| | | |
|---|---|---|
| جزوه آموزشی<br>درس انتقال حرارت (۱) و (۲) | شرکت مهندسی پتروپالامحور | R&D Department |

## جـــزوه آمـــوزشـــی درس

# انـــتـــقـــال حـــرارت (۱) و (۲)

## ( رشته مهندسی مکانیک با گرایش حرارت و سیالات )


گردآوری و تنظیم :

فـــــرشـــــاد ســـــرایـــــی


با تقدیم والاترین درودها و احترامات به استاد ارجمندم جناب آقای دکتر کورش امیراصلانی
که مطالب مندرج در این جزوه بر گرفته از آموزش های ایشان میباشد.

| | | |
|---|---|---|
| جزوه آموزشی<br>درس انتقال حرارت (۱) و (۲) | شرکت مهندسی پتروپالامحور | **R&D Department** |

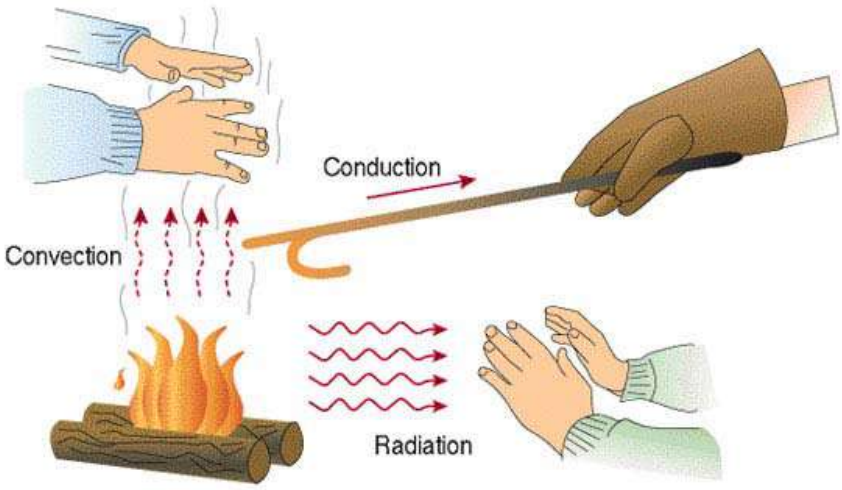
## مقدمه :

جزوه حاضر که فرا روی شما خواننده گرامی قرار دارد مشتمل بر دو بخش میباشد که سر فصل های دانشگاهی دروس انتقال حرارت (۱) و انتقال حرارت (۲) را برای رشته مهندسی مکانیک با گرایش حرارت و سیالات شامل میگردد.
از آنجا که علم انتقال حرارت پایه و اساس بسیاری از محاسبات فنی و مهندسی در زمینه طراحی تاسیسات و تجهیزات مکانیکی می باشد ، شناخت و آشنائی کافی مهندسین مکانیک با این مقوله به ارائه طرح مناسب توسط ایشان در پروژه های مختلف کمک به سزایی خواهد نمود. همچنین مطالب این جزوه برای دانشجویان رشته مهندسی مکانیک با گرایش حرارت و سیالات قابل استفاده میباشد.
در تهیه این جزوه سعی شده با استفاده از جمله بندی های مختصر و مفید و ارائه مثال های متعدد عملی ، اصول انتقال حرارت در سه بخش هدایت ، همرفت و تشعشع برای خوانندگان محترم تبیین گردد.
کتب مرجع دانشگاهی که میبایست به عنوان مکمل در کنار این جزوه مطالعه شده و مورد استناد و ارجاع قرار گیرند عبارت است از :

۱- کتاب انتقال حرارت هولمن ، تالیف جی. پی. هولمن، ترجمه مهندس حسن حقیقی تاجور
۲- کتاب مقدمه ای بر انتقال گرما ، تالیف فرانک پ. این کروپرا و دیوید پ. دویت ، ترجمه دکتر علی اصغر رستمی و مهندس شهرام حمایت

مطالب مندرج در این جزوه برگرفته از کلاس های آموزشی ارائه شده توسط جناب آقای دکتر کورش امیر اصلانی در دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران میباشد که به همان صورت دست نویس (برداشت شده توسط اینجانب) عرضه گشته تا ضمن حفظ سادگی و بی پیرایه بودن ، حس ارتباطی خوبی را در خوانندگان گرامی ایجاد کرده و آنان را به پیگیری مطالب نوشته شده تشویق و ترغیب نماید.
بر خود لازم میدانم از زحمات سرکار خانم رضایی در تنظیم و ارائه مندرجات این جزوه در قالب فایل الکترونیکی کمال سپاسگزاری و تشکر را بعمل آورم. همچنین از خوانندگان محترم درخواست می نمایم هرگونه نظرات اصلاحی ، انتقادات و پیشنهادات خود را از طریق آدرس ایمیل : f.saraei@petropalamehvar.com با اینجانب در میان گذارند.

فـرشـاد سـرایـی
اردیبهشت ۱۳۹۰




سه روش انتقال حرارت (هدایت ، همرفت ، تشعشع)

سر درب ورودی دانشکده فنی دانشگاه آزاد اسلامی واحد جنوب تهران

# انتقال حرارت (۱)

What is H.T ?

* انتقال حرارت یک جریان انرژی است که ناشی از اختلاف دمای دو محیط می باشد.

How is it Transfered ?

* انتقال حرارت به سه حالت صورت می پذیرد که عبارتند از :

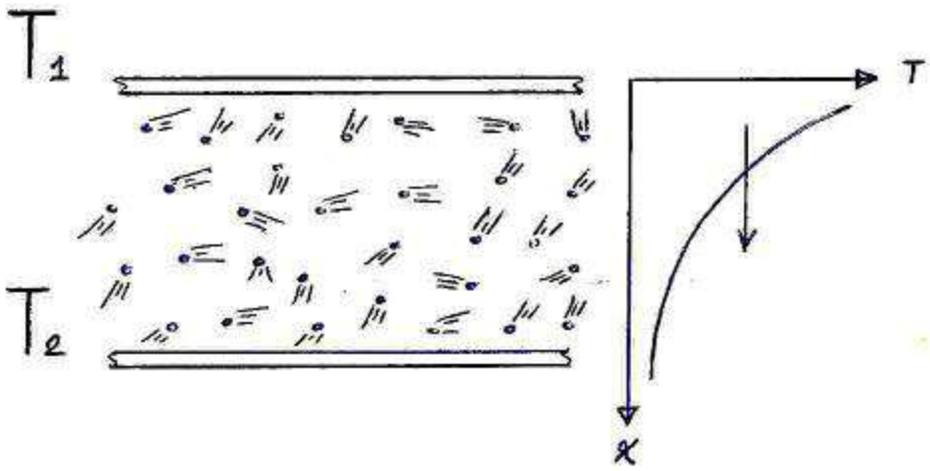
Three Modes of H.T

۱- هدایت — Conduction
۲- همرفت — Convection
۳- تشعشع — Radiation

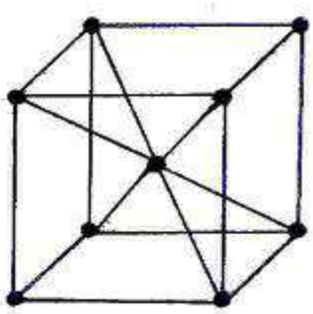
---

## Conduction

* هدایت در سه حالت ماده (جامد و مایع و گاز) انجام می شود. چون ذرات (Particales) بر اثر اختلاف دما در سطوح مختلف انرژی قرار می گیرند از برخورد آنها حرارت منتقل می گردد.

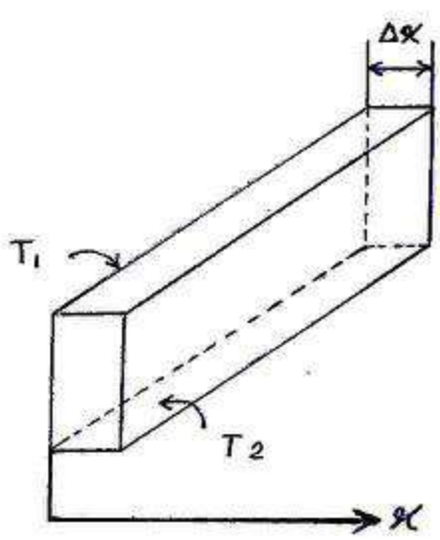



* در مایعات و گازها سیستم انتقال بصورت فوق است.
* در جامدات نوسان وار تعاش کریستالها و در هادی ها علاوه برآن توسط الکترونهای آزاد حرارت منتقل می شود.



---

: Rate Equations




$T_1 > T_2$

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

* $q_x \propto A_x \left(-\frac{dT}{dx}\right)$ یا $Q_x \propto A_x \left(\frac{\Delta T}{\Delta x}\right)$

* معادله بالا را (Joseph Fourier) و (Biot) یافتند و فوریه آن را کامل تر نمود :

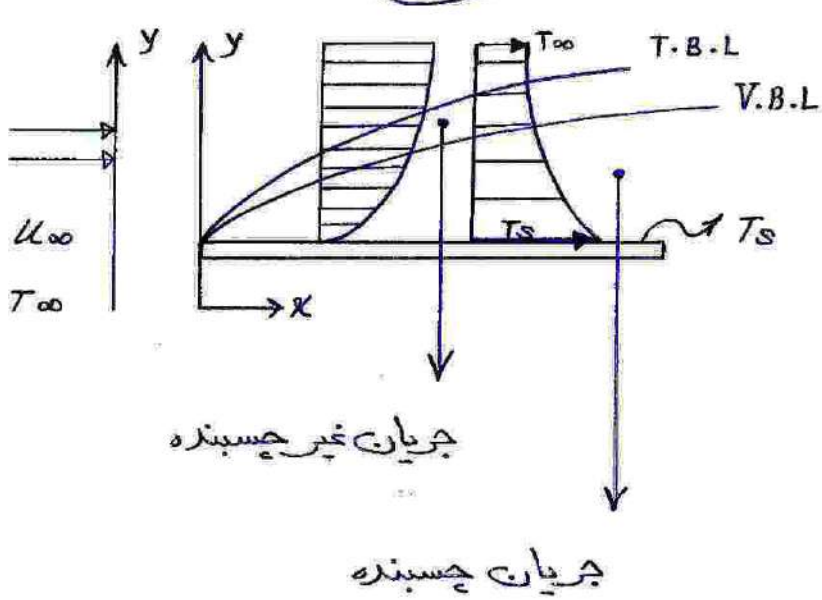
* $Q_x = K \cdot A_x \cdot \left(\frac{\Delta T}{\Delta x}\right)$

* $Q_x = -K \cdot A_x \cdot \frac{dT}{dx}$

Gradient of Temperature

---

Convection



(فرآیند Convection) {
۱- در $y = 0$ هدایت داریم.
۲- در $y \neq 0$ حرکت توده‌ای سیال داریم.

---

** Rate Equation :

* $Q \propto A_s (T_s - T_\infty)$
* $Q = h . A_s (T_s - T_\infty)$

$h$ ← Convection Cofficient

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۴۲
جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

* $(h)$ به عوامل زیر بسته است :

۱- خاصیت سیال
۲- شکل هندسی
۳- محل و موقعیت روی صفحه
۴- رژیم جریان (بسته به Re. Nomber)

---

Radiation

* انتقال حرارت بصورت (Vave) الکترومغناطیس است که بین هردوجسمی که تفاوت دما دارند برقرار است.

Thermal Radiation of black bodies :

$$q = \sigma . A . ( T_1^4 - T_2^4 )$$

$\sigma$ ← Stefan - Boltzman

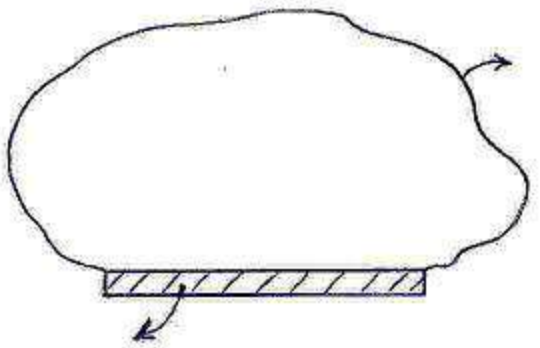
$\sigma = 5.669 \times 10^{-8} \ W/m^2.K^4$

* برای اجسام غیر سیاه : « ضریب خشر » $F_\varepsilon$ : emissivity

* چون صفحات همیشه مقابل هم نیستند وزاویه دارند (Shape Factor) یا ضریب دید (View Factor) $F_G$ : مطرح می شود

→ $q = F_\varepsilon . F_G . \sigma . A . ( T_1^4 - T_2^4 )$

مثال - یک موزائیک گرم شده با محیط اتاق تشعشع می کند.




$$\begin{cases} q_1 = A_1 \varepsilon_1 \sigma T_1^4 \\ q_2 = A_2 \varepsilon_2 \sigma T_2^4 \end{cases}$$

سطح جسم (مثلاً موزائیک) خنثی می دهد

محیط این انرژی را خنثی می دهد

$$\begin{cases} Q = q_1 - q_{abs} \\ q_{abs} = A_1 \cdot \alpha_1 \cdot \sigma \cdot T_2^4 \end{cases}$$

$\alpha$ : ضریب جذب است برای

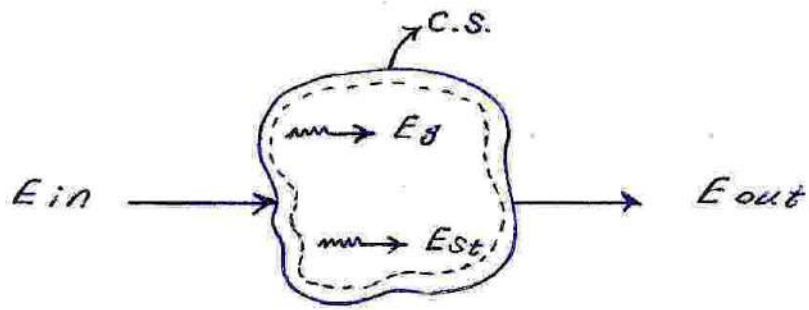
$\varepsilon_1 \approx \alpha_1$ Gray body

$$Q_{net} = A_1 \varepsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

---

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

# Conservation Of Energy (For a C.V)




$$\dot{E}in - \dot{E}out + \dot{E}g = \dot{E}st$$

* برحسب حرارتزا یا حرارتگیر بودن پدیده ($\dot{E}g$) علامت (+) یا (-) می گیرد.
* $\dot{E}st$ تغییرات خالص انرژی در حجم کنترل نسبت به زمان است که در حالت Steady صفر است.

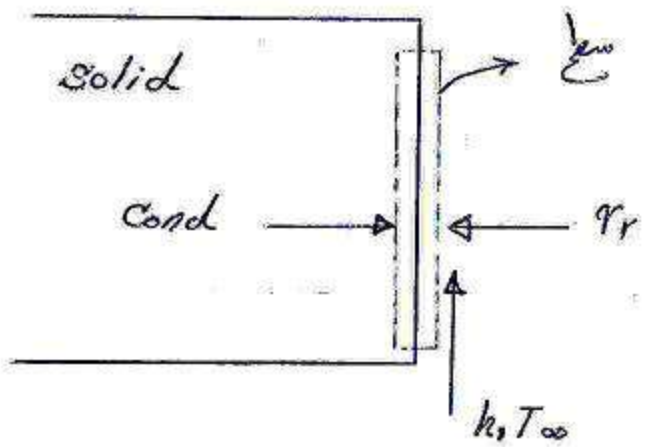
## اصل بقای انرژی برای سطح :

« چون حجم نداریم »

$$\begin{cases} \dot{E}g = 0 \\ \dot{E}st = 0 \end{cases}$$

$$\dot{E}in = \dot{E}out$$

$$q_{cond} = q_{conv} + q_{rad}$$




## راه حل مسائل انتقال حرارت :

۱- شناخت معلومات
۲- شناخت مجهولات
۳- شکل شماتیک و مدل یابی
۴- فرضیات و ساده کردن
۵- خواص ماده و سیال
۶- تحلیل مسئله
۷- پیشنهادات

**فرشاد سرایی**- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

## ابعاد و واحدها :

* دستگاههای اندازه‌گیری بر دو قسم است :

۱- دستگاههای سازگار : $F = m.a$ (Consistent)

۲- دستگاههای ناسازگار : $F = m.a/g_c$ (Non Consistent)

| No. | SYS. | F | M | L | T | t | $g_c$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | SI | N | Kg | m | °C | S | $1 \frac{Kg.m}{S^2}$ |
| 2 | CGS | Dyne | gr | Cm | °C | S | $1 \frac{gr.cm}{dyne\ S^2}$ |
| 3 | English | lbf | Slug | ft | °F | S | $1 \frac{slug.ft}{lbf.S^2}$ |
| 4 | MKS | Kgf | Kg | m | °C | S | $9.806 \frac{Kg.m}{Kgf.S^2}$ |
| 5 | English | lbf | lbm | ft | °F | S | $32.16 \frac{lbm.ft}{lbf.S^2}$ |

* دستگاههای (1 و 2 و 3) «Consistent» و دستگاههای (4 و 5) «Non Consistent» می باشند.

* بعنوان مثال در عمل از لحاظ عددی Kg با Kgf برابر است چون که سیستم سازگار است و $g_c = 1$ است.

: Units For Work And Energy

a. برمبنای مکانیکی :

| دستگاه | SI | CGS | English | MKS | English |
|---|---|---|---|---|---|
| واحدکار و انرژی | N.m (یا) Joule | dyne.cm (یا) erg | lbf.ft | kgf.m | lbf.ft |

b. برمبنای حرارتی :

1. BTU
2. CALORIE

$$F^\circ = \frac{9}{5} C^\circ + 32$$
$$R^\circ = F^\circ + 459.69$$
$$K^\circ = C^\circ + 273.16$$
$$R^\circ = \frac{9}{5} K^\circ$$


فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

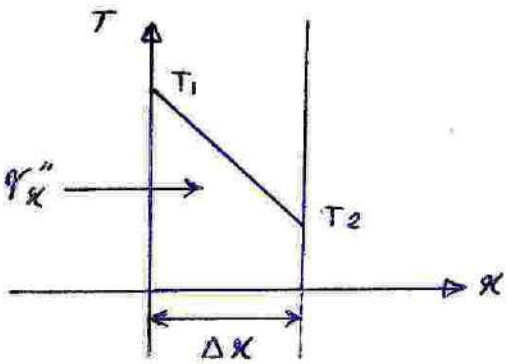

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

کتاب هولمن : فصل 1 - 10 ، 13 ، 14 ، 23 ، 24 ، 27 ، 29

# Introduction To Conduction

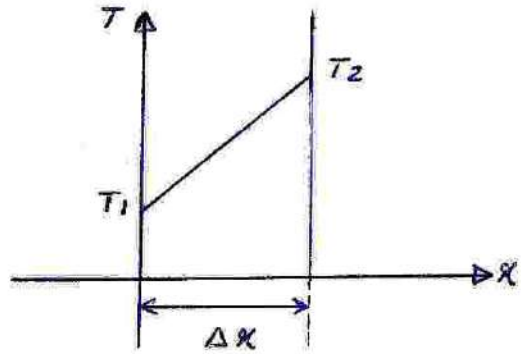
$$q_x = -K \cdot A_x \cdot \frac{dT}{dx}$$ « معادلة فوريير »

$$q''_x = -K \frac{dT}{dx}$$ « Heat flux »



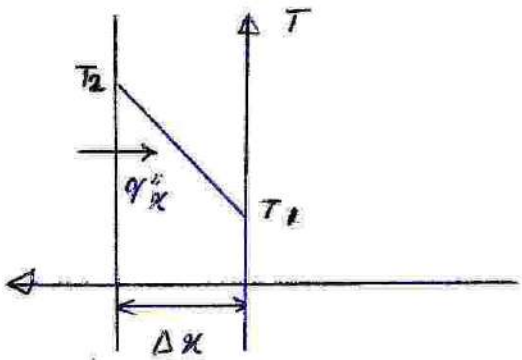

$\frac{dT}{dx} < 0$

$q''_x > 0$

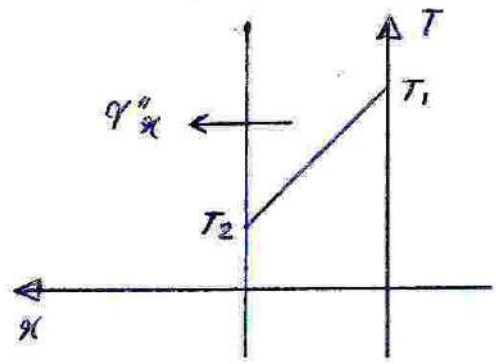



$\frac{dT}{dx} > 0$

$q''_x < 0$




$\frac{dT}{dx} > 0$ $q''_x < 0$




$\frac{dT}{dx} < 0$ $q''_x > 0$

* Heat flux is a vector quantity :

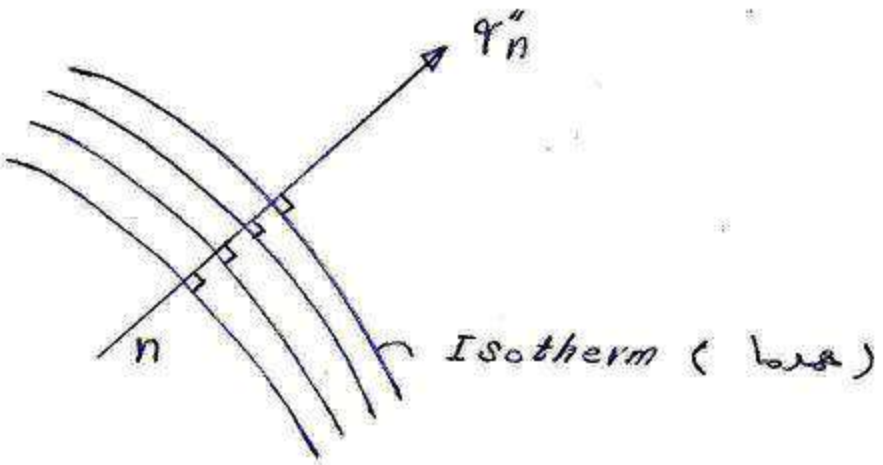
$$\vec{q}'' = -k \vec{\nabla} T$$

$$\vec{q}'' = q''_x \vec{i} + q''_y \vec{j} + q''_z \vec{k}$$

$$\vec{\nabla} T = \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k}$$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)




$$\vec{q}'' = \underbrace{q''_x \vec{i}}_{-k \frac{\partial T}{\partial x}} + \underbrace{q''_y \vec{j}}_{-k \frac{\partial T}{\partial y}} + \underbrace{q''_z \vec{k}}_{-k \frac{\partial T}{\partial z}}$$

* درمورد معادله معادله فوریه که اساس انتقال حرارت هدایت است موارد زیر حائز اهمیت است :

۱- قانون فوریه (observation Low) است.
۲- (K) را معرفی می کند.
۳- (q") را بصورت بردار معرفی می کند که عمود است بر سطح همدما.
۴- قانون فوریه بر تمام حالات ماده حاکم است.

---

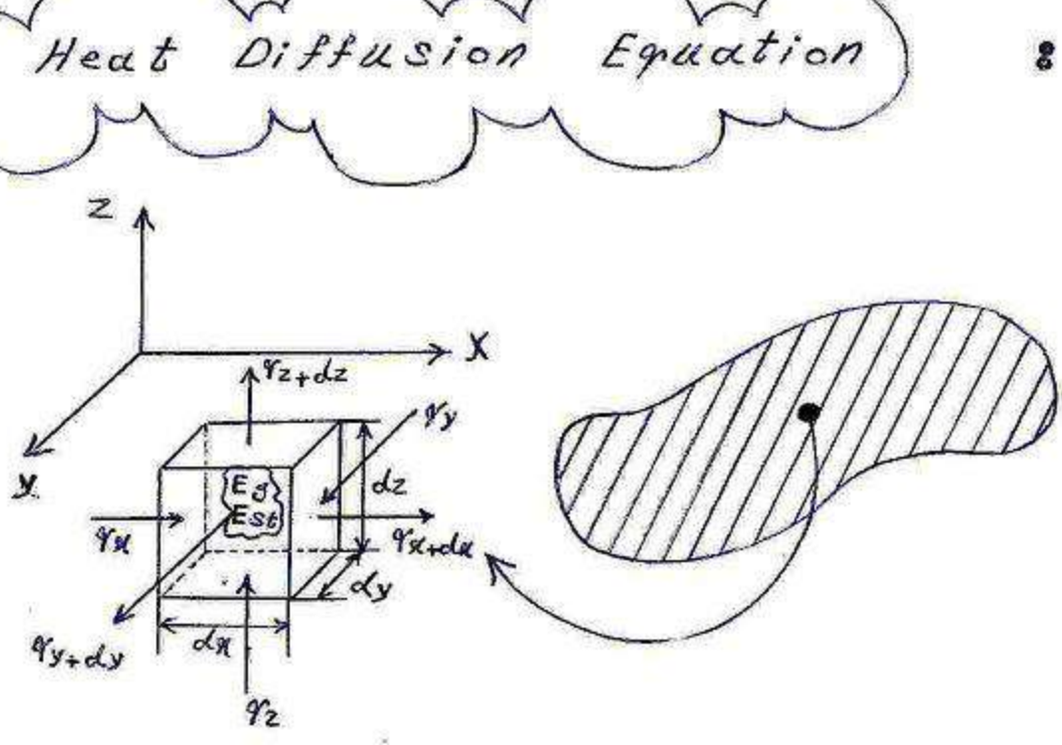
## Thermophysical properties :

1. Transport properties $\begin{cases} K \\ \mu \end{cases}$

2. Thermodynamic properties ($P, T, S, V, S, u, \ldots$)

---

## The Heat Diffusion Equation :



فرشاد سرایی-مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی-نظارت-اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$E_{in} - E_{out} + E_g = E_{st}$$

$$q_x + q_y + q_z - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} + \dot{q}\,dx\,dy\,dz =$$

$$\rho\,dx\,dy\,dz \cdot c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x}\,dx$$

$$q_x = -k\,dy\,dz \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\longrightarrow$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k \frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

یعنی : نرخ انتقال حرارت خالص در یک نقطه براثر هدایت به اضافهٔ انرژی تولید شده برابر است با انرژی ذخیره شده در همان نقطه (آنان).

$(k = cte) \longrightarrow$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{\rho c_p}{k} \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\frac{1}{\alpha}$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$$ Thermal Diffusivity خنوذ حرارتی

* درحالت ماندگار :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0$$

---

* هرقدر ($\alpha$) بیشتر باشد یعنی قدرت هدایت ماده بیشتر است .

---

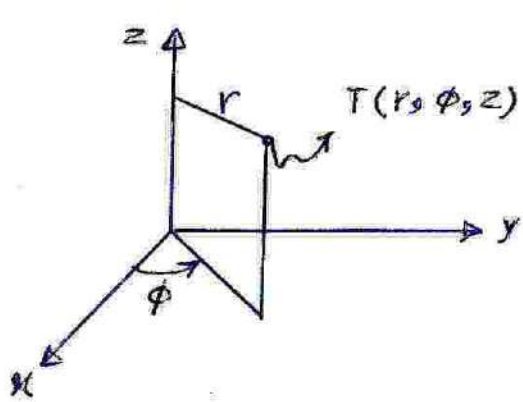
در مختصات استوانه‌ای (Heat Equation) :

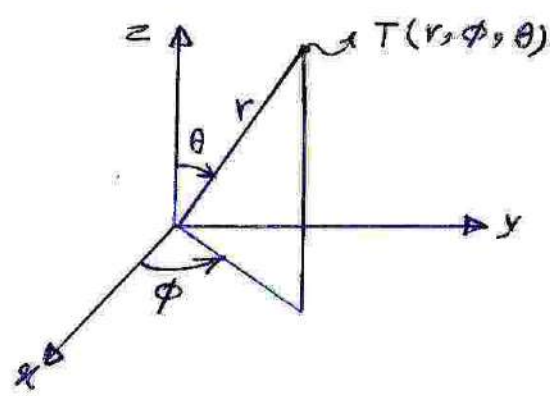
$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \varphi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

---

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \varphi}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(k\sin\theta\frac{\partial T}{\partial \theta}\right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{Spherical})$$

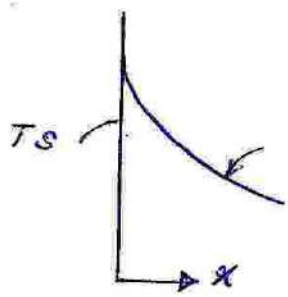
---



# Boundry & Initial Conditions

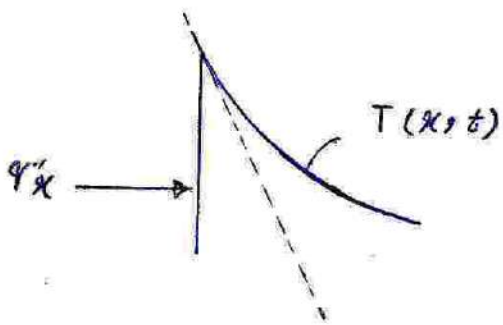
1. Const. surface Temp. :




$$T(o,t) = Ts$$

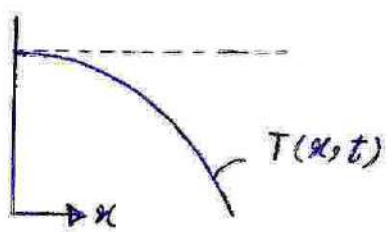
2. Const. surface Heat flux :

a.




$$-K \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=o} = q''_s$$

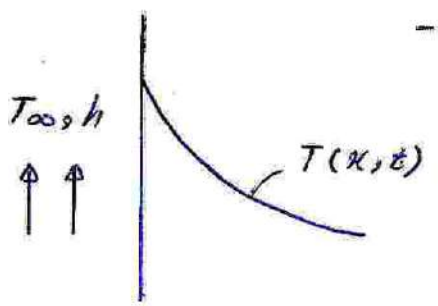
b. Insulation :




$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=o} = o$$

3. Convection Condition :

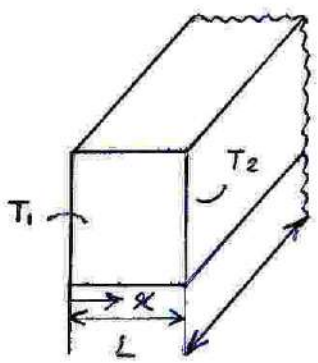
$$-k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = h\,(T_\infty - T(0,t))$$




(one dimensional steady state Conduction)

- 1. $\dot{E}_g = 0$
  - 1- plane wall
  - 2- Radial sys. → cylindrical / spherical
- 2. $\dot{E}_g \neq 0$
  - 1- "
  - 2- "

Plane Wall



فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۴۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

1. one dim.
2. steady
3. Const. prop.
4. $\dot{E}_g = 0$

---

a. Temp. Dist. « توزیع دما »

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K \frac{\partial T}{\partial x}\right) = 0 \longrightarrow T(x) = C_1 x + C_2$$

B.C
$T(x=0) = T_1$
$T(x=L) = T_2$
$\longrightarrow T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L} x + T_1$

---

b. Heat Transfer Rate :

$$q = -KA \frac{dT}{dx}$$

$$q = K.A \frac{T_1 - T_2}{L}$$

---

: مقاومت حرارتی

$$\left.\begin{array}{l}(R = \frac{V}{I}) \\ (\Delta T \equiv \Delta V) \\ (q \equiv I)\end{array}\right\} \longrightarrow \quad R_{th} = \frac{\Delta T}{q}$$

$$\longrightarrow \quad q = \frac{\Delta T}{\Sigma R}$$

$$q = U \cdot A \cdot \Delta T$$

overall heat Transfer Cofficient

* در عمل برای محاسبه ($q$) بسته به جداول مرجع از یکی از روابط فوق استفاده می کنیم.

$$U = \frac{1}{A \Sigma R}$$

ضریب هدایت حرارتی کل

---

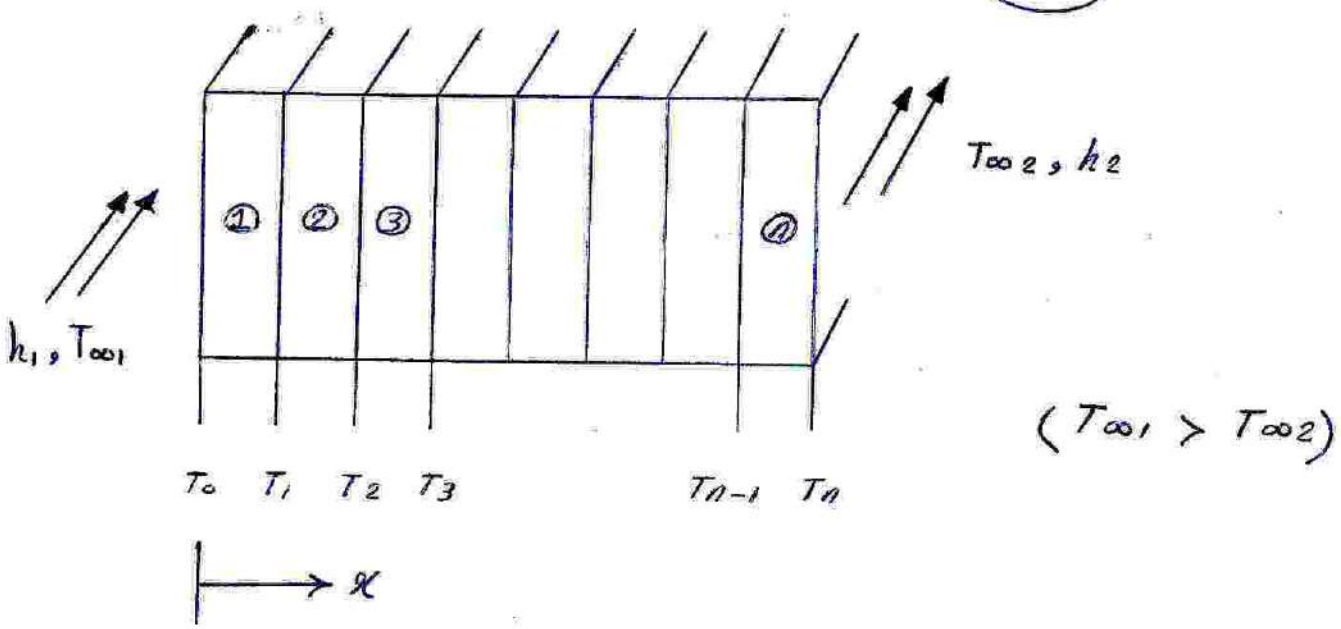
$$\begin{cases} q = \frac{KA}{L}(T_1 - T_2) \\ q = \frac{\Delta T}{R} \end{cases} \longrightarrow \quad R = \frac{L}{KA}$$

$$U = \frac{1}{AR} \longrightarrow \quad U = \frac{K}{L}$$

: Convection

$$\begin{cases} q = h\,A\,\Delta T \\ q = \dfrac{\Delta T}{R} \end{cases} \longrightarrow \quad R = \frac{1}{h.A}$$

: Composite Wall




$(T_{\infty 1} > T_{\infty 2})$

$$\Sigma R = R_{conv1} + R_1 + R_2 + \cdots + R_n + R_{conv2}$$

$$\Sigma R = \frac{1}{h_1 A} + \frac{L_1}{K_1 A} + \frac{L_2}{K_2 A} + \cdots + \frac{L_n}{K_n A} + \frac{1}{h_2 A}$$

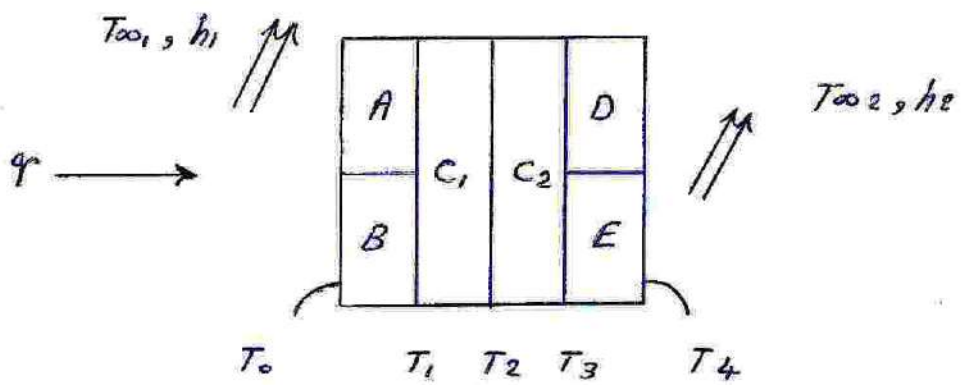
$$q = \frac{\Delta T \text{ overall}}{\Sigma R} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{\Sigma R}$$

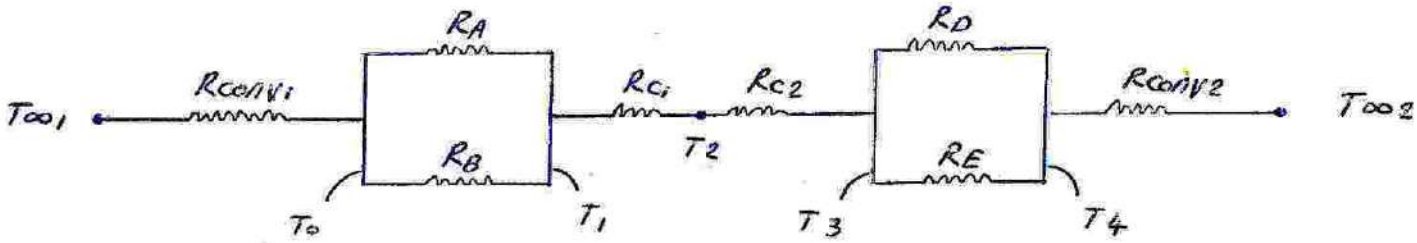
(ب) :

$$\begin{cases} q = U \cdot A \cdot \Delta T \\ U = 1 \Big/ \left[ \frac{1}{h_1} + \frac{L_1}{K_1} + \frac{L_2}{K_2} + \cdots + \frac{L_n}{K_n} + \frac{1}{h_2} \right] \end{cases}$$

---

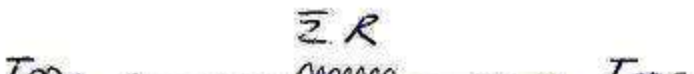
حالت موازی :



* دو مقاومتهای موازی را سری می کنیم :

$$\begin{cases} R_1 = \dfrac{R_A R_B}{R_A + R_B} \\ R_2 = \dfrac{R_D R_E}{R_D + R_E} \end{cases}$$




$$\Sigma R = R_{conv1} + \frac{R_A R_B}{R_A + R_B} + \dots$$

$$q = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{\Sigma R}$$


**فرشاد سرایی**- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲


جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

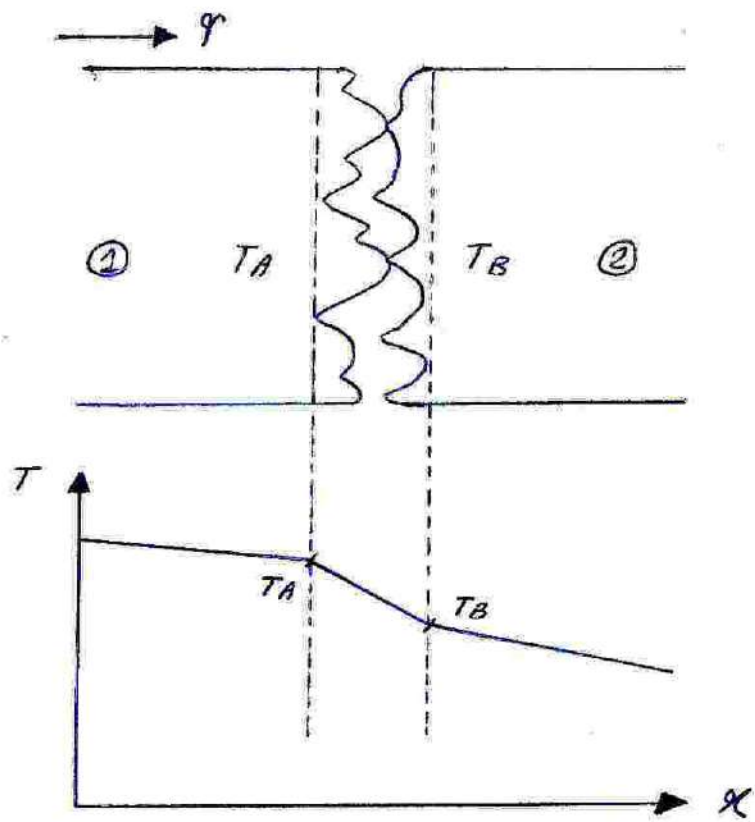
---

* مدار معادل تنها موقعی صدق می کند که $(q)$ در سرتاسر مدار ثابت باشد یعنی $(E_g = 0$ و steady) باشد. مثل قانون اهم در هر قسمت مدار :

$$q = \frac{T_1 - T_3}{R_{c1} + R_{c2}}$$ : مثلاً

---

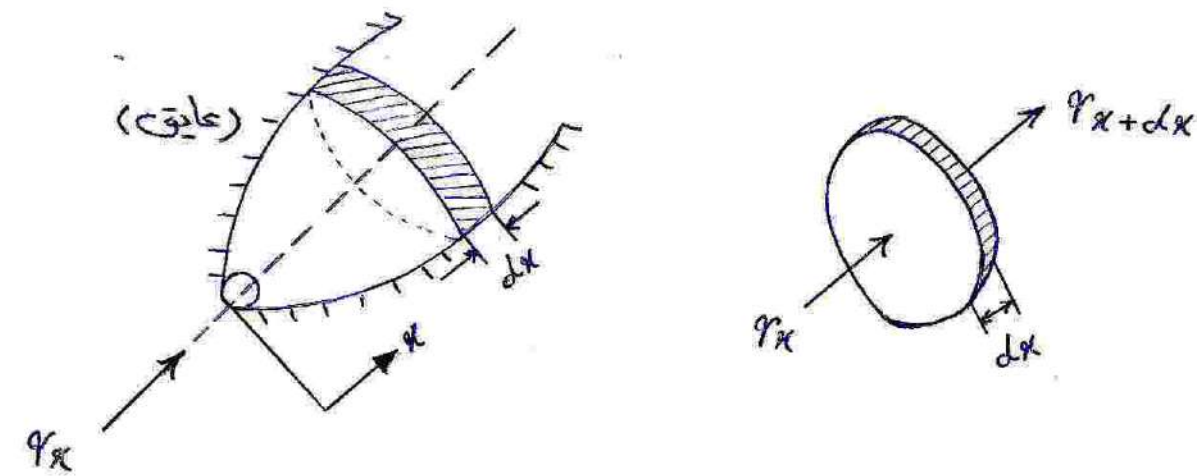
مقاومت تماس Contact Resistance




حفره - Void

$$R_{t,c} = \frac{T_A - T_B}{q}$$

« Alternative Method »



1. one dim.
2. steady
3. $\dot{E}_g = 0$

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_g = \dot{E}_{st} \longrightarrow$$

($\dot{E}_g = 0$, $\dot{E}_{st} = 0$)

$$\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out} \rightarrow q_x = q_{x+dx} = C$$

$$\begin{cases} q_x = -K(T)\, A(x)\, \dfrac{dT}{dx} \\ \displaystyle\int_{x_0}^{x} \frac{q_x \cdot dx}{A(x)} = \int_{T_0}^{T} -K(T)\, dT \end{cases}$$

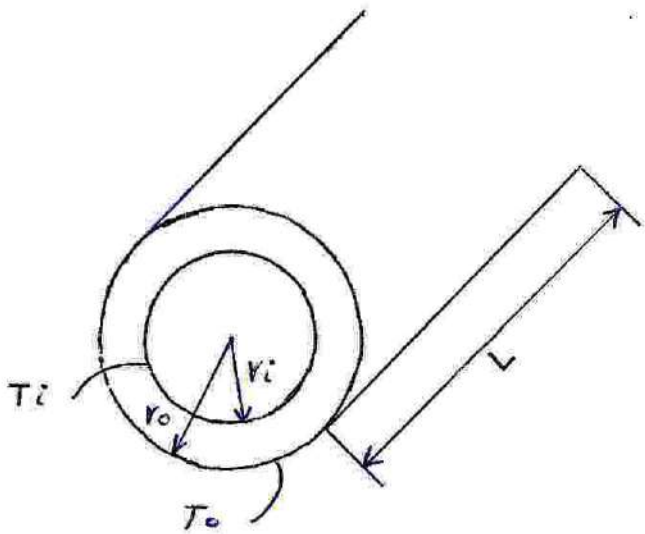
* یعنی پس از اثبات ثابت بودن ($q_x$) می توان مستقیماً از معادله فوریر انتگرال گرفت و $q_x$ را یافت.

$\longleftrightarrow$

: Radial Systems

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۴۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)




* روش استاندارد :

* a. Temp dist.

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(kr\frac{dT}{dr}\right)=0$$

$$r\cdot\frac{dT}{dr}=C_1 \longrightarrow T(r)=C_1\ln r+C_2$$

B.C
$$\left|\begin{array}{l} T(r=r_i)=T_i \\ T(r=r_o)=T_o \end{array}\right. \longrightarrow$$

$$T(r)=\frac{T_i-T_o}{\ln r_i/r_o}\ln(r/r_o)+T_o$$

* $$q(r)=-kA(r)\cdot\frac{dT}{dr} \qquad (A(r)=2\pi rL)$$

$$q(r)=\frac{2\pi Lk(T_i-T_o)}{\ln(r_o/r_i)}$$

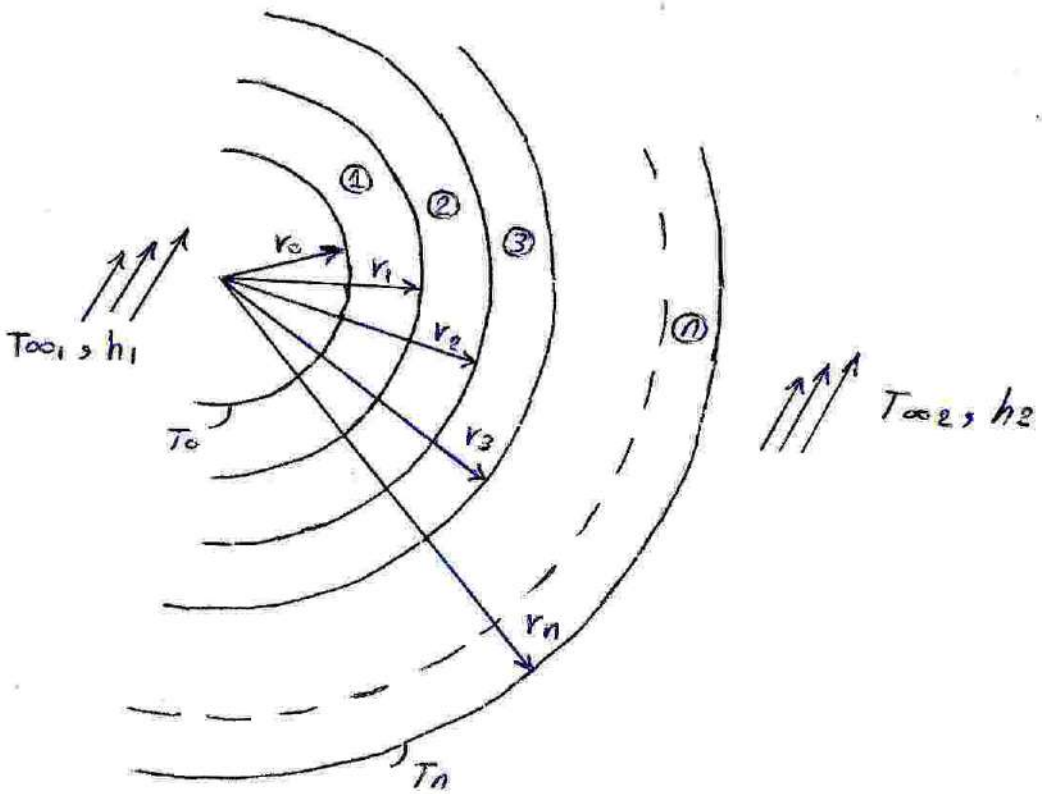
نرخ انتقال حرارت به r بستگی ندارد و مقدار ثابت است.

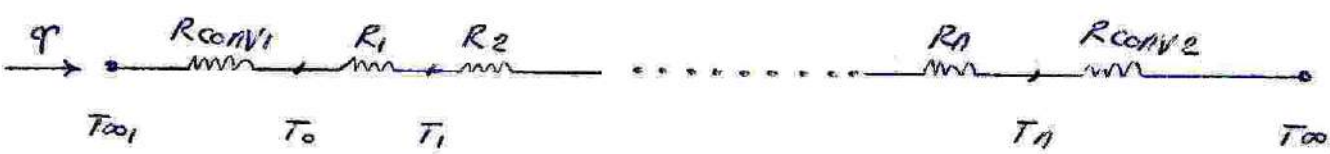
$$R_{th} = \frac{\ln r_o/r_i}{2\pi L K}$$

مقاومت حرارتی استوانه

---

: Composite Systems




$$\begin{cases} q = -K A(r) \dfrac{dT}{dr} \\ \sum R = \dfrac{1}{2\pi r_o L h_1} + \dfrac{\ln r_1/r_o}{2\pi L K_1} + \dfrac{\ln r_2/r_1}{2\pi L K_2} + \cdots + \dfrac{\ln r_n/r_{n-1}}{2\pi L K_n} + \dfrac{1}{2\pi r_n L h_2} \end{cases}$$

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$\begin{cases} U = \dfrac{1}{A \sum R} \\ A_1 = 2\pi r_0 L \rightarrow U_1 = \dfrac{1}{(2\pi r_0 L)\sum R} \\ A_n = 2\pi r_n L \rightarrow U_n = \dfrac{1}{(2\pi r_n L)\sum R} \end{cases}$$

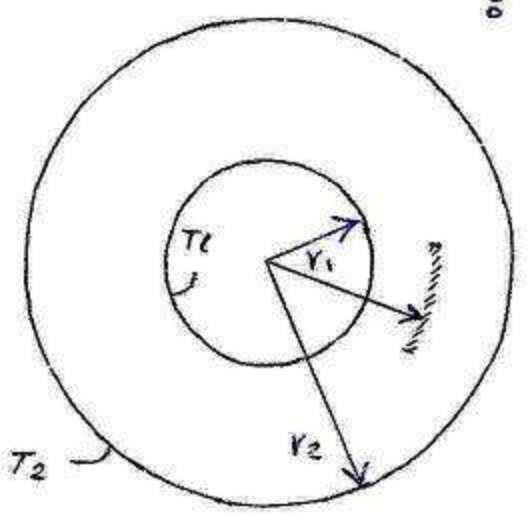
$$U_1 = 1 \Big/ \left[ \frac{1}{h_1} + \frac{r_0}{k_1} \ln r_1/r_0 + \frac{r_0}{k_2} \ln r_2/r_1 + \cdots + \frac{r_0}{r_n} \frac{1}{h_2} \right]$$

$$U_1 A_1 = U_2 A_2 = \cdots = U_n A_n = \frac{1}{\sum R_{tot}}$$

مثلاً : $q = U_1 A_1 \Delta T = U_n A_n \Delta T$

---

کره : (Sphere)



* روش ۲ آلترناتیو :

* $q_r = q_{r+dr} = C$

$$q_r = -K A(r) \frac{dT}{dr}$$

$$A(r) = 4\pi r^2$$

$$q_r = -K (4\pi r^2) \frac{dT}{dr}$$

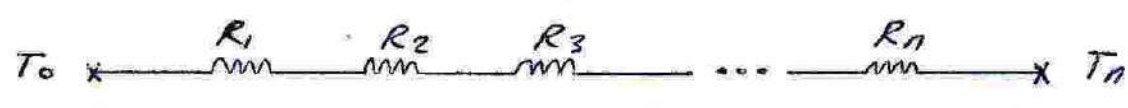
* $$\frac{q_r}{4\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = -\int_{T_1}^{T_2} K(T)\, dT$$

$$q_r = \frac{4\pi K (T_1 - T_2)}{1/r_1 - 1/r_2}$$

$$R_t = \frac{r_2 - r_1}{4\pi r_1 r_2 K}$$

---

: Composite (شکل حالت استوانه‌ای) ص26




(بدون هرفت)

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

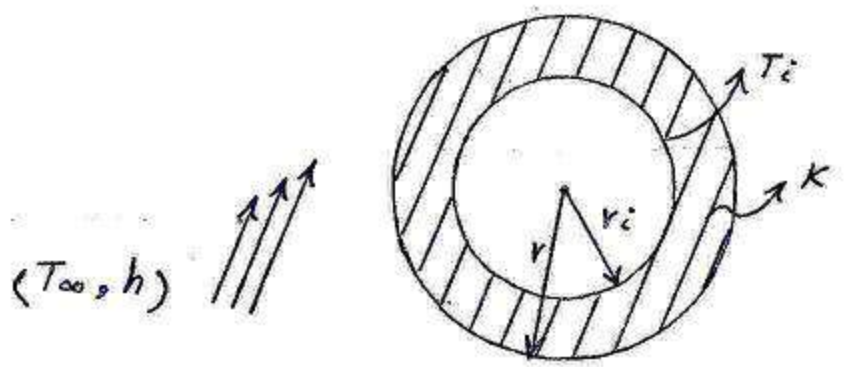
$$\Sigma R = \frac{r_1 - r_0}{4\pi r_1 r_0 K} + \frac{r_2 - r_1}{4\pi r_1 r_2 K} + \cdots$$

$$R_t = \frac{r_2 - r_1}{4\pi r_1 r_2 K}$$

$$q = \frac{T_0 - T_n}{\Sigma R}$$

ضخامت لایه بحرانی :

(Critical Thickness of Insulation)




* $q = \frac{\Delta T}{\Sigma R}$

* If (R) is Maximume Then (Q) is Min.

* $\Sigma R'_{tot} = \frac{\ln r/r_i}{2\pi K} + \frac{1}{2\pi r h}$

* اگر ضخامت عایق زیاد شود مقاومت Conduction بالا رفته و مقاومت Convection کاهش می یابد.

* $\frac{dR'}{dr} = 0 \longrightarrow r = \frac{K}{h}$

* $\frac{d^2R'}{dr^2} = \frac{1}{\frac{2\pi K^3}{h^2}} > 0 \longrightarrow$

* مقدار $R'$ به ازای $r = \frac{K}{h}$ مینیمم می شود و $q$ لذا Max می شود یعنی Heat losses افزایش می یابد و این بدترین و بحرانی ترین حالت است.

* اگر ضخامت عایق کمتر از ضخامت بحرانی باشد به (Heat losses) کمک می کند و هنگامی که از ضخامت بحرانی بیشتر شد ($q$) کاهش می یابد. پس حتماً دقت شود که حتماً ضخامت عایق از $r = \frac{K}{h}$ بیشتر باشد.

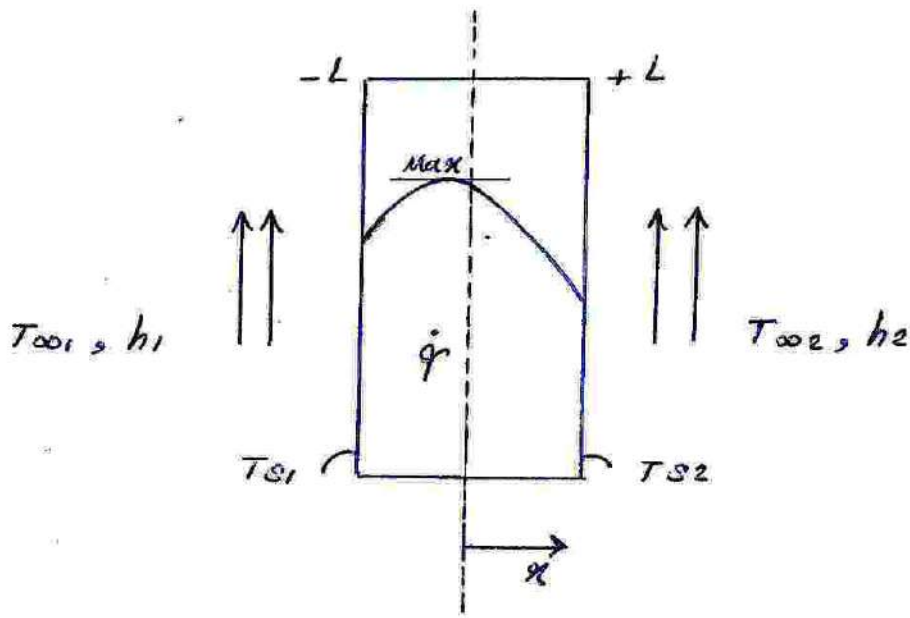
| Insulation Thickness | Insul. Rad. | Thermal Resistance | | | $q'_r$ Heat loss |
|---|---|---|---|---|---|
| | | $R'_{cond}$ | $R'_{conv}$ | $R'_{tot}$ | |
| $0$ | $r_i$ | $0$ | حداکثر | $R'_{conv}$ | وجود دارد |
| $e_1$ | $r_i + e_1$ | وجود دارد | کمتر | کمتر | زیادتر |
| $e_2$ | $r_i + e_2$ | زیادتر | کمتر | کمتر | زیادتر |
| → $e_{cr}$ | $r_i + e_{cr}$ | زیادتر | کمتر | حداقل | حداکثر |
| $e_{c_1}$ | $r_i + e_{c_1}$ | زیادتر | کمتر | زیاد | کمتر |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |

## 2.4. Diffusion With Thermal Energy :

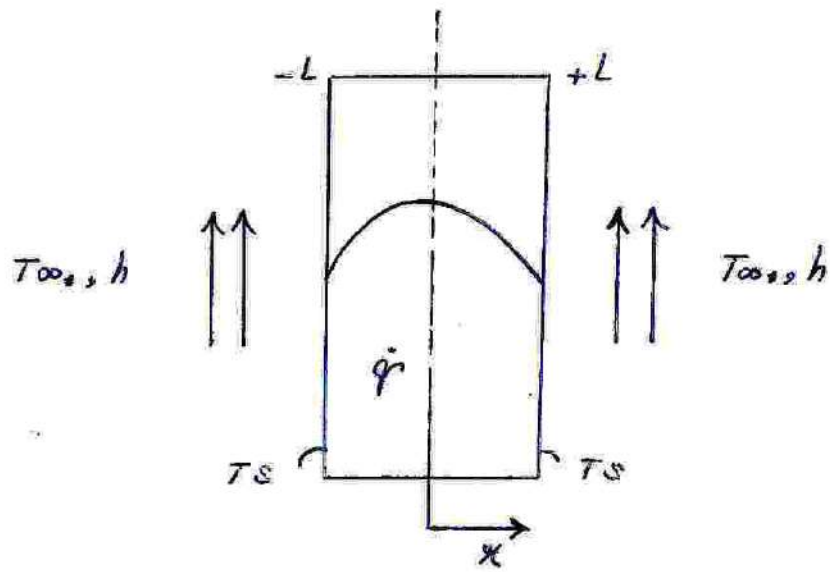
* $\dot{E}_g$ وجود حالة:

### 2.4.1 - Plane Wall :

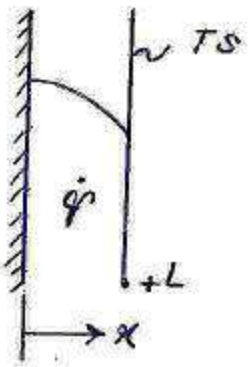
a)




b)



(c)




* در بسیاری مسائل باید شکل (b) را بصورت (c) مدل نمود و برای حل مسئله از شرایط مرزی لایه عایق استفاده نمود. (مهم)

---

روش استاندارد:

1. one Dime
2. Cons. prop.
3. Steady
4. $\dot{q} = cte = \frac{\dot{E}_g}{A}$

* a. Temp. Dist. :

$$\frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{\dot{q}}{K}$$

$$T(x) = -\frac{\dot{q}}{2K}x^2 + C_1 x + C_2$$

$$B.C \begin{cases} T(-L) = T_{s1} \\ T(L) = T_{s2} \end{cases}$$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$T(x) = \frac{\dot{q} L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + \frac{T_{s2} - T_{s1}}{2}\frac{x}{L} + \frac{T_{s1} + T_{s2}}{2}$$

6 شکل : $T_{s1} = T_{s2} = T_s$

$$T(x) = \frac{\dot{q} L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + T_s$$

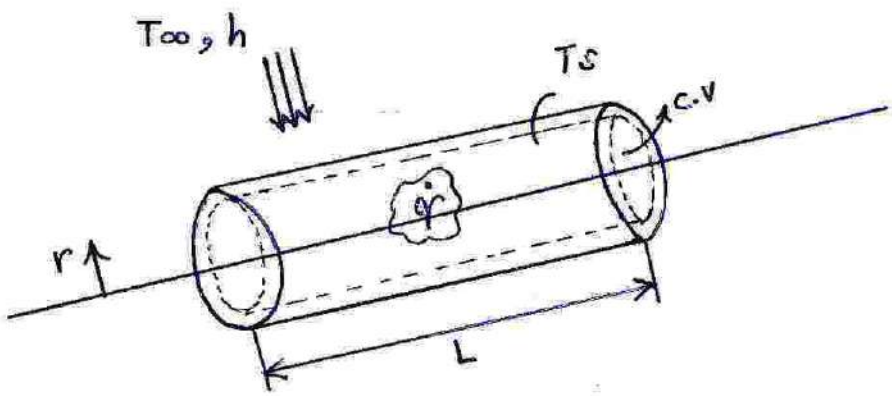
* $\frac{dT}{dx} = 0 \longrightarrow$

( $x = 0$ So $T(x=0)$ is Max. ) $\longrightarrow$ Adiabatic

* یعنی می توان از مدل عایق استفاده کرد.

---

## 2.4.2 - Radial Systems :



فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

a. Temp Dist. :

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)+\frac{\dot{q}}{K}=0$$

$$T(r)=-\frac{\dot{q}}{4K}r^2+C_1\ln r+C_2$$

$$T(r=r_0)=T_s$$

$$\frac{dT}{dr}=0$$

$$* \quad T(r)=\frac{\dot{q}r_0^2}{4K}\left(1-\frac{r^2}{r_0^2}\right)+T_s$$

$$T(r=0)=T_0$$

$$T_0=\frac{\dot{q}r_0^2}{4K}+T_s$$

$$\frac{T(r)-T_s}{T_0-T_s}=(1)-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2$$

---

$$* \quad \dot{E}_{in}-\dot{E}_{out}+\dot{E}_g=\dot{E}_{st}$$

($\dot{E}_{in}$ ↙ , $\dot{E}_{st}$ ↙ 0)

$$\dot{E}_{out}=\dot{E}_g$$

$$2\pi r_0 l h(T_s-T_\infty)=\pi r_0^2 . l . \dot{q}$$

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q} r_o}{2h}$$

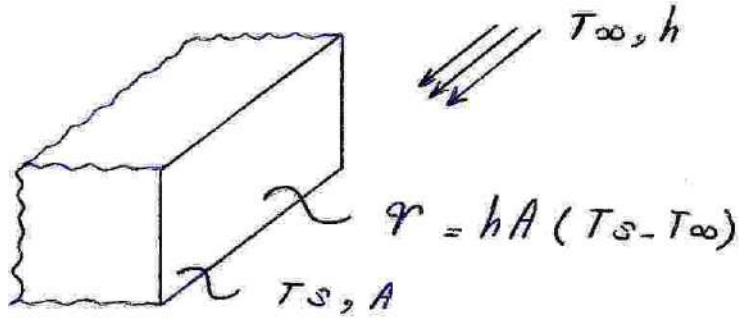
* با در نظر گرفتن سیلندر بصورت جمع کنترل بین $T_s$ و $T_\infty$ رابطه یافتیم .

---

نکته : در سیستمهای مختلف وقتی $\dot{q} = \frac{\dot{E}_g}{V}$ وجود دارد نرخ انتقال حرارت مقدار ثابتی نیست و نمی توان از مفهوم مقاومت حرارتی استفاده نمود .

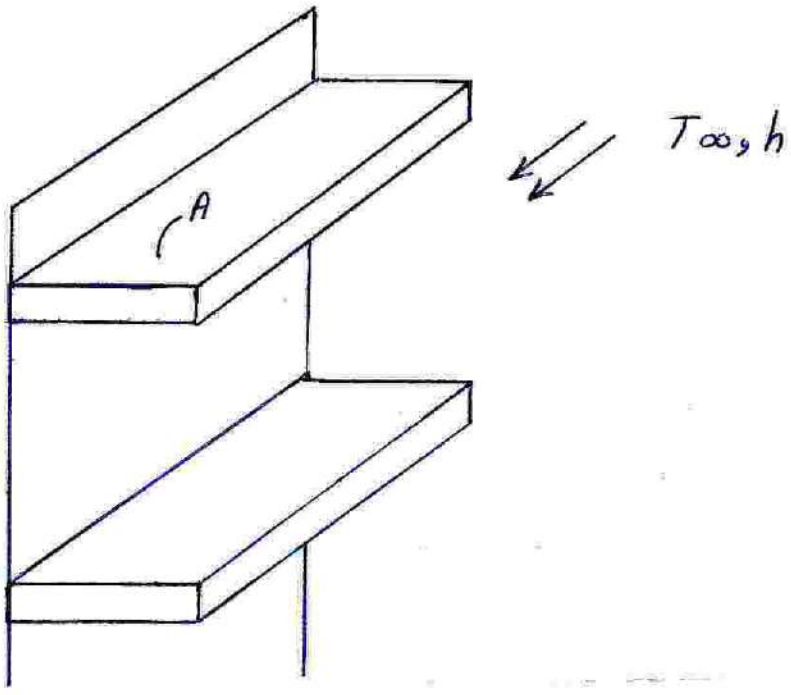
---

## Heat Transfer from extended Surface
## انتقال حرارت در سطوح گسترده

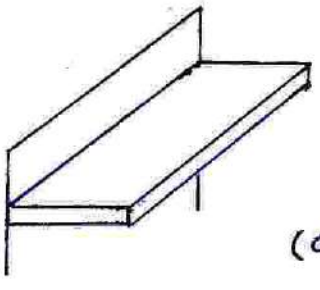



a) Bare Surface

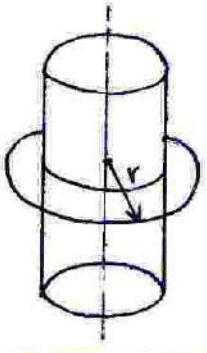
Bare : برهنه



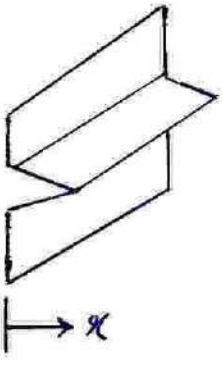

(Finned surface)



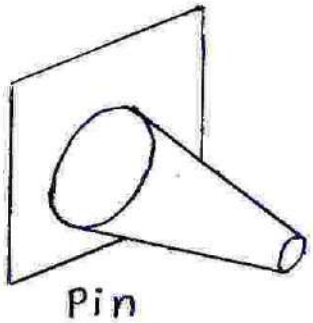
(a)




(c)



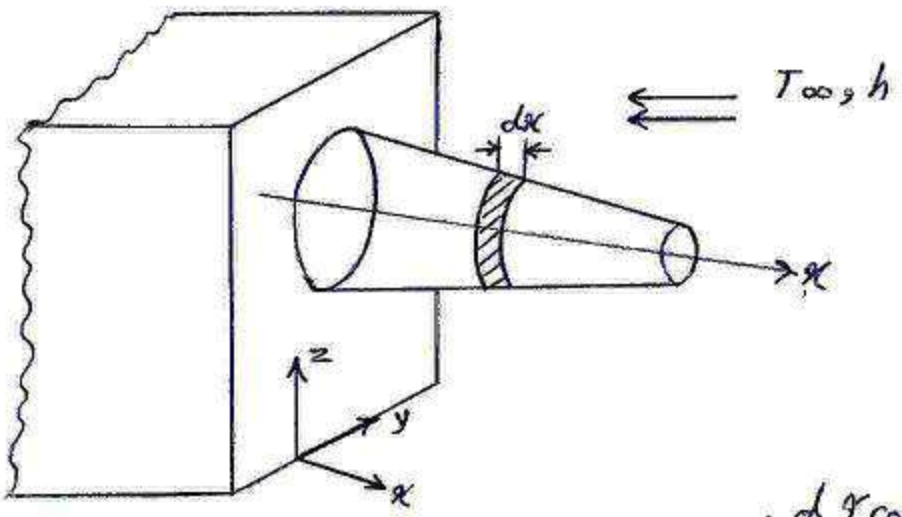

(b)

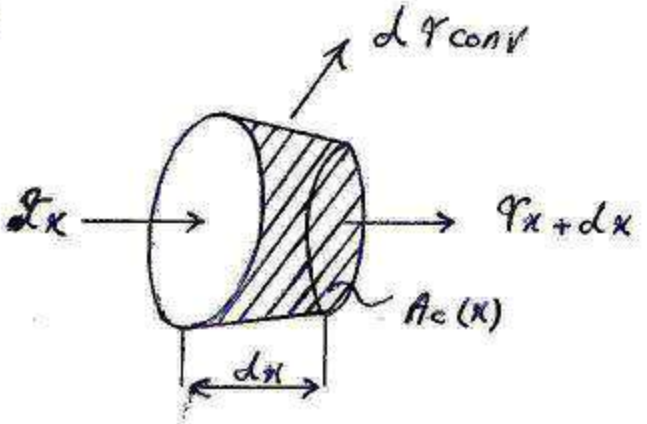


Pin

(d)

# A general Conduction Analisis 8




1. one Dim.
2. Steady
3. Cons. prop.
4. $q_r = 0$
5. $\dot{q} = 0$
6. $h$ is cte.

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

* $\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_g = \dot{E}_{st}$

$$q_x = q_{x+dx} + dq_{conv} \quad (1)$$

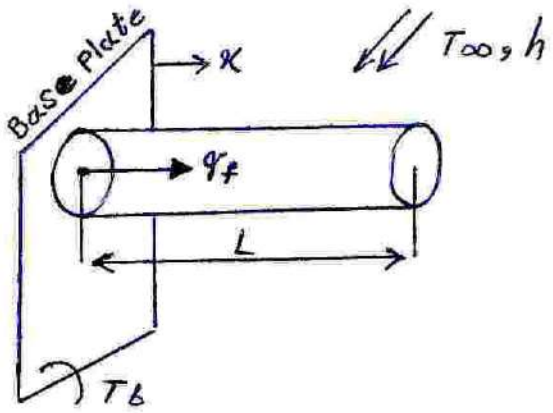
$$q_x = -K A_c(x) \frac{dT}{dx} \quad (2)$$

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \quad (3)$$

$$dq_{conv} = h \cdot A_S (T(x) - T_\infty) \quad (4)$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \left(\frac{1}{A_c(x)} \frac{dA_c(x)}{dx}\right) \frac{dT}{dx} - \left(\frac{1}{A_c(x)} \frac{h}{K} \cdot \frac{dA_S}{dx}\right) (T(x) - T_\infty) = 0$$

---




(Fins of uniform cross section Area)

* $A_c = cte$

  $A_S = P \cdot x$

$dAc/dx = 0$ $\qquad$ $dAs/dx = P$

$$\textcircled{8}\quad \frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kAc}(T - T\infty) = 0$$

$As$ - سطح کل
$Ac$ - سطح مقطع بدنه

---

* حل :

* $\theta(x) = T(x) - T\infty \qquad \textcircled{9}$

* $\frac{d\theta(x)}{dx} = \frac{dT(x)}{dx} \qquad \textcircled{10}$

* $\frac{d^2\theta}{dx^2} - \underbrace{\frac{h.P}{K.Ac}}_{m^2}\theta(x) = 0$

* $\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\,\theta(x) = 0 \qquad \textcircled{11}$

* $\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$

B.C | $\theta(x=0) = T_b - T\infty = \theta_b$

$\theta_b = C_1 + C_2$

* برای هر حالات مشترک است.

* برای انتهای Fin (4) حالت مزی در کتاب هولمن ذکر شده.

$$q_f = q_b = -K.A_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = -K.A_c \left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=0}$$

« حرارتی که Fin از Base plate می‌گیرد »

---

* مثالهای حل شده هولمن .
* Incropera - 3 : 4 و 9 و 10 و 12 و 13 و 18 و 26 ، 28 ، 31 ، 47 ، 60

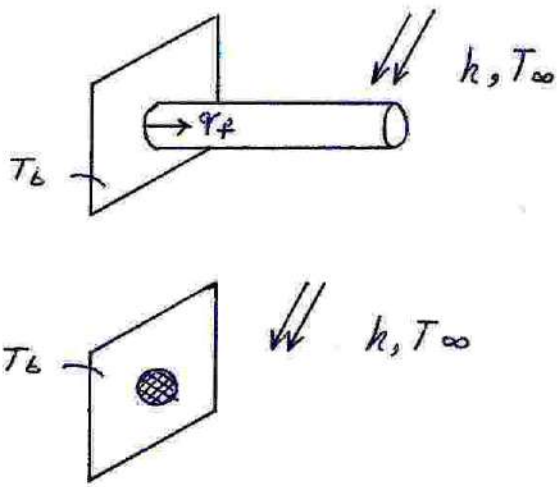
---

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۴۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

## Fin Performance :

* فین کاری ممکن است بجای کمک کردن به کشش حرارت از سطح Base خود عامل مقاومت حرارتی شود.




$$\varepsilon = \frac{q_f}{h \cdot A_{c,b} \cdot \theta_b}$$

$\varepsilon \geq 2$ به صرفه است

$\theta_b = T_b - T_\infty$

---

* مثلاً در حالت D (Very long Fin) :

* $q_f = \sqrt{h \cdot P \cdot K \cdot A_c} \cdot \theta_b$

* $\varepsilon_f = \left( \frac{KP}{h \cdot A_c} \right)^{1/2}$

* یعنی اگر K زیاد شود $\varepsilon$ زیاد می‌شود و خوب است و اگر $\frac{P}{A_c}$ زیاد شود یا به عبارت فیزیکی Fin نازک‌تر شود $\varepsilon$ بالا می‌رود و اگر h کم شود $\varepsilon$ زیاد می‌شود یعنی Fin در جاهائی که h کمتر است بهتر خود را نشان می‌دهد و به صرفه است.

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

## Fin Efficiency :

$$\eta_F = \frac{q_f}{q_{max}} = \frac{q_f}{h \cdot A_f \cdot \theta_b}$$

$\theta_b$ - حمای Base .

$A_f$ - کل سطح فین که در معرض وزش قرار دارد .

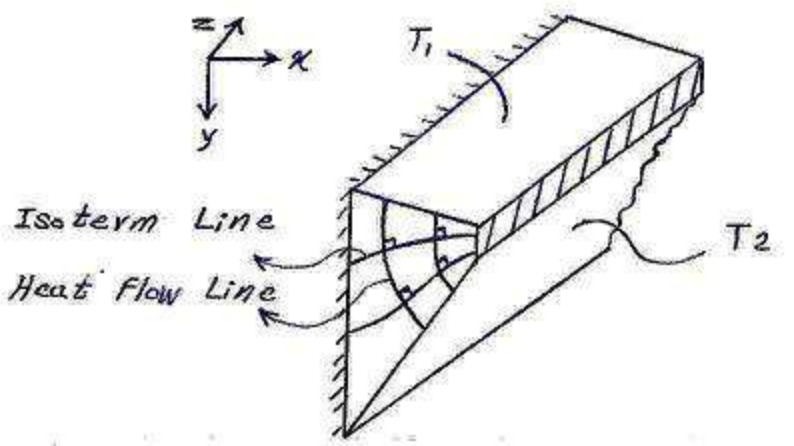
$\rightarrow$ $q_f = q_{max} \cdot \eta_f$

* از جدول و منحنی ها $q_{max}$ و $\eta_f$ را خوانده و $q_f$ را می یابیم (شکل 2.11 - کتاب هولمن). این منحنی‌ها مقاطعی غیراز حالات a و b و c و D است.

---

# فصل دوم

## (Two Dimensional Steady State Conduction)




$T_1 > T_2$

$\vec{q}'' = -K \vec{\nabla} T$

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۴۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

1. Steady
2. Two Dim.
3. $\dot{q} = 0$
4. Cons. prop.

a. Temp. Dist. ( توزیع دما ) :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

* برای حل معادله فوق روشهای زیر را بررسی می کنیم :

1- Analitical method
2- Graphical method
3- Electrical Analogy
4- Finite Difference Method

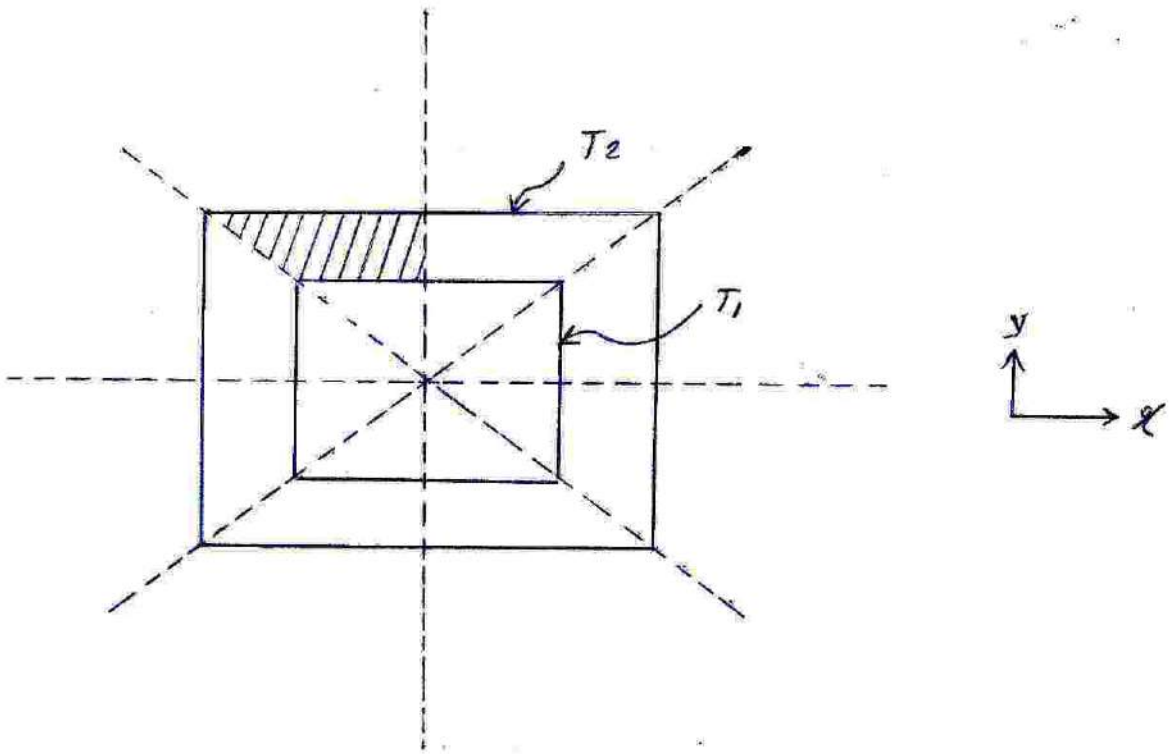
---

1. Analitical :

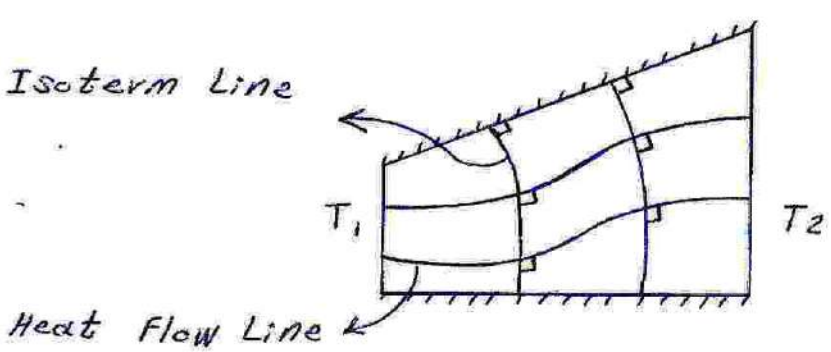
- این روش حل دقیق است امّا برای شرایط مرزی خیلی ساده و شکل هندسی ساده استفاده می شود. در کتاب هولمن یک حل تحلیلی ارائه شده که مطالعه شود ، (ابتدای فصل ۳)

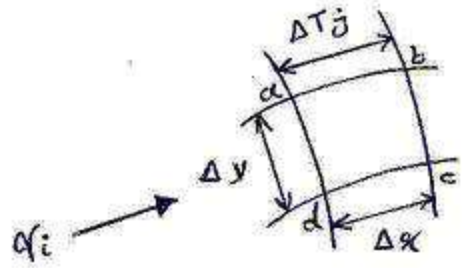
## 2. Graphical Method :

* شرایط مرزی باید دما ثابت ( Isoterm ) یا عایق باشد . این روش حدود ۳۰ سال پیش معمول بوده .




* یکی از مقاطع را بیرون می کشیم . خطوط تقارن عایق ها هستند:






$$\Delta x = \frac{ab + cd}{2}$$

$$\Delta y = \frac{ad + bc}{2}$$

** حروش ترسیمی : $\Delta x \approx \Delta y$ (باید)

* $q = \sum_{1}^{M} q_i = M \cdot q_i$

$q_i = K (\Delta y \cdot l) \frac{\Delta T j}{\Delta x}$

* $\Delta T_{1-2} = \sum_{1}^{N} \Delta T j = N \Delta T j$

* $q = M \cdot q_i = \frac{M \cdot l}{N} K \Delta T_{1-2}$

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۴۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$q = \frac{M \cdot l}{N} \cdot K \cdot \Delta T_{1-2}$$

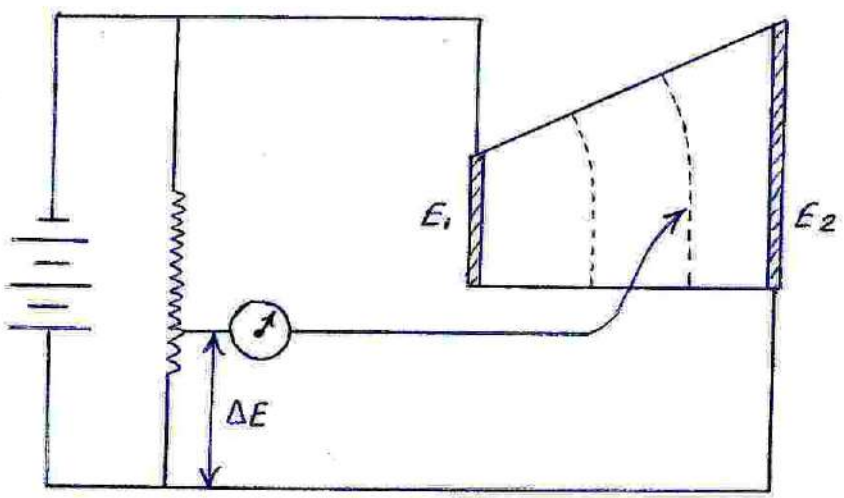
M - تعداد Heat passage یا کانالهای جریان گرمایست (در اینجا ۳ تا است).
l - عمود بر صفحه کاغذ است. (ضخامت)
N - تعداد اختلاف دما بین خطوط همدما. (در اینجا ۳ تا است)

$$q = S \cdot K \cdot \Delta T_{1-2}$$

* در جدول 3.1 هولمن $S = \frac{M.l}{N}$ داده شده (Shape Factor) .

---

## 3. Electrical Analogy :



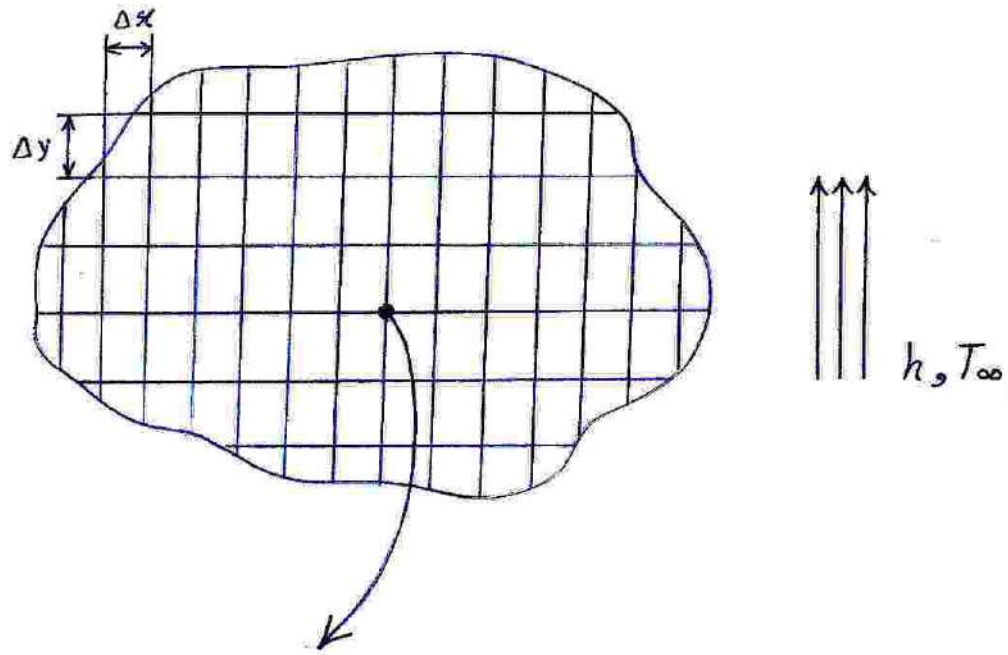

$$\left( \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} = 0 \right)$$

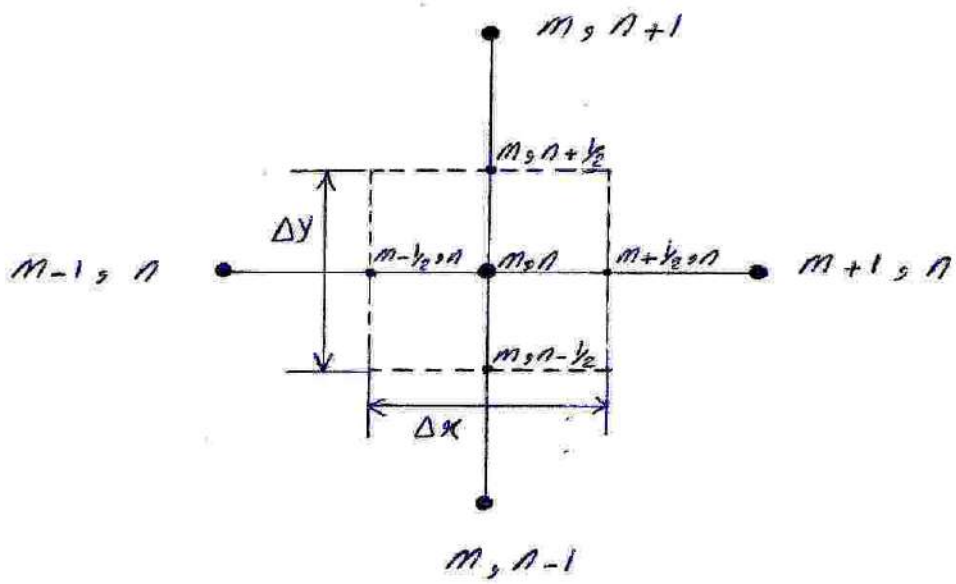
* یعنی بجای $T_1$ و $T_2$ ما $E_1$ و $E_2$ داریم و تشابهی است با الکتریسیته و می توان خطوط هم پتانسیل را که همان خطوط همدما است در آزمایشگاه بدست آورد و حرستی روش ترسیمی را بررسی نمود .

---

## 4. Finite Difference Method

روش اختلاف محدود




$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \qquad (9)$$

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right|_{m,n} = \frac{\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{m+1/2,n} - \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{m-1/2,n}}{\Delta x} \qquad (10)$$

**فرشاد سرایی**-مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی-نظارت-اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{m+\frac{1}{2},n} = \frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{\Delta x}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{m-\frac{1}{2},n} = \frac{T_{m,n} - T_{m-1,n}}{\Delta x}$$

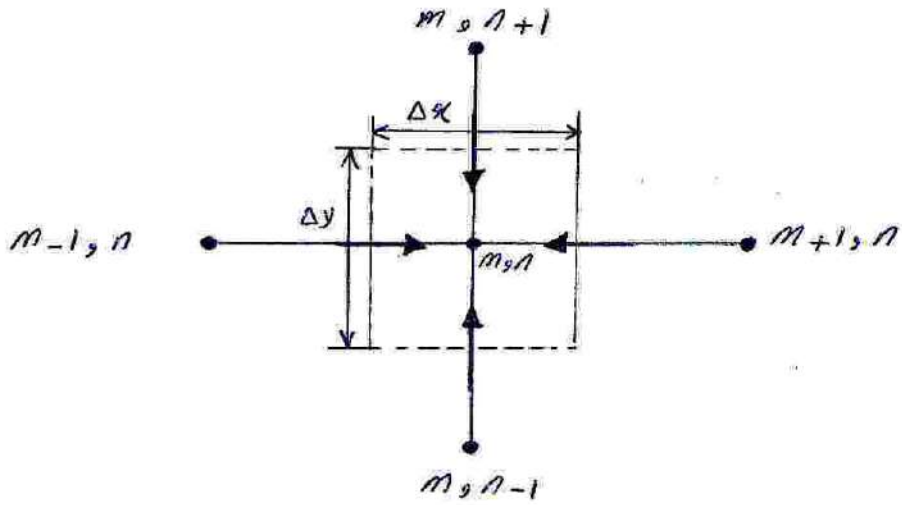
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 2T_{m,n}}{(\Delta x)^2}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{T_{m,n+1} + T_{m,n-1} - 2T_{m,n}}{(\Delta y)^2}$$

(۲) ←

$$T_{m,n+1} + T_{m,n-1} + T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 4T_{m,n} = 0 \quad (۱۵)$$

* یعنی معادله دیفرانسیل (۲) را به معادله جبری (۱۵) تبدیل کردیم. این معادله می گوید دمای هر نقطه برابر است با میانگین چهار نقطه اطراف آن. معادله (۱۵) تنها برای Conduction است و برای نقاط مرزی که تحت Convection هم است باید انرژی بالانس برای جمع کنترل نوشته شود.




* هر نقطه $(m,n)$ نماینده یک سطح خط چین است، که فرض شده دمای همه نقاط آن یکسان است و این خود عامل خطا در این روش است که امروزه با کامپیوترهای سرعت بالا و ریزتر کردن شبکه تا حد ممکن خطا را کاهش می دهند.

$$\sum_{i=1}^{4} q_{i \to (m,n)} = 0$$

$$\begin{cases} q_{m-1,n \to m,n} = K\,(\Delta y \times 1)\cdot \dfrac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} \\ q_{m+1,n \to m,n} = K\,(\Delta y \times 1)\cdot \dfrac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} \\ q_{m,n+1 \to m,n} = K\,(\Delta x \times 1)\cdot \dfrac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta y} \\ q_{m,n-1 \to m,n} = K\,(\Delta x \times 1)\cdot \dfrac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta y} \end{cases}$$

معادله (۱۵) را می دهد.

$$T_{m,n+1} + T_{m,n-1} + T_{m-1,n} + T_{m+1,n} + \frac{\dot{q}(\Delta x \Delta y \cdot 1)}{K} - 4T_{m,n} = 0$$

* درجدول 3.2 هولمن حالات مرزی بیان شده که باید بتوان آنها را با روش انرژی بالانس بدست آورد.

---


**فرشاد سرایی**- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۴۲۲

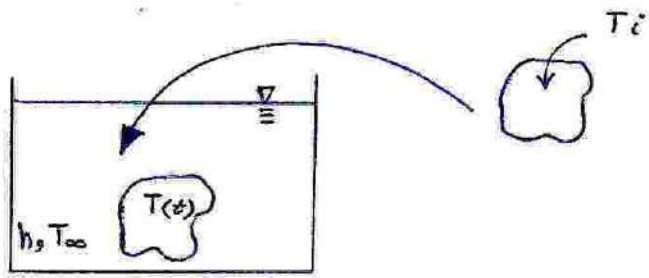
جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

# Unsteady State Conduction :

## 1. General Solution : (در کتاب هولمن مطالعه شود)

---

## 2. LumpedCapacitance Method :




* قطعه‌ای را از کوره در آورده و در حوضچه روغن قرار می دهیم. اگر $(T_\infty < T_i)$ دمای سراسر قطعه همزمان بالا یا پایین رود می‌گوییم قطعه یکپارچه یا (lumped) است.

$$\dot{E}_{in}^{\,0} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_{g}^{\,0} = \dot{E}_{st} \longrightarrow$$

$$-\dot{E}_{out} = \dot{E}_{st} \longrightarrow -h.A_s\,(T(t) - T_\infty) = \rho C \forall \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$T(t) - T\infty = \theta(t)$$

$$-hA_s\,\theta(t) = \rho C \forall \frac{\partial \theta}{\partial t} \longrightarrow$$

$$\frac{\rho C \forall}{h.As} \int_{\theta i}^{\theta} \frac{d\theta}{\theta} = -\int_{0}^{t} dt \longrightarrow$$

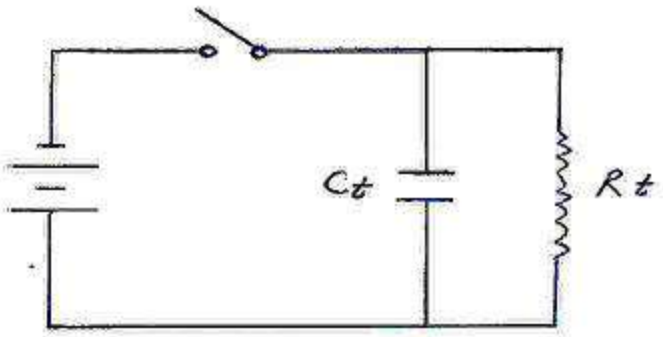
$$t = \frac{\rho C \forall}{h.As} \ln \frac{\theta i}{\theta}$$

$$\frac{\theta}{\theta i} = \frac{T(t) - T\infty}{Ti - T\infty} = \exp\left[-\left(\frac{hAs}{\rho C \forall}\right) t\right]$$

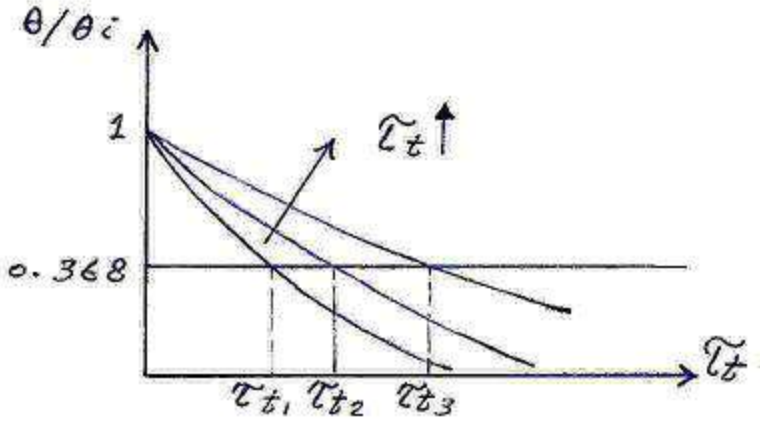
* بسته به این که $\theta$ را بخواهیم یا $t$ را از روابط فوق برای سیستم lumped استفاده می کنیم.

$$\begin{cases} R_{conv} = \dfrac{1}{hAs} & : \text{Convection Resistance} \\ \rho \forall C = C_t & : \text{lumped thermal Capacitance} \\ \tau_t = R_t . C_t & : \text{Thermal time Constant} \end{cases}$$

مقایسه با خازن :




وقتی کلید بسته است خازن شارژ می شود (مثل حالتی که جسم در کوره گرما- می گیرد). اگر کلید باز شود خازن در مقاومت تخلیه می شود.

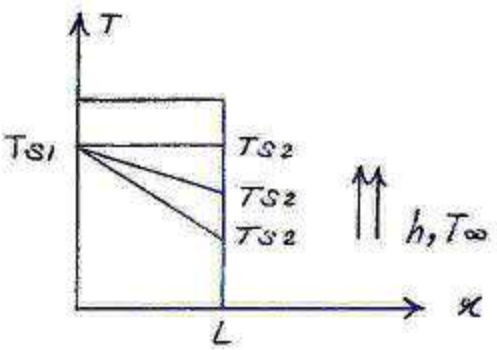



---

$$* \quad q_x = -KA\frac{dT}{dx}$$

$$\frac{dT}{dx} \to 0 \longrightarrow K \to \infty$$

---




فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲
جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

معادله بالانس برای سطح : $\frac{KA}{L}(T_{S1} - T_{S2}) = hA(T_{S2} - T_\infty)$

$$\frac{T_{S1} - T_{S2}}{T_{S2} - T_\infty} = \frac{L/KA}{1/hA} = \frac{R_{cond}}{R_{conv}} = \frac{h.L}{K} = Bi \quad \text{(بایوت)}$$

* در مسائل (unsteady) ؛ $Bi = \frac{h.L_c}{k}$ را تشکیل می دهیم :

(Bi) Number $\leq$ 0.1 $\rightarrow$ سیستم lumped است

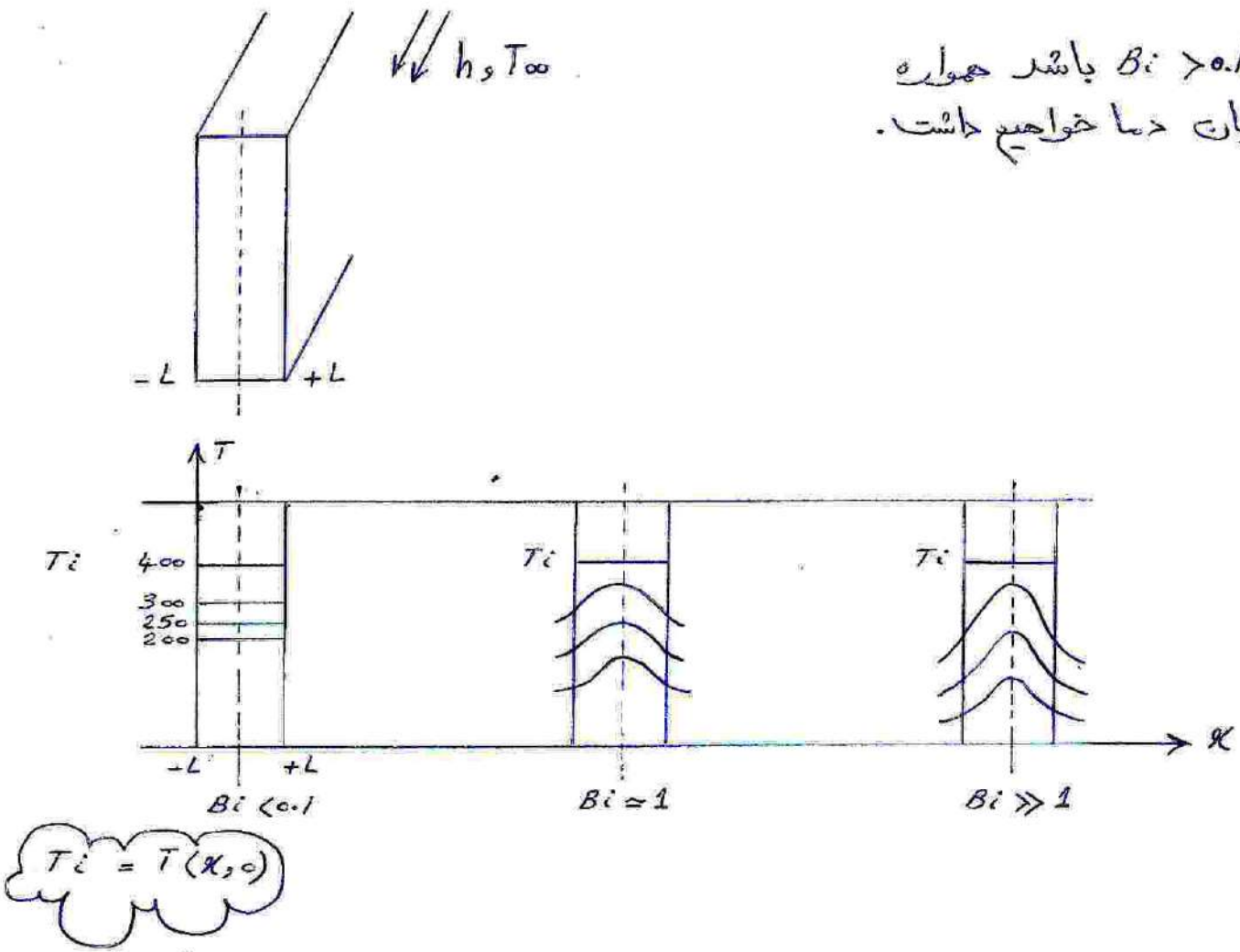
$$\begin{cases} L_c = \frac{\forall}{A} & \text{(طول مشخصه)} \\ A: \text{سطحی که در معرض Conv. است} \end{cases}$$

مثلاً برای کره :

$$\begin{cases} \forall = \frac{4}{3}\pi r_o^3 \\ A_s = 4\pi r_o^2 \end{cases}$$

$$L_c = \frac{r_o}{3}$$

* اگر $Bi > 0.1$ باشد همواره گرادیان دما خواهیم داشت.




---

نکته -

$$\frac{h.As.t}{\rho \forall C} = \frac{h.t}{\rho C L_c} = \frac{h.L_c}{K} \cdot \frac{K}{\rho C} \cdot \frac{t}{L_c^2}$$

$$\frac{hAst}{\rho \forall C} = \frac{hL_c}{K} \cdot \frac{\alpha t}{L_c^2} = Bi \cdot F_o$$

$Bi$ - بایوت

$F_o$ - فوریر

* یعنی برای صرفه جوئی در وقت و هزینه حاصل را بصورت ضرب دو عددی بی بعد - در آورده ایم.

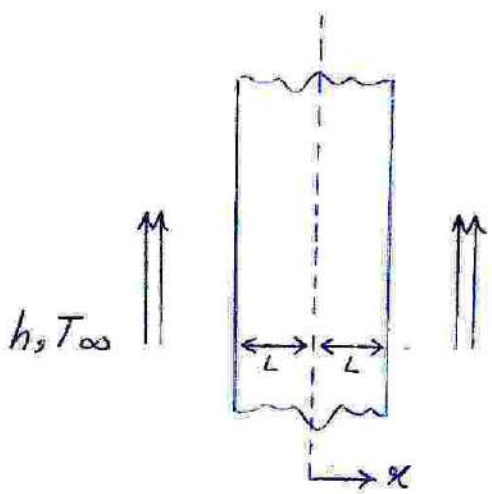
One Dimensional System With Convective Surface Conditions :

* یعنی حالتی که : $(Bi)$ کوچکتر از 0.1 نشود.

$$F_o = \frac{\alpha t}{L_c^2} > 0.2$$

---

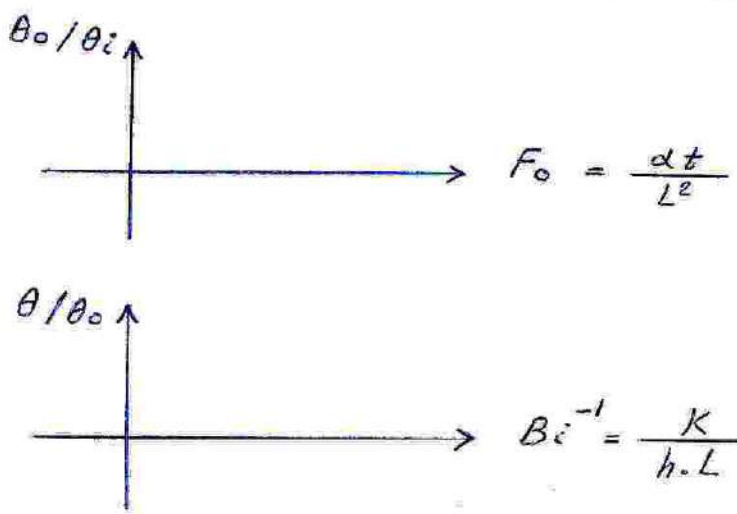
1. Plane Wall :




$$\begin{cases} T(x,0) = T_i \\ T_\infty \neq T_i \\ \theta_o = T_o - T_\infty \\ \theta_i = T_i - T_\infty \end{cases}$$

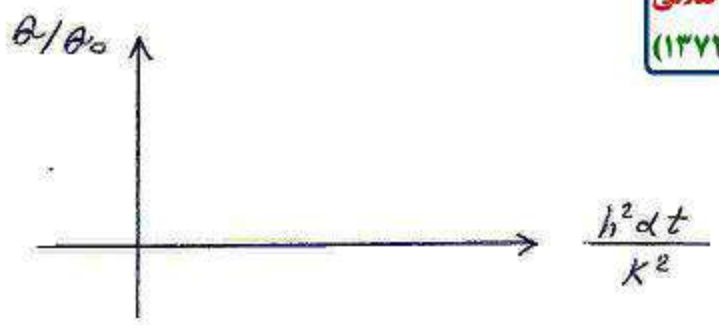
center خط میانی $T_o$ است.

* صفحه 120 کتاب هولمن شکل 4.9 :



فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)




* اگر $Bi^{-1}$ مثلاً ۱۰۰ شود $Bi$ ۰.۰۱ می شود و ما بین ۰.۱ تا ۰.۰۱ می توانیم از سیستم lumped استفاده کنیم و می توان از خود - چارت هم استفاده کرد.

* اگر دمای Center line را بدهند و $\theta_0$ را بخواهند $(Fo)$ را حساب می کنیم.

* اگر دما را در جائی غیر از Center line بخواهیم از منحنی 4.12 - استفاده می کنیم.

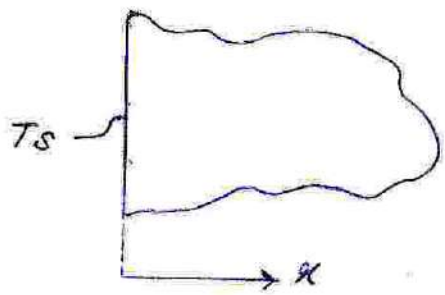
* چارت 4.16 $Q$ (کل انرژی حرارتی خارج شده یا وارد شده به قطعه) را می دهد که در آن $Q_0 = \rho V C (T_i - T_\infty)$.

$$\frac{T_i + T_\infty}{2} = T$$

---

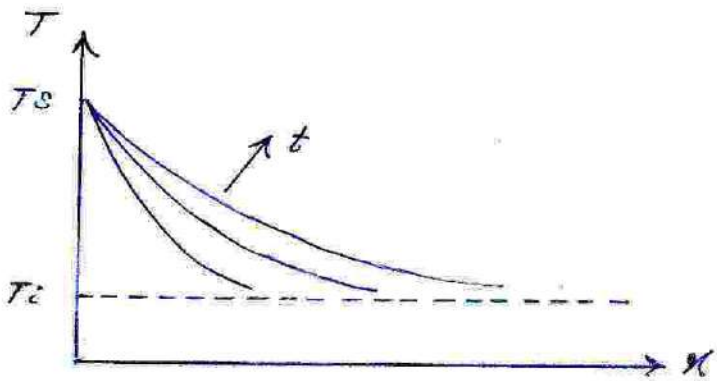
اجسام نیمه بینهایت (Semi infinite)

a. Const. Surface Temp. :




$$T(x,0) = T_i$$
$$T(0,t) = T_s$$

* $T(x,0)$ مساوی $T_i$ است یعنی دما در اعماق جسم نیمه متناهی (مثلاً زمین، اقیانوس، ستون بلند و...) همواره ثابت است و این فرض اساسی در حل تحلیلی است.




توزیع دما

$$\frac{T(x,t)-T_s}{T_i-T_s} = erf\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$$

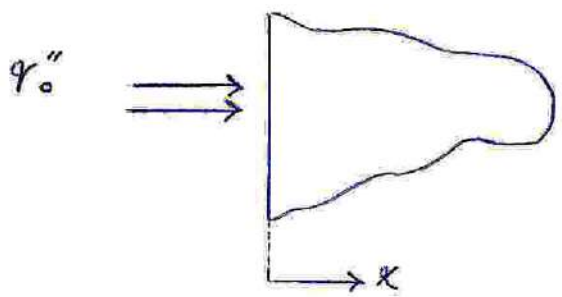
$$q''_s(t) = -k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = \frac{k(T_s-T_i)}{\sqrt{\pi \alpha t}}$$

$erf(\omega)$: Gaussian Error Function

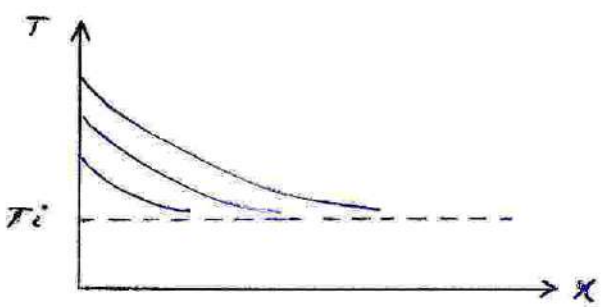
* در شکل 4.4 جوابهای مختلف (erf) داده شده .

---

b. Constant heat Flux :



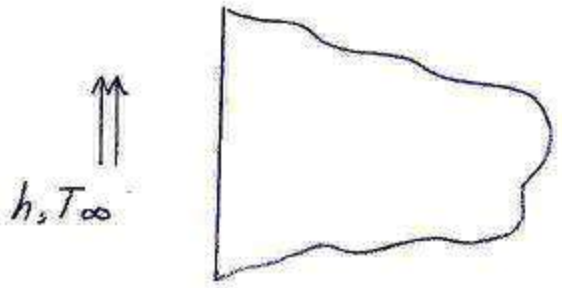

* مثلاً حالتی که زمین یا سطح اقیانوس تحت فلوی ثابتی مثل تابش خورشید قرار گرفته است . دمای اعماق $T_i$ می ماند.

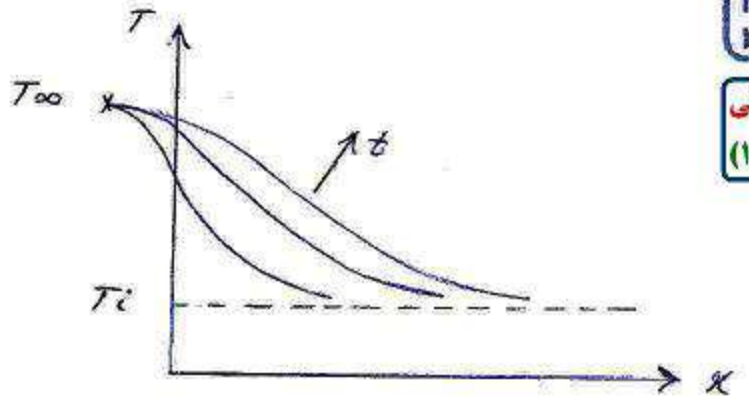



* $T(x,t) - T_i = \frac{2q_0''(\frac{\alpha t}{\pi})^{1/2}}{k} \cdot \exp\left(\frac{-x^2}{4\alpha t}\right) - \frac{q_0'' x}{k} \cdot erf\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$

* خواص ترمو فیزیکی را در دمای $T_i$ بدست می آوریم .

C. Surface Convection :




فرشاد سرایی-مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی-نظارت-اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$\frac{T(x,t)-T_i}{T_\infty - T_i} = erfc\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) - \left[ exp\left(\frac{hx}{k} + \frac{h^2 \alpha t}{k^2}\right)\right] x$$

$$\left[ erfc\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + \frac{h\sqrt{\alpha t}}{k}\right)\right]$$

* مثنی 4.7 کتاب هولمن .

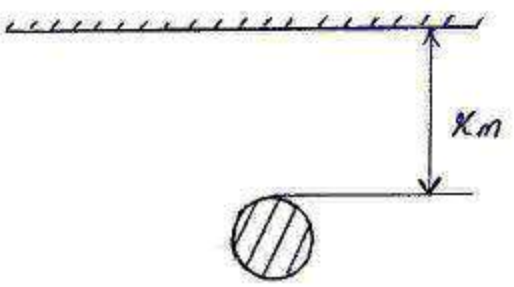
* خواص را در $\frac{T_i + T_\infty}{2}$ حساب می کنیم (چون Conv حاریع)

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

---

مثال ۱- باتوجه به شکل زیر حداقل عمق نصب لوله آب چقدر باشد تا آب یخ نزند. درجه حرارت اولیه خاک بصورت یکنواخت $20^{\circ}C$ بوده و به مدت ۶۰ روز درجه سطح خاک $-15^{\circ}C$ می باشد.




* $T(X_m, 60\ days) = 0^{\circ}C$

1- one dim.
2- semienfinit solid
3- Cons. prop.

properties of soil : $(293.15 \approx 300^{\circ}K)$

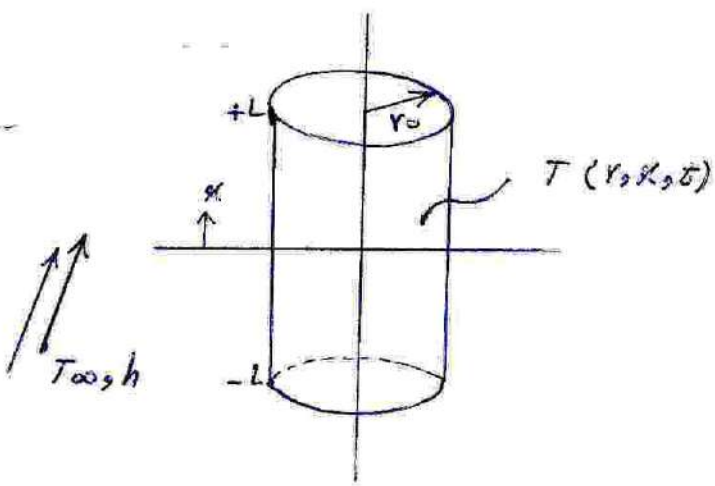
$$\frac{T(X_m,t) - T_S}{T_i - T_S} = erf\left(\frac{X_m}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$$

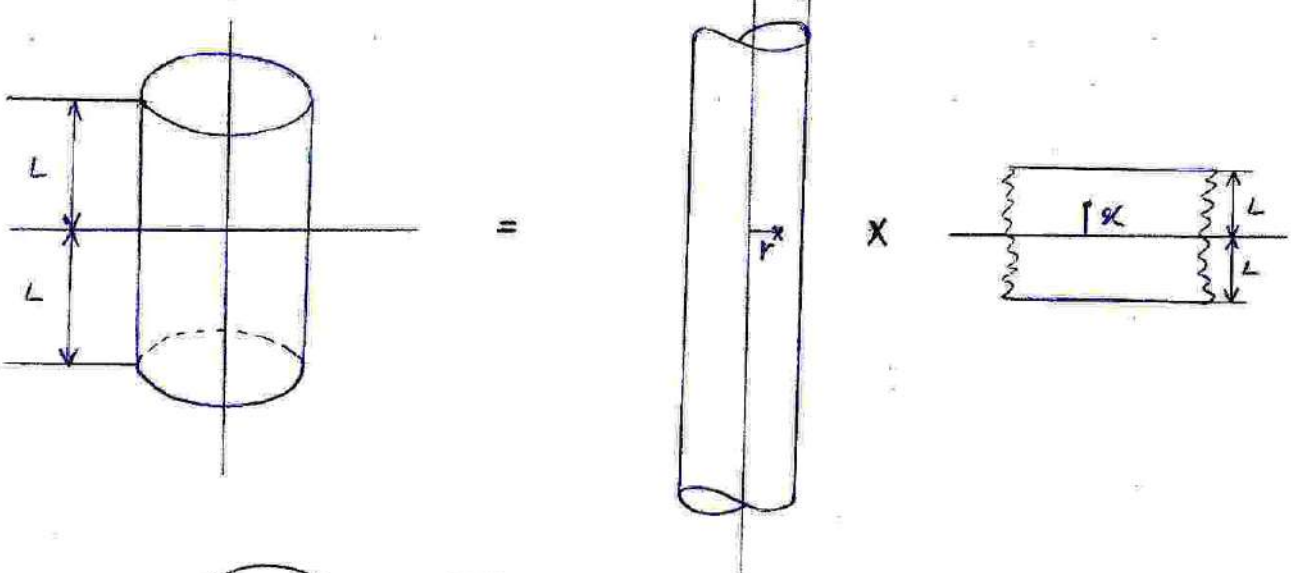
$$\frac{0-(-15)}{T_i - T_S} = 0.429 = erf\left(\frac{X_m}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$$

$$\frac{x_m}{2\sqrt{\alpha t}} = 0.4 \longrightarrow x_m = 0.58\,m$$

---

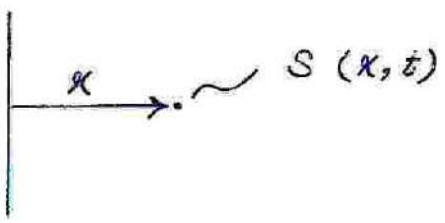
## Multidimensional Systems :



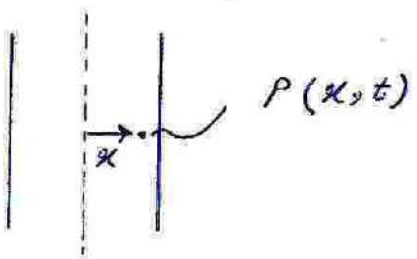




$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

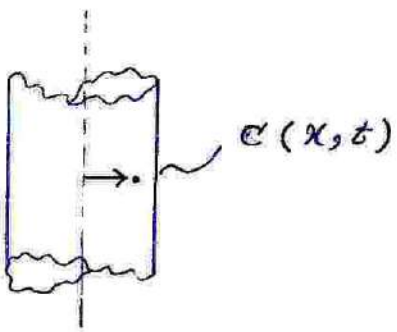
* یعنی مسئله را، یک استوانه با طول ∞ و یک دیواره به ضخامت 2L در نظر می گیریم که برخورد 2 تا استوانه بطول 2L را می دهد و چون حل هر کدام را در معادله هیزلر جایگذاری جوابها را یافته و در هم ضرب می کنیم.




: semiinfinit solid _ a

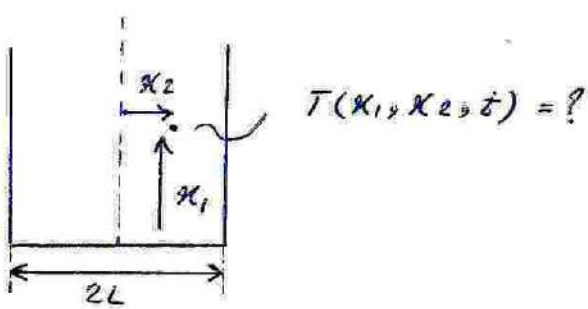



: plane wall _ b




: Infinite Cylinder _ c

: Semiinfinite plate _ d

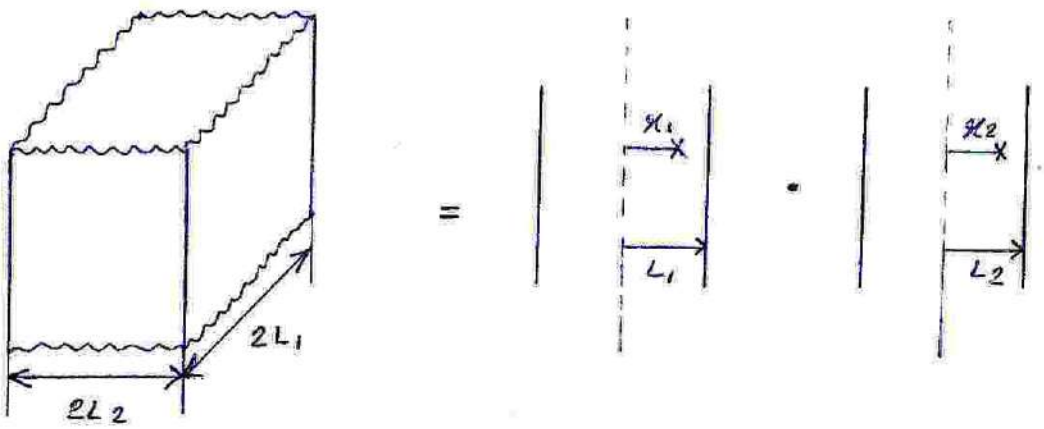


$$\frac{T(x_1,x_2,t)-T_\infty}{T_i-T_\infty} = S(x_1,t)\cdot P(x_2,t)$$

$$= \left(\frac{\theta(x_1,t)}{\theta_i}\right)_{semi.} \cdot \left(\frac{\theta(x_2,t)}{\theta_i}\right)_{plane.}$$

* بدین ترتیب با ادغام اشکال فوق حالاتی را که در مسئله نیاز داریم ایجاد می کنیم. مثلاً :

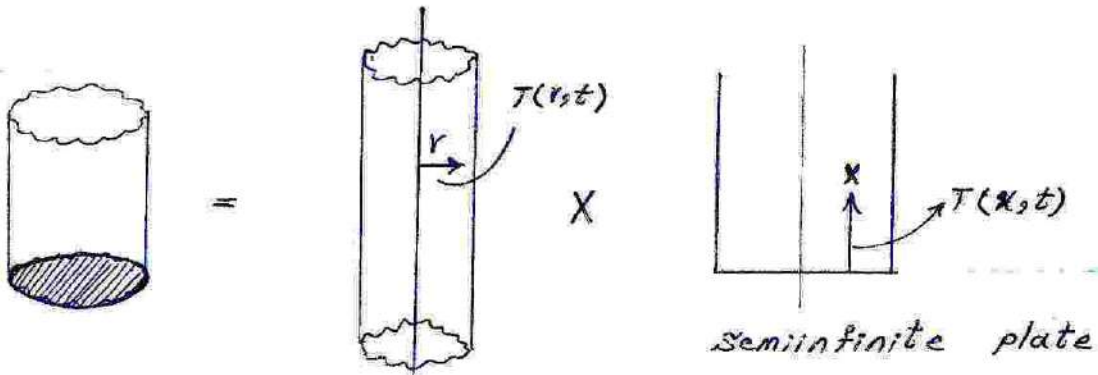
(Infinite)




$$\frac{T(x_1,x_2,t)-T_\infty}{T_i-T_\infty} = P(x_1,t)\cdot P(x_2,t)$$

---

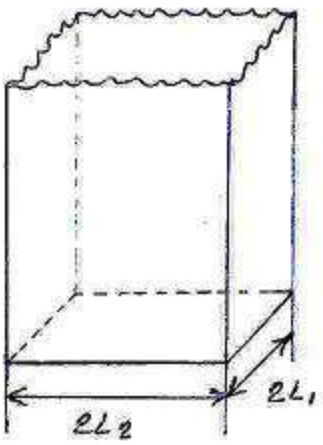
* مثلاً : Semiinfinite cylinder با قطع دادن d و c حاصل می شود :



$= C(r,t) \times S(x,t)$

---

* مثلاً :



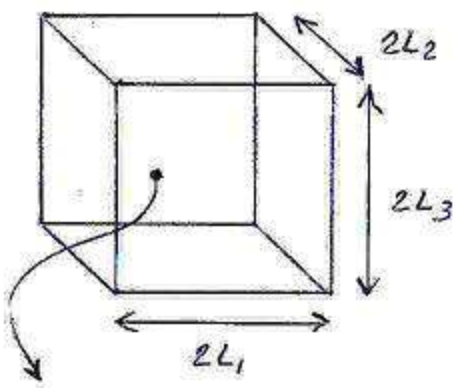

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$\frac{T(x_1,x_2,x_3,t)-T\infty}{Ti-T\infty} = \left.\frac{\theta}{\theta i}\right)_{PL_1} \cdot \left.\frac{\theta}{\theta i}\right)_{PL_2} \cdot \left.\frac{\theta}{\theta i}\right)_{Semi.}$$

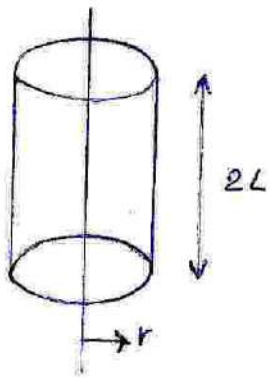
$$= P(x_1,t) \cdot P(x_2,t) \cdot S(x_3,t)$$

---




$$= P(x_1,t) \cdot P(x_2,t) \cdot P(x_3,t)$$

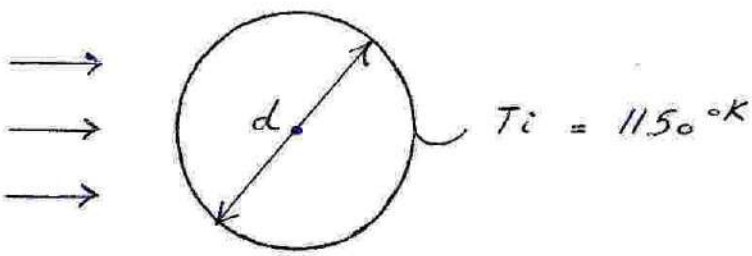
$T(x_1,x_2,x_3,t)$




$= P(x,t) \cdot C(r,t)$

---

مسئله - ۴ - ۵ - اینکرپرا -




گلوله مسی را ابتدا داخل کوره و سپس در معرض Conv. قرار می دهیم تا سختی آن بالا رود.

$$\begin{cases} T_\infty = 325^\circ K \\ h = 20\ W/m^2K \\ T = 400^\circ K \\ K_{st} = 40\ W/mK \\ \rho = 7800\ Kg/m^3 \\ C = 600\ J/KgK \\ t = ? \end{cases}$$

* چون زمان را خواسته پس مسئله unsteady است.

1- unsteady
2- Cons. prop.
3- $\dot{q} = 0$
4- Radiation $\approx 0$

$$Bi = \frac{h \cdot l_c}{K}$$

$$Bi = \frac{20 \cdot \frac{r_0}{3}}{40} = 0.001 < 0.1 \longrightarrow$$

system is Lumped

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۴۲۲
جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$* \quad t = \tilde{\tau}_t \, Ln \frac{\theta_i}{\theta}$$

$$\tilde{\tau}_t = R_t \cdot C_t$$

$$\theta_i = T_i - T_\infty = 825 \, ^\circ K$$

$$\theta = T_1 - T_\infty = 75 \, ^\circ K$$

$$t = \frac{\rho C V}{hA_s} Ln \frac{825}{75} = 1122s = 18.7 \, Minet$$

* اگر فرض ناچیز بودن تشعشع را در نظر بگیریم به جواب فوق می رسیم.

---

مسئله - ضریب انتقال حرارت برای جریان هوا روی یک کره مسی با توجه به تاریخچه زمان دمای این کره تعیین می شود. قبلاً (پیش از Conv.) دمای آن $66^\circ C$ بود. 69s پس از اعمال Conv. ترموکوپل دمای $55^\circ C$ را نشان می دهد. ابتدا فرض کرده و سپس

توجیه کنید که رفتار گذرا نظیر یک جسم Isoterm است و h را بیابید.

$$\begin{cases} d = 12.7\ mm \\ T_\infty = 27^\circ C \\ T_i = 66^\circ C \\ t = 69\ s \\ T_s = 55^\circ C \\ h = ? \end{cases} \qquad \begin{cases} \rho = 89.33\ kg/m^3 \\ C_p = 380\ J/kg\,K^\circ \\ K = 398\ W/m^2K^\circ \end{cases}$$

فرضیات :

1- Lumped sys.
2- Radiation is ناچیز
3- Cons. prop.
4- $\dot{q} = 0$

$$\frac{\theta_t}{\theta_i} = \exp\left(\frac{-t}{R_t C_t}\right)$$

$$R_t = \frac{1}{hA}$$

$$C_t = \rho \forall C_p$$

$$\frac{55-27}{66-27} = 0.718 = \exp\left(\frac{-69}{\tau_t}\right) \longrightarrow$$

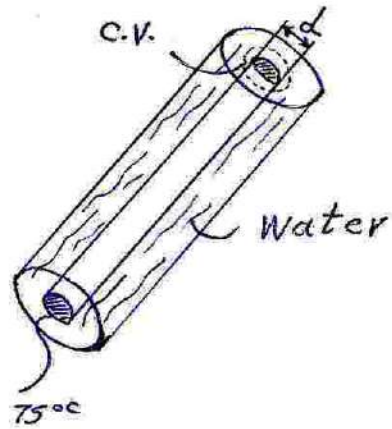
$$\tau_t = 298.3$$

$h = 35.3 \quad W/m^2K$

$B = \frac{hL_c}{K} = 1.88 \times 10^{-4}$ * یعنی فرض Lumped درست بوده .

---

مسئله - در یک فرآیند صنعتی که به جریانهای الکتریکی مستقیم با شدت زیاد نیاز است میله‌های مسی روپوش دار به قطر 20mm جریان را عبور می‌دهند و آب بطور پیوسته در اطراف میله جریان دارد و در 1000 A دمای میله را در $75^{\circ}C$ نگه می دارد. مقاومت میله $0.15\ \Omega/m$ است . در این فرآیند مشکل هنگامی است که جریان آب متوقف شود . در این حالت انتقال حرارت از سطح به صفر میل کرده و میله خوب - خواهد شد . زمان لازم برای شروع خوب چقدر است ؟




$d = 20\ mm$

$I = 1000\ A$

$T_i = 75^{\circ}C$

$R = 0.15\ \Omega/m$

$T_{melting} = 1358^{\circ}K$

$T = \frac{348 + 1358}{2}$

$T = 853^{K} \longrightarrow$ $C_p = 488\ J/kgK$

$\rho = 8933\ kg/m^3$

* خواص را در دمای متوسط بدست می آوریم .

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۴۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

۱- حمای میله یکنواخت است
۲- Cons. prop.
۳- $q_R$ , $q_{conv.}$ ناچیز
۴- $\dot{q}$ = یکنواخت = $E_g$

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_g = \dot{E}_{st}$$

$$\dot{E}_g = \dot{E}_{st}$$

$$RI^2 = \frac{\rho C_p \partial T}{\partial t} = \rho C_p \forall \frac{dT}{dt}$$

$$(0.15)(1000)^2 = 8433 \times 438 \frac{dT}{dt} \rightarrow$$

$$t = \frac{\rho C_p \pi d^2}{4RI^2} (T_2 - T_1) \rightarrow$$

$$t = 8.275 \text{ Sec}$$

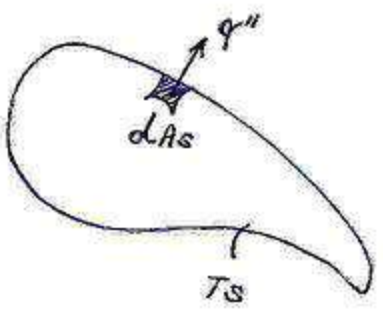
فرشاد سرایی-مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی-نظارت-اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

---

فصل ۶ :

$U_\infty , T_\infty \Longrightarrow$




$$q'' = h(T_s - T_\infty) \quad ①$$

$$q_{tot} = \int_{As} q'' dA_s \quad ②$$

$$q_{tot} = (T_s - T_\infty) \int_{As} h \cdot dA_s \quad ③$$

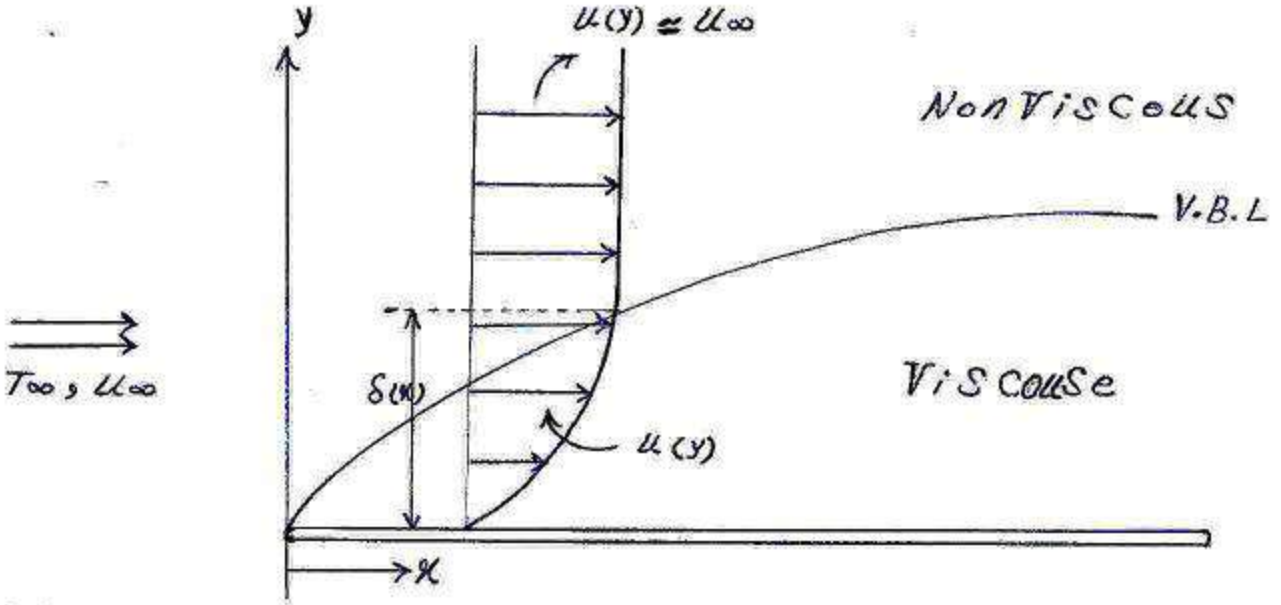
$$q = \bar{h} \cdot A_s (T_s - T_\infty) \quad ④$$

$$\bar{h} = \frac{1}{A_s} \int_{As} h \cdot dA_s$$

---

لایه‌های مرزی :

۱- (Velocity Boundry layer)




* $u(y) = 0.99\, u_\infty \longrightarrow$ (NonViscouse)

$C_{F,x} = \dfrac{\tau_s}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2}$ ⓥ : Friction Coefficient

$\tau_s = \mu . \left.\dfrac{du}{dy}\right|_{y=0}$

$C_{f,m} = \dfrac{1}{L}\int_0^L C_{f,x}\, dx$

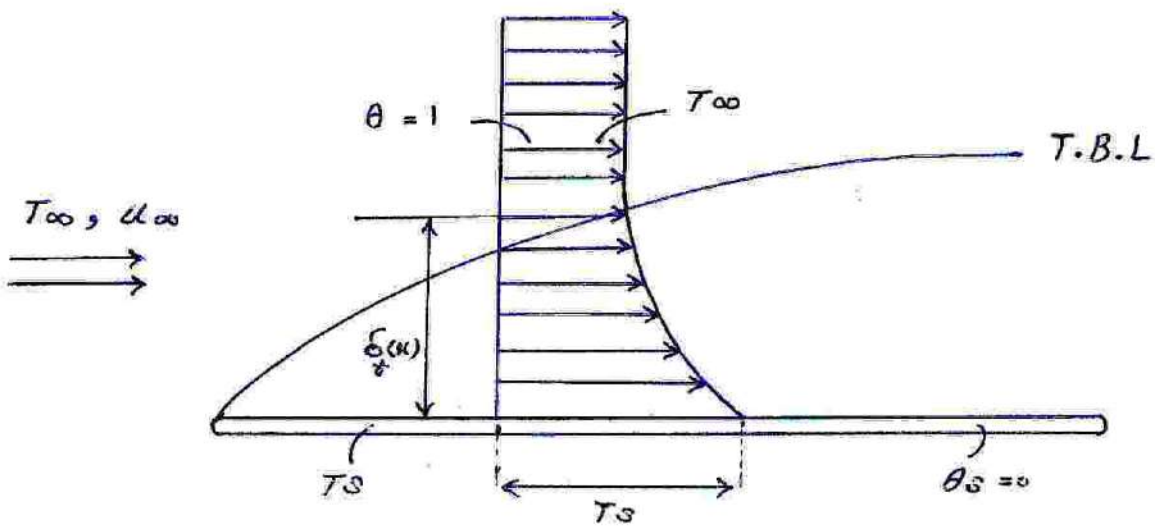
$F_{Drag} = W . L . C_{f,m} . \dfrac{\rho u_\infty^2}{2}$

« نیروی چسا »

فرشاد سرایی-مهندس پایه یک تاسیسات وکانیکی
طراحی-نظارت-اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۴۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

۲- : (Thermal B.L)




* $\theta(x,y) = \dfrac{T(x,y) - Ts}{T\infty - Ts}$

* اگر : $\dfrac{T(x,y) - Ts}{T\infty - Ts} \approx 0.99$ → $\delta(x)$ مربوط به آن ضخامت لایه مرزی است.

$$q''s = -K_f \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} \qquad (9)$$

$$h(Ts - T\infty) = -K_f \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}$$

$$(10) \quad h(x) = \frac{-K_f \left.\dfrac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}}{Ts - T\infty}$$

$K_f$ - ضریب Condu. - سیال است در ناحیه‌ای که حرکت توده‌ای نداریم.

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۳-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

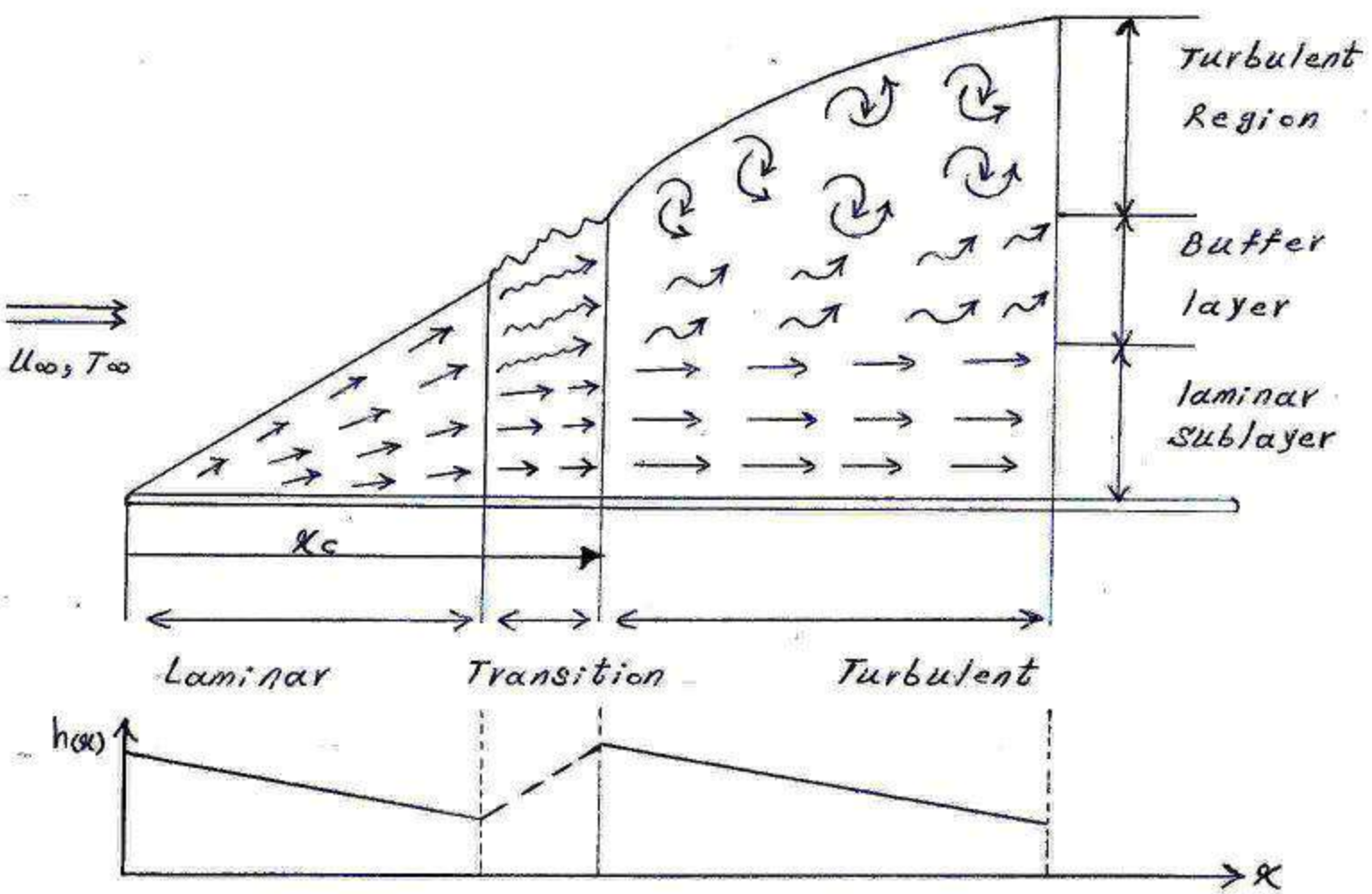
* $h$ بدست آمده (Local) است.

* در برخی از مراجع داریم:

$$\begin{cases} \theta(x,y) = \dfrac{T(x,y) - T_s}{T_\infty - T_s} \\ h(x) = K \left.\dfrac{\partial \theta(x,y)}{\partial y}\right|_{y=0} \end{cases}$$

* V.B.L همیشه وجود دارد امّا T.B.L تنها وقتی وجود دارد که اختلاف دما داشته باشیم.

---



$$Re = \frac{\rho . u_\infty . x}{\mu}$$

* Critical Re No.
1- Flat plate $Re_c = 5 \times 10^5$
2- Cylinder $Re_c = 2 \times 10^5$
3- Pipe (Internal) $Re_c = 2300$

* $x_c$ - Critical ($x$) است.

1- $Bi = \frac{h . L_c}{K}$

2- $C_f = \frac{\tau_s}{\frac{1}{2} \rho u_\infty^2}$

3- $E_c = \frac{u_\infty^2}{C_p (T_s - T_\infty)}$

4- $Fo = \frac{\alpha t}{L_c^2}$

5- $f = \frac{\Delta P}{(L/D)(\rho u_m^2/2)}$

6- $j_H = St . Pr^{2/3}$

7- $Nu_L = \frac{h L_c}{K_f}$

8- $Pe = Re . Pr$

9- $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$

10- $Re = \frac{u_\infty . x}{\nu}$

11- $St = \frac{Nu}{Re . Pr}$

* در $Bi$ $(K)$ مربوط به Solid است
اما در $Nu_L$ $(K)$ مربوط به سیال
است.

# External Flow — جریان خارجی

* در جریان خارجی لایه مرزی می‌تواند تا هر حدّی رشد کند.

* در رابطه $q = hA_s(T_s - T_\infty)$ برای محاسبه $h$ به دو روش تئوریک و تجربی عمل می‌شود.

* $Nu = \frac{h.L_c}{k_f}$ (ناسلت)

$Nu = f(x, Re, Pr)$

$\overline{Nu} = f(Re, Pr)$

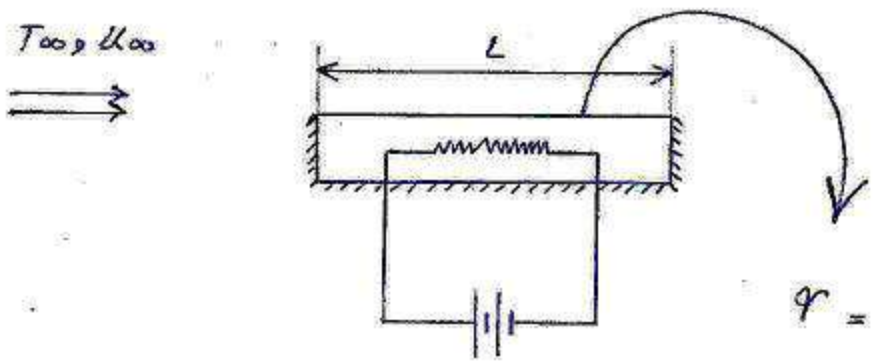

**فرشاد سرایی**-مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی-نظارت-اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۴۲۲



جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

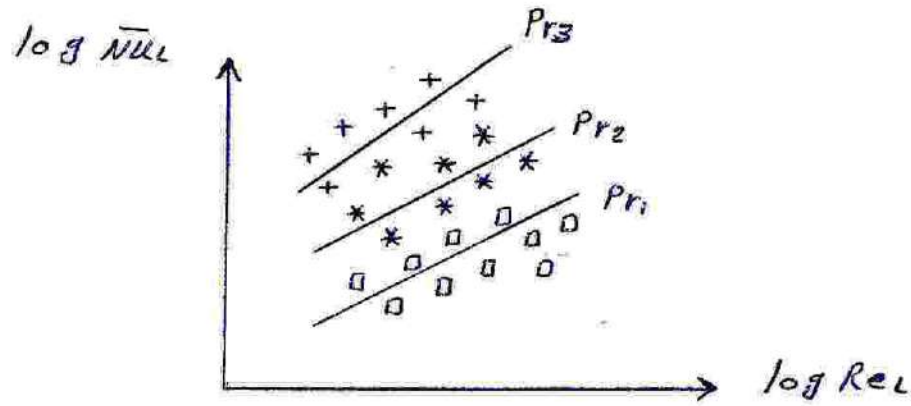

---

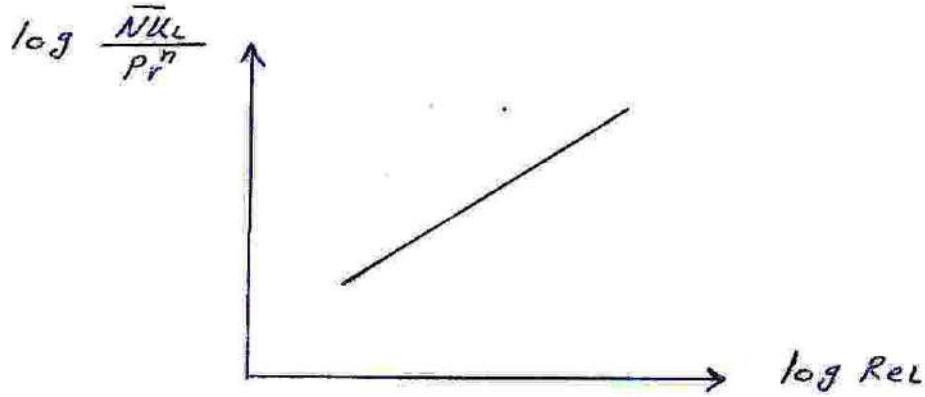
آزمایش :




$q = I.E = \overline{h}_L A_s (T_s - T_\infty)$

$$\overline{h}_L = \frac{q}{A_s(T_s - T_\infty)}$$




(بی بعد شده)

$$\overline{Nu}_L = C\, Re_L^{m} \cdot Pr^{n}$$

$$T_f = \frac{T_S + T_\infty}{2}$$

film Temp.

* اگر $\left(\frac{Pr_\infty}{Pr_S}\right)^2$ یا $\left(\frac{\mu_\infty}{\mu_S}\right)^2$، برای تصحیح رابطه در آن ضرب شود

دیگر خواص را در $T_f$ حساب نمی کنیم. کلیه خواص را در $T_\infty$ حساب می کنیم

به جز خواصی که اندیس S دارد مثل $Pr_S$ و ... .

## Flat Plate in Parallel Flow :

1- Laminar Flow -

* $C_{f,x} = \frac{\tau_{s,x}}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2} = 0.664\, Re_x^{-1/2}$ (exact: حل دقيق)

$$\begin{cases} \frac{\delta(x)}{x} = 5\, Re_x^{-1/2} & \text{(exact)} \\ Re_x = \frac{u_\infty x}{\nu} \qquad 0 < x < x_c \end{cases}$$

$$\begin{cases} Nu_x = \frac{h(x)\, x}{k} = 0.332\, Re_x^{1/2}\, Pr^{1/3} \\ 0.6 < Pr < 10 \qquad Re_x < 5\times10^5 \end{cases}$$

local Nusselt Number

* برای ما یعنی مثل روغنها :

$$\begin{cases} Nu_x = 0.339\, Pr^{1/3}\, Re_x^{1/2} \\ Pr \to \infty \qquad Re_x < 5\times10^5 \end{cases}$$

$$\frac{\delta_t(x)}{\delta(x)} = Pr^{-1/3}$$

$$\begin{cases} C_{f,m} = 2\,C_{f,x} = 1.328\,Re_x^{-1/2} & : \text{Average} \\ F = W.L.\,C_{f,m}.\,\dfrac{\rho U_\infty^2}{2} \end{cases}$$

$$\overline{h}_L = 2\,h_x$$

$$\begin{cases} \overline{Nu}_L = \dfrac{\overline{h}_x.L}{K} = 0.664\,Re_L^{1/2}\,Pr^{1/3} \\ 10 > Pr \geq 0.6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{Nu}_L = 0.678\,Pr^{1/3}\,Re_L^{1/2} \\ Pr \to \infty \end{cases}$$

برای روغنها :

---

* For Liquid Metals : $Pr \to 0$
In Laminar Flow

$$\begin{cases} Nu_x = 0.565\,Pe_x^{1/2} \\ Pr \approx 0.05 \\ Pe_x = Re_x.Pr \end{cases}$$

* چون این فلزات مثل جیوه $h$ بالائی دارند در نیروگاههای هسته ای برای خنک کاری - استفاده می کنند. لایه مرزی حرارتی در اینها خیلی بزرگتر از لایه مرزی سرعت است.

| | | |
|---|---|---|
| **جزوه آموزشی**<br>**درس انتقال حرارت (۱) و (۲)** | شرکت مهندسی پتروپالامحور | **R&D Department** |

## خدمات فنی قابل ارائه از طرف شرکت مهندسی پتروپالامحور :

- طراحی سیستم های لوله کشی (Piping)
- طراحی سیستم های مکانیکی ثابت (Fixed Equipment)
- طراحی سیستم های مکانیکی دوار (Rotary Equipment)
- طراحی سیستم های تاسیسات مکانیکی و تهویه مطبوع (Plumbing & HVAC)
- طراحی تاسیسات مکانیکی زیربنائی
- طراحی سیویل و سازه در پروژه های عمرانی و صنعتی

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

## Turbulent Flow :

a. Schilichting Correlation -

$$\begin{cases} ** \quad C_{f,x} = 0.0592\, Re_x^{-1/5} \\ 5\times10^5 < Re_x < 10^7 \end{cases}$$

---

b. Schultz - Gruow Correlation -

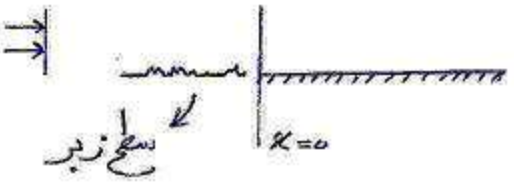
$$\begin{cases} C_{f,x} = 0.37\, (\log Re_x)^{-2.584} \\ 10^7 < Re_x < 10^9 \end{cases}$$

---

## Thickness of V.B.L :

* ۱- $x = 0$ : لایه مرزی مغشوش از

$$\delta(x) = 0.381\, x\, Re_x^{-1/5}$$



۲- لایه مرزی :

$$\begin{cases} Rec = 5 \times 10^5 \\ \delta(x) = x(0.381\, Rex^{-1/5} - 1.256\, Rex^{-1}) \\ 5 \times 10^5 < Rex < 10^7 \end{cases}$$

* در حالت یک قبل از صفحه یک سطح زبر داریم که از $x=0$ جریان مغشوش داریم می شود امّا حالت (۲) همان حالت عادی است.

Local Nusselt Number :

(Chilton - Colburn)

$$\begin{cases} Nu_x = 0.0296\, Rex^{4/5}\, Pr^{1/3} \\ 0.6 < Rex < 60 \end{cases}$$

* در جریان مغشوش ضخامت $T.B.L$ و $V.B.L$ تقریباً برابر است و می توان از فرمولهای $V.B.L$ استفاده کرد و $\delta(x)$ را یافت.

The Mixed B.L Conditions

$$* \quad \overline{h}_L = \frac{1}{L}\left[\int_0^{x_c} h_{Lam.}\, dx + \int_{x_c}^{L} h_{turb.}\, dx\right]$$

---

$$\begin{cases} \overline{Nu}_L = (0.037\, Re_L^{4/5} - A)\, Pr^{1/3} \\ A = 0.037\, Re_{x_c}^{4/5} - 0.664\, Re_{x_c}^{1/2} \end{cases}$$

---

$$* \quad If \quad Re_{x_L} = 5 \times 10^5$$

$$\begin{cases} \overline{Nu}_L = (0.037\, Re_L^{4/5} - 871)\, Pr^{1/3} \\ 0.6 < Re_x < 60 \\ 5\times10^5 < Re_L < 10^8 \\ Re_{x,c} = 5\times10^5 \end{cases}$$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

---

$$\begin{cases} C_{f,m} = 0.074\, Re_L^{-0.2} - \dfrac{B}{Re_L} \\ Re_c < Re_L < 10^7 \end{cases}$$

$$B = \begin{cases} 700 & If \quad Re_c = 2\times10^5 \\ 1050 & // \quad // = 3\times10^5 \\ 1740 & // \quad // = 5\times10^5 \\ 3340 & // \quad // = 1\times10^6 \end{cases}$$

کتاب اینکرپرا :

$$\begin{cases} \bar{C}_{f,L} = \dfrac{0.074}{Re_L^{1/5}} - \dfrac{1742}{Re_L} \\ 5\times10^5 < Re_L \leq 10^8 \\ Re_{x,c} = 5\times10^5 \end{cases}$$

* در روابط قبلی کلیه خواص در دمای $T_{film}$ محاسبه می شود.

---

رابطه Zhukauskas :

$$\begin{cases} \overline{Nu}_L = 0.036\,(Re_L^{4/5} - 9200)\,Pr^{0.43}\,(\mu_\infty/\mu_s)^{1/4} \\ 0.7 < Pr < 380 \\ 2\times10^5 < Re_L < 5.5\times10^6 \\ 0.26 < \dfrac{\mu_\infty}{\mu_s} < 3.5 \end{cases}$$

* کلیه خواص در $T_\infty$ مگر آنهاکه اندیس s دارد.

---

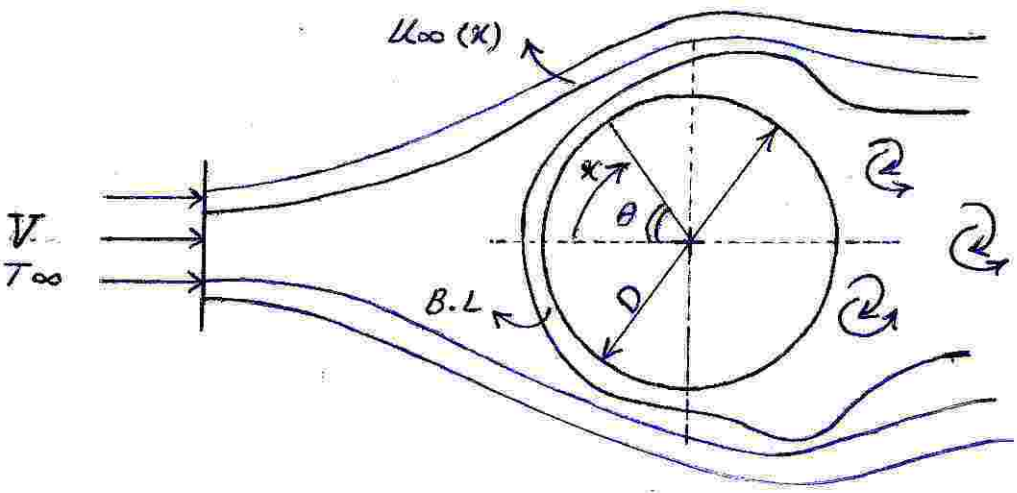
روش حل مسائل Convection :

* در انتخاب روابط انتقال حرارت ورزش با توجه به موارد زیر رابطه مناسب انتخاب شده و مجهولات بدست می‌آید :

۱- تحقیق شود جریان سیال روی چه شکل هندسی جریان دارد .
۲- باتوجه به شکل رابطه انتخاب شده دمای مناسب ( $T_f$ یا $T_s$ یا $T_\infty$ ) را برگزیده و خواص را در آن دما می یابیم .
۳- با محاسبه $Re$ رژیم جریان لایه مرزی (آرام یا مغشوش) تعیین می گردد.
۴- باتوجه به خواسته مسئله از روابط محلی (local) و یا روابط متوسط استفاده می کنیم .

---

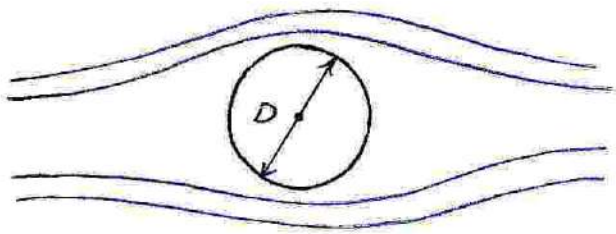
## The Cylinder in Cross flow :




$$\begin{cases} Re_D = \dfrac{V \cdot D}{\nu} \\ Re_D < 2 \times 10^5 \quad \text{laminar Flow} \\ Re_D > 2 \times 10^5 \quad \text{Turbulent Flow} \end{cases}$$

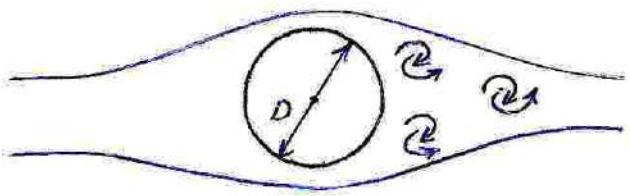
آزمایش :

1)



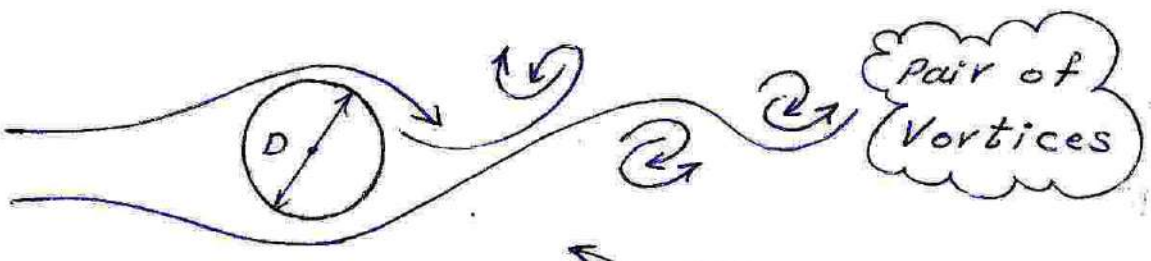

$R_D < 4$

2)




$4 < Re_D < 60$

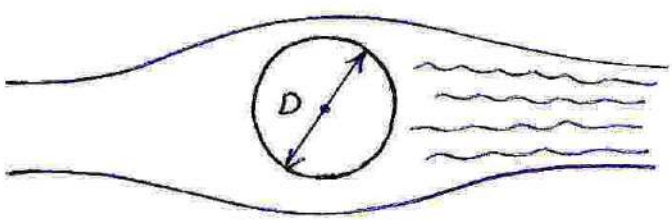
3)




$60 < Re_d < 5000$

Periodic Vortices

4)




$Re_d > 5000$

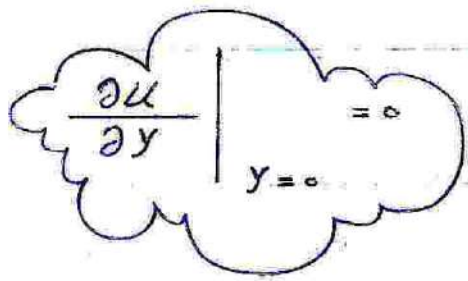
Highly Turbulent Wake

$\theta = 0 \rightarrow u_\infty(x) = 0$

$\theta \gtrless 0 \rightarrow \frac{du_\infty(x)}{dx} > 0 \;,\; \frac{dp}{dx} < 0$

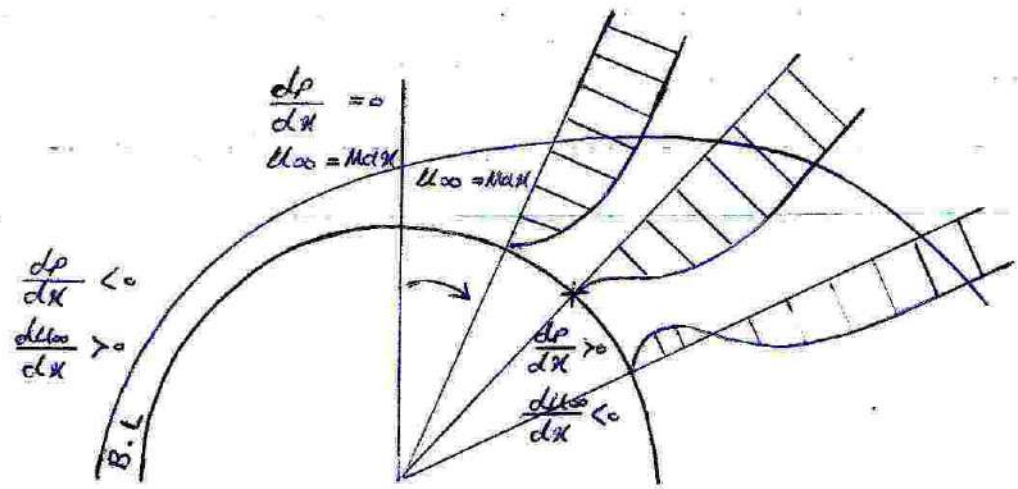
$\left(\frac{dp}{dx} = 0 \;,\; u_\infty(x) = Max\right) \rightarrow$

(پس از آن) : $\frac{du_\infty(x)}{dx} < 0 \;,\; \frac{dp}{dx} > 0$

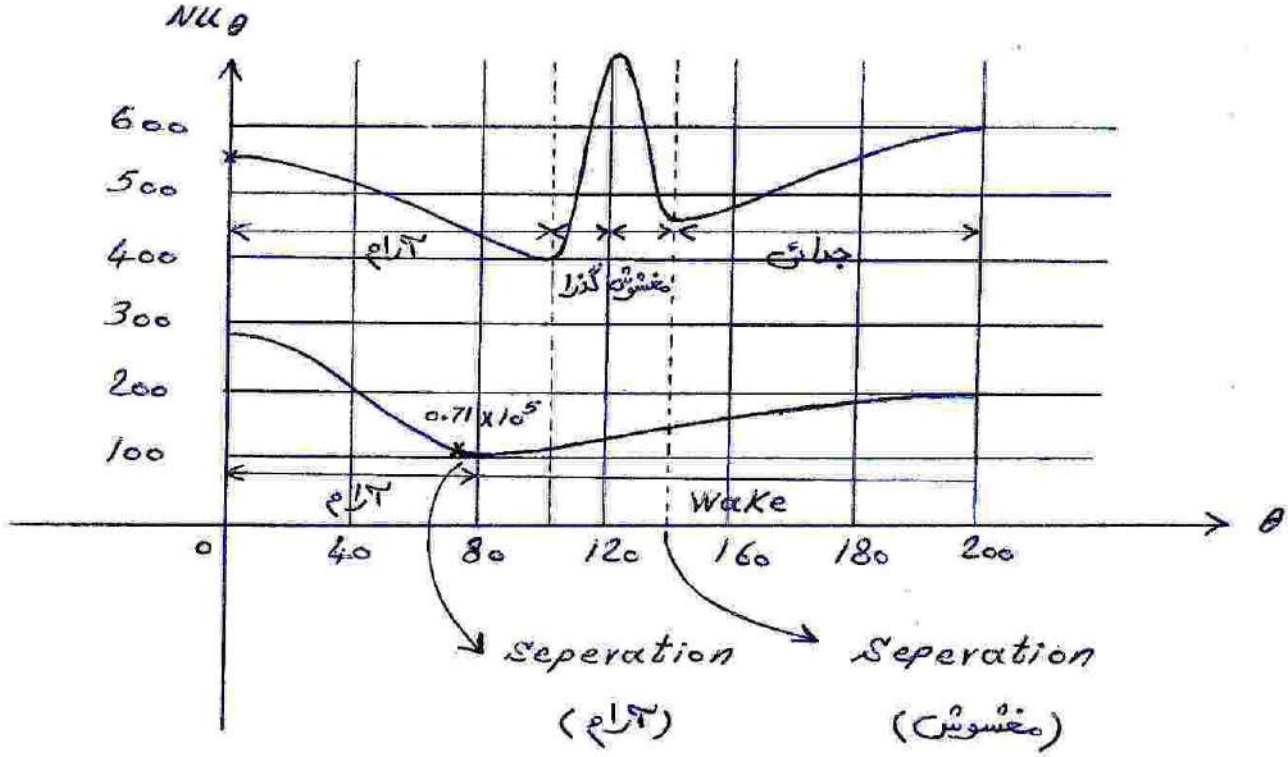



Seperation

* در نقطه Seperation سیال از سطح جدا می شود .




$\begin{cases} Re_D < 2\times10^5 \rightarrow & \text{Seperation at } 80^\circ \\ Re_D > 2\times10^5 \rightarrow & \text{" " } 140^\circ \end{cases}$



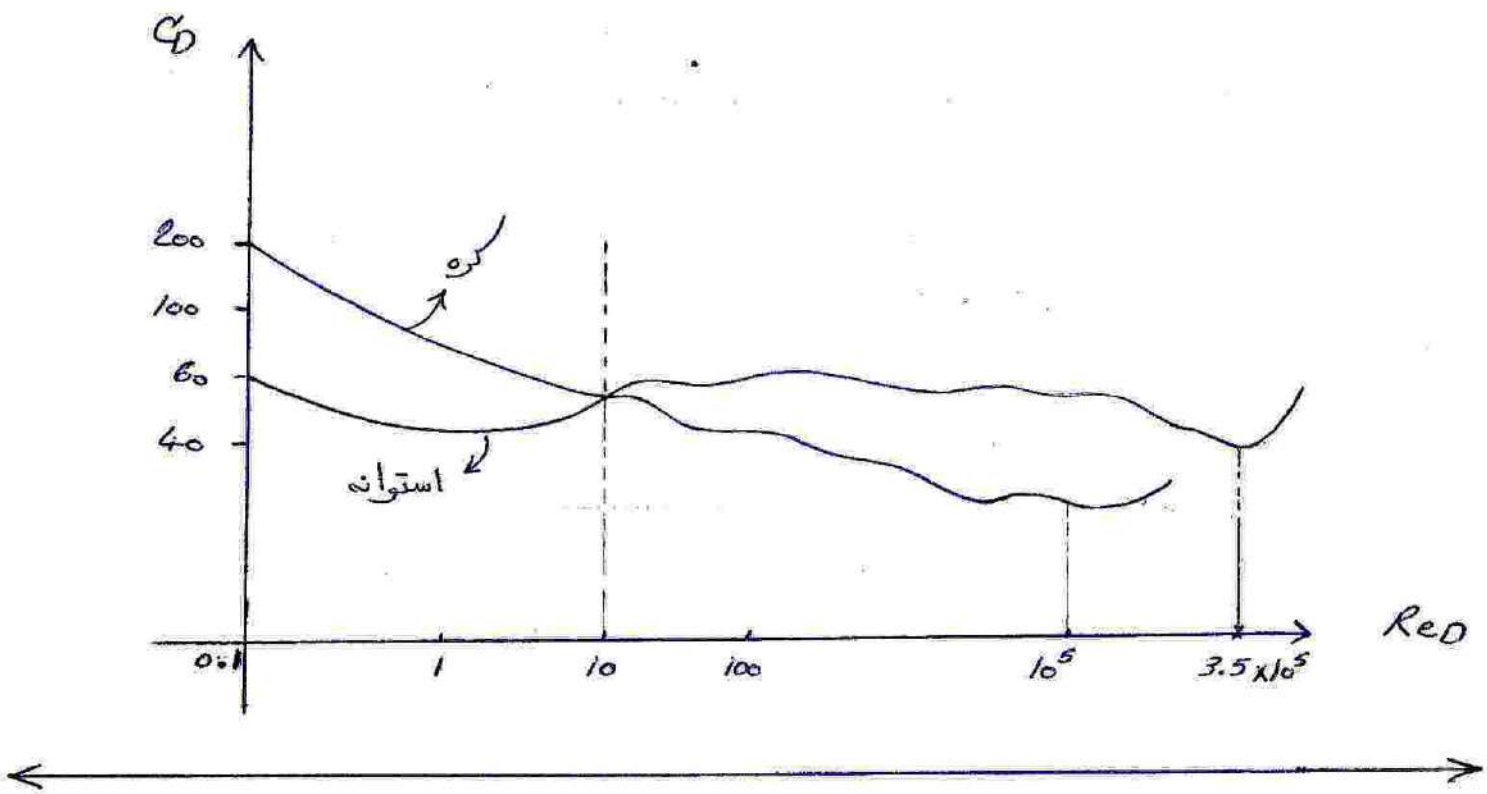

* پس از Seperation جریان برگشتی داریم که خود عامل Wake است و حکم مخلوط کن جریان را دارد لذا نرخ انتقال حرارت بالا می رود و Nu بالا می کشد. جریان برگشتی عامل ایجاد Vortices هم هست.

## Drag Force

$$F_{drag} = F_{friction} + F_{pressure\ drag} \text{ یا } F_{form\ drag}$$

( در سیلندر ) : $$C_D = \frac{F_D}{A_f \rho \frac{V^2}{2}}$$

$A_f$ - سطح تصویر شده بر صفحه عمود بر حرکت سیال : $(A_f = d \times l)$




(Convection Heat Transfer) :

$$* \quad \bar{N}u_D = \frac{\bar{h} \cdot D}{k} = C \, Re_D^{m} \cdot Pr^{1/3}$$

* به جداول 6.3 هولمن یا 7.3 اینکروپرا مراجعه شود.

* خواص در دمای $T_f$ محاسبه می شود.

## رابطه Whitaker :

$$\overline{Nu}_D = (0.4\,Re_D^{1/2} + 0.06\,Re_D^{2/3})\,Pr^{0.4}\left(\frac{\mu_\infty}{\mu_s}\right)^{1/4}$$

$$0.67 < Pr < 300$$
$$10 < Re_D < 10^5$$
$$0.25 < \frac{\mu_\infty}{\mu_s} < 5.2$$

---

## رابطه Zhukauskas :

$$\overline{Nu}_D = C\,Re_D^{m}\,Pr^{n}\left(\frac{Pr_\infty}{Pr_s}\right)^{1/4}$$

$$0.7 < Pr < 500$$
$$1 < Re_d < 10^6$$

$$Pr \leq 10 \qquad n = 0.37$$
$$Pr > 10 \qquad n = 0.36$$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۴۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

* $m$ از جدول 7.4 اینکریرا محاسبه شود.

## Churchill And Bernstein :

$$\overline{Nu}_D = 0.3 + \frac{0.62\ Re_D^{1/2}\ Pr^{1/3}}{\left[1 + (0.4/Pr)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$

$$Re_D \cdot Pr > 0.2$$

$$10^2 < Re_D < 10^7$$

---

## Okazaki And Nakai :

$$\overline{Nu}_d = \left[0.8237 - Ln\,(Pe_d)^{1/2}\right]^{-1}$$

$$Pe_d < 0.2$$

---

**کیفیت تعهد ماست**

فرشاد سرایی-مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی-نظارت-اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۴۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

# Sphere :

* Drag Coefficient

$$\begin{cases} F = A \cdot C_D \cdot \rho u_\infty^2 / 2 \\ A = \pi/4 \, D^2 \end{cases}$$

---

Meadams :

$$\begin{cases} \overline{Nu} = \dfrac{\overline{h} \cdot D}{K} = 0.37 \, Re^{0.6} \\ 17 < Re < 70000 \\ T_f = \dfrac{T_s + T_\infty}{2} \end{cases}$$

---

Whitaker : (gas And Liquids)

$$\begin{cases} \overline{Nu}_D = 2 + (0.4 \, Re_D^{1/2} + 0.06 \, Re_D^{2/3}) \, Pr^{0.4} \left( \dfrac{\mu_\infty}{\mu_s} \right)^{1/4} \\ 0.71 < Pr < 380 \\ 3.5 < Re_D < 7.6 \times 10^4 \\ 1.0 < \dfrac{\mu_\infty}{\mu_s} < 3.2 \end{cases}$$

Ranz And Marshall :

* (for free falling Liquid drops

1- $\overline{Nu}_D = 2 + 0.6\, Re_D^{1/2}\, Pr^{1/3}$ : سقوط آزاد قطره

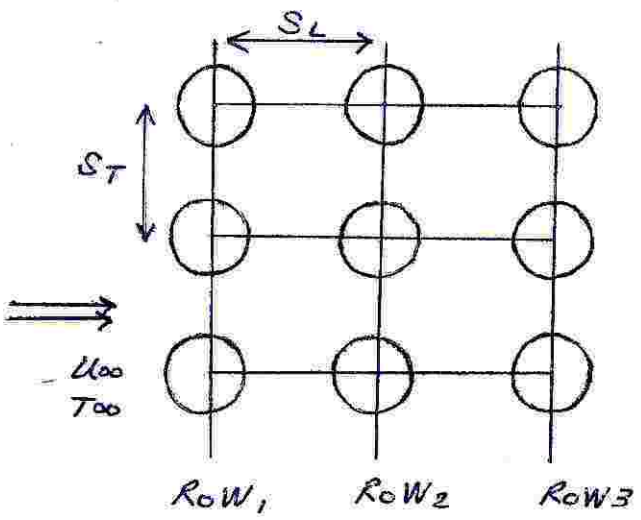
2- $\overline{Nu}_D = 2 + 0.6\, Re_D^{1/2}\, Pr^{1/3} \left[25\,(x/D)^{-0.7}\right]$

x : falling Distance from rest

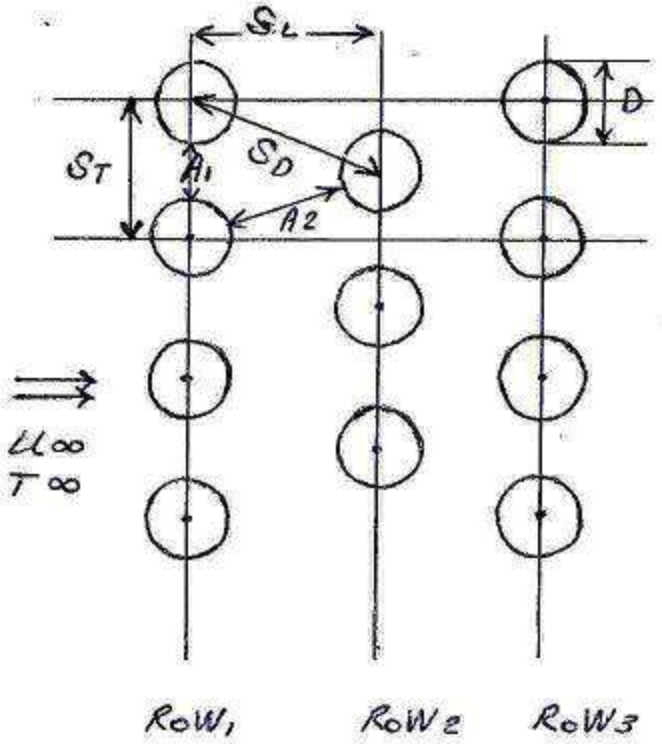
* اگر قطره از مبداء ساکن سقوط کند و در خود قطره اعوجاج حاصل شود از فرمول دوّم استفاده می کنیم . در برجهای خنک کن از این روابط استفاده می شود.

Flow Across Tube Banks

( دسته لوله در معرض Convection )




Inline or Aligned




Staggered

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۴۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

- $S_T$ : Transverse pitch
- $S_L$ : Longtudinal pitch
- $S_D$ : Diameteral pitch

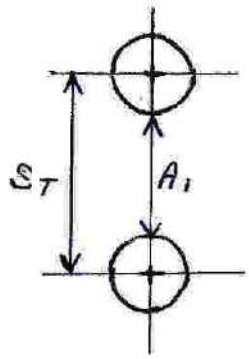
Grimison Correlation :

a. (Air flow)

$$\overline{Nu}_D = C_1 \, Re_{D,max}^{m}$$

$$Re_{D,max} = \frac{\rho \cdot V_{max} \cdot D}{\mu}$$

* Re ماکزیمم برای مقطعی است که سرعت Max است. $C_1$ و m در جدول 6.4 هولمن.




* در Inline سرعت Max در مقطع $A_1$ اتفاق می‌افتد (چون سطح کم می‌شود). در (Staggered) باید تحقیق شود.

---

b. (other flow)

$$\overline{Nu}_D = 1.13\, C_1\, Re_{D,Max}^{m}\, Pr^{1/3}$$

---

* برای حالت a -

$$\begin{cases} N \geq 10 \\ 2000 < Re_{D\,Max} < 40000 \\ Pr \geq 0.7 \end{cases}$$

* برای حالت b -

$$\begin{cases} N \geq 10 \\ 2000 < Re < 40000 \\ Pr \geq 0.7 \end{cases}$$

* $N$ - شماره ردیفها (No. of Rows)

---

IF $N<10$ : $\left.\overline{Nu}_D\right|_{N<10} = C_2 \left.\overline{Nu}_D\right|_{N\geq 10}$

* $C_2$ از 7.6 اینکریرا و 6.5 هولمن است. خواص روابط فوق در $T_f$ محاسبه می شود.

---

محاسبه $V_{max}$ :

a. In Line :

$$V_{max} = \frac{S_T}{S_T - D} V$$

b. Staggered :

$$\begin{cases} \text{if } \left( 2(S_D - D) < (S_T - D) \right) \rightarrow V_{max} \text{ is in } A_2 \\ \qquad \begin{cases} V_{max} = \dfrac{S_T}{2(S_D - D)} V \\ S_D = \left( S_L^2 + \left(\dfrac{S_T}{2}\right)^2 \right)^{1/2} \end{cases} \\ \text{if } \left( 2(S_D - D) > (S_T - D) \right) \rightarrow V_{max} \text{ is in } A_1 \\ \qquad V_{max} = \dfrac{S_T}{S_T - D} V \end{cases}$$

V - سرعت سیال آزاد

## Zhukauskas for Inline And Staggered

$$\overline{Nu}_D = C\, Re_{D,max}^{m} \cdot Pr^{0.36} \cdot \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_S}\right)^{n}$$

$N \geq 20$

$0.7 < Pr < 500$

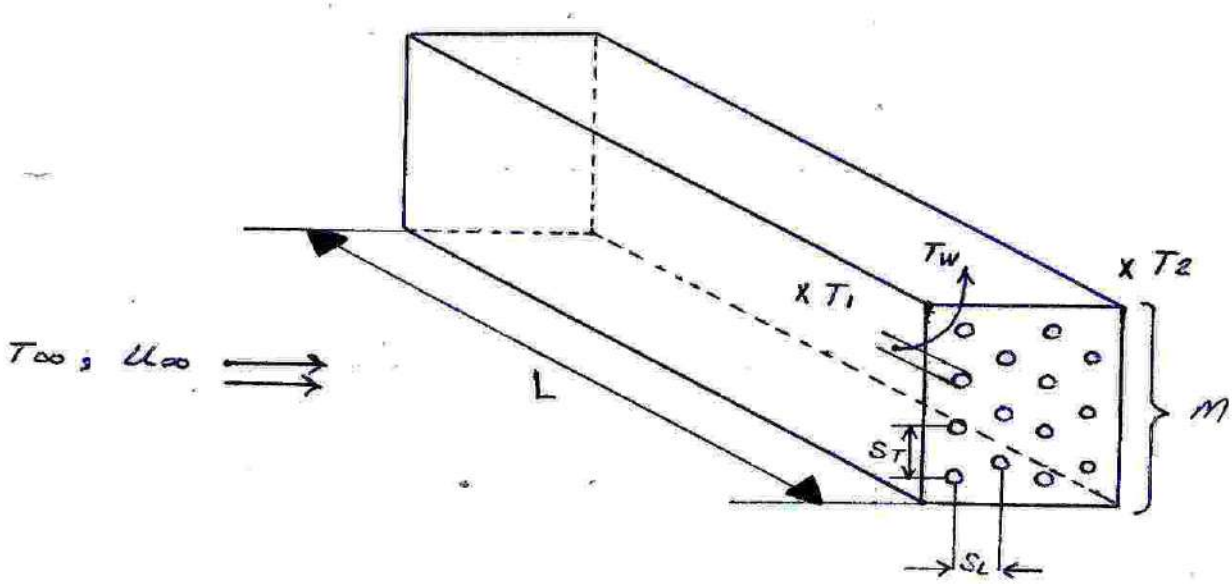
$1000 < Re_{D,max} < 2\times10^6$

$n = 0$ for Gases

$n = 1/4$ for Liquids

C و m از جدول 7.7 اینکریرا بدست می‌آید.

---




M : No. of tubes Per row

N : No. of Rows

$$\begin{cases} M = \rho . A_\infty . u_\infty \\ A_\infty = L . m . S_T \\ A_S : \text{Total heat Transfer Area} \\ A_S = \pi . D . L . N . m \end{cases}$$

$$(\pi . D . L . N . m) . h_m . \underbrace{\frac{T_2 - T_1}{Ln\left[(T_w - T_1)/(T_w - T_2)\right]}}_{\Delta T_{Lm}} =$$

$$(L . m . S_T)(u_\infty . \rho C_p)(T_2 - T_1)$$

* $\Delta T_{Lm}$ : log mean Temperature Difference
* $T_w$ : Temperature of Surface of Tube Wall
* $h_m$ : mean Convection Coffi cient

---

* محاسبه افت فشار در (BOX) قبلی :

(Pressure Drop by ZhuKauskas)

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

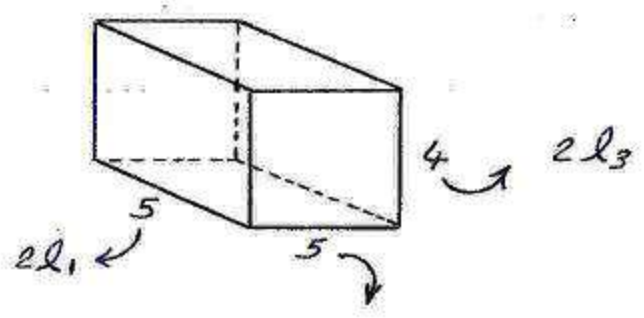
$$\Delta P = N \chi \left( \frac{\rho V_{max}^2}{2} \right) f$$

- $\Delta P$ - افت فشار
- $N$ - تعداد لوله ها
- $\chi$ - ( لاندا) ضریب تصحیح
- $f$ - ضریب اصطکاک

* شکل 7.11 و 7.12 اینکریرا با داشتن (Re) می توان $f$ را یافت و $\chi$ هم به همین ترتیب.

---

مسئله - یک میله مکعبی ( 5 x 5 x 4 cm) از جنس آهن ، $K = 60\ Watt/m^{\circ}C$ ، $\alpha = 1.6 \times 10^{-5}\ m^2/s$ (ضریب نفوذ حرارتی) در دمای اولیه $225^{\circ}C$ قرار دارد. ناگهان مکعب در معرض وزش اجباری $h = 500\ \frac{W}{m^2.K}$ و $T_\infty = 25^{\circ}C$ قرار می گیرد. دمای مرکز مکعب $T_0$ پس از 2 دقیقه چقدر است ؟



فرضيات :

1- Two Dim.
2- un steady

* $\theta(x_1, x_2, x_3, t) = P(x_1, t) \cdot P(x_2, t) \cdot P(x_3, t)$

FOR $2l_1 = 5$ cm : $Fo = \frac{\alpha t}{l_1^2} = \frac{1.6 \times 10^{-5} \times 2 \times 60}{(2.5)^2 \times 10^{-4}} = 3.$

$\frac{1}{Bi} = \frac{K}{h l_1} = \frac{60 \times 10^2}{500 \times 2.5} = 4.8 \longrightarrow$

$P(x_1, t) = 0.58$

FOR $2l_2 = 5$ cm : $P(x_2, t) = 0.58$

FOR $2l_3 = 4$ cm : $Fo = 4.8$, $\frac{1}{Bi} = 6$ $\longrightarrow$

$P(x_3, t) = 0.45$

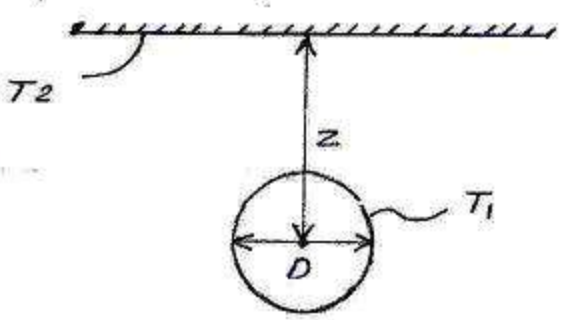
(Center Line) $o = x_2, x_1$

$\longrightarrow \quad \theta(x_1, x_2, x_3, t) = 0.1514$

$$\frac{(T(o,o,2\times60) - T\infty)}{(Ti - T\infty)} = 0.1514 \longrightarrow$$

$T(o,o,2\times60) = 55.28^{\circ}C$

مسئله: یک مخزن کروی بقطر $D = 0.5\ m$ محتوی مواد رادیواکتیو در زیر زمین و عمق $Z = 1.25\ m$ دفن شده. $K_{زمین} = 0.8\ W/m c^\circ$. دمای سطح مخزن بطور یکنواخت $T_1 = 100^\circ c$ و دمای سطح زمین $T_2 = 15^\circ c$ است. نرخ حرارت تولیدی در مخزن (q) را بیابید.




(Shape Factor) :
$$S = \frac{2RR}{1 - R/2z} = 3.49\ m$$

$$Q = S K \Delta T \longrightarrow$$

$$Q = 3.49\ (0.8)\ (100 - 15) \longrightarrow$$

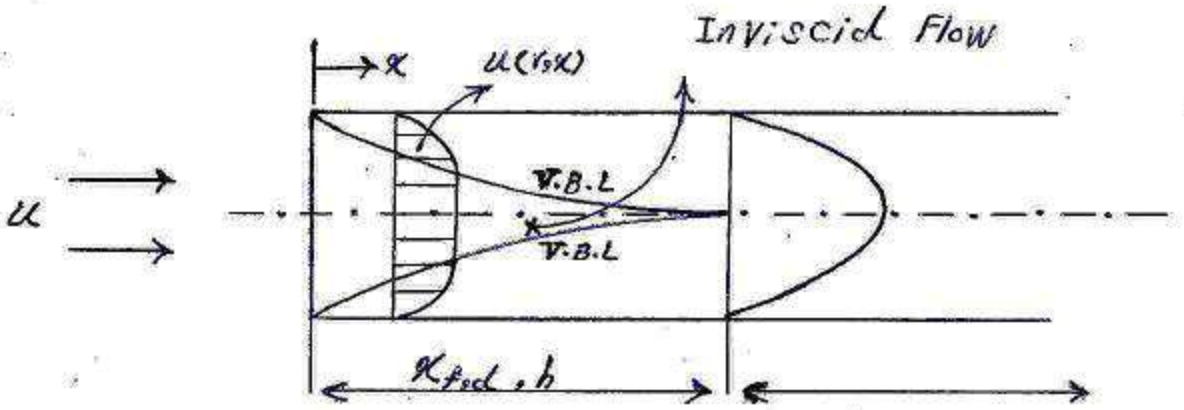
$$Q = 237.3\ W$$

---

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۴۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

# Internal Flow جریان داخلی




فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۴۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$\begin{cases} Re_D = \dfrac{\rho U_m D}{\mu} \\ U_m : \text{سرعت متوسط} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Re_D \leq 2300 & \text{Laminar} \\ Re_D > 2300 & \text{Turbulent} \\ Re_c = 2300 \end{cases}$$

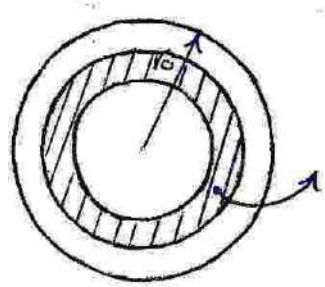
$$\left(\frac{x_{fd,h}}{D}\right)_{Lam.} \approx 0.05\, Re_D$$

$$10 \leq \left(\frac{x_{fd,h}}{D}\right)_{Turb.} \leq 60$$

* $\dot{m} = \rho \cdot u_m \cdot A_c$

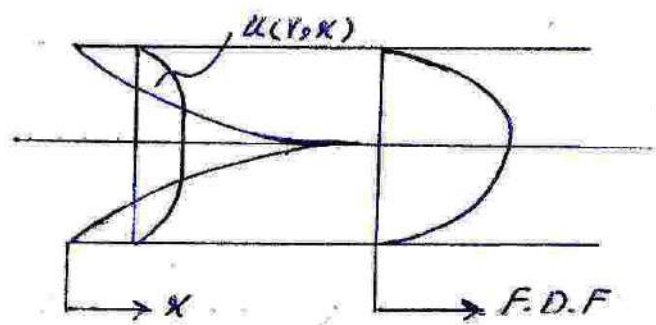
* $\dot{m} = \int_{A_c} \rho\, u(r,x)\, dA_c$

* $u_m = \dfrac{\int_{A_c} \rho\, u(r,x)\, dA_c}{\rho A_c} = \dfrac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} u(r,x)\, dr$




شرایط توسعه یافته کامل :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ v = 0 \end{cases}$$




$u(r,x) = u(r)$

B.C : $u(r_0) = 0$ , $\left.\frac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=0} = 0$ ← Momentum داخلة

$$u(r) = -\frac{1}{4\mu}\left(\frac{dp}{dx}\right) r_0^2 \left[1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]$$

---

: Friction Factor

$$f = \frac{\left(-\frac{dp}{dx}\right) \cdot D}{\rho \frac{u_m^2}{2}} \qquad \text{(friction factor)}$$

$$C_f = \frac{\tau_s}{\rho \frac{u_m^2}{2}} \qquad \tau_s = -\mu \left.\frac{du}{dr}\right|_{r=r_0}$$

$$C_f = \frac{f}{4}$$

---

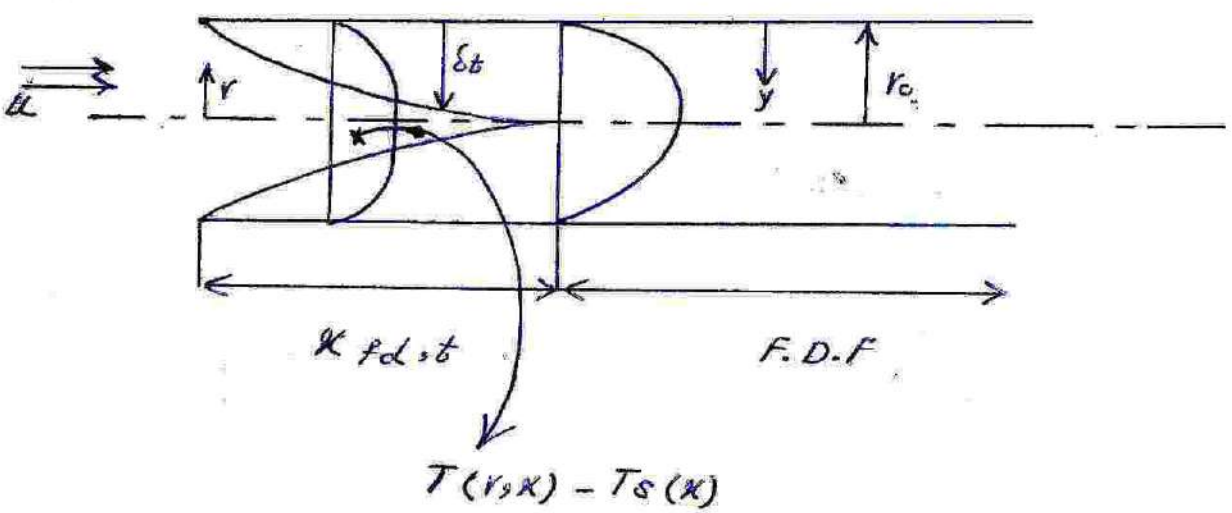
$f = \frac{64}{Re}$ Laminar : فرمول جوى

$$\begin{cases} f = 0.316\ Re_D^{-1/4} & Re_D \leq 2\times10^4 \\ f = 0.184\ Re_D^{-1/5} & Re_D \geq 2\times10^4 \end{cases}$$

(Smooth pipe)

---

: Thermal Conditions




---

$Re < 2300$ : Laminar flow

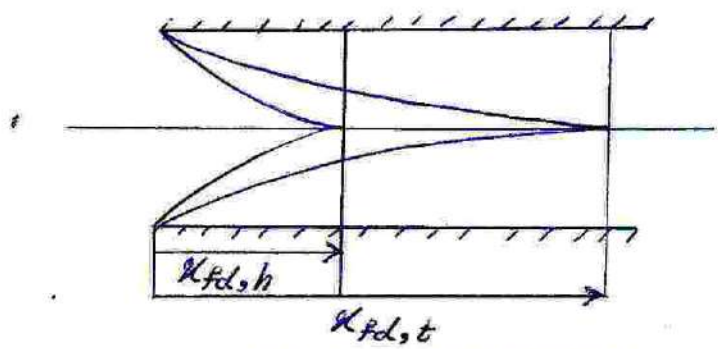
$$\left(\frac{x_{fd,t}}{D}\right)_{Lam} \simeq 0.05\ Re_D\ Pr$$

: Turbulent Flow

$$10 \leq \left(\frac{x_{fd,t}}{D}\right)_{turb.} \leq 60$$

---

* جريان رغن :




---

: (The mean Temp. OR Bulk Temp.)

$$\dot{E}_t = \dot{m} C_v T_m = \int_{Ac} \rho C_v u T(r,x)\, dA_c$$

$$T_b = T_m = \frac{\int_{Ac} \rho u C_v T \overbrace{dA_c}^{2\pi r dr}}{\dot{m} C_v}$$

$$T_b = T_m = \frac{2}{u_m r_o^2} \int_0^{r_o} u\, T(r)\, dr$$

---

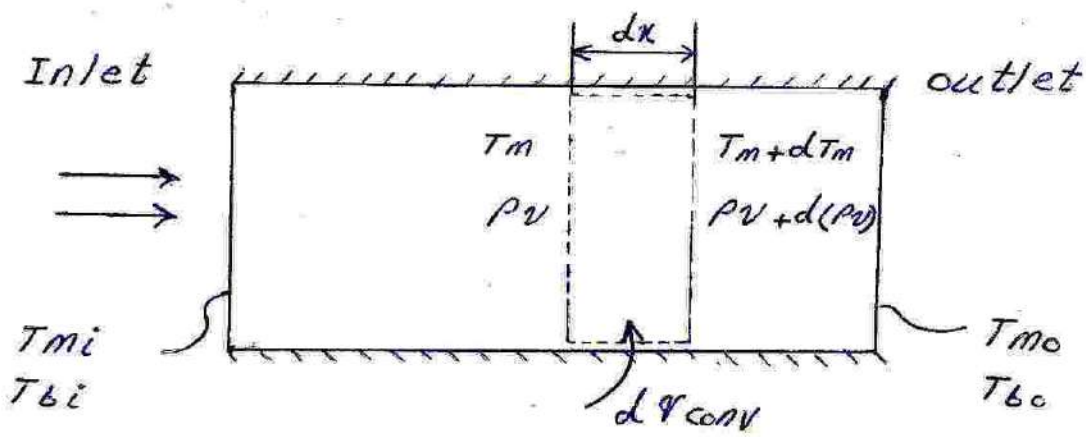
$$q''_s = h.(T_s - T_m)$$

## : F.D. Conditions (Thermally)

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial x}\left[\dfrac{T_s(x) - T(r,x)}{T_s(x) - T_m(x)}\right]_{fd,t} = 0 \\ \dfrac{dT_m}{dx} \neq 0 \end{cases}$$

---

## (حالت دوم) : Energy Balance




$$dq_{conv} = \dot{m}\, c_p\, dT_m = q''_s \cdot P \cdot dx$$

$$q_{conv} = \dot{m}\, c_p\, (T_{mo} - T_{mi})$$

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q''_s \cdot P}{\dot{m} c_p} = \frac{P\, h\, (T_s - T_m)}{\dot{m} c_p}$$

$P = \pi . D$ محيط

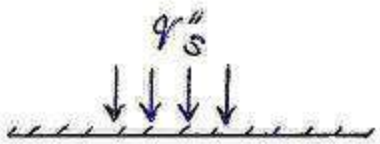
for $(q''_s = cte)$ : $\frac{dT_m}{dx} = \frac{q''_s\, P}{\dot{m} c_p}$

for $(T_s = cte)$ : $\frac{dT_m}{dx} = \frac{P h\, (T_s - T_m)}{\dot{m} c_p}$

شرايط مرزي :

---

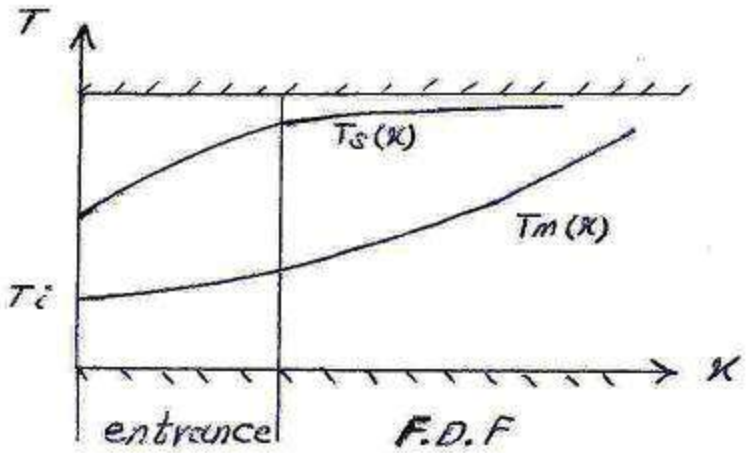
: (Constant surface heat flux $q''_s = cte$)



$$q = q''_s\, (P . L)$$

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q''_s \cdot P}{\dot{m} c_p} = cte \neq f(x)$$

$$T_m(x) = T_{mi} + \frac{q''_s \cdot P}{\dot{m} c_p}\, x$$




فرشاد سرایی-مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی-نظارت-اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

---

: (Constant Surface Temp.)

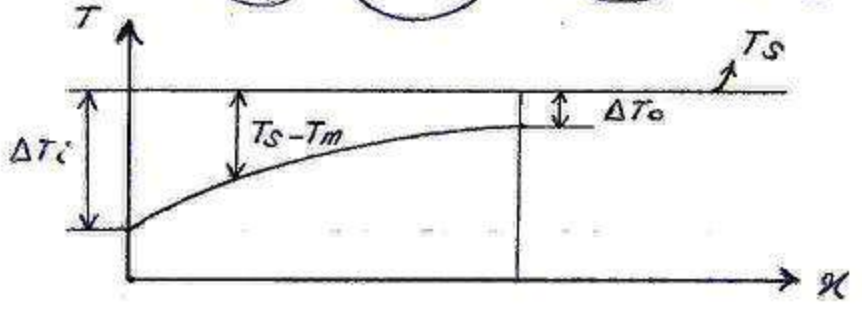
$$\frac{dTm}{dx} = \frac{IP}{\dot{m}\ C_p}\ h\ (Ts - Tm)$$

$$\Delta T = Ts - Tm$$

$$\frac{dTm}{dx} = \frac{-d(\Delta T)}{dx} = \frac{IP}{\dot{m}\ C_p}\ h.\ \Delta T$$

$$\int_{\Delta Ti}^{\Delta To} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = \frac{-IP}{\dot{m}\ C_p} \int_{0}^{L} h\, dx$$

$$\frac{Ts - Tm(x)}{Ts - Tmi} = exp\left(\frac{-IP\,x}{\dot{m}\ C_p}\ \bar{h}\right)$$



* $q = \dot{m} C_p \left[ (T_s - T_{mi}) - (T_s - T_{mo}) \right]$

$q = \dot{m} C_p \left[ \Delta T_i - \Delta T_o \right]$

* از این رابطه می توان انرژی اضافه شده به مایع را بدست آورد.

$$\begin{cases} q_{conv} = \bar{h} \cdot A_s \, \Delta T_{LM} \\ \Delta T_{LM} : \text{log mean Temp.} \\ \Delta T_{LM} = \dfrac{\Delta T_o - \Delta T_i}{Ln \left( \dfrac{\Delta T_o}{\Delta T_i} \right)} \end{cases}$$

---

: Forced Convection Correlation

* سیستم کلی کار ما بصورت چارت صفحه بعد است و سپس روابط هم ارائه خواهد شد :

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

(Laminar)

1. Circular Tube
   - 1. F.D.F (Hyd + Therm)
     - 1. $T_s = Cte$
     - 2. $q''_s = Cte$
   - 2. Entrance Region
     - 2.1. Simultaneously ($T_S = Cte$)
     - 2.2. Therm Developing, Hyd Developed

2. Non Circular
   - $D_h = \frac{4A_c}{P}$ (قطر هیدرولیکی)
   - $Re = \frac{u_m D_h}{\nu}$

(Turbulent)

1. Circular
   - 1-1
   - 1-2
   - 1-3

2. Non Circular
   - $D_h$

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

A. Laminar F.D.F (hyd + Therm)

1. $q''_s = cte$ $\quad Nu_D = \frac{hD}{k} = 4.36$

2. $T_s = cte$ $\quad Nu_D = 3.66 = \frac{hD}{k}$

در معادلات فوق $k$ در دمای متوسط توده‌ای محاسبه می‌شود.

---

A. Laminar F.D.F Noncircular

$D_h = \frac{4A_c}{P}$ $\quad Nu = \frac{h \cdot D_h}{k}$ $\quad$ جدول 8.1 اینکروپرا

$Re = \frac{u_m D_h}{\nu}$

---

B. Laminar . Entrance . circular

Simultaneously (Hyd + Therm) همزمان هر دو لایه مرزی develop می‌شوند.

* Hausen Correlation ($T_s = cte$) :

$$\begin{cases} \overline{Nu}_D = 3.66 + \frac{0.0668\ GZ}{1 + 0.04\ (GZ)^{2/3}} = \frac{\bar{h} D}{k} \\ GZ = \frac{Re\ Pr}{L/D} \qquad (GZ)^{-1} = \frac{L/D}{Re \cdot Pr} \qquad GZ < 100 \end{cases}$$

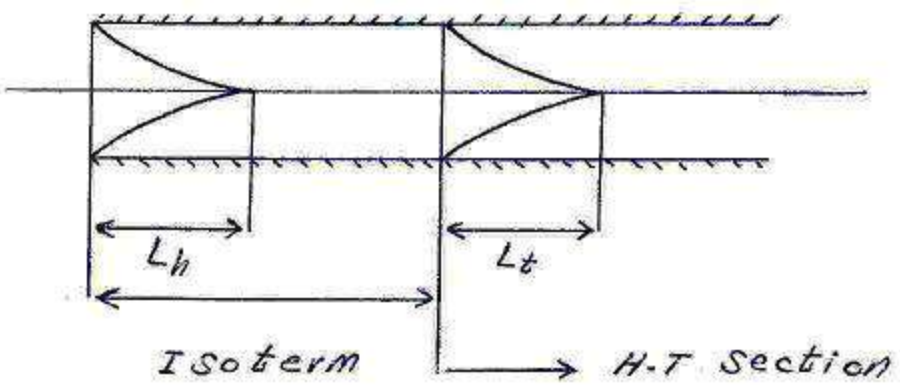
* خواص در دمای متوسط توده‌ای.

* Sieder - Tate :

$$\begin{cases} \overline{Nu}_D = 1.86\,(GZ)^{1/3}\left(\dfrac{\mu_b}{\mu_w}\right) \\ 0.48 < Pr < 16700 \\ 0.0044 < \mu_b/\mu_w < 9.75 \\ (GZ)^{1/3}\left(\dfrac{\mu_b}{\mu_w}\right)^{0.14} > 2 \end{cases}$$

---

B-2 - Therm. Developing
Hyd. Developed




* یعنی افزایش دمای تازه از اواسط لوله آغاز می شود .

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

# Turbulent Flow in Circular Tubes

* $Re_D > 2300$

(friction factor) :

$$\begin{cases} f = (1.82 \log Re - 1.64)^{-2} & Re > 10^4 \quad \text{Smooth pipe} \\ f = 0.316\, Re^{-0.35} & Re < 2\times10^4 \quad // \quad // \\ f = 0.184\, Re^{-0.2} & 2\times10^4 < Re < 3\times10^5 \quad // \quad // \\ \varepsilon/D \leq 10^{-5} \text{ نزدیک نسبی} \longrightarrow & \text{(Smooth pipe)} \end{cases}$$

---

# Heat Transfer Coefficient

1. Colburn equation for Circular Smooth tubes

$T_s = cte \qquad q''_s = cte$

(for fully Developed)

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۴۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

* $Nu = 0.023\ Re^{0.8}\ Pr^{1/3}$

$$\begin{cases} 0.7 < Pr < 160 \\ Re > 10000 \\ L/D > 60 \end{cases}$$ Smooth pipe

$$\begin{cases} Nu = \dfrac{hD}{K} \\ Re = \dfrac{u_m \cdot D}{\nu} \\ Pr = \dfrac{\nu}{\alpha} \end{cases}$$

* خواص در $T_m$ متوسط حاسبه می شود $\left(\dfrac{T_{m\,in} + T_{m\,out}}{2}\right)$

(20 - 25) % Error

---

## 2. Dittus - Boelter (Circular smooth tube)

$(T_s = cte \quad , \quad q''_s = cte)$

* $Nu = 0.023\ Re^{0.8}\ Pr^{n}$

$$\begin{cases} 0.7 < Pr < 160 \\ Re < 10000 \\ L/D > 60 \end{cases}$$

* خواص در $\overline{T_b}$ یا $\overline{T_m}$ یعنی در دمای بالک متوسط محاسبه می شود.

* Smooth pipe : $\begin{cases} \text{for heating} & n = 0.4 & T_w > T_b \\ \text{for Cooling} & n = 0.3 & T_w < T_b \end{cases}$

(20 - 25) % Error

* خواص بصورت Local در $T_b$ همان مقطع محاسبه شود. دقت این معادله از معادله Nusselt بیشتر است.

---

## Non Circular :

* با محاسبه $D_h$ می توان از روابط Circular استفاده کرد.

$$\begin{cases} D_h = \dfrac{4A_c}{P} \\ Re_D > 2300 \\ Re_D = \dfrac{u_m D_h}{\nu} \end{cases}$$

---

## Heat transfer to Liquid Metals

(F. D. F)

A - uniform heat flux ($q''_s = cte$)

A-1- Lubarsky And Kaufman :

(F.D.F , turb. , Smooth tube)

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

* $Nu = 0.625\ Pe^{0.4}$

$$\begin{cases} Pe = Re \cdot Pr \\ 10^2 < Pe < 10^4 \\ L/D > 60 \end{cases}$$

---

A-2 - Skupinski, Tortel

(F.D.F, turb., smooth)

* $Nu = 4.82 + 0.0185\ Pe^{0.827}$

$$\begin{cases} 3.6 \times 10^3 < Re < 9.05 \times 10^5 \\ 10^2 < Pe < 10^4 \\ L/D > 60 \end{cases}$$

---

B- uniform wall Temp.

B-1 - Seban & Shimazaki :

(Smooth , F.D.F , Turb.)

$$* Nu = 5 + 0.025\, Pe^{0.8}$$

$$\begin{cases} Pe > 100 \\ L/D > 60 \end{cases}$$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲
جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

---

B-2- Sleicher & Tribus :

(F.D.F , Smooth , turb.)

$$\begin{cases} Nu = 4.8 + 0.015\, Pe^{0.91}\, Pr^{0.3} \\ Pr < 0.05 \end{cases}$$

---

B-3- Azer & Chao :

(F.D.F , Smooth , turb)

$$Nu = 5 + 0.005\, Pe^{0.77}\, Pr^{0.25}$$

$$Pr < 0.1 \quad , \quad Pe < 1500$$

B-4- Notter & Sleicher :

$$Nu = 4.8 + 0.0156\ Pe^{0.85}\ Pr^{0.08}$$

$$0.004 < Pr < 0.1$$

$$Re < 500\,000$$

---

## Thermal Entry Region

(Sleicher , Awad , Notter)

* $Nu_x = Nu\left(1 + \frac{2}{x/D}\right)$ for $x/D > 4$

$$\begin{cases} Nu = 6.3 + 0.0167\ Pe^{0.85}\ Pr^{0.08} \\ q''_s = cte \end{cases}$$

$$\begin{cases} Nu = 4.8 + 0.0156\ Pe^{0.85}\ Pr^{0.08} \\ T_s = cte \end{cases}$$

## 3. Petukhov equation : (Circular)

for Smooth And Rough Tubes

* $Nu = \frac{Re \cdot Pr}{X} (f/8) \left(\frac{\mu_b}{\mu_w}\right)^n$

* $X = 1.07 + 12.7 (Pr^{2/3} - 1)(f/8)^{1/2}$

$\frac{\mu_w}{\mu_b} < 1$ , $\frac{\mu_w}{\mu_b} > 1$ , $n =$

- 0.11 heating with uniform Tw ($Tw > T_b$)
- 0.25 Cooling " " " ($Tw < T_b$)
- 0.0 uniform wall heat flux or gases

$10^4 < Re < 5 \times 10^6$

$0.08 < \frac{\mu_w}{\mu_b} < 40$

$0.5 < Pr < 200$ (5-6)% Error

$0.5 < Pr < 2000$ 10 % Error

* خواص در $T_m = T_b$
* f از Mody Diagram

## 4. Nusselt Equation :

* $Nu = 0.036\, Re^{0.8}\, Pr^{1/3} \left(\frac{D}{L}\right)^{0.055}$

$10 < L/D < 40$

$L$ : length measured from the begining heat transfer

(خواص در $\overline{T_b}$)

---

## 5. Notter & Sleicher :

* $Nu = 5 + 0.016\, Re^{a}\, Pr^{b}$

$$a = 0.88 - \frac{0.24}{4 + Pr}$$

$$b = 0.33 + 0.5\, e^{-0.6\, Pr}$$

$0.1 < Pr < 10^4$

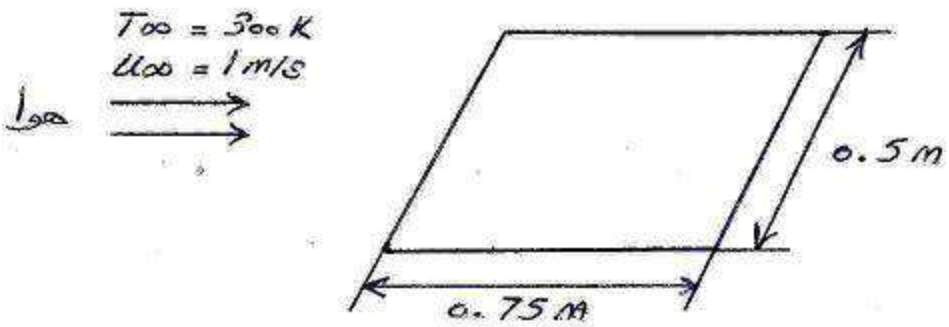
$10^4 < Re < 10^6$

$L/D > 25$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۴۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

مثال - هوا با مشخصات زیر روی یک صفحه مسطح جریان دارد. ضخامت لایه مرزی و ضریب پسای محلی را در ناحیه $x = 0.75\,m$ از لبه جلوی صفحه بیابید. نیروی درگ وارد بر صفحه در فاصله $x = 0.75m$ تا $x = 0$ بیابید.




$$\begin{cases} \delta(x) = ? \\ C_{fx} = ? \\ F_d = ? \end{cases}$$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۳-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$\begin{cases} T_\infty = 300\,K \\ \rho = 1.177\,kg/m^3 \\ \nu = 0.168 \times 10^{-4}\,m^2/s \end{cases} \longrightarrow \text{جدول}$$

$$(Re_{x=0.75}) = \frac{u_\infty x}{\nu} = 44640 < 5 \times 10^5 \quad \text{Laminar}$$

$$\delta(x) = \frac{4.96\,x}{Re_x^{1/2}} = 0.0176\,m$$

$$C_{f,x} = \frac{0.664}{Re_x^{1/2}} = 3.14 \times 10^{-3}$$

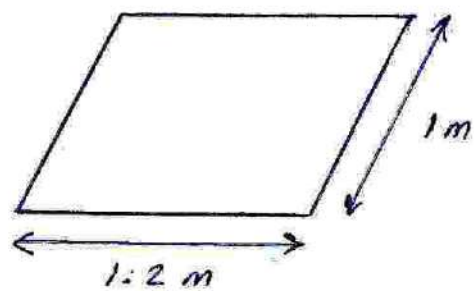
$$\overline{C}_{f,m} = 2\, C_{f,x} = 6.28 \times 10^{-3}$$

$$F_D = W \cdot L \cdot \overline{C}_{f,m} \cdot \frac{\rho U_\infty^2}{2}$$

$$F_D = 1.39 \times 10^{-3}\ N$$

---

مثال - آب روی یک سطح مسطح جریان دارد . $T_\infty = 20^\circ C$ و $U_\infty = 1.5\ m/s$ است . مطلوبست محاسبه ضریب پسای متوسط $(\overline{C}_{f,m})$ . $(Re_c = 5 \times 10^5)$ . نیروی درگ چقدر است ؟



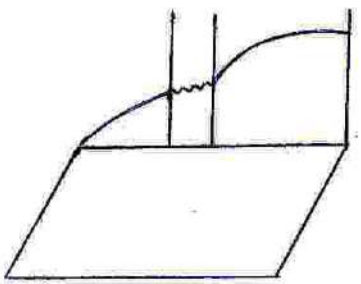

$T_\infty = 20^\circ C$
(آب اشباع)

$\xrightarrow{A-6}$

$\rho = 998\ kg/m^3$
$\nu = 1 \times 10^{-6}\ m^2/s$

$$Re_L = \frac{U_\infty L}{\nu} = \frac{1.5 \times 1.2}{1 \times 10^{-6}} = 1.8 \times 10^6 > 5 \times 10^5$$

(Turbulent)



* $\overline{C}_{f,m} = 0.074\, Re_L^{-0.2} - \dfrac{0.074\, Re_c^{0.8} - 1.328\, Re_c^{0.5}}{Re_L}$

$\overline{C}_{f,m} = 3.18 \times 10^{-3}$

* $F_d = W.L.\ \overline{C}_{f,m}.\ \dfrac{\rho U_\infty^2}{2} = 4.28\ N$

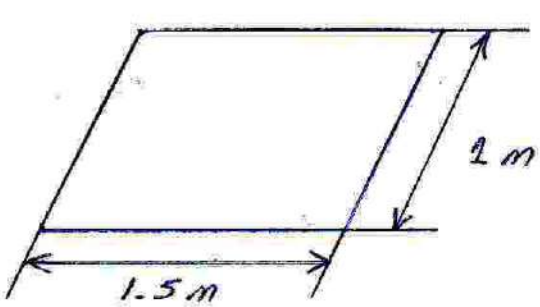
---

مثال - مطابق شکل هوا از سمت صفحه به دمای یکنواخت $T_w = 325\ ^\circ K$ می گذرد. اگر $Re_c = 2 \times 10^5$ باشد مطلوبست محاسبه ضریب فریشن متوسط برای Laminar و $h$ متوسط برای $L = 1.5m$ و کل حرارت انتقال یافته به هوا.

$P_\infty = P_{atm}$

$T_\infty = 275^\circ K$

$U_\infty = 20\ m/s$




$T_f = \dfrac{T_w + T_\infty}{2} = 300^\circ K \longrightarrow$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۴۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

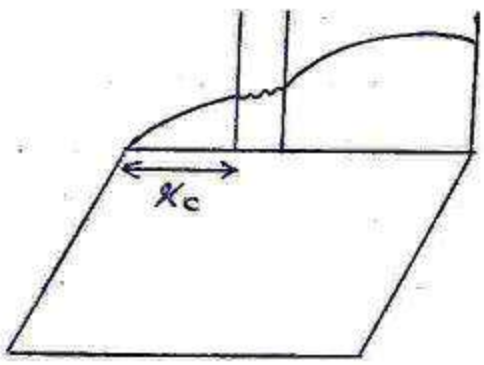
$$\begin{cases} k = 0.026 \ W/m c^\circ \\ \nu = 16.8 \times 10^{-6} \ m^2/s \\ \mu_\infty = 1.98 \times 10^{-5} \ Pa.s \\ Pr = 0.708 \end{cases}$$

انتهای صفحه :

$$(Re_{x=1.5m}) = \frac{u_\infty L}{\nu} = \frac{20 \times 1.5}{16.8 \times 10^{-6}}$$

$$= 1.79 \times 10^6 > 2 \times 10^5 \longrightarrow$$

(جریان در انتهای صفحه مغشوش است)




* $x_c$ (بحرانی) $= \frac{\nu Re_c}{u_\infty} = 0.168 m$ شروع ناحیه مغشوش

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{h} L}{k} \quad , \quad L = x_c$$

$$\overline{h} = 0.664 \, Pr^{1/3} \, Re_c^{1/2} \left(\frac{k}{x_c}\right) = 41 \ W/m^2 c^\circ \quad \text{Laminar}$$

for $(L = 1.5 m)$ :

for mixed Flow :

$$\bar{h} = 0.036 \left(\frac{K}{L}\right) Pr^{0.43} \left(Re_L^{0.8} - 9200\right) = 49.1 \quad W/m^2C^\circ$$

$$* \quad q_{conv} = \bar{h} \left(T_w - T_\infty\right) . W . L = 3683 \quad W$$

$W$ ↓ : 1 — $L$ ↓ : 1.5

---

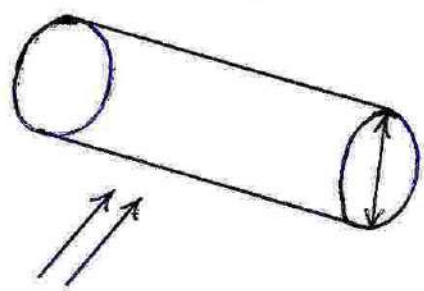
مثال - هوا از روی استوانه زیر می‌گذرد . اگر دمای دیواره ثابت و $350^\circ K$ باشد مطلوبست محاسبات :

۱- ضریب Convec. متوسط .

۲- انتقال حرارت بر واحد طول لوله .

۳- ضریب متوسط پسا .

۴- نیروی پسا بر واحد طول لوله .



$D = 2.5$ cm

$T_\infty = 250^\circ K$

$U_\infty = 30$ m/s

$$* \quad T_f = 300^\circ K \longrightarrow$$

$K = 0.0262 \quad W/m^2c^\circ$

$\nu = 16.84 \times 10^{-6} \quad m^2/s$

$Pr = 0.708$

$\mu_f = 1.983 \times 10^{-5} \quad kg/m.s$

$\rho = 1.177 \quad kg/m^3$

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

* $Re = \frac{U_\infty D}{\nu} = \frac{30 \times 2.5 \times 10^{-2}}{16.84 \times 10^{-6}} = 44537$

$\overline{Nu} = (0.4 Re^{0.5} + 0.6 Re^{2/3}) Pr^{0.4} = 139.2 \longrightarrow$

$\overline{h} = 145.9 \quad W/m^2c^\circ$

$\frac{q_{dl}}{L} = \overline{h} (\pi D) (T_S - T_\infty) = 1146 \quad W/m$

دیاگرام $\longrightarrow \quad \overline{C}_D = 1.1$

$F_d = \overline{C}_D \cdot L \cdot D \cdot \frac{\rho U_\infty^2}{2} = 14.6 \quad N$

$L \downarrow 1m$

---

* اگر در External از ابتدا جریان مغشوش باشد می توان از روابط local مغشوش استفاده کرده و دما را دمای متوسط فرض می نمیم.

# انتقال حرارت (۲)

---

## جابجائی اجباری (Forced Convection)

تعریف : جابجائی نوعی انتقال حرارت است که بین یک جسم جامد و یک سیال در اطراف آن که در حال حرکت است رخ می دهد.

انواع جابجائی:
- اجباری : عامل حرکت سیال خارجی است.
- طبیعی : عامل حرکت سیال تغییرات جرم مخصوص است.

---

جریان آرام : جریان ورقه ای است و لایه های سیال روی هم می غلطند ولی اختلاط حاصل نمی شود.

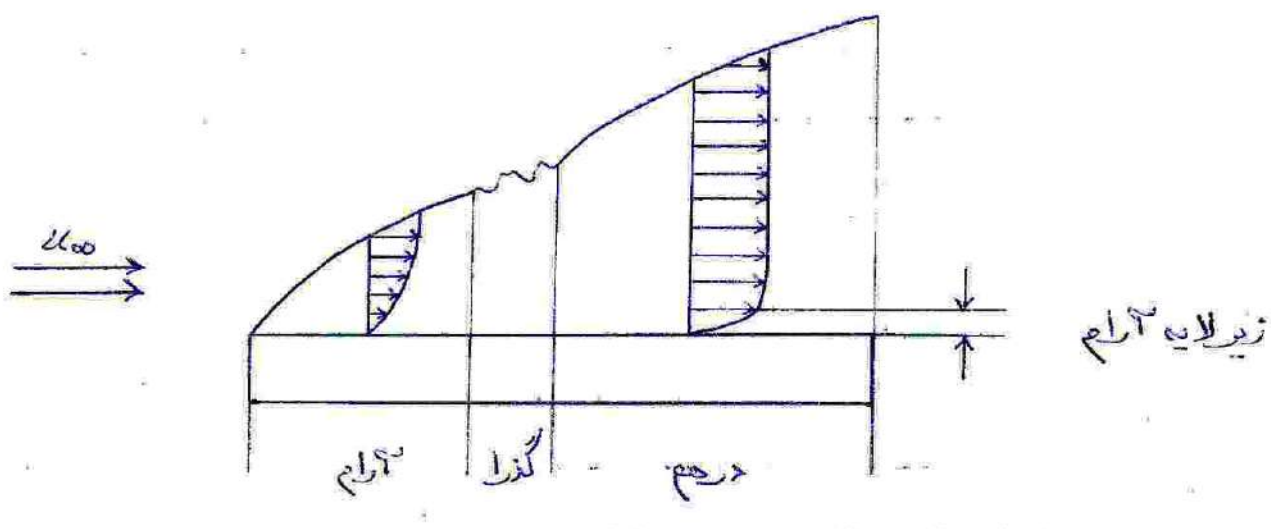
جریان درهم : اختلاط بین لایه ها مشهود است.

* معیار تشخیص نوع جریان براساس عدد ($Re$) می باشد که در جریان از روی صفحه : $Re_{cr} = 5 \times 10^5$ است. در جریان از داخل لوله : $Re_{cr} = 2300$ است.

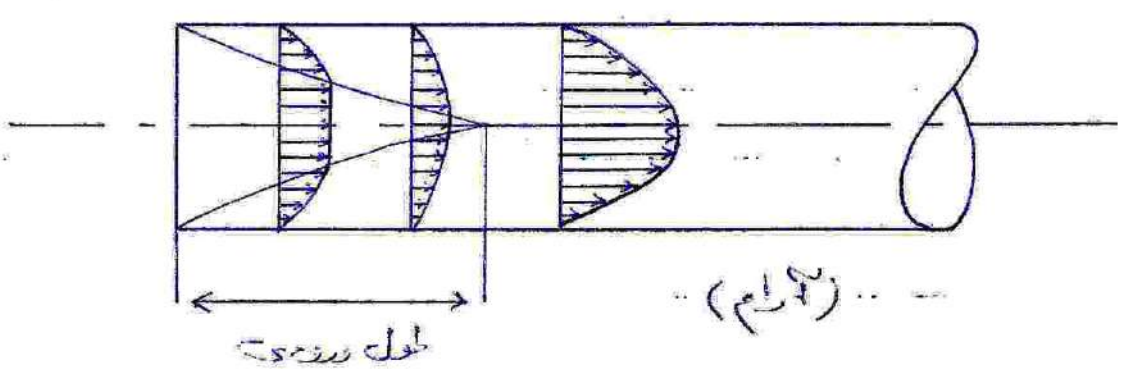
---

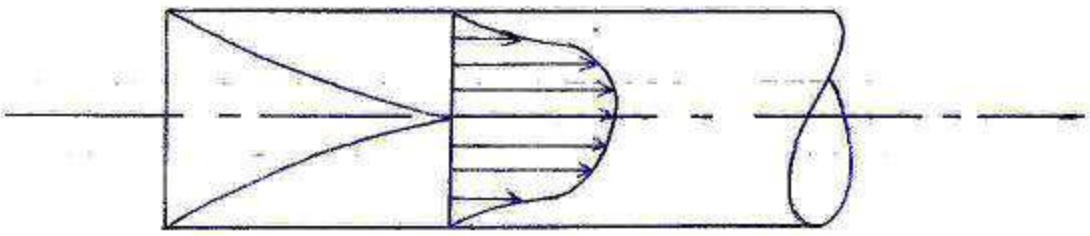
## لایه مرزی Boundary layer

* ناحیه‌ای از سیال که در مجاور جسمی که با آن برخورد کرده قرار داشته و در آن اثرات ویسکوزیته مشهود است را «لایه مرزی» گویند.




---





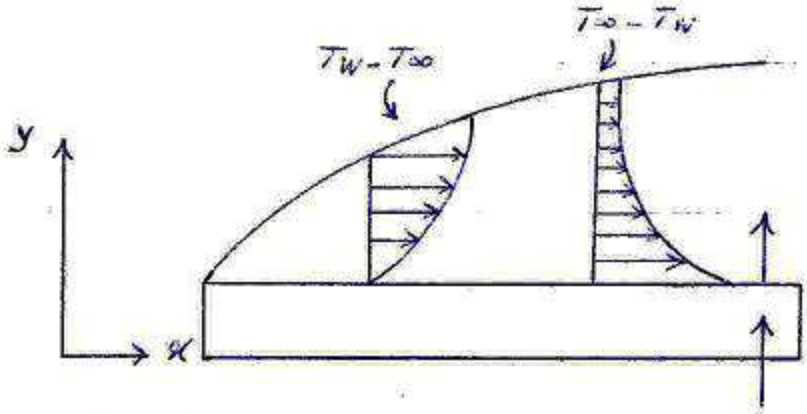
(فاآرام)

---

## لایه مرزی حرارتی :

* هرگاه بین سیال و جسم اختلاف دما وجود داشته باشد تغاملی گرادیانهای دما لایه مرزی حرارتی بوجود می آید.

---




$$q/A = h\,(T_W - T_\infty)$$

$$q/A = -K \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$q/A = -K \frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{y=0} = h\,(T_W - T_\infty)$$


**فرشاد سرایی**-مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی-نظارت-اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

$$h = \frac{-k \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}}{(T_w - T_\infty)}$$

$$Nu = \frac{h \cdot L_c}{k}$$

---

تشابه بین لایه مرزی حرارتی و هیدرودینامیکی :

اگر اختلاف دمایی میان سیال و صفحه کوچک باشد و یا مرتفظ از حرارت ناشی از اصطکاک معادله انرژی برای لایه مرزی بصورت زیر بدست می آید :

$$* \quad u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho c} \quad \text{(ضریب پخش)}$$

و برای لایه مرزی هیدرودینامیکی می توان نشان داد :

$$* \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$