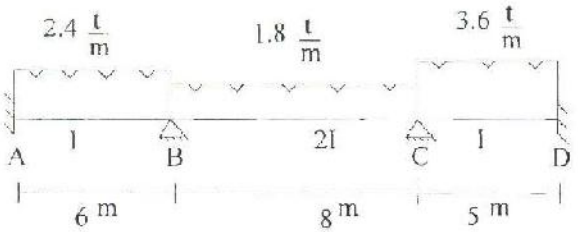
۲- حل به روش کانی



الف) لنگرهای گیرداری

$$\begin{cases} M'_{ab} = M'_{ba} = 7.2 \\ M'_{bc} = -M'_{cb} = -9.6 \\ M'_{cd} = -M'_{dc} = 7.5 \end{cases}$$

ب) ضرایب توزیع- گره B

$$\left.\begin{aligned} K_{ba} &= \frac{1}{4} \\ K_{bc} &= \frac{1}{4} \end{aligned}\right\} \rightarrow \sum K = \frac{5}{12} \rightarrow \begin{cases} r_{ba} = -\frac{1}{2} \times \frac{12}{5} \times \frac{1}{6} = -0.2 \\ r_{bc} = -\frac{1}{2} \times \frac{12}{5} \times \frac{1}{4} = -0.3 \end{cases}$$

گره C

$$\left.\begin{aligned} K_{cb} &= \frac{1}{4} \\ K_{cd} &= \frac{1}{5} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \sum K = \frac{9}{20} \Rightarrow \begin{cases} r_{cb} = -\frac{1}{2} \times \frac{20}{9} \times \frac{1}{4} = -0.28 \\ r_{cd} = -\frac{1}{2} \times 9 \times \frac{1}{5} = -0.22 \end{cases}$$

ج) به دست آوردن لنگر چرخشی در گره B

$$\sum M_{ij} = -2.1 \qquad \sum M_{ij} = -2.4$$

$$\sum M^{\theta}_{ji} = \underbrace{0.72}_{2.52} \qquad \sum M^{\theta}_{ji} = 0$$

د) مرحلهٔ توزیع

	7.2	-0.2	2.4	-0.3	-9.6	-0.28	2.1	-0.22	7.5
-7.2	0.78				0.72				-7.5
	0.64				0.96				-0.62
	0.65				0.98				-0.67
									-0.68

-0.86
-0.86
-7.9
9.6

در مرحلهٔ دوم

(B) $\sum M^{\theta}_{ji} = -0.79$

(C) $\sum M^{\theta}_{ji} = 9.6$

در مرحلهٔ سوم

(B) $\sum M^{\theta}_{ji} = -0.86$

(C) $\sum M^{\theta}_{ji} = -0.98$

www.ttnar.ir

د) لنگرهای انتهایی

$$M_{ij} = M'_{ij} + M^{\theta}_{ij} + \left(M^{\theta}_{j} + M^{\theta}_{ji}\right)$$

در گره A

$$M_{ab} = -7.2 + 0 + (0 + 0.65) = -6.55$$

در گره B

$$\begin{cases} M_{ba} = 7.2 + 0.65 - (0 + 0.65) = 8.5 \\ M_{bc} = -9.6 + 0.98 + (0.98 - 0.86) = -8.5 \end{cases}$$

در گره C

$$\begin{cases} M_{cb} = 9.6 + (-0.86) + (-0.86 + 0.98) = 8.86 \\ M_{cd} = -7.5 + (-0.68) + (0 - 0.68) = -8.86 \end{cases}$$

در گره D

$$M_{dc} = 7.5 + (0.0) + (0 - 0.68) = 6.82$$

۱-۲- روش کانی- بررسی با حرکت جانبی

در معادلات شیب‌افت دیدیم که لنگر کل انتهایی در یک عضو ناشی از :

- لنگر ناشی از چرخش انتهای i در حالتی که انتهای j ثابت است و هیچ‌گونه تغییر مکان صورت نمی‌گیرد.
- لنگر ناشی از چرخش انتهای در حالتی که انتهای بدون چرخش بوده و هیچ گونه تغییر مکان صورت نمی‌گیرد.
- لنگر ناشی از تغییر مکان Δ بین دو سر عضو در حالتی که تیر به صورت کاملاً گیردار در نظر گرفته شده است.

در بخش قبلی تعیین اجزاء لنگر ناشی از چرخش‌های دو انتهای نزدیک و دور و نیز ناشی از بارگذاری خارجی به روش کانی مورد بحث قرار گرفتند و در اینجا بخش بعدی مورد بحث قرار می‌گیرد.

$$M_{ij} = M'_{ij} + 2M^{\theta}_{ij} + M^{\theta}_{ji} - M^{\Delta}_{ij}$$

شرط تعادل در گره i $\Rightarrow \sum M_{ij} = 0$

$$\sum M'_{ij} + \sum \left(M^{\theta}_{ji} + M^{\Delta}_{ji}\right) = -2\sum M^{\theta}_{ij}$$

از مقایسهٔ این رابطه با رابطهٔ

$$\sum M'_{ij} + \sum M^{\theta}_{ji} = -2\sum M^{\theta}_{ij}$$

که در حالت بدون حرکت جانبی مورد مطالعه قرار گرفت، نتیجه می‌شود که می‌توان مثل قبل جزء چرخشی انتهای نزدیک را با داشتن لنگرهای گیرداری و جزء چرخشی انتهای دور به دست آمد و در این حالت بایستی یک جمله مربوط به تغییر مکان را نیز اضافه کنیم. از آن‌جایی‌که:

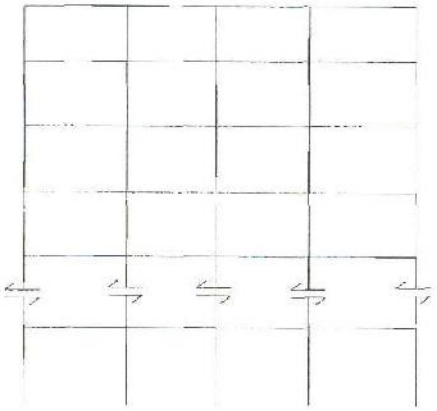
$$M^{\Delta}_{ij} = M^{\Delta}_{ji} = -\frac{6EI}{L^2}\Delta$$

www.tnar.ir

فقط یک جزء تغییرمکان برای هر عضو وجود دارد و به طور کلی می‌توان این اجزاء را با محاسباتی شبیه آنچه در مورد اجزاء چرخش انجام دادیم به دست آورد. بدین منظور مسئله را به دو حالت تفکیک می‌کنیم:

الف) حالت حرکت جانبی تحت اثر بار قائم

ب) حالت حرکت جانبی تحت اثر بار افقی



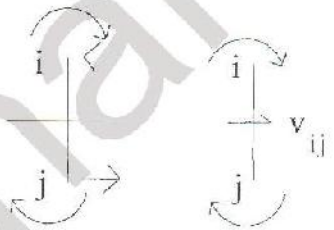
الف) حالت حرکت جانبی تحت اثر بار قائم

$$\sum V_{ij} = 0$$

$$V_{ij} = \frac{M_{ij} + M_{ji}}{h_{ij}}$$

$$\sum V_{ij} = \frac{1}{h_{ij}} \sum \left(2M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{\theta} + M_{ij}^{\Delta} + 2M_{ji}^{\theta} + M_{ij}^{\theta} + M_{ij}^{\Delta}\right) = 0$$

$$\text{(I)} \quad \sum M_{ij}^{\Delta} = -\frac{3}{2} \sum \left(M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{\theta}\right)$$



پس می‌توان لنگر ناشی از تغییر مکان در یک طبقهٔ دلخواه را از جمع چرخش اجزاء دو سر ستون به دست آورد و چون در اثر تغییر مکان Δ در طبقه کلیهٔ ستون‌های این طبقه به اندازهٔ Δ تغییر مکان می‌کنند، پس با توجه به رابطهٔ $M = -EK\frac{\delta}{h}$ یا $M = -\frac{6EI\Delta}{\ell^2}$ و چون δ و h ثابت هستند پس لنگر بین ستون‌ها به نسبت K ها بر کل این ستون‌ها تقسیم می‌شوند.

- راه حل عملی

$-\frac{3}{2}$ را بین ستون‌های طبقه به نسبت $\frac{I}{L}$ ستون‌ها تقسیم می‌کنیم و پس از انجام عملیات برای محاسبهٔ چرخش هر انتها از جمع آن‌ها طبق رابطهٔ I مقدار لنگر کل ناشی از تغییر مکان را به دست می‌آوریم و آن را به نسبت بین ستون‌ها تقسیم می‌کنیم. پس روش عملی به شرح زیر است:

۱- لنگرهای گیرداری حساب می‌شوند و جمع آن‌ها در مربع نوشته می‌شود.

۲- ضرایب توزیع در گره‌ها از تقسیم $\frac{1}{2}$ به نسبت سختی اعضاء متصل به آن‌ها به دست می‌آید و در مربع

www.ttnar.ir

نوشته می‌شود.

۳- ضریب جزء تغییر مکان از تقسیم $\frac{-3}{2}$ به نسبت سختی ستون‌های هر طبقه به دست آمده در وسط ستون نوشته می‌شود

۴- در تکرار اول، جزء چرخش نزدیک از جمع لنگرهای گیرداری طبق رابطهٔ $\sum M_{ij}^{\theta} = \sum M'_{ij} + \sum (M_{ji}^{\theta})$ حساب شده و بین اعضاء بر حسب سختی آن‌ها تقسیم می‌شود.

۵- در تکرار اول، پس از تعیین چرخش‌ها از رابطهٔ $\sum' M_{ij}^{\Delta} = \frac{-3}{2} \sum' (M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{\theta})$ مقادیر لنگر ناشی از تغییر مکان حساب شده و در وسط ستون نوشته می‌شود.

۶- در تکرار دوم و بعد از رابطهٔ I مقادیر مربوط به چرخش انتهای نزدیک حساب شده و سپس مقادیر مربوط به تغییر مکان نیز حساب می‌شود تا مقدار واقعی به دست آید.

$$-2\sum' M_{ij}^{\theta} = \sum' M'_{ij} + \sum' \left(M_{ji}^{\theta} + M_{ij}^{\Delta}\right)$$

مثال۱- قاب شکل مقابل را که دارای حرکت جانبی است، با استفاده از روش کراس و کانی تحلیل نمایید.

۱ - روش کراس

- لنگرهای گیرداری

$$M'_{ab} = -M'_{ba} = -\frac{1.8\times 16}{12} = -2.4$$

$$M'_{bc} = -M'_{cb} = -\frac{1.8\times 2}{12} = -3.75$$

$$M'_{dc} = -M'_{cd} = -\frac{2.4\times 16}{12} = -3.2$$

$$M'_{ef} = -M'_{fe} = -\frac{2.4\times 25}{12} = -5.0$$

- ضرایب پخش

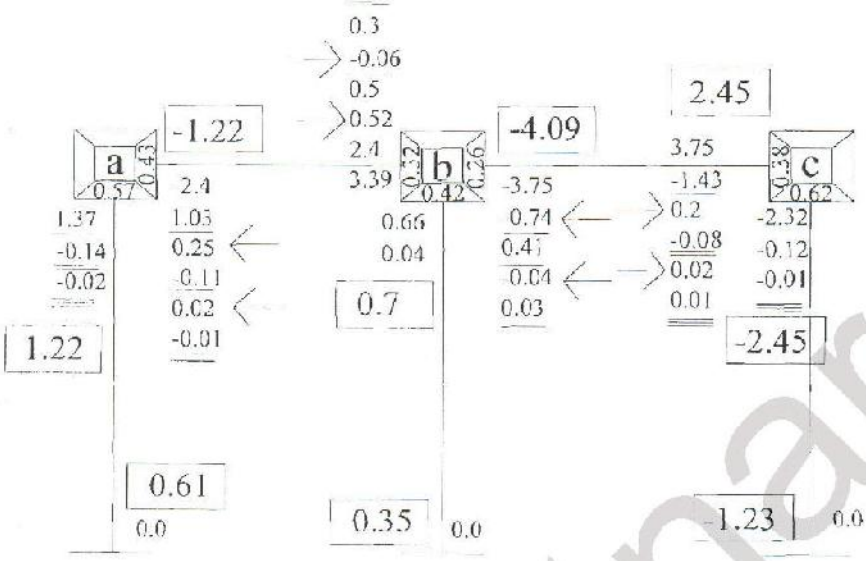
$$\text{(a)}\ \left.\begin{matrix} K_{ab} = \frac{1}{4} \\ K_{ad} = \frac{1}{3} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \sum K = \frac{7}{12} \Rightarrow \begin{cases} r_{ab} = \frac{12}{7}\times\frac{1}{4} = \frac{3}{7} = 0.43 \\ r_{ad} = \frac{4}{7} - 0.57 \end{cases}$$

$$\text{(b)}\ \left.\begin{matrix} K_{ba} = \frac{1}{4} \\ K_{bc} = \frac{1}{5} \\ K_{bc} = \frac{1}{3} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \sum K = \frac{47}{60} \Rightarrow \begin{cases} r_{ba} = \frac{60}{47}\times\frac{1}{4} = 0.32 \\ r_{bc} = \frac{60}{47}\times\frac{1}{5} = 0.26 \\ r_{bc} = \frac{60}{47}\times\frac{1}{3} = 0.42 \end{cases}$$

www.ttnar.ir

$$\text{(a)}\quad \left.\begin{matrix} K_{cb}=\frac{1}{5} \\ K_{cf}=\frac{1}{3} \end{matrix}\right\} \rightarrow \sum K=\frac{8}{15} \Rightarrow \begin{cases} r_{cb}=\frac{15}{8}\times\frac{1}{5}=0.38 \\ r_{cf}=\frac{15}{8}\times\frac{1}{3}=0.62 \end{cases}$$

-مرحلهٔ توزیع

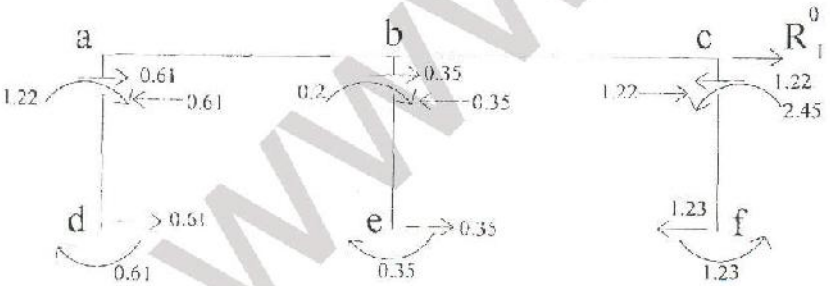


- حل با فرض امکان تغییر مکان جانبی

حل الف- همان حل قبلی است و فقط بایستی نیروی معادل را حساب کرد.

$$R_1^0 + 0.61 + 0.35 - 1.22 = 0$$

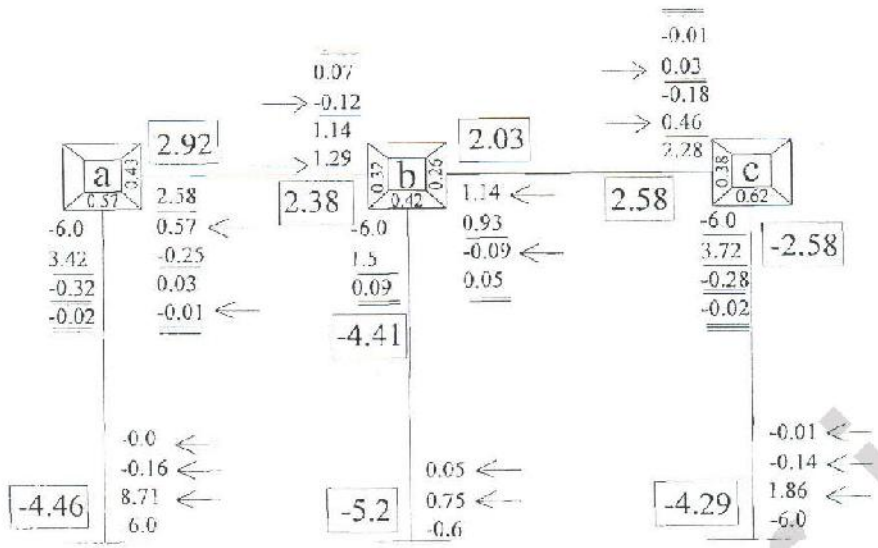
$$R_1^0 = 0.26 \text{ t}$$

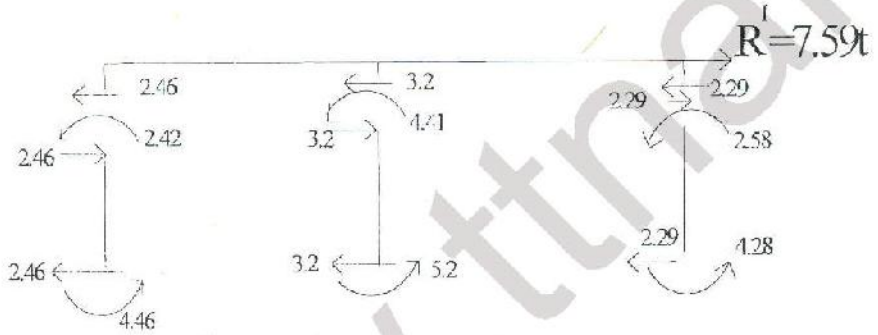


حل ب- به ازاء $\Delta = \frac{9.0}{EI}$ تغییر مکان به سمت راست در نظر می‌گیریم.

$$M'_{da}=M'_{ad}=M'_{eb}=M'_{be}=M'_{fc}=M'_{cf}=-\frac{6EI}{(3)^2}\times\frac{9}{EI}=-6.0 \text{ t.m}$$

www.ttnar.ir

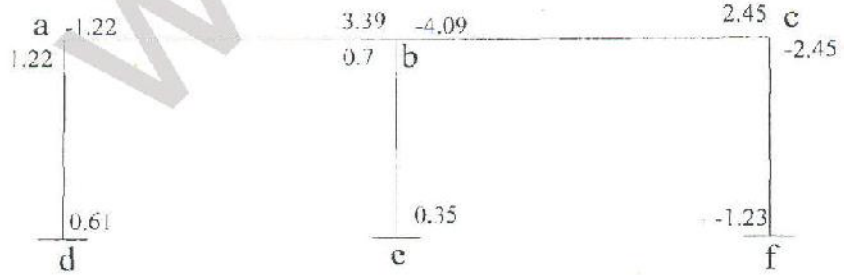




$$R^0 + \alpha R^1 = 0 \Rightarrow \alpha = -\frac{R^0}{R^1} = -\frac{0.26}{7.95} = -0.0327$$

$$\tilde{F} = \tilde{F}^0 + \alpha \tilde{F}^1$$

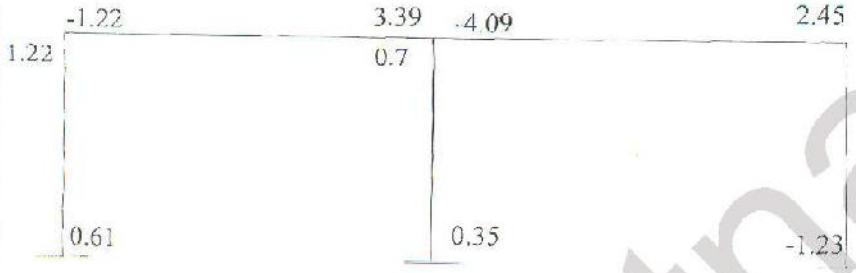
$$\Delta = \underbrace{\Delta^0}_{0} + \alpha \Delta^1 = -0.327 \times \frac{9}{EI} = -\frac{0.29}{EI}$$



www.ttnar.ir

$$M_{da} = 0.61 + (-0.0327 \times -4.46) = 0.76$$
$$M_{ad} = 1.22 + (-0.0327 \times -2.92) = 1.32$$
$$M_{eb} = -1.22 + (-0.0327 \times -2.92) = -1.32$$
$$M_{ba} = 3.39 + (-0.0327 \times 2.38) = 3.31$$
$$M_{bc} = 0.7 + (-0.0327 \times -4.47) = 0.58$$
$$M_{eh} = 0.35 + (-0.0327 \times -5.2) = 0.52$$
$$M_{bc} = 2.45 + (-0.0327 \times 2.58) = -4.15$$
$$M_{cb} = 2.45 + (-0.0327 \times 2.58) = 2.37$$
$$M_{cf} = -2.45 + (-0.0327 \times -2.58) = -2.34$$
$$M_{fc} = -1.23 + (-0.0327 \times -4.29) = -1.09$$

- حل تقریبی



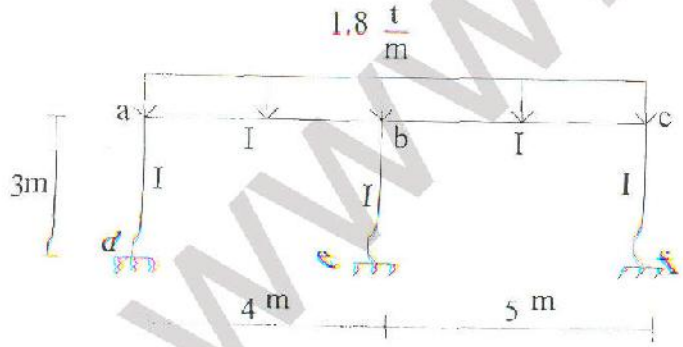
$$\frac{0.76-0.61}{0.61} \approx \%25 \quad (ad)$$

درصد خطا در پای ستونad

$$\frac{0.52-0.35}{0.35} \approx \%50 \quad (eb)$$

درصد خطا در پای ستونad

۲- حل به روش کانی



$$\begin{cases} M'_{ab} = -M'_{ba} = -2.4 \\ M'_{bc} = -M'_{cb} = -3.75 \end{cases}$$

گام۱) محاسبهٔ لنگرهای گیرداری

گام۲) محاسبهٔ ضرایب توزیع اجزاء چرخش‌ها

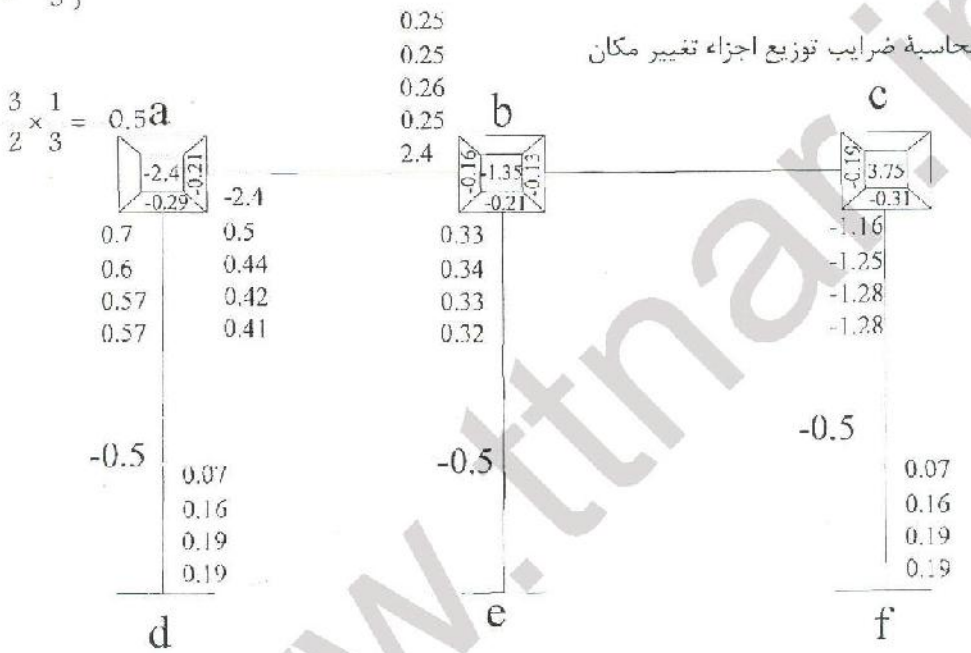
$$(a)\ \left.\begin{matrix} K_{ab} = \frac{1}{4} \\ K_{ad} = \frac{1}{3} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \sum K = \frac{7}{12} \Rightarrow \begin{cases} r_{ab} = -\frac{1}{2} \times \frac{12}{7} \times \frac{1}{4} = -0.21 \\ r_{ad} = -\frac{1}{2} \times \frac{12}{7} \times \frac{1}{3} = -0.29 \end{cases}$$

www.ttnar.ir

$$\left.\begin{array}{l} K_{ba}=\frac{1}{4} \\ (b)\ K_{bc}=\frac{1}{5} \\ K_{be}=\frac{1}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow \sum K=\frac{47}{60} \Rightarrow \begin{cases} r_{ba}=0.16 \\ r_{bc}=-0.13 \\ r_{be}=-0.21 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} K_{cb}=\frac{1}{5} \\ (c) \\ K_{cf}=\frac{1}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow \sum K=\frac{8}{15} \Rightarrow \begin{cases} r_{cb}=-0.19 \\ r_{cf}=-0.31 \end{cases}$$

گام۳) محاسبهٔ ضرایب توزیع اجزاء تغییر مکان



گام۴) شروع تکرار در گره C

$$\sum M_{ij}^{0}=\sum M_{ij}'+\sum \underbrace{M_{ji}'^{0}}_{0}$$

$$M_{cf}^{0}=$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\sum M_b=-1.35-0.71+0.5=-1.56$$

دور اول

$$\sum\left(M_{ij}^{1}+M_{ji}^{1}\right)=0.71+0.35-1.16=\ 0.13\times 0.05=0.065$$

www.ttnar.ir

دور دوم

$$\sum M = \sum M' + \sum\left(M_{ij}^{\theta} - M_{ij}^{0}\right) = 3.75 - 0.2 + 0.07 = 4.02 \quad (c)$$

$$= -2.4 + (0.25 + 0.07) = -2.08 \quad (a)$$

$$= -1.35 + 0.44 + (-0.76) + 0.07 = -1.6 \quad (b)$$

$$\sum\left(M_{ji}^{\delta} + M_{ij}^{\theta}\right) = 0.6 - 0.34 - 1.25 = -0.31 \quad (M^{\Delta})$$

$$M^{\Delta} = -0.31 \times -0.5 = 0.16$$

دور سوم

$$\sum M = 3.75 + 0.21 + 0.16 = 4.12 \quad (c)$$

$$= -2.4 + 0.26 + 0.16 = -1.98 \quad (a)$$

$$= -1.35 + 0.42 - 0.78 + 0.16 = -1.55 \quad (b)$$

$$\sum\left(M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{0}\right) = 0.57 + 0.33 + 1.28 = -0.38 \quad (M^{\Delta})$$

$$-0.38 \times -0.5 = 0.19$$

دور چهارم

$$\sum M = 3.75 + 0.2 + 0.19 = 4.14 \quad (c)$$

$$= -2.4 + 0.25 + 0.19 = -1.96 \quad (a)$$

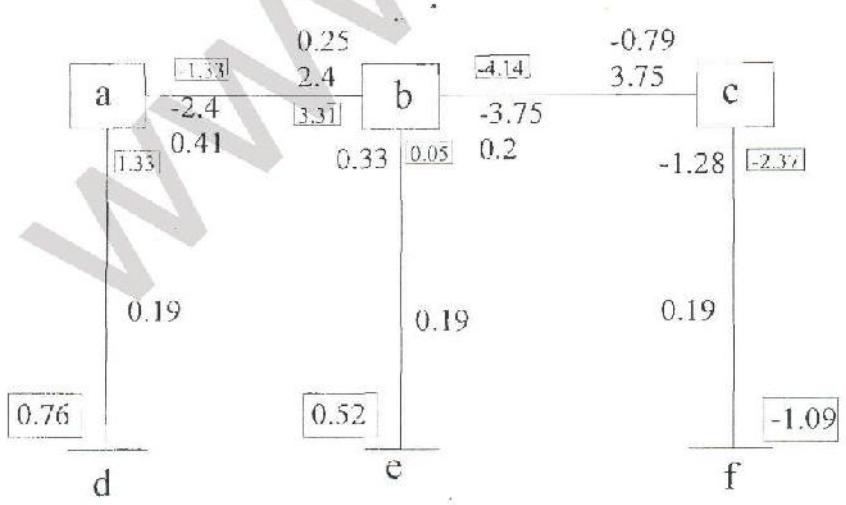
$$= -1.35 + 0.41 - 0.79 - 0.19 = -1.54 \quad (b)$$

$$\sum\left(M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{0}\right) = 0.57 + 0.32 + 1.28 = -0.39 \quad (M^{\Delta})$$

$$-0.39 \times -0.5 = 0.19$$

گام۵) محاسبهٔ لنگرهای انتهایی

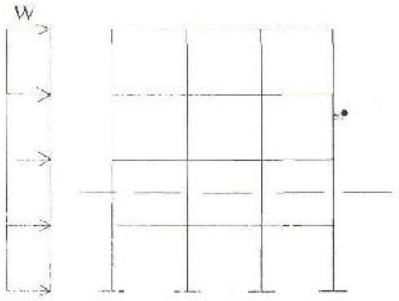
$$M_{ij} = M'_{ij} + M_{ij}^{\theta} + \left(M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{0} + M_{ij}^{\Delta}\right)$$



www.tnar.ir

$$M_{da} = 0.0 - 0.0 + 0.57 - 0.19 = 0.76$$
$$M_{ad} = 0.0 - 0.57 + 0.0 + 0.19 + 0.07 = 1.33$$
$$M_{ab} = -2.4 + 0.41 - (0.41 + 0.25) = -1.33$$
$$M_{ba} = 2.4 + 0.25 - (0.25 + 0.41 + 0.0) = 3.31$$
$$M_{be} = 0.0 - 0.33 + (0.33 + 0.0 + 0.19) = 0.85$$
$$M_{eb} = 0.0 + 0.0 + (0.0 + 0.33 + 0.19) = 0.52$$
$$M_{bc} = -3.75 + 0.2 + (0.2 - 0.79 + 0.0) = -4.14$$
$$M_{cb} = 3.75 - 0.79 + (-0.79 + 0.2 + 0.0) = 2.37$$
$$M_{cf} = 0.0 - 1.28 + (-1.28 + 0.0 + 0.198) = -2.37$$
$$M_{fc} = 0.0 + 0.0 + (0.0 - 1.28 + 0.19) = -1.09$$

۱-۳- روش کانی در تحلیل سازه‌های با بارگذاری افقی و تغییر مکان جانبی



$$\sum V_{ij} = \sum H_s = V_s$$

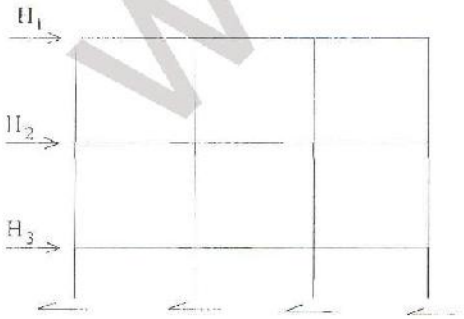
مجموع نیروهای افقی موجود در یک طبقه برابر است با کل نیروهای افقی که در تراز بالای ساختمان اثر می‌کند.

$$V_{ij} = -\frac{M_{ij} + M_{ji}}{h_{ij}} = -\frac{\left(2M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{\theta} + M_{ij}^{\wedge}\right) + \left(2M_{ji}^{\theta} + M_{ij}^{\theta} + M_{ij}^{\wedge}\right)}{h_{ij}}$$

$$\sum V_{ij} = -\sum \frac{\left[3\left(M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{\theta}\right) + 2M_{ij}^{\wedge}\right]}{h_{ij} = h_s} \qquad (I)$$

$$\sum V_{ij} = V_s$$

$$V_s h_s = -\sum \left[3\left(M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{\theta}\right) + 2M_{ij}^{\wedge}\right] \qquad (II)$$



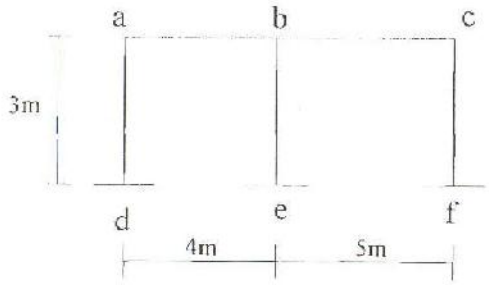
از رابطهٔ II می‌توانیم مجموع اجزاء تغییر مکان تمام ستون‌های طبقه را به دست آورد.

$$\sum M_{ij}^{\wedge} = \frac{3}{2}\left[3\left(\frac{V_s h_s}{3} + \sum\left(M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{\theta}\right)\right)\right] \qquad (III)$$

www.tnar.ir

حاصلضرب برش هر طبقه در $\frac{h}{3}$ را لنگر طبقه می‌نامیم و با M_s نشان می‌دهیم. از مقایسهٔ این رابطه با رابطهٔ مربوط به بار قائم که بدین صورت می‌باشد $\sum M_{ij}^{\Delta} = -\frac{3}{2}\sum\left[M_{ij}^{0} + M_{ji}^{0}\right]$ نتیجه می‌گیریم که جزء تغییر مکان در این حالت نیز مثل حالت بار قائم به دست می‌آید و فقط بایستی مقدار لنگر طبقه را بر مجموعه لنگرهای انتهایی اضافه نمود. حل مثل قبل این مجموعه لنگر را به نسبت سختی ستون‌های این طبقه بین آن‌ها تقسیم می‌کنیم و برای راحتی کار، ضرایب سختی را در $\frac{-3}{2}$ ضرب می‌کنیم تا ضریب سمت راست برابر واحد شود.

مثال۱- قاب زیر را با روش کانی تحلیل نمایید.

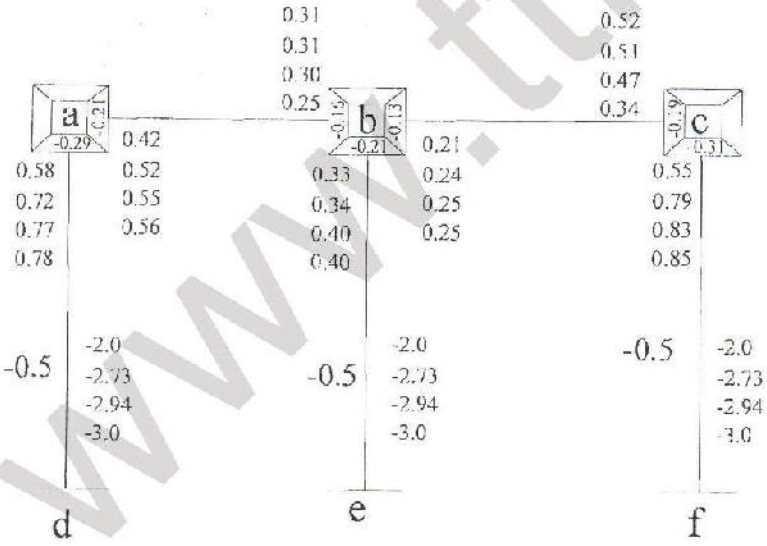


گام۱) لنگرهای گیرداری = صفر

گام۲) محاسبهٔ ضرایب پخش

گام۳) محاسبهٔ لنگر طبقه

$$H_1 = 4 \quad h_1 = 3\ m \quad \rightarrow M_1 = \frac{4\times 3}{3} - 4$$



گام۴)

تکرار۱ موجود M_i $M^{\wedge} = 0$ دور $\theta = 0$

تکرار۲ $$\sum M_{ij}^{0} = \sum M_{ij}' + \sum\left(M_{ji}^{0} + M_{ij}^{\Delta}\right)$$

www.ttnar.ir

(a) $= 0.0 + \sum (0.0 + (-2.0)) = -2.0$ $\begin{cases} -0.29 \\ -0.21 \end{cases}$

(b) $= 0.0 - \sum (0.0 - (\ 2.0)) = -2.0$ $\begin{cases} -0.21 \\ -0.16 \\ -0.13 \end{cases}$

(c) $= 0.0 + 0.21 - 2 = -1.79$ $\begin{cases} -0.31 \\ -0.19 \end{cases}$

ستون ۱ $\sum M^{\Delta} = \left[M_s + \sum \left(M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{\phi}\right)\right]$

$= (4 + 0.58 + 0.33 + 0.55) = 5.46$

هر ستون $M^{\wedge} = -2.73$

تکرار ۳

$\sum M_{ij} = \sum M'_{ij} + \sum \left(M_{ji}^{\theta} + M_{ij}^{\Delta}\right)$

(a) $= 0.0 + 0.25 - 2.73 = -2.48$ $\begin{cases} -0.29 \\ -0.21 \end{cases}$

(b) $= 0.0 + 0.52 + 0.34 - 2.73 = -1.87$ $\begin{cases} -0.16 \\ -0.21 \\ -0.13 \end{cases}$

(c) $= 0.0 + 0.24 - 2.73 = -2.49$ $\begin{cases} -0.31 \\ -0.19 \end{cases}$

$\sum M^{\Delta} = [4 + (0.72 + 0.39 + 0.77)] = 5.88$

$M = -2.94$

هر ستون $M = -2.94$

تکرار ۴

$\sum M_{ij} = M'_{ij} - \sum \left(M_{ji}^{\phi} + M_{ij}^{\Delta}\right)$

(a) $= 0.0 + 3 - 2.94 = -2.64$

(b) $= 0.0 + 0.55 + 0.47 - 2.94 =$

(c) $= 0.0 + 0.25 - 2.94 = -2.69$

جزء لنگر تغییر مکان $\sum M^{\Delta} = [4 + (0.77 + 0.4 + 0.85)] = 6.0$

هر ستون $M = -3.0$

تکرار ۵

(a) $\sum M_{ij} = 0.0 + 0.31 - 3 = -2.69$

(b) $= 0.0 + 0.56 + 0.51 - 3.0 = -1.93$

(c) $= 0.0 + 0.25 - 3 = -2.75$

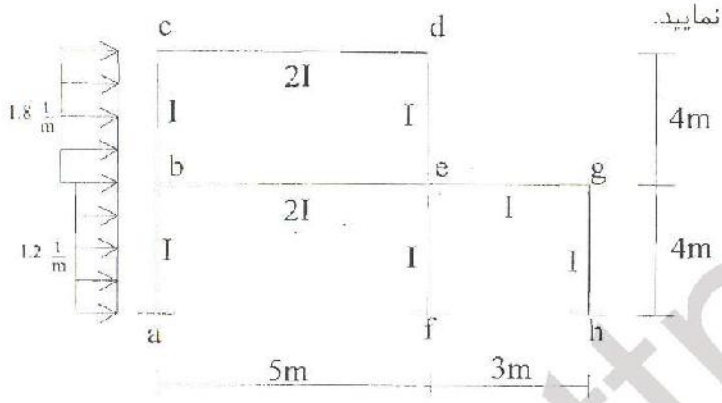
www.itnar.ir

$$\sum M^{\Delta} = |1 + (0.78 + 0.4 + 0.85)| = 6.1$$
$$M = -3.01$$

محاسبه لنگرهای انتهایی

$$\sum M_{ij} = M'_{ij} + M'^{\theta}_{ij} + (M^{e}_{ij} + M^{\theta}_{ij} - M^{\Delta}_{ij})$$
$$M_{da} = 0.0 + 0.0 - (0.0 + 0.78 - 3) = -2.22$$
$$M_{ad} = 0.0 + 0.78 + (0.78 + 0.0 - 3) = -1.44$$
$$M_{ab} = 0.0 + 0.56 + (0.56 + 0.31 + 0.0) - 1.43$$

مثال۲- قاب زیر را با روش کانی تحلیل نمایید.



گام۱) لنگرهای گیرداری

$$\begin{cases} M'_{ab} = -M'_{ba} = -\dfrac{1.2\times 16}{12} = -1.6 \ \text{t.m} \\ M'_{bc} = -M'_{cb} = -\dfrac{1.8\times 16}{12} = -2.4 \ \text{t.m} \end{cases}$$

گام۲) محاسبهٔ ضرایب پخش

$$(d) = (b)\begin{cases} K_{ba} = \dfrac{1}{4} & r_{ba} = -\dfrac{1}{2}\times\dfrac{20}{18}\times\dfrac{1}{4} = -0.14 \\ K_{bc} = \dfrac{2}{5} \quad \sum K = \dfrac{18}{20} & r_{bc} = -\dfrac{1}{2}\times\dfrac{20}{18}\times\dfrac{2}{5} = -0.22 \\ K_{be} = \dfrac{1}{4} & r_{be} = -0.14 \end{cases}$$

$$(c)\begin{cases} K_{cb} = \dfrac{1}{4} & r_{cb} = -\dfrac{1}{2}\times\dfrac{20}{13}\times\dfrac{1}{4} = -0.19 \\ K_{cd} = \dfrac{2}{5} \quad \sum K = \dfrac{13}{20} & r_{cd} = -\dfrac{1}{2}\times\dfrac{20}{13}\times\dfrac{2}{5} = -0.31 \end{cases}$$

www.tnar.ir

$$(e)\begin{cases} K_{ed}=\frac{1}{4} & & r_{ed}=-\frac{1}{2}\times\frac{60}{89}\times\frac{1}{4}= \\ K_{eb}=\frac{2}{5} & \sum K=\frac{89}{60} & r_{eb}=-\frac{1}{2}\times\frac{60}{89}\times\frac{2}{5}=-0.13 \\ K_{eg}=\frac{1}{3} & & r_{eg}=-\frac{1}{2}\times\frac{60}{89}\times\frac{1}{3}=-0.11 \\ K_{ef}=\frac{2}{4} & & r_{ef}=-\frac{1}{2}\times\frac{60}{89}\times\frac{2}{4}=-0.17 \end{cases}$$

$$(g)\begin{cases} K_{ge}=\frac{1}{3} & & r_{ge}=-0.29 \\ K_{gh}=\frac{1}{4} & \sum K=\frac{7}{12} & r_{gh}=-0.21 \end{cases}$$

گ.م۳) محاسبهٔ لنگر طبقه

طبقه بالا

$$\left.\begin{matrix} K_{bc}=\frac{1}{4} \\ K_{cd}=\frac{1}{4} \end{matrix}\right\}\Rightarrow\sum K=\frac{1}{2}\rightarrow\begin{cases} r_{bc}=-\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=-0.75 \\ r_{cd}=-\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=-0.75 \end{cases}$$

طبقه پایین

$$\left.\begin{matrix} K_{bc}=\frac{1}{4} \\ K_{ef}=\frac{2}{4} \\ K_{gh}=\frac{1}{4} \end{matrix}\right\}\Rightarrow\sum K=1.0\Rightarrow\begin{cases} r_{bc}=-\frac{2}{3}\times 1\times\frac{1}{4}=-0.375 \\ r_{ed}=-\frac{2}{3}\times 1\times\frac{2}{4}=-0.75 \\ r_{gh}=-\frac{2}{3}\times 1\times\frac{1}{4}=-0.375 \end{cases}$$

(1.8x4)/2=3.6

لنگر طبقهٔ بالا

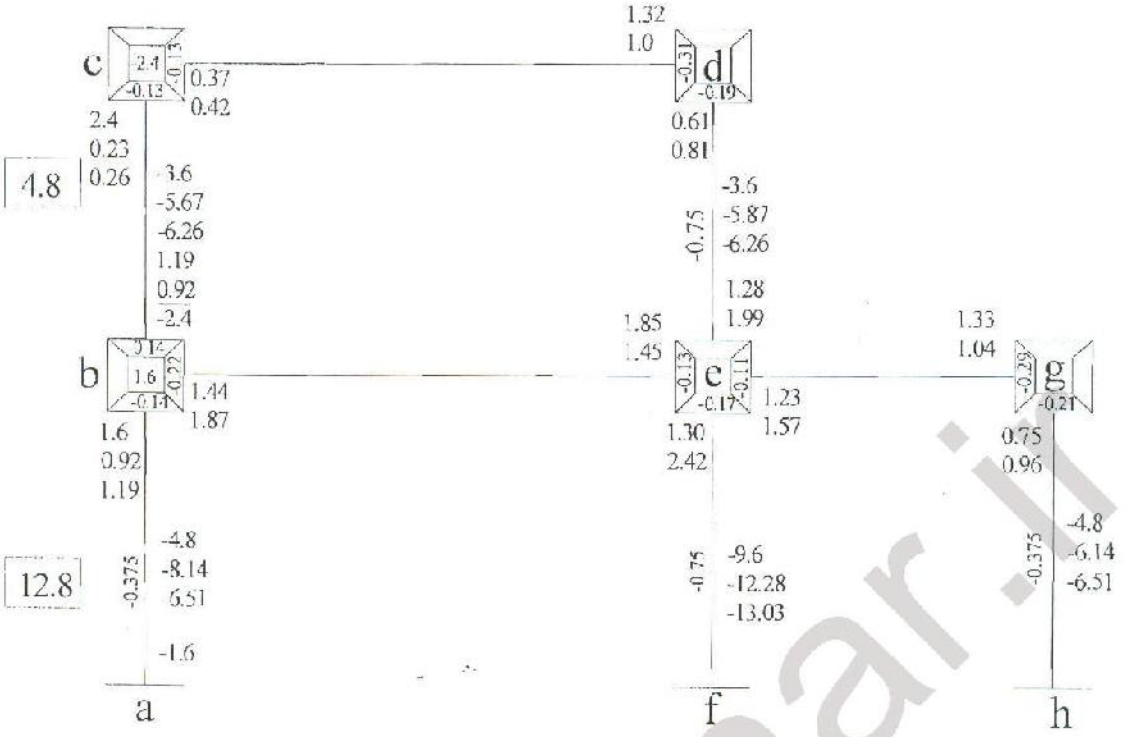
$$M_1=\frac{3.6\times 4}{3}=3.6$$

3.6 2.4

$$M_2=\frac{9.6\times 4}{3}=12.8$$

(1.2x4)/2=2.4

www.tmar.ir



تکرار۱

$$\sum M_{ij} = \sum M'_{ij} + \sum\left(M^{\theta}_{ji} + M^{\Delta}_{ij}\right) \quad , \quad \sum M^{\Delta}_{ij} = M_s + \sum\left(M^{\theta}_{ij} + M^{\theta}_{ji}\right)$$

(c) $= 2.4 - 3.6 - -1.2 \begin{cases} -0.19 \\ -0.13 \end{cases}$

(b) $= 1.6 + 0.23 - 3.6 - 4.8 = -6.57 \begin{cases} -0.19 \\ -0.22 \\ -0.14 \end{cases}$

(d) $= 0.0 + 0.37 + (-3.6) = -3.23$

(e) $= 0.0 + 1.44 + 0.61 - 4.8 - 3.6 = -11.15$

(g) $= 0.0 + 1.23 - 4.8 = -3.57$

طبقه بالا $\sum M^{\Delta} = 4.8 + 0.23 + 0.92 + 0.61 + 1.0 - 7.56$

طبقه پایین $\sum M^{\Delta} = 12.8 + 0.92 + 1.9 + 0.75 = 16.37$

سهم هر ستون طبقه بالا $= -5.67$ ، سهم هر ستون طبقه پایین $= -12.28$

تکرار۲

$$\sum M^{\theta}_{ij} = \sum M'_{ij} + \sum\left(M^{\theta}_{ji} + M^{\Delta}_{ij}\right)$$

(c) $= 2.4 - 5.67 + 0.92 + 1.0 = -1.35$

(b) $= 1.6 + 0.26 + 1.45 - 5.67 - 6.14 = -8.5$

(d) $= 0.0 + 0.42 + 1 - 5.67 = -4.25$

(e) $= 0.0 + 0.81 + 1.87 + 1.04 - 5.67 - 12.28 = -14.23$

(g) $= 0.0 + 1.57 - 6.14 = -4.57$

www.tlnar.ir

$\sum M^{\Delta} = 4.8 + 0.26 + 1.19 + 0.81 + 1.18 = 8.24$ طبقه بالا

$\sum M^{\Delta} = 12.8 + 1.19 + 2.41 + 0.96 - 17.37$ طبقه پایین

سهم هر ستون طبقه بالا $= 6.26-$

سهم هر ستون کناری طبقه پایین $= 6.51-$

سهم هر ستون وسطی طبقه پایین $= 13.03-$

دیدیم که پس از تعیین لنگرهای گیرداری و ضرایب پخش گره‌ها و ضرایب پخش ستون‌ها و نیز محاسبهٔ لنگرهای طبقه عملیات محاسبات شروع می‌شود.

این فرمول‌ها برای حل مسائل می‌باشند:

$$\sum M_{ij}^{\theta} = \sum M'_{ij} + \sum \left(M_{ij}^{\beta} + M_{ji}^{\theta}\right) \quad (I)$$

$$\sum M_{ij}^{\Delta} = \left[M_s + \sum \left(M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{\beta}\right)\right] \quad (II)$$

$$M_s = \frac{V_s h_s}{3}$$

در قاب‌های دارای حرکت جانبی با بارگذاری افقی روش حل به شرح زیر است:

۱- تعین لنگرهای گیرداری

۲- تعیین ضرایب پخش گره‌ها

۳- تعیین ضرایب پخش ستون‌ها

۴- تعیین لنگر طبقات

۵- شروع تقریب برای به دست آوردن چرخش نزدیک از فرمول I (با استفاده از M^{Δ} که فقط مربوط به M_s می‌باشد در تکرار اول)

۶- پس از اتمام این تقریب M^{Δ} حساب می‌شود و دوباره تکرار می‌شود الی آخر

۷- محاسبهٔ لنگر نهایی از فرمول

$$M_{ij} = M'_{ij} - M_{ij}^{\theta} + \left(M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{\theta} + M_{ij}^{\Delta}\right)$$

۱-۴- نکات در مورد ستون‌های طبقهٔ اول

۱- اگر تمام ستون‌های طبقهٔ اول مفصلی باشد و طول آن‌ها نامساوی باشد، می‌توان ستون‌های مفصلی را به ستون‌های گیردار با سختی معادل $K' = \frac{3}{4}K$ تبدیل نمود. ضرایب تغییرمکان به‌جای $\frac{-3}{2}$ از تقسیم ۲- به نسبت سختی ستون‌ها به دست می‌آید.

www.ttnar.ir

۲- چنان‌که در یک طبقه طول ستون‌ها نامساوی باشد (معمولاً طبقهٔ زیرزمین) یک طول ستون به عنوان طول مبنا انتخاب می‌شود (h_s)

(از نظر نامساوی بودن Δ ها ممکن است این اتفاق در طبقات بالا رخ دهد.)

و نسبت $\frac{h_s}{h_{ij}} = \gamma_{ij}$ که به نام ضریب کاهش یا اصلاح نامیده می‌شود.

$$V_s = \sum V_{ij} = -\frac{1}{h_{ij}} \sum \left(3M_{ij}^{\theta} + 3M_{ji}^{\theta} + 2M_{ij}^{\Delta}\right)$$

$$V_s \frac{h_s}{3} = -\frac{h_s}{h_{ij}} \left(\sum \left(M_{ij}^{\theta} - M_{ji}^{\theta}\right) - \frac{2}{3} \sum M_{ij}^{\Delta}\right)$$

طرفین را ضرب در $\frac{h_s}{3}$ می‌کنیم

$$\sum M_{ij}^{\Delta} \frac{h_s}{h_{ij}} = -\frac{3}{2} \left[\frac{V_s h_s}{3} + \sum \left(M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{\theta}\right) \frac{h_s}{h_{ij}}\right]$$

و از این‌جا

و چون $V_s \frac{h_s}{h_{ij}} = M_s$ ، $\frac{h_s}{h_{ij}} = \gamma_{ij}$

$$\sum \gamma_{ij} M_{ij}^{\Delta} = -\frac{3}{2} \left[M_s + \sum \gamma_{ij} \left(M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{\theta}\right)\right]$$

مقدار سهم هر ستون متناسب با $\gamma_{ij}K_{ij}$ یا $\frac{K_{ij}}{h_{ij}}$ می‌باشد و از تقسیم مجموع لنگر Δ به نسبت $\gamma_{ij}K_{ij}$ بین تمام ستون‌ها مقدار سهم هر ستون از رابطهٔ $M_{ij}^{\Delta} - \sum \gamma_{ij} M_{ij}^{\Delta} \times \frac{\gamma_{ij} K_{ij}}{\sum \gamma_{ij}^2 K_{ij}}$ به دست می‌آید.

و از آجا ضرائب جزء لنگر تغییر مکان برای ستون‌ها به شرح زیر حساب می‌شود.

$$\nu_{ij} = -\frac{3}{2} \times \frac{\gamma_{ij} K_{ij}}{\sum \gamma_{ij}^2 K_{ij}}$$

و رابطهٔ به شرح زیر می‌باشد.

$$M_{ij}^{\Delta} = \nu_{ij} \left[M_s + \sum \gamma_{ij} \left(M_{ij}^{\theta} + M_{ji}^{\theta}\right)\right]$$

$$\sum \gamma_{ij} \nu_{ij} = -\frac{3}{2}$$

- کنترل ضریب از رابطهٔ

۳- حالت کلی: برخی ستون‌ها مفصلی برخی گیردار، طول نامساوی

الف- ستون‌های مفصلی با ستون‌های گیردار دارای ضرایب سختی $K' = \frac{3}{4}K$ و طول $h' = \frac{3}{2}h$ جایگزین می‌شوند.

ب- نیروی برشی ستون‌ها در این حال برابر خواهد بود با

$$\nu_{ij} = -\left(\frac{3M_{ij}^{\theta}}{h'_{ij}} + m\frac{2M_{ij}^{\Delta}}{h'_{ij}}\right)$$

معرفی ضریب m: (مفصلی $m = \frac{3}{4}$ و گیردار $m = 1$)

ج- ضرایب پخش برای لنگر انتقالی از رابطهٔ زیر حساب می‌شوند.

www.tnar.ir

$$\nu_{ij} = \frac{-\frac{3}{2}\nu_{ij}K'_{ij}}{\sum m\gamma_{ij}^2 K'_{ij}}$$

$$\sum m\gamma_{ij}\nu_{ij} = -\frac{3}{2}$$

د-کنترل محاسبات ضرایب پخش

ه- اگر تمام ستون‌ها مفصلی باشند، برای همهٔ آن‌ها $m = \frac{3}{4}$ بوده و داریم:

$$\sum \gamma_{ij}\nu_{ij} = -2$$

روی یک قاب مشابه قاب مورد نظر فقط:

۱- لنگرهای گیرداری + ضرایب توزیع گره و ستون‌ها + لنگر طبقه +

۲- جزء لنگر چرخش نزدیک عضو

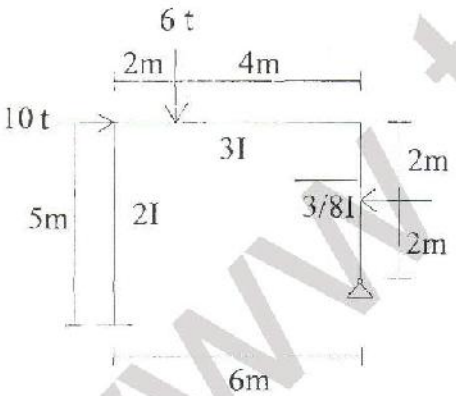
۳- روی ستون- در وسط آن جزء لنگر انتقال

۴- مجموع اجزاء لنگر (چرخش نزدیک + چرخش دور + انتقال) در گره

۵- بهتر است زیر لنگر گیرداری را خط بکشیم یای با رنگ دیگر نشان دهیم.

۶- لنگر گیرداری در مورد اعضاء مفصلی، از روابط مربوطه به دست می‌آید.

مثال- قاب شکل مقابل را تحلیل کنید.



۱)لنگر گیرداری

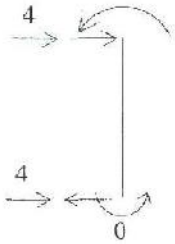
$$M'_{ab} = 0$$

$$M'_{bc} = -\frac{6\times 2\times 4^2}{6^2} = -5.33$$

$$M'_{cb} = \frac{6\times 2^2\times 4}{6^2} = 2.67$$

$$M'_{cd} = -\frac{4\times 1^2\times 3}{4^2} - \frac{1}{2}\times\frac{4\times 1\times 3^2}{4^2} = -1.875$$

۲)لنگر و نیروی طبقه



$$H_1 = -4 + \frac{-1.875}{4} = -4.42$$

$$V_a = 10.0 - 4.47 = 5.53 \text{ t}$$

www.ttnar.ir

ارتفاع معادل $h_{ab}=5.0$ ، $h_{dc}=\frac{3}{2}\times 4.0=6.0\,m \Rightarrow h_s=6.0$

طبقه $M_s=\frac{5.53\times 6}{3}=11.06$ t.m

۳)ضرائب دوران

$K_{ab}=\frac{2}{5}=0.4$ $r_{ab}=-0.22$

$K_{bc}=\frac{3}{6}=0.5$ $r_{bc}=-0.28$

$K_{be}=\frac{1}{2}=0.5$ $r_{ab}=-0.25$

$K'_{cd}=\frac{3}{4}\times\frac{8}{3}\times\frac{1}{4}=0.5$ $r_{ab}=-0.25$

۴)ضرائب انتقال

$$v_{ij}=-\frac{3}{2}+\frac{\gamma_{ij}K'_{ij}}{\sum m\gamma_{ij}^2K'_{ij}}$$

(ab) $\gamma_{ab}=\frac{h_s}{h_{ab}}=\frac{6}{5}=1.2$ $K_{ab}=\frac{2}{5}$, $m=1$

(cd) $\gamma_{cd}=1.0$ $K'_{cd}=\frac{1}{2}$, $m=\frac{3}{4}$

$\sum m\gamma_{ij}^2K'_{ij}=1\times 1.2^2\times 0.4+\frac{3}{4}\times 1^2\times\frac{1}{2}=0.951$

$v_{ab}=-\frac{3}{2}\times\frac{1.2\times 0.4}{0.951}=-0.76$

$v_{cd}=-\frac{3}{2}\times\frac{1.0\times 0.5}{0.951}=-0.76$

کنترل $\sum m\gamma_{ij}v_{ij}=-\frac{3}{2}$

www.ttnar.ir

فصل پنجم

روش‌های تقریبی تحلیل سازه‌ها

Approximate Methods

www.ttnar.ir

☑ فهرست مطالب

۱- روش‌های تقریبی تحلیل سازه‌های نامعین ۱۴۱

۱-۱- روش پرتال ۱۴۱

۱-۱-۱- روش حل ۱۴۱

۱-۱-۲- مثالی از روش پرتال ۱۴۲

۱-۲- روش طره ۱۴۳

۱-۲-۱- روش حل ۱۴۳

۱-۲-۲- مثالی از روش طره ۱۴۴

۱-۳- روش بومن ۱۴۵

۱-۳-۱- مثالی از روش بومن ۱۴۷

۱-۴- روش فاکتور ۱۵۰

۱-۴-۱- مثالی از روش فاکتور ۱۵۱

www.ttnar.ir

۱- روش‌های تقریبی تحلیل سازه‌های نامعین

به‌واسطهٔ پرکار و وقت‌گیر بودن تحلیل سازه‌های نمعین و همچنین نیاز به مشخص بودن سطح مقطع و ممان اینرسی اعضاء در شروع تحلیل، با استفاده از روش‌های تقریبی و مفروضات منطقی که خطاهای حاصل از آن‌ها ناچیز و عرف مسائل مهندسی قابل قبول باشد، می‌توان تحلیل سازه‌های نامعین را با استفاده از اصول ایستایی (استاتیک) میسر نمود.

یکی از قسمت‌های تحلیل که همیشه وقت زیادی از محاسبهٔ یک ساختمان را به خود اختصاص می‌دهد، تحلیل قاب ساختمانی چند طبقه در مقابل بارهای جانبی (باد و زلزله) می‌باشد. بدین منظور برای کاستن از وقت صرف شده برای محاسبات و پیدا کردن مشخصات هندسی اولیه معقول برای استفاده در تحلیل دقیق، روش‌های تقریبی متعددی برای تحلیل تقریبی قاب‌ها در مقابل بار جانبی ارائه می‌شود که در این بخش روش‌های «پرتال، طره‌ای، بومن و فاکنور» از روش‌های متداول در تحلیل تقریبی قاب‌ها در مقابل بارهای جانبی ارائه می‌شود.

۱-۱- روش پرتال

اساس روش پرتال متکی بر سه فرض زیر می‌باشد:

۱- نقطهٔ عطف تیر در وسط دهانه قرار دارد.

۲- نقطهٔ عطف ستون در وسط ارتفاع قرار دارد

۳- نیروی برشی طبقه به نسبت مشخصی بین ستون‌های آن طبقه تقسیم می‌شود.

۱-۱-۱- روش حل

در روش پرتال، مراحل حل به صورت زیر می‌باشد:

۱- نیروی برشی هر طبقه را به دست می‌آوریم.

۲- برش را به نسبت دهانهٔ بارگیر بین ستون‌ها تقسیم می‌کنیم.

۳- لنگر سر ستون‌ها را از ضرب برش در نصف ارتفاع ستون به دست می‌آوریم.

۴- لنگر تیرها از تساوی لنگر کل بین تیر و ستون به دست می‌آید.

۵-برش تیر از تقسیم لنگر تیر بر نصف دهانهٔ تیر به دست می‌آید.

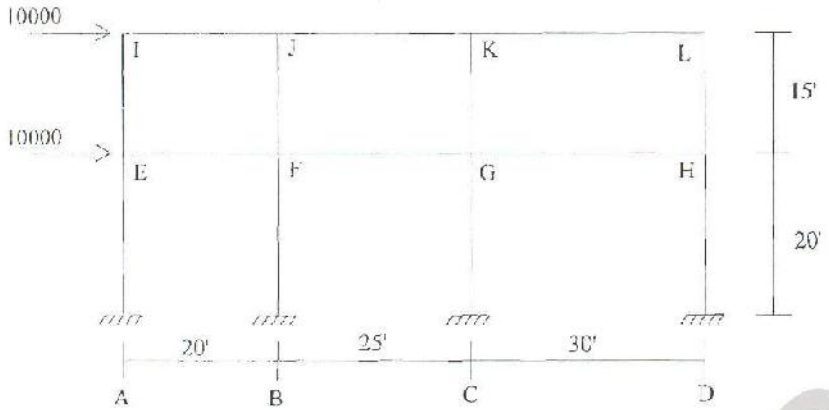
۶- نیروی محوری ستون‌ها از برش تیرهای متصل به آن‌ها به دست می‌آید.

۷- محاسبات از سمت چپ و بالا شروع می‌شود و بار را معمولاً از چپ به راست اعمال می‌کنیم.

www.tnar.ir

۱-۱-۲- مثالی از روش پرتال

قاب شکل زیر را به روش پرتال حل کنید.



- طبقهٔ بالا

برش طبقه = ۱۰۰۰۰

سطح بارگیر ستون اول = ۱۰'

سطح بارگیر کل طبقه = $\frac{10}{20+25+30}\times 10000 = 1333$

ستون دوم = $\frac{22.5}{75}\times 10000 = 3000$

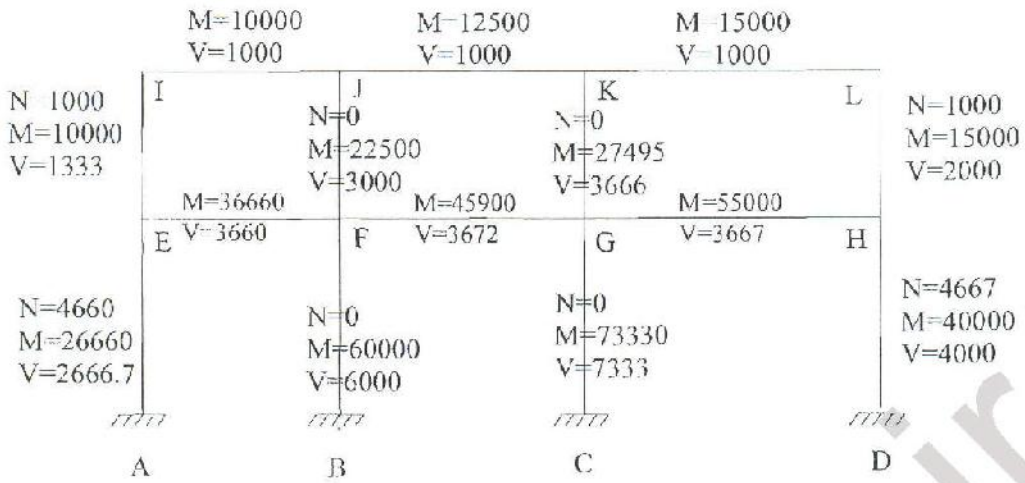
ستون سوم = $\frac{12.5+15}{75}\times 10000 = 3666$

ستون چهارم = $\frac{15}{75}\times 10000 - 2000$

- طبقهٔ پایین

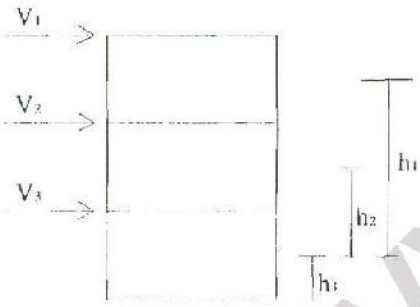
$$\begin{cases} \frac{10}{75}\times 20000 = 2666.7 \\ \frac{22.5}{75}\times 20000 = 6000 \\ \frac{12.5+15}{75}\times 20000 = 7333 \\ \frac{15}{75}\times 20000 - 4000 \end{cases}$$

www.ttnar.ir



۱-۲- روش طره

در این روش نیز مثل روش پرتال نقاط عطف تیرها و ستون‌ها در وسط دهانه و ارتفاع در نظر گرفته می‌شود که در آن در هر تار موازی تار خنثی، تنش از رابطهٔ $\sigma = \frac{MV}{I}$ به دست می‌آید، این تنش نیروی محوری است (در صورتی که سطح مقطع ستون واحد فرض شود).



۱-۲-۱- روش حل

۱- محل تار خنثی محاسبه می‌شود.

۲- ممان اینرسی مقطع سازه (قاب) نسبت به تار خنثی تعیین می‌شود.

۳- نیروی برشی و لنگر خمشی هر طبقه تعیین شده و در کنار قاب نوشته می‌شود. لنگر خمشی هر طبقه از حاصلضرب کلیهٔ نیروهای بالاتر و خود آن طبقه در فاصلهٔ آن‌ها تا وسط ستون‌های آن طبقه به دست می‌آید.

۴- نیروی محوری ستون‌ها از رابطهٔ حساب می‌شود، نیروی کششی را با علامت مثبت و نیروی فشاری را با علامت منفی نشان می‌دهیم.

۵- از دیاگرام آزاد اعضاء با شروع از سمت چپ و بالا نیروهای برشی ستون‌ها به دست می‌آید.

۶- لنگر انتهای تیرها از حاصلضرب برش تیرها در نصف دهانه به دست می‌آید.

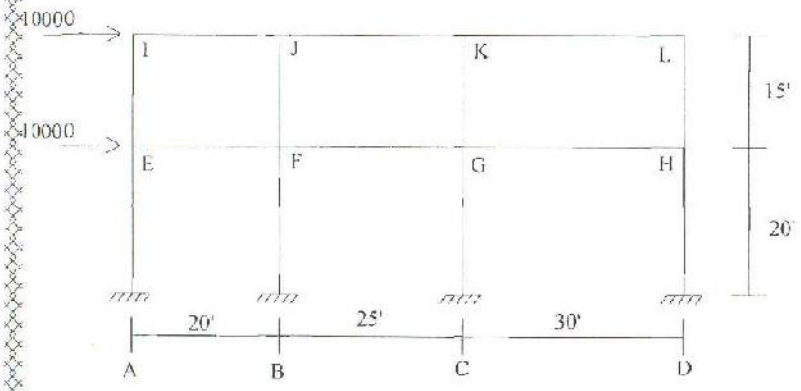
۷- لنگر انتهای ستون‌ها از تعادل گره‌ها محاسبه می‌شود.

۸- نیروی برشی ستون‌ها حساب می‌شوند (از تقسیم لنگر ستون بر نصف ارتفاع)* برای مواقعی که سازه منظم و نسبت ارتفاع به پایه حداقل ۵ باشد.

www.ttnar.ir

۱-۲-۲- مثالی از روش طره

قاب زیر را به روش طره تحلیل کنید.



گام ۱- به دست آوردن محل تار خنثی

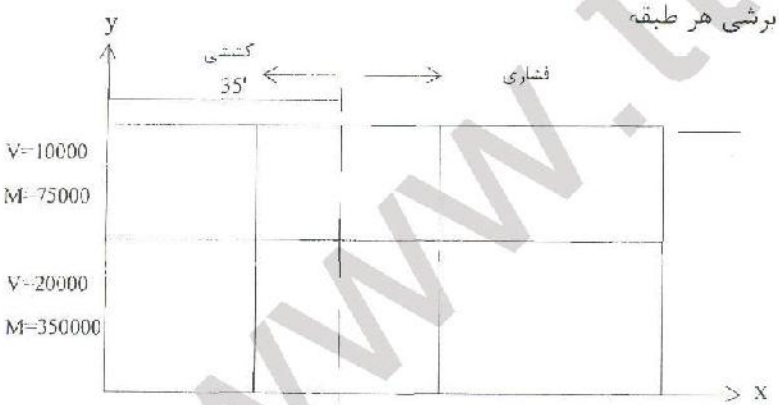
$$\bar{x}=\frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} \quad , \quad A-1 \text{ ستون‌ها}$$

$$x=\frac{1\times 0+1\times 20+1\times 45+1\times 75}{1+1+1}=35$$

گام ۲- ممان اینرسی کل

$$I=\sum Ad^2=1\times 35^2+1\times 15^2+1\times 40^2=3050$$

گام ۳- به دست آوردن لنگر و نیروی برشی هر طبقه



گام۴- به دست آوردن نیروی محوری ستون‌ها

$$p_1=\frac{My}{I}=\frac{75000\times 35}{3150}=833$$

$$p_2=\frac{75000\times(35-20)}{3150}=357$$

طبقهٔ بالا

$$p_3=\frac{75000\times(45-35)}{3150}=-2380$$

$$p_4=\frac{75000\times(75-35)}{3150}=-952$$

- طبقهٔ پایین

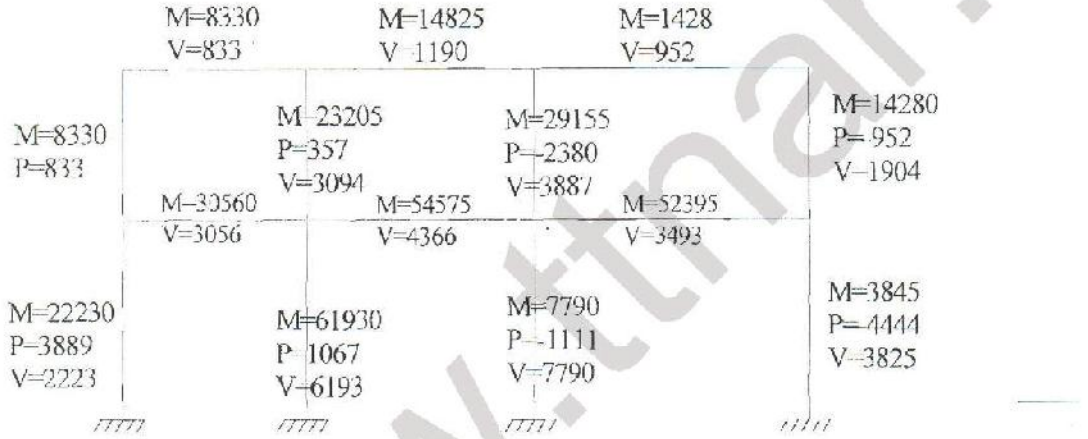
www.tnar.ir

$$p_1 = = -\frac{350000 \times 35}{3150} = 3889$$

$$p_2 = \frac{350000 \times (35 - 20)}{3150} = 1667$$

$$p_3 = \frac{-350000 \times (45 - 35)}{3150} = -1111$$

$$p_4 = \frac{-350000 \times (75 - 35)}{3150} = -4444$$

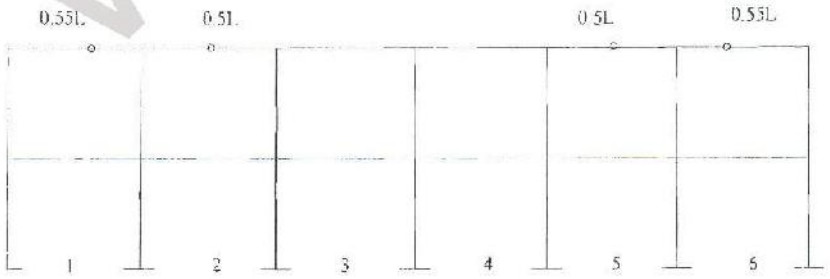


۱-۳- روش بومن

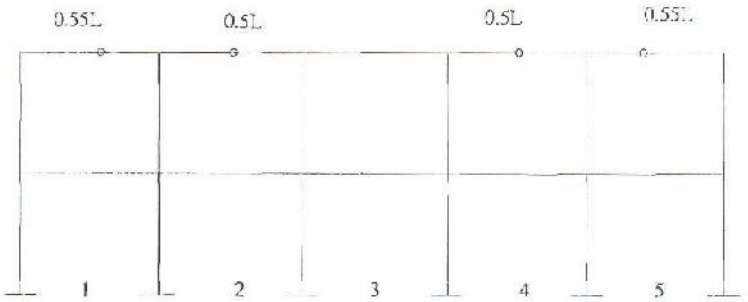
فرضیات روش بومن به شرح زیر می‌باشند:

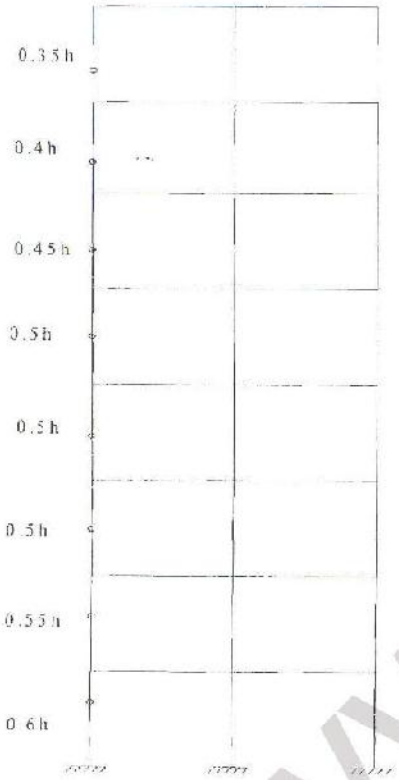
۱- محل نقطهٔ عطف در در تمام تیرهای خارجی ۰/۵۵ از انتهای بیرونی است.

در سایر تیرها غیر از دهانهٔ میانی در قاب‌هایی که تعداد دهانه‌ها فرد است یا دو دهانهٔ میانی در قاب‌هایی که تعداد دهانه‌ها زوج است، نقطهٔ عطف در وسط دهانه تشکیل می‌شود.



www.tnar.ir





۲- نقطهٔ عطف ستون‌ها

a) در ستون‌های طبقهٔ پایین ۰/۶ h از پایین.

b) در ستون‌های طبقهٔ آخر ۰/۳۵ h از پایین.

c) در ستون‌های یکی مانده به آخر ۰/۴ h از پایین.

d) در ستون‌های دو تا مانده به آخر ۰/۴۵ h از پایین.

e) در ستون‌های طبقهٔ بعد از همکف در حالت ۶ طبقه بیشتر ۰/۵۵ h از پایین.

یعنی در واقع طبقهٔ اول و آخر را می‌گذاریم، سپس از پایین می‌آییم و بعد از این‌که حداقل ۱ طبقه به ارتفاع h و a عطف داشتیم و هنوز یک طبقهٔ دیگر تا زیرزمین فاصله داشتیم این طبقه را ۰/۵۵ h می‌گیریم تا بعد به ۰/۶ h برسیم.

$$V = V_1 + V_2$$

۳- نیروی برشی هر طبقه به دو بخش تقسیم می‌شود:

V_1 به نسبت مساوی بین ستون‌ها تقسیم می‌شود.

V_2 به نسبت عکس دهانه (مثل پرتال)

طریقهٔ به دست آوردن V_1 و V_2 مطابق زیر است:

$$V_1 = \alpha V_i$$

الف) در طبقهٔ زیرین

$$\alpha = \frac{(\text{تعداد دهانه‌ها} - 1/2)}{(\text{تعداد ستون‌ها})}$$

ب) در طبقات بالا

$$\alpha = \frac{(\text{تعداد دهانه‌ها} - 2)}{(\text{تعداد ستون‌ها})}$$

www.tnar.ir

۴- لنگر دو انتهای ستون از حاصلضرب برش ستون در بازوی مربوطه‌اش (برش‌ها در نقطهٔ عطف) به دست می‌آید.

۵- لنگر تیرها:

الف) لنگر تیرهای خارجی در گره خارجی (از تعادل گره)

ب) لنگر تیرهای خارجی در گره داخلی ($\frac{9}{11}$ بند الف)

ج) لنگر تیرهای داخلی از تعادل گره‌ها

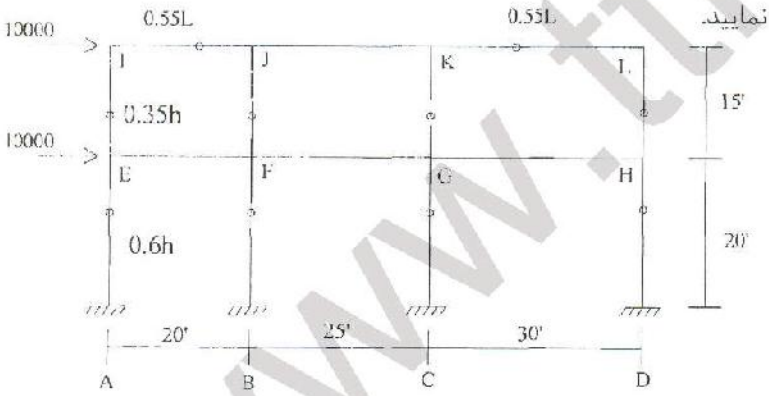
لنگرهای دو سر از بند ج معلوم است و لنگر ستون را به نسبت $\frac{I}{\sum I}$ تقسیم می‌کنیم و سپس با داشتن لنگر هر دو انتها، نقطهٔ عطف به دست می‌آید. در حالت تک‌دهانه لنگرهای دو طرف از ج به دست می‌آید و سپس نقطهٔ عطف مشخص می‌شود.

۶- تعیین برش در تیرها: برش از تقسیم لنگر بر فاصله به دست می‌آید.

۷- نیروی محوری ستون‌ها از برش تیرها به دست می‌آید.

۱-۳-۱- مثالی از روش بومن

قاب شکل زیر به روش بومن تحلیل نمایید.



گام ۱- به دست آوردن نقاط عطف ستون‌ها و تیرها

ستون‌ها در طبقه دوم 0.35h از پایین،ستون‌ها در طبقه اول 0.6h از پایین، تیرهای خارجی 0.55l و تیرهای داخلی از تعادل به دست می‌آیند.

گام۲- به دست آوردن نیروی برشی ستون‌ها

طبقه دوم:

$V_{کل} = 10000$

$$\alpha = \frac{(\text{تعداد دهانه‌ها} - \frac{1}{2})}{(\text{تعداد ستون‌ها})}$$

www.tnar.ir

$$\alpha = \frac{3-2}{4} = \frac{1}{4}$$

V_1 به نسبت مساوی بین ستون‌ها تقسیم می‌شود $V_1 = \alpha V = \frac{1}{4} \times 10000 = 2500$

V_2 به نسبت دهانه‌های بارگیر تقسیم می‌شود. $V_2 = V - V_1 = 10000 - 2500 = 7500$

$$V_{IL} = \frac{V_1}{4} + \frac{10}{75} \times V_2 = 1625 \qquad V_{IF} = \frac{V_1}{4} + \frac{22.5}{75} \times V_2 = 2875$$

$$V_{KG} = \frac{V_1}{4} + \frac{27.5}{75} \times V_2 = 3375 \qquad V_{LH} = \frac{V_1}{4} + \frac{15}{75} \times V_2 = 2125$$

طبقه اول:

$$V = 10000 + 10000 = 20000$$

V_1 به نسبت مساوی $V_1 = \alpha V = 0.625 \times 2000 = 12500$

V_2 به نسبت دهانه‌های بارگیر تقسیم می‌شود. $V_2 = V - V = 20000 - 12500 = 7500$

$$V_{EA} = \frac{V_1}{4} + \frac{10}{75} \times V_2 = 4125 \qquad V_{EB} = \frac{V_1}{4} + \frac{22.5}{75} \times V_2 = 5375$$

$$V_{GC} = \frac{V_1}{4} + \frac{27.5}{75} \times V_2 = 5875 \qquad V_{HD} = \frac{V_1}{4} + \frac{15}{75} \times V_2 = 4625$$

گام ۳ - به دست آوردن لنگر پایین و بالای ستون‌ها

طبقه دوم

$$M_{IL} = 0.65 \times 15 \times 1625 = 15843.75 \qquad M_{LI} = 0.35 \times 15 \times 1625 = 8531.25$$

$$M_{JF} = 0.65 \times 15 \times 2875 = 28031.25 \qquad M_{FJ} = 0.35 \times 15 \times 2875 = 15093.75$$

و به همین ترتیب لنگرها را در بالا و پایین ستون‌ها به دست می‌آوریم.

گام ۴- به دست آوردن لنگر تیرها از تعادل لنگرها (از سمت چپ وبالا شروع می‌کنیم)

$$M_{IJ} = M_{IL} = 15843.75 \rightarrow M_{JI} = \frac{9}{11} M_{IJ} = 12963$$

$$\sum M_C = \sum M_B \qquad M_{JF} = M_{JI} + M_{JK}$$

- به دست آوردن نقطه عطف تیر میانی

www.itnar.ir

$$M_{JK} = 28031.25 - 12963 = 15068.2 \qquad M_{LK} = M_{LH} = 20718.75$$

$$M_{KL} = \frac{9}{11} M_{LH} = 16951.7 \qquad M_{KJ} = M_{KG} - M_{KL} = 32906.25 - 16951.7 = 15954.54$$

$$\frac{15954.54}{15068.2} = \frac{25 - x}{x}$$
$$x = 12.14$$

طبقه اول:

$$M_{EF} = M_{EI} + M_{EA} = 41531.25$$

$$M_{FE} = \frac{9}{11} M_{EF} = 33980.11$$

$$M_{FG} = M_{FJ} + M_{FB} - M_{FE} = 24113.06$$

$$M_{HG} = M_{HL} + M_{HD} = 28156.25 \rightarrow M_{GH} = \frac{9}{11} M_{HG} = 39400.57$$

$$M_{GF} = M_{GK} + M_{GC} - M_{GH} - 25318.18$$

$$\frac{25318.18}{2443.06} = \frac{25 - x}{x}$$
$$x = 12.12$$

گام۵- به دست آوردن نیروی برشی تیرها

- طبقه دوم

$$V_{IJ} = \frac{M_{IJ}}{0.55 \times 20} = 1440.34$$

$$V_{JK} = \frac{M_{JK}}{12.14} = 1241.2$$

$$V_{LK} = \frac{M_{LK}}{0.55 \times 30} = 1255.68$$

- طبقه اول

$$V_{EF} = \frac{M_{EF}}{0.55 \times 20} = 3773.57$$

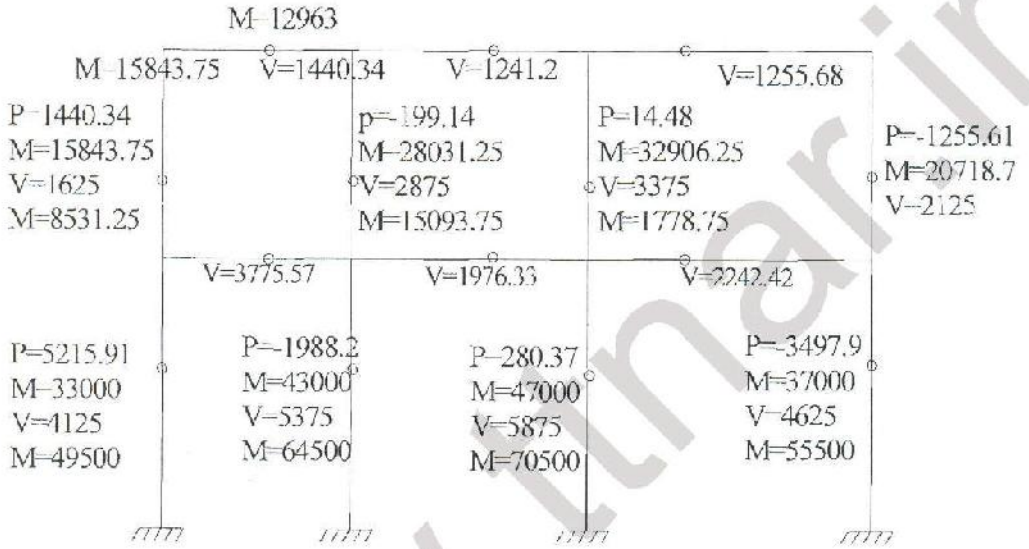
$$V_{FG} = \frac{M_{FG}}{12.2} = 1976.53$$

$$V_{HG} = \frac{M_{HG}}{0.55 \times 30} = 2242.42$$

گام۶- به دست آوردن نیروی محوری ستون‌ها

www.tnar.ir

$$P_{IE} = V_{IJ} = 1440.34$$
$$P_{JF} = V_{JK} - V_{JI} = 1241.2 - 1440.34 = -199.14$$
$$P_{CH} = -V_{LK} = -1255.68$$
$$P_{KG} = V_{KL} - V_{KJ} = 1255.68 - 1241.2 = 14.48$$
$$P_{EA} = V_{IJ} + V_{EF} = 5215.91$$
$$P_{FB} = V_{JK} + V_{FG} - (V_{JI} + V_{FE}) = -1998.2$$
$$P_{GC} = V_{KL} + V_{GH} - (V_{KJ} + V_{GF}) = 280.37$$
$$P_{HD} = -(V_{HG} + V_{LK}) = -3497.88$$



۱-۴- روش فاکتور

این روش از حل تقریبی معادلات شیب‌افت به دست آمده است. روش حل به شرح زیر است:

۱- سختی نسبی تمام اعضا را محاسبه نموده و در وسط اعضاء می‌نویسیم.

$$K = \frac{I}{\ell}$$

۲- محاسبهٔ ضریب g برای هر گره و نوشتن آن در انتهای تیرهایی که به این گره متصل می‌شوند.

$$g_i = \frac{\sum K_c}{\sum K} = \frac{\text{مجموع سختی ستون‌های متصل به گره}}{\text{مجموع سختی نسبی کلیهٔ اعضاء متصل به گره}}$$

۳- محاسبهٔ ضریب c برای هر گره و نوشتن آن در انتهای هر ستون

$C_i = 1 - g_i$ $\qquad$ برای حالت تکیه‌گاه گیردار $C_i = 1$

۴- به هر عدد مربوط به تیر یا ستون نصف عدد انتهای گیردار همان عضو را می‌افزاییم و G' و C' را در هر گره به دست می‌آوریم.

www.itnar.ir

$$G' = g_N + g_{\frac{F}{2}} \quad , \quad C' = C_N + C_{\frac{F}{2}}$$

۵- محاسبهٔ ضریب لنگر ستون‌ها و تیرها: از حاصلضرب سختی نسبی هر عضو در G' و C' مربوطه، ضرایب C_{ij} و G_{ij} به دست می‌آید.

۶- محاسبهٔ لنگر ستون‌ها: از رابطهٔ $M_{ij}^{C} = C_{ij} \times A$ که در آن

$$A = \frac{Vh}{\sum C_{ij}} = \frac{\text{لنگر طبقه}}{\text{طبقه} \sum C_{ij}}$$

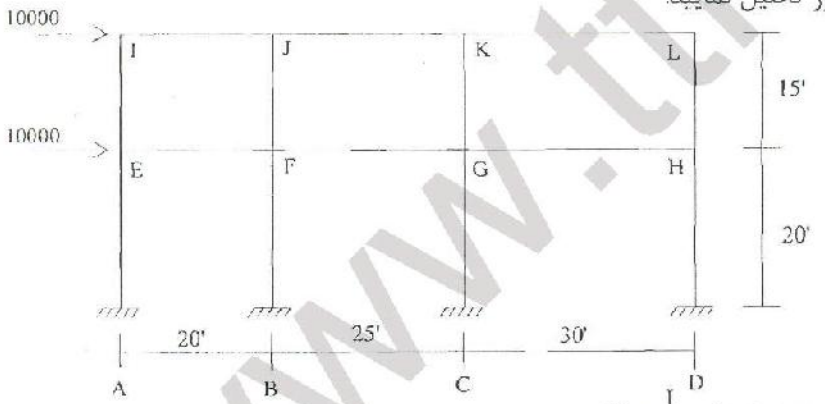
۷- محاسبهٔ لنگر تیرها از رابطهٔ $M_{ij}^{G} = G_{ij} \times B$ که در آن

$$B = \frac{\sum M_{ij}^{C}}{\sum G_{ij}} = \frac{\text{مجموع لنگر ستون‌ها در گره N}}{\text{مجموع گره N}}$$

در واقع پخش مجموع لنگر ستون‌های یک گره به نسبت سختی تیرهای آن و ضرب آن در سختی تیر، لنگر تیر را می‌دهد.

۱-۴-۱- مثالی از روش فاکتور

قاب شکل زیر را به روش فاکتور تحلیل نمایید.



گام اول- محاسبه سختی نسبی تمام اعضا و $K = \frac{I}{\ell}$

گام دوم- محاسبه ضریب g(girder) برای هر گره از فرمول $g_i = \frac{\sum K_C}{\sum K}$

این فرمول محاسبه و در تیر سمت راست پایین و در تیر سمت چپ بالای تیر می‌نویسیم.

گام سوم- محاسبه ضریب C برای هر گره از فرمول $C_i = 1, C_i = 1 - g_i$ این ضریب را در انتهای تمام ستون‌های متصل به گره می‌نویسیم.

گام چهارم- به C و g مربوط به تیر یا ستون نصف عدد متناظر آن (عدد انتهای دیگر همان عضو) را می‌افزاییم و C' و g' به دست می‌آید.

www.ttnar.ir

گام پنجم- محاسبه ضریب لنگر ستون‌ها و ضریب لنگر ستون‌ها از حاصلضرب سختی نسبی هر عضو در C' و g' مربوطه ،در اینجا ضرائب C_{ij} و G_{ij} به دست می‌آیند.

گام ششم- محاسبه لنگر ستون‌ها از رابطه $M_{ij}^{C} = C_{ij}A$ نه در آن A برابر است با:

$$A = \frac{Vh}{\sum C_{ij}} = \frac{\text{لنگر طبقه}}{\text{طبقه}\sum C_{ij}}$$

گام هفتم- محاسبه لنگر تیرها از رابطه $M_{ij}^{G} = G_{ij}B$ که در آن B برابر است با:

$$B = \frac{\sum M_{ij}^{C}}{\sum G_{ij}} = \frac{\text{مجموع لنگر ستون‌ها در گره N}}{\text{مجموع گره N}}$$

$$\begin{cases} g_I = \dfrac{0.133}{0.133+0.25} = 0.347 & C_I = 1-0.347 = 0.653 \\ g_J = \dfrac{0.267}{0.25+0.267+0.4} = 0.291 & C_J = 1-0.291 = 0.709 \\ g_K = \dfrac{0.333}{0.4+0.333+0.5} = 0.27 & C_K = 1-0.27 = 0.73 \\ g_L = \dfrac{0.2}{0.5+0.2} = 0.286 & C_L = 1-0.286 = 0.714 \end{cases}$$

$$\begin{cases} g_E = \dfrac{0.133+0.1}{0.331+0.25+0.1} = 0.482 & C_E = 1-0.347 = 0.518 \\ g_F = \dfrac{0.267+0.2}{0.25+0.267+0.4+0.2} = 0.418 & C_F = 1-0.291 = 0.582 \\ g_G = \dfrac{0.333+0.25}{0.4+0.333+0.5+0.25} = 0.393 & C_G = 1-0.27 = 0.607 \\ g_H = \dfrac{0.2+0.15}{0.5+0.2+0.15} = 0.411 & C_H = 1-0.286 = 0.589 \end{cases}$$

$$g'_{IJ} = g_I + \frac{g_J}{2} = 0.347 + \frac{0.291}{2}$$

$$\begin{cases} g'_{JI} = g_J + \dfrac{g_I}{2} = 0.291 + \dfrac{0.347}{2} \\ g'_{JK} = g_J + \dfrac{g_K}{2} = 0.291 + \dfrac{0.27}{2} \end{cases}$$

www.tnar.ir

$$\begin{cases} g'_{KJ} = g_K + \frac{g_J}{2} = 0.416 \\ g'_{KL} = g_K + \frac{g_L}{2} = 0.413 \end{cases}$$

$$\begin{cases} g'_{LK} = g_L + \frac{g_K}{2} = 0.421 \end{cases}$$

$$C'_{IE} = C_I + \frac{C_E}{2} = 0.912 \qquad C'_{KG} = C_K + \frac{C_G}{2} = 0.34$$

$$\begin{cases} C'_{EI} = C_E + \frac{C_I}{2} = 0.845 & C'_{GK} = C_G + \frac{C_K}{2} = 0.972 \\ C'_{EA} = C_E + \frac{C_A}{2} = 1.018 & C'_{GC} = C_G + \frac{C_C}{2} = 1.107 \\ C'_{JF} = C_J + \frac{C_F}{2} = 1.00 & C'_{LH} = C_L + \frac{C_H}{2} = 1.009 \\ C'_{EJ} = C_E + \frac{C_J}{2} = 0.937 & C'_{HL} = C_H + \frac{C_L}{2} = 0.946 \\ C'_{FA} = C_F + \frac{C_A}{2} = 1.082 & C'_{HD} = C_H + \frac{C_D}{2} = 1.089 \end{cases}$$

محاسبه لنگر ستون‌ها:

$$M_{ij}^C = C_{ij}.A$$

طبقه دوم

$$A = \frac{V \times h}{\sum C_{ij}} = \frac{10000 \times 23}{1.808} = 82964.6$$

$$\sum C_{ij} = (0.121 + 0.112 + 0.267 + 0.25 + 0.344 + 0.323 + 0.202 + 0.189) = 1.808$$

$$\begin{cases} M_{IE} = 0.121 \times A = 10039 \\ M_{EI} = 0.112 \times A = 9293 \end{cases} \qquad \begin{cases} M_{JF} = 0.267 \times A = 22152 \\ M_{FJ} = 0.250 \times A = 20741 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_{KG} = 0.344 \times A = 28540 \\ M_{GK} = 0.323 \times A = 26797 \end{cases} \qquad \begin{cases} M_{LH} = 0.202 \times A = 16759 \\ M_{HL} = 0.189 \times A = 15680 \end{cases}$$

طبقه اول

$$A = \frac{V \times h}{\sum C_{ij}} = \frac{20000 \times 20}{1.661} = 240818.8$$

$$\sum C_{ij} = (0.102 + 0.126 + 0.216 + 0.25 + 0.276 + 0.326 + 0.163 + 0.194) = 1.661$$

$$\begin{cases} M_{EA} = 0.102 \times A = 24564 \\ M_{AE} = 0.126 \times A = 30343 \end{cases} \qquad \begin{cases} M_{EB} = 0.216 \times A = 52017 \\ M_{BE} = 0.258 \times A = 62131 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_{GC} = 0.276 \times A = 66466 \\ M_{CG} = 0.326 \times A = 78507 \end{cases} \qquad \begin{cases} M_{HD} = 0.163 \times A = 39253 \\ M_{DH} = 0.199 \times A = 46719 \end{cases}$$

www.ttnar.ir

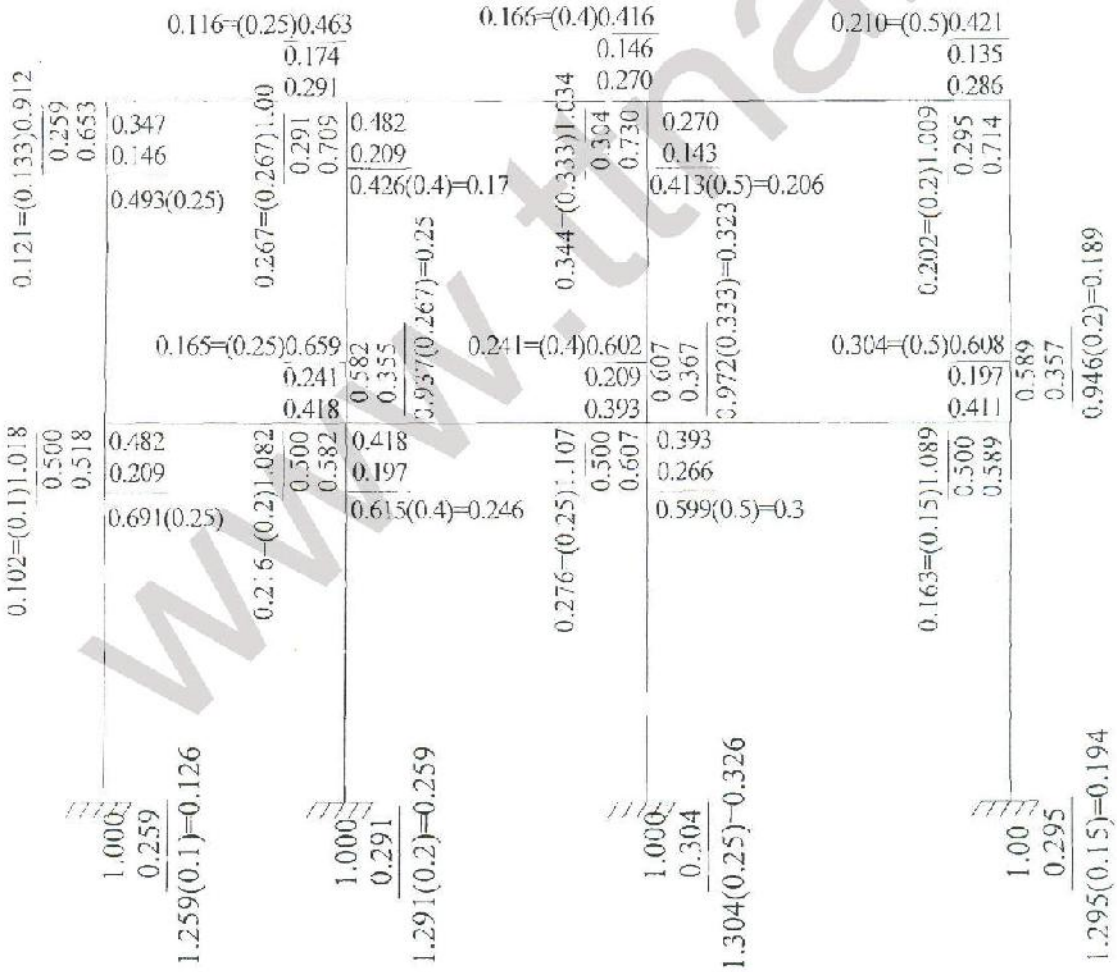
محاسبهٔ لنگر تیرها

گره I
$$\begin{cases} B = \dfrac{10039}{0.123} \\ M_{IJ} = 0.123 \times B = 10039 \end{cases}$$

گره J
$$\begin{cases} B = -\dfrac{22152}{0.116 + 0.17} = 77454.5 \\ M_{JI} = 0.116 \times B = 18985 \qquad M_{JK} = 0.17 \times B = 13167 \end{cases}$$

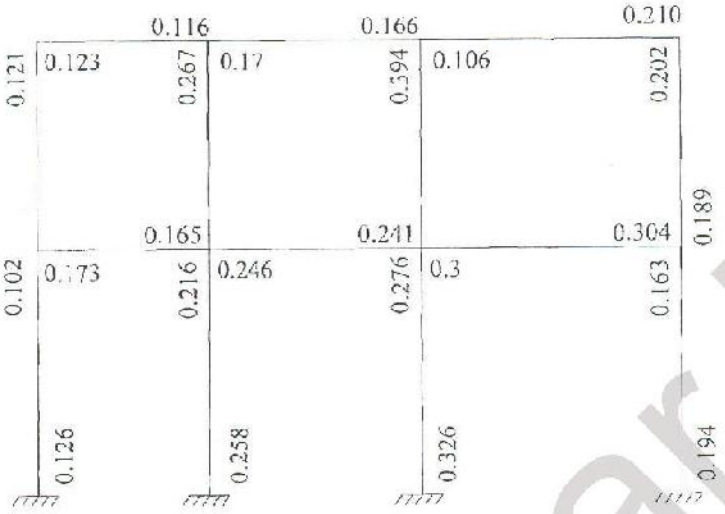
گره K
$$\begin{cases} B = \dfrac{28540}{0.116 + 0.206} = 76720 \\ M_{KJ} = 0.166 \times B = 12736 \qquad M_{KL} = 0.206 \times B = 15804 \end{cases}$$

گره I
$$\begin{cases} B = \dfrac{16759}{0.21} = 79805 \\ M_{IK} = 0.21 \times B = 16759 \end{cases}$$



www.tnar.ir

بعد از به دست آوردن c' و g' سختی نسبی عضو مربوط را در آن ضرب می‌کنیم تا c_{ij} و G_{ij} به دست آید. (شکل قبل)



در شکل فوق c_{ij} و G_{ij} (ضرایب پخش لنگر ستون‌ها و تیرها) نشان داده شده است.

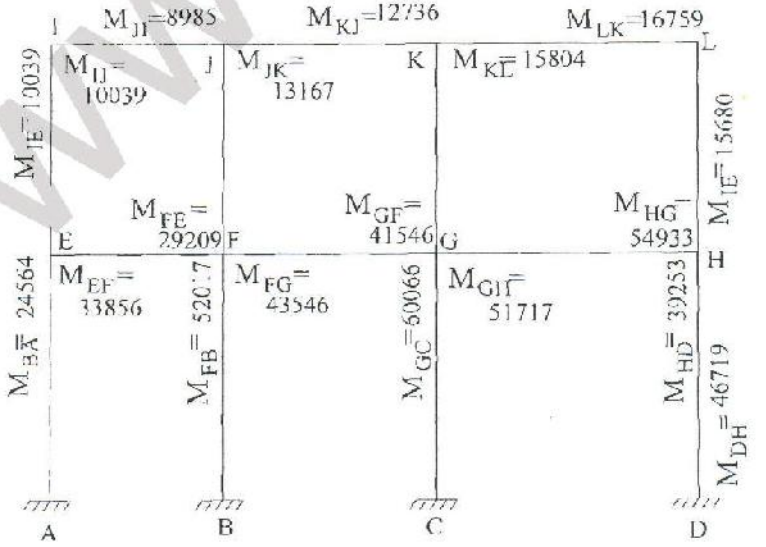
گره E $B=\dfrac{9292+24564}{0.173}$ $M_{EF}=0.173\times B=33856$

گره F $B=\dfrac{20741+52017}{0.165+0.246}$

$M_{FE}=0.165\times B=29209$ $M_{FG}=0.246\times B=43540$

گره G $B=\dfrac{26797+66461}{0.291+0.3}$

$M_{GF}=0.241\times B=41546$ $M_{GH}=0.3\times B=51717$



www.tmar.ir