35٪ میانی 10٪ ترین

50٪ پایان جوش 5٪ کمین

Subject: / انتقال جرم Year: Month: Day:

Text: Mass Transfer Operations, 3rd edition By Treybal

Ref 1: Unit Operations of Chemical Engineering, 7th edition By McCabe

2: Separation Processes, 2nd edition By King

3: Separation Process Principles, 3nd edition By Seader, Henly

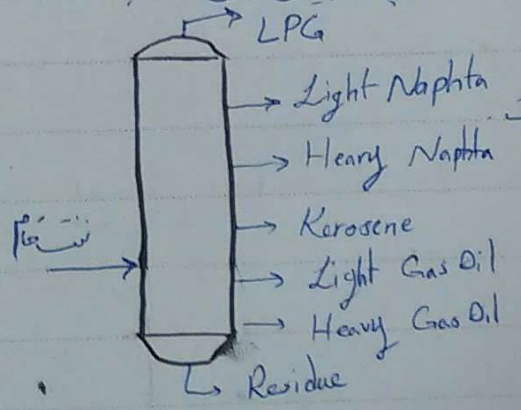
4: Mass Transfer By Sherwood

فصل چهارم: نفوذ در جامدات ← حذف ×

فصل هفتم: عملیات رطوبت زنی ← حذف ×

فصل اول: مباحث تمدماتی

در یک تعریف ساده‌ی شیمی، در بسیاری از عملیات داده، هدف اصلی تغییر ترکیب یک فاز یا محلول است. موضوع انتقال جرم، تغییر غلظت محلول هاست. در عملیات انتقال جرم، انتقال اجزاء در تماس با یکدیگر مورد بحث است.



نیروی محرکه در این نوع انتقال، وجود گرادیان غلظت موضعی بین دو تعادل است.

تقسیم بندی عملیات انتقال جرم:

- در اثر تماس دو فاز غلظت نشده: گاز-گاز، گاز-مایع، گاز-جامد، مایع-مایع، مایع-جامد، جامد-جامد
- بین دو فاز از درون غشاء
- تماس مستقیم دو فاز غلظت شده
- استفاده از پدیده های سطحی

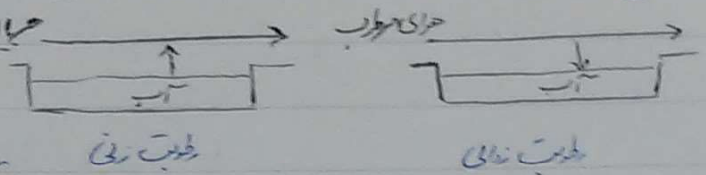
تماس مستقیم دو فاز غلظت نشده:

- گاز-گاز
- گاز-مایع:
  - تقطیر (Distillation) جداسازی آب از اسید استیک
  - ✓ جذب گازی (Gas Absorption): یکی از اجزاء از فاز گازی به فاز مایع منتقل می شود
  - ✓ دفع گازی (Gas Desorption): یکی از اجزاء از فاز مایع به فاز گازی منتقل می شود.

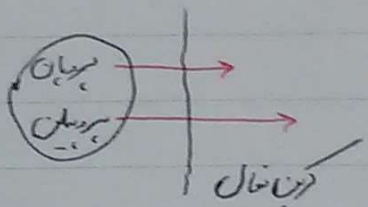
LearnElement.ir

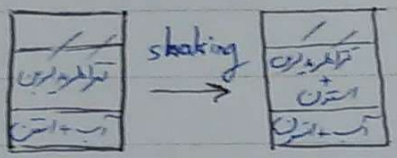
Subject: انتقال جرم Year: Month: Day:

* در حالت خاص، وقتی که از مایع خالص بخار شود (Humidification) رطوبت زدایی یا (Dehumidfication) رطوبت زنی داریم.



- گاز - جامد
  - تصعید (sublimation) : تشکیل لایه‌گذاری از تغییر حالت (فقط) جامد بدون ایجاد مایع از بخار
  - خشک کردن (Desorption or Drying) : خشک کردن جسم جامد گاز ← جامد
  - جذب سطحی (Adsorption) : جذب رطوبت توسط سیلیکاژل جامد ← گاز



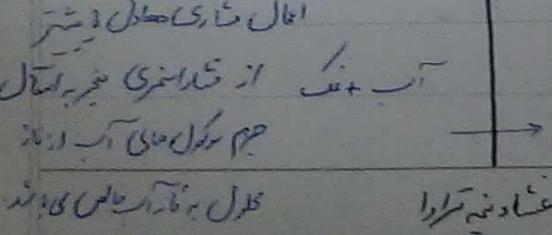


- مایع - مایع (Liquid extraction)
  Fractional Extraction ←

- مایع - جامد
  - تبلور (Crystallization) جامد ← مایع
  - استخراج با حلال (Leaching)
  - جذب (Adsorption) : جدا کردن مواد رنگی موجود در محلول نیشکر توسط کربن فعال

- جامد - جامد

انتقال جرم از درون غشاء:
- گاز - گاز: نفوذ گازی از درون یک سیاه‌تر تحلیل (Diffusion or effusion) جداسازی اکسیژن‌های اتمسفر به شکل گاز اتمسفر ملحوظه
- گاز - مایع: معمولاً به شکل نفوذ انتقال انجام می‌شود. نفوذ انتقالی (Penetion): اجزاء به دلیل انتقال به درون حلال مقاومتی که در غشاء دارند قابل جداسازی خواهند بود.
  (جداسازی هلیوم از گاز طبیعی توسط غشاء پلیمری تلمود کربن)
- مایع - مایع: Reverse Osmosis



انتقال فشاری محلول از بیشتر از فشار اسمزی جهت به انتقال جرم مولکول‌های آب از غلظ به غلظ آب خالص می‌باشد

LearnElement.ir

Subject: انتقال جرم Year: Month: Day:

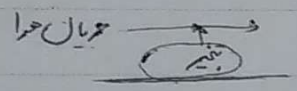
تماس مستقیم دو فاز غیر قابل حل شدنی : Thermal Diffusion, Sweep Diffusion, centrifusion

Nuclear Chemical Engineering By Pigford

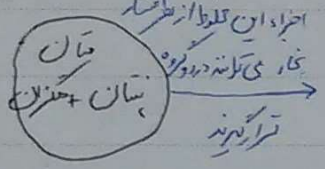
استفاده از پدیده های سطحی: برخی از مواد پس از حل شدن در یک فاز که در تماس با گاز است، در سطح مشترک با فاز گاز قرار می گیرند. بنابراین برای جداسازی چنین موادی می توان گاز به درون فاز مایع تزریق کرد.

تماس دو فاز غیر قابل حل شدنی:
- مستقیم: دو فاز در تماس با هم قرار گرفته و آنان ایجاد می شود. (Crystallization تبلور)
- غیر مستقیم: از یک فاز دوم برای جداسازی استفاده می شود. (Stripping, Leaching, Drying, Adsorption, Absorption)

تعاریف در بحث انتقال جرم:
- عملیات پایا (Steady_state)
- عملیات ناپایا (Dynamic)



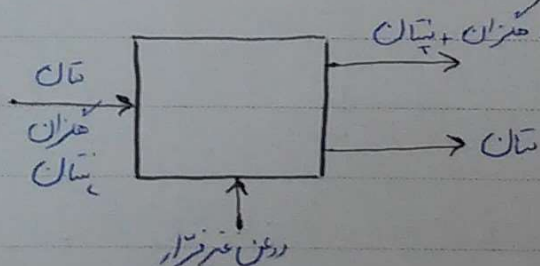
بازیابی جزء حل شده (ماده حل شونده) در عمل جداسازی جزء به جزء:
(Fractionation) (Solute Recovery)



ماده حل شده ← (بنتان + هگزان) فشار بخار پایین

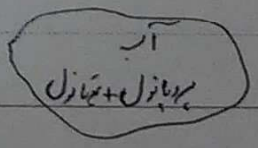
حلال ← (متان) فشار بخار بالا

استفاده از روش Gas Absorption



Solute Recovery

* نکته: انتخاب روش جداسازی اجزاء یک محلول به آن خاصیتی از اجزاء بستگی دارد که بر مبنای آن می خواهیم جداسازی انجام دهیم.



Jafiei Publication
LearnElement.ir

Subject: Year: Month: Day:

استفاده از خاصیت انحلال پذیری ← بازیابی ماده حل شده (Solvent Extraction)

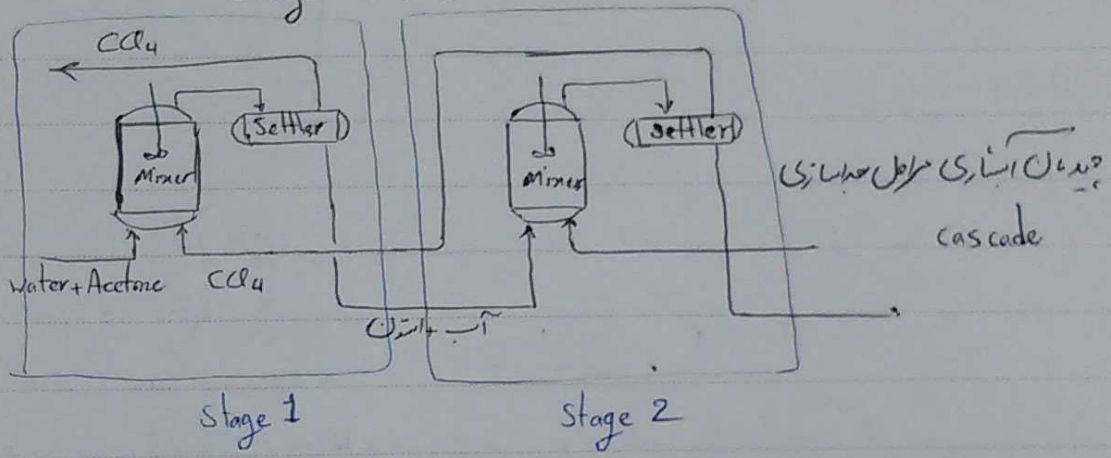
استفاده از خاصیت اختلاف فشار بخار ← جداسازی جزء به جزء (Distillation)

عملیات مرحله به مرحله (stagewise) ← تماس عملیات پیوسته (continuous contact)

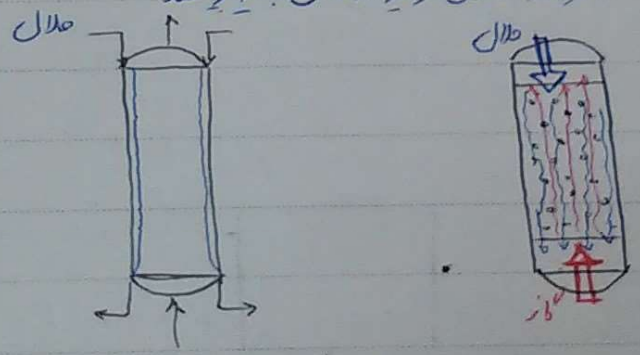
(Differential contact)

کربن تتراکلرید + آب + استون → Shaking → انجام انتقال جرم → جداسازی فازها } Batch → Unsteady State

Stage (مرحله جداسازی)



- تماس‌دهنده‌های تماس پیوسته: جریان‌ها در طول فرآیند در تماس با یکدیگر هستند



اصول طراحی تجهیزات انتقال جرمی:

- تعیین تعداد مراحل جداسازی برای رسیدن به درجه معینی از جداسازی اجزاء
- تعیین مدت زمان تماس فازها: تابعی از راندمان جداسازی
- نرخ جریان فازها
- تعداد انرژی حرارتی یا مکانیکی لازم برای جداسازی

LearnElement.ir

Subject: انتقال جرم Year: Month: Day:

فصل دوم: نفوذ مولکولی در سیالات

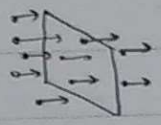
نظریه جنبشی گازها:

مسیر آزاد متوسط (Mean Free Path): متوسط فاصله‌ای که مولکول طی می‌کند تا با مولکول‌های دیگر برخورد نماید.

قانون فیک (Fick's First Law)

شار مولی (Molar Flux): تعداد مول‌های انتقال یافته در واحد زمان از واحد سطح عمود بر جهت انتقال

شار مولی $[=] \frac{mol}{\text{سطح} \times \text{زمان}}$



* غلظت مولی جزء α: $C_\alpha = \frac{\rho_\alpha}{M_\alpha}$

ρ_α: غلظت جرمی جزء α (جرم جزء α در واحد حجم محلول)

M_α: جرم مولکولی جزء α

* کسر مولی جزء α: $x_\alpha = \frac{C_\alpha}{C}$

C: چگالی مولی محلول $C = \sum_\alpha C_\alpha$

* $\vec{V}_\alpha$: سرعت جزء α در یک نقطه نسبت به یک مختصات ثابت در فضا

سرعت متوسط مولی مخلوطی با N جزء $\vec{V}_M = \frac{\sum_{\alpha=1}^{N} C_\alpha \vec{V}_\alpha}{\sum_{\alpha=1}^{N} C_\alpha}$

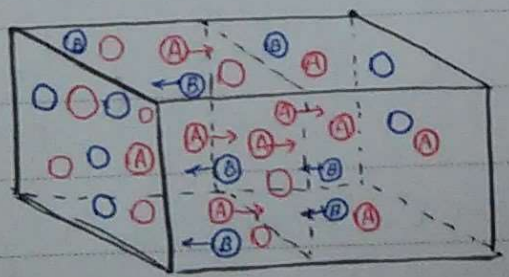
دو نوع شار مولی می‌توان تعریف کرد

بر اساس نقطه‌ای ثابت در فضا (محور مختصات): $\vec{N}_\alpha = C_\alpha \vec{V}_\alpha$

$[=] \frac{mol}{m^3} \times \frac{m}{s} = \frac{mol}{m^2 \cdot s}$

بر اساس سرعت متوسط مولی اجزاء: $\vec{J}_\alpha = C_\alpha (\vec{V}_\alpha - \vec{V}_M)$

شار عبوری از درون صفحه‌ای که با سرعت متوسط مولی تمامی اجزاء در حال حرکت است.



$\vec{N}_A = C_A \cdot \vec{V}_A$

$\vec{V}_M = \frac{C_A \vec{V}_A + C_B \vec{V}_B}{C = C_A + C_B}$

$\vec{J}_A = C_A (\vec{V}_A - \vec{V}_M)$

Shafiei Publication

LearnElement.ir

Subject: Year: Month: Day:

قانون اول فیک (Fick's First Law of Diffusion)

برای یک خط دو جزئی A و B شار مولی $\vec{J}_A$ یا بردار گرادیان غلظت جزء A متناسب است.

$$\vec{J}_A \propto \vec{\nabla} C_A$$

ضریب این تناسب، ضریب دیفوزن نامیده می‌شود: (D_{AB})

$$\Rightarrow \boxed{\vec{J}_A = -D_{AB} \vec{\nabla} C_A}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{J}_{Az} = -D_{AB} \dfrac{\partial C_A}{\partial z} \\ \vec{J}_{Ay} = -D_{AB} \dfrac{\partial C_A}{\partial y} \\ \vec{J}_{Ax} = -D_{AB} \dfrac{\partial C_A}{\partial x} \end{cases} \qquad [D] = \frac{m^2}{s}$$

$$\begin{cases} \vec{J}_A = C_A (\vec{V}_A - \vec{V}_M) \\ \vec{J}_A = -D_{AB} \vec{\nabla} C_A \end{cases}$$

$-D_{AB}\vec{\nabla}\vec{C}_A$ ↑ $\qquad C_A \dfrac{C_A\vec{V}_A + C_B\vec{V}_B}{C}$ ↑

$$\vec{J}_A = C_A(\vec{V}_A - \vec{V}_M) \Rightarrow \vec{J}_A = C_A\vec{V}_A - C_A\vec{V}_M = \vec{N}_A - C_A\vec{V}_M$$

$$\Rightarrow -D_{AB}\vec{\nabla}C_A = \vec{N}_A - \frac{C_A}{C}(\vec{N}_A + \vec{N}_B)$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{N}_A = \underbrace{-D_{AB}\vec{\nabla}C_A}_{\text{شار جزء A در داخل توده سیال با مکانیزم نفوذ مولکولی}} + \underbrace{\frac{C_A}{C}(\vec{N}_A + \vec{N}_B)}_{C_A\vec{V}_M}}$$

شار جزء A به واسطه حرکت توده سیال

* $D_{AB} = D_{BA}$

$$\begin{cases} N_{Az} = (N_{Az} + N_{Bz})\dfrac{C_A}{C} - D_{AB}\left(\dfrac{\partial C_A}{\partial z}\right) \\ N_{Bz} = (N_{Az} + N_{Bz})\dfrac{C_B}{C} - D_{BA}\left(\dfrac{\partial C_B}{\partial z}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (N_{Az} + N_{Bz}) = (N_{Az} + N_{Bz})\frac{C_A + C_B}{C} - D_{AB}\frac{\partial C_A}{\partial z} - D_{BA}\frac{\partial C_B}{\partial z}$$

$$C_A + C_B = C \Rightarrow \frac{\partial C_A}{\partial z} = -\frac{\partial C_B}{\partial z}$$

Shafiei Publication

LearnElement.ir

Subject: Year: Month: Day:

$$\Rightarrow -D_{AB}\frac{\partial C_A}{\partial z} = D_{BA}\frac{\partial C_B}{\partial z} \Longrightarrow \boxed{D_{BA} = D_{AB}}$$

$$\vec{N}_A = -D_{AB}\vec{\nabla}C_A + \frac{C_A}{C}(\vec{N}_A + \vec{N}_B) = -CD_{AB}\vec{\nabla}x_A + x_A(\vec{N}_A + \vec{N}_B)$$

$x_A = C_A/C$

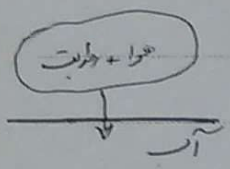
ضریب نفوذ توئنر

حالت چند جزئی : $\vec{N}_i = -CD_{i,m}\vec{\nabla}x_i + x_i\sum_{j=1}^{n}\vec{N}_j$ شار مولی جزء i از دید O نقطه مرجع

N_i : مثبت اگر شار مولی جزء i هم جهت با جزء A باشد.

$$D_{A,m} = \frac{N_A - x_A\sum_{i=A}^{n}N_i}{\sum_{i=A}^{n}\frac{1}{D_{Ai}}(x_iN_A - x_AN_i)}$$

N_i : منفی اگر شار مولی جزء i خلاف جهت با جزء A باشد.



حالت خاص : تمامی اجزاء مخلوط به غیر از جزء A ساکن باشند : $N_i = 0 \quad i \neq A$

$$D_{Am} = \frac{N_A - y_AN_A}{\frac{1}{D_{AA}}(y_AN_A - y_AN_A) + N_A\sum_{i=B}^{n}\frac{y_i}{D_{A,i}} - y_A\sum_{i=B}^{n}\frac{N_i}{D_{A,i}}} \quad N_i = 0,\ i \neq A$$

$$\Rightarrow D_{A,m} = \frac{1-y_A}{\sum_{i=B}^{n}\frac{y_i}{D_{A,i}}} = \frac{1}{\sum_{i=B}^{n}\frac{y'_i}{D_{A,i}}} \rightarrow = \frac{y_i}{1-y_i}$$

مثال : ضریب نفوذ توئنر اکسیژن (A) در مخلوط متان (B) و هیدروژن (C) را محاسبه کنید. نسبت مولی متان به هیدروژن 2 به 1 است. (فرض کنیم متان و هیدروژن ثابت باشند)

$D_{O_2-H_2} = 6.99 \times 10^{-5}\ (m^2/s)$

$D_{O_2-CH_4} = 1.86 \times 10^{-5}\ (m^2/s)$

Shafiei Publication

LearnElement.ir

Subject: Year: Month: Day:

$$D_{A,m} = \frac{1}{\sum_{i=B,C} \frac{y_i'}{D_{Ai}}} = \frac{1}{\frac{y_B'}{D_{AB}} + \frac{y_C'}{D_{AC}}}$$

$$y_B' = \frac{2}{1+2} = \frac{2}{3} = 0.667$$

$$y_C' = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3} = 0.333$$

$$D_{A,m} = \frac{1}{\frac{0.667}{1.56\times10^{-5}} + \frac{0.333}{6.99\times10^{-5}}} = 2.46\times10^{-5}\ m^2/s$$

LearnElement.ir

ضریب نفوذ در گازها:

$$D_{AB} = f(T, P, \text{نوع مواد})$$

$$D_{AB} = \frac{10^{-4}\left(1.084 - 0.249\sqrt{\frac{1}{M_A}+\frac{1}{M_B}}\right) T^{3/2}\sqrt{\frac{1}{M_A}+\frac{1}{M_B}}}{P_t (r_{AB})^2 f\left(\frac{k_B T}{\varepsilon_{AB}}\right)}$$

D_{AB} [=] m^2/s

T دمای مطلق [=] K

M_A, M_B = جرم مولکولی [=] $kg/kmol$

P_t = فشار مطلق [=] N/m^2

r_{AB} = فاصله مرکز تا مرکز مولکول‌های B, A هنگام برخورد : $r_{AB} = \frac{r_A + r_B}{2}$ [=] nm

ε_{AB} = انرژی متقابل بین دو مولکول = $\sqrt{\varepsilon_A \cdot \varepsilon_B}$

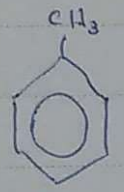
k_B = ثابت بولتزمن = 1.38×10^{-23} J/K

$f\left(\frac{k_B T}{\varepsilon_{AB}}\right)$ = تابع برخورد

$$\begin{cases} r = 1.18\, V^{1/3} & \text{حجم مولی تابع در نقطه جوش نرمال : } V \text{ [=] } m^3/kmol \\ \varepsilon/k_B = 1.21\, T_b & \text{نقطه جوش نرمال : } T_b \text{ [=] } K \end{cases}$$

Table 2.3

Atomic Volume $m^3/kmol \times 10^3$		Molecular Volume	
C	14.8	O_2	25.6
H	3.7	N_2	31.2
O	24.6	H_2	14.3



C_7H_8

$V = 7\times(0.0148) + 8\times(3.7\times10^{-3}) - 0.015 = 0.1182\ m^3/kmol$

از نقطه نرمال کم می‌شود

* حلقه بنزن 15-

** حلقه نفتالین 30-

مثال: ضریب نفوذ اتانول (C_2H_5OH (A) در هوا (B) در فشار 1atm و دمای 0°C محاسبه کنید.

$T = 273\ K$ $P_t = 101.3\ kN/m^2$

$M_A = 46.07\ kg/kmol$ $M_B = 29\ kg/kmol$

$\frac{\varepsilon_A}{k_B} = 1.21\, T_b$ $r_A = 1.18\, V^{1/3}$

Shafiei Publication

LearnElement.ir

Subject: Year: Month: Day:

$C_2H_5OH \Rightarrow V_A = 2\times(0.0148) + 6\times(0.0037) + 0.0074 = 0.0592 \ m^3/kmol$

$r_A = 1.18\,(0.0592)^{1/3} = 0.46\ nm$

$T_{b,A} = 351.4\ (K)$ Perry مرجع $\quad \frac{\varepsilon_A}{k_B} = 1.21\times(351.4) = 425\ K$

table از: $\frac{\varepsilon_B}{k_B} = 78.6\ K \quad r_B = 0.3711\ nm$

$r_{AB} = \frac{r_A + r_B}{2} = \frac{0.46 + 0.3711}{2} = 0.416\ nm \quad , \quad \frac{\varepsilon_{AB}}{k_B} = \sqrt{425\times 78.6} = 170.7$

$\frac{k_B T}{\varepsilon_{AB}} = \frac{273}{170.7} = 1.599 \longrightarrow f\left(\frac{k_B T}{\varepsilon_{AB}}\right) = 0.595$

$$\Rightarrow D_{AB} = \frac{10^{-4}\left[1.084 - 0.249\sqrt{\frac{1}{46.07}+\frac{1}{29}}\right](273)^{3/2}\sqrt{\frac{1}{46.07}+\frac{1}{29}}}{(201.3\times10^3)(0.416)^2(0.595)} = 1.05\times10^{-5}\ \frac{m^2}{s}$$

مقدار تجربی $1.02\times10^{-5}\ m^2/s$

$D_{AB} \propto (T)^{3/2} \quad , \quad D_{AB} \propto \frac{1}{P_t} \Rightarrow \left(\frac{D_{AB\,1}}{D_{AB\,2}}\right) = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{3/2}\left(\frac{P_{t2}}{P_{t1}}\right)$

$P < 500\ atm$

ضریب نفوذ در مایعات:

$$D_{AB} = \frac{(117.3\times10^{-18})(\varphi M_B)^{0.5} T}{\mu\, V_A^{0.6}}$$

(در حالت رقت بی نهایت)

table 2.4 مقادیر تجربی

M_B: جرم مولکولی حلال $[=]\ kg/kmol$

T: دمای مطلق $[=]\ K$

$V_A \longrightarrow$ Table 2.3 حجم مولی ماده حل شده در دمای جوش نرمال $[=]\ m^3/kmol$

برای آب به عنوان ماده حل شده $= 0.0756$

φ: فاکتور تجمع برای حلال

φ	solvent
2.26	water
1.9	methanol
1.5	ethanol
1	Unassociated Solvent (benzene / ethyl ether)

μ: ویسکوزیته حلال $[=]\ kg/m.s$

محدودیت رابطه: $\mu < 0.1\ kg/m.s$

در غلظت های پایین

Shafiei Publication

LearnElement.ir

مثال: ضریب نفوذ مانیتول (Manitol) با فرمول شیمیایی $CH_2OH(CHOH)_4CH_2OH$ در آب در دمای $20^\circ C$ ؟

table 2-3 : $V_A = 6\times(0.0148) + 14\times(0.0037) + 6(0.0074) = 0.185\ m^3/kmol$

$\varphi = 2.26$ (آب)

$T = 293K$ $\Rightarrow D_{AB} = \dfrac{(117\times10^{-18})[2.26(18.02)]^{0.5}(293)}{0.001\ (0.185)^{0.6}}$

$\mu \simeq 1\ cp = 0.001\ kg/m.s$

$= 0.601\times10^{-9}\ m^2/s$ $\quad 0.56\times10^{-9}\ m^2/s$ مقدار اندازه‌گیری شده

$$\left(\frac{D_{AB}\mu}{T}\right) = cte.$$

محاسبه توزیع غلظت در جریان آرام: (پدیده‌های انتقال Bird: چاپ سوم)

موازنه جرم پوسته‌ای (Shell Mass Balance)

۱- نوشتن موازنه جرم روی یک لایه نازک (المان حجمی) از سیال. (لایه نازک عمود بر جهت انتقال در نظر گرفته می‌شود)

$N_{Az} = f(z)$ $\quad \nabla C_A$ ← معادله دیفرانسیل مرتبه اول

۲- از رابطه بین شار انتقال جرم (مول) و گرادیان غلظت استفاده می‌شود ← معادله دیفرانسیل مرتبه دو ← توزیع غلظت بدست می‌آید.

$$\vec{N}_A = -cD_{AB}\vec{\nabla}x_A + x_A(\vec{N}_A + \vec{N}_B)$$

$$N_{Az} = -cD_{AB}\frac{\partial x_A}{\partial z} + x_A(N_{Az} + N_{Bz})$$ ← می‌بایست N_{Bz} از شرایط حاکم بر مسئله مشخص شود

مولفه z سرعت در راستای محور جریان

۳- انتگرال‌گیری و تعیین ثوابت انتگرال با استفاده از شرایط مرزی.

$$N_{Az} = -D_{AB}\frac{\partial C_A}{\partial z} + \frac{C_A}{C_t}(N_{Az} + N_{Bz})$$

واکنش شیمیایی:

همگن: واکنش در سرتاسر حجم سیال انجام می‌شود ← در موازنه جرم ظاهر می‌شود (معادله دیفرانسیل)

$R_A = k_n'' C_A^n$ $\quad [=]\ \frac{mol}{s.m^3}$ $\quad [=]\ \frac{mol}{m^3}$

ناهمگن: در محدوده‌ای مشخص انجام می‌شود (مثلاً بر سطح کاتالیست) ← در شرایط مرزی ظاهر می‌شوند.

$N_{Az}\big|_{z=z_1} = R_A = K_n'' C_A^n$ $\quad [=]\ \frac{mol}{m^3}$

$[=]\ \frac{mol}{s.m^2}$ $\quad n=1$ $\quad [=]\ m/s$

Shafiei Publication

LearnElement.ir

Subject: Year: Month: Day:

موازنه جرم و شرایط مرزی:

C.V: $\{\overset{N_A}{\text{نرخ ورود جزء A}}\} - \{\overset{N_A \longrightarrow}{\text{نرخ خروج جزء A}}\} + \{\overset{\text{شامل جزء و کنیم}}{\text{نرخ تولید جزء A از طریق واکنش شیمیایی}}\} = 0$: S.S در شرایط

- شرایط مرزی: ۱- غلظت در یک سطح معلوم است

@ $z=z_1$ $x_A = x_{A_0}$

(شرط مرزی نوع اول Dirichlet)

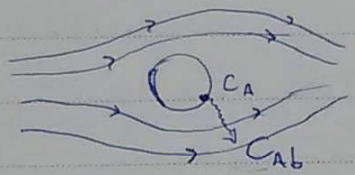
۲- شار جرمی (مولی) در یک سطح معلوم است.

@ $z=z_1$ $N_{A_z} = N_{A_{z_0}}$

(شرط مرزی نوع دوم: نویمن Neumann)

۳- رابطه‌ای بین شار مولی (جرمی) و گرادیان غلظت در سطحی معلوم است.

@ $z=z_1$ $N_{A_z} = k_c(C_A - C_{Ab})$ (شرط مرزی نوع سوم: روبین Robin)

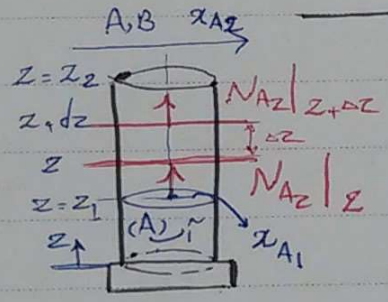


$N_A = k(C_A - C_{Ab})$

۴- واکنش شیمیایی ناهمگن مرتبه‌ی سطح مشخص:

@ $z=z_1$ $N_A = k_n'' C_A^n$

مثال:



سطح مقطع لوله آزمایش

$(N_{Az}\cdot S)|_z - (N_{Az}\cdot S)|_{z+\Delta z} = 0$

$\div S\Delta z$ $\quad \Delta z \to 0$ $\quad \lim_{\Delta z \to 0} \dfrac{(N_{Az}\cdot S)|_z - (N_{Az}\cdot S)|_{z+\Delta z}}{S\Delta z} = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d(N_{Az})}{dz} = 0}$$

از آنجا که حلالیت هوا در آب بسیار کم است تمایلی به حرکت در جهت آب ندارد

$$N_{Az} = -cD_{AB}\frac{\partial x_A}{\partial z} + x_A(N_{Az} + N_{Bz}) \Rightarrow N_{Az} = \frac{-cD_{AB}}{1-x_A}\cdot\frac{dx_A}{dz}$$

$$\frac{d}{dz}\left(\frac{cD_{AB}}{1-x_A}\frac{dx_A}{dz}\right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{1-x_A}\frac{dx_A}{dz} = c_1$$

جابجایی در راستای عمود بر المان در معادله موازنه جرم

$P = cRT \Rightarrow$ ثابت $c_{t.t}$

ثابت P, T

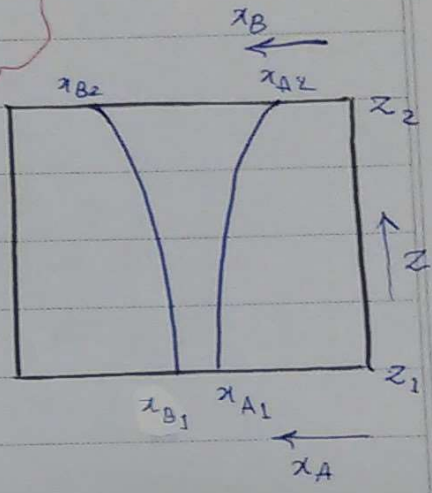
LearnElement.ir

Subject: Year: Month: Day:

$$\xrightarrow{\int} -\ln(1-x_A) = C_1 z + C_2$$

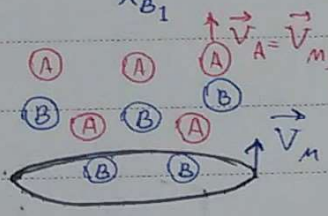
شرایط مرزی:
$$\begin{cases} @\ z=z_1 & x_A = x_{A_1} \Rightarrow -\ln(1-x_{A_1}) = C_1 z_1 + C_2 \\ @\ z=z_2 & x_A = x_{A_2} \Rightarrow -\ln(1-x_{A_2}) = C_1 z_2 + C_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1-x_A}{1-x_{A_1}} = \left(\frac{1-x_{A_2}}{1-x_{A_1}}\right)^{\frac{z-z_1}{z_2-z_1}}}$$



$$x_A + x_B = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x_B}{x_{B_1}} = \left(\frac{x_{B_2}}{x_{B_1}}\right)^{\frac{z-z_1}{z_2-z_1}}$$



$$\vec{V}_M = x_A \vec{V}_A + x_B \vec{V}_B^{\,0}$$

$$-\vec{J}_A = \vec{J}_B = -cD_{BA}\frac{dx_B}{dz}$$

نسبت به ← سنجه‌ای با سرعت یکسان

* نکته: اگرچه B دارای گرایش حرکت است و شار مولی دارد ولی سرعت آن صفر است ← شار مولی نسبت به صفحه با سرعت یکسان است ← B نسبت به این صفحه هنوز حرکتی دارد.

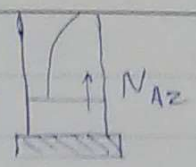
تقسیم تعداد یکسان $\frac{x_{B,ave}}{x_{B_1}} = \dfrac{\int_{z_1}^{z_2}\left(\frac{x_B}{x_{B_1}}\right)dz}{\int_{z_1}^{z_2} dz} = \dfrac{\int_{z_1}^{z_2}\left(\frac{x_{B_2}}{x_{B_1}}\right)^{\frac{z-z_1}{z_2-z_1}}dz}{\int_{z_1}^{z_2} dz}$

$$\xi = \frac{z-z_1}{z_2-z_1} \Rightarrow \frac{x_{B\,ave}}{x_{B_1}} = \frac{\int_0^1 \left(\frac{x_{B_2}}{x_{B_1}}\right)^{\xi} d\xi}{\int_0^1 d\xi} = \frac{\left(x_{B_2}/x_{B_1}\right)^{\xi}}{\ln\left(x_{B_2}/x_{B_1}\right)}\Bigg|_0^1$$

Shafiei Publication
LearnElement.ir

Subject: Year: Month: Day:

$$x_{B,av} = \frac{x_{B2} - x_{B1}}{\ln\left(\frac{x_{B2}}{x_{B1}}\right)}$$ لگاریتمی



$$N_{Az}\Big|_{z=z_1} = -\left[\frac{cD_{AB}}{1-x_A}\frac{dx_A}{dz}\right]_{z=z_1}$$

$$\Rightarrow -\frac{cD_{AB}}{1-x_{A1}}\left(\frac{dx_A}{dz}\right)_{z=z_1} = -\frac{cD_{AB}}{x_{B1}}\frac{dx_B}{dz}\Big|_{z=z_1}$$

$$\frac{x_B}{x_{B1}} = \left(\frac{x_{B2}}{x_{B1}}\right)^{\frac{z-z_1}{z_2-z_1}} \Rightarrow \frac{dx_B}{dz} = \frac{x_{B1}}{z_2-z_1}\left(\frac{x_{B2}}{x_{B1}}\right)^{\frac{z-z_1}{z_2-z_1}} \ln\left(\frac{x_{B2}}{x_{B1}}\right)$$

@ $z=z_1$ $\rightarrow$ $$\frac{dx_B}{dz}\Big|_{z=z_1} = \frac{x_{B1}}{z_2-z_1}\ln\left(\frac{x_{B2}}{x_{B1}}\right)$$

$$N_{Az}\Big|_{z=z_1} = \frac{cD_{AB}}{z_2-z_1}\ln\left(\frac{x_{B2}}{x_{B1}}\right)$$

$$\begin{cases} c = \frac{n}{V} = \frac{P_{tot}}{RT} \\ x_A = \bar{P}_A/P_{tot} \end{cases}$$

لگاریتمی ↓

$$\frac{cD_{AB}}{(z_2-z_1)x_{B,av}}(x_{A1}-x_{A2}) = \frac{P/RT\ D_{AB}}{z_2-z_1}\ln\left(\frac{\bar{P}_{B2}}{\bar{P}_{B1}}\right)$$ → $$\frac{\bar{P}_{A1}-\bar{P}_{A2}}{(P_B)_{lm}}$$

- انتقال جرم با فرض ثابت بودن سطح انتقال : نفوذ A در B ساکن - نفوذ تعادل A در B - نفوذ A در B
- انتقال جرم با فرض تغییر بودن مسیر انتقال
- انتقال جرم در حضور واکنش کاتالیستی

* شرایط عملیاتی باید سطح انتقال جرم ثابت N_A, N_B ثابت خواهد بود

$$N_{Az} = -D_{AB}\frac{dC_A}{dz} + \frac{C_A}{C}(N_{Az} + N_{Bz})$$

LearnElement.ir

Subject: Year: Month: Day:

$$\Rightarrow \int_{C_{A_1}}^{C_{A_2}} \frac{-dC_A}{N_A C - C_A(N_A+N_B)} = \frac{1}{cD_{AB}} \int_{z_1}^{z_2} dz$$

$$\Rightarrow \frac{1}{N_A+N_B} \ln \frac{N_A C - C_{A_2}(N_A+N_B)}{N_A C - C_{A_1}(N_A+N_B)} = \frac{z_2-z_1}{cD_{AB}} \Rightarrow \frac{N_A}{N_A+N_B} \ln \left(\frac{\frac{N_A}{N_A+N_B} - \frac{C_{A_2}}{C}}{\frac{N_A}{N_A+N_B} - \frac{C_{A_1}}{C}} \right)$$

$$= \frac{N_A (z_2-z_1)}{cD_{AB}}$$

$$\Rightarrow N_A = \frac{N_A}{N_A+N_B} \frac{D_{AB} C}{z_2-z_1} \ln \frac{\frac{N_A}{N_A+N_B} - \frac{C_{A_2}}{C}}{\frac{N_A}{N_A+N_B} - \frac{C_{A_1}}{C}}$$

$$\frac{C_A}{C} = \frac{\bar{P}_A}{P_{t.t}} = y_A \quad , \quad C = \frac{n}{V} = \frac{P_{t.t}}{RT}$$ ایده‌آل

$$\Rightarrow N_A = \frac{N_A}{N_A+N_B} \frac{D_{AB} P_{t.t}}{RT(z_2-z_1)} \ln \frac{\left[N_A/(N_A+N_B) \right] P_t - \bar{P}_{A_2}}{\left[N_A/(N_A+N_B) \right] P_t - \bar{P}_{A_1}}$$

1- N_A تنها، $N_B = 0$: گاز B ، A نفوذ

$$\Rightarrow \frac{N_A}{N_A+N_B} = 1 \Rightarrow N_A = \frac{D_{AB} P_{t.t}}{RT(z_2-z_1)} \ln \frac{P_t - \bar{P}_{A_2}}{P_t - \bar{P}_{A_1}} \quad (\bar{P}_{B_2}, \bar{P}_{B_1})$$

$$\Rightarrow N_A = \frac{D_{AB} P_{t.t}}{RT(z_2-z_1)} \times \frac{\bar{P}_{A_1} - \bar{P}_{A_2}}{\bar{P}_{B_2} - \bar{P}_{B_1}} \ln \frac{\bar{P}_{B_2}}{\bar{P}_{B_1}} \quad : (\bar{P}_B)_{ln} = \frac{\bar{P}_{B_2} - \bar{P}_{B_1}}{\ln(\bar{P}_{B_2}/\bar{P}_{B_1})}$$

1

$$\Rightarrow N_A = \frac{D_{AB} P_t}{RT(z_2-z_1)(\bar{P}_B)_{ln}} (\bar{P}_{A_1} - \bar{P}_{A_2})$$

LearnElement.ir

Subject: Year: Month: Day:

2- نفوذ متقابل اجزای A, B (یا مولکول‌های ساری) در سطح انتقال ثابت: $N_A = -N_B$

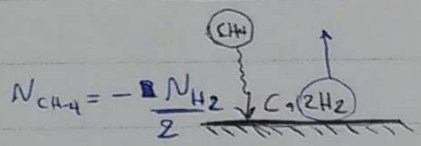
$$N_A = (N_A + N_B)\frac{\bar{P}_A}{RT} - \frac{D_{AB}}{RT}\frac{d\bar{P}_A}{dz} \Rightarrow N_A = -\frac{D_{AB}}{RT}\frac{d\bar{P}_A}{dz}$$

$$\int_{z_1}^{z_2} dz = -\frac{D_{AB}}{N_A RT}\int_{\bar{P}_{A1}}^{\bar{P}_{A2}} d\bar{P}_A \Rightarrow N_A = \frac{D_{AB}}{RT(z_2-z_1)}(\bar{P}_{A1} - \bar{P}_{A2})$$

مثال:

$$\overset{A}{CH_4} \longrightarrow \overset{B}{C} + 2H_2$$

$$N_B = -2N_A$$



$$N_{CH_4} = -\frac{N_{H_2}}{2}$$

3- نفوذ A در مخلوط چندجزئی در شرایط پایا: شرایط پایا و سطح انتقال ثابت

$$N_A = x_A\sum_{i=A}^{n} N_i - cD_{A,m}\frac{dx_A}{dz}$$

$$N_A = \frac{N_A}{\sum_{i=A}^{n} N_i}\frac{D_{A,m}P_{t.t}}{RT(z_2-z_1)}\ln\frac{\frac{N_A}{\sum N_i}P_t - \bar{P}_{A2}}{\frac{N_A}{\sum N_i}P_t - \bar{P}_{A1}}$$

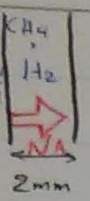
* حالتی اضافه به جز اینکه A ساکن باشد: $N_B = N_C = \dots = N_n = 0$

$$\Rightarrow \frac{N_A}{\sum N_i} = 1 \Rightarrow N_A = \frac{D_{A,m}P_{t.t}}{RT(z_2-z_1)}\ln\frac{P_t - \bar{P}_{A2}}{P_t - \bar{P}_{A1}}$$

مثال: اکسیژن (A) در داخل مخلوط گازی متان (B) و هیدروژن (C) با نسبت حجمی 2 به 1 در حال نفوذ است. اجزای متان و هیدروژن را ساکن در نظر بگیرید. فشار کل سیستم $10^5 \frac{N}{m^2}$ و دمای سیستم $0^\circ C$ است. فشار جزئی اکسیژن در دو صفحه‌ای که با فاصله 2mm از هم قرار دارند به ترتیب $18000 \frac{N}{m^2}$ و $6500 \frac{N}{m^2}$ است. نرخ انتقال جرم را بین دو صفحه در شرایط پایا محاسبه کنید.

LearnElement.ir

Subject: انتقال جرم



$\bar{P}_{A_1} = 13000 \frac{N}{m^2}$, $\bar{P}_{A_2} = 6500 \frac{N}{m^2}$, $D_{O_2-H_2} = 6.99\times10^{-5} \frac{m^2}{s}$, $D_{O_2-CH_4} = 1.86\times10^{-5} \frac{m^2}{s}$

$P_t = 10^5 \frac{N}{m^2}$, $T = 273K$

$\bar{P}_{A_1} = 13\times10^3 \frac{N}{m^2}$, $\bar{P}_{A_2} = 6.5\times10^3 \frac{N}{m^2}$, $\Delta z = 0.002\ m$

$R = 8314 \frac{N.m}{kmol.K}$

$$\Rightarrow N_A = \frac{D_{A,m} P_t}{RT\Delta z} \ln \frac{P_t - \bar{P}_{A_2}}{P_t - \bar{P}_{A_1}}$$

$$D_{A,m} = \frac{1}{\sum_{i=B}^{n} \frac{y'_i}{D_{A_i}}} = 2.46\times10^{-5} \frac{m^2}{s}$$

$$= \frac{D_{A,m} P_t}{RT\Delta z (\bar{P}_{i,m})_{ln}} (\bar{P}_{i_2} - \bar{P}_{i_1}) \rightarrow (\bar{P}_{A_1} - \bar{P}_{A_2})$$

$$\begin{cases} y'_B = \frac{2}{2+1} = 0.667 \\ y'_C = \frac{1}{2+1} = 0.333 \end{cases}$$

$$\Rightarrow N_A = \frac{(2.46\times10^{-5})\times10^5}{8314(273)(0.002)(90200)} (13000 - 6500) = 3.91\times10^{-5} \frac{kmol}{m^2.s}$$

توده‌ای از فاز یک تشکیل شده و با دستگاه (فیزیکی) شرایط Steady State و با دمای ثابت

توازن جرم: $(N_{Ar} \times 4\pi r^2)|_r - (N_{Ar} \times 4\pi r^2)|_{r+\Delta r} = 0$

$\div 4\pi\Delta r$, $\Delta r \rightarrow 0$, $\lim \frac{(N_{Ar}.r^2)|_r - (N_{Ar}.r^2)|_{r+\Delta r}}{\Delta r} = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d}{dr}(N_A.r^2) = 0}$$

$$N_{Ar} = -CD_{AB}\frac{dx_A}{dr} + x_A(N_{Ar} + N_{Br}) \Rightarrow N_{Ar} = -\frac{CD_{AB}}{1-x_A}\frac{dx_A}{dr}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{CD_{AB}}{1-x_A}\frac{dx_A}{dr}\right) = 0 \xrightarrow{\text{دما ثابت}} \frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{1}{1-x_A}\frac{dx_A}{dr}\right) = 0$$

LearnElement.ir

* درصورتی که شعاع کره بسیار بزرگتر از ضخامت فیلم باشد می‌توان آنرا مدل صفحه و سطح انتقال را نسبت در نظر گرفت.

Subject: Year: Month: Day:

$$\int \Rightarrow \frac{r^2}{1-x_A}\frac{dx_A}{dr} = c_1 \Rightarrow -\ln(1-x_A) = -\frac{c_1}{r} + c_2$$

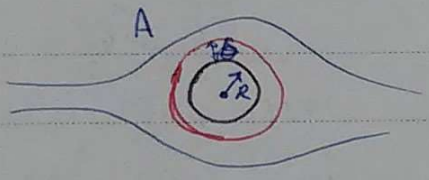
شرایط مرزی $\begin{cases} @\ r=r_1 & x_A = x_{A_1} \\ @\ r=r_2 & x_A = x_{A_2} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{1-x_A}{1-x_{A_1}}\right) = \left(\frac{1-x_{A_2}}{1-x_{A_1}}\right)^{\left(\frac{1/r_1 - 1/r}{1/r_1 - 1/r_2}\right)}$

$$W_A = 4\pi r^2 N_{Ar}\Big|_{r=r_1} \quad :\Rightarrow \quad N_{Ar}\Big|_{r=r_1} = \frac{-cD_{AB}}{1-x_{A_1}}\frac{dx_{A_1}}{dr}\Big|_{r=r_1}$$

$$\Rightarrow W_A = \frac{4\pi c D_{AB}}{(1/r_1)-(1/r_2)} \ln\left(\frac{1-x_{A_2}}{1-x_{A_1}}\right)$$

HW: 2.1 , 2.3(a) , 2.8 , 2.10

نفوذ همراه با واکنش شیمیایی ناهمگن:

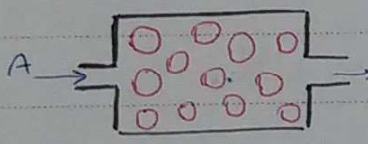


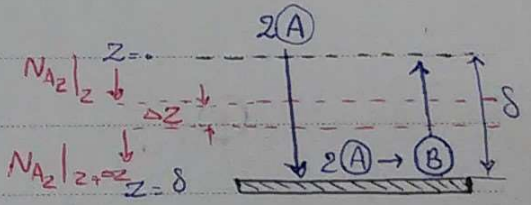
فرض: $R \gg \delta$

$2A \rightarrow B$

سرعت واکنش زیاد است

واکنش آنی است





$$N_{A_z} = -2N_{B_z}$$

$$\Rightarrow N_{A_z} = -\frac{c D_{AB}}{1-\frac{1}{2}x_A}\frac{dx_A}{dz}$$

$$\frac{dN_{A_z}}{dz} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dz}\left(-\frac{cD_{AB}}{1-\frac{x_A}{2}}\frac{dx_A}{dz}\right) = 0 \qquad (cD_{AB} = cte)$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dz}\left(\frac{1}{1-\frac{x_A}{2}}\frac{dx_A}{dz}\right) = 0 \xrightarrow{\int} -2\ln\left(1-\frac{x_A}{2}\right) = c_1 z + c_2$$

* صرف نظر از اینکه بدانیم در جهت انتقال جرم کمتر است، بطور قراردادی جهت انتقال جرم را در جهت بیشتر محور z در نظر می‌گیریم و قانون فیک را همواره $J = -D\frac{\partial c}{\partial z}$ در نظر می‌گیریم (با علامت منفی)

LearnElement.ir

Subject:
Date

@ $z=0$, $x_A = x_{A_0}$

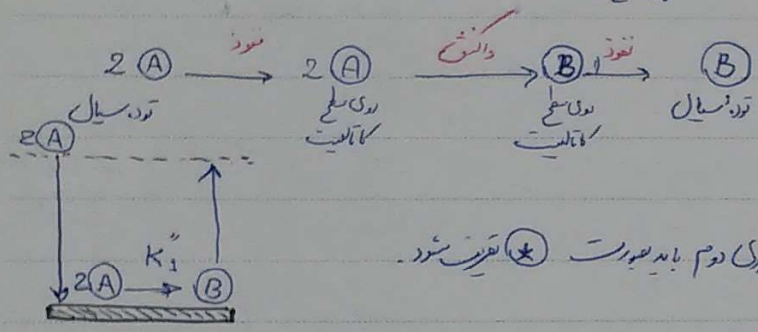
@ $z=\delta$, $x_A = 0$ (واکنش روی سطح کاتالیت آنی فرض می‌شود)

$$\Rightarrow \left(1-\frac{1}{2}x_A\right) = \left(1-\frac{1}{2}x_{A_0}\right)^{1-z/\delta}$$

$$N_{A_z} = -\frac{cD_{AB}}{1-\frac{x_A}{2}}\left(\frac{dx_A}{dz}\right) \longrightarrow -2\frac{d}{dz}\left(1-\frac{1}{2}x_A\right)$$

$$= \frac{2cD_{AB}}{1-\frac{1}{2}x_A}\left(-\frac{1}{\delta}\right)\left(1-\frac{1}{2}x_{A_0}\right)^{1-z/\delta} \ln\left(1-\frac{1}{2}x_{A_0}\right)$$

$$\Rightarrow N_{A_z} = \frac{2cD_{AB}}{\delta}\ln\left(\frac{1}{1-\frac{1}{2}x_{A_0}}\right)$$



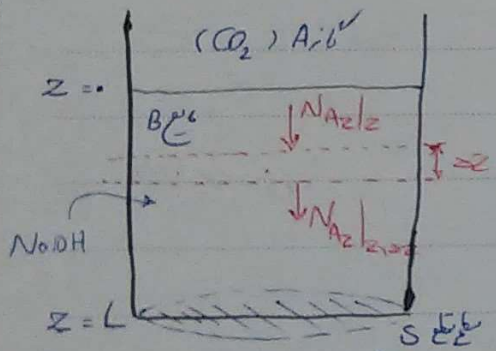
نکته: واکنش نفوذ است (اگر سرعت واکنش بسیار زیاد باشد)

در این صورت شرط مرزی دوم باید بصورت (*) تعریف شود.

$$* \quad N_{A_z}\Big|_{z=\delta} = R_A = K_1''\, C_A\Big|_{z=\delta}$$

واکنش درجه 1

نفوذ همراه با واکنش سیمانی همگن:



$$A + B \longrightarrow AB$$

$$R_A = K_1''' C_A$$

(زیرا شدت فعالیت A و B بسیار کم است $x_A \to 0$)

$$(N_{A_z}\cdot S)\Big|_z - (N_{A_z}\cdot S)\Big|_{z+\Delta z} - K_1''' C_A \cdot S\,\Delta z = 0$$

$$\div S\Delta z \Rightarrow \quad \Delta z \to 0$$

$$\boxed{\frac{dN_{A_z}}{dz} + K_1''' C_A = 0}$$

$$N_{A_z} = -cD_{AB}\frac{dx_A}{dz} + x_A\left(N_{A_z} + N_{B_z}\right)$$

x_A کوچک باشد $\longrightarrow$ $N_{A_z} = -cD_{AB}\frac{dC_A}{dz}$

(چون x_A کوچک است)

@ $z=0$, $C_A = C_{A_0}$

@ $z=L$, $N_{A_z}=0$, $\frac{dC_A}{dz}=0$

چون دیگر ظرف A نفوذ نمی‌کند.

$$\Rightarrow D_{AB}\frac{d^2C_A}{dz^2} - K_1''' C_A = 0$$

PAPCO

LearnElement.ir

Subject: انتقال جرم

Date

$$\longrightarrow \frac{d^2C_A}{dz^2} - \frac{k_1''}{D_{AB}} C_A = 0 \qquad \alpha = \sqrt{\frac{k_1''}{D_{AB}}} \Rightarrow \frac{d^2C_A}{dz^2} - \alpha^2 C_A = 0$$

$$\Rightarrow \quad C_A(z) = A_1 \cosh(\alpha z) + B_1 \sinh(\alpha z)$$

@ $z=0$, $C_A = C_{A_0} \Rightarrow A_1 = C_{A_0}$

@ $z=L$, $\frac{dC_A}{dz} = 0 \Rightarrow 0 = C_{A_0} \alpha \sinh(\alpha L) + B_1 \alpha \cosh(\alpha L)$

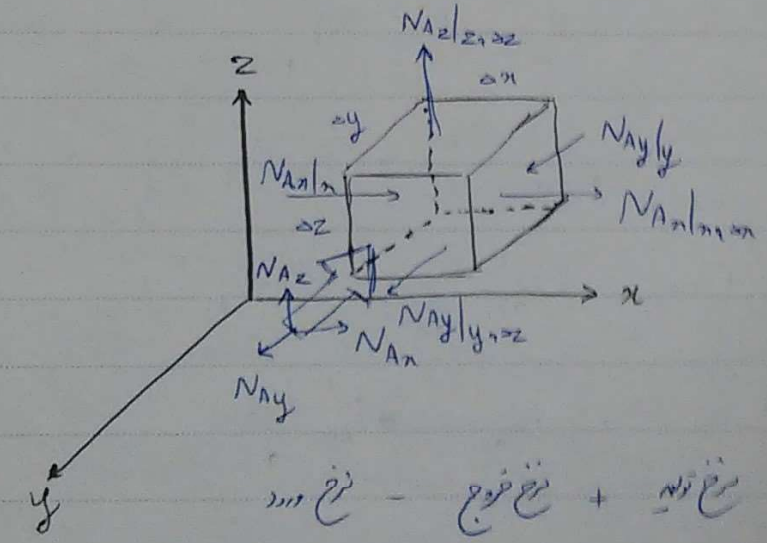
$$\Rightarrow B_1 = \frac{-C_{A_0} \sinh(\alpha L)}{\cosh(\alpha L)}$$

$$C_A = C_{A_0} \cosh(\alpha z) - C_{A_0} \frac{\sinh(\alpha L)}{\cosh(\alpha L)} \sinh(\alpha z) \Rightarrow \frac{C_A}{C_{A_0}} = \frac{\cosh(\alpha z)\cosh(\alpha L) - \sinh(\alpha L)\sinh(\alpha z)}{\cosh(\alpha L)}$$

$$\Rightarrow \frac{C_A}{C_{A_0}} = \frac{\cosh[\alpha(z-L)]}{\cosh(\alpha L)}$$

$$N_{Az}\Big|_{z=0} = -D_{AB}\frac{dC_A}{dz}\Big|_{z=0} = -D_{AB}\left(-C_{A_0}\frac{\sinh(\alpha L)}{\cosh(\alpha L)}\alpha\right) = C_{A_0} D_{AB} \alpha \tanh(\alpha L)$$

$\bar{C}_A = ?$ میانگین غلظت A توسط مصرف $R_A = k_1' C_A$ میزان نرخ



نرخ تجمع = نرخ ورود − نرخ خروج + نرخ تولید

نرخ ورود:

$$\left[(N_{Ax})_x \Delta y \Delta z + (N_{Ay})_y \Delta x \Delta z + (N_{Az})_z \Delta x \Delta y\right] M_A$$

جرم مولکولی

PAPCO

LearnElement.ir

Subject: انتقال جرم
Date

نرخ ورود (جرم):
$$M_A\left[(N_{Ax})_{x}\Delta y\Delta z + (N_{Ay})_{y}\Delta x\Delta z + (N_{Az})_{z}\Delta x\Delta y\right]$$

نرخ تولید:
$$R_A\ [=]\ \frac{mol}{(volume)(time)} \Rightarrow M_A\left[R_A\,\Delta x\Delta y\Delta z\right]$$

نرخ تجمع: (نرخ تغییر جرم A در حجم کنترل)
$$\rho_A(\Delta x\Delta y\Delta z) \longrightarrow \text{نرخ تجمع} = \frac{\partial}{\partial t}(\rho_A)\,\Delta x\Delta y\Delta z$$

$$\Rightarrow M_A\{[(N_{Ax})_{x}-(N_{Ax})_{x+\Delta x}]\Delta y\Delta z + [(N_{Ay})_{y}-(N_{Ay})_{y+\Delta y}]\Delta x\Delta z + [(N_{Az})_{z}-(N_{Az})_{z+\Delta z}]\Delta x\Delta y\}$$

$$+ M_A R_A\,\Delta x\Delta y\Delta z = \Delta x\Delta y\Delta z\,\frac{\partial \rho_A}{\partial t}$$

$$\xrightarrow{\div\,\Delta x\Delta y\Delta z}\ \lim_{\Delta x\to 0,\ \Delta y\to 0,\ \Delta z\to 0}$$

$$\boxed{M_A\left(\frac{\partial N_{Ax}}{\partial x}+\frac{\partial N_{Ay}}{\partial y}+\frac{\partial N_{Az}}{\partial z}\right)+\frac{\partial \rho_A}{\partial t}=M_A R_A}$$

$$+\ M_B\left(\frac{\partial N_{Bx}}{\partial x}+\frac{\partial N_{By}}{\partial y}+\frac{\partial N_{Bz}}{\partial z}\right)+\frac{\partial \rho_B}{\partial t}=M_B R_B$$

$\rho_A+\rho_B$

$$\frac{\partial(M_A N_A+M_B N_B)_x}{\partial x}+\frac{\partial(N_A M_A+N_B M_B)_y}{\partial y}+\frac{\partial(N_A M_A+N_B M_B)}{\partial y}+\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

$$= M_A R_A + M_B R_B$$

سرعت متوسط جرمی ρ_A

$$N_A = V_M C_A + J_A \qquad \text{تولید } x \text{ شار جرمی}: \quad M_A N_{Ax} = u_x C_A M_A + M_A J_{Ax}$$

$$V_M = \frac{C_A V_A + C_B V_B}{C} \qquad u_{M_x} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{\rho} = \frac{M_A N_{Ax} + M_B N_{Bx}}{\rho}$$

$$\frac{\partial(M_A N_A + M_B N_B)_x}{\partial x} = \rho\frac{\partial u_{M,x}}{\partial x} + u_{M_x}\frac{\partial \rho}{\partial x}$$

$$\Rightarrow \rho\left(\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial u_y}{\partial y}+\frac{\partial u_z}{\partial z}\right)+u_x\frac{\partial \rho}{\partial x}+u_y\frac{\partial \rho}{\partial y}+u_z\frac{\partial \rho}{\partial z}+\frac{\partial \rho}{\partial t}=0$$

معادله پیوستگی مخلوط B, A اجزاء

PqPCO

LearnElement.ir

Subject:
Date

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$: با فرض اینکه $\rho = cte$

$$M_A N_{Ax} = u_x \rho_A + M_A J_{Ax} \longrightarrow M_A \frac{\partial N_{Ax}}{\partial x} = \rho_A \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_x \frac{\partial \rho_A}{\partial x} + \underbrace{M_A \frac{\partial J_{Ax}}{\partial x}}_{-M_A D_{A,B} \frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2}}$$

(جرم سیال bulk) (جرم convection)

$$\Rightarrow u_x \frac{\partial \rho_A}{\partial x} + u_y \frac{\partial \rho_A}{\partial y} + u_z \frac{\partial \rho_A}{\partial z} + \rho_A \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) - M_A D_{AB} \left(\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} \right)$$

نفوذ مولکولی

$$+ \frac{\partial \rho_A}{\partial t} = M_A R_A$$ معادله پیوستگی جزء A

در غیاب واکنش شیمیایی و با فرض سیال ساکن:

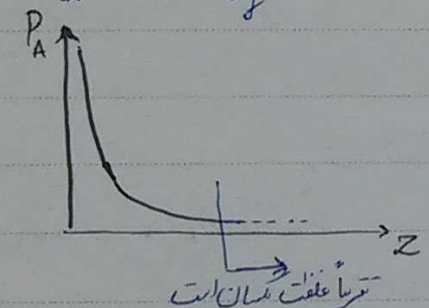
$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = M_A D_{AB} \left(\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} \right)$$ (C_A ↓) قانون دوم فیک

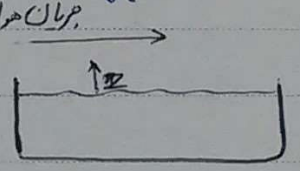
$$\left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \right)$$

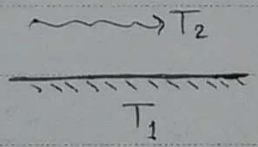
با فرض اینکه چگالی مخلوط ثابت باشد:

$$u_x \frac{\partial C_A}{\partial x} + u_y \frac{\partial C_A}{\partial y} + u_z \frac{\partial C_A}{\partial z} + \frac{\partial C_A}{\partial t} = D_{AB} \left(\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} \right) + R_A$$

فصل ۳: ضرایب انتقال جرم







$$Q = \frac{h}{=} A \Delta T$$

$$N_A = (N_A + N_B) \frac{C_A}{C} - D_{AB} \frac{dC_A}{dz} \rightarrow \int_{C_{A1}}^{C_{A2}} \frac{-dC_A}{N_A C - C_A (N_A + N_B)} = \frac{1}{C D_{AB}} \int_{z_1}^{z_2} dz$$

P4PCO
LearnElement.ir

Subject: انتقال جرم
Date

$$N_A = \frac{N_A}{N_A+N_B}\left(\frac{D_{AB}C}{z}\right)\ln\frac{\frac{N_A}{N_A+N_B}-\frac{C_{A_2}}{C}}{\frac{N_A}{N_A+N_B}-\frac{C_{A_1}}{C}}$$

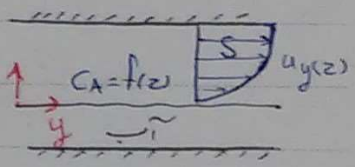
F ضریب انتقال جرم (نفوذ مشترک)

حالتی را این فرض نوشته شده است که سطح انتقال جرم ثابت باشد.

← برای نفوذ مشترک در سیال (دو تایی)

- زمانی که توده سیال بی نهایت و نامحدود است، C_{A_2} برابر غلظت A در بی نهایت است ($C_{A_2}=\infty$)
- اما وقتی سیال محدود است و تابعیت C_{A_2} با z وجود دارد باید از میانگین گیری استفاده کنیم.

$$\bar{C}_A = \frac{1}{\bar{U}_y S}\int_S U_{y(z)}\, C_A\, dz$$



- در حالت چند جزئی N_A+N_B با $\sum_{i=A}^{n} N_i$ جایگزین می شود.
- در صورتی که $N_B=0$ باشد: $N_A=-N_B$

K = ضریب انتقال جرم (کمیت انتقالی)

الف- $N_A = K_G(\bar{P}_{A_1}-\bar{P}_{A_2}) = K_y(y_{A_1}-y_{A_2}) = K_C(C_{A_1}-C_{A_2})$: $\frac{N_A}{N_A+N_B}=1$, $N_B=0$

(K_G: نفوذ مشترک، توده سیال)

یا $N_A = K_x(x_{A_1}-x_{A_2}) = K_L(C_{A_1}-C_{A_2})$

ب- $N_A = K'_G(\bar{P}_{A_1}-\bar{P}_{A_2}) = K'_y(y_{A_1}-y_{A_2})$: $N_A=-N_B$

$= K'_C(C_{A_1}-C_{A_2})$

یا $N_A = K'_x(x_{A_1}-x_{A_2}) = K'_L(C_{A_1}-C_{A_2})$

در نفوذ مشترک

$$N_{A_0} = \frac{N_{A_0}}{N_{A_0}+N_{B_0}}F\ln\frac{\frac{N_{A_0}}{N_{A_0}+N_{B_0}}-\frac{C_{A_2}}{C}}{\frac{N_{A_0}}{N_{A_0}+N_{B_0}}-\frac{C_{A_1}}{C}}$$

ضریب انتقال جرم: تمرین

$$N_{A_0} = \frac{N_{A_0}}{N_{A_0}+N_{B_0}}\left(\frac{D_{AB}P_t}{RTz}\right)F\ln\frac{\frac{N_{A_0}}{N_{A_0}+N_{B_0}}-\frac{P_{A_2}}{P_t}}{\frac{N_{A_0}}{N_{A_0}+N_{B_0}}-\frac{P_{A_1}}{P}}$$

رابطه بین ضرایب F, K:

$$\Rightarrow F = K_G \cdot P_{B_M}$$

K_G

if $N_{B_0}=0$ → $N_{A_0} = \left(\frac{D_{AB}P_t}{RTz\,P_{B_M}}\right)(x_{A_1}-x_{A_2})$

PqPCO
LearnElement.ir

Subject:
Date

if $N_A = -N_B$: $F = K'_G = \frac{D_{AB} P_t}{RTz} = K'_y = K'_x$

رابطه بین ضرایب در جدول 3.1 $F = K_G P_{BM} = K_y \frac{P_{BM}}{P_t} = K_c \frac{P_{BM}}{RT} = K'_G P_t = K'_y = K'_c \frac{P_t}{RT} = K'_c C$

اثبات $F = K_x \cdot x_{BM} = K_L \cdot x_{BM} \cdot C = K'_L \cdot C = K'_x$

نرخ انتقال جرم در فصل مشترک کم است و مکانیزم نفوذ مولکولی غالب باشد.

$K = f$ (هندسه سیستم و خواص فیزیکی سیال و نفاذ هیدرودینامیکی سیال)

شدت انتقال جرم در فصل مشترک کم باشد ← در غیر اینصورت وابسته به $N_A + N_B$ نیز هست.

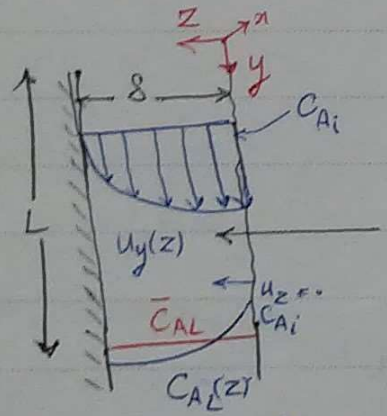
عدد شروود $Sh = \frac{KL}{c_t D_{AB}} = f$ (هندسه سیستم , Re , Sc) ← عدد اشمیت

هنگامی که از اصل تشابه بین پدیده‌های انتقال استفاده می‌شود باید تولید خالص انتقال جرم صفر باشد: $N_A = -N_B$

K' ها بدست می‌آیند ⇐ از روابط بالا K را بدست می‌آوریم.

در صورتی که هیچ یک از حالت‌های $N_A = -N_B$ یا $N_B = 0$ نباشد F را بدست می‌آوریم و انتقال جرم را از رابطه اول محاسبه می‌کنیم.

ضریب انتقال جرم در جریان آرام:



$z = 0, y = 0$: $C_A = C_{A_0}$

$C_{Ai} > C_{A_0}$

فرضیات:

1. $R_A = 0$ — A inert
2. تغییرات در جهت x نداریم.
3. $\frac{\partial C_A}{\partial t} = 0$ & S.S
4. $u_z = 0$: شدت انتقال جرم در فصل مشترک کم باشد.
5. $D_{AB} \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} = 0$ نفوذ مولکولی در جهت y اندک است.
6. خواص فیزیکی سیال ثابت باشد.

معادله پیوستگی: $u_x \frac{\partial C_A}{\partial x} + u_y \frac{\partial C_A}{\partial y} + u_z \frac{\partial C_A}{\partial z} + \frac{\partial C_A}{\partial t} = D_{AB} \left(\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} \right) + R_A$

steady state

LearnElement.ir

Subject: انتقال جرم
Date

$$\Rightarrow u_y \frac{\partial C_A}{\partial y} = D_{AB} \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2}$$

$$u_y(z) = \frac{\rho g \delta^2}{2\mu}\left[1-\left(\frac{z}{\delta}\right)^2\right} \quad , \quad \bar{u}_y = \frac{\int_S u_y(z)\,dS}{S} = \frac{\rho g \delta^2}{3\mu}$$

$$\Rightarrow u_y(z) = \frac{3}{2}\bar{u}_y\left[1-\left(\frac{z}{\delta}\right)^2\right] \xrightarrow{\text{جایگذاری}} \frac{3}{2}\bar{u}_y\left[1-\left(\frac{z}{\delta}\right)^2\right]\frac{\partial C_A}{\partial y} = D_{AB}\frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2}$$

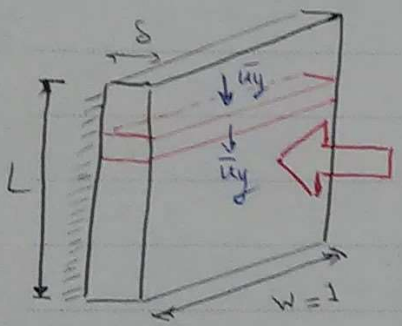
شرایط مرزی

$y = 0$ (ابتدای لوله) $\quad C_A = C_{A_0}$

$z = \delta$ (بالای لوله) $\quad \frac{\partial C_A}{\partial z} = 0$

$z = 0$ (پایین لوله) $\quad C_A = C_{A_i}$

$$\frac{C_{Ai} - \bar{C}_{AL}}{C_{Ai} - C_{A_0}} = 0.7857\,e^{-5.12\eta} + 0.1001\,e^{-39.31\delta\eta} + \cdots \quad ; \quad \eta = \frac{2D_{AB}L}{3\delta^2\bar{u}_y}$$



مول ورودی به فیلم − مول خروجی از فیلم = میزان جذب

$$W_A = \bar{u}_y\delta\,\bar{C}_{AL} - \bar{u}_y\delta\,C_{A_0} = \bar{u}_y\delta\,(\bar{C}_{AL} - \bar{C}_{A_0})$$

میانگین ی فیلم (در ارتفاع z)

$$N_A = K_L\,(C_{Ai} - \bar{C}_A(y))\,dy = -\bar{u}_y\,(\delta\times 1)\,\bar{C}_A\big|_y + \bar{u}_y(\delta\times 1)\,\bar{C}_A\big|_{y+dy}$$

$$\Rightarrow \bar{u}_y\,\delta\,\frac{d\bar{C}_A}{dy} = K_L\,(C_{Ai} - \bar{C}_A)$$

$$\bar{u}_y\,\delta \int_{\bar{C}_A = C_{A_0}}^{\bar{C}_A = \bar{C}_{AL}} \frac{d\bar{C}_A}{C_{Ai} - \bar{C}_A} = \underbrace{\int_0^L K_L\,dy}_{K_{L,ave}\cdot L} \Rightarrow K_{L,ave} = \frac{\bar{u}_y\,\delta}{L}\,\ln\frac{C_{Ai} - C_{A_0}}{C_{Ai} - \bar{C}_{AL}}$$

وقتی زمان تماس زیاد باشد (طول دیواره زیاد باشد یا سرعت پرزش کم باشد)

PdPCO

LearnElement.ir

Subject:
Date

* $Re < 100$:

$Re = \frac{4\Gamma}{\mu}$ → عدد رینولدز برای جریان لوله

$$\left.\begin{array}{l} \\ \end{array}\right\} K_{L,ave} = \frac{\bar{u}\delta}{L} \ln \frac{e^{5.1213\eta}}{0.7857}$$

$$= \frac{\bar{u}\delta}{L}(0.241 + 5.1213\eta)$$

$$\Rightarrow K_{L,ave} = \frac{\bar{u}_y \delta}{L} \times 5.1213\eta \rightarrow \frac{2D_{AB}L}{3\delta^2 \bar{u}_y} \Rightarrow K_{L,ave} = 3.41 \frac{D_{AB}}{\delta}$$

$$\Rightarrow \frac{K_{L,ave}\delta}{D_{AB}} = 3.41 \Longrightarrow \boxed{Sh = \frac{K_{L,ave}\delta}{D_{AB}} = 3.41}$$

* $Re > 100$: $K_{L,ave} = \left(\frac{6 D_{AB} \Gamma}{\pi \rho \delta L}\right)^{1/2}$

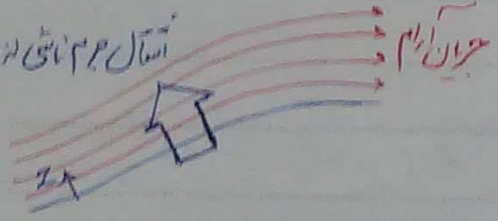
$$Sh_{ave} = \left(\frac{3}{2\pi} \frac{\delta}{L} Re.Sc\right)^{1/2}$$

$N_A = K_{L,ave} \Delta C_{ave}$

$$N_A = \frac{\bar{u}\delta}{L}(\bar{C}_{AL} - C_{A_0}) = K_{L,ave} \times (C_{Ai} - \bar{C}_A)_M$$

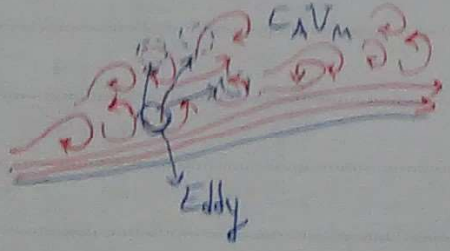
↳ $\frac{\bar{u}\delta}{L} \ln \frac{C_{Ai} - C_{A_0}}{C_{Ai} - \bar{C}_{AL}}$

$$\Rightarrow (C_{Ai} - \bar{C}_A)_M = \frac{(C_{Ai} - C_{A_0}) - (C_{Ai} - \bar{C}_{AL})}{\ln \frac{C_{Ai} - C_{A_0}}{C_{Ai} - \bar{C}_{AL}}}$$



خرابی انتقال جرم در جریان متلاطم (Turbulent flow)

$$N_A = \underbrace{x_A(N_A + N_B)}_{C_A V_M} - cD_{AB}\frac{dx_A}{dz}$$



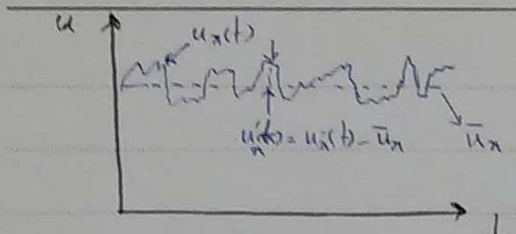
مکانیزم های انتقال جرم در جریان متلاطم:

- نفوذ مولکولی
- انتقال با توده سیال
- نفوذ چرخانه (Eddy Diffusion)

PAPCO

LearnElement.ir

Subject: انتقال جرم
Date



* پروفیل سرعت در جریان تلاطم:

$$\bar{u}_x = \frac{1}{t_0}\int_{t-\frac{1}{2}t_0}^{t+\frac{1}{2}t_0} u_x(s)\,ds \quad , \quad \overline{u'_x(t)} = 0$$

$\frac{\sqrt{\overline{(u'_x)^2}}}{\bar{u}_x}$ ← توصیف از میزان نوسان‌ها / شاخص میزان آشفتگی

Boussinesq (1877): ν انرژی

$$\tau_{zx} = -(\mu + \mu_t)\frac{d\bar{u}_x}{dz} = -\left(\frac{\mu}{\rho} + E_V\right)\frac{d(\bar{u}_x\rho)}{dz} = \bar{\tau}_x + \bar{\tau}_{turb}$$

$$q_z = -(K + K_t)\frac{d\bar{T}}{dz} = -(K + E_H\rho C_p)\frac{d\bar{T}}{dz} = \bar{q}_x + \bar{q}_{turb}$$

$$= -(\alpha + E_H)\frac{d(\bar{T}\rho C_p)}{dz}$$

Thermal Diffusivity $\alpha = \frac{k}{\rho C_p}$

$\nu[=]\ \frac{length^2}{Time}\ [=]\ E_\nu = f(\text{جریان})$

$J_A = -(\mathcal{D}_{AB} + \mathcal{D}_t)\frac{d\bar{C}_A}{dz}$

$\alpha[=]\ \frac{length^2}{time}\ [=]\ E_H = f(\text{جریان})$

$$= -(D_{AB} + E_D)\frac{d\bar{C}_A}{dz} = J_A + \bar{J}_{turb}$$

$D_{AB}[=]\ \frac{length^2}{time}\ [=]\ E_D = f(\text{جریان})$

فاصله اختلاط پرنتل: فاصله میانگین که یک جرخانه طی می‌کند تا با یک جرخانه دیگر برخورد کند. (فرض شده که ماهیت Eddy ها تغییر نمی‌کند)

فاصله اختلاط پرنتل ← $\bar{\tau}_{turb} = -\rho l^2\left(\frac{d\bar{u}_x}{dz}\right)\left(\frac{d\bar{u}_x}{dz}\right) \Rightarrow \mu_t = \rho l^2\frac{d\bar{u}_x}{dz}$; $l = f(z)$ ← فاصله نسبت به دیواره

$l = k_1 z$

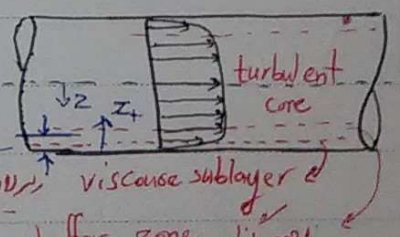
برخی روابط تجربی برای محاسبه ضرایب تنزل جرخانه‌ای:

- جریان تلاطم داخل لوله‌ها:

$$\frac{2E_V}{d\bar{u}\left(\frac{f}{2}\right)^{0.5}} = 0.063\left[1 + \left(\frac{2z}{d}\right)^2 - 2\left(\frac{2z}{d}\right)^4\right]$$

$50{,}000 < Re < 350{,}000$, $z_+ > 30$

$$z_+ = \left(\frac{d}{2} - z\right)\frac{\bar{u}}{\nu}\left(\frac{f}{2}\right)^{0.5}$$



نواحی نزدیک به دیواره: ← زیرلایه لزج

$z_+ < 5$

$\frac{E_\nu}{\nu} = \left(\frac{z_+}{k}\right)^3$ $\quad 8.9 < k < 14.5$

$5 < z_+ < 30$ $\quad \frac{E_\nu}{\nu} = \left(\frac{z_+}{11}\right)^2$ $\quad z_+ = 11 \Rightarrow E_\nu = \nu$

LearnElement.ir

Subject:
Date

$Re = 150,000$ $\quad d = 5cm$ $\quad f = 0.004$ $\quad \bar{u} = 2.69\ m/s$

$z_+ = 11 \Rightarrow \frac{d}{2} - z = 0.082\ mm$

تعدد جریانهای حرارت (انرژی) و جرم:

$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ ← ویسکوزیته سینماتیک / ضریب نفوذ حرارتی $= \frac{C_p \mu}{k}$

$(Pr = Sc = 1)$ $E_v = E_H = E_D$: کاربرد

$Sc, Pr > 1$

$\frac{E_H}{E_v} = \frac{E_D}{E_T} = f(z_+)$

$Sc = \frac{\nu}{D_{AB}} = \frac{\mu}{\rho D_{AB}}$

$$\frac{E_D}{\nu} = \frac{E_H}{\nu} = \frac{0.0009\, z_+^3}{(1 + 0.0067 z_+^4)^{0.5}} \qquad 0 < z_+ < 45$$

$$\lim_{z_+ \to 0} \Rightarrow \frac{E_D}{\nu} = \frac{E_H}{\nu} = \left(\frac{z_+}{10.36}\right)^3$$ برای نواحی نزدیک به دیواره

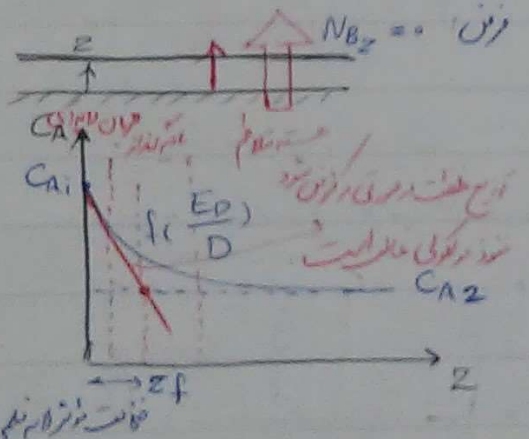
برای ناحیه هسته متلاطم:

$1.2 < \frac{E_H}{E_v}, \frac{E_D}{E_D} < 1.3$

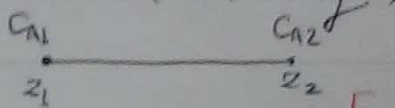
$E_H = E_D$

نشری لایه فیلمی (Film Theory):

$N_{B_z} = 0$ فرض



ضخامت موثر لایه فیلمی



$N_A = \frac{N_A}{N_A + N_B} \frac{cD_{AB}}{z_f} \ln \frac{\frac{N_A}{N_A+N_B} - \frac{C_{A2}}{C}}{\frac{N_A}{N_A+N_B} - \frac{C_{A1}}{C}}$

F

ضخامت موثر z_f

$\Rightarrow F = \frac{cD_{AB}}{z_f}$

$N_A = C_A V_m - cD_{AB} \frac{dx_A}{dz}$

K'_G

تبخیر A در جزء B ساکن (گاز):

$N_A = \frac{D_{AB} P_t}{RTz \bar{P}_{B,m}} (x_{A_1} - x_{A_2})$ $\quad \Rightarrow K'_G = \frac{D_{AB} P_t}{RTz_f \bar{P}_{B,m}}$

PAPCO

LearnElement.ir

Subject:
Date

تئوری لایه ی فیلمی $K, F \propto D_{AB}^{1}$

طبق آزمایش ها : $K, F \propto D_{AB}^{n}$ $\quad 0 < n < 0.8-0.9$

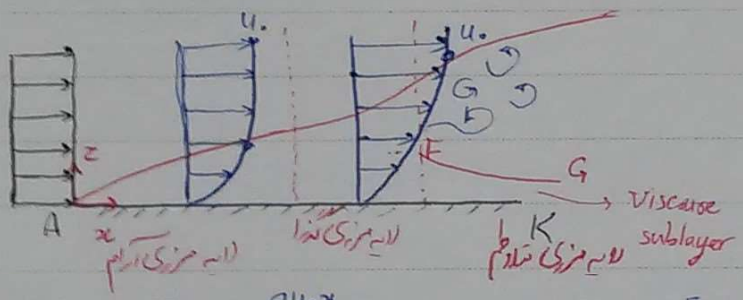
در واقعیت تابعیت F نسبت به نفوذ مولکولی (D_{AB}) ضعیف تر است.

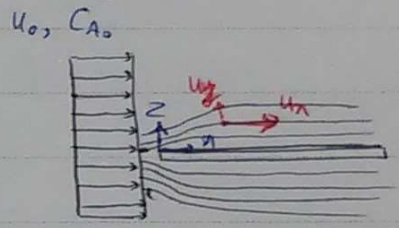
فرضیات : - سرعت انتقال جرم زیاد نباشد.

- واکنش شیمیایی نداشته باشیم.

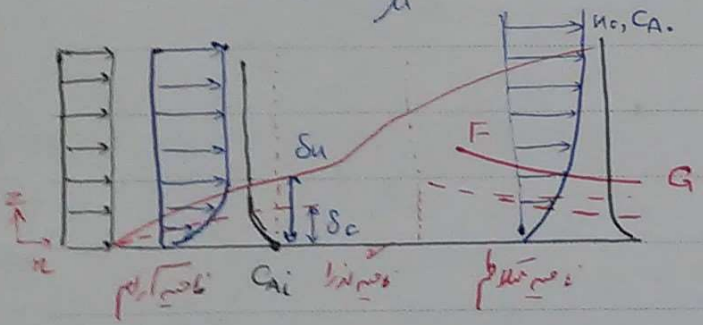
تئوری لایه مرزی : (Boundary Layer Theory)

- جریان سیالات از روی سطوح جامد :





$Re_x = \frac{\rho u_\infty x}{\mu}$ $\qquad Re_x > 5\times10^5$ رژیم جریان متلاطم



معادله حرکت (معادله Navier-Stokes) در جهت x :

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} = \nu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right)$$

معادله پیوستگی جزء A : (در غیاب واکنش)

$$u_x \frac{\partial C_A}{\partial x} + u_z \frac{\partial C_A}{\partial z} = D_{AB} \left(\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} \right)$$

معادله پیوستگی :

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

معادله انرژی :

$$u_x \frac{\partial T}{\partial x} + u_z \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

تعریف تغیرهای بدون بعد :

$$\frac{u_x - (u_x|_{@z=0})}{u_0 - (u_x|_{@z=0})} = \frac{u_x}{u_0} \qquad \frac{C_A - C_{Ai}}{C_{A_0} - C_{Ai}}$$

@ $z=0$ $\quad \frac{u_x}{u_0} \longrightarrow 0$ $\qquad$ @ $z=0$ $\quad \frac{C_A - C_{Ai}}{C_{A_0} - C_{Ai}} \Longrightarrow 0$

@ $z \longrightarrow \infty$ $\quad \frac{u_x}{u_0} \longrightarrow 1$ $\qquad$ @ $z \longrightarrow \infty$ $\quad$ " $\longrightarrow 1$

LearnElement.ir

Subject: انتقال جرم
Date

$\frac{T-T_i}{T_0-T_i}$

$Sc = Pr = 1$

$\Rightarrow \frac{\nu}{D_{AB}} = \frac{\nu}{\alpha} = 1$

@ $z=0$ $\quad \frac{T-T_i}{T_0-T_i} \to 0$

@ $z \to \infty$ $\quad \to 1$

نقطه کنترل مرکزی مقاومت غالب است

$N_A = -D_{AB}\left(\frac{\partial C_A}{\partial z}\right)_{z=0} = K_L(C_{A,i}-C_{A,0})$

$$q = -\alpha\left[\frac{\partial(TC_pP)}{\partial z}\right]_{z=0} = h(T_i - T_0)$$

$$\tau_i g_c = \nu\left[\frac{\partial(u_x P)}{\partial z}\right]_{z=0} = \frac{f}{2}u_0(\rho u_0 - 0)$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{Nu}{Re_x\, Pr^{1/3}} = \frac{Sh}{Re_x \cdot Sc^{1/3}} = \frac{f}{2} = 0.332\, Re_x^{-1/2}}$$

* انتقال از سطح به توده سیال * رژیم جریان آرام * نرخ انتقال جرم

Stanton:

$$St_H = \frac{Nu}{Re \cdot Pr} \times Pr^{2/3} = St_H \cdot Pr^{2/3}$$

$$St_D = \frac{Sh}{Re \cdot Sc} \times Sc^{2/3} = St_D \cdot Pr^{2/3}$$

← تکاریم سانلین:

$$\frac{Nu_{ave}}{Re_x \cdot Pr^{1/3}} = \frac{Sh_{ave}}{Re \cdot Sc^{1/3}} = \frac{f}{2} = 0.664\, Re^{-1/2}$$

$$St_D = \frac{Sh}{Re \cdot Sc} = \gamma_1\left(\frac{f}{2}, Sc, \frac{E_D}{E_D}\right) = \gamma_2\left(\frac{f}{2}, Sc, \frac{E_D}{\nu}\right)$$

$f_1(Z_+)$

$$St_H = \frac{Nu}{Re \cdot pr} = \gamma_1\left(\frac{f}{2}, pr, \frac{E_D}{E_H}\right) = \gamma_2\left(\frac{f}{2}, pr, \frac{E_H}{\nu}\right)$$

$f_2(Z_+)$

PAPCO

LearnElement.ir

Subject: انتقال جرم
Date

میانترم دوشنبه ۲۱/۳ ساعت ۱۷:۳۰

* در حالت کلی در جریان متلاطم اصل تشابه برقرار نیست و باید از فرضیات ساده کننده استفاده کنیم.

مثلاً در دو تابع u_2 : $E_D = E_H$

یا در دو تابع u_1 : $\frac{E_D}{E_D} = \frac{E_H}{E_H} = 1$ (Sc or Pr = 1 یعنی گازها)

شرایط استفاده از اصل تشابه:

الف - شرایط جریان و هندسه مسئله یکسان باشد.

ب - فرایند انتقال جرم متشابه با فرایند انتقال حرارت برای شرایطی است که جریان انتقال جرم کل صفر باشد.

$$\sum_{i=1}^{n} N_i = 0 \Longrightarrow Nu = \frac{hl}{k}$$

$$Sh = \frac{kl}{D_{AB}} \rightarrow k'_G, k'_c, k'_y, \ldots$$

درصورتی که $\sum N_i \neq 0$ باشد: $Sh = \frac{Fl}{cD_{AB}}$

$$Sh = \frac{k'_c l}{D_{AB}} = \frac{k'_y RTl}{P_t D_{AB}} = \frac{k_c \bar{P}_{B,M} l}{P_t D_{AB}} = \frac{k_G \bar{P}_{B,M} RTl}{P_t D_{AB}} = \frac{Fl}{cD_{AB}}$$

ج- در جریان واکنش شیمیایی

د- شرایط مرزی تناظر، متشابه باشد.

هـ- برای جریان متلاطم در هر نقطه $E_D = E_H$ باشد.

مثال: ضریب انتقال حرارت متوسط جریان هوای روی یک استوانه و عمود بر محور آن به شکل زیر ارائه شده است.

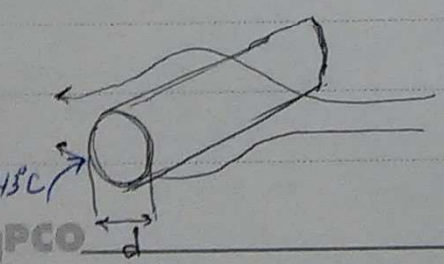
$$Nu_{ave} = 0.43 + 0.532 Re^{0.5} Pr^{0.31} \qquad 1 < Re < 4000$$

$$\left(Re = \frac{\rho u d}{\mu} \quad , \quad Nu = \frac{hd}{k}\right)$$

فواصل نزدیکی برحسب دمای متوسط بین استوانه و توده سیال محاسبه می‌شود. با استفاده از رابطه فوق سرعت تقریبی استوانه‌ای از UF_6 به قطر 6mm با جریانی از هوا با سرعت $3\ m/s$ و عمود بر محور استوانه محاسبه کنید.

دمای سطح استوانه $43°C$، فشار بخار UF_6 دراین دما $400mmHg$ $(53.32\ kN/m^2)$ است.

توده، هوای عبوری در فشار $1atm$، دمای $60°C$ است.



$P_{UF_6} = 53.32\ kN/m^2$

P4PCO
LearnElement.ir

Subject:
Date

$$Sh_{ave} = 0.43 + 0.532\, Re^{0.5}\, Sc^{0.31}$$

$$T_{ave} = \frac{60+43}{2} = 51.5^\circ C \qquad \bar{P}_{ave} = \frac{400+0}{2} = 200\ mmHg = 26.66\ kN/m^2$$

$$\bar{y}_{ave,A} = \frac{26.66}{101.33} = 0.263 \quad \text{mol fraction of } UF_6 \qquad \bar{y}_{ave,B} = 0.737 \quad air$$

$$\begin{cases} \rho_{ave} = x_A \rho_{UF_6} + x_B \rho_{air} = 4.1\ kg/m^3 \\ \mu_{ave} = x_A/\mu_A + x_B/\mu_B = 2.7\times10^{-5}\ kg/m\cdot s \end{cases} \Rightarrow \text{فاصله ریلز} \quad Re = \frac{\rho u d}{\mu} = \frac{(4.1)(3)(6\times10^{-3})}{2.7\times10^{-5}} = 2733$$

رژیم آرام

D_{AB} @ 51.5°C & $P = 1\ atm$ $= 9.04\times10^{-6}\ m^2/s$

$\bar{y}_A = 0.263$, $\bar{y}_B = 0.737$

$$\Rightarrow \text{فاصله انتقال} \quad Sc = \frac{\mu}{\rho D_{AB}} = 0.728$$

$Sh_{ave} = 25.6$ بدلیل اینکه در اینجا انتقال جرم کل صفر نیست

بنابراین نمی‌توان از $Sh = \frac{K_L d}{D_{AB}}$ استفاده کرد.

$$\Rightarrow Sh = \frac{Fd}{cD_{AB}}$$

$$N_A = \frac{N_A}{N_A+N_B} F \ln \frac{\frac{N_A}{N_A+N_B} - \frac{C_{A2}}{C_t}}{\frac{N_A}{N_A+N_B} - \frac{C_{A1}}{C_t}} \Rightarrow F = \frac{cD_{AB}\, Sh_{ave}}{d} = \frac{0.0375\times9.04\times10^{-6}\times0.0375}{6\times10^{-3}}$$

از اینجا به بعد $N_B = 0$

$$\Rightarrow F = 1.446\times10^{-3}\ \frac{kmol}{m^2\cdot s}$$

$$\Rightarrow \text{فاصله ناحیه‌ای} \quad N_A = 1.446\times10^{-3} \times \ln \frac{1-0}{1-0.526} = 1.08\times10^{-3}\ \frac{kmol\ UF_6}{m^2\cdot s}$$

$0.526 \rightarrow \frac{53.32}{101.33}$

* در صورتی که نیاز باشد از K استفاده کنیم:

$$Sh_{ave} = \frac{K_c d}{D_{AB}} = \frac{K_G RT d}{D_{AB}} \qquad N_A = K_{G_{ave}} (\bar{P}_{A1} - \bar{P}_{A2})$$

$$K_c = K_G RT = \frac{Sh_{ave}\cdot D_{AB}}{d} = 25.6 \times \frac{9.04\times10^{-6}}{6\times10^{-3}} = 0.0386\ \frac{kmol}{m^2\cdot s}$$

$$\Rightarrow K_G = \frac{0.0386}{8.314(273+515)} = 1.43\times10^{-5}$$

PAPCO

LearnElement.ir

1,011 17:30 جلسه دوشنبه 02/13 ساعت

Subject:
Date

$$\Rightarrow N_A = 1.43\times10^{-5}(53.32-0) = 7.62\times10^{-4}\ \frac{kmol\ UF_6}{m^2.s}$$

※ اشتباه است

درصورتی که از k' استفاده کنیم

$$Sh_{ave} = \frac{k'_c d}{D_{AB}} = 25.6 \Rightarrow k'_{c,ave} = 0.0386\ \frac{kmol}{m^2.s(\frac{kmol}{m^3})}$$

$$\Rightarrow k'_{G,ave} = \frac{RT\,\bar{P}_{B,M}}{P_t}\,k_{G,ave} \Rightarrow k_{G,ave} = \frac{P_t}{RT}\,\frac{k'_{c,ave}}{\bar{P}_{B,M}} = \frac{0.0386}{8.314(273.15+51.5)}\,\frac{P_t}{\bar{P}_{B,M}}$$

$N_A = k_{G,ave}(\bar{P}_{A_1} - \bar{P}_{A_2})$ ═══ جواب درست، برابر با قابیه شده از F است.

تشابه بین پدیده‌های انتقال جریان متلاطم داخل لوله‌ها:

j_H factor

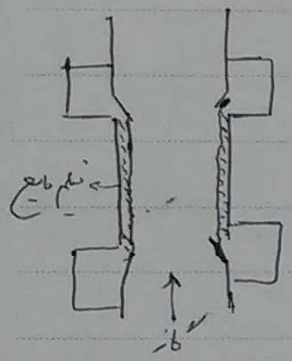
$$St_{H,ave}\,Pr^{2/3} = \frac{h_{ar}}{c_p \bar{u}_n \rho}\,Pr^{2/3} = \frac{1}{2}f = \psi(Re)$$ ← تشابه کلبرن (Colburn)

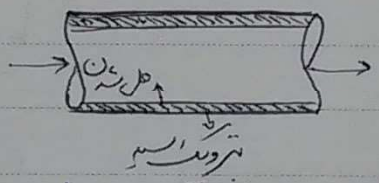
j_D factor

$$St_{D,ave}\,Sc^{2/3} = \frac{F_{ave}}{c\bar{u}_n}\,Sc^{2/3} = \frac{1}{2}f = \psi(Re)$$ ← تشابه چیلتون - کلبرن (Chilton-Colburn Analogy)

$$St_{D,ave} = St_{H,ave}$$

آزمایش های تجربی:





$$Sh_{ave} = 0.023\,Re^{0.83}\,Sc^{1/3} \qquad 0.6 < Sc < 3000,\ 2000 < Re < 35000$$

$$\frac{1}{2}f = 0.023\,Re^{-0.2} \qquad 5000 < Re < 200000$$

$$\frac{Sh_{ave}}{Re^{1.03}\,Sc^{1/3}} = 0.023\,Re^{-0.2} \text{ ═══ } \frac{1}{2}f$$

$$\Rightarrow St_{D,ave}\,Sc^{2/3} = \frac{1}{2}f = 0.023\,Re^{-0.2} = \psi(Re)$$

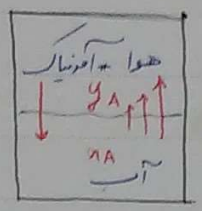
LearnElement.ir

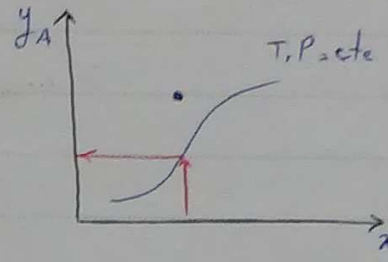
Subject: انتقال جرم
Date

جدول 3.3 ← روابط تجربی : ضرایب انتقال جرم در شرایطی که $N_B = 0$ است ($k_L, k_G, \ldots$)

مثال 3.5 ، 3.6 ★★

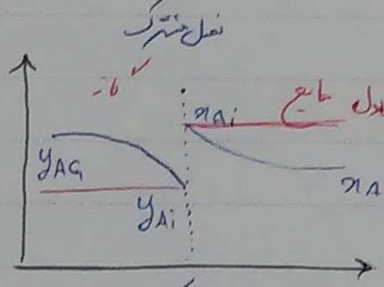
فصل 5 : انتقال جرم بین دو فاز





روی منحنی شرایط تعادل

انحراف از منحنی ← انتقال جرم

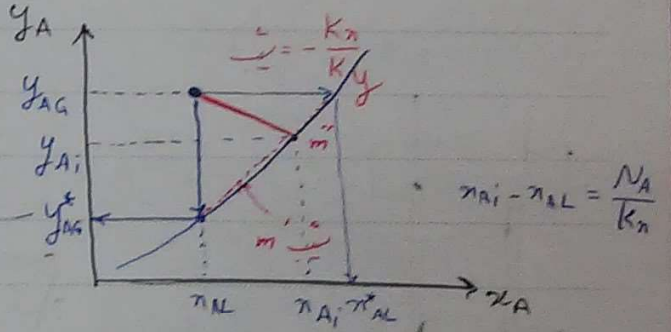


$$N_A = k_y(y_{AG} - y_{Ai}) = -k_x(x_{Ai} - x_{AL})$$

با فرض عدم واکنش شیمیایی

$$\frac{y_{AG} - y_{Ai}}{x_{AL} - x_{Ai}} = -\frac{k_x}{k_y}$$

فرض می شود که همیشه در سطح مشترک y_{Ai}, x_{Ai} در تعادل هستند.



(در صورتی که x_{AL} در تعادل داشتیم) ← y^*_{AG}

$$x_{Ai} - x_{AL} = \frac{N_A}{k_x}$$

ضرایب کلی انتقال جرم (موضعی) : $Q = UA\Delta T$ ، $(T_1 - T_2)$

$T_1 \rightarrow$

$\leftarrow T_2$

$N_A = K(y_{AG} - x_{AL})$ ، چون ضرایب y_{AG}, x_{AL} یکسان نیست.

دقت نیست

$\rightarrow f(x_{AL})$

$$\Rightarrow N_A = K_y(y_{AG} - y^*_{AG}) \qquad N_A = K_x(x^*_{AL} - x_{AL})$$

$$N_A = k_y(y_{AG} - y^*_{AG}) \rightarrow y_{AG} - y^*_{AG} = (y_{AG} - y_{Ai}) + (y_{Ai} - y^*_{AG})$$

$$\frac{N_A}{K_y} = \frac{N_A}{k_y} + \frac{m' N_A}{k_x} \Rightarrow \frac{1}{K_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m'}{k_x}$$

مقاومت کل

مقاومت فاز مایع

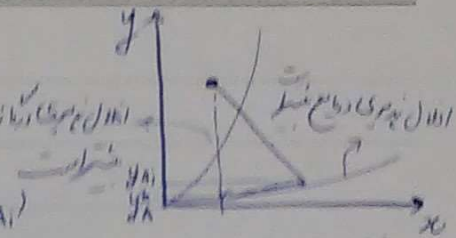
مقاومت فاز گاز

PAPCO

LearnElement.ir

Subject:
Date

$$\frac{1}{K_x} = \frac{1}{m' k_y} + \frac{1}{k_x}$$



مقاومت فاز گاز بیشتر است

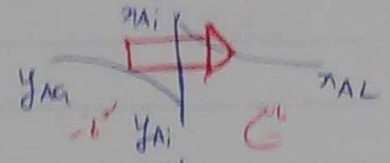
$$\begin{cases} \frac{1}{K_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m'}{k_x} \Rightarrow \frac{1}{K_y} \cong \frac{1}{k_y} \Rightarrow (y_{AG} - y^*_A) \cong (y_{AG} - y_{Ai}) \\ \frac{1}{K_x} = \frac{1}{m' k_y} + \frac{1}{k_x} \Rightarrow \frac{1}{K_x} \cong \frac{1}{k_x} \Rightarrow (x^*_A - x_{AL}) \cong (x_{Ai} - x_{AL}) \end{cases}$$

مقاومت فاز مایع کم است

فرایند موضعی در حالت کلی: - جریان از یک جهت انتقال یابد.

- نفوذ مولکولی غالب است و جریان‌های حاری نباشد.

- سطح انتقال جرم زیاد باشد.

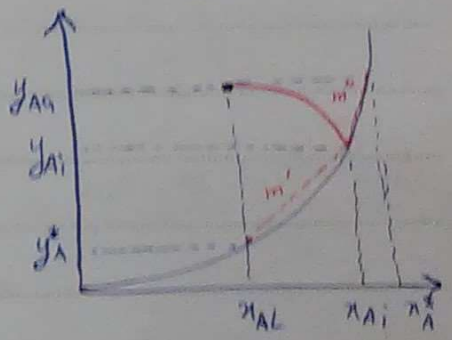


سرعت انتقال جرم از گاز به مایع

$$N_A = \frac{N_A}{\sum N_i} F_G \ln \frac{\frac{N_A}{\sum N_i} - y_{Ai}}{\frac{N_A}{\sum N_i} - y_{AG}} = \frac{N_A}{\sum N_i} F_L \ln \frac{\frac{N_A}{\sum N_i} - x_{AL}}{\frac{N_A}{\sum N_i} - x_{Ai}}$$

انجام می‌شود.

$$\frac{a - y_{Ai}}{a - y_{AG}} = \left(\frac{a - x_{AL}}{a - x_{Ai}}\right)^{F_L/F_G}$$



$$N_A = K_{ay}$$

$$N_A = \frac{N_A}{\sum N_i} F \ln \frac{a - y_{Ai}}{a - y_{AG}}$$

$$N_A = \frac{N_A}{\sum N_i} F_{OG} \ln \frac{\frac{N_A}{\sum N_i} - y^*_A}{\frac{N_A}{\sum N_i} - y_{AG}} = \frac{N_A}{\sum N_i} F_{OL} \ln \frac{\frac{N_A}{\sum N_i} - x_{AL}}{\frac{N_A}{\sum N_i} - x^*_A}$$

$$y_{AG} - y^*_A = (y_{AG} - y_{Ai}) + (y_{Ai} - y^*_A)$$

$$\text{بطور مشابه} \Rightarrow \exp\left(\frac{N_A}{a F_{OG}}\right) = \exp\left(\frac{N_A}{a F_G}\right) + m' \frac{a - x_{AL}}{a - y_{AG}} \left[1 - \exp\left(\frac{-N_A}{a F_L}\right)\right]$$

$$\exp\left(\frac{-N_A}{a F_{OL}}\right) = \frac{1}{m'} \left(\frac{a - y_{AG}}{a - x_{AL}}\right) \left[1 - \exp\left(\frac{N_A}{a F_G}\right)\right] + \exp\left(\frac{-N_A}{a F_L}\right)$$

LearnElement.ir

Subject:
Date

الف - نفوذ یک جزء : $\frac{N_A}{\sum N_i} = 1$

$$e^{N_A/F_{OG}} = e^{N_A/F_G} + m'\left(\frac{1-x_{AL}}{1-y_{AG}}\right)\left(1-e^{-N_A/F_L}\right)$$

$$e^{-N_A/F_{OL}} = \frac{1}{m''}\left(\frac{1-y_{AG}}{1-y_{AL}}\right)\left(1-e^{N_A/F_G}\right) + e^{-N_A/F_L}$$

$F_G = k'_y$

$F_L = k'_x$

ب - نفوذ تحت تساوی مولی $\sum N_i = 0$

$$\Rightarrow \frac{1}{F_{OG}} = \frac{1}{F_G} + \frac{m'}{F_L}$$

$$\frac{1}{F_{OL}} = \frac{1}{m'' F_G} + \frac{1}{F_L}$$

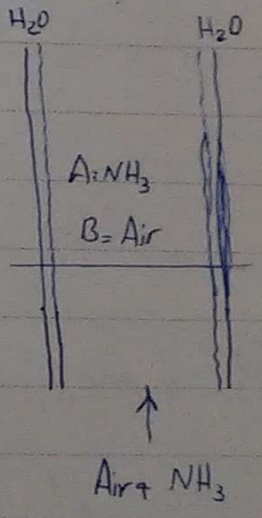
مثال: برج دیواره مرطوب که قطر داخلی آن 1 in می باشد آب به عنوان مایع جذب کننده برای جذب آمونیاک از هوا مورد استفاده قرار می گیرد. در یک ارتفاعی از برج درصد مولی آمونیاک در فاز گاز 0.8 و در فاز مایع 0.05 است. فشار 1 atm و دمای حرارت 80°F است. شدت جریان ها طوری است که $K_L = 0.34 \frac{lbmol}{hr.ft^2 \frac{lbmol}{ft^3}}$ و شرایط موضعی برای گاز 40 است. مقدار K_L از روابط تجربی برای سیستم های رقیق آمونیاک بدست آمده است. ضریب نفوذ آمونیاک در هوا $D_{AB} = 0.89 \frac{ft^2}{hr}$ مطلوب است شدت جذب موضعی آمونیاک در صورتی که از تبخیر آب صرف نظر شود.

$y_{AG} = 0.8$ به دلیل غلظت بالای آمونیاک، نرخ جریان بالاست

$x_{AL} = 0.05$ بنابراین از ضریب F باید استفاده کنیم.

$$F_L = k_L x_{BM} C \qquad C = \frac{\rho}{M} = \frac{62.3}{18} = 3.44 \frac{lbmol}{ft^3}$$

به دلیل غلظت کم آمونیاک با C آب برابر است.



$x_{BM} \simeq 1.0$ برای محلول های رقیق k_L

$$\Rightarrow F_L = 0.34 \times 1 \times 3.44 = 1.17 \frac{lbmol}{hr.ft^2}$$

P4PCO

LearnElement.ir

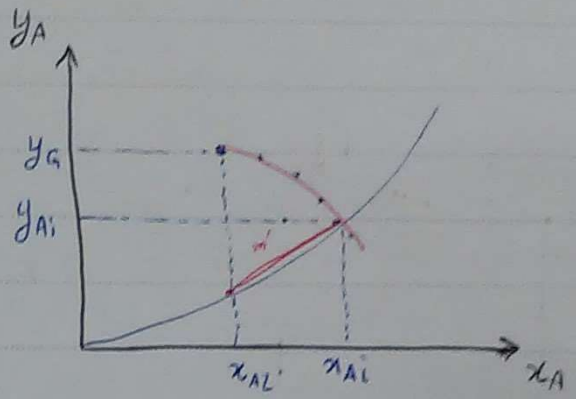
Subject:
Date

$$Sh = \frac{F_G d}{c D_{AB}} \qquad d = \frac{1}{12} = 0.0833\ (ft) \qquad c = \frac{P}{RT} = \frac{14.7}{10.73(460+80)} = 0.00259\ \frac{lb\,mol}{ft^3}$$

$$\Rightarrow F_G = \frac{Sh \cdot c D_{AB}}{d} = 1.085\ \frac{lb\,mol}{hr.ft^2}$$

@ 80°F , @ 1 atm

x_A	P_A (فشار جزئی)	$y_A = \frac{P_A}{P_t}$
0	0	0
0.05	1.04	0.0707
0.1	1.98	0.1347
0.25	8.69	0.59
0.3	13.52	0.92



1

$$\frac{N_A/\sum N_i - y_A}{N_A/\sum N_i - y_{AG}} = \left(\frac{\frac{N_A}{\sum N_i} - x_{AL}}{\frac{N_A}{\sum N_i} - x_{Ai}}\right)^{F_L/F_G} \Rightarrow y_A = 1 - (1-y_{AG})\left(\frac{1-x_{AL}}{1-x_A}\right)^{F_L/F_G}$$

x_A	0.05	0.15	0.25	0.3
y_A	0.8	0.78	0.742	0.722

$$\begin{cases} x_{Ai} = 0.274 \\ y_{Ai} = 0.732 \end{cases} \Leftarrow \text{تقاطع دو منحنی}$$

$$N_A = F_G \ln\frac{1-y_{Ai}}{1-y_{AG}} = F_L \ln\frac{1-x_{AL}}{1-x_{Ai}} = 1.17 \ln\frac{1-0.05}{1-0.274} = 1.085 \ln\frac{1-0.732}{1-0.8}$$

$$= 0.316\ \frac{lb\,mol\ NH_3}{hr.ft^2}$$

اگر بخواهیم براساس ضریب کلی انتقال جرم پیش برویم:

$$\begin{cases} e^{N_A/F_{OG}} = e^{N_A/F_G} + m'\left(\frac{1-x_{AL}}{1-y_{AG}}\right)\left(1-e^{-N_A/F_L}\right) \\ N_A = \frac{N_A}{\sum N_i} F_{OG} \ln\frac{N_A/\sum N_i - y^*_A}{N_A/\sum N_i - y_{AG}} \end{cases} \qquad m' = \frac{y_{Ai} - y^*_A}{x_{Ai} - x_{AL}}$$

با حدس و خطا در معادله فوق بطور همزمان حل می‌شوند.

$$\Rightarrow m' = 2.95$$

P4PCO

LearnElement.ir

Subject:
Date

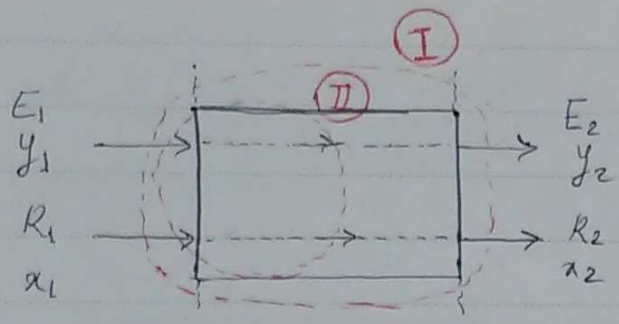
حذف بالایی $N_A = 0.316$ از معادله اول $\xrightarrow{\text{محاسبه } F_{OG}}$ $F_{OG} = 0.205 \ \frac{lbmol}{hr.ft^2}$

از معادله دوم $\longrightarrow N_A = 0.205 \ln \frac{1-0.0707}{1-0.8} = 0.316$

* در صورتی که غلظت آمونیاک کمتر از 10 درصد باشد می توان از ضریب انتقال جرم k استفاده کرد.

موازنه جرم

عملیات پایا با جریان های همسو: (هم جهت)



$$R_1 x_1 + E_1 y_1 = R_2 x_2 + E_2 y_2$$

or $$R_1 x_1 - R_2 x_2 = E_2 y_2 - E_1 y_1$$

E_1 [=] کل مول‌ها / زمان

R_1 [=] کل مول‌ها / زمان

y_1 [=] جزء مولی جسم حل شونده

E_s [=] کل مول‌های اجزاء نشونده نگشته / زمان

R_s [=] مول اجزاء غیر قابل نشوند / زمان

Y_1 [=] تعداد مول جزء منتقل شونده (A) / تعداد مول اجزاء به غیر از A

x_1 [=] جزء مولی جسم منتقل شونده

$Y_1 = \frac{y_1}{1-y_1}$

X_1 [=] جزء مولی جسم منتقل شونده (A) / جزء مولی اجزاء به غیر از A

$$R_1 x_1 = R_s \frac{x_1}{1-x_1} = \boxed{R_s X_1} \qquad E_1 y_1 = E_s \frac{y_1}{1-y_1} = \boxed{E_s Y_1}$$

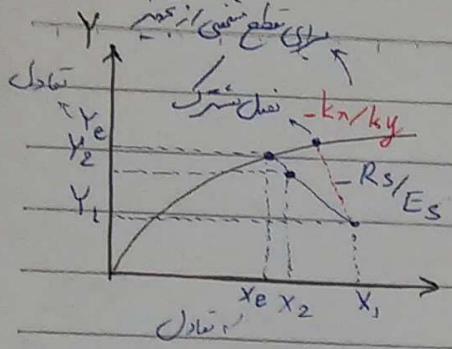
$$\Rightarrow \quad R_s (X_1 - X_2) = E_s (Y_2 - Y_1)$$

$$R_s (X_1 - X) = E_s (Y - Y_1)$$

PAPCO
LearnElement.ir

Subject: انتقال جرم

Date:



برای تطع منحنی از تجهیز

شرایط را در طول تجهیز

انتقال جرمی نشان می دهد

$$\frac{Y-Y_1}{X-X_1} = -\frac{R_s}{E_s}$$

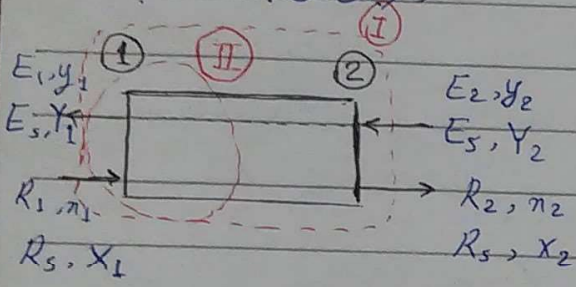
* در صورتی که طول تجهیز انتقال جرمی بسیار بلند باشد به تعادل می رسیم و خط منحنی را قطع می کند.

در اینجا انتقال جرم از فاز R به E انجام می شود.

و در بالای منحنی باشد از E به R

موازنه جرم

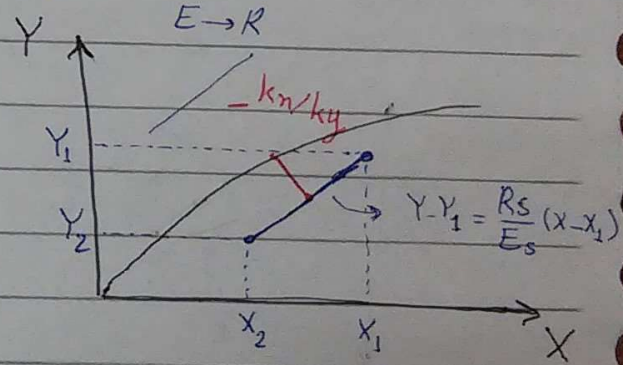
عملیات پایا با جریان های ناهمسو (مخالف الجهت)



(I) $E_2 y_2 + R_1 x_1 = E_1 y_1 + R_2 x_2$

$$\Rightarrow R_s(X_1 - X_2) = E_s(Y_1 - Y_2)$$

(II)
$$\begin{cases} E y + R_1 x_1 = E_1 y_1 + R x \\ R_s(X_1 - X) = E_s(Y_1 - Y) \end{cases}$$

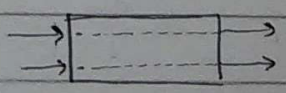


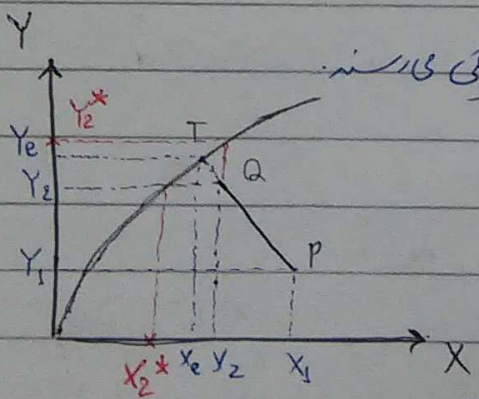
$R \to E$

مرحله (stage)

مرحله ای ایده آل : مرحله ای که در آن فازها به تعادل ترمودینامیکی می رسند.

برای جریان های هم جهت و پیوسته





راندمان مورفری (Murphree):

$$E_{ME} = \frac{Y_2 - Y_1}{Y_2^* - Y_1}$$ بازده فاز

Taj Danesh

LearnElement.ir

$$E_{MR} = \frac{X_1 - X_2}{X_1 - Y_2^*}$$ بازدهی

* روشی که بحثی تعادلی خط باشد:

$$E_{ME} = E_{MR} / (E_{MR}(1-S) + S)$$

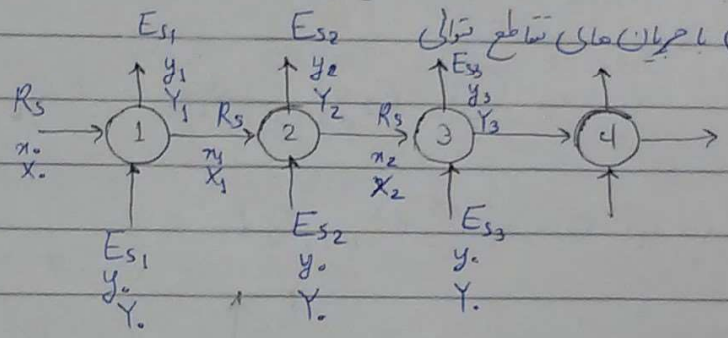
$$= \frac{E_{MR}}{E_{MR}(1-\frac{1}{A}) + \frac{1}{A}}$$

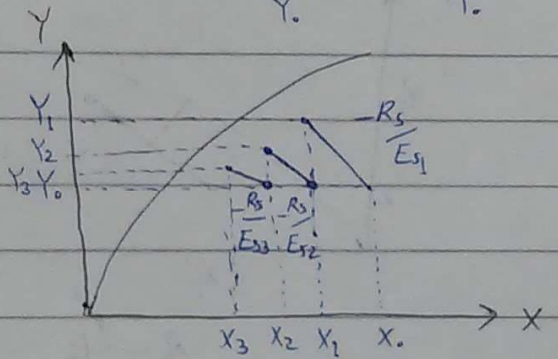
$$A = \frac{R_S}{mE_S}$$ فاکتور جذب ، $$S = \frac{mE_S}{R_S}$$ فاکتور دفع ، $$m = \frac{Y_2^* - Y_2}{X_2 - X_2^*}$$

سیستم های چند مرحله ای (cascades)

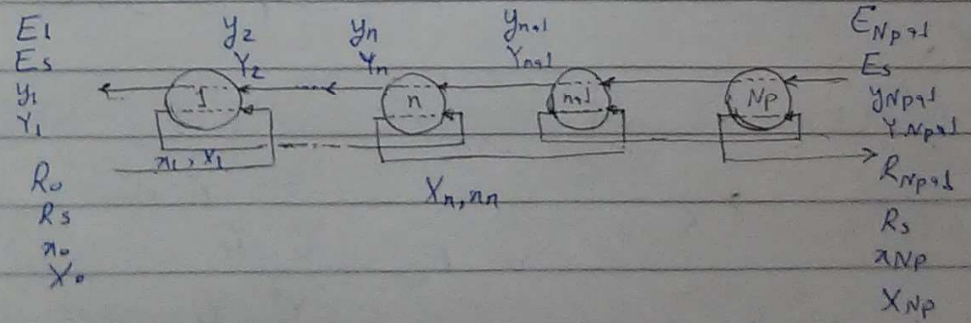
راندمان کلی برابر است با تعداد مراحل ایده آل تقسیم بر تعداد مراحل واقعی بدست میاید.

✓ جذب با جریان های متقاطع متوالی





✓ جذب با جریان های متوالی تکثیف الحت:



LearnElement.ir