دانشگاه آزاد اسلامی واحد ساری

عنوان درس : انتقال حرارت ۲

استاد : جناب آقای دکتر یاشار آفرین

(1)

Subject: Date

بسمه تعالی

«انتقال حرارت ۲» «استاد: آقای یاشار آفرین» «دانشگاه آزاد اسلامی واحد ساری»
«مجتمع آزادی دولت تکرودی» نیمسال اول سال تحصیلی ۹۲-۹۱

yafarin@gmail.com
yasharafarin@yahoo.com

جلسه اول: سه‌شنبه، 91/7/11

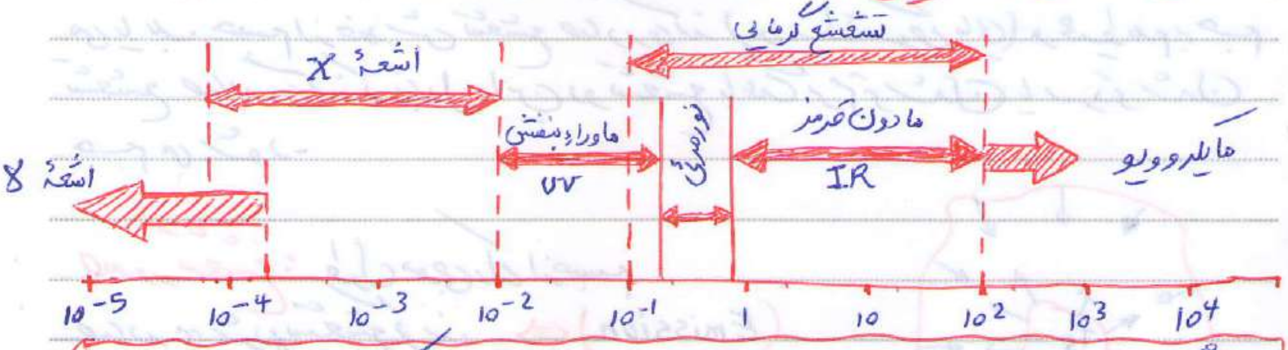
انتقال حرارت تشعشعی:
۱) تبادل جسم با محیط
۲) تبادل جسم با جسم

در این نوع انتقال احتیاجی به وجود ماده نیست بلکه از طریق امواج الکترومغناطیس انجام می‌شود؛

تبادل جسم با محیط: هر جسمی از خود امواج الکترومغناطیس به محیط ساطع می‌کند و محیط هم همینطور

خصوصیات این نوع انتقال حرارت:
۱) به محیط بخش نیازی ندارد.
۲) کل انرژی با توان چهارم و یا پنجم دمای جسم متناسب است.

طیف الکترومغناطیس:



$$\boxed{\lambda\ (\mu m \text{ میکرومتر}) = \text{طول موج} = \frac{C}{\nu} = \frac{\text{سرعت نور}\ (3\times10^{8}\ m/s)}{\text{فرکانس}}}$$

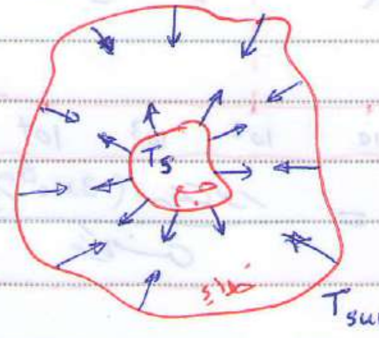
فرکانس با طول موج رابطهٔ عکس دارد.
هرچه طول موج کمتر می شود قدرت
امواج نیز بیشتر می شود.

کاربرد طول موج ها: طول موج های کوتاه: (پرتوهای گاما، پرتوهای X و تشعشع UV) مورد توجه فیزیکدانانی است که با انرژی بالایی سروکار دارند مانند مهندسی هسته ای.

طول موج های بلند: (مایکروویوها و امواج رادیویی) مورد توجه مهندسین برق و مخابرات است.

طول موج های میانی: در جهت میانی طول موج بین بازهٔ $0.1\mu m$ الی $100\mu m$ که بخشی از ماورای بنفش، تمام امواج مرئی و مادون قرمز است که تشعشع گرمایی گویند و مورد توجه مهندسین مکانیک است.

مفاهیم پایه: جسمی در داخل محیطی خلاء قرار دارد. با وجود خلاء دمای جسم کاهش می یابد. جسم از خودش تشعشع صادر می کند (بواسطهٔ موج گرمایی) و محیط هم بر جسم تشعشع صادر می کند که تبادل این دو تشعشع باعث گرم تر شدن یا سردتر شدن جسم می شود.

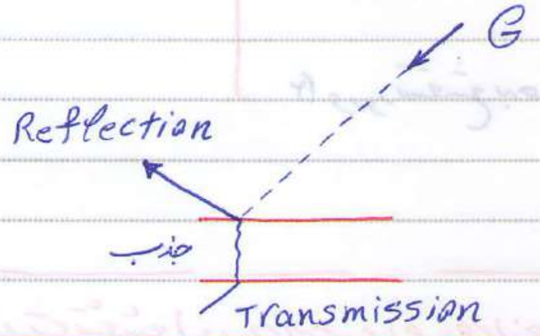


صدور تشعشع: طول موجی را که از جسم صادر می شود تشعشع گویند. (Emission) ⇔ صدور

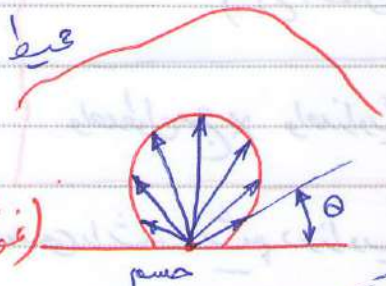
جذب تشعشع: طول موجی را که جسم جذب می کند را جذب تشعشع گویند. (Absorption)

Subject :   Date

در حالت کلی تشعشع صادر شده و یا جذب می شود و یا منعکس می شود و یا عبور و یا منتقل می شود.



صدور تشعشع از جسم : ۱) حجمی ۲) سطحی
که مد نظر ما در این مبحث تشعشع سطحی است.

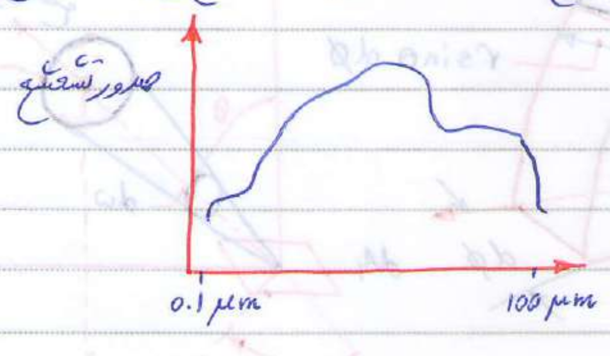


* (نمونه از توزیع جهتی)

تشعشع جسم تحت تاثیر دو پارامتر مهم است:
۱) طول موج (λ) # ۲) جهت موج *

* صدور انرژی تشعشعی تحت این دو پارامتر فقط تغییر پذیر است.
* توزیع طول موج ها، توزیع طیفی است یعنی تابع λ است. $f(\lambda)$
* و همچنین از نظر جهت دارای اهمیت است که توزیع جهتی نام دارد.

نکته: با توجه به گفته ها باید در مبحث دو موضوع توزیع را مد نظر قرار دهیم. ۱) توزیع طیفی ۲) توزیع جهتی



(نمونه از توزیع طیفی جسم)

Subject : Date

تقسیم بندی کلی : ۱) صدور تشعشع از جسم (Emission) جسم و محیط / جسم و جسم

۲) ورود تشعشع به جسم: جذب / انعکاس / عبور

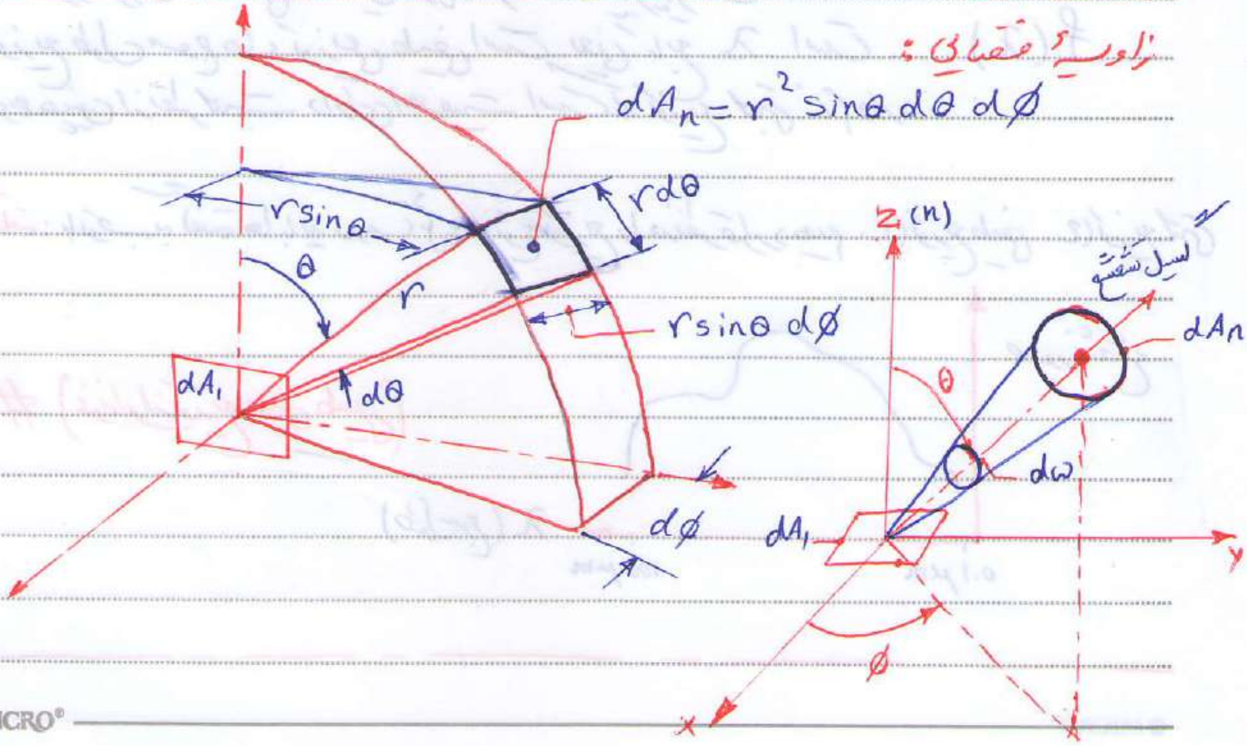
شدت تشعشع (ورودی به جسم یا خروجی از جسم) :

$$I_{e,\lambda} \;/\; I_{i,\lambda} = \frac{dq \text{ (نرخ انتقال حرارت)}}{\text{واحد طول موج} \times \text{واحد زاویه فضایی} \times \text{مساحت عمود بر راستای تشعشع}}$$

اگر جسمی داشته باشیم در زاویه ای بین 0 تا 2π می تواند از خود تشعشع صادر کند.

زاویه فضایی :

$$dA_n = r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

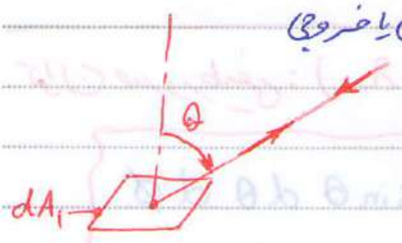


$$d\omega = \frac{dA_n \text{ (مساحت عمود بر راستای تشعشع)}}{r^2 \text{ (فاصلهٔ جسم تا صفحه)}} = \frac{(r\sin\theta\, d\phi)(r\, d\theta)}{r^2}$$

واحد زاویهٔ فضایی:

$$\boxed{d\omega = \sin\theta\, d\phi\, d\theta}$$

مساحت عمود بر راستای تشعشع:



$dA_1 \cos\theta$

رابطهٔ اصلی شدت تشعشع:

$$\boxed{I = \frac{dq}{dA_1\cos\theta \cdot d\omega \cdot d\lambda}} \quad *$$

شدت تشعشع تابع پارامترهای چون جهت، زاویه و طول موج است که در رابطهٔ * جهت را $dA_1\cos\theta$، زاویه را $d\omega$ و طول موج را $d\lambda$ پوشش می‌دهند.

توان صدور کلی: مقدار صدور تشعشع بر واحد مساحت سطح صادرکننده را گویند.

$$\boxed{E = \int_0^\infty\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e} \cdot \sin\theta\cos\theta\, d\theta\, d\phi\, d\lambda}$$

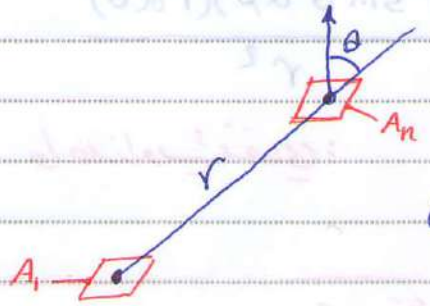
$\cancel{8}$ $\quad E = \int_0^\infty E_\lambda\, d\lambda$

E_λ: توان صدور طیفی

Subject : Date

جلسه‌ی دوم؛ سه‌شنبه، 91/7/18

یادآوری: زاویه‌ی فضایی:



$A\cos\theta$

$$\omega = \frac{A\cos\theta}{r^2}$$

توان صدور طیفی: ($E\lambda$)

در واحد λ

$$\boxed{E\lambda = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \underbrace{I_{\lambda,e}}_{\text{emission (صدور)}}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta\,\sin\theta\,d\theta\,d\phi}$$

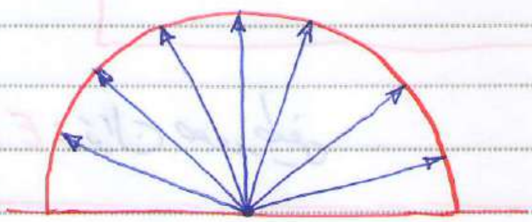
توان صدور کلی: (E)

$$\boxed{E = \int_0^{\infty} E\lambda\,d\lambda = \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta\,\sin\theta\,d\theta\,d\phi\,d\lambda}$$

شدت تشعشع:

$$\boxed{I_{\lambda,e}(\lambda,\theta,\phi) = \frac{dq}{dA_1\cos\theta \cdot d\omega \cdot d\lambda}}$$

سطح دیفیوز (صادرکننده‌ی دیفیوز): به صادرکننده‌ای گویند که در آن شدت تابش به جهت بستگی نداشته باشد. مثل شکل روبرو که شدت تشعشع در جهات مختلف برابر است و توزیع جهتی دیگر مطرح نیست:



(7)

Subject :   Date

بنابراین داریم:

$$E\lambda = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e} \sin\theta \cos\theta \, d\theta \, d\phi =$$

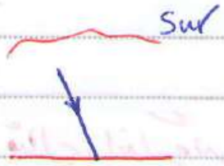
چون شدت تشعشع برحسب زاویه تغییر نمی‌کند و ثابت است از انتگرال بیرون داده می‌کنیم.

$$= I_{\lambda,e} \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \sin\theta \cos\theta \, d\theta \, d\phi =$$

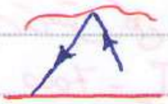
$$= I_{\lambda,e} \frac{\sin^2\theta}{2} \Big|_0^{\pi/2} \Big|_0^{2\pi} = \boxed{\pi I_{\lambda,e}}$$

$I_{\lambda,e}$ = شدت تشعشع صدور E_λ = توان صدور طیفی

توان ورودی (G) : به چند عامل بستگی دارد:



۱) در محیط جسمی وجود دارد که با محیط تبادل حرارتی می‌کند.



۲) یا ناشی از انعکاس باشد.

$$G\lambda = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda,\theta,\phi) \cos\theta \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

$G\lambda$: توان ورودی طیفی

G : توان ورودی کلی

$$G = \int_0^{\infty} G(\lambda) \, d\lambda$$

واگر تشعشع ورودی دیفیوز باشد:

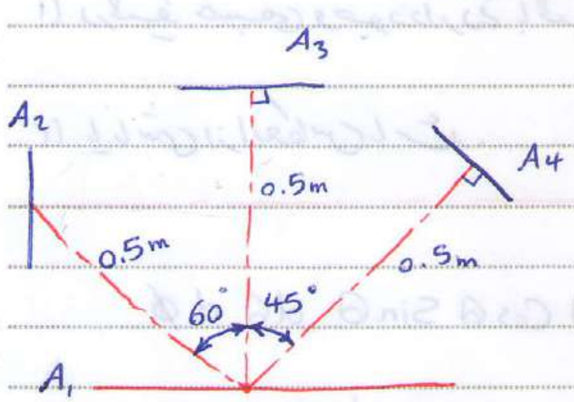
$$\boxed{G\lambda = \pi I_{\lambda,i}}$$

توان خروجی (J): ممکن است تشعشع وارد جسم شود و پس از برخورد با جسم منعکس شود و بدیر از انعکاس، خود جسم یک Emission به واسطه دمای خود داشته باشد:

$$\boxed{J_\lambda = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e+r}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta\,\sin\theta\, d\theta\, d\phi}$$

$$\boxed{J = \int_0^{\infty} J_\lambda\, d\lambda}$$

مثال: اندازه‌گیری های انجام شده نشان می دهد که شدت تابش کلی از سطح A_1 برابر $I_e = 7000\ W/m^2 sr$



الف) در صورتی که سطح A_1 سطح دیفیوز باشد شدت تشعشع (تابش) در جهات مختلف چقدر است؟

$A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 10^{-3}\ m^2$

ب) زاویه فضایی که از سطح A_1 به سایر سطوح نگاه کنیم؟

$$I_e = \int_0^{\infty} I_\lambda\, d\lambda$$

ج) توان صدور تشعشع از سطح A_1 که به سایر سطوح برخورد می کند؟

Subject : Date

الف) چون سطح دیفیوز است، شدت تشعشع تابعی از جهت نخواهد بود و در تمام جهات مقدار آن برابر $7000\ \frac{W}{m^2 . sr}$ است.

ب) رابطهٔ اصلی زاویهٔ فضایی $\Longleftrightarrow$ $\boxed{d\omega = \frac{dA_n}{r^2}}$

$$d\omega_{1-3} = \frac{10^{-3}}{0.5^2} = \boxed{4 \times 10^{-3}\ sr}$$

استرادیان واحد زاویهٔ فضایی است

$$d\omega_{1-2} = \frac{10^{-3} \cos 30}{0.5^2} = \boxed{3.46 \times 10^{-3}\ sr}$$

θ_2 زاویهٔ بین عمود بر سطح A_2 و امتداد تشعشع است

$$d\omega_{1-4} = \frac{10^{-3} \times \cos 0}{0.5^2} = \boxed{4 \times 10^{-3}\ sr}$$

ج)

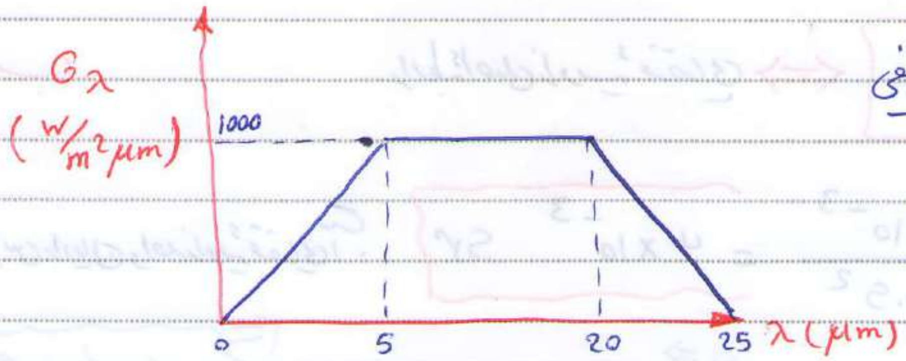
$$E = \int_0^{\infty} I_{\lambda,e}\, d\lambda = \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}(\lambda,\theta,\phi) \sin\theta \cos\theta\, d\theta\, d\phi\, d\lambda$$

توان صدور کلی را نوشتیم به همین خاطر $d\lambda$ در انتگرال آمد و چون سطح دیفیوز است E، I_λ از انتگرال بیرون می‌آید:

$$E = \underbrace{\int_0^{\infty} I_{\lambda,e}\, d\lambda}_{\text{سطح دیفیوز}} \underbrace{\int_0^{\pi/2}\int_0^{2\pi} \cos\theta \sin\theta\, d\phi\, d\theta}_{\pi\ (sr)} =$$

$$= \pi I_e = \boxed{\pi \times 7000\ \frac{W}{m^2}}$$

مثال: توزیع طیفی توان ورودی (G_λ) به یک سطح به شکل زیر است. توان تشعشع کلی ورودی را حساب کنید:



G_λ = توزیع طیفی

G = توزیع کلی

$$G=\int_0^5 G_\lambda d\lambda+\int_5^{20} G_\lambda d\lambda+\int_{20}^{25} G_\lambda d\lambda=\boxed{20000\ W/m^2}$$

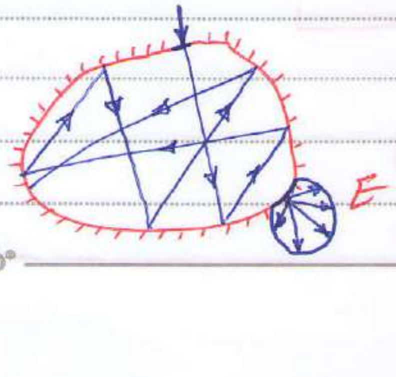
جسم سیاه (black body):

۱) در یک جسم سیاه بدون توجه به طول موج و جهت تمام تشعشع ورودی را جذب می‌کنیم.

۲) در یک دما و طول موج معین، هیچ سطحی نمی‌تواند بیش‌تر از جسم سیاه انرژی صادر کند.

۳) هرچند صدور تشعشع از جسم سیاه تابع طول موج و دما است ولی مستقل از جهت است (سطح دیفیوز است)، فقط تابعی از طیف است و توزیع طیفی دارد.

نزدیکترین جسم به جسم سیاه، یک جسم با دیواره های کدر است که فقط یک روزنه دارد و تشعشع ورودی را به طور کامل جذب می‌کند.



(11)

Subject :   Date

توزیع پلانک: توزیع طیفی صدور انرژی از جسم سیاه اولین بار توسط Planck مطرح گردید:

$$I_{\lambda,b}(\lambda,T) = \frac{2hc_0^2}{\lambda^5[\exp(hc_0/\lambda kT)-1]}$$

* برای محاسبه توان صدور λ همیشه باید معلوم باشد که مقدار λ برای جسم سیاه همیشه معلوم است:

$h = 6.6\times10^{-34}$ ثابت جهانی پلانک

$k = 1.38\times10^{-23}$ ثابت جهانی بولتزمن

$C_0 = 3\times10^{8}$ سرعت نور

* I را می‌توان از جدول نیز محاسبه کرد.

$$E_{\lambda,b} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,b}\,\cos\theta\,\sin\theta\,d\theta\,d\phi = \pi I_{\lambda,b}$$

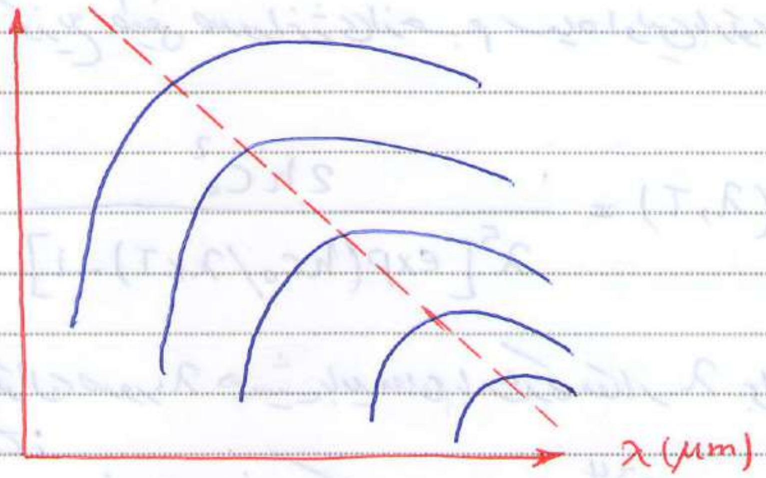
* $I_{\lambda,b}$ را هم می‌توان از رابطهٔ بالا و هم از جدول محاسبه کرد.

قانون وین: طبق نمودار اگر λ_{max} ها را در T ها ضرب کنیم یک عدد ثابتی خواهیم داشت که ثابت وین نام دارد:

$$\lambda_{max}\times T = \boxed{2897.8\ \mu m.k}$$

Subject :

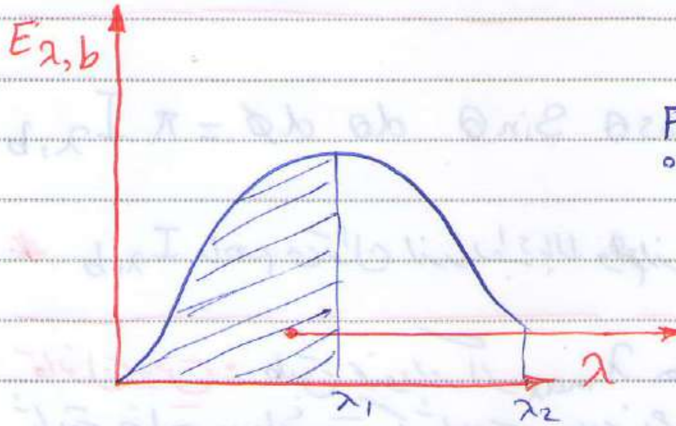
Date ....



صدور تشعشع در طول موج محدود:

$$E_b = \int_0^{\infty} E_{\lambda,b}\, d\lambda = \int_0^{\infty} I_{\lambda,b} \cdot \pi \, d\lambda = \pi \, I_{\lambda,b}$$

برای نمودار زیر اگر انتگرال زیر نمودار را می گرفتیم توان صدور کلی بدست می آمد
ولی باید در این مرحله توان صدور را بین دو تا طول موج محدود بدست آوریم:



$$F_{0 \to \lambda} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{\lambda,b}\, d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{\lambda,b}\, d\lambda}$$

$$\int_0^{\lambda} E_{\lambda,b}\, d\lambda = ?$$

$$E_b \left(\tfrac{W}{m^2}\right) = \int_0^{\infty} I_{\lambda,b} \cdot \pi \, d\lambda = \sigma T^4$$

$$\boxed{F_{0 \to \lambda} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{\lambda,b}\, d\lambda}{\sigma T^4}}$$

$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \, \frac{W}{m^2 K^4}$

توزیع پلانک

MICRO®

Subject : Date

جلسه‌ی سوم؛ سه‌شنبه؛ 91/7/25

$F_{0\to\lambda}$ فرمولی است برای محاسبه‌ی صدور تشعشع در طول موج‌های محدود.

$$F_{\lambda_1\to\lambda_2} = F_{0\to\lambda_2} - F_{0\to\lambda_1}$$

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda,b}\, d\lambda = \int_0^{\lambda_2} E_{\lambda,b}\, d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{\lambda,b}\, d\lambda$$

چون مقادیر جدول فقط از $F_{0\to\lambda}$ ها است برای محاسبه‌ی $F_{\lambda_1\to\lambda_2}$ آنها را تفکیک کردیم.

مثال: یک محفظه‌ی بزرگ دما ثابت را در نظر بگیرید که در دمای یکنواخت $2000^\circ K$ قرار دارد:

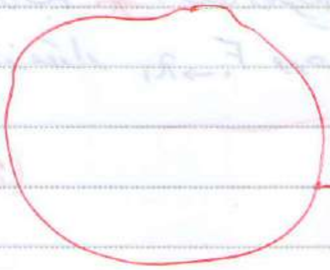
الف) توان صدور تشعشعی از یک روزنه‌ی کوچک واقع در سطح آن چقدر است؟

ب) طول λ_1 را که 10% از صدور انرژی کل در کمتر از آن متمرکز می‌شود را بدست آورید؟

ج) طول λ_2 را که 10% از صدور انرژی کل در بیشتر از آن متمرکز شود را حساب کنید؟

الف)

در واقع منظور مثل جسم سیاه است.



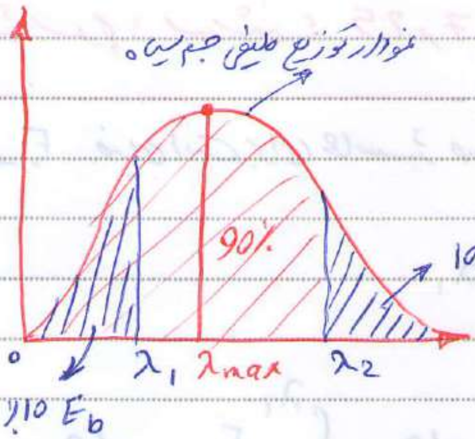
T=2000

توان صدور تشعشعی برابر $E_b = \sigma T^4 \left(\frac{W}{m^2}\right)$ یک جسم سیاه

$$E_b = 5.67\times10^{-8}\times(2000)^4 = 9.07\times10^{5}$$

ب) توان صدور تشعشعی کل برابر جسم سیاه $E_b = \int_0^{\infty} E_{b,\lambda}\, d\lambda$

که در مثال از ما 10% توان کل در ابتدای نمودار را می‌خواهد.



$$^{*}E_{b_1} = \int_0^{\lambda_1} E_{b,\lambda}\, d\lambda = 10\% \int_0^{\infty} E_{b,\lambda}\, d\lambda = 0.1 \times 9.07 \times 10^{9}$$

$$F_{0\to\lambda_1} = \frac{\int_0^{\lambda_1} E_{b,\lambda}\, d\lambda}{\sigma T^4} = 0.1$$

$$\xrightarrow{\text{از جدول}} \quad F_{0\to\lambda_1} = 0.1 \qquad \lambda_1 T \simeq 2200\ \mu m.k$$

$$\boxed{\lambda_1 = 1.1\ \mu m}$$

از رابطه * استفاده کردیم و به ضریب $F_{0\to\lambda_1}$ رسیدیم و از مقدار $F_{0\to\lambda_1}$ و رجوع به جدول به جواب می رسیم.

(2

$$\int_0^{\lambda_2} E_{b,\lambda}\, d\lambda = 0.9 \int_0^{\infty} E_{b,\lambda}\, d\lambda$$

$$\frac{\int_0^{\lambda_2} E_{b,\lambda}\, d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{b,\lambda}\, d\lambda} = 0.9 = F_{0\to\lambda_2}$$

Subject : Date

$\lambda_2 T = 9382\ \mu m.K$ $\boxed{\lambda_2 = 4.69\ \mu m}$

د) بیشترین توان صدور و طول موج مربوط به آن $E_{b\,max} = ?$
طیفی

طبق قانون وین داریم: $\lambda_{max} . T = 2898\ \mu m.K$

$\lambda_{max} = \frac{2898}{2000} = \boxed{1.45\ \mu m}$

در این طول موج بیشترین توان صدور وجود دارد.

$$E_{b,\lambda} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{b,\lambda} \sin\theta \cos\theta \, d\theta \, d\phi$$

چون جسم سیاه یک سطح دیفیوز است $I_{b,\lambda}$ از انتگرال بیرون می‌آید:

$E_{\lambda,b} = I_{\lambda,b} . \pi$

برای محاسبه‌ی I : ۱) استفاده از تابع پلانک
۲) استفاده از جدول ستون سوم $\frac{I_{\lambda,b}}{\sigma T^5}$

جدول ⇐

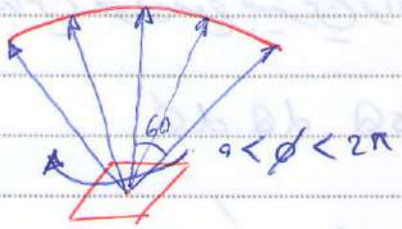
λT	$F_{0\to\lambda}$	$\frac{I_{\lambda,b}}{\sigma T^5}$
2898		0.722318×10^{-4}

$\frac{I_{\lambda,b}}{\sigma T^5} = 0.722318\times10^{-4}$ $\frac{I_{\lambda,b}}{5.67\times10^{-8}\times(2000)^5} = 0.722318\times10^{-4}$

$$I_{\lambda,b} = 1.31 \times 10^5$$

$$\boxed{E_{\lambda max,b} = \pi \times 1.31 \times 10^5}$$

مثال: یک جسم تقریباً جسم سیاه در دمای (1500 K) از خود انرژی ساطع می‌کند. نرخ صدور انرژی بر واحد سطح را در جهت های ($0 \leq \theta \leq 60^\circ$) و در بازه‌ی طول موجی ($2\mu m < \lambda < 4\mu m$) بدست آورید:



$$E = \int_{\underset{\lambda}{2}}^{4} \int_{\underset{\theta}{0}}^{2\pi} \int_{\underset{\phi}{0}}^{\pi/3} I_{\lambda,b} \cos\theta \sin\theta \, d\theta \, d\phi \, d\lambda$$

$$E = \int_{2}^{4} I_{\lambda,b} \, d\lambda \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\pi/3} \cos\theta \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

$$\frac{\sin\theta^2}{2} \Big|_0^{\pi/3} \phi \Big|_0^{2\pi}$$

$$= \int_2^4 I_{\lambda,b} \left[\left(2\pi \times \frac{\sin\theta^2}{2} \right) \Big|_0^{\pi/3} \right] d\lambda =$$

$$= 0.75 \int_2^4 \pi I_{\lambda,b} \, d\lambda = 0.75 \int_2^4 E_{\lambda,b} \, d\lambda =$$

Subject : Date

$$= 0.75 \left(\int_0^4 E_{b,\lambda}\, d\lambda - \int_0^2 E_{b,\lambda}\, d\lambda \right) =$$

$$= 0.75 \times Eb \times \left[\underbrace{\frac{\int_0^4 E_{b,\lambda}\, d\lambda}{Eb}}_{F_{0 \to 4}} - \underbrace{\frac{\int_0^2 E_{b,\lambda}\, d\lambda}{Eb}}_{F_{0 \to 2}} \right]$$

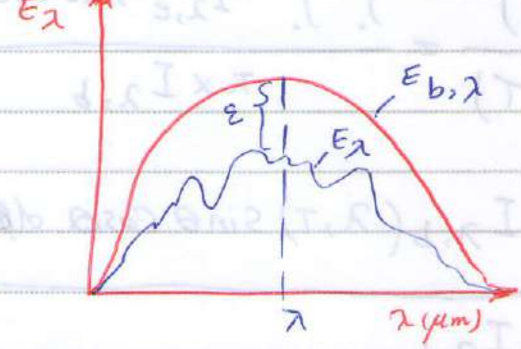
$$\lambda_1 T = 2 \times 1500 = 3000\ \mu m.k \xrightarrow{\text{از جدول}} F_{0 \to 2} = 0.27$$

$$\lambda_2 T = 4 \times 1500 = 600\ \mu.m\,k \xrightarrow{\text{از جدول}} F_{0 \to 4} = 0.73$$

$$\boxed{E = 0.75 \times \sigma T^4 \times 0.46 = 10^5\ \frac{w}{m^2}}$$

صدور تشعشع از سطوح واقعی: در ابتدا ضریب صدور را بررسی می‌کنیم:

ضریب صدور: تشعشع صادر شده از یک سطح به تشعشع صادر شده از جسم سیاه در همان دما (ε)

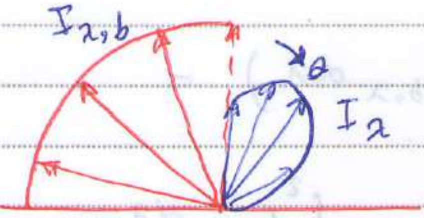


* یک جسم واقعی در طول موج های مختلف نسبت به جسم سیاه مقدار توان صدور کمتری دارد.
* نمودار توزیع طیفی صدور یک جسم واقعی هموار نیست.

$$E_\lambda(\lambda, T) = \varepsilon_\lambda \cdot Eb(\lambda, T)$$

خود ضریب صدور هم نوعی توزیع طیفی دارد چون در طول موج های مختلف متفاوت است

مقایسه شدت تشعشع :



$$I_\lambda(\lambda,\theta,\phi) = \varepsilon_{\lambda,\theta}\, I_{\lambda,b}(\lambda,T)$$

ضریب صدور طیفی جهتی : $\varepsilon_{\theta,\lambda}(\lambda,\theta,\phi,T)$

طیفی $\xrightarrow{\text{تابعی}}$ λ

جهتی $\longrightarrow$ θ

نیم کره ای $\xrightarrow{\text{در } \theta \text{ های مختلف}}$ $\int d\theta$

کلی $\xrightarrow{\text{در } \lambda \text{ های کلی}}$ $\int d\lambda$

$$\varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,\phi,T) = \frac{I_{\lambda,e}(\lambda,\theta,\phi,T)}{I_{\lambda,b}(\lambda,T)}$$

دیفیوز

ضریب صدور کلی جهتی :

$$\varepsilon_\theta(\theta,\phi,T) = \frac{I_e(\theta,\phi,T)}{I_b(T)}$$

ضریب صدور طیفی نیم کره ای : ε_λ

$$\varepsilon_\lambda(\lambda,T) = \frac{E_\lambda(\lambda,T)}{E_{\lambda,b}(\lambda,T)} = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}\overset{(\lambda,\theta,\phi)}{} \sin\theta\cos\theta\, d\theta\, d\phi}{\pi \times I_{\lambda,b}}$$

$$= \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,\phi)\cdot I_{\lambda,b}(\lambda,T)\sin\theta\cos\theta\, d\theta\, d\phi}{\pi \cdot I_{\lambda,b}}$$

(19)

Subject : Date

$$= \frac{\cancel{I_{\lambda,b}} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \overbrace{\varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,\phi)}^{\text{معمولاً تابعی از } \phi \text{ نیست}} \sin\theta \cos\theta \, d\theta \, d\phi}{\pi \, \cancel{I_{\lambda,b}}} =$$

$$= \frac{2\cancel{\pi} \int_0^{\pi/2} \varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,\phi) \cos\theta \sin\theta \, d\theta}{\cancel{\pi}} =$$

$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon_\lambda(\lambda,T) = 2\int_0^{\pi/2} \varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,T) \cos\theta \sin\theta \, d\theta}$$

ضریب صدور کلی نیم کره‌ای: $\varepsilon(T)$

$$\boxed{\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_b(T)}}$$

* در صورتی که در تعریف ضریب صدور عبارت نیم کره‌ای آمده باشد با توان صدور سروکار خواهیم داشت (E) و در صورتی که عبارت جهتی آمده باشد با شدت صدور (I) سروکار داریم.

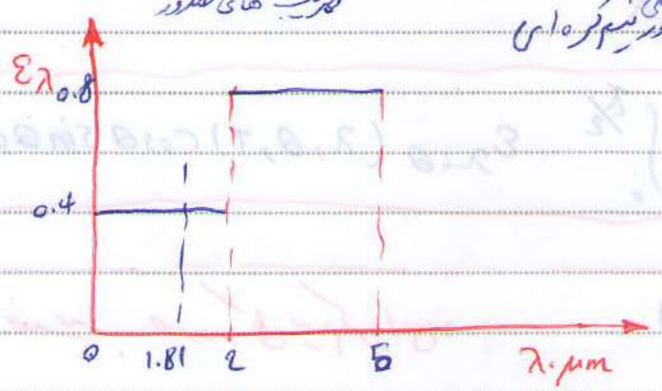
$$\boxed{\varepsilon(T) = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda(\lambda,T) \, E_{\lambda,b}(\lambda,T) \, d\lambda}{E_b(T)}}$$

Subject :   Date ....

جلسهٔ چهارم؛ سه‌شنبه: 91/8/2

مثال: ضریب صدور طیفی نیم کره‌ای یک سطح دیفیوز با دمای $(1600\ ^\circ K)$ در شکل زیر نشان داده شده است:
مطلوب است تعیین ضریب صدور کلی نیم کره‌ای و توان صدور جسم

$$\varepsilon \text{ (ضریب صدور کلی نیم کره‌ای)} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{\lambda,b}\, d\lambda}{E_b}$$



$$\varepsilon = \frac{E(T)}{E_b(T)} = \frac{\varepsilon_{\lambda_1} \int_0^2 E_{\lambda,b}\, d\lambda}{E_b(T)} + \frac{\varepsilon_{\lambda_2} \int_2^5 E_{\lambda,b}\, d\lambda}{E_b(T)}$$

* چون ε_{λ_1} و ε_{λ_2} ها مقادیر ثابت بودند از انتگرال بیرون آمدند.

$$\varepsilon = 0.4 \times \underbrace{\frac{\int_0^2 E_{\lambda,b}\, d\lambda}{E_b(T)}}_{F_{0\to 2\mu m}} + 0.8 \times \underbrace{\frac{\int_2^5 E_{\lambda,b}\, d\lambda}{E_b(T)}}_{(F_{0\to 5\mu m}) - (F_{0\to 2\mu m})}$$

$$\xrightarrow{\text{جدول}} F_{0\to 2\mu m} \quad (\lambda = 2\mu m \ * \ T = 1600\ ^\circ K) \to 0.318$$

$$F_{0\to 5\mu m} \quad (\lambda = 5\mu m \ * \ T = 1600\ ^\circ K) \to 0.856$$

MICRO®

$$\boxed{\varepsilon = 0.558}$$

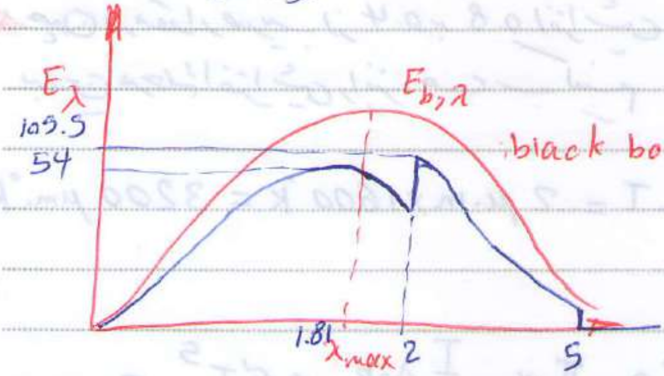
(21)

Subject :   Date

$$E = \varepsilon E_b = \varepsilon \times \sigma T^4 = 0.558 \times 5.67 \times 10^{-8} \times 1600^4$$

$$\boxed{E = 207 \ \frac{kW}{m^2}}$$

اگر توزیع طیفی صدور برای یک جسم سیاه را در نمودار رسم کنیم چنین می شود:



* حداکثر مقدار کران صدور برای جسم واقعی در چه λ ای اتفاق می افتد؟

ابتدا λ_{max} مربوط به black body را حساب می کنیم با استفاده از قانون وین:

$$\lambda_{max} = \frac{2898}{1600} = 1.81 \ \mu m$$

$$\underbrace{E_\lambda}_{\text{طیفی}} (\lambda_{max}, T) = \varepsilon_\lambda (\lambda_{max}, T) . \underbrace{E_{\lambda, b}}_{\text{طیفی}} =$$

$$= \varepsilon_\lambda (\lambda_{max}, T) . \pi . I_{\lambda, b}$$

برای محاسبه $I_{\lambda, b}$ باید از جدول استفاده کنیم بنابراین بدین شکل عمل می کنیم:

$$\underbrace{\left\{ \frac{I_{\lambda,b}(\lambda_{max}, T)}{\sigma T^5} \right\}}_{\text{ستون سوم جدول}} . \sigma T^5$$

MICRO

$$E_\lambda(\lambda_{max}, T) = \pi \times 0.4 \times 0.722 \times 10^{-4} \times 5.67 \times 10^{-8} \times 1600^5$$

$$\boxed{E_\lambda(\lambda_{max}, T) = 54 \ \frac{kW}{m^2 \cdot \mu m}}$$

* چون در مقدار ضریب از 0.4 به 0.8 افزایش داشتیم باید یکبار دیگر هم E_λ و λ مربوط به این مرحلهٔ افزایش را نیز حساب کنیم.

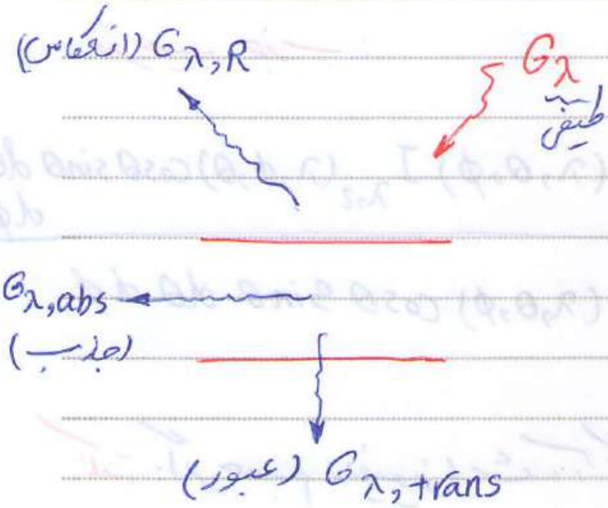
$$\text{if} \quad \lambda = 2 \mu m \longrightarrow \lambda . T = 2 \mu . m \times 1600 \, ^\circ K = 3200 \ \mu m . ^\circ K$$

$$E_\lambda(\lambda = 2 \mu m, T) = \varepsilon_\lambda . \pi \times \frac{I_{\lambda, b}}{\sigma T^5} \times \sigma T^5 =$$

$$\boxed{= 0.8 \times \pi \times 0.706 \times 10^{-4} \times 5.67 \times 10^{-8} \times 1600^5 = 105.5}$$

* می بینیم که حداکثر توان صدور برای جسم واقعی در جایی که افزایش ضریب صدور را داشتیم اتفاق می افتد. بنابراین همیشه ما با نمودار ضریب صدور و نمودار جسم سیاه سروکار داریم و در نمودار ضریب با توجه به تعداد افزایش یا کاهش ضریب باید توان صدور جسم را (E_λ) در λ مربوط به کاهش یا افزایش ضریب حساب کنیم و مقدار ماکزیمم جواب خواهد بود. برای این کار می توانیم ابتدا λ ماکزیممی را که توان صدور در آن λ برای جسم سیاه ماکزیمم است را بدست آوریم.

جذب، انعکاس و عبور از یک سطح:



$$\boxed{G_\lambda = G_{\lambda,ref} + G_{\lambda,abs} + G_{\lambda,tr}}$$

* برای اجسام کدر $G_{\lambda,tr}=0$ است.

بنابراین برای اجسام کدر داریم:

$$\boxed{G_\lambda = G_{\lambda,ref} + G_{\lambda,abs}}$$

* فرآیند جذب و انعکاس در کسری از میکرومتر از سطح جسم روی می‌دهد، بنابراین فرآیندی کاملاً سطحی است.

* $G_{\lambda,abs}$ و $G_{\lambda,ref}$ به λ و جنس سطح بستگی دارد.

* سطح سیاه سطحی است که تمام تشعشع مرئی ورودی را جذب کند و کمترین مقدار ref را داشته و بیشترین مقدار abs را نیز داشته باشد.

ضریب جذب (Absoptivity):

ضریب جذب طیفی جهتی:

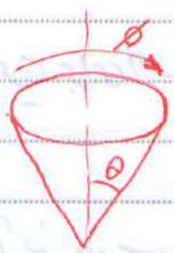
$$\boxed{\alpha_{\lambda,\theta}(\lambda,\phi,\theta) = \frac{I_{\lambda,i,abs}(\lambda,\phi,\theta)}{I_{\lambda,i}(\lambda,\phi,\theta)}}$$

Subject :   Date ....

ضریب جذب :

$$\alpha_\lambda = \frac{G_{\lambda,abs}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)} = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \alpha_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,\phi)\, I_{\lambda,i}(\lambda,\phi,\theta) \cos\theta \sin\theta \, d\theta\, d\phi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda,\theta,\phi) \cos\theta \sin\theta \, d\theta\, d\phi}$$

نکته: اگر جسم دیفیوز باشد، آنگاه α تابعی از ϕ نخواهد بود.



$$\alpha_\lambda = \frac{\cancel{2\pi}\int_0^{\pi/2} \alpha_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta) \cos\theta \sin\theta \, d\theta}{\underbrace{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta \, d\theta\, d\phi}_{\cancel{\pi}}}$$

$$\alpha_\lambda = 2\int_0^{\pi/2} \alpha_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta) \cos\theta \sin\theta \, d\theta$$

ضریب جذب کلی نیم‌کره‌ای: α برخلاف ε تابعی از دمای جسم نیست

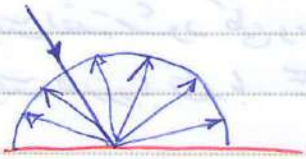
$$\alpha = \frac{G_{abs}}{G} = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda)\, G_\lambda(\lambda)\, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda)\, d\lambda}$$

* در این مبحث به ورودی بودن طیف کار داریم و کاری به جسم سیاه نداریم.

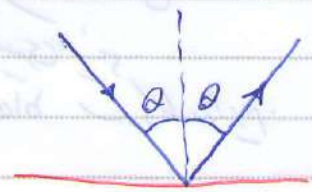
MICRO®

ضریب انعکاس : بطورکلی دونوع تقسیم بندی داریم : ۱) جسم طیف را در تمام جهتها بطور مساوی انعکاس دهد که دراینصورت انعکاس دیفیوز گوییم.

۲) امکان دارد با زاویه θ ای که وارد جسم می شود با همان زاویه هم منعکس شود که دراینصورت گویند انعکاس آینه ای داریم:



انعکاس دیفیوز



انعکاس آینه ای

ضریب انعکاس طیفی جهتی:

$$\boxed{\rho_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,\phi) = \frac{I_{\lambda,i,ref}(\lambda,\theta,\phi)}{I_{\lambda,i}(\lambda,\theta,\phi)}}$$

ضریب انعکاس طیفی نیم کروای :

$$\rho_{\lambda}(\lambda) = \frac{G_{\lambda,ref}(\lambda)}{G_{\lambda}(\lambda)}$$

ضریب انعکاس کلی نیم کروائی :

$$\rho = \frac{G_{ref}}{G}$$

نکات: در ضرائب هر وقت تابش آمد با I سروکار داریم و هر وقت نیم کره‌ای آمد با G و با E سروکار داریم:

تابش $\left\{ \begin{array}{l} \text{طیفی} \\ \text{کلی} \end{array} \right.$ I_e, I_i نیم کره‌ای $\left\{ \begin{array}{l} \text{طیفی} \\ \text{کلی} \end{array} \right.$ G, E

هر وقت گفته شود کلی و نیم کره‌ای باید انتگرال گیری کنیم.

هر وقت صدور باشد با E، e، جسم black body سروکار داریم.

ضریب عبور طیفی نیم کره‌ای:

$$\tau_\lambda = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} G_{\lambda,\theta,\phi,tr} \times \cos\theta \sin\theta \, d\theta \, d\phi}{G_\lambda(\lambda)} =$$

$$\tau_\lambda = \frac{G_{tr,\lambda}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)}$$

ضریب عبور کلی نیم کره‌ای:

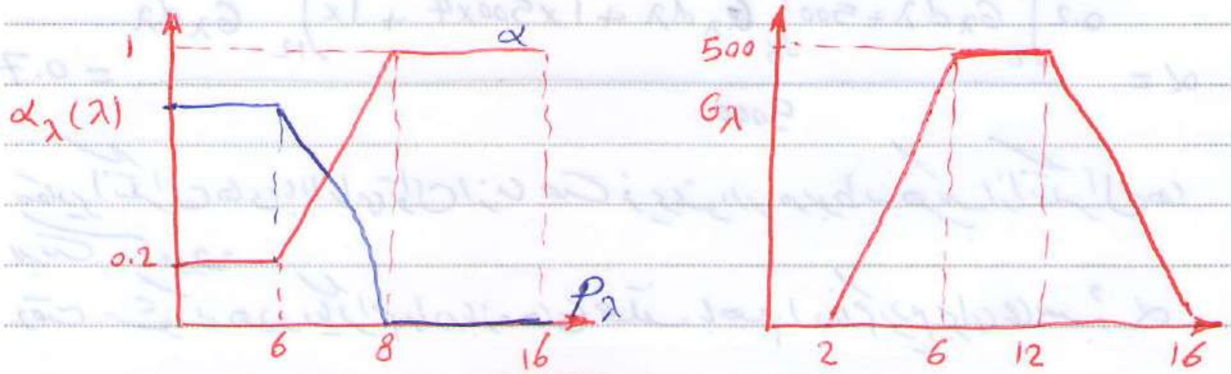
$$\boxed{\tau = \frac{G_{tr}}{G}}$$

$$\alpha + \tau + \rho = 1 \qquad \frac{G_{abs}}{G} + \frac{G_{tra}}{G} + \frac{G_{ref}}{G} = \frac{G}{G} = 1$$

Subject : Date

جلسهٔ پنجم؛ سه‌شنبه؛ 91,8,9

مثال: ضریب جذب طیفی نیم‌کره‌ای یک سطح کدر و توان تشعشع ورودی مطابق شکل زیر است. نحوهٔ تغییر ضریب انعکاس طیفی نیم‌کره‌ای برحسب طول موج چگونه است؟ اگر سطح ابتدا در دمای ($500\,^\circ K$) قرار داشته باشد و ضریب جذب کلی نیم‌کره‌ای آن (0.8) باشد دمای آن چگونه تغییر می‌کند.



چون جسم کدر است بنابراین چیزی از آن عبور نمی‌کند بنابراین؛ $\tau = 0$

از طرفی داشتیم: $\alpha_\lambda(\text{جذب}) + \tau_\lambda(\text{عبور}) + \rho_\lambda(\text{انعکاس}) = 1$

با جاگذاری مقادیر نمودار اول در این رابطه می‌توان دیاگرام ρ را رسم نمود. $\boxed{\rho_\lambda = 1 - \alpha_\lambda}$

مقدار ضریب جذب کلی نیم‌کره‌ای؟

$$\alpha = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda G_\lambda \, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda \, d\lambda}$$

Subject : Date ....

G_λ صفر است

$$\alpha = \frac{\int_0^2 \alpha_\lambda \cancel{G_\lambda} d\lambda + \int_2^6 \alpha_\lambda G_\lambda d\lambda + \int_6^8 G_\lambda \alpha_\lambda d\lambda + \int_8^{12} \alpha_\lambda G_\lambda d\lambda + \int_{12}^{16} \alpha_\lambda G_\lambda d\lambda}{500 \times \left(\frac{1446}{2}\right)}$$

$$\alpha = \frac{0.2\int_2^6 G_\lambda d\lambda + 500\int_6^8 \alpha_\lambda d\lambda + 1\times 500\times 4 + 1\times\int_{12}^{16} G_\lambda d\lambda}{5000} = 0.76$$

مقادیر انتگرال های بالا را می توان از مساحت زیر نمودار مربوط به هر یک از انتگرال ها بدست آورد.

دقت شود که هر دو دیاگرام را در بازه های مختلف با هم ادغام کردیم برای محاسبه α.

$$q'' = \alpha G - \varepsilon \sigma T^4 = 0.76 \times 5000 - 0.8 \times 5.67\times 10^{-8} \times 500^4$$

$$\boxed{= 965}$$

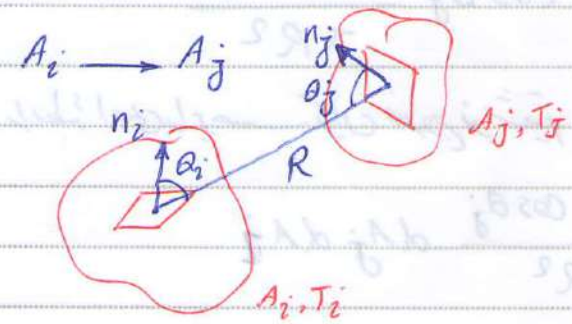
جذب جسم بیشتر از صدور آن است بنابراین دما افزایش می یابد

جسم خاکستری: جسمی است که مقدار جذب و صدور در آن برابر است.

MICRO®

Subject : Date

فصل سیزده ام: تبادل تشعشع بین سطوح مختلف:



فرض می کنیم سطحی داریم به شکل روبرو:
می خواهیم اثرات تشعشع بین سطوح
را بررسی کنیم.
راستای تشعشع را رسم می کنیم که از سمت
i به سمت j حرکت می کند (ساطع می شود)
بردار عمود بر هر سطح را هم رسم می کنیم.
زاویه خارج شدن تشعشع را θ_i و
زاویه وارد شده را θ_j در نظر می گیریم.

$$\boxed{dq_{i \to j} = I_{e+r,i} \cdot \cos\theta_i \, dA_i \, d\omega_{j \to i}}$$

تشعشع صادره از جسم i به جسم j

$$d\omega_{j \to i} = \frac{dA_j \cos\theta_j}{R^2}$$

(e+r) یعنی اینکه تشعشع می تواند حاصل از emission باشد یا انعکاس یا هر دو

$$\boxed{dq_{i \to j} = I_{e+r,i} \cdot \cos\theta_i \cdot dA_i \times \frac{dA_j \cos\theta_j}{R^2}}$$

برای سطوح (اجسام) دیفیوز:

$$\boxed{J_i \; (\text{توان خروجی}) = \underset{sr}{\pi} \, I_{e+r,i} \; (\text{شدت تشعشع خروجی})}$$

Subject : Date

$$dq_{i \to j} = J_i \times \cos\theta_i \times \cos\theta_j \, \frac{dA_i \, dA_j}{\pi R^2}$$

رابطهٔ اصلی را برحسب توان خروج نوشتیم:

$$q_{i \to j} = J_i \int_{A_i}\int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \, \cos\theta_j}{\pi R^2} \, dA_j \, dA_i$$

ضریب شکل (shape Factor) : (F)

رابطهٔ اصلی

$$\boxed{F_{ij} = \frac{q_{i \to j}}{A_i J_i}}$$

ij = از i خارج و به j وارد می‌شود.

A_i = مساحت سطحی که تشعشع از آن خارج می‌شود.

J_i = توان خروج

$$\boxed{F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i}\int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \, \cos\theta_j}{\pi R^2} \, dA_j \, dA_i}$$

$$\boxed{F_{ji} = \frac{1}{A_j} \int_{A_i}\int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \, \cos\theta_j}{\pi R^2} \, dA_j \, dA_i}$$

نکته: دو قانون کلی و مهم

*

$$\boxed{A_i F_{ij} = A_j F_{ji}}$$

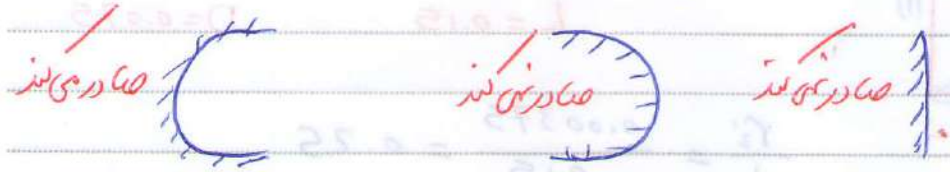
قاعدهٔ معکوس پذیری

\#

$$\boxed{\sum_{j=1}^{n} F_{ij} = 1}$$

قاعدهٔ جمع

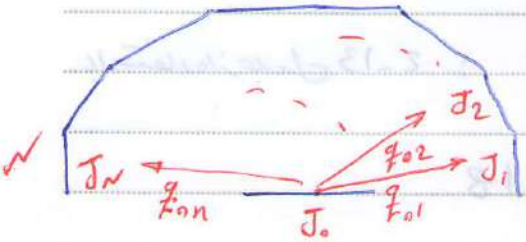
نکته: F_{ii} همیشه صفر است مگر اینکه جسم مقعر باشد (یک جسم زمانی به خودش تشعشع صادر می‌کند که مقعر باشد)



$\boxed{F_{ii}=0}$

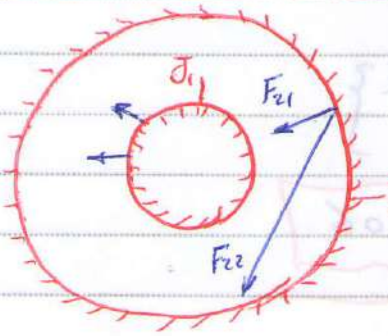
* در یک سیستم N صفحه‌ای تعداد مجهولات برابر $\frac{N(N-1)}{2}$ خواهد بود.

معمولاً مجهولات q و F_{ij}ها هستند.



مثال:

با توجه به نکته بالا $F_{11}=0$ است یعنی جسم یک به خودش تشعشع صادر نمی‌کند.



$$\boxed{\cancel{F_{11}} + F_{12} = 1}$$ با توجه به قانون #

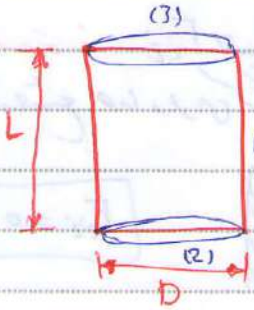
$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \qquad F_{21} = \frac{A_1}{A_2}\cancel{F_{12}}^{\,1} = \frac{A_1}{A_2}$$

$$F_{21} + F_{22} = 1 \qquad \boxed{F_{22} = 1 - F_{21} = 1 - \frac{A_1}{A_2}}$$

ابتدا قانون # را برای جسم ① نوشتیم و از آنجایی که F_{11} برابر صفر بود F_{12} بدست آمد. اکنون با استفاده از قانون * F_{21} را بدست آوردیم. حال که F_{21} را بدست آوردیم قانون # را برای جسم ② می‌نویسیم که بدین صورت F_{22} را بدست آوردیم.

Subject : Date ....

مثال: استوانه‌ای داریم:



$L = 0.15 \qquad D = 0.075$

$$\frac{r_i}{L} = \frac{0.00375}{0.15} = 0.25$$

$$\frac{r_j}{L} = \frac{0.00375}{0.15} = 0.25 \qquad \frac{L}{r_i} = 4$$

با استفاده از جدول 2-13 :

$R_i = 0.25$

$$S = 1 + \frac{1 + R_i^2}{R_i^2} = 1 + \frac{1 + 0.25^2}{0.25^2} = 18$$

$$F_{23} = \frac{1}{2}\left\{ S - \left[S^2 - 4\left(\frac{r_i}{r_j}\right)^2 \right]^{1/2} \right\}$$

$$F_{23} = \frac{1}{2}\left\{ 18 - \left[18^2 - 4 \right]^{1/2} \right\} = \boxed{0.06}$$

$$\frac{N \times (N-1)}{2} = \frac{3 \times 2}{2} = \boxed{3}$$

$F_{23} = 0.06 \qquad F_{32} = 0.06 \qquad F_{22} = 0 \qquad F_{33} = 0$

$F_{21} + F_{22} + F_{23} = 1 \qquad F_{21} + 0 + 0.06 = 1$

$$\boxed{F_{21} = 0.94}$$

$F_{31} + F_{32} + F_{33} = 1 \qquad F_{31} + 0.06 + 0 = 1$

$\boxed{F_{31} = 0.94}$

$A_2 F_{21} = A_1 F_{12} \qquad \frac{\pi D^2}{4} \times 0.94 = \pi D L \times F_{12}$

$F_{12} = \frac{\cancel{\pi} \times D^{\cancel{2}} \times 0.94}{4 \cancel{\pi} \cancel{D} L} = \boxed{\frac{0.94}{4} \frac{D}{L}}$

جلسه‌ی ششم، سه‌شنبه ؛ 91،8،16

تبادل تشعشع بین اجسام سیاه :

$\boxed{q_{i \to j} = (A_i J_i) F_{ij} = A_i E_{b_i} F_{ij}}$

$J_i = E_{b_i} \Rightarrow J_i = \underbrace{E_i}_{E_{b_i}} + \underbrace{\cancel{\text{Reflection}}}_{\text{صفر است}}$: چون جسم، جسم سیاه است

$q_{j \to i} = A_j F_{ji} E_{b_j}$

E_{b_j}

$q_{ij_{net}} = q_{i \to j} - q_{j \to i} =$

$\underbrace{(A_i F_{ij} = A_j F_{ji})}$ ⇐ قانون

E_{b_i}

$= A_i F_{ij} E_{b_i} - A_j F_{ji} E_{b_j} =$

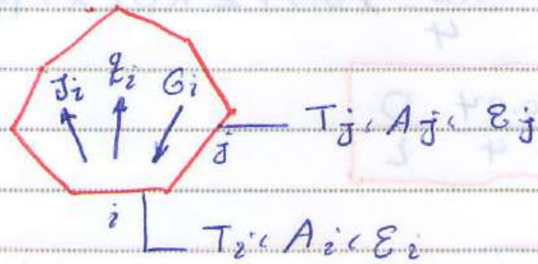
$= A_i F_{ij} (\underbrace{E_{b_i}}_{\sigma T_i^4} - \underbrace{E_{b_j}}_{\sigma T_j^4}) = A_i F_{ij}\, \sigma (T_i^4 - T_j^4) = q_{ij_{net}}$

Subject : Date

تبادل تشعشع بین سطوح خاکستری و دیفیوز در یک محفظه:

$$\begin{cases} \alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda \\ \alpha = \varepsilon \end{cases}$$

فقط توزیع طیفی داریم از ضرایب جذب و صدور



آهنگ خالص خروج تشعشع از سطح i

$$\boxed{q_i = A_i (J_i - G_i) \quad (1)}$$

$$J_i = E_i + \rho_i G_i \quad \& \quad \alpha_i + \rho_i + \tau_i = 1$$

فرض می‌کنیم جسم کدر باشد؛ در اینصورت $\tau_i = 0$ بنابراین:

$$\rho_i = 1 - \alpha_i \Rightarrow J_i = E_i + (1 - \alpha_i) G_i$$

$$\boxed{J_i = \varepsilon_i E b_i + (1 - \varepsilon_i) G_i \quad (2)}$$

$$\boxed{G_i = \frac{J_i - \varepsilon_i E b_i}{1 - \varepsilon_i}} \; * \Leftarrow \text{from } (2)$$

$$* \text{ in } \rightarrow (1) \Rightarrow q_i = A_i \left(J_i - \frac{J_i - \varepsilon_i E b_i}{1 - \varepsilon_i} \right)$$

MICRO

$$q_{r_i} = A_i \frac{J_i - J_i \varepsilon_i - J_i + \varepsilon_i E b_i}{1-\varepsilon_i}$$

$$q_{r_i} = A_i \left(\frac{\varepsilon_i E b_i - \varepsilon_i J_i}{1-\varepsilon_i} \right) = \frac{E b_i - J_i}{\frac{1-\varepsilon_i}{A_i \cdot \varepsilon_i}}$$

$$\boxed{q_{r_{i\,net}} = \frac{E b_i - J_i}{\frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i A_i}}}$$

رابطه نهایی برای محاسبه q_r بار اجسام خاکستری

از این رابطه می‌توان فهمید که جسم در حال گرم شدن است یا سرد شدن.

مقاومت تشعشعی سطحی: میتوان رابطه $\frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i A_i}$ را بعنوان مقاومت معرفی کرد که جزء مقاومت درونی جسم محسوب می‌شود.

پتانسیل رادش: می‌توان رابطه $E b_i - J_i$ را بعنوان پتانسیل رادش درنظر گرفت

$$\boxed{I = \frac{V}{R}} \Rightarrow \boxed{I \equiv q_{r_i}}$$

$V \equiv$ پتانسیل رادش

$R \equiv$ مقاومت تشعشعی سطحی

مقاومت مربوط به تبادل تشعشع بین سطوح:

$$\boxed{A_i G_i = \sum_{j=1}^{N} F_{ji} A_j J_j}$$

تشعشع ورودی بر جسم $= A_i G_i$

مجموع تشعشع خروجی از اجسام مختلف در ضریب شکل بین جسم و اجسام احاطه کننده آن $= F_{ji} A_j J_j$

$$\cancel{A_i}\, G_i = \sum_{j=1}^{N} F_{ij} A_i J_j = \cancel{A_i} \sum_{j=1}^{N} F_{ij} J_j$$

$$\boxed{G_i = \sum_{j=1}^{N} F_{ij} J_j}$$

$$q_i = A_i \left(J_i - G_i \right)$$ رابطه شماره (1)

$$q_i = A_i \left(J_i - \sum_{j=1}^{N} F_{ij} J_j \right)$$

$$q_i = A_i \left(\sum_{j=1}^{N} F_{ij} J_i - \sum_{j=1}^{N} F_{ij} J_j \right) =$$

$$\boxed{q_i = \sum_{j=1}^{N} A_i F_{ij} \left(J_i - J_j \right)}$$

$J_i - J_j =$ پتانسیل رانش

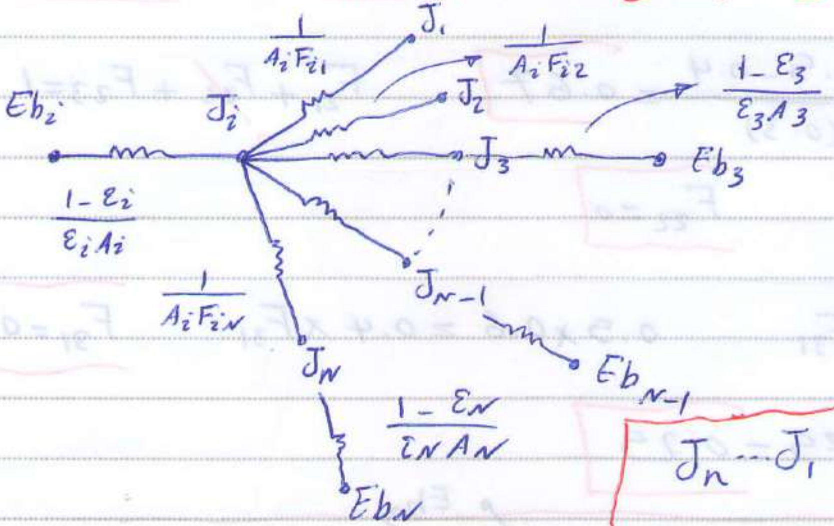
$(A_i F_{ij})^{-1} =$ مقاومت هندسی

Subject : Date

روابط نهایی: #

$$\underbrace{\frac{Eb_i - J_i}{\frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i A_i}}}_{\text{داخل جسم}} = \underbrace{\sum_{j=1}^{N} \frac{J_i - J_j}{(A_i F_{ij})^{-1}}}_{\text{تبادل سطوح}} = \underbrace{q_{i_{net}}}_{net}$$

ترسیم مقاومت‌ها برای جسم مطرح شده در ابتدای جلسه:

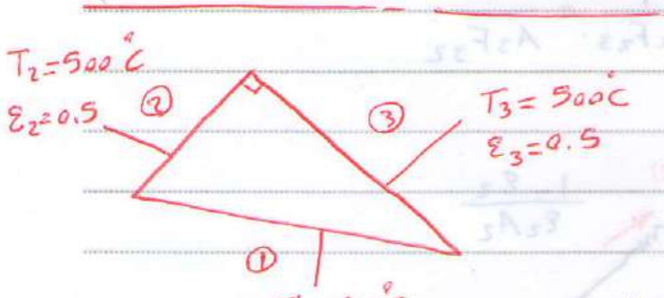


مجهولات: $J_1 \dots J_N$ سطوح

هدف اصلی پیدا کردن $J_1 \dots J_n$ است.

بعد از محاسبهٔ J ها از رابطهٔ # استفاده می‌کنیم و q_i ها را بدست می‌آوریم.

مثال: در شکل مقابل ۳ تا سطح داریم با خصوصیات دمایی و فرض مطرح شده:



$A_1 = 0.5$ m (واحد طول)

$A_2 = 0.3$ m $\quad A_3 = 0.4$ m

سه جزء داریم بنابراین رابطهٔ زیر را می‌نویسیم:

$$\frac{n\times(n-1)}{2} = \frac{3\times 2}{2} = 3$$

Subject : Date ....

نرخ انتقال حرارت تشعشعی به سطح یک با فرض خاکستری بودن و دیفیوز بودن تمام سطوح بدست آورید:

با توجه به شکل مسئله از جدول 13-1 استفاده می‌کنیم و روابط موجود را می‌نویسیم:

$$F_{ij} = \frac{W_i + W_j - W_k}{2W_i} \qquad F_{12} = \frac{0.5 + 0.3 - 0.4}{2(0.5)} = \boxed{0.4}$$

$$F_{12} + \cancel{F_{11}}^{\,0} + F_{13} = 1 \qquad F_{13} = \boxed{0.6} \qquad \boxed{F_{11} = 0}$$

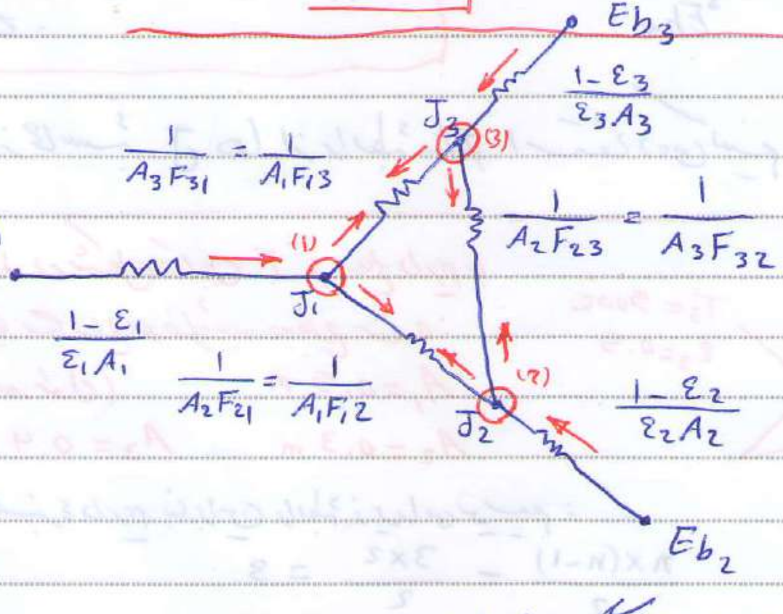
$$F_{21} = \frac{0.3 + 0.5 - 0.4}{2(0.3)} = \boxed{0.67} \qquad F_{21} + \cancel{F_{22}}^{\,0} + F_{23} = 1$$

$$\boxed{F_{23} = 0.33} \qquad \boxed{F_{22} = 0}$$

$$A_1 F_{13} = A_3 F_{31} \qquad 0.5 \times 0.6 = 0.4 \times F_{31} \qquad \boxed{F_{31} = 0.75}$$

$$\boxed{F_{32} = 1 - 0.75 = 0.25}$$

ترسیم مدار:



برای حل مدار باید معادله را برای گره ها بنویسیم.

ورودی به هر کره را در نظر می‌گیریم که در هر کره به دو مسیر می‌رود؛ روابط را اینگونه می‌نویسیم:

$$(1)\quad \frac{Eb_1 - J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1}} = \frac{J_1 - J_2}{\frac{1}{A_1 F_{12}}} + \frac{J_1 - J_3}{\frac{1}{A_1 F_{13}}} = q_{1_{net}}$$

$$(2)\quad \frac{Eb_2 - J_2}{\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} = \frac{J_2 - J_3}{\frac{1}{A_2 F_{23}}} + \frac{J_2 - J_1}{\frac{1}{A_1 F_{12}}} = q_{2_{net}}$$

$$(3)\quad \frac{Eb_3 - J_3}{\frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 A_3}} = \frac{J_3 - J_1}{\frac{1}{A_1 F_{13}}} + \frac{J_3 - J_2}{\frac{1}{A_2 F_{23}}} = q_{3_{net}}$$

به سه معادله سه مجهول رسیدیم و مجهولات عبارتند از J_1، J_2، J_3:

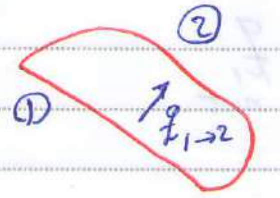
معادلات را برحسب J_1، J_2 و J_3 می‌نویسیم:

$$\begin{cases} J_1 = (1-\varepsilon_1)(F_{12}J_2 + F_{13}J_3) + \varepsilon_1 \sigma T_1^4 \\ J_2 = (1-\varepsilon_2)(F_{21}J_1 + F_{23}J_3) + \varepsilon_2 \sigma T_2^4 \\ J_3 = (1-\varepsilon_3)(F_{31}J_1 + F_{32}J_2) + \varepsilon_3 \sigma T_3^4 \end{cases}$$

Subject : Date ....

جلسه هفتم: سه شنبه: 91,8,23

مثال:



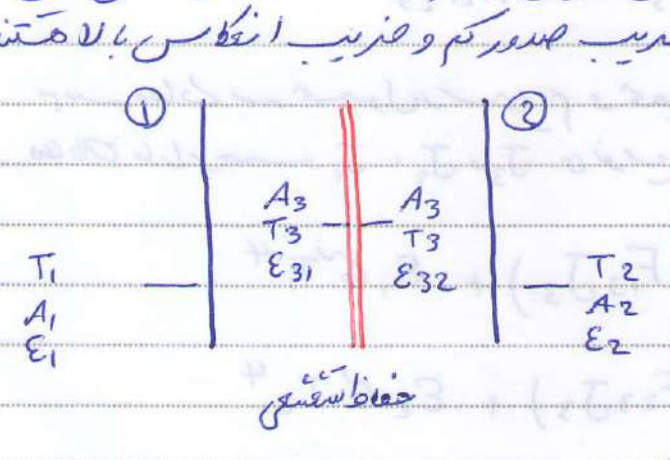
$$q_{12}\longrightarrow$$

$$q_1 \longrightarrow E_{b_1} \underset{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1}}{\text{---}} J_1 \underset{\frac{1}{A_1F_{12}}}{\text{---}} J_2 \underset{\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}{\text{---}} E_{b_2} \longrightarrow -q_2$$

$$\frac{E_{b_1}-J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1}} = \frac{J_2-J_1}{\frac{1}{A_1F_{12}}} = \frac{E_{b_2}-J_2}{\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$

حفاظ های تشعشعی (Radiation shield):

اگر دو سطح داشته باشیم که با هم تبادل حرارتی انجام می دهند، با قرار دادن این حفاظ ها بین سطوح مورد نظر که با ضریب صدور کم و ضریب انعکاس بالا هستند قرار می گیرند.



امکان دارد ضریب صدور و انعکاس در دو طرف حفاظ ها متفاوت باشد. یعنی ε_{31} با ε_{32} متفاوت هستند.

چون جسم نسبت یک black body تشعشع خالص داریم:

$$E_{b_1} \underset{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1}}{\text{---}} J_1 \underset{\frac{1}{A_1F_{13}}}{\text{---}} J_3 \underset{\frac{1-\varepsilon_{31}}{\varepsilon_{31} A_3}}{\text{---}} E_{b_3} \underset{\frac{1-\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{32} A_3}}{\text{---}} J_3 \underset{\frac{1}{A_3F_{32}}}{\text{---}} J_2 \underset{\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}{\text{---}} E_{b_2}$$

عایق ها از خود تشعشع عبور نمی دهند در حالی که حفاظ ها قدرت تشعشع را کم کرده سپس مقداری را از خود عبور می دهند.

Subject : Date

$$\frac{q}{} = \frac{E_{b_1} - E_{b_2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{13}} + \underset{*}{\frac{1-\varepsilon_{31}}{\varepsilon_{31} A_3}} + \underset{*}{\frac{1-\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{32} A_3}} + \frac{1}{A_3 F_{32}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$

از آنجایی که حفاظ‌ها یا شیلدها ضریب صدور کمی دارند:

$$\boxed{\varepsilon_{31} \simeq \varepsilon_{32} \ll \varepsilon_1 \ \& \ \varepsilon_2}$$

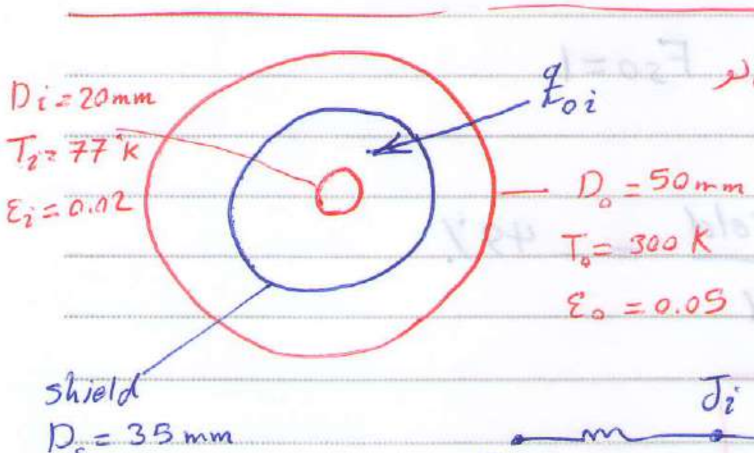
چون ε_{32} و ε_{31} بسیار کوچک هستند می‌توان صورت عبارت‌های * را تقریبا برابر یک در نظر گرفت. و چون ترم‌های ε_{32} و ε_{31} در مخرج هستند عبارت‌های * را بسیار بزرگ می‌کند به اندازه‌ای که می‌توان از باقی ترم‌ها صرف نظر کرد.

q_{shield} مقدار شعشع منتقل شده در حالت همراه با حفاظ

$q_{no\ shield}$ " " بدون حفاظ

$$\boxed{\frac{q_{shield}}{q_{no\ shield}} = \frac{1}{N+1}}$$

مثال: مقدار انتقال حرارت بین دو لوله چقدر است؟
مقدار انتقال حرارت لوله‌ها با وجود q_{shield}



$$E_{b_i} \xrightarrow{\frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i A_i}} J_i \xrightarrow{\frac{1}{A_i F_{io}}} J_o \xrightarrow{\frac{1-\varepsilon_o}{\varepsilon_o A_o}} E_{b_o}$$

$$\frac{q}{L_{oi}} = \frac{\overset{\sigma T_o^4}{Eb_o} - \overset{\sigma T_i^4}{Eb_i}}{\frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i \underset{\pi D_i L}{A_i}} + \frac{1}{A_i F_{io}} + \frac{1-\varepsilon_o}{\varepsilon_o \underset{\pi D_o L}{A_o}}}$$

طول را واحد در نظر می‌گیریم.

$F_{ii} = 0 \longrightarrow \cancel{F_{ii}} + F_{io} = 1 \qquad \boxed{F_{io} = 1}$

با عایق‌کاری داریم :

$$\boxed{\frac{q}{L} = 0.501 \ \frac{W}{m}}$$

حتماً با shield :

$$Eb_i \quad \frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i A_i} \quad \frac{1}{A_i F_{is}} \quad \frac{1-\varepsilon_s}{\varepsilon_s A_s} \quad \frac{1-\varepsilon_s}{\varepsilon_s A_s} \quad \frac{1}{A_s F_{so}} \quad \frac{1-\varepsilon_o}{\varepsilon_o A_o} \quad Eb_o$$

در این حالت ضریب صدور در طرفین shield برابر است.

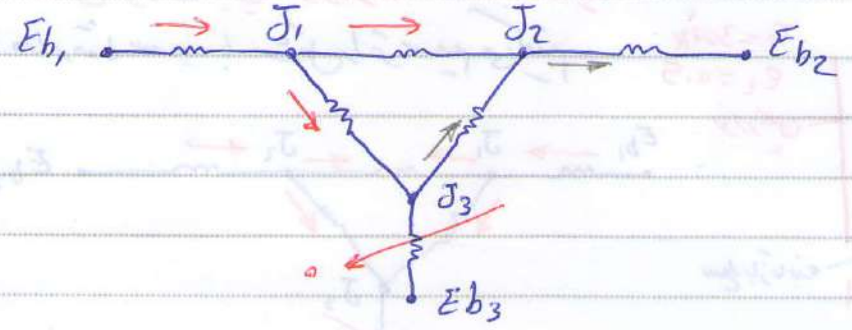
$F_{is} + \cancel{F_{ii}} = 1 \qquad F_{is} = 1$

$\cancel{F_{ss}} + F_{so} = 1 \qquad F_{so} = 1$

$$\frac{\frac{q}{L}_{shield} - \frac{q}{L}_{no\ shield}}{\frac{q}{L}_{no\ shield}} = -49\%$$

$$\boxed{\frac{q}{L} = 0.251 \ \frac{W}{m}}$$

سطح بازتابنده: این سطح بعنوان عایق تشعشع عمل می‌کند یعنی چیزی را از خود عبور نمی‌دهد. و انتقال حرارت تشعشعی در این سطوح صفر است.

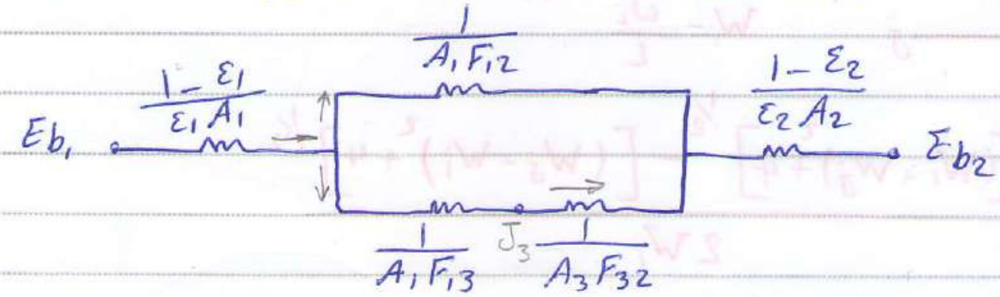


حال می‌گوییم اگر سطح سوم سطحی بازتابنده باشد آنگاه:

به عبارتی می‌توان سطح بازتابنده را سطح (جسم) سیاه هم در نظر گرفت.

$$\boxed{G_3 = J_3 = E_{b_3}}$$

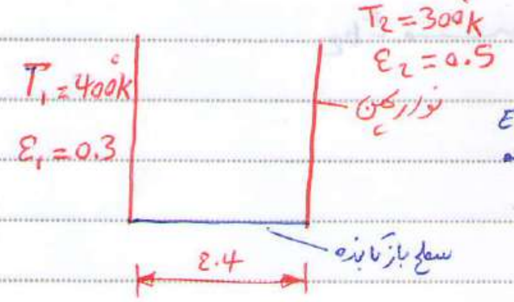
با صفر شدن انتقال برای سطح سوم مدار موازی خواهیم داشت:

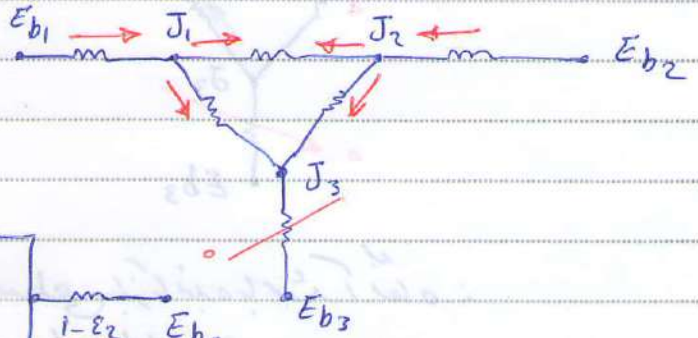


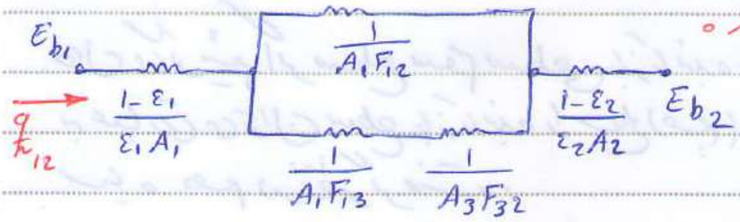
$$\boxed{\frac{q}{h} = \frac{E_{b_1} - E_{b_2}}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \dfrac{1}{\dfrac{1}{\dfrac{1}{A_1 F_{12}}} + \dfrac{1}{\dfrac{1}{A_1 F_{13}} + \dfrac{1}{A_3 F_{32}}}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A}}}$$

جلسهٔ هشتم: سه شنبه، 91/8/30

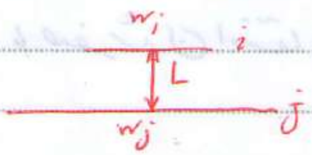
مثال: دو نوار بلند به طول یک متر و فاصلهٔ (2.4 m) روبروی یکدیگر قرار گرفته اند.
مقدار انتقال حرارت بین دو نوار را محاسبه نمائید:
ابتدا مدار متناسب با شکل را ترسیم می کنیم:







ابتدا ضریب شکل ها را حساب می کنیم:



$W_i = \frac{\omega_i}{L}$

$$F_{ij} = \frac{\left[(W_i+W_j)^2+4\right]^{1/2} - \left[(W_j-W_i)^2+4\right]^{1/2}}{2W_i}$$

$W_1 = W_2 = \frac{1}{2.4}$

$F_{12} = 0.2 = F_{21}$ $\qquad F_{13} = 0.8$ $\qquad F_{11} = 0$

$F_{22} = 0$ $\qquad F_{23} = 0.8$

Subject :   Date

از روش گره ها استفاده می کنیم:

$$(1)\quad \frac{E_{b_1} - J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1}} = \frac{J_1 - J_2}{\frac{1}{A_1 F_{12}}} + \frac{J_1 - J_3}{\frac{1}{A_1 F_{13}}}$$

$$(2)\quad \frac{E_{b_2} - J_2}{\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} = \frac{J_2 - J_1}{\frac{1}{A_2 F_{21}}} + \frac{J_2 - J_3}{\frac{1}{A_3 F_{32}}}$$

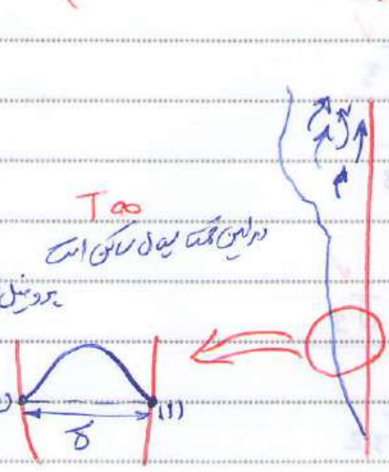
$$(3)\quad E_{b_3} = J_3 = \sigma T_3^{\,4} = 221.5\ \frac{W}{m^2 \cdot k}$$

چون سطح باز مانده است
$E_{b_3} = J_3$

Subject : Date

فصل ششم: سیستم‌های جابجایی جریان آزاد (Free convection)

یک دیوار داریم با دمای T_w و یک سیال با دمای T_∞ در کنار دیوار وجود دارد. فرض می‌کنیم $T_w > T_\infty$. یعنی سیال در حال گرم شدن است . و سیال بواسطه‌ی گرم شدن به سمت بالا حرکت می‌کند و در حین حرکت افزایش حجم هم انجام می‌دهد که در نزدیکی سطح دیوار تشکیل لایه مرزی را می‌دهد و تا حدی می‌توانند پیش بروند که جریان آشفته نیز بوجود آید.



Boundary Layer

(1) سرعت در این نقطه هم سرعت با دیوار یعنی صفر است.

(2) چون سیال ساکن است در جدار لایه مرزی هم سرعت صفر است.

فرضیات: I) سیالات ما تراکم ناپذیر هستند: — Incompressible

سیالات تراکم پذیر، سیالاتی هستند که سرعت ماخ در آنها بزرگتر از 0.3 باشد. $\boxed{mach > 0.3}$

معادله بقای جرم

$$\cancel{\frac{\partial \rho}{\partial t}}_{0} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) = 0 \qquad \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) = 0$$

— momentum

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{\partial P}{\partial x} - \rho g + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

شناوری: $\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho_\infty g$

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = g(\rho_\infty - \rho) + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

Subject :   Date

ضریب انبساط حجمی:

$$\beta = \frac{\rho_\infty - \rho}{\rho (T - T_\infty)} = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)\Big|_{P=cons}$$

$$\boxed{\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = g\rho\beta(T - T_\infty) + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}}$$

معادله مومنتم تکمیلی

معادله مومنتم را نوشتیم، پس از قانون شناوری کمک گرفتیم، در ادامه نیز ضریب انبساط حجمی را بکار بردیم تا شکل نهایی معادله مومنتم را بدست آوردیم.

محاسبه β : (ضریب انبساط حجمی):

اگر گاز کامل باشد ⇐ $\boxed{\beta = \frac{1}{T}}$ T = دمای مطلق گاز (°K)

برای هر سیال خاص دیگر ⇐ $\boxed{\text{از جدول}}$

معادله انرژی:

$$\rho\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right) = k\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

با استفاده از معادله مومنتم و معادله انرژی شرایط مرزی را می‌نویسیم:

شرایط مرزی (Boundary Condition)

$$B.C.\begin{cases} y=0 & T=T_W & u=0 \\ y=\delta & T=T_\infty & u=0 \\ y=\delta & \dfrac{\partial T}{\partial y}=0 & \dfrac{\partial u}{\partial y}=0 \end{cases}$$

Subject :   Date

(1) $$\boxed{\frac{\delta}{x} = 3.93\, Pr^{-1/2}\, (0.952 + Pr)^{1/4} \cdot Gr_x^{-1/4}}$$

$$\boxed{Gr_x = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_W - T_\infty) \cdot x^3}{\nu^2}}$$

عدد گراشف $= Gr$

مقیاس طولی $= x$

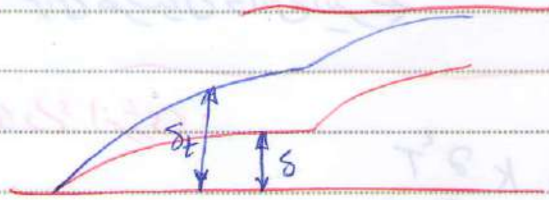
$\nu \Leftarrow$ $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ نسبت نیروهای شناوری به نفوذ جرمی

عدد پرانتل:

$$\boxed{Pr = \frac{\nu}{\alpha}}$$

نسبت نفوذ جرمی به نفوذ حرارتی $\Leftarrow$

$\alpha =$ ضریب نفوذ حرارتی $$\boxed{\alpha = \frac{K}{\rho C_p}}$$



if $\begin{cases} Pr > 1 & \delta > \delta_t \\ Pr < 1 & \delta_t > \delta \end{cases}$

* عدد پرانتل برای قطرات مایع بسیار کم است. بنابراین میزان نفوذ حرارتی در آنها بالاتر است.

(2) $$\boxed{Nu_x = \frac{h \cdot x}{K}}$$

$K =$ ضریب انتقال حرارت هدایتی سیال

$$(2)\quad \boxed{Nu_x = \frac{h.x}{k} = 0.508 \times Pr^{1/2} \times (0.952 + Pr)^{-1/4} \cdot Gr_x^{1/4}}$$

$$(3)\quad \boxed{q_w = -kA\frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{y=0} = hA(T_w - T_\infty)}$$

از رابطه‌ی (2) h را بدست می‌آوریم و از رابطه‌ی (3) q_w را محاسبه می‌کنیم.

با استفاده از معادله‌ی بقای جرم، معادله‌ی مومنتم و معادله‌ی انرژی روابط شرایط مرزی را نوشتیم و با جمع بندی به رابطه‌ی (1) رسیدیم. با وارد کردن رابطه‌ی نوسلت به رابطه‌ی (2) رسیدیم که با استفاده از این رابطه h را می‌توانیم بدست آوریم. با جایگذاری h در رابطه‌ی (3)، q_w را می‌توان محاسبه کرد.

نکته: در سیالات معیار آرام یا توربولنت بودن جریان عدد رینولدز می‌باشد.

$$\boxed{Re = \frac{\rho u x}{\mu}}$$

$\rho u x$ → نیروهای تحرکی

μ → نیروهای لزجت

برای لایه های مرزی جریانی

در انتقال حرارت و برای لایه های مرزی حرارتی معیار آرام یا توربولنت بودن جریان عدد گراشف می‌باشد:

$$Gr_x = \frac{g.\beta(T_w - T_\infty)x}{\nu^2}$$

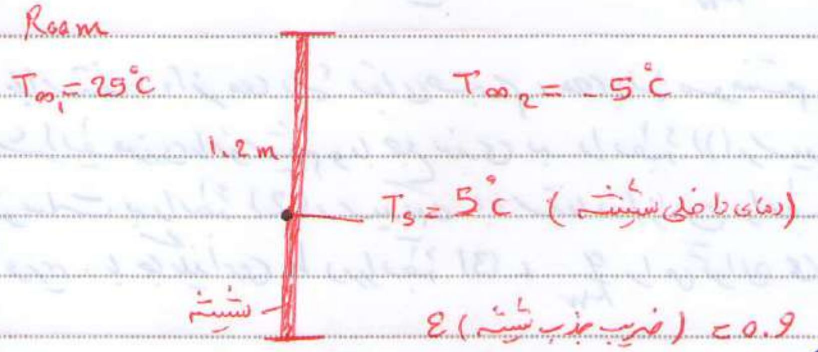
بنابراین: $Gr_{crit} = 4\times10^8$ برای صفحات عمودی ـ هوا

$Gr_{crit} = 10^8 \sim 10^9$ " عمودی ـ سیال غیر از هوا

Subject :   Date

جلسه پنجم : سه شنبه : 91/9/14

مثال : یک پنجره شیشه‌ای در معرض انتقال حرارت جابجایی نشان داده شده در شکل زیر قرار دارد. با ثابت فرض کردن توزیع دما درداخل جسم شیشه پنجره (steady state) مقدار انتقال حرارت کلی از اتاق به بیرون را که خارج شده است محاسبه کنید. (انتقال حرارت تشعشعی را هم مدنظر قرار دهید) (عرض پنجره 2m است)



ابتدا باید دمای فیلم را حساب کنیم:

$$T_f\,(\text{دمای فیلم}) = \frac{T_s + T_\infty}{2} = \frac{5+25}{2} = \boxed{15°C}$$

خواص هوا از جدول $\Rightarrow$
$$\begin{cases} K = 0.02476\ \frac{W}{mK} \\ \nu = 1.470 \times 10^{-5}\ m^2/s \\ P_r = 0.7323 \end{cases}$$

$$\beta = \frac{1}{T_{f_1}} = \frac{1}{15+273.15} = 0.003472$$

(بر حسب کلوین)

عدد رایلی را حساب می‌کنیم:

$$Ra = \frac{g\beta(T_\infty - T_s)L^3}{\nu^2} \cdot P_r = \frac{9.81 \times 0.003472 \times (25-5) \times 1.2^3}{(1.470 \times 10^{-5})^2} \times 0.73$$

$$\boxed{Ra = 3.989 \times 10^9}$$

MICRO®

Subject :   Date

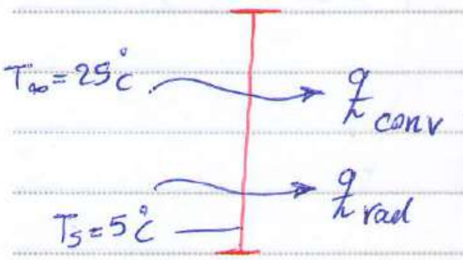
اینک با توجه به عدد Ra بدست آمده باید یک رابطه را انتخاب کنیم:

* صفحهٔ عمودی داریم، دما ثابت است و عدد رایلی (Ra) هم مشخص است و با توجه به بازهٔ عدد Ra رابطهٔ 9 را انتخاب می‌کنیم:

$$Nu_{L} = 0.1\,(Ra)^{1/3} = 0.1\,(3.989\times10^{9})^{1/3} = \boxed{158.6}$$

$$h = \frac{K}{L}\,Nu = \frac{0.02476}{1.2}\times158.6 = \boxed{3.27}\ \frac{W}{m^2\,{}^\circ K}$$

$$\boxed{A_s = 1.2\times2 = 2.4\ m^2}$$ مساحت پنجره



$$\boxed{q''_{tot} = q''_{conv} + q''_{rad}}$$

$$q''_{tot} = h.A_s(T_\infty - T_{s_1}) + \varepsilon\sigma A_s(T_\infty^4 - T_s^4)$$

$$q''_{tot} = (3.27)(2.4)(T_\infty - T_{s_1}) + \varepsilon\sigma A_s(T_\infty^4 - T_s^4) = 387.95$$

422.2

391.65

تمرین: با فرض ضخامت شیشه (6mm) و $K_{شیشه} = 0.78$ باشد؛ دمای بیرونی شیشه را حساب کنید و باقی روابط را ادامه دهید.

$$q'' = K\,\frac{T_1 - T_2}{L} \Rightarrow 387.95 = (0.78)\left(\frac{5 - T_2}{0.006}\right)$$

$$\boxed{T_2 = 2\,^\circ C}$$

Subject : Date

$T_f = \frac{2+(-5)}{2} = -\frac{3}{2} = -1.5\ ^\circ C$ ⇐ مطابق (5.6)

$\beta = \frac{1}{T_f} = \frac{1}{-1.5+273.15} = 0.003681$

$K = 24.03 \times 10^{-3}\ W/m\,K$ ⇐ خواص هوا از جدول

$\nu = 13.36 \times 10^{-6}\ m^2/s \qquad P_r = 0.714$

اینبار عدد رایلی را حساب می‌کنیم:

$$Ra = \frac{g\beta (T_s - T_\infty) L^3}{\nu^2} \cdot P_r = \frac{9 \times 0.003681 (2-(-5)) \times 1.2^3}{(13.36 \times 10^{-6})^2} \times 0.714$$

$Ra = 1.747 \times 10^9$

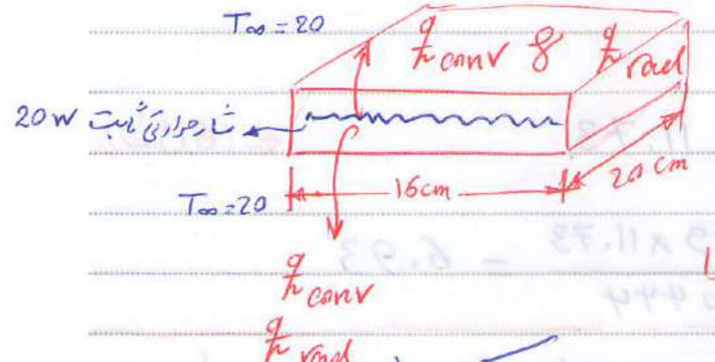
$Nu_f = 0.1 (Ra)^{1/3} = 120.4$

$$h = \frac{K}{L} Nu = \frac{24.03 \times 10^{-3}}{1.2} \times 120.4 = 2.41$$

(53)

Subject : Date

مثال : صفحه‌ای را بطول (16cm) درنظر بگیریم که انتقال حرارت هم از بالا و هم از سطح پایین انجام می‌گیرد. دقت را نیز شرح را نیز تستفر تیک درنظر بگیرید.



سیال: air & $T_\infty = 20°C$

سیال در دو طرف صفحه ساکن است.

مقدار انتقال حرارت خارج شده از جسم را محاسبه کنید؟

دمای جسم را ندادیم، بنابراین دمای فیلم را نمی‌توان محاسبه کرد. بنابراین باید از حدس و خطا استفاده کنیم.

* دمای کل جسم را یکی می‌گیریم و برابر $T_s = 50°C$ درنظر می‌گیریم.

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2} = 35°C$$

با استفاده از جدول $\Rightarrow$ $k = 0.02625 \ W/m°K$

$$\nu = 1.655 \times 10^{-5} \quad \& \quad P_r = 0.7268$$

$$\beta = \frac{1}{T_f} = \frac{1}{35 + 273.15} = 0.003247 \ K^{-1}$$

$$L_c = \frac{A_c}{P} = \frac{0.16 \times 0.2}{2[0.16 + 0.2]} = 0.0444 \ m$$

$$R_a = \frac{g\beta (T_s - T_\infty) L_c^3}{\nu^2} \cdot P_r =$$

$$\frac{(9.81)(0.003247)(50-20)(0.0444)^3}{(1.655 \times 10^{-5})^2} \times 0.7268 = 221942.45$$

MICRO

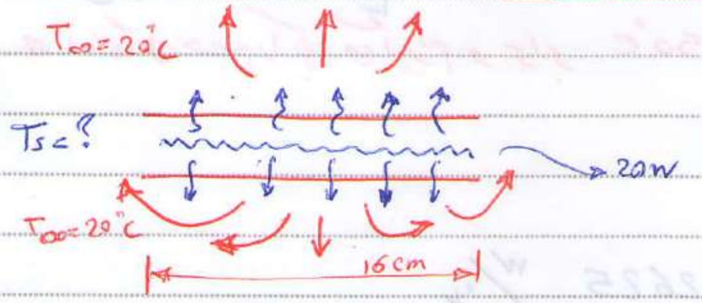
چون برای صفحه‌ای که گرم با شدو سیال در بالای آن و دما ثابت باشد در جدول رابطه‌ای که دمای نداریم مجبوریم از ضرایب C و m استفاده کنیم. بنابراین

$$Nu = 0.54\,Ra^{0.25} = 11.73$$ رابطه (6) ⇐

$$h = \frac{k \cdot Nu}{L_c} = \frac{0.02629 \times 11.73}{0.0444} = 6.93$$

جلسه دهم: سه‌شنبه؛ 91/9/21

ادامه جواب مثال قبل:



(فرض) $T_w = T_s = 50^\circ C = 323.15\ ^\circ K$

$$T_f = \frac{50+20}{2} = 35^\circ C = 308.15\ ^\circ K$$

$$\beta = \frac{1}{T_f} = \frac{1}{35+273.15} = 0.003247\,K^{-1}$$

چون شار ثابت است و صفحه افقی از رابطه 19 استفاده می‌کنیم:

$$Nu = 0.13\,(\underbrace{Gr_L \cdot P_r}_{221942.45})^{1/3} = 7.87$$

$$h = \frac{k}{L_c}\,Nu = \frac{0.02625}{0.0444} \times 7.87 = 4.65$$

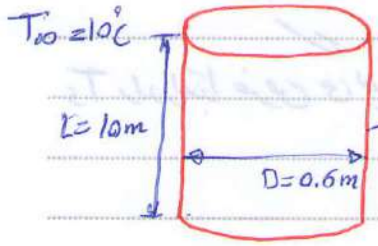
Subject : Date

(1) $Q_{Loss-top} = h \times A \times (T_s - T_\infty)$

هدر رفته از بالا

$Q = 4.65 \times 0.16 \times 0.2 (50 - 20) = 4.464$

مثال: استوانه‌ای با مشخصات داده شده با مشخصات دمای محیط داده شده است. مقدار انتقال حرارت را محاسبه کنید.



سیال در اطراف استوانه ساکن است به همین خاطر از مباحث جابجایی آزاد استفاده می‌کنیم.

$q = ?$

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2} = 25°C$$

جدول $\{ K = 0.02551 \quad \frac{\mu}{\rho} = \nu = 1.562 \times 10^{-5} \quad P_r = 0.7296 \}$

$$\beta = \frac{1}{T_f} = \frac{1}{25 + 273.15} = 0.003356$$

$$R_a = \frac{g\beta (T_s - T_\infty) L^3}{\nu^2} . P_r = \frac{9.81 \times 0.003356 (40-10) \times 10^3}{(1.562 \times 10^{-5})^2}$$

$$\boxed{R_a = 2.953 \times 10^{12}}$$

با توجه به رایلی بدست آمده و روابط داده شده مربوط به استوانه‌ها رابطه 9 را انتخاب می‌کنیم.

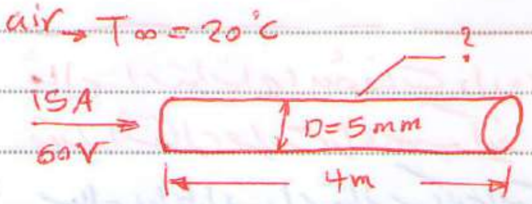
$$Nu_f = 0.1 (Gr . P_r)^{1/3} = 0.1 \, Ra^{1/3} = 1435$$

Subject : Date

$$h = \frac{k\,Nu}{LC} = \frac{0.02551 \times 1435}{10} = \boxed{3.66 \ \frac{W}{m^2\,°C}}$$

$$Q = h.A.\Delta T = 3.66 \times \pi D L \times (T_s - T_\infty) = \boxed{2070\ W}$$

مثال: در سیم شکل روبرو جریان برق با 15 آمپر و 60V عبور می‌کند. دمای سطح سیم را (؟) حساب کنید.



T_s را در ابتدا فرض می‌کنیم ⇐

$(فرض)\ T_s = 100°C$

$$T_f = \frac{100+20}{2} = 60°C$$

جدول
$$\begin{cases} k = 0.02808 \\ \nu = 1.896 \times 10^{-5} \\ P_r = 0.7202 \end{cases}$$

$$\beta = \frac{1}{60+273.15} = 0.003003\ K^{-1}$$

Lc = طول مشخصه همیشه در امتداد شتاب جاذبه است لذا برای لوله (افقی) طول مشخصه قطر می‌شود و برای استوانه (لوله) عمودی طول مشخصه طول استوانه می‌شود.

$$L_c = D = 5\ mm$$

$$R_a = \frac{g\beta (T_s - T_\infty) D^3}{\nu^2} . P_r$$

Subject : Date

$$R_a = \frac{9.81 \times 0.003003 \times (100-20)(5\times 10^{-3})^3}{(1.896 \times 10^{-5})^2} \times 0.7202$$

$$R_a = 590.2$$

برای محاسبهٔ Nu باید از جدول استفاده کنیم. هم می‌توان از رابطهٔ 15 استفاده کرد و هم از رابطهٔ 16.

$$Nu = 0.6 + \frac{0.387\, Ra^{1/6}}{\left\{\left[1+\left(\frac{0.559}{P_r}\right)^{9/16}\right]^{4/9}\right\}^{1/6}} = 2.346$$

$$h = \frac{k}{D} Nu = 13.17 \ \frac{W}{m^2\,°C} \quad \& \quad A_s = \pi D L = 0.06283 \ m^2$$

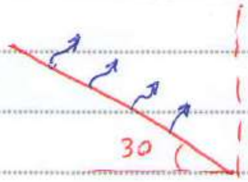
$$\dot{Q}_{electri} = h.A.(T_s - 20)$$

$$(wat)\ VI = 60 \times 1.5 = 13.17 \times 0.06283 \times (T_s - 20)$$

$$\boxed{T_s = 128.8\ °C} \qquad \boxed{RI^2 = \frac{V}{I} \times I^2 = VI}$$

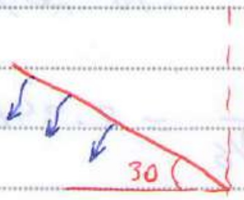
با این T_s بدست آمده بار دیگر باید حل را ادامه دهیم.

محاسبه θ برای سطوح شیبدار که تحت جابجایی آزاد قرار می‌گیرند.



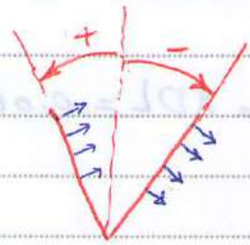
جهت انتقال حرارت سطح شیبدار به سمت بالا است. بنابراین:

$$\boxed{\theta = 60^\circ}$$



جهت انتقال حرارت سطح شیبدار به سمت پایین است. بنابراین:

$$\boxed{\theta = -60^\circ}$$



حالت کلی

میعان (چگالش): دو نوع است $\begin{cases} \text{قطره‌ای} \\ \text{فیلمی} \end{cases}$

T_w هر چه کوچکتر باشد میعان با سرعت بیشتری رخ می‌دهد و بخار زودتر به مایع تبدیل می‌شود.

جلسه یازدهم؛ سه‌شنبه؛ 91/9/28

(1)

ρ = چگالی مایع ρ_v = چگالی بخار $\rho - \rho_v$ = شناوری

Subject : Date

h_{fg} = آنتالپی نهان تبخیر L = مقیاس طول

c_p = ضریب انباشت حرارتی

اثر شناوری:

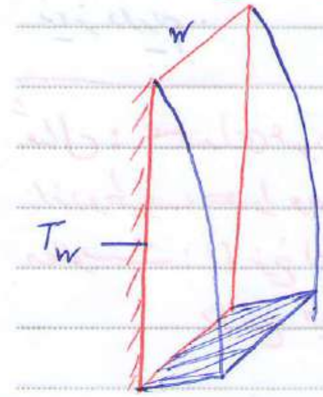
عدد جاکوب: $Ja = \dfrac{c_p \Delta T}{h_{fg}}$

عدد پرانتل: $Pr = \dfrac{\nu}{\alpha} = \dfrac{\mu/\rho}{\dfrac{k}{\rho c_p}} = \dfrac{\mu c_p}{k}$

عدد باند: $Bo = \dfrac{g(\rho-\rho_v)L^3}{\sigma}$

عدد نوسلت تابعی است از اعداد بی‌بعد بالا.

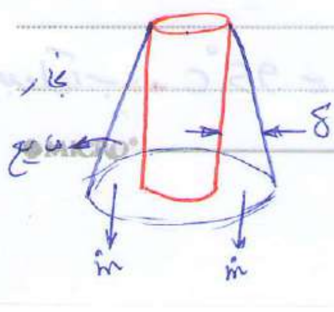
مثال: قطر هیدرولیکی فیلم مایع چگالیده شده و رینولدز جریان مایع را برای حالت زیر محاسبه نمائید.

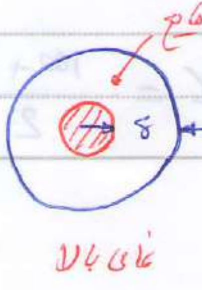


برای محاسبه رینولدز باید $\dot m$ را محاسبه کنیم و برای اینکار باید قطر هیدرولیکی را داشته باشیم.

برای صفحه عمود: $D_h = \dfrac{\overbrace{4A}^{\text{مساحت فیلم}}}{\underbrace{P}_{\text{محیط تر شده صفر}}} = \dfrac{4\times\delta\times W}{W} = 4\delta$

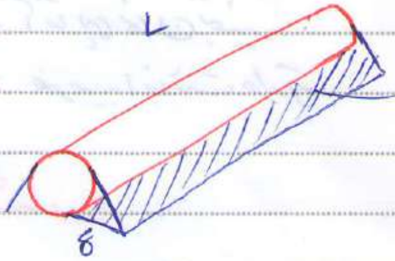
برای یک استوانه عمودی:





$D_h = \dfrac{4A}{P} = \dfrac{4\pi D\delta}{\pi D} = 4\delta$

استوانهٔ افقی:

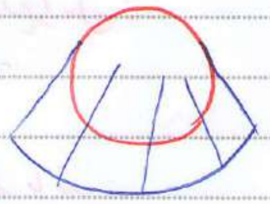


مساحت مقطع فیلم

$$D_h = \frac{4A}{P} = \frac{4 \times L \times \delta}{L} = 4\delta$$

برای محاسبهٔ محیط تر شده باید مقطعی را که مساحت فیلم را حساب کردیم برش بزنیم. سپس محیط تر شده را بصورت برش خورده محاسبه کنیم.

برای کره:



$$D_h = \frac{4A}{P} = \frac{4 \times \pi D \delta}{\pi D} = 4\delta$$

رینولدز را محاسبه می‌کنیم:

$$Re = \frac{\rho V D_h}{\mu} = \frac{4\delta \rho V}{\mu}$$

عدد Re را برای روابط بعدی نیاز داریم.

مثال: صفحه‌ای عمودی داریم با دمای $90°C$ که از دو طرف هوا وجود دارد:

مطلوبست: 1) نرخ انتقال حرارت به صفحه

2) نرخ تبدیل بخار به مایع

1atm
steam
$T_{sat} = 100°C$

$$T_f = \frac{T_{sat} + T_w}{2} = \frac{100 + 90}{2} = 95°C$$

جدول آب ← خواص فیلم ها آب (مایع)

$\rho = 961.5 \ \text{kg}/\text{m}^3$ $\qquad \mu = 0.297 \times 10^{-3}$

$\nu = 0.309 \times 10^{-6}$ $\qquad h_{fg} = 2257 \times 10^{3}$

$C_p = 4212 \ \text{J}/\text{kg}\,^\circ\text{C}$ $\qquad k = 0.677 \ \text{W}/\text{m}\,^\circ\text{C}$

نکته: قطعاً باید برحسب c باشد

$\rho_v = 0.6 \ \text{kg}/\text{m}^3$

پروفیل را غیرخطی فرض می‌کنیم:

$$h'_{fg} = h_{fg} + 0.68\, C\, (T_{sat} - T_w) =$$

$$2257 \times 10^3 + [0.68 \times 4212 \times (100 - 90)] = 2286 \times 10^3 \ \text{J}/\text{kg}$$

اینک رابطه شماره 9 را انتخاب می‌کنیم:

$$\bar{h} = 0.943 \left[\frac{\rho(\rho - \rho_v)\, g\, h_{fg}\, k_f^3}{L \mu_f (T_g - T_w)} \right]^{\frac{1}{4}} =$$

$$\bar{h} = 0.943 \left[\frac{961.5(961.5 - 0.6) \times 10 \times 2286 \times 10^3 \times 0.677^3}{3 \times 0.297 \times 10^{-3} \times (100 - 90)} \right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\boxed{\bar{h} = 5207 \ \text{W}/\text{m}^2\,^\circ\text{C}} \qquad \dot{Q} = h . A . (T_g - T_w)$$

2 ← چون در دو طرف تبادل حرارت دارد.

$$\dot{Q} = 5207 \times 8 \times 3 \times 2 \times (100 - 90) = 2499360 \ \text{J}/\text{s}$$

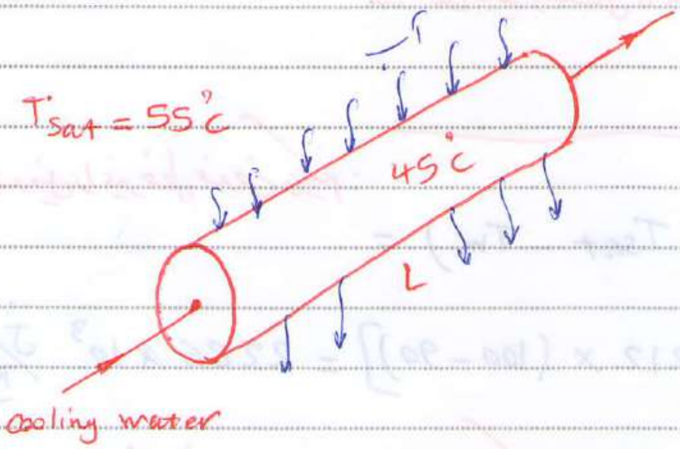
$$\boxed{\dot{Q} = 2.5 \ \text{MJ}/\text{s} = \text{MW}}$$

$$\dot{Q} = \dot{m}\, h_{fg}$$

مقدار آبی که کندانس می‌شود:

$$\boxed{\dot{m}_{conds} = \frac{2.5\ MJ}{2257\times10^{3}} = 1.09\ kg/s}$$

مثال: عبور آب سرد از داخل لوله نشان داده شده منجر به آن می‌گردد که دمای سطح لوله برابر (45°C) ثابت گردد. در صورتی که لوله را داخل محیطی از بخار آب با دمای اشباع (55°C) قرار دهیم مطلوبست: محاسبه طول لوله در صورتی که دبی جرمی آب چگالیده شده برابر $\dot{m}_{conds} = (10\ kg/h)$ باشد.



$$\dot{m}_{conds} = 10\ kg/h = \frac{10}{3600}\ kg/s$$

$$T_f = \frac{T_{sat} + T_w}{2} = \frac{55+45}{2} = 50°C$$

$\rho = 988.1$ $\qquad \mu = 0.547\times10^{-3}$

$\nu = 0.554\times10^{-6} = \mu/\rho$ $\qquad C_p = 4181$

$h_{fg} = 2371\times10^{3}\ J/kg$ $\qquad k = 0.644$

$\rho_v = 0.1045$

(63)

Subject : Date

$h'_{fg} = h_{fg} + 0.68 \times C (T_{sat} - T_s) =$

$= 2371 \times 10^3 + 0.68 \times 4181 \times (55 - 45) = 2399 \times 10^3 \, J/kg$

(11) رابطه ⇒

$$\bar{h} = 0.725 \left[\frac{\rho(\rho - \rho_v) g h_{fg} k_f^3}{d \mu_f (T_g - T_w)} \right]^{\frac{1}{4}} \boxed{= 10.135 \, \frac{w}{m^2 C}}$$

$\dot{Q} = m h_{fg} = \frac{10 \, kg}{1 \, h} \times \frac{1 \, h}{3600 \, s} \times 2371 \times 10^3 \boxed{= 6.664 \times 10^3 \, w}$

حرارتی که بابت میعان از بخار گرفته شده است.

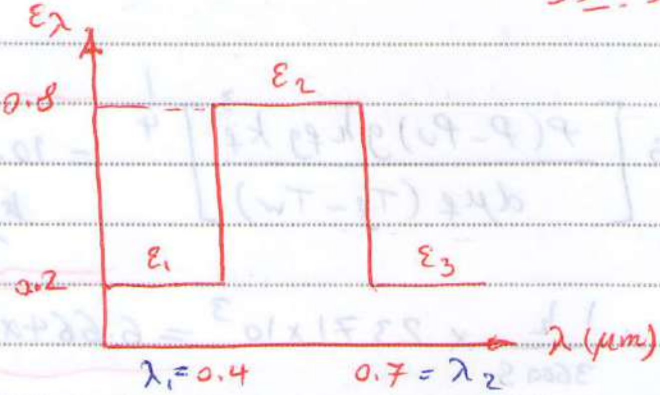
$\dot{Q} = h . A (T_{sat} - T_w) = (10.135) \times (2.54 \times 10^{-2}) \times L \times 10$

$\boxed{L =}$

Subject : Date

جلسهٔ دوازدهم: سه‌شنبه: 91,10,5

مثال: برای توزیع طیفی رسم شده، مقدار ضریب کلی نشر گروای را محاسبه نمایید. دمای جسم را (3000°K) در نظر بگیرید:



$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_\lambda d\lambda}{E_b} = \frac{\int_0^{0.4} \varepsilon_\lambda E_\lambda d\lambda}{E_b} + \frac{\int_{0.4}^{0.7} \varepsilon_\lambda E_\lambda d\lambda}{E_b} + \frac{\int_{0.7}^{\infty} \varepsilon_\lambda E_\lambda d\lambda}{E_b}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 F_{(0 \to 0.4\,\mu m)} + \varepsilon_2 F_{(0.4 \to 0.7\,\mu m)} + \varepsilon_3 F_{(0.7 \to \infty)}$$

$$\varepsilon = \overset{0.2}{\varepsilon_1} F_{(0 \to 0.4)} + \overset{0.8}{\varepsilon_2}\left(F_{0 \to 0.7} - F_{0 \to 0.4}\right) + \overset{0.2}{\varepsilon_3}\left(\underbrace{F_{0 \to \infty}}_{=1} - F_{0 \to 0.7}\right)$$

3000 °K

$\left.\begin{matrix} 0.4 \\ 0.7 \end{matrix}\right\} \to \lambda T$

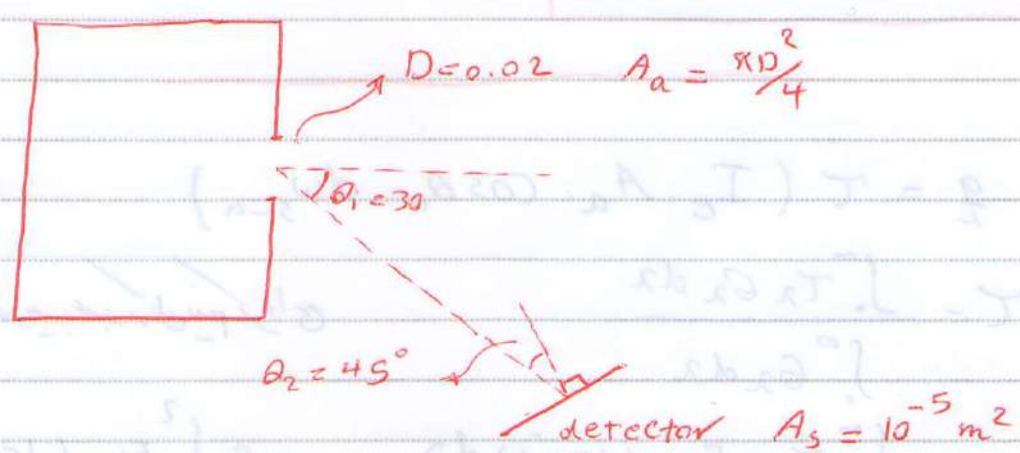
$\lambda T|_{\lambda = 0.4}$ $\quad F_{0 \to 0.4} = 0.0021$

$\lambda T|_{\lambda = 0.7}$ $\quad F_{0 \to 0.7} = 0.0838$

$$\boxed{\varepsilon = 0.249}$$

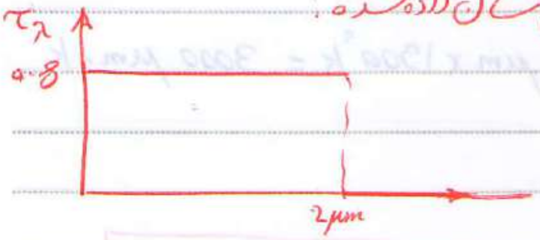
Subject : Date

مثال: کوره‌ای با دمای $(1500\,^\circ K)$ را در نظر بگیرید که روی جدار، پنجره‌ای وجود دارد که بتوان شعله را دید و همچنین دتکتوری وجود دارد که در صورت خاموشی شعله جریان گاز را قطع می‌کند.



الف) روزنه را بدون شیشه در نظر بگیرید:

ب) روزنه با شیشه‌ها فقط و ضریب عبور طیفی‌شان داده شده:



* تشعشع خروجی از جسم کوره را مانند تشعشع خروجی از جسم سیاه در نظر می‌گیریم (تشعشع خروجی نفوذی است)

الف)

$$\frac{q}{\pi} = I_e \cdot A_a \cdot \cos\theta_1\, d\omega_{s-a}$$

$$E_b(T_f) = \pi I_e \qquad I_e = \frac{E_b(T_f)}{\pi} = \frac{\sigma T_f^4}{\pi}$$

$$I_e = 5.67\times10^{-8}\times(1500^4)/\pi = 9.14\times10^4\ \frac{w}{m^2.sr}$$

$$d\omega_{s-a} = \frac{A_n}{r^2} = \frac{A_s\cos\theta_2}{r^2} = \frac{10^{-5}\times\cos45}{1^2} = 0.707\times10^{-5}\ sr$$

MICRO

Subject : Date

$$\frac{q}{h} = 9.14\times10^{4} \times \frac{\pi\times0.02^{2}}{4} \times \cos 30 \times 0.707\times10^{5}\ sr$$

$$\boxed{\frac{q}{h} = 1.76\times10^{-4}\ w}$$

ب)

$$\frac{q}{h} = \tau\left(I_e \cdot A_a \cdot \cos\theta_1 \cdot d\omega_{s-a}\right)$$

$$\tau = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda G_\lambda \, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda \, d\lambda}$$

τ = ضریب عبور کلی نیم کروای

$$\tau = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda \cdot E_{b,\lambda}(1500^\circ k)\, d\lambda}{E_b} = \frac{0.8\int_0^2 E_{b,\lambda}(1500^\circ k)\, d\lambda}{E_b}$$

چون جسم را سیاه در نظر گرفتیم تشعشع ورودی به دتکتور با تشعشع خروجی جسم سیاه برابر است.

$$\lambda T = 2\,\mu m \times 1500^\circ k = 3000\,\mu m.k$$

$$\tau = 0.8\times0.273 = 0.218$$

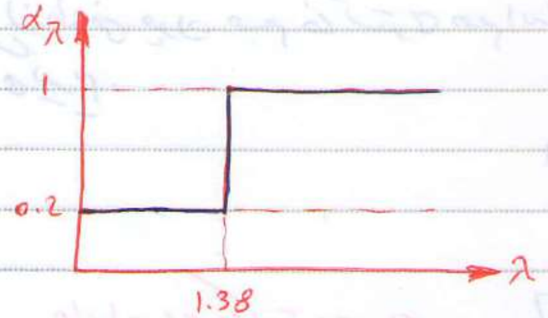
$$\frac{q}{h} = 0.218\times1.76\times10^{-4}\ w = \boxed{0.384\times10^{-4}\ w}$$

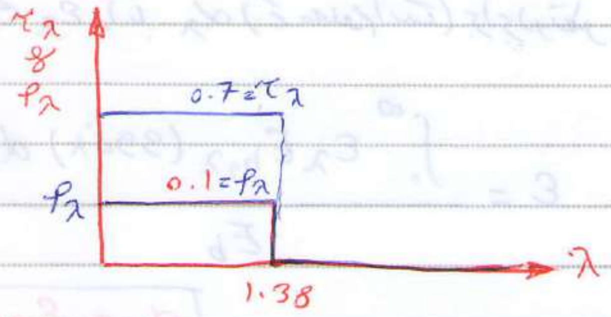
مثال: برای یک جسم دفیوز با توزیع طیفی ضرائب جذب و انعکاس نشان داده شده است. درصورتی که در معرض تشعشع خورشید قرار گرفته باشد و دمای جسم نیز (350 °K) باشد: مطلوبست:

الف) مقدار ضریب کلی نیم کروائی جذب، انعکاس و عبور

Subject :   Date

ب) مقدار حرارت خالص خارج شده از جسم.





$\alpha_\lambda + \rho_\lambda + \tau_\lambda = 1 \qquad \tau_\lambda = 0.7$

(دمای خورشید)

$$\tau = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda G_\lambda d\lambda}{G} = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda E_\lambda (5800^\circ K)\, d\lambda}{E_b(5800^\circ K)} =$$

چون از خورشید است

$$= \frac{\int_0^{1.38} 0.7\, E_{b,\lambda}(5800^\circ K)\, d\lambda}{E_b(5800^\circ K)} = 0.7\left(F_{0\to 1.38}\right)$$

$$\begin{cases} \lambda = 1.38 \\ T = 5800^\circ K \end{cases} \Rightarrow \lambda T \checkmark \qquad F_{0\to 1.38} = 0.856 \checkmark$$

$$\boxed{\tau = 0.599}$$

$$\rho = \frac{\int_0^\infty \rho_\lambda G_\lambda d\lambda}{G} = 0.1 \times 0.856 = \boxed{0.086}$$

$\alpha + \rho + \tau = 1 \qquad \alpha = 1 - 0.086 - 0.599 = \boxed{0.315}$

Subject : Date

* این قسمت مربوط به صدور خود جسم است بنابراین دمای (350°k) را در نظر می‌گیریم و از طرفی چون جسم خاکستری هم است ε_λ را با α_λ (که معلوم است) برابر در نظر می‌گیریم.

$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{b,\lambda}(350°k)\, d\lambda}{E_b}$$

$$\boxed{\alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda}$$

برای جسم خاکستری وقتی که سطح دیفیوز باشد

$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda E_{b,\lambda}(350°k)\, d\lambda}{E_b}$$

$$\varepsilon = \frac{\int_0^{1.3} 0.2 \times E_{b,\lambda}(350°k)\, d\lambda}{E_b} + \frac{\int_{1.38}^\infty 1 \times E_{b,\lambda}(350°k)\, d\lambda}{E_b}$$

$$\varepsilon = 0.2\,(\underbrace{F_{0 \to 1.38}}_{=0}) + 1\,(1 - \underbrace{F_{0 \to 1.38}}_{=0}) = 1$$

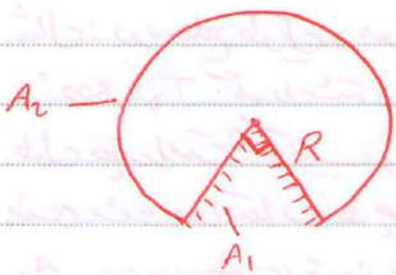
* برای اینکه بدانیم جسم سرد می‌شود یا گرم با فرض: $G = 750$

$$q''_{rad} = \alpha G - \varepsilon E = \cancel{0.315 \times 5.67 \times 10^{-8} \times (5800)^4} - 1 \times 5.67 \times 10^{-8} \times (350)^4 =$$

$$q''_{rad} = (0.315 \times 750) - (5.67 \times 10^{-8} \times (350^4))$$

$$\boxed{q''_{rad} = -615}$$

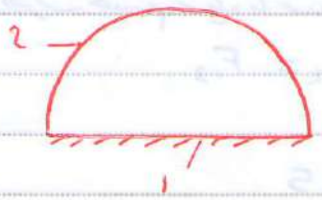
مثال: ضرایب اشکال زیر را بیابید:



$$F_{11} = 0 \qquad F_{12} = 1$$

$$F_{21} = F_{12}\frac{A_1}{A_2} = F_{12}\frac{1\times 2R}{\frac{3}{4}2\pi R} = \frac{4}{3\pi} = 0.424$$

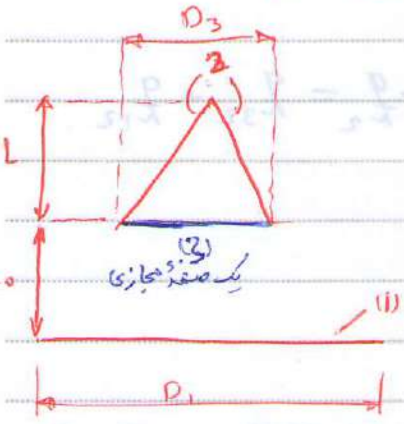
$$F_{22} = 1 - 0.424 = 0.576$$



$$F_{11} = 0 \qquad F_{12} = 1$$

$$F_{21} = F_{12}\frac{A_1}{A_2} = \frac{1\times 2R}{\pi R} = \frac{2}{\pi} = 0.637$$

$$F_{22} = 1 - 0.637 = 0.363$$



$$F_{12} = F_{13} \qquad F_{33} = 0 \qquad F_{11} = 0$$

$$F_{21} = F_{12}\frac{A_1}{A_2} = F_{13}\frac{A_1}{A_2}$$

$$F_{22} + F_{23} = 1$$

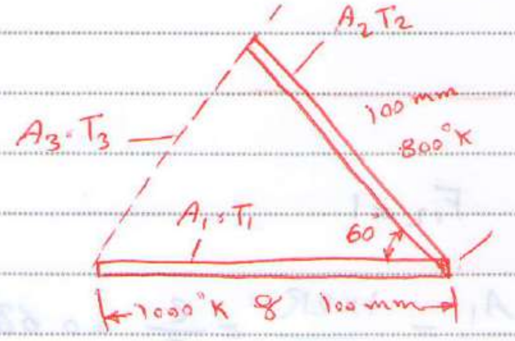
$$F_{22} = 1 - F_{23} = 1 - \frac{A_3}{A_2}F_{32} = 1 - \frac{A_3}{A_2}$$

$$F_{32} + F_{33} = 1 \qquad F_{32} = 1$$

$$A_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} \qquad A_2 = \frac{\pi D_3}{2}\left(L^2 + \left(\frac{D_3}{2}\right)^2\right)^{1/2} \qquad A_3 = \frac{\pi D_3^2}{4}$$

Subject :   Date ....

مثال: دو سطح طویل و مورب سیاه A_1 و A_2 در دماهای ثابت $T_1 = 1000\,^\circ K$ و $T_2 = 800\,^\circ K$ نگه داشته می‌شوند. تبادل حرارت خالص تشعشعی بین سطوح بر واحد طول چقدر است؟ ترکیب فوق را صورتی در نظر بگیرید که در آن A_2 با یک شیت کاملاً عایق بندی شده در امتداد خط چین واقع شود. انتقال خالص تشعشع بر واحد سطح A_2 و دمای سطح عایق بندی شده A_3 را محاسبه نمایید.



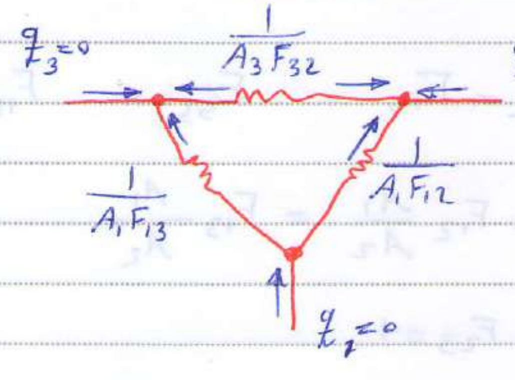
$$\frac{q}{L}_{12} = A_1 F_{12}\, \sigma\,(T_1^4 - T_2^4)$$

اگر هر سه جسم سیاه باشند.

$$F_{11} = 0 \qquad F_{12} = F_{13}$$

$$F_{12} = F_{13} = 0.5$$

$$\frac{q}{L}_{12} = 0.1 \times 0.5 \times 5.67 \times 10^{-8} \times (1000^4 - 800^4) = 1680 \ W/m$$



$$-\frac{q}{L}_2 = \frac{q}{L}_{32} + \frac{q}{L}_{12}$$

$$-\frac{q}{L}_2 = A_3 F_{32}\left[E_{b_3} - E_{b_2}\right] + A_1 F_{12}\left[E_{b_1} - E_{b_2}\right]$$

$$-\frac{q}{L}_3 = 0 = \frac{q}{L}_{23} + \frac{q}{L}_{13}$$

$$A_1 F_{13}\left[E_{b_1}-E_{b_3}\right]=A_3 F_{32}\left[E_{b_3}-E_{b_2}\right]$$

$$F_{13}=F_{23}=0.5 \qquad A_1=A_3 \qquad E_{b_3}=\tfrac{1}{2}\left[E_{b_1}+E_{b_2}\right]$$

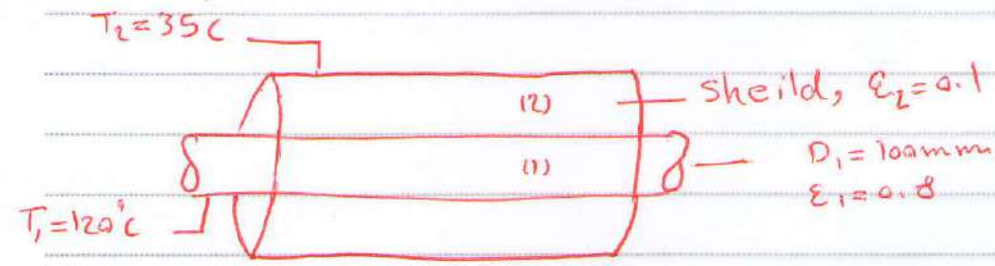
$$\rightarrow -\frac{q}{L_2}=A_3 F_{32}\left[\tfrac{1}{2}\left[E_{b_1}+E_{b_2}\right]-E_{b_2}\right]+A_1 F_{12}\left[E_{b_1}-E_{b_2}\right]$$

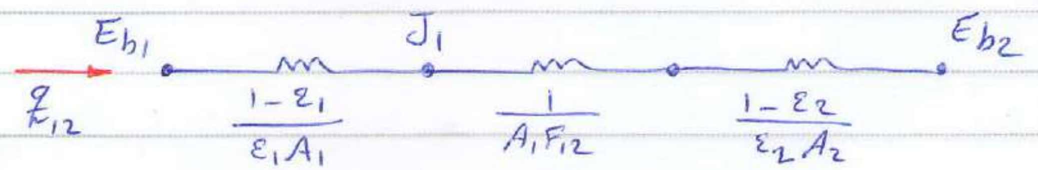
$$-\frac{q}{L_2}=0.1\times 0.5\times 5.67\times 10^{-8}\left[\frac{1000^4+800^4}{2}-800^4\right]+1680$$

$$-\frac{q}{L_2}=2517 \rightarrow T_3 \checkmark$$

یا : $T_3=\left[\left(T_1^4+T_2^4\right)/2\right]^{1/4}=916\ ^\circ K$

مثال: عبور گاز از داخل یک لوله افقی جدار نازک به قطر (100 mm)، دمای آن را به (120°C) می‌رساند. یک محافظ تشعشعی روی لوله، شکافی هوایی برابر با (10mm) بین لوله و محافظ پدید آورده و دمای سطح آن را به (35°C) می‌رساند. سطح لوله و محافظ، خاکستری و دیفیوز بوده و ضرایب صدور آنها به ترتیب (0.8) و (0.1) است. انتقال گرمای تشعشعی بر واحد طول لوله را بدست آورید:





Subject : Date ....

$$q_{12} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$

$$A_1 = \pi D_1 \ell \qquad A_2 = \pi D_2 \ell$$

$$q_{12}/\ell = \frac{5.67\times10^{-8}\left[(273+120)^4 - (273+35)^4\right]}{\frac{1-0.8}{0.8\pi(100\times10^{-3})} + \frac{1}{\pi(100\times10^{-3})} + \frac{1-0.1}{0.1\pi(120\times10^{-3})}} =$$

$$q_{12}/\ell = \frac{842.3}{(0.7953+3.183+23.87)} = \boxed{30.2 \ W/m}$$

MICRO®