_2
O
P_1
P_2
B
R_1
R_2
B
پروفیل سرعت
O



★ فشار سمت بیرونی بیشتر از داخل است.

در عین حال وابسته آن به برنولی می‌گه سرعت بیشتره

اگر فشار بیرونی > فشار درونی ولی

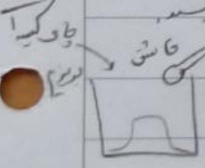
دیگه برنولی نمی‌تونه بگه سرعت بیشتر

زد و بند سیالی که نزدیک دیواره است درست عمل نمی‌ده

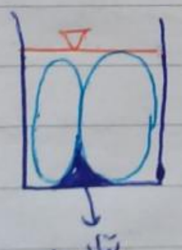
سیال مرکز انرژی جنبشی و مومنتوم زیاد دارد و سیال خارجی زد و بند به آن‌ها می‌رسد ولی به سطح های رسد.

پس ابتدا سیال اطراف سطوح را تحت تأثیر قرار می‌دهد و بعد می‌چرخد به سمت مرکز می‌آید.

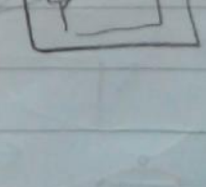
جریان ثانویه باعث می‌شود ایجاد گردابش را دید.


چای کیسه‌ای
قاشق

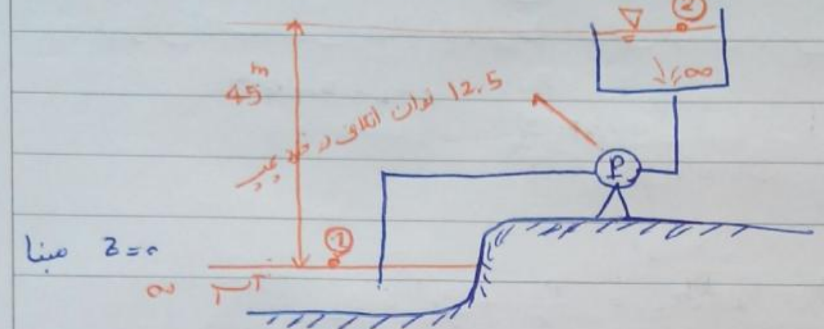
$\frac{\partial p}{\partial r} > 0$



فشار زد و بند به سیال نزدیک دیواره می‌رسد حل می‌دهد تا به نقطه سکون برسد


گردابه Dean

مثال: با توجه به شکل مقابل توان مصرفی (توان مورد نیاز) پمپ چقدر است؟



مابین نقطه های ۱ و ۲ برنولی می نویسیم

$h_L = 500\,Q^2$ ، $\eta_p = 80\%$ ، $Q = 0.1\ \frac{m^3}{s}$ ، $\dot{W}_p = ?$

توان مصرفی = توان مورد نیاز

حل: $h_f = f\frac{L}{d}\frac{v^2}{2g} = c_1 Q^2$ درهم $\xleftrightarrow{\text{مقایسه با}} 500\,Q^2$

$= \cancel{c_2 Q}$ آرام

$\Sigma h_m = K\frac{v^2}{2g} = c_2 Q^2$

$h_L = \Sigma h_m + h_f = (c_1 + c_2)Q^2 = 500\,Q^2$

برنولی

پمپ بازده ۸۰٪ دارد و هرچی می‌گیره همه رو تحویل نمی‌ده!

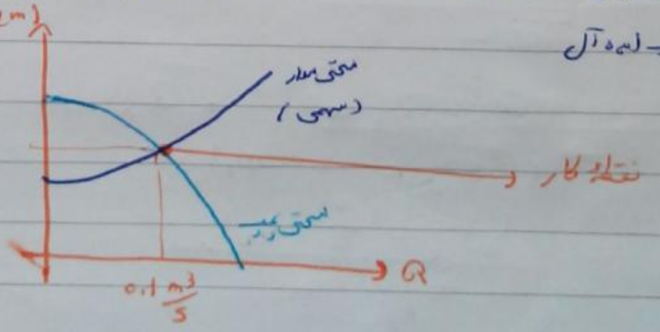
$$\left(\overset{=0}{\cancel{\frac{P_1}{\gamma}}} + \overset{\approx 0}{\cancel{\frac{V_1^2}{2g}}} + \overset{0}{\cancel{Z_1}}\right) - \overset{500Q^2}{\cancel{h_L}} + h_p = \cancel{\frac{P_2}{\gamma}} + \overset{\approx 0}{\cancel{\frac{V_2^2}{2g}}} + \cancel{Z_2}^{\,+45}$$

$V_2 \approx 0$ چون خیلی بزرگ ، $P_1 = P_2 = P_{atm}$

$\longrightarrow h_p = 45 + 500\,Q^2 = 45 + 5 = 50\ m$

$(\dot{W}_p)_i = \gamma Q h_p = 10{,}000 \times 0.1 \times 50 = 50\ kW$ توان مورد نیاز سیال

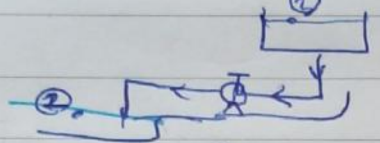
توان مصرفی پمپ ایده آل



$(\dot{W}_p)_a = \frac{50}{\eta_p} = 62.5\ KW$

$* \quad \frac{\dot{W}_s}{\dot{m}g} = h_p$

مثال: در مسئلهٔ قبل فرض کنید به جای پمپ توربین داده شده باشد (جهت حرکت سیال از بالا به پایین است)
با فرض ثابت بودن سایر پارامترها توان خروجی توربین چقدر است؟



$\eta_T = 80\%$, $h_L = 500 Q^2$

$Q = 0.1 \frac{m^3}{s}$

$\dot{W}_T = ?$ توان خروجی

$$\left(\cancel{\frac{p_1}{\gamma}} + \overset{\simeq 0}{\cancel{\frac{V_1^2}{2g}}} + \overset{0}{\cancel{z_1}}\right) - \overset{500Q^2}{\cancel{h_L}} - h_T = \cancel{\frac{p_2}{\gamma}} + \overset{\simeq 0}{\cancel{\frac{V_2^2}{2g}}} + \overset{-45}{\cancel{z_2}}$$

توربین از سیال انرژی می‌گیرد

$$\Rightarrow h_T = 45 - 500Q^2 = 45 - 5 = 40\,m$$

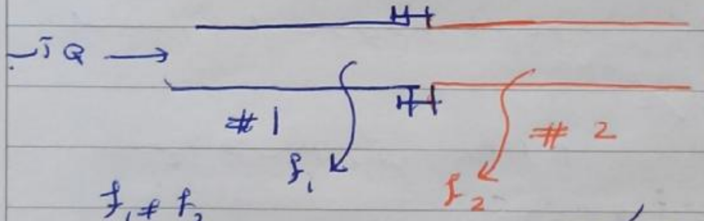
توان گرفته شده از سیال $(\dot{W}_T)_i = \gamma Q h_T = 10{,}000 \times 0.1 \times 40 = 40\,KW$

توان خروجی توربین ایده آل

$(\dot{W}_T)_a$ واقعی $= 40 \times \eta_T = 32\,KW$

لوله‌های سری + مفهوم هم ارزی هیدرولیکی ← پرتست

مثال



$f_1 \neq f_2$
$l_1 = l_2$
$d_1 = d_2$

دو لوله سری
که جنسشان ۲ تا باشد!
لازم نیست قطرشان هم با هم یکی باشد

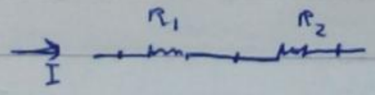
در لوله‌های سری:
با فرض عدم نشتی:

$Q_1 = Q_2 = \dots = Q_N$

$(\Delta P)_{کل} = \Sigma(\Delta P_f)_i$

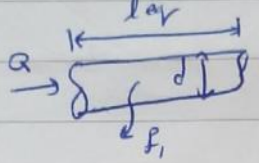
$(h_L)_{کل} = \sum_{i=1}^{N} (h_L)_i$

افقی است
$h_L \propto \Delta P$



مثال: با توجه به شکل مقابل اگر بخواهیم به جای این سیستم لوله‌ها از یک تک سیل از جنس لوله شماره ۱ و با همان f (ضریب اصطکاک) استفاده کنیم طول لوله معادل مورد نیاز چقدر است؟ (از تلفات موضعی در محل اتصال لوله صرف نظر کنید)

و با همان قطر



سیستم تلفات انرژی این چقدره

حل: $h_f = h_{f_1} + h_{f_2}$

$$\underset{\text{سیستم اصلی}}{(h_f)_{کل}} = (h_f)_1 + (h_f)_2 = (f_1+f_2)\frac{l}{d}\frac{V^2}{2g}$$

$$\|$$

$$\underset{\text{سیستم هم ارز (تک لوله)}}{(h_f)} = f_{eq} \cdot \frac{l_{eq}}{d_{eq}} \cdot \frac{V_{eq}^2}{2g}$$

$f_{eq} \rightarrow f_1$ ، $d_{eq} \rightarrow d$ ، $V_{eq}^2 \rightarrow V^2$ *

- دو سیستم لوله‌ها را هم ارز گویند اگر در دبی یکسان با سیال یکسان در هر دو حالت تلفات انرژی یکسان باشند. ← سرعت‌های یکسان دارند. *

$$\frac{(f_1+f_2)}{f_1}\frac{l}{d}\cancel{\frac{V^2}{2g}} = \frac{f_1}{f_1}\frac{\overset{\text{مجهول}}{l_{eq}}}{d}\cancel{\frac{V^2}{2g}}$$

$$\Rightarrow l_{eq} = \left(\frac{f_1+f_2}{f_1}\right) l$$

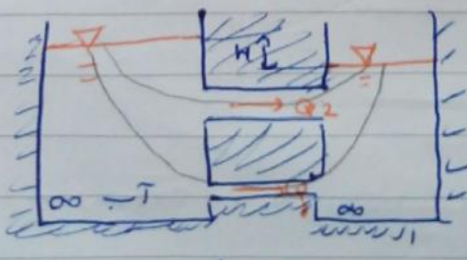
معمولاً گاهی l را یکسان می‌گیرند و d_{eq} یا جنس را عوض می‌کنند چون فاصله دو منبع را که نمی‌توان عوض کرد!

لوله‌های موازی

بیشتر سؤال آمده سخت‌تره!

مثال. با توجه به شکل مقابل نسبت $\frac{Q_2}{Q_1}$ چقدر است؟ (از تلفات موضعی صرف نظر کنید) و (فرض کنید هر دو لوله دارای f یکسان هستند)

جریان دائم - توسعه یافته
↓
از دارسی ویسباخ استفاده کنم



ارتفاع سطح آب به یک اندازه می‌رود

چون دو مخزن خیلی بزرگ اند h ثابت می‌ماند

$d_1 = d$

$d_2 = 2d$

$\frac{Q_2}{Q_1} = ?$

X شکل؟ سهم

پروفیل سرعت و تنش و فشار در لوله‌ها ؟!

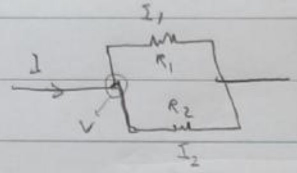
$h_{f_1} = \Delta Z = H$ در لوله سری

$h_{f_2} = \Delta Z = H$ 3 دو مخزن از طریق 2 سیستم

h_f یکسان / یا همان تلفات (در لوله‌های موازی : افت هر شاخه لوله‌ها یکی است (تلفات))

انرژی یکسان / تلفات یکی دارد.

مثال :


I₁
R₁
I
R₂
V
I₂

افت ولتاژ دو سر یکسان دارد

$$\begin{cases} (h_f)_1 = (h_f)_2 = \cdots = (h_f)_N \\ Q_t = \sum_{i=1}^{N} Q_i \end{cases}$$

$$1 = \frac{h_{f_2}}{h_{f_1}} = \frac{\cancel{f_2}\,\frac{L_2}{d_2}\,\frac{V_2^2}{2g}}{\cancel{f_1}\,\frac{L_1}{d_1}\,\frac{V_1^2}{2g}} = \frac{d_1}{d_2}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \ *$$

ممکنه یک لوله‌ها کج یکی با افقی باشد.

(یا در کج دیگر نمیشه L را حذف کرد از ضریب دو لوله

افقی

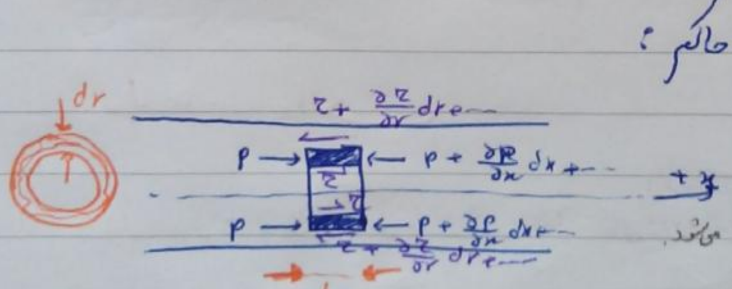
$V_1 = Q_1/A_1 = Q_1/\frac{\pi}{4}d_1^2$

$V_2 = Q_2/A_2 = Q_2/\frac{\pi}{4}d_2^2$

$$* \Rightarrow \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^5 = 32$$

* پروفیل سرعت و تنش و فشار

نقطه شروع : به دست آوردن معادله حاکم :


dr
r
$\tau + \frac{\partial \tau}{\partial r}dr$
p
$p + \frac{\partial p}{\partial x}dx$
τ
p
$p + \frac{\partial p}{\partial x}dx$
$\tau + \frac{\partial \tau}{\partial r}dr$
dx
+x

جریان توسعه یافته

* حرکت توسعه یافته است : $\Sigma F = 0$ می‌شود.

$$\Sigma F_x = \delta m \cdot a_x = 0 \ *$$

$$+p(2\pi r\,dr) - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x}dx\right)(2\pi r\,dr) + \tau(2\pi r\,dx) - \underbrace{\left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial r}dr\right)}_{2\pi(r+dr)dx} = 0$$

X ۹ بیشتر ۱

۱۰۰۱

۹ چرا فشار ثابت است؟

سیال نیوتنی ، غیرنیوتنی ، آرام ، درهم و ... معادله حاکم همین است (کلی است)

طرفین بر $2\pi r dr dx$

$$\xrightarrow{\text{ساده}} \frac{\tau}{r} + \frac{\overset{d}{\partial}\tau}{\underset{d}{\partial} r} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

گرادیان فشار <0

معادله حاکم

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(r\tau) = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

کلی

گرادیان فشار ← منفی

تقسیم کنید $G = \frac{\Delta p}{L}$ $\quad -\frac{\partial p}{\partial x} = G > 0$ افت فشار در واحد طول

جریان توسعه یافته ← پروفیل سرعت عوض نمی‌شود پس $\tau(r, \cancel{\theta}, \cancel{x})$ دیگه تابع x نیست

چون متقارن هم هست تابع θ هم نیست و فقط تابع r است و θ حذف می‌شود.

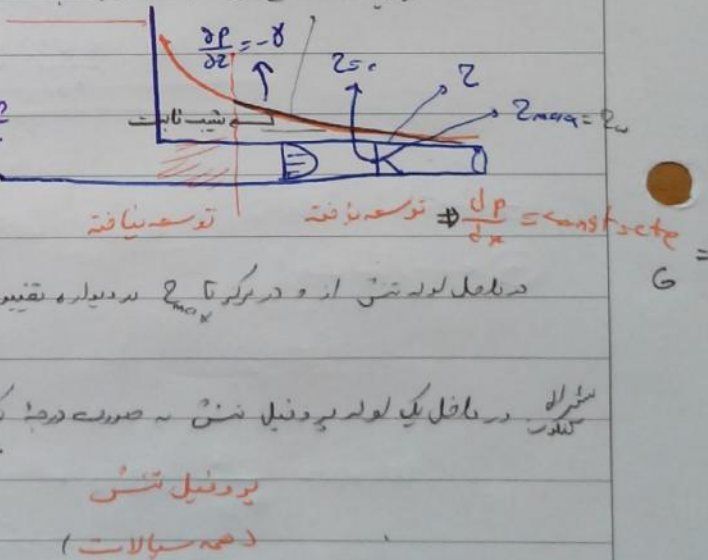
در قسمت توسعه یافته تغییرات فشار خطی تغییر کند $\frac{\partial p}{\partial x} = cte$

در توسعه نیافته خطی نیست

چون جریان ، جریان موازی است $a_r = 0$ شتاب جانب مرکز نداریم شتاب در جهت z تغییر نمی‌کند $\frac{\partial p}{\partial z} = -\gamma$ و تغییرات فشار به صورت خطی است ،

$r = 0$ ← محدود ← ثابت c پیدا می‌شود و $c = 0$

گرادیان فشار توزیع خطی ثابت با شیب ثابت



$\frac{\partial p}{\partial z} = -\gamma$
$\tau = 0$
τ
$\tau_{max} = \tau_w$
شیب ثابت
توسعه نیافته
توسعه یافته
$\frac{dp}{dx} = constant = G$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(r\tau) = -\frac{\partial p}{\partial x} = G$$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(r\tau) = G$$

$G = \frac{\Delta p}{L}$

$$\frac{d}{dr}(r\tau) = Gr$$

$$\rightarrow r\tau = G\frac{r^2}{2} + \cancel{C}^{0}$$

در داخل لوله تنش از ۰ در مرکز تا τ_{max} در دیواره تغییر می‌کند.

نتیجه کلی: در داخل یک لوله پروفیل تنش به صورت درجه یک خطی است و برای همه سیالات این گونه است.

$$\boxed{\tau(r) = \frac{G}{2}r} \longrightarrow$$

پروفیل تنش

(همه سیالات)

هم آرام هم درهم

هم آرام هم درهم

پروفیل سرعت ؟

← لازم است نوع سیال داده شود

فرض ۱) سیال نیوتنی است

فرض ۲) جریان آرام است.

$$\tau(r) = \frac{G}{2} r$$

$$\parallel$$

نیوتنی $\tau(r) = \mu \frac{du}{dr} \Rightarrow \mu \frac{du}{dr} = \frac{G}{2} r$

انتگرال

@ $r = R$

$u = 0$

بهتر است حفظ کنیم

$$u(r) = \frac{G}{4\mu}(R^2 - r^2)$$

سهمی

فرمول پوآزی (سهموی)

$G = \frac{\Delta P}{l}$ (افت فشار در واحد طول) > 0

مثال ۲) در جریان آرام در داخل یک لوله پروفیل سرعت به صورت رابطهٔ زیر داده شده است. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد افت فشار در واحد طول برای این لوله درست است؟

$$u(r) = A\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

الف) $G = \frac{\mu A}{R^2}$

ب) $= \frac{2\mu A}{R^2}$

ج) $= \frac{3\mu A}{R^2}$

د) $= \frac{4\mu A}{R^2}$ ✓

حل: $u(r) = \frac{G}{4\mu}(R^2 - r^2) = \frac{GR^2}{4\mu}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$

$$A = \frac{GR^2}{4\mu} \longrightarrow G = \frac{4\mu A}{R^2}$$

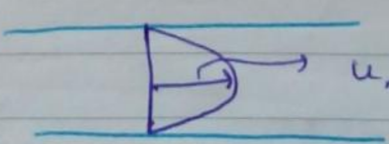
⚠ اگر بود $-\frac{4\mu A}{R^2}$ باز جواب $+\frac{4\mu A}{R^2}$ است

گرادیان فشار ← (−)

افت فشار ← (+)

$$u(r) = \frac{G}{4\mu}(R^2 - r^2)$$

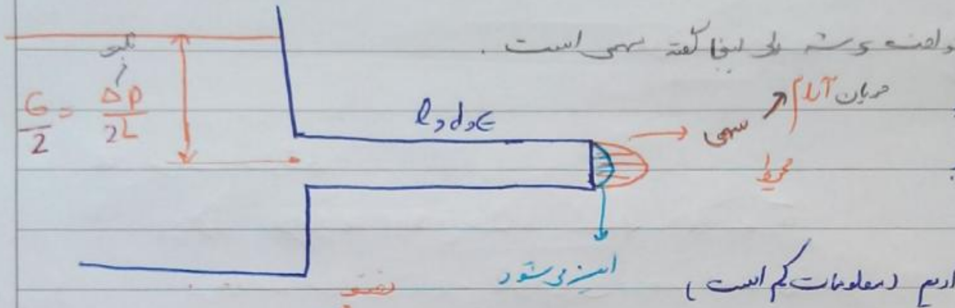
در $r = 0$ ← u_{max} داریم. (سرعت در مرکز لوله)



$$u_{max} = u_c = \frac{GR^2}{4\mu}$$

مثال - مهم ☆ در لوله‌ای به طول l ، قطر d و زبری ε ، آب مطابق شکل جریان دارد. اگر به جای این لوله ، از لوله دیگری با همان قطر d و همان جنس ولی طول $2l$ استفاده شود سرعت در مرکز لوله چه تغییری خواهد کرد؟

در خروج از مایع یا آب یکنواخت می‌شه ولی اینجا گفته سهمی است.



الف) کاهش می‌یابد ✓
ب) افزایش می‌یابد
ج) تغییر نمی‌کند
د) هیچ نظری نداریم (معلومات کم است)

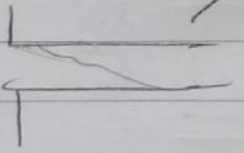
$$u_{max} = \frac{\overset{نصف}{G} R^2}{4\mu} \rightarrow \underset{نصف}{u_{max}}$$

جریان را فرض کردیم از اول تا آخر توسعه یافته است.

$$G_2 = \frac{1}{2} G_1 \rightarrow u_{max_2} = \frac{1}{2} u_{max_1} \rightarrow Q_2 = \frac{1}{2} Q_1$$

در مرکز لوله سرعت تقریباً نصف می‌شه جریانی که آرام بوده آرام می‌ماند و آرام‌تر هم شد ، دبی هم کم می‌شود (مسأله زیر سمتی)

اگر طول لوله خیلی زیاد شود لوله دیگه نمی‌تواند بر مانع گرادیان فشار آنقدر کم شده که دبی کم می‌شود



در حالت کانال باز دبی آبی که از مخزن ما خارج است.

$$u(r) = \frac{G}{4\mu}(R^2 - r^2)$$

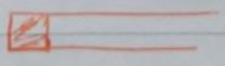
$$R = \frac{d}{2}$$

$$\int_0^R u(r) \cdot 2\pi r\, dr = Q = \frac{\pi d^4}{128\mu} G \rightarrow \frac{\Delta p}{L}$$

اندازه

± 1%

اگر G نصف شود Q هم نصف می‌شود.



$L > L_e$

توسعه یافته

ب) جریان درهم و سیال از نوع نیوتنی است.

$\tau(r) = \frac{G}{2} r$ کلی

$\tau(r) \overset{?}{=} \mu \frac{du}{dr}$ نیوتنی

نمی‌شه نوشت

$\bar{u}$ سرعت متوسط

اگر $\bar{u}$ بجای u اصلاح شود ← $u \to \bar{u}$

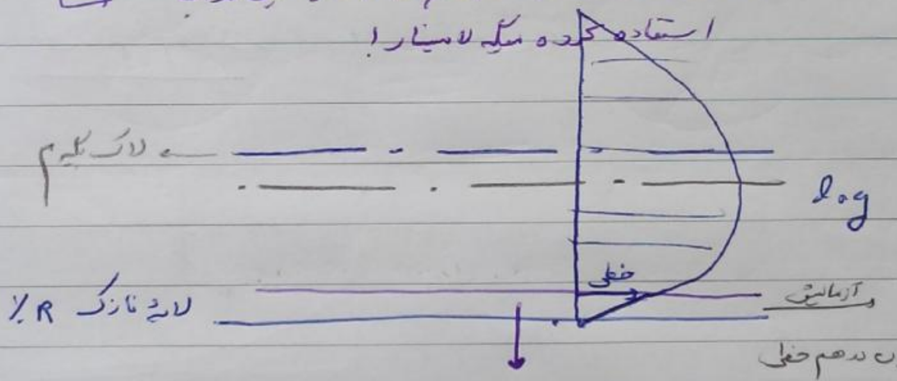
برخلاف جریان آرام اگر جریان درهم باشد نمی‌توان از μ در هر r دلخواه استفاده کرد! فقط در یک لایه نازک در مجاورت دیواره می‌توان از μ استفاده کرد.

Viscous sublaye ←

Laminar sublaye

در جاهای دیگر از ویسکوزیته گردابی می‌توان استفاده کرد Eddy viscosity

در اصل لامینار نیست چون از μ دینامیکی در آنجا استفاده کرده میگه لامینار!



لایه نازک 1% R

در این لایه پروفیل سرعت جریان درهم خطی است بعد از آن لگاریتمی می‌شود.

$\delta_v \approx \frac{5\nu}{\sqrt{\tau_w/\rho}}$ تا حالا سوال ندادند شاید بعد بده

حفظ باشیم

می‌شه آشفته (برخلاف جریان آرام) 1% خطی 99% لگاریتمی

که تنش در همین نقطه ماکسیمم می‌شود.

خصوصیات زیرلایه لزج:

1) در این لایه می‌توان تنش برشی را به صورت زیر نوشت.

$$\tau = \mu \frac{du}{dr}$$

سیال از نوع نیوتنی باشد

2) این لایه بسیار نازک است و ضخامت آن از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\delta_v \approx \frac{5\nu}{\sqrt{\tau_w/\rho}}$$

3) در جریان درهم زبری فقط موقعی مهم است که

زبری‌ها از این لایه بیرون زده بوند.

(؟) با استفاده ضریب اصطکاک
دارسی با استفاده از فرمول های
ریاضی ✗

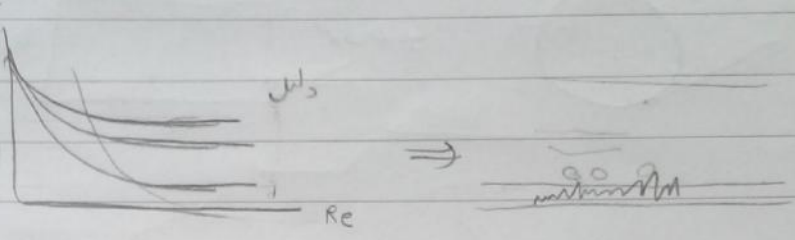
توضیح ✗

۴- در زیر لایه لزج تنش برشی ثابت و پروفیل خطی است.

اگر Re↑ τ_w↑ δ_v↓

(= دلیل 3 است)

* خودم: نوسانات زبری بیرون
زدن اهمیت پیدا کند (فقط)



پروفیل سرعت هندسی ⟸ یک پروفیل توانی است power-law

$$u(r) = u_{max}\left(1-\frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{n}}$$

↙ curve-Field

$5 \le n \le 9$

$n = f(Re)$

پرسم: با استفاده ضریب اصطکاک دارسی با استفاده از فرمول های ریاضی در آید؟!

جلسه هشتم:

جریان در کانال های غیر دایروی:

دایره بهترین هندسه برای انتقال سیال است بعد از دایره duct که هزینه ساخت کمی دارد.

هندسه مثلث، که فضای خالی ندارد

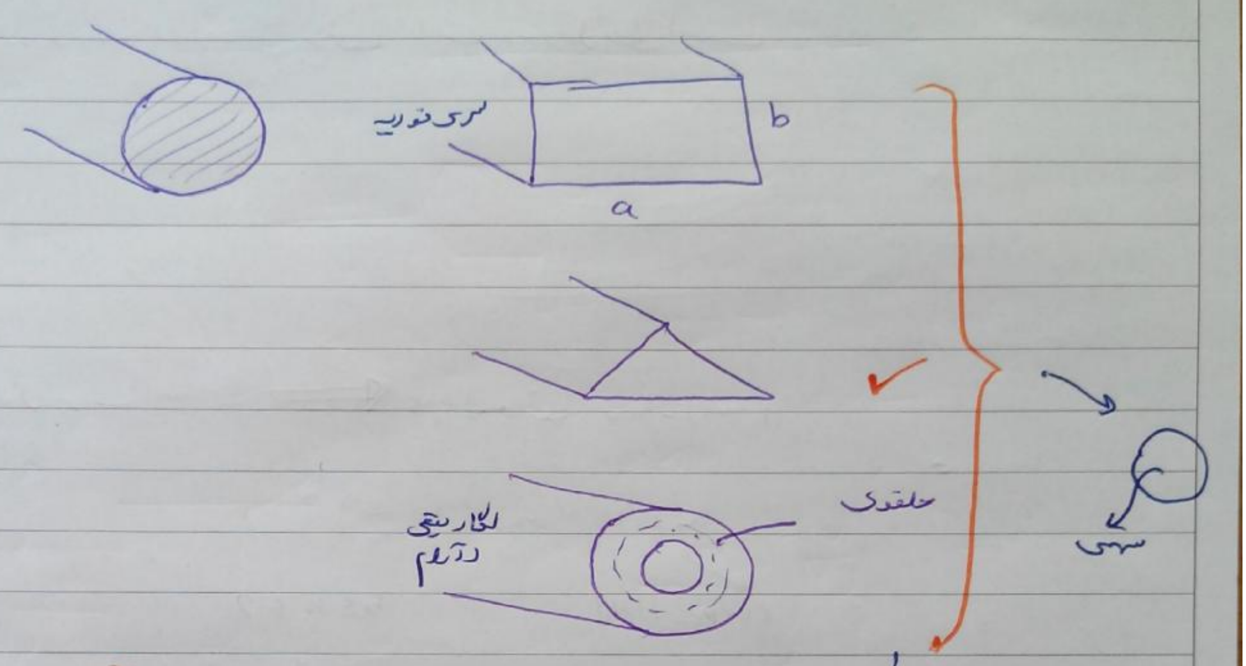
هندسه حلقوی:

* عدد رینولدز را برای این هندسه ها چه شکلی به کار ببریم؟!

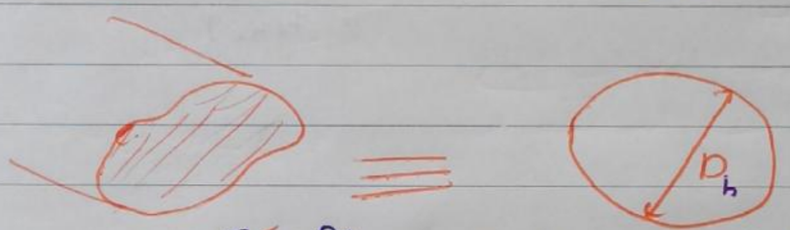
هر هندسه ای داده اند به دایره تبدیل کن

معیار هم ارزی چه باشد؟ از نظر هندسی مساحت ها برابر باشد ← دیدند خوب نیست

گفتند معیار هم ارزی ← از نوع هیدرولیکی باشد.



معیار هم ارزی به از نوع هیدرولیکی



قطر هیدرولیکی

$$h_f = \frac{\cancel{\tau_w}}{\cancel{\gamma}}\cdot\frac{P\cdot \cancel{L}}{A} \equiv h_f = \frac{4\cancel{\tau_w}}{\cancel{\gamma}}\frac{\cancel{L}}{D_h}$$ ★

★ از این قسمت تا حالا سوال امتحانی (غیر از دایره) ندادند.

- دبی عبوری از هر دو یکسان است ولی سطح مقطع یکسان نیست
- به جای V باید بر اساس مقطع اولیه (اصلی) گذاشت.

$$\Rightarrow \cancel{D_h = \frac{4\tau_w}{\gamma} \cdot \frac{L}{D_h}}$$ لاک بگیریم

مثال: کانال مستطیلی

$$D_h = \frac{4(a\times b)}{2(a+b)}$$

بر اساس مقطع اصلی (اولیه)

مقطع مستطیل → $V = \frac{Q}{ab}$

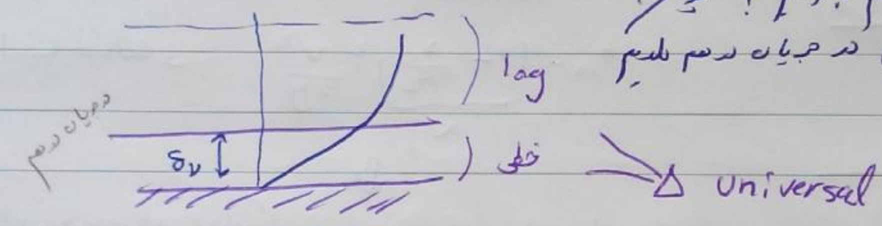
$$\boxed{D_h = \frac{4A}{P}} \Rightarrow Re_h = \frac{\rho V D_h}{\mu} \text{ و } \frac{\epsilon}{D_h} \Rightarrow \text{Moody} ✓$$

★ این روش (روش قطر هیدرولیکی) فقط برای جریان درهم قابل استفاده است (±20%)

★ جریان آرام نیازی به این روش تقریبی ندارد.

چرا در جریان آرام مجاز نیستیم از این فرمول برویم؟ ← چون مجاز نیستیم چیزها را در فرمول‌ها از طرفین حذف کنیم

حال چرا در جریان درهم مجازیم؟ چون برای انواع پروفیل در جریان درهم داریم



← برای آرام‌ها یا یک سمت آرام یک سمت درهم

★★ ضرایب α و β مهم تا الان سؤال امتحانی نداده ولی ممکن است بیاید.

چون V یا V متوسط را گذاریم $\dot{E}_K$ که به دست می‌آید تقریبی است برای واقعی‌اش باید انتگرال بگیریم، هر ذره برای خودش یک u (داخل انرژی جنبشی دارد) انتگرال بگیریم از انرژی در سطح مقطع ← $\dot{E}_k$ واقعی را داشته باشیم.

$$\left(\frac{P_1}{\gamma}+\alpha_1\frac{V_1^2}{2g}+Z_1\right)-h_L+h_p-h_T=\frac{P_2}{\gamma}+\alpha_2\frac{V_2^2}{2g}+Z_2$$

ضریب تصحیح انرژی جنبشی

$$\alpha=\frac{(\dot{E}_K)_{\text{واقعی}}}{(\dot{E}_K)_{\text{تقریبی}}}=\frac{\frac{1}{2}\int d\dot{m}\cdot u^2=\frac{1}{2}\int \rho u^3\cdot dA}{\frac{1}{2}\dot{m}V^2=\frac{1}{2}\rho A V^3}=$$

$$\frac{1}{AV^3}\int_A u^3(r)\cdot dA \xrightarrow[\text{در لوله‌ها قابل محاسبه چون ما}]{\text{لوله}}$$

پروفیل سرعت را در آرام و درهم داشتیم
سهمی توانی

→ آرام (سهمی): α = 2

→ درهم (توانی): α ≈ 1.02–1.05 (بسته به n)

α ≥ 1

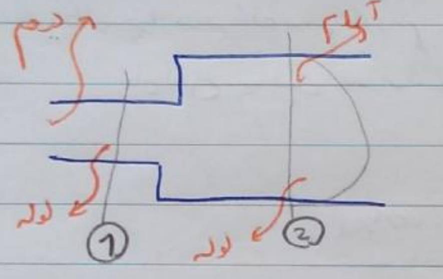
← جریان درهم نیازی به α ندارد.
و α ≈ 1

β ضریب تصحیح مومنتوم

$$\beta = \frac{\dot M_{\text{واقعی}}}{\dot M_{\text{تقریبی}}} = \frac{\int d\dot m\, u = \rho \int_A u^2 \cdot dA}{\dot m V = \rho A V^2} =$$

لوله‌ها →
- آرام (سهمی) : $\beta = 4/3$
- درهم (مغشوش) : $\beta \simeq 1.03 - 1.06$ (سهمی ~ n)

← جریان درهم نیازی به β هم ندارد $(\beta \simeq 1)$



انبساط ناگهانی : $h_m = \underbrace{\left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2}_{K} \frac{V_1^2}{2g}$

⇓

این فرمول با این فرض که در هر دو کانال جریان از نوع درهم است به دست آمده است (معتبر است)

$$\Sigma F_x = \dot m(\underset{\to \frac{4}{3}}{\beta_2} V_2 - \overset{1}{\beta_1} V_1)$$

☆ مسائلی که یک طرف می‌گوید α یک طرف β ⟸ احتمال زیاد هدف انواع α و β است .

در شکل زیر: بالا :

$\alpha_1 = 1$ (درهم) در مقطع 1

$\alpha_2 = 2$ (آرام) در مقطع 2

$\beta_1 = 1$

$\beta_2 = \frac{4}{3}$

این $\frac{4}{3}$ و 2 خودشان را در $h_m = \underbrace{\left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2}_{K} \frac{V_1^2}{2g}$ ظاهر می‌کنند

دیگر این K قابل استفاده نیست و K جدیدی با در نظر گرفتن α و β به دست می‌آید