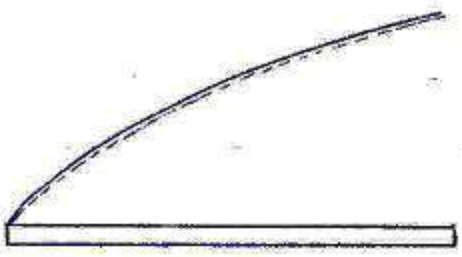
* حل این دو معادله به ترتیب برای T و u جواب‌های تقریباً مشابهی داشته و ارتباط آنها بستگی به ارتباط α و ν دارد و این ارتباط توسط (عدد پرانتل) بیان می شود.

$$Pr \equiv \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\frac{\mu}{\rho}}{\frac{k}{\rho c}} \Longrightarrow \boxed{Pr = \frac{\mu c}{k}}$$

$$\begin{cases} Pr = 1 & : \text{لایه مرزی‌ها برابرند.} \\ Pr < 1 & : \text{لایه مرزی حرارتی بزرگتر است.} \\ Pr > 1 & : \text{لایه مرزی هیدرودینامیکی بزرگتر است.} \end{cases}$$

$Pr = 1$

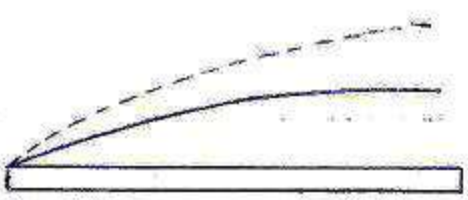


——— حرارتی

------ هیدرودینامیکی

$Pr < 1$

$Pr > 1$



فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

جریان آرام از روی صفحات مسطح

* روش مطالعه لایه مرزی حرارتی و هیدرودینامیکی (مطالعه تحلیلی) به دو صورت است:

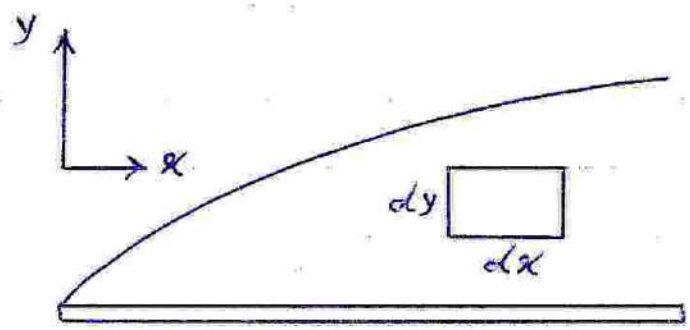
۱- دیفرانسیلی
۲- انتگرالی

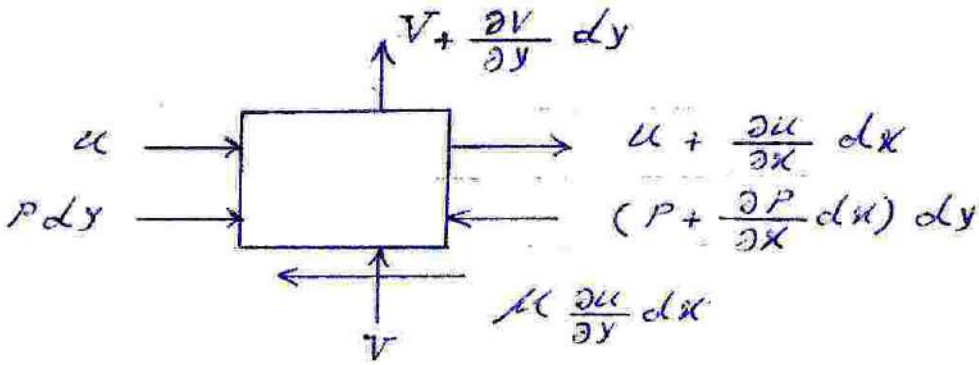
* در روش دیفرانسیلی حجم کنترل بسیار کوچک در داخل لایه مرزی فرض کرده و پس از موازنه نیروها (در هیدرودینامیک) یا انرژی‌ها (در حرارت) به یک معادله دیفرانسیل رسیده و آن را حل می‌کنند.

* در روش انتگرالی حجم کنترل بسیار بزرگتر از ضخامت لایه مرزی بوده و در نتیجه معادلات حاصل بصورت انتگرالی نوشته می‌شود.

روش بدست آوردن معادله دیفرانسیل لایه مرزی هیدرودینامیکی با کاربرد توأم قانون دوم نیوتن ($\sum F = \frac{m dv}{dt}$) و معادله پیوستگی:

فرضیات:
۱- سیال غیر قابل تراکم و جریان پایدار است.
۲- گرادیان فشار در جهت y صرفنظر می‌شود.
۳- تنش برشی در جهت y صرفنظر می‌شود.
۴- ویسکوزیته ثابت است.





* با مساوی نیروهای فوق معادله لایه مرزی هیدرودینامیکی می‌شود :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

* جواب این معادله رابطه‌ای است که تغییرات ضخامت لایه مرزی (δ) را برحسب x نشان می‌دهد :

$$\frac{\delta}{x} = \frac{5}{\sqrt{Re_x}} \qquad Re_x = \frac{\rho u_\infty x}{\mu}$$

* با داشتن $\frac{\partial u}{\partial y}$ از حل معادله مقدار حرکت در رابطه زیر ضریب اصطکاک سطحی (C_f) از موازنه زیر بدست می‌آید:

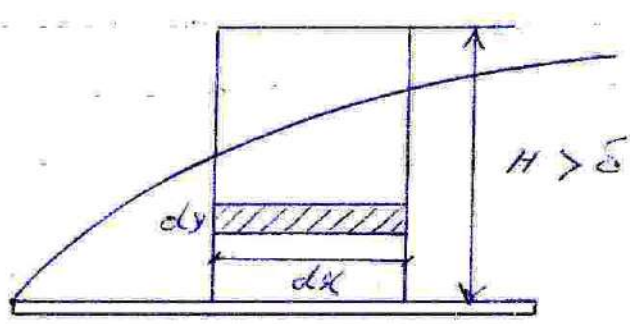
$$\tau = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = C_f \rho_\infty \frac{V_\infty^2}{2}$$

(موضعی) $$C_{fx} = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}}$$

$$\overline{C}_f = \frac{1}{L}\int_0^L C_{fx}\, dx = 2\, C_{fx=L}$$

$$\overline{C}_f = \frac{1.328}{\sqrt{Re_L}} \qquad Re_L = \frac{\rho_\infty u_\infty L}{\mu_\infty}$$

روش انتگرالی:



$0 \leq y \leq H$

۱- حجم کنترل بزرگ با ارتفاع h و مرز δ در نظر می گیرند.
۲- اصول بقای جرم و مقدار حرکت را روی حجم کنترل فوق می نویسند.
۳- پروفیل سرعت با ضرایب نامعلوم بصورت چند جمله ای حدس می زنند.
۴- ضرایب چند جمله ای برحسب شرایط مرزی موجود بدست می آید.

$$y = 0 \longrightarrow u = 0$$

$$\frac{u}{u_\infty} = a_0 + a_1 \left(\frac{y}{\delta}\right) + a_2 \left(\frac{y}{\delta}\right)^2$$

۵- با قرار دادن معادله چند جمله ای در معادله مقدار حرکت انتگرالی و حل آن رابطه ای برای ضخامت لایه مرزی می یابیم.

۶- با قرار دادن مقدار $\frac{\partial u}{\partial y}$ در رابطه $C_f \rho_\infty V_\infty^2 / 2$ مقدار C_f بدست می آید.

$$\frac{\delta}{x} = \frac{4.64}{\sqrt{Re_x}}$$

---

* روش دیفرانسیلی دقت بیشتری نسبت به روش انتگرالی دارد.

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

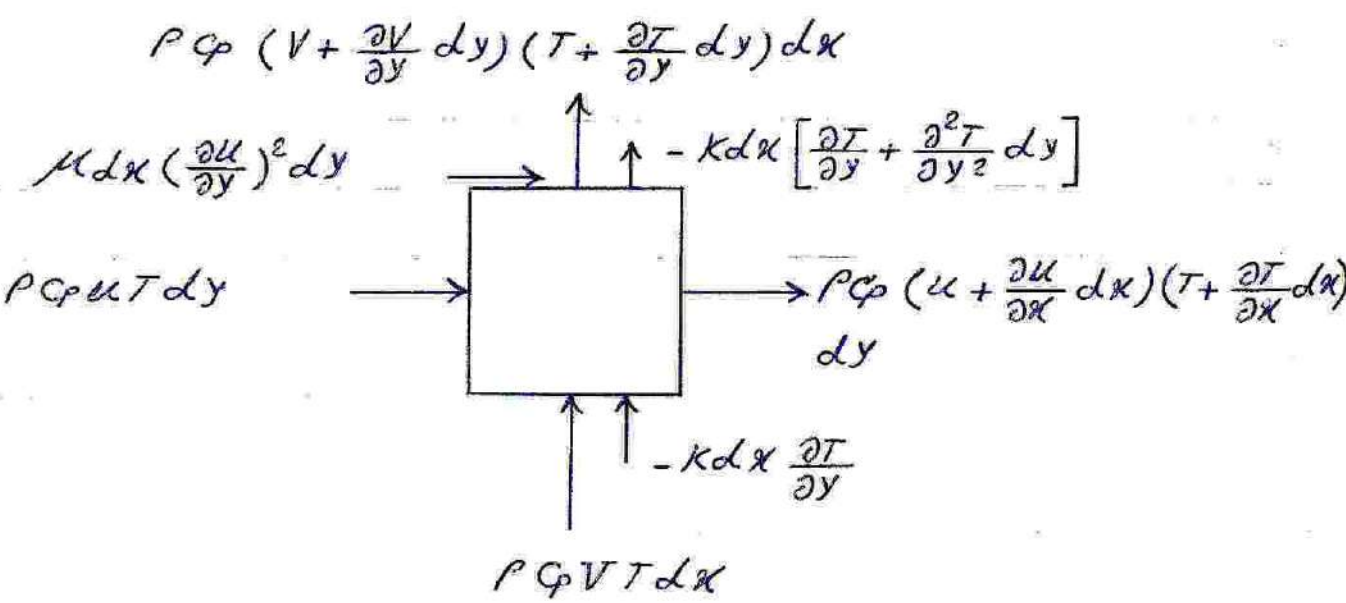
جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

جریان آرام از روی صفحه

لایه مرزی حرارتی ← انتگرالی (Von Karman)
لایه مرزی حرارتی ← دیفرانسیلی (Polhausen)

فرضیات - دیفرانسیلی :

۱- جریان پایدار و غیر قابل تراکم .
۲- مقادیر μ و c_p و k ثابت است .
۳- از هدایت حرارتی در جهت x صرفنظر می شود .



* با تساوی انرژی های ورودی و خروجی به C.V داریم :

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\mu}{\rho C_p}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \qquad T = cte$$

* از حل معادله فوق رابطه‌ای برای محاسبه ضریب جا بجائی برحسب عدد بدون بعد «ناسلت» بدست می‌آید :

برای یک صفحه با دمای ثابت

$$* \quad Nu_x = \frac{h_x \cdot x}{K} = 0.332\, Re_x^{1/2}\, Pr^{1/3}$$

$$* \quad \overline{Nu} = \frac{1}{L}\int_0^L Nu_x\, dx = \frac{1}{L}\int_0^L 0.332\left(\frac{\rho u x}{\mu}\right)^{1/2} Pr^{1/3}\, dx$$

$$= \left[\frac{0.332\left(\frac{\rho u}{\mu}\right)^{1/2} Pr^{1/3}}{L}\right]\int_0^L x^{1/2}\, dx =$$

$$\left[\quad "\quad\quad "\quad\quad "\quad\right]\frac{2x^{3/2}}{3}\Bigg|_0^L \longrightarrow$$

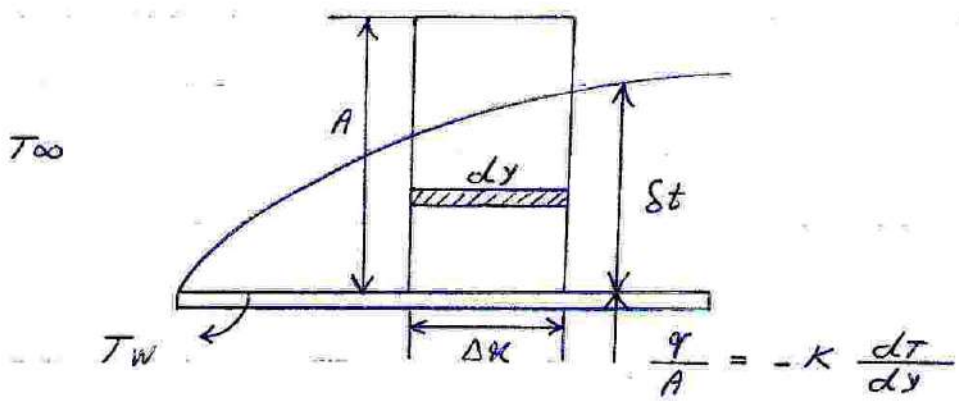
$$\overline{Nu} = 0.664\, Re_L^{1/2}\, Pr^{1/3}$$

$$\overline{Nu} = 2\, Nu_{x=L}$$

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۳-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

روش انتگرالی لایه مرزی حرارتی :



فرضیات :

۱- حجم کنترلی با ابعاد بزرگتر از ضخامت لایه مرزی حرارتی در نظر می گیریم.

۲- پروفیل دمائی بصورت یک چند جمله‌ای درجه سوم می زنیم.

$$T = C_0 + C_2 \eta + C_3 \eta^2 + C_3 \eta^3$$

$$\eta = \frac{y}{\delta t}$$

۳- مقادیر ضرایب ثابت پروفیل دما را برحسب شرایط مرزی می یابیم.

$$\begin{cases} y = 0 \longrightarrow T = T_w \\ y = \delta t \longrightarrow \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \\ y = \delta t \longrightarrow T = T_\infty \\ y = 0 \longrightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \end{cases}$$

$$\frac{\theta}{\theta_\infty} = \frac{T - T_W}{T_\infty - T_W} = \frac{3}{2}\frac{y}{\delta_t} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_t}\right)^3$$

۴- با گذاشتن مقادیر فوق (پروفیل دما) در معادله انرژی (رابطه زیر) آنرا برای بدست آوردن δ_t و h_x حل می کنیم.

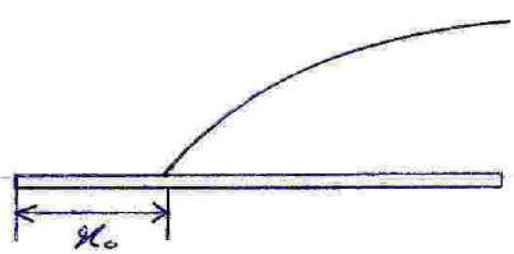
$$\rho C_p \int_0^H u T\,dy + C_p T_\infty \frac{d}{dx}\left(\int_0^H \rho u\,dy\right)dx + \mu\left[\int_0^H \left(\frac{du}{dy}\right)^2 dy\right]dx - K\,dx\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = \rho C_p \int_0^H u T\,dy + \frac{d}{dx}\left(\rho C_p \int_0^H u T\,dy\right)dx$$

* با تقسیم طرفین بر ρC_p :

$$\frac{d}{dx}\left[\int_0^H (T_\infty - T)\,u\,dy\right] + \frac{\mu}{\rho C_p}\left[\int_0^H \left(\frac{du}{dy}\right)^2 dy\right] = \alpha \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}$$

---

x_0 - طولی از صفحه که حرارت نمی بیند



$$* \quad \frac{\delta t}{\delta} = \frac{1}{1.026} Pr^{-1/3} \left[1 - \left(\frac{x_0}{x} \right)^{3/4} \right]^{1/3} \qquad (T = cte)$$

* اگر از ابتدا صفحه مورد حرارت قرار بگیرد : $x_0 = 0$

$$* \quad \frac{\delta t}{\delta} = \frac{1}{1.026} Pr^{-1/3}$$

$$* \quad Nu_x = 0.332 \, Pr^{1/3} \, Re_x^{1/2} \left[1 - \left(\frac{x_0}{x} \right)^{3/4} \right]^{-1/3} \qquad (T = cte)$$

* و باز اگر صفحه از ابتدا حرارت ببیند ($\frac{x_0}{x} = 0$) می شود .

خواص در روابط فوق در دمای فیلم (T_f) محاسبه می شود . $T_f = \frac{T_w + T_\infty}{2}$

صفحه مسطح در معرض شار حرارتی ثابت :

($q_w = cte$)

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$Nu_x = 0.453\, Re_x^{1/2}\, Pr^{1/3}$$

$$\begin{cases} Nu_x = \dfrac{h_x x}{K} \\ q_w = h_x (T_w - T_\infty) \end{cases} \longrightarrow$$

$$Nu_x = \frac{q_w x}{(T_w - T_\infty) K} \longrightarrow$$

$$T_w - T_\infty = \frac{q_w x}{Nu_x \cdot K}$$

* که اختلاف دمای صفحه و سیال را در هر نقطه می دهد.

* اختلاف دمای متوسط صفحه و سیال در طول صفحه :

$$\overline{T_w - T_\infty} = \frac{1}{L} \int_0^L (T_w - T_\infty)\, dx$$

$$\overline{T_w - T_\infty} = \frac{q_w L / K}{0.6795\, Re_L^{1/2}\, Pr^{1/3}}$$

خواص در $\overline{T_f} = \frac{T_w - T_\infty}{2} + T_\infty$ محاسبه می شود (در حالت شار ثابت).

جریان مغشوش از روی صفحه مسطح :

* توزیع سرعت از قانون توان یک هفتم تبعیت می کند :

$$\frac{u}{u_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7}$$

* در تحلیل جریان مغشوش از روی صفحه مسطح دو حالت داریم :

۱- جریان از ابتدای صفحه مغشوش است.
۲- جریان ابتدا آرام است و پس از مدتی در طول صفحه مغشوش می شود.

در حالت (۱) -

$$\frac{\delta}{x} = 0.381\, Re_x^{-1/5}$$

در حالت (۲) - در این حالت تا طول $x_c = 5\times10^5 \frac{\nu}{u_\infty}$ جریان

آرام است و بعد مغشوش می شود :

$$\frac{\delta}{x} = 0.381\, Re_x^{-1/5} - 1.0256\, Re_x^{-1}$$

$$5 \times 10^5 < Re_x < 10^7$$

ضریب اصطکاک : $(T = cte)$

(Schlichting) :

$$C_{fx} = 0.0592\, Re_x^{-1/5}$$

$$5 \times 10^5 < Re_x < 10^7$$

(Shultz - Grunow) :

$$C_{fx} = 0.370\, (\log Re_x)^{-1/5}$$

$$10^7 < Re_x < 10^9$$

---

* اگر لایه مرزی ابتدا آرام و سپس مغشوش شود :

$$\bar{C}_f = \frac{0.455}{(\log Re_L)^{2.584}} - \frac{A}{Re_L} \qquad (T = cte)$$

$$Re_{cr} < Re_L < 10^9$$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

Re_{cr}	A
3×10^5	1050
5×10^5	1700
10^6	3300
3×10^6	8700

---

* در صورتی که : $Re_{cr} < Re_L < 10^7$

$$\bar{C}_f = \frac{0.074}{Re_L^{1/5}} - \frac{A}{Re_L} \qquad T = cte$$

ضریب جابجائی : $(T = cte)$

* $\bar{Nu} = \frac{\bar{h}L}{K} = Pr^{1/3}(0.037\, Re_L^{0.8} - 850)$

$5 \times 10^5 < Re_L < 10^7$

* برای ما یعنی رابطه : حقیق تر است (Whitaker) :

* $\bar{Nu} = 0.036\, Pr^{0.43}(Re_L^{0.8} - 9200)\left(\frac{\mu_\infty}{\mu_w}\right)^{1/4}$

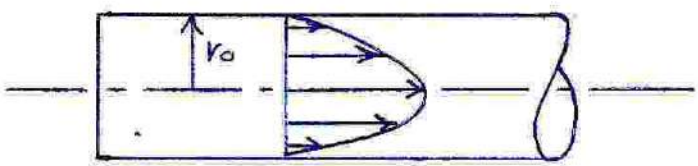
به جز μ_∞ و μ_w بقیه در T_f محاسبه می شوند.

جریان از داخل لوله‌ها :

* در حالت جریان آرام توزیع سرعت از رابطه زیر تبعیت می کند :

$$\frac{u}{u_0} = 1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2$$

(u: سرعت در محور لوله) (u_0: سرعت در محور لوله) (r: شعاع) (r_0: شعاع Max لوله)



* نتایج تحلیلی نشان داده که در حالت لوله با دمای دیواره ثابت در حالت Laminar :

$$Nu_d = \frac{hd}{k} = 3.656$$

* درحالتی که لوله تحت شار حرارتی ثابت قرار گیرد :

$$Nu_d = \frac{hd}{k} = 4.364$$

در حالت جریان نا آرام : $\left(Re_d = \frac{\rho V d}{\mu}\right)$

* $Nu_d = 0.0395\, Re_d^{3/4}\, Pr^{1/3}$

* خواص سیال در (دمای حجمی) یا ($Bulk\ Temp.$) که نشانگر متوسط انرژی در سطح مقطع لوله است حساب می شود :

$$T_b = \frac{\int_0^{r_0} \rho (2\pi r dr) u c_p T}{\int_0^{r_0} \rho (2\pi r dr) u c_p}$$

* امّا در حالت کاربردی :

$$T_b = \frac{T_o + T_i}{2}$$

معمّع : $\left(q = hA(T_w - T_b) = \dot{m} c_p (T_o - T_i)\right)$

جریانات خیلی سریع : سیال اگر به سرعت به مانعی برخورد نماید دما بالا می رود. در انتقال حرارت جریانات خیلی سریع دیگر نمی توان از اتلافات

لزجی صرفنظر کرد.

اگر صفحه‌ای که در تماس با جریان سریع می باشد را عایق فرض کنیم افزایش دمای آن ناشی از دو عامل است:

۱- اتلاف لزجی که به حرارت تبدیل می شود.
۲- تبدیل انرژی جنبشی سیال به سکون.

(اگر سیالی از حالت حرکت دلخواه ادیاباتیک و بازگشت پذیر ناگهان به حالت سکون درآید انتالپی حاصل را انتالپی سکون گویند:

$$h_0 = h + V^2/2 \quad \text{(انتالپی سکون)}$$

$$c_p T_0 = c_p T + V^2/2$$

$$\left.\begin{aligned} T_0 &= T + V^2/2c_p \\ c_p &= \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \end{aligned}\right\} \longrightarrow \quad T_0 = T + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot \frac{V^2}{\gamma R}$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot \frac{V^2}{\gamma R T}$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot \frac{V^2}{a^2}$$

(عدد ماخ): $M = \frac{V}{a} \longrightarrow \frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2$

* در مجاورت دیواره عایق نبوده و همچنین مقداری از کار لزجی و -

انرژی جنبشی بصورت بازگشت ناپذیری تلف شده و دمای سکون واقعی کمتر از دمای T_0 است.

* دمای ۲ دیابا تیک واقعی (T_{aw}) را می توان براساس تعریف «ضریب بازیابی» از رابطه زیر بدست آورد :

$$r = \frac{T_{aw} - T_\infty}{T_0 - T_\infty}$$

* برای گازهائی با عدد P_r حدود یک :

Laminar $\quad r = P_r^{1/2}$

Turbulent $\quad r = P_r^{1/3}$

* معادله انرژی

$$-u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\mu}{\rho c_p}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

توسط (Eckert) حل شد (برای جریانات خیلی سریع) و نتیجه گرفت که همچنان از روابط جریانات غیر سریع می توان (h) را بدست آورد و معادله انتقال حرارت بصورت زیر است :

$$q = hA(T_W - T_{aw})$$

Addiabatic Wall : aw

* اگر گرادیانهای دمای موجود در داخل لایه مرزی دارای تغییرات شدید باشد خواص سیال باید در دمای مرجع T^* بدست بیاید :

$$T^* = T_\infty + 0.50(T_W - T_\infty) + 0.22(T_{aw} - T_W)$$

یادآوری : براساس اصول تشابه رینولدز - کولبرن رابطه میان ضرایب اصطکاک و جابجائی در جریان آشفته صفحات مسطح عبارتست از :

$$St_x \cdot Pr^{2/3} = \frac{C_{fx}}{2}$$

(عدد استانتون) که $St = \frac{Nu_x}{Re.Pr} = \frac{h_x}{\rho V C_p}$

---

* برای جریان از داخل لوله‌ها :

$$St \cdot Pr^{2/3} = \frac{f}{8}$$ (ضریب اصطکاک)

---

* با استفاده از روابطی که براساس اصول تشابه رینولدز - کولبرن برای جریانات غیرسریع بدست آمد می توان با محاسبه - خواص در T^* از آنها برای جریانات سریع استفاده کرد :
(علامت * یعنی خواص در T^* حساب شود)

$$St_x^* \, Pr^{*2/3} = 0.332 \, Re_x^{*-1/2} \qquad Re_x < 5 \times 10^5$$

$$St_x^* \, Pr^{*2/3} = 0.0296 \, Re_x^{*-1/5} \qquad 5 \times 10^5 < Re_x < 10^7$$

$$St_x^* \, Pr^{*2/3} = 0.185 \, (\log Re_x^*)^{-2.584} \qquad 10^7 < Re_x < 10^9$$

* اگر دما و سرعت خیلی بالا باشد ممکن است در لایه مرزی گسیختگی‌هایی ایجاد شود در این حالت Eckert توصیه کرده که انتقال حرارت بر حسب اختلاف انتالپی محاسبه شود ؛ یعنی :

$$\begin{cases} q = h_i A (i_w - i_{aw}) \\ \text{(ضریب بازیابی)} \quad r = \dfrac{i_{aw} - i_\infty}{i_0 - i_\infty} \end{cases}$$

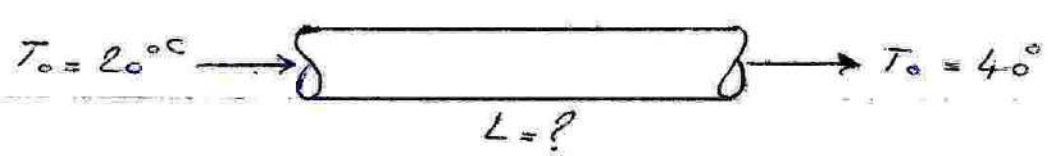
* و خواص در i^* حساب می شود :

$$i^* = i_\infty + 0.5 (i_w - i_\infty) + 0.22 (i_{aw} - i_\infty)$$

* در روابط قبلی که بر اساس اصول تشابه رینولدز - کولبرن بود در این حالت عدد استانتون عبارتست از :

$$St_i = \frac{h_i}{\rho V}$$

مسئله - $0.5\ kg/min$ آب طی گذر از لوله‌ای به قطر $2.5\ cm$ که سطح آن در دمای ثابت $110^\circ C$ نگه داشته شده از $20^\circ C$ تا $40^\circ C$ گرم می شود. طول لوله مورد نیاز را حساب کنید .



$$* \quad q = h(\pi d L)\left(T_W - \frac{T_o+T_i}{2}\right) = \dot{m} C (T_o - T_i)$$

$$L = \frac{\dot{m} C (T_o - T_i)}{h \pi d (T_W - T_b)}$$

$$T_b = \frac{T_o+T_i}{2} = \frac{40+20}{2} = 30^\circ C$$

خواص آب 30° :

ρ	$= 995.3$	kg/m^3
C	$= 4.176$	$KJ/kg\,K$
K	$= 0.62$	$W/m\text{-}C^\circ$
μ	$= 8 \times 10^{-4}$	$kg/m.s$
Pr	$= 5.35$	

$$\dot{m} = \rho V A_s \rightarrow V = \frac{\dot{m}}{\rho A_s} = \frac{0.5}{60\,(995.3)\,(\pi/4\,(0.025)^2)}$$

$V = 0.017$ m/s

$$Re = \frac{\rho V d}{\mu} = \frac{(995.3)(0.017)(0.025)}{8 \times 10^{-4}} \rightarrow$$

$Re = 529$ Laminar $\longrightarrow$

$$Nu_d = \frac{hd}{K} = 3.656 \rightarrow h = \frac{3.656\,(0.62)}{0.025}$$

$$\rightarrow \quad h = 90.7 \quad W/m^2C$$

$$\rightarrow \quad L = \frac{\dot{m} C (T_o - T_i)}{h \pi d (T_W - T_b)} = \frac{0.5 (4176) (40-20)}{(60)(90.7)\pi (0.025)(110-30)}$$

$$L = 1.22 \ m$$

---

* اگر دمای خروجی را ندادند حدس می زنیم و سپس سعی و خطا می کنیم.

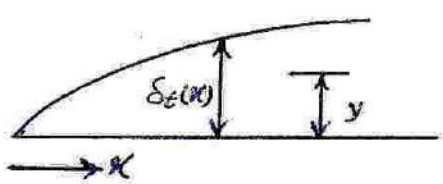
مسئله - پروفیل دما در یک صفحه افقی دمش لایه مرزی به صورت زیراست:

$$\frac{T - T_\infty}{T_W - T_\infty} = 2 \frac{y}{\delta_t(x)} - \left(\frac{y}{\delta_t(x)}\right)^2$$

بطوری که ضخامت لایه مرزی حرارتی $\delta_t(x)$ در هر فاصله x از ابتدای صفحه عبارتست از:

$$\frac{\delta_t(x)}{x} = \frac{5.5}{Re_x^{1/2} Pr^{1/3}}$$

عبارتی برای h موضعی برحسب Re_x و Pr بیابید.



$(y < \delta_t(x))$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$* \quad h_x = \frac{k \frac{\partial T}{\partial y} \Big/ y=0}{T_W - T_\infty}$$

$$T = T_\infty + (T_W - T_\infty)\left[2\frac{y}{\delta_t} - \left(\frac{y}{\delta_t}\right)^2\right]$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = (T_W - T_\infty)\left[\frac{2}{\delta_t} - 2\left(\frac{y}{\delta_t}\right)\right] = \frac{2(T_W - T_\infty)}{\delta_t}$$

$$h_x = \frac{2k\,(T_W - T_\infty)}{\delta_t\,(T_W - T_\infty)} = \frac{2k}{\delta_t}$$

$$h_x = \frac{2k}{x\,(5.5)}\, Re_x^{1/2}\, Pr^{1/3}$$

$$Nu_x = \frac{h_x \cdot x}{k} = 0.364\, Re_x^{1/2}\, Pr^{1/3}$$

مسئله - هوا از روی یک صفحه مسطح که دمای آن بطور ثابت $65^\circ C$ است جریان دارد. سرعت هوا تحت شرایط استاتیک $15^\circ C$ و $7\ kPa$ برابر $600\ m/s$ است ضریب جابجائی متوسط را در طول $1\ m$ صفحه بیابید.

(حالت جریان سریع)

(سرعت صوت) $a = \sqrt{\gamma RT} = \sqrt{(1.4)(287)(288)} = 340\ m/s$

$M_\infty = \frac{V_\infty}{a} = \frac{600}{340} = 1.76$

* خواص سیال در دمای جریان آزاد : $(15^\circ C)$

$\rho_\infty = \frac{P_\infty}{RT_\infty} = \frac{7}{(0.287)(288)} = 0.085\ kg/m^3$

$\mu_\infty = \longrightarrow 1.72 \times 10^{-5}\ kg/m.s$

$Re_\infty = \frac{\rho_\infty V_\infty L}{\mu_\infty} = \frac{0.085(600)(1)}{1.72 \times 10^{-5}} = 2.96 \times 10^6$ وقوع جریان داریم.

$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 \longrightarrow$

$\frac{T_0}{288} = 1 + \frac{1.4-1}{2}(1.76)^2 \longrightarrow T_0 = 467^\circ K$

---

* P_r را حدس می زنیم و T^* را می یابیم و بعد چک می کنیم :

الف) ناحیه آرام : فرض - $P_r = 0.7$

$r = P_r^{1/2} = 0.837$

$r = \frac{T_{aw} - T_\infty}{T_0 - T_\infty} \longrightarrow 0.837 = \frac{T_{aw} - 288}{467 - 288}$

$\rightarrow$ $T_{aw} = 438\ ^\circ K$

$T^* = T_\infty + 0.5\,(T_W - T_\infty) + 0.22\,(T_{aw} - T_\infty)$ $\rightarrow$

$T^* = 346\ ^\circ K$

* خواص هوا در $346^\circ K$ و $7\,KPa$:

$$\rho^* = \frac{p}{RT^*} = \frac{7}{(0.287)(346)} = 0.071\ kg/m^3$$

$$\mu^* = 2.068 \times 10^{-5}\ kg/ms$$

$$c_p^* = 1.0087\ kJ/kg\,K^\circ$$

$$Pr^* = 0.698$$ (پس فرض ما درست است)

$$x_{cr} = \frac{5 \times 10^5\, \mu^*}{\rho^* V_\infty} = \frac{5 \times 10^5\,(2.068 \times 10^{-5})}{(0.071)(600)}$$

$x_{cr} = 0.244\ m$

$$\overline{Nu}^* = \frac{\bar{h} L}{K^*} = 0.664\,(Re_L^*)^{1/2}\, Pr^{*\,1/3}$$ $\rightarrow$

$$\bar{h} = \frac{0.0297}{0.244}\,(0.664)\,(5\times10^{5})^{1/2}\,(0.698)^{1/3}$$

$$\bar{h} = 50.7 \quad W/m^{2}C^{\circ}$$

ب - ناحیه مغشوش : فرض - $Pr = 0.7$

$$r = Pr^{1/3} = \frac{T_{aw} - T_{\infty}}{T_{0} - T_{\infty}} = 0.888 \longrightarrow$$

$$T_{aw} = 447^{\circ}K$$

$$T^{*} = 288 + 0.5\,(338-288) + 0.22\,(447-288)$$

$$T^{*} = 348^{\circ}K$$

* خواص هوا در $348^{\circ}K$ و $7\ bar$:

$$\rho^{*} = \frac{7}{(0.287)(348)} = 0.07 \quad kg/m^{3}$$

$$\mu^{*} = 2.071\times10^{-5} \qquad Pr^{*} = 0.697$$

(پس فرض ما درست است) ↑

$$k^{*} = 0.0299$$

$$c_{p}^{*} = 1.009$$

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۴۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

مسئله - در مرض یک اتاقک فلزی در فصل تابستان نسیم ملایمی با سرعت 3m/s می وزد. ارتفاع دیوار این اتاقک 2m و عرض آن 2.5m است. یک شار انرژی خالص خورشیدی به میزان $4200\ W/m^2$ در دیوار مزبور جذب شده و سپس به طریق Conv. به هوای محیط پخش می شود به فرض آنکه دمای هوای اتمسفریک 27°C بوده و وزش باد در عرض دیوار مثل جریان از روی یک

$$Re_L = 2.96 \times 10^6 \longrightarrow St_x^* Pr^{2/3} = 0.0296\, Re_x^{-1/5}$$

$$\rightarrow \quad h_x = Pr^{*-2/3} (\rho^* V_\infty c_p^*) (0.0296) \left(\frac{\rho^* V_\infty x}{\mu^*} \right)^{-1/5}$$

$$\rightarrow \quad h_x = 87.4\, x^{-1/5} \quad \rightarrow$$

$$\bar{h} = \frac{1}{L_2 - L_1} \int_{L_1 = 0.244}^{L_2 = 1} h_x \, dx = \frac{87.4}{1 - 0.244} \left[\frac{(1)^{4/5} - (0.244)^{4/5}}{4/5} \right]$$

$$\bar{h} = 97.8 \ W/m^2 C^\circ$$

L_1 مرز بین دو ناحیه است و L_2 را هم که مسئله به ما داده است.

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

صفحه تخت است دمای متوسط دیوار را در حالت تعادل بیابید.

خواص هوای $27^\circ C$:

$$\nu = 16.84 \times 10^{-6}\ m^2/s$$
$$Pr = 0.708$$
$$k = 0.02624\ W/m\,C^\circ$$

$$Re = \frac{u_\infty L}{\nu} = \frac{3\,(2.5)}{16.84 \times 10^{-6}} \rightarrow Re = 4.45 \times 10^5$$

قبلاً دیدیم که :

$$\overline{T_w - T_\infty} = \frac{q_w\, L/k}{0.6795\, Re_L^{1/2}\, Pr^{1/3}}$$

$$\overline{T_w - T_\infty} = 99^\circ C$$

تکرار اوّل

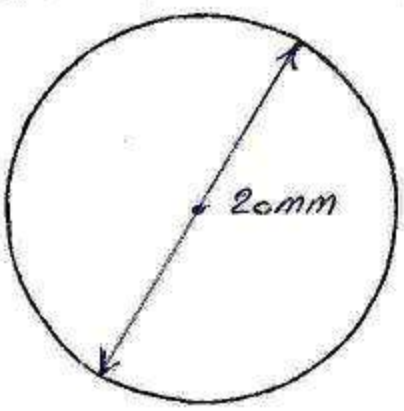
* این تکرار اوّل بود . بعد باید خواص سیال در دمای $T_f = \frac{\overline{T_w - T_\infty}}{2} + T_\infty$ بدست آمده و مراحل فوق تا رسیدن به دمای $\overline{T_w - T_\infty}$ طی شود . در صورت مساوی بودن مقدار در دو تکرار متوالی محاسبه را متوقف می کنیم .

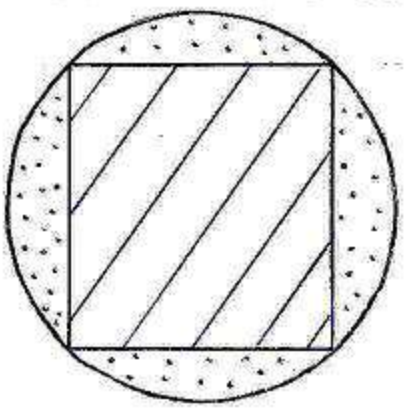
مسئله - در یک گرمکن حرارت از محصولات احتراق به آب اطراف لوله منتقل می شود.

الف - در این حالت محصولات احتراق طی جریان کاملاً گسترش یافته با دبی $0.01\ kg/s$ و دمای $800^\circ K$ عبور کرده و دمای سطح لوله هم $340^\circ K$ است.

انتقال حرارت به آب بازای واحد طول لوله چقدر است ؟

ب - اگر مطابق شکل میله‌ای با مقطع مربع درون لوله قرار گیرد به ازای دبی $0.01\ kg/s$ دمای $800^{\circ}K$ برای محصولات و $340^{\circ}K$ برای سطح لوله انتقال حرارت چقدر خواهد شد. قطر لوله و میله در هر دو حال $20\ mm$ است و محصولات احتراق را می‌توان با خصوصیات هوای اتمسفریک پنداشت.





فرض می‌کنیم دمای $800^{\circ}K$ دمای جمی (T_b) سیال است :

خواص هوا در $800^{\circ}K$:

$$\rho = 0.4405$$
$$\nu = 8.23 \times 10^{-5}$$
$$Pr = 0.69$$
$$K = 0.0578\ W/mC^{\circ}$$

$$Re = \frac{ud}{\nu}$$

$$\dot{m} = \rho . u . A \rightarrow u = \frac{\dot{m}}{\rho A} = \frac{4\dot{m}}{\rho \pi d^2}$$

$$Re = \frac{4\dot{m}}{\pi R d \nu} = \frac{4(0.01)}{0.4405\,(\pi)(0.02)(8.23\times10^{-5})}$$

$$Re = 17433$$

* حرجریان از داخل لوله‌ها :

$$* \quad Nu = \frac{\bar{h}d}{k} = 0.023\, Re^{0.8} Pr^{0.3}$$

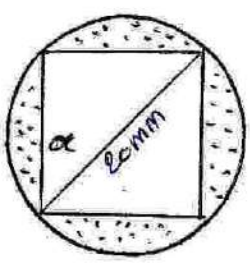
$$\bar{h} = \left(\frac{0.0578}{0.02}\right)(0.023)(17433)^{0.8}(0.69)^{0.3}$$

$$\bar{h} = 146.9 \quad W/m^2C^\circ$$

$$\frac{q}{L} = h(\pi d)(T_b - T_W) = 146.9\,(\pi)(0.02)(800-340)$$

$$q/L = 4247 \ W/m$$

ب - چون سطح مقطع عبوری شکل هندسی مشخص ندارد باید قطر هیدرولیکی را بیابیم (سطح مقطع غیر دایره‌ای است) :



$$d_H = \frac{4A}{P} = \frac{4\left[\pi/4(d^2) - a^2\right]}{(\pi d + 4a)}$$

$$d = 20mm \qquad a = 20\sin 45^\circ = 14.14\ mm$$

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$\rightarrow$ $d_H = 3.8 \times 10^{-3}\ m$

$$u = \frac{\dot{m}}{\rho A} = \frac{\dot{m}}{\rho\left[\pi/4\,(d^2 - (a^2)\right]} = 198.75\ m/s$$

$$Re = \frac{u d_H}{\nu} = 9248$$

$$Nu = \frac{h d_H}{k} = 0.023\,(Re)^{0.8}\,(Pr)^{0.3} = 30.6$$

$$h = \frac{k \cdot Nu}{d_H} = 462.2\ \ W/m^2 C^\circ$$

$$q/L = h\,(\pi d)\,(T_b - T_w)$$

* d قرار می دهیم چون سطح تبادل حرارت، مساحت خارجی لوله است.

$q/L = 13358\ \ W/m$

روابط تجربی در جابجائی اجباری

* گاهی حالاتی پیش می آید که نمی توان از روابط تحلیلی استفاده کرد و یا دارای دقت کافی نیست (مثلاً در جریان مغشوش یا اختلاف دمای زیاد سیال و دیواره) بررسی های آنالیز ابعادی نشان داده که ضریب جابجائی در جریان اجباری (خصوصاً جریان از داخل لوله ها که مورد بحث ماست) تابعی از اعداد Re و Pr است.

شکل عمومی رابطه انتقال حرارت جابجائی اجباری در جریان از - داخل لوله‌ها عبارتست از :

$$Nu_d = C\, Re_d^{m}\, Pr^{n}$$

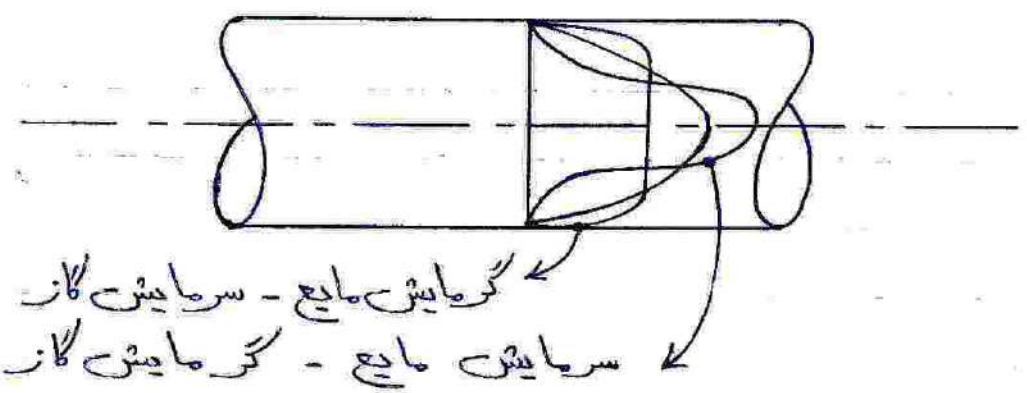
(C و m و n مقادیر ثابت و تابع شکل هندسی و نوع جریان می باشند)

توان m ← شیب منحنی ← $\log Nu - \log Re$

توان n ← شیب منحنی ← $\log Pr \cdot \log \frac{Nu}{Re^{m}}$

m تصحیح شده ← شیب منحنی ← $\log Re - \log \left(\frac{Nu}{Pr^{n}}\right)$

m نهائی و با مماسیاتی C را می دهد. ← شیب منحنی ← $Nu_d = C\, Re_d^{m}\, Pr^{n}$



* مایع : با گرم شدن ویسکوزیته کم می شود.
* گاز : " " " زیاد " "

خلاصه روابط تجربی در جریان از داخل لوله‌ها :

۱- در جریان درهم کاملاً developed از داخل لوله نرم (Smooth) :

۲- وقتی اثر تغییر سیال را بر اثر اختلاف دما با دیواره بخواهیم (در شرایط (۱)) :

۱- (رابطه Dittus - Boelter) :

$$Nu_d = \frac{hd}{k} = 0.023\, Re_d^{0.8}\, Pr^{n}$$

$n = 0.4$ در گرمایش سیال

$n = 0.3$ در سرمایش سیال

$6 < Pr < 100$

خواص در دمای مجمع (T_b) محاسبه می‌شود.

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

۲- (رابطه Sieder - Tate) :

$$Nu_d = \frac{hd}{k} = 0.027\, Re^{0.8}\, Pr^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0.14}$$

(تمام خواص در دمای مجمع و μ_w در دمای دیواره)

۳- در طول ورودی لوله برای جریان گسترش نیافته در طول ورودی برای لوله نرم :

* (رابطهٔ NUSSelt) :

$$Nu_d = 0.036\, Re^{0.8}\, Pr^{1/3} \left(\frac{d}{L}\right)^{0.055}$$

L : طول لوله

خواص در دمای جمی محاسبه شود.

$$100 < L/d < 400$$

۴- رابطه دقیق برای جریان در هم گسترش یافته از داخل لوله نرم :

* (رابطهٔ Petukhov) : (برای شار ثابت هم بکار می رود)
(برای لوله زبر هم بکار می رود)

$$Nu_d = \frac{(f/8)\, Re\, Pr}{1.07 + 12.7\,(f/8)^{1/2}\,(Pr^{2/3}-1)} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w}\right)^n$$

$$n = \begin{cases} 0.11 & \text{اگر } T_w > T_b \\ 0.25 & \text{اگر } T_w < T_b \\ 0 & \text{برای حالت } q_w = cte \text{ برای مایع و گاز} \end{cases}$$

خواص به جز μ_b (در T_b) و μ_w (در T_w) در دمای فیلم محاسبه می شود :

$$T_f = \frac{T_b + T_w}{2}$$

در ناحیه آرام : $f = (1.8 \log Re - 1.64)^{-2}$

خطای 6% $\longrightarrow$ $0.5 < Pr < 200$

خطای 10% $\longrightarrow$ $0.5 < Pr < 2000$, $10^4 < Re < 5 \times 10^6$, $0.08 < \mu_b/\mu_w < 40$

5- در جریان کاملاً گسترش یافته آرام از لوله ای با دمای دیواره ثابت :

* (رابطه Hausen) : (خواص در دمای فیلم)

$$Nu_d = 3.66 + \frac{0.0668\,(d/L)\,Re.\,Pr}{1 + 0.04\,[(d/L)\,Re\,Pr]^{2/3}}$$

در لوله خیلی طویل $Nu_d \approx 3.66$

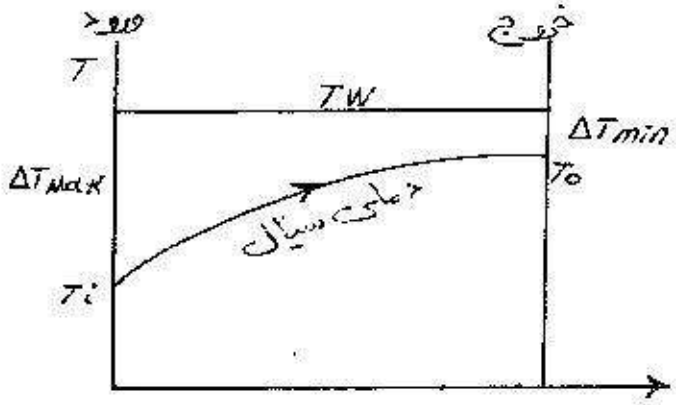
درهنگام استفاده از این رابطه فرض انتقال حرارت عبارتست از :

$$q = h A \Delta T_m$$

اختلاف دمای لگاریتمی

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)



$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_{max} - \Delta T_{min}}{Ln \frac{\Delta T_{max}}{\Delta T_{min}}}$$

---

* مشابه حالت فوق می توان از رابطه (Sieder و Tate) هم استفاده کرد :

$$Nu_d = 1.86 (Re . Pr)^{1/3} \left(\frac{d}{L}\right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0.14}$$

$$Re\,Pr\,d/L > 10$$

(خواص در دمای جمع)

۶- برای لوله‌های زبر در هر رژیم جریان براساس تشابه رینولدز-کولبرن از رابطه زیر بهره می‌گیریم:

$$St = \frac{NUC}{Re.Pr} = \frac{h}{\rho U_m C_p}$$

U_m: سرعت متوسط لوله

$$St_6 . Pr^{2/3} = f/8$$

f: ضریب اصطکاک از دیاگرام مودی

* عدد Pr در دمای فیلم $(\frac{T_6+T_W}{2})$ و عدد استانتون در دمای جبی محاسبه می‌شود.

---

* برای مقاطع غیردایره یا از روابط فوق با (D_H) استفاده می‌کنیم یا از جدول 6.1 هولمن.

پتروپالامحور پیشتاز در ارائه خدمات مهندسی و متعهد به کیفیت

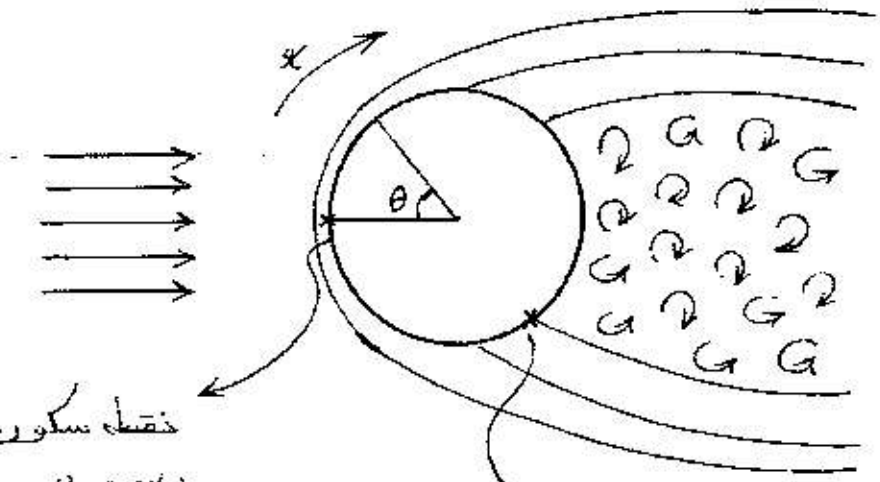
PPM , Dedicated For The Best Quality

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

جریان از روی استوانه ها و کره ها

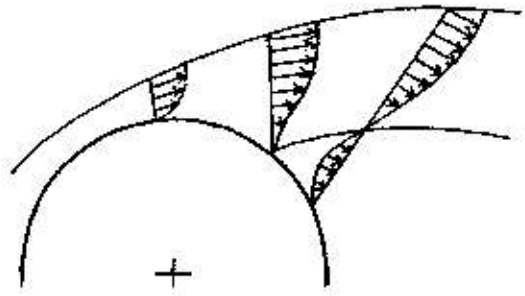
* در جریان از روی استوانه یا کره گرادیان فشار بوجود آمده اثر مستقیم بر روی لایه های مرزی داشته و باید آن را در نظر گرفت .



نقطه سکون
(Staynation Point)

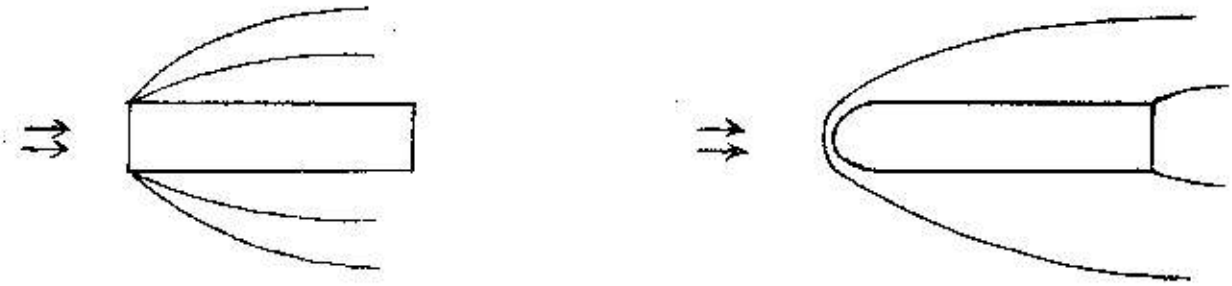
نقطه جدائی
(Separation Point)

$\begin{cases} \frac{dp}{dx} < 0 & \text{جدار از نقطه سکون} \\ \frac{dp}{dx} = 0 & \text{سرعت } \max \\ \frac{dp}{dx} > 0 & \text{بعد از موجات فوق} \end{cases}$



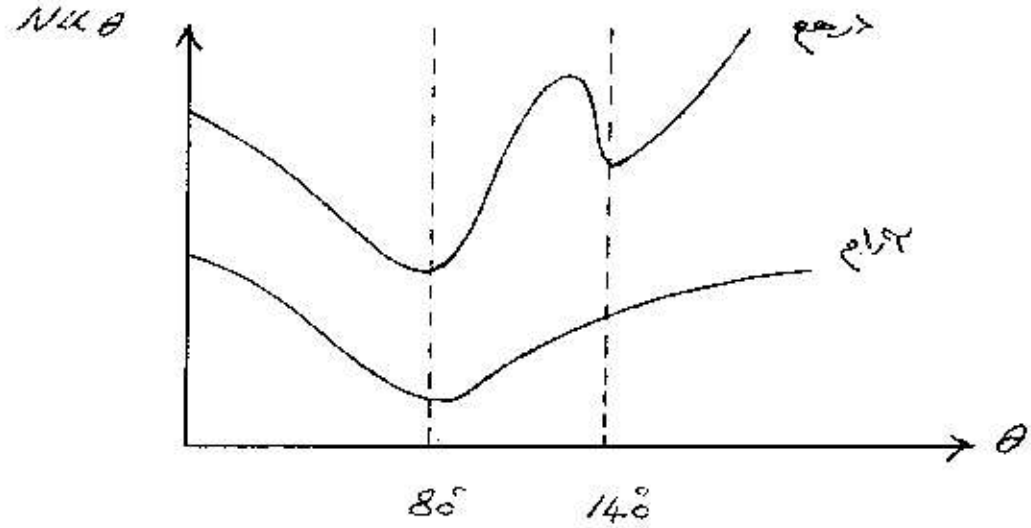
برای استوانه : $Re_d = 2 \times 10^5$

نقطه جدائی
- در جریان آرام در $\theta = 80^\circ$
- در جریان درهم در $\theta = 140^\circ$



round nose

Blunt nose



* بررسی های (Hilpert) در مورد گازها و (Knudsen و Katz) - در مورد مایعات نشان داده که رابطه انتقال حرارت طی جریان خارجی عمود بر محور استوانه را می توان به شکل عمومی زیر بکار برد :

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$\frac{hd}{K} = C Re^{n} Pr^{1/3}$$

* مقادیر C و n بصورت تابعی از رینولدز در جدول 2-6 هولمن لیست شده است.

Re	C	n
0.4 - 4	0.989	0.330
4 - 40	0.911	0.385
40 - 4000	0.683	0.466
4000 - 4×10^4	0.193	0.618
4×10^4 - 4×10^5	0.0266	0.805

* کلیه خواص در دمای فیلم $T_f = \frac{T_\infty + T_w}{2}$ محاسبه می شود.

انتقال حرارت بین گاز و کره :

(MC Adams)
$$\begin{cases} \frac{hd}{K} = 0.37\, Re^{0.6} \\ 17 < Re < 70000 \end{cases}$$

* خواص در دمای فیلم محاسبه می شود.

انتقال حرارت بین مایع و کره :

$$\begin{cases} \dfrac{hd}{K} = (0.97 + 0.68\,Re^{0.5})\,Pr^{0.3} \\ 1 < Re < 2000 \end{cases}$$

(خواص در دمای فیلم)

---

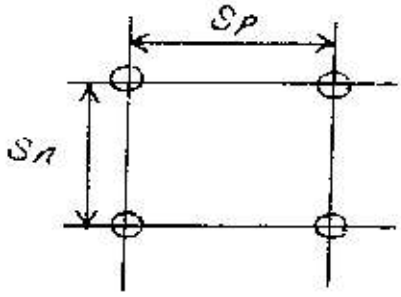
* از ادغام روابط فوق برای انتقال حرارت بین سیال و کره :

$$(Whitaker) \quad Nu = 2 + (0.4\,Re^{1/2} + 0.06\,Re^{2/3})\,Pr^{0.4}\left(\frac{\mu_\infty}{\mu_w}\right)$$

$$\begin{cases} 3.5 < Re < 8\times10^4 \\ 0.7 < Pr < 380 \end{cases}$$

(خواص در دمای T_∞) جریان آزاد

جریان از روی دسته لوله (Tube Boundle) :

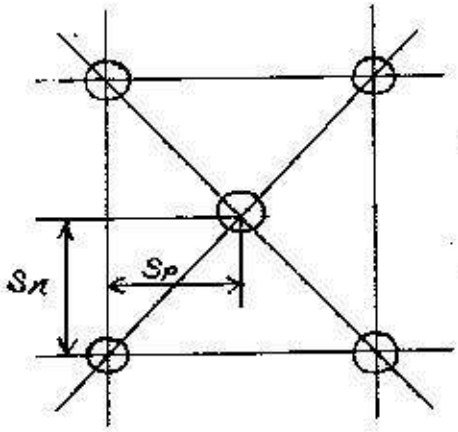


(آرایش خطی یا مرجعی یا inline)

S_p - گام طولی (موازی)

S_n - گام عرضی (قائم)

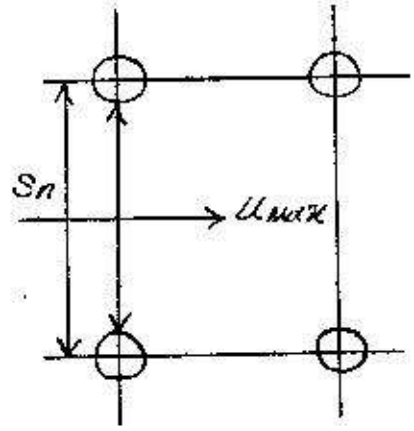
فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲
جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)



آرایش مثلثی
یا زیگزاگ یا
staggered

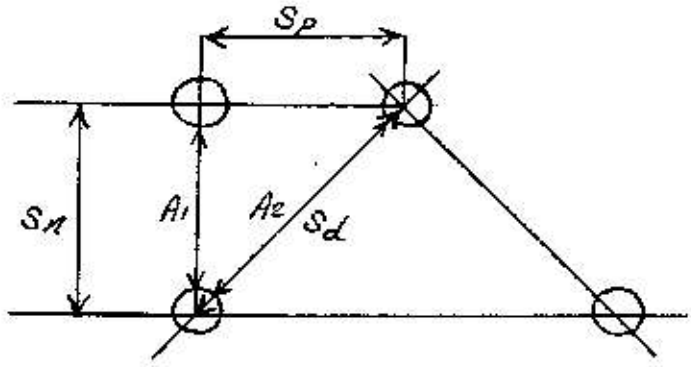
* در آرایش مربعی افت فشار کمتر است و در آرایش مثلثی انتقال حرارت بیشتر است.

* برای محاسبه ضریب انتقال حرارت همچنان می توان از رابطه عمومی ($Nu = C Re^n Pr^{1/3}$) استفاده کرد. مقادیر C و n را با توجه به آرایش لوله‌ها و نسبتهای Sn/d و Sp/d می توان از جدول 6-4 هولمن برای حالتیکه لااقل ۱۰ ردیف لوله طاریچ (در جهت جریان) پشت سر هم قرار گیرند.
* برای تعداد لوله کمتر از ۱۰ ردیف در جهت جریان بسته به آرایش لوله‌ها از جدول 6-5 هولمن می توان ضریب تصحیحی در مقدار که با توجه به جدول 6-4 برای ضریب جابجائی بدست می آید اعمال نمود. همچنین در Re مورد استفاده در رابطه عمومی بر مبنای سرعت Max سیال در حین عبور از لوله‌ها تعیین می شود.



$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \rightarrow$$
$$V_\infty (S_n \times 1) = V_{max} [(S_n - d) \times 1] S_n$$
$$\rightarrow V_{max} = V_\infty \frac{S_n}{S_n - d}$$

* در صورت ۲ ردیف متشابه اگر $(S_n-d) < 2(S_d-d)$ سرعت Max مانند حالت inline است و اگر $(S_n-d) > 2(S_d-d)$ سرعت Max در مقطع $2(S_d-d)$ اتفاق می افتد.



$(S_n-d) < 2(S_d-d)$:

$$V_{max} = V_\infty \frac{S_n}{S_n-d}$$

$(S_n-d) > 2(S_d-d)$:

$$V_{max} = V_\infty \frac{S_n}{2(S_D-d)}$$

$$S_D = \left(S_p^2 + \left(\frac{S_n}{2}\right)^2\right)^{1/2}$$

افت فشار جریان گاز از روی ردیف لوله‌ها :

$$\Delta P\ (Pa) = \frac{2 f' G_{max}^2 N}{\rho_\infty} \left(\frac{\mu_w}{\mu_b}\right)^{0.14}$$

(غیرخطی) $$f' = \left\{0.25 + \frac{0.118}{\left[(S_n-d)/d\right]^{1.08}}\right\} Re_{max}^{-0.16}$$

$$f' = \left\{ 0.04 + \frac{0.08\, S_p/d}{\left[(S_n - d)/d^{0.43} + 1.13\, d/S_p\right]} \right\} Re_{max}^{-0.15} \quad : \text{(خطی)}$$

N - تعداد ردیف عرضی لوله‌ها

G - سرعت جرم

$$G = \frac{\dot{m}}{A} \quad , \quad G_{max} = \frac{\dot{m}}{A_{min}} = \frac{\rho V_{max} A_{min}}{A_{min}} = \rho V_{max}$$

خلزات مایع :

* خلزات مایع دارای ضریب هدایت بالائی بوده و انتقال حرارت در آنها بسیار بهتر است. همچنین در دماهای بالا نیز حالت مایع خود را حفظ می‌کنند ولی در عوض شدیداً خورنده بوده و میل به واکنش دارند.

* در جریان کاملاً توسعه یافته از داخل لوله صاف با دمای دیواره ثابت در جدار لوله خواهیم داشت :

$$Nu_d = \frac{h d}{k} = 5 \times 0.025\, (Re \cdot Pr)^{0.8}$$

(خواص در T_b محاسبه می‌شود)

$$\begin{cases} 10^2 < Re \cdot Pr & Re \cdot Pr = Pe \quad \text{(عدد پکلت)} \\ \frac{L}{d} > 60 \end{cases}$$

* و برای حالت فوق امّا در حالت شار حرارتی ثابت در دیواره :

$$\frac{hd}{K} = 0.625\,(Re.Pr)^{0.4}$$

$$\begin{cases} 10^2 < Re.Pr < 10^4 \\ \frac{L}{d} > 60 \end{cases}$$ (خواص در T_b)

مثال - میزان انتقال حرارت از میله‌ای به قطر خارجی $2\,in$ را با هوای محیط که به موازات آن در جریان است را با انتقال حرارت از لوله‌ای به قطر داخلی $2\,in$ که هوا در داخل آن جریان دارد مقایسه کنید. در هر دو حالت سرعت هوا برابر با $100\,fps$ و دمای هوا $60°F$ است. مواضع گرم شده میله و لوله، $2\,ft$ طول داشته و هر دو در دمای $100°F$ ثابت باقی می مانند. ناحیه گرم شده لوله به اندازه کافی در پایین دست می باشد تا جریان کاملاً گسترش یافته فرض شود.

الف) جریان از روی میله :

اگر با استفاده از روابط جریان از روی صفحات مسطح، ضخامت لایه مرزی هم مرتبهٔ با شعاع میله باشد می توان از انحنای میله صرفنظر کرده و ضریب جابجائی را از روی روابط صفحه مسطح تعیین کرد.

51 .

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$T_f = \frac{60 + 100}{2} = 88F$$

هوا در $80^\circ F$:

$$\begin{cases} \nu = 16.88 \times 10^{-5} \quad ft^2/s \\ k = 0.01516 \quad Btu/hr\,ft\,F^\circ \\ Pr = 0.708 \end{cases}$$

$$Re_L = \frac{V_\infty L}{\nu} = \frac{100 \times 2}{16.88 \times 10^{-5}} = 1.185 \times 10^6$$

(در انتهای صفحه) :

$$\delta = \frac{(0.381)L}{Re_L^{1/5}} = \frac{0.381 \times 2}{(1.185 \times 10^6)^{1/5}}$$

$$\delta = 0.046' = 0.55''$$

* چون $\delta < R$ ، پس از روابط صفحات مسطح استفاده می کنیم :

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}L}{k} = Pr^{1/3}(0.037\,Re_L^{0.8} - 850) \rightarrow$$

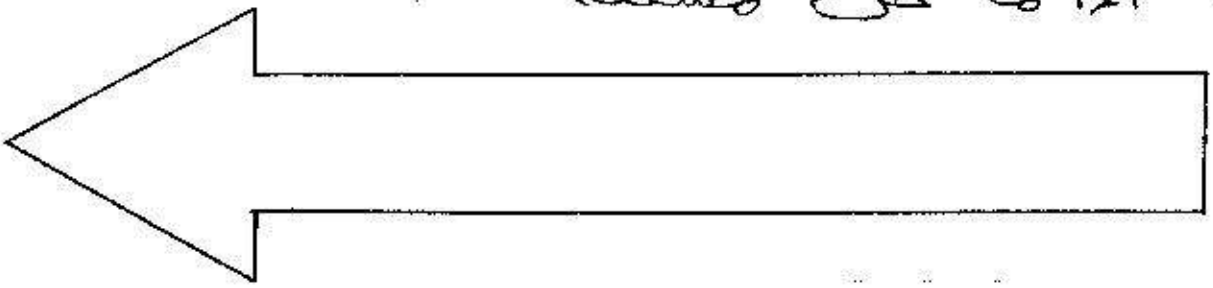
$$\bar{h} = 12.32 \quad Btu/hr\,ft^2F^\circ$$

$$q = h(\pi dL)(T_w - T_\infty)$$

$$q = 12.32\left(\pi\left(\frac{2}{12}\right)(2)\right)(100 - 60) \rightarrow$$

$$q = 516.1 \quad Btu/hr$$

ادامه حل مسئله



فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

ب -

* درحالتی که سیال از داخل لوله عبور می کند :

$$T_6 = T_o + T_i / 2$$

* (فرض می کنیم) : $T_o = 70^\circ F \rightarrow$

$T_6 = 6.5^\circ F \rightarrow$ $\rho = 0.076$ $k = 0.0148$

$C_p = 0.24$ $Pr = 0.71$

$\nu = 15.7 \times 10^{-5}$

$$Re = V.D/\nu = 100\,(\tfrac{2}{12}) / 15.77 \times 10^{-5} = 1.057 \times 10^5$$

جریان درهم : $\dfrac{hD}{k} = 0.023\, Re^{0.8} Pr^{0.4}$

$$\frac{h\ (2/12)}{0.0148} = 0.023\ (1.057 \times 10^5)^{0.8}\ (0.71)^{0.4} \rightarrow$$

$h = 18.62$ Btu/hr ft^{2}F°

$\dot{m}$ جریان جرمی $= \rho . V . A = (0.076)(100)(\pi/4\,(\tfrac{2}{12})^2)$

$\dot{m} = 596.9$ lbm/hr

معادله انرژی $\dot{m} c_p (T_o - T_i) = hA \left(T_w - \frac{T_o + T_i}{2}\right)$

$$596.9\,(0.24)\,(T_o - 60) = 18.62 \left[(R)\left(\frac{2}{12}\right)(2)\right] \left(100 - \frac{T_o + 60}{2}\right)$$

$$T_o = 65.09\ ^\circ F$$

* پس باید مراحل فوق را با $T_o = 65.09$ مجدداً تکرار کنیم .

$$\left.\begin{aligned} Re &= 1.07 \times 10^5 \\ \dot{m} &= 600\ lbm/hr \\ \bar{h} &= 18.69\ Btu/hr\,ft^2 F^\circ \end{aligned}\right\} \longrightarrow T_o = 65.08\ ^\circ F$$

قابل قبول

$$\bar{q} = hA\,\Delta T = (18.69)\left[R\left(\frac{2}{12}\right)(2)\right](100 - 62.5)$$

$$q = 733\ Btu/hr$$

نتیجه : $\dfrac{q_{\text{دقیق}}}{q_{\text{تقریبی}}} = \dfrac{733}{516.1} = 1.42$

مسئله - هوای اتمسفریک $27^{\circ}C$ بصورت عامل برید لوله آب به قطر خارجی $30mm$ که دمای $77^{\circ}C$ است جریان دارد. سرعت هوا $1m/s$ است. انتقال حرارت بازای واحد طول چقدر است.

$$T_f = \frac{T_W + T_\infty}{2} = 52^{\circ}C$$

هوای $52^{\circ}C$:

$$\nu = 1.824 \times 10^{-5}$$
$$k = 0.0281$$
$$Pr = 0.702$$

$$Re = \frac{V_\infty d}{\nu} = \frac{1(0.03)}{1.824 \times 10^{-5}} = 1645$$

* از جدول 2-6 هولمن :

$C = 0.683$

$n = 0.466$

$$\frac{hd}{k} = C Re^{n} Pr^{1/3} \longrightarrow$$

$$h(0.03)/0.0281 = 0.683 (1645)^{0.466} (0.702)^{1/3}$$

$$h = 17.93 \ W/m^2C^{\circ}$$

$$q/L = h(\pi d)(T_W - T_\infty) \rightarrow$$

$$q/L = 84.5 \ W/m$$

مسئله - میزان انتقال حرارت از یک حباب لامپ 40W را که در حمامی $127^{\circ}C$ است را به جریان هوای $27^{\circ}C$ که با سرعت $0.3\ m/s$ جریان دارد بیابید. فرض کنید لامپ کرمای به قطر $50\ mm$ است. چند درصد توان به طریق جابجائی تلف می گردد؟

$$T_f = \frac{T_w + T_\infty}{2} = 77^{\circ}C$$

(هوای $77^{\circ}C$):

$$\nu = 2.097$$
$$K = 0.030$$
$$Pr = 0.697$$

$$Re = \frac{V_\infty \cdot d}{\nu} = \frac{0.3\,(0.05)}{2.097 \times 10^{-5}} = 721.5$$

$$\overline{Nu} = 0.37\, Re^{0.6} \longrightarrow$$

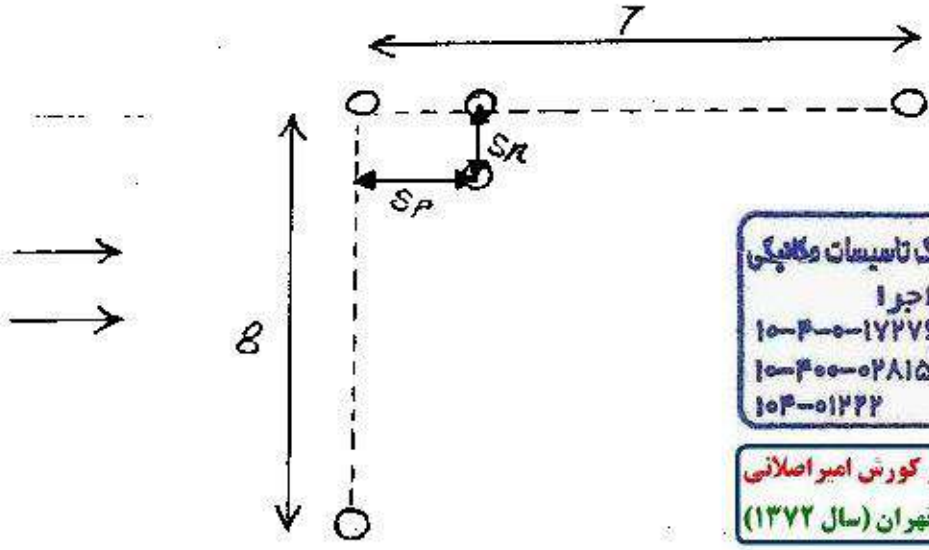
$$\frac{h(0.05)}{0.03} = 0.37\,(721.5)^{0.6} \rightarrow h = 11.52\ W/m^2C^{\circ}$$

$$q = hA\,\Delta T = (11.52)(\pi)(0.05)^2(127-27)$$

$$q = 9\ W$$

$$\%\ \text{اتلاف به طریق جابجائی} = \frac{9}{40} \times 100 = 22.6\ \%$$

مسئله - هوا با دبی $900\ ft^3/min$ بطور عمود بر محور لوله‌هائی که به ترتیب ۷ عدد در جهت جریان و ۸ عدد در جهت عمود بر جریان قرار گرفته اند می‌گذرد. طول هر لوله $4\ ft$ است و قطر خارجی آنها $3/4"$ با گام طولی $S_p = 1.5"$ و گام عرضی $S_n = 1.125"$ می باشد. دمای هوای ورودی $400°F$ بوده و دمای سطح لوله‌ها $200°F$ است. ترتیب قرار گرفتن لوله‌ها خطی است. h بین هوا و لوله را بیابید.



فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲
جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

* در مرحله اول هوا را در $T_{f_1} = \frac{T_W + T_i}{2}$ می یابیم.

$$T_{f1} = \frac{200 + 400}{2} = 300°F \rightarrow$$

هوای $300°F$:

$$k = 0.0574$$
$$\chi = 0.0203$$
$$\rho = 0.052$$
$$\varphi = 0.273$$
$$Pr_{fs} = 0.686$$

Re براساس V_{max} در مقطع MIN محاسبه می شود :

$$Re_{max} = \frac{\rho U_{max} d}{\mu}$$

$$\dot{Q} = U_{max} \cdot A_{min} = U_{max} \left[8 (S_n - d) L \right]$$

$$U_{max} = \frac{900 / 60}{\frac{8 (1.125 - 0.75)}{12} . 4} \quad \longrightarrow$$

$U_{max} = 15$ FPS : تقسیم بر 60 ضریب تبدیل است .

$$Re_{max} = \frac{0.052 (15) \left({}^{3}/_{4} / 12 \right)}{0.0574} \times 3600$$

تقسیم بر 12 تبدیل اینچ به فوت است و ضرب در 3600 تبدیل ساعت در مزج به ثانیه است.

$Re_{max} = 3057$

$\frac{S_p}{d} = 1.5 / 0.75 = 2$

$\frac{S_n}{d} = 1.125 / 0.75 = 1.5$

inline

$\xrightarrow[\text{هولمن}]{6.4}$

$C = 0.332$

$n = 0.602$

چون تعداد لوله‌ها از ۱۰ کمتر است ضریب تصحیح از جدول 6.5 هولمن منظور می شود :

$C' = 0.96$

$$Nu = 0.96\,(0.332)\,Re_{max}^{0.602}\,Pr^{1/3} \rightarrow$$

$$\frac{h\,(3/48)\,ft}{0.0203} = 0.96\,(0.332)\,(3057)^{0.602}\,(0.686)^{1/3}$$

$h = 11.44 \quad Btu/hr\,ft^2F^\circ$

موازنه انرژی $hA\left(T_w - \frac{T_o+T_i}{2}\right) = \dot{m}\,c_p\,(T_o - T_i)$

$\dot{m} = \rho Q = (0.052)\,(900 \times 60) = 2808 \quad lbm/hr$

$$11.44\left[(7\times 8)\,\pi\,(3/48)\,(4)\right]\left(200 - \frac{T_o+400}{2}\right) =$$

$$2808\,(0.273)\,(T_o - 200) \rightarrow T_o = 301^\circ F$$

* مجدداً خواص را در $T_f = \frac{200 + \frac{300+400}{2}}{2}$ حساب کرده و مراحل فوق را تکرار می کنیم.

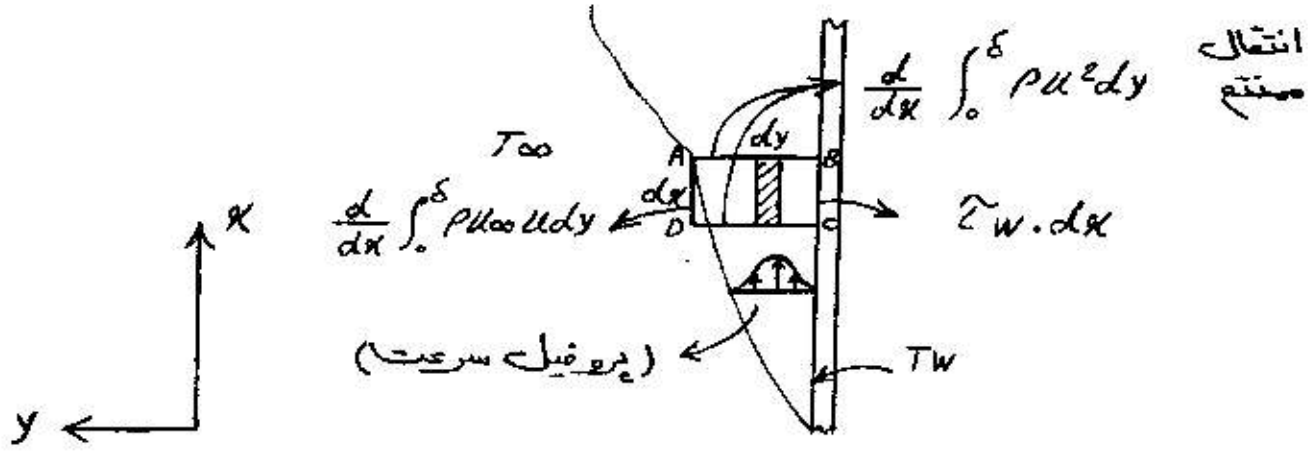
اینکروپرا - فصل 6 ، 7 ، 20 ، 29
فصل 7 - 16 ، 25 ، 35 ، 44
فصل 8 - 13 ، 21 ، 33

هولمن - فصل 5 - 19 ، 28 ، 42 ، 65 ، 68
فصل 6 - 1 ، 15 ، 20 ، 35 ، 66

جابجائی طبیعی : (Natural or Free)

* در این حالت عامل حرکت سیال تغییرات جرم مخصوص آن است.

جابجائی طبیعی طی جریان آرام از یک صفحه تخت :



* فرض - تغییرات فشار در جهت y قابل صرفنظر است .

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho_\infty g \quad \text{در جهت } x$$

* تعریف : ضریب انبساط حجمی :

$$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \quad \text{«} \frac{1}{^\circ K} \text{»}$$

$$\begin{cases} \beta = \dfrac{\rho_\infty - \rho}{\rho(T_\infty - T)} & : \text{(برای مایعات و گازهای حقیقی)} \\ \beta = \dfrac{1}{T} & : \text{(برای گازهای کامل)} \end{cases}$$

اصل بقاء مقدار حرکت در جهت x ها :

نیروی خالص عمل کننده در جهت عکس محور x ها	=	شار خالص مقدار حرکت در جهت x

$$\tau_w \cdot dx = \frac{d}{dx}\left[\int_0^\delta \rho u(u_\infty - u)\,dy\right] dx \qquad (1)$$

و اصل بقای انرژی :

$$\frac{d}{dx}\int_0^{\delta}\left[\rho u (T-T_\infty) c_p \overbrace{dy}^{dz=1}\right] dx = -k\,dx \left.\frac{dT}{dy}\right|_{y=0}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین} \div \rho c_p} \frac{d}{dx}\int_0^{\delta} u(T-T_\infty)\,dy = -\alpha \left.\frac{dT}{dy}\right|_{y=0} \quad (۲)$$

* با حدس مقادیری برای پروفیل های سرعت و دما و به کمک شرایط مرزی ضرایب این پروفیل را می یابیم :

الف - پروفیل سرعت :

$$\frac{u}{u_\infty} = a + b\,y + c\,y^2$$

↳ سرعت ساختگی در داخل لایه مرزی که تابع x است.

B.C
$$\begin{cases} y=0 \rightarrow u=0 \\ y=\delta \rightarrow u=0 \\ y=\delta \rightarrow \frac{\partial u}{\partial y}=0 \end{cases}$$

$$u = u_\infty (y/\delta)(1-y/\delta)^2 \quad (۳)$$

ب - پروفیل دما :

$$\frac{T}{T_\infty} = a' + b'y + c'y^2$$

B.C
$$\begin{cases} y=0 \rightarrow T=T_w \\ y=\delta \rightarrow T=T_\infty \\ y=\delta \rightarrow \frac{\partial T}{\partial y}=0 \end{cases}$$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$\frac{T - T_\infty}{T_W - T_\infty} = (1 - y/\delta)^2 \qquad (۴)$$

* با قرار دادن روابط (۳) و (۴) در روابط (۱) و (۲) و انجام عملیات ریاضی :

معادله مقدار حرکت :

$$\frac{1}{105}\frac{d}{dx}(u_x^2\delta) = \frac{1}{3}g\beta(T_W - T_\infty)\delta - 2\nu\frac{u_x}{\delta} \qquad (۵)$$

معادله انرژی :

$$\frac{1}{30}(T_W - T_\infty)\frac{d}{dx}(u_x\delta) = 2\alpha\frac{T_W - T_\infty}{\delta} \qquad (۶)$$

از رابطه (۳) $\rightarrow$ $u_x \sim \delta^2$

با اعمال تناسب فوق در رابطه (۵) :

$$\delta \sim x^{1/4} \rightarrow u_x \sim x^{1/2} \rightarrow$$

$$\begin{cases} u_x = A x^{1/2} \\ \delta = B x^{1/4} \end{cases} \xrightarrow{(۵)\ و\ (۶)}$$

$$\begin{cases} \frac{5}{420} A^2 B x^{1/4} = g\beta (T_W - T_\infty) \frac{\beta}{3} x^{1/4} - \frac{A}{B} \nu x^{1/4} \\ \frac{1}{40} AB x^{-1/4} = \frac{2\alpha}{\beta} x^{-1/4} \end{cases}$$

* با حل این دو معادله برای A و B :

$$\begin{cases} A = 5.17 \nu \left(20/21 + \frac{\nu}{\alpha}\right)^{-1/2} \left[\frac{g\beta (T_W - T_\infty)}{\nu^2}\right]^{1/2} \\ B = 3.93 \left(20/21 + \frac{\nu}{\alpha}\right)^{1/4} \left[\quad // \quad \right]^{-1/4} \left(\frac{\nu}{\alpha}\right)^{-\frac{1}{2}} \end{cases}$$

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$\frac{\delta}{x} = B x^{-3/4} = 3.93\,(0.95 + \nu/\alpha)\,(\frac{\upsilon}{\alpha})^{-\frac{1}{2}}\,\left[\frac{g\beta(TW-T\infty)x^3}{\upsilon^2}\right]^{-\frac{1}{4}}$$

* با تعریف عبارت فوق بصورت عدد بدون بعد : Grashof

$$\begin{cases} Gr = \dfrac{g\beta(TW-T\infty)x^3}{\upsilon^2} \\ Grc = 4\times10^8 \quad \text{---} \\ 10^8 < Grc < 10^9 \end{cases}$$

Gr بحرانی : معمولاً :

$$\frac{\delta}{x} = 3.93\,(0.952 + Pr)^{1/4}\,Gr^{-1/4}\,Pr^{-\frac{1}{2}}$$

« عبارت فوق ضخامت لایه مرزی را بدست می دهد »

موازنه انرژی :

$$\frac{q}{A} = -K\,\partial T/\partial y\Big|_{y=0} = h\,(TW - T\infty)$$

$$\frac{T-T\infty}{Tw-T\infty} = (1 - y/\delta)^2 \longrightarrow T = T\infty + (TW-T\infty)(1-y/\delta)^2$$

$$\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0} = (TW-T\infty)\,2\,(-1/\delta)\,(1-y/\delta)$$

$y/\delta \to 0$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = \frac{-2\,(T_W - T_\infty)}{\delta} \Rightarrow h\,(T_W - T_\infty) = -K\,\frac{-2\,(T_W - T_\infty)}{\delta}$$

$$\longrightarrow \quad h_x = \frac{2K}{\delta}$$

$$Nu_x = 0.508\,(0.952 + Pr)^{-1/4}\, Gr^{1/4}\, Pr^{1/2}$$

$$\begin{cases} \overline{Nu} = \dfrac{1}{L}\displaystyle\int_0^L Nu_x \\ \overline{h} = \dfrac{1}{L}\displaystyle\int_0^L h_x\,dx \rightarrow \overline{h} = \dfrac{4}{3}\,h_{x=L} \end{cases}$$

---

* شکل عمومی رابطه در جابجائی اجباری :

$$Nu = C\,Re^{m}\,Pr^{n}$$

* شکل عمومی رابطه در جابجائی آزاد :

$$Nu = C\,(Gr\,Pr)^{m}$$

* با تعریف عدد ریلی (Rayleigh) بصورت $Ra = Gr.Pr$

$$Nu = C\,Ra^{m}$$

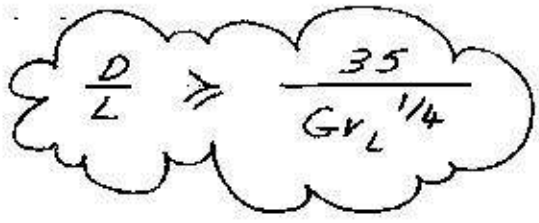
* خواص سیال در دمای فیلم $T_f = T_W + T_\infty/2$ محاسبه شده و بعد مشخصه بستگی به شکل هندسی سطح دارد.

---

* جدول 7.1 هولمن روابط را ارائه کرده است :

① صفحات و استوانه‌های تائم : بعد مشخصه طول L صفحه یا ارتفاع L استوانه است.

* در صورت برقراری شرط زیر می توان از روابط صفحات تائم در مورد استوانه‌های تائم هم استفاده کرد :



Ra	C	m
$10^{-1} - 10^{4}$	شکل 7-7	شکل 7-7
$10^{4} - 10^{9}$	0.59	$\frac{1}{4}$
$10^{9} - 10^{13}$	0.021	2/5
$10^{9} - 10^{13}$	0.10	1/3

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

* و یا از روابط churchill & chu :

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}L}{k} = 0.68 + \frac{0.67\, Ra^{1/4}}{\left[1 + (0.492/Pr)^{9/16}\right]^{4/9}}$$

$Ra_L < 10^9$ ناحیه آرام

$$\overline{Nu} = \left\{ 0.825 + \frac{0.387\, Ra^{1/6}}{\left[1 + (0.492/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}} \right\}^2$$

$10^{-1} < Ra_L < 10^{12}$ ناحیه مغشوش

* از رابطه اولی می توان برای شار حرارتی ثابت هم استفاده کرد.

② برای صفحات و استوانه‌های تابع تحت شار حرارتی ثابت :

(باتعریف : $Gr_x^* = Gr_x \, Nu_x$)

$$\begin{cases} Nu_x = \dfrac{h_x x}{K} \\ q_w = h_x (T_w - T_\infty) \end{cases} \longrightarrow$$

شار حرارتی در واحد سطح

$$Nu_x = q_w x / K (T_w - T_\infty) \longrightarrow$$

$$Gr_x^* = \frac{g \beta x^4 q_w}{K \nu^2}$$

* براساس تجربیات انجام شده در مورد صفحات تمام و شیب داری که در معرض آب تحت تبادل حرارت هستند :

$$\begin{cases} Nu_x = h_x/k = 0.60\,(Gr_x^* \cdot Pr)^{1/5} \\ 10^5 < Gr_x^* < 10^{11} \end{cases} \qquad \bar{h} = 5/4\, h_{x=L}$$

---

* برای جریانات مغشوش تر :

$$\begin{cases} Nu_x = 0.17\,(Gr_x^* \cdot Pr)^{1/4} \\ 2\times10^{13} < Gr^* Pr < 10^{16} \end{cases}$$

* خواص در روابط فوق از دمای فیلم حاصل می شود. این روابط برای (هوا) هم جواب قابل قبولی می دهند.

---

③ استوانه‌های افقی :

(بعد مشخصه در این حالت قطر خارجی استوانه است)

Ra.D	C	m
$0-10^{-5}$	0.4	0
$10^{-5}-10^{4}$	شکل 7.8	شکل 7.8
$10^{4}-10^{9}$	0.53	1/4
$10^{9}-10^{12}$	0.13	1/3

یا از رابطه (churchill & cho) :

$$\overline{Nu} = \left\{ 0.60 + 0.387 \left[\frac{Gr.Pr}{\left[1 + (0.559/Pr)^{9/16}\right]^{16/9}} \right]^{1/6} \right\}^2$$

---

* و بین استوانه افقی و فلز مایع :

$$Nu = 0.53 \left(Gr.Pr^2\right)^{1/4}$$

(خواص روابط فوق در دمای فیلم محاسبه می شود)

---

④ - صفحات افقی :

(بعد مشخصه) ⟵ بعد مشخصه

---

* صفحه مربعی به ضلع a ... a

* " مستطیلی a و b ... $\frac{1}{2}(a+b)$

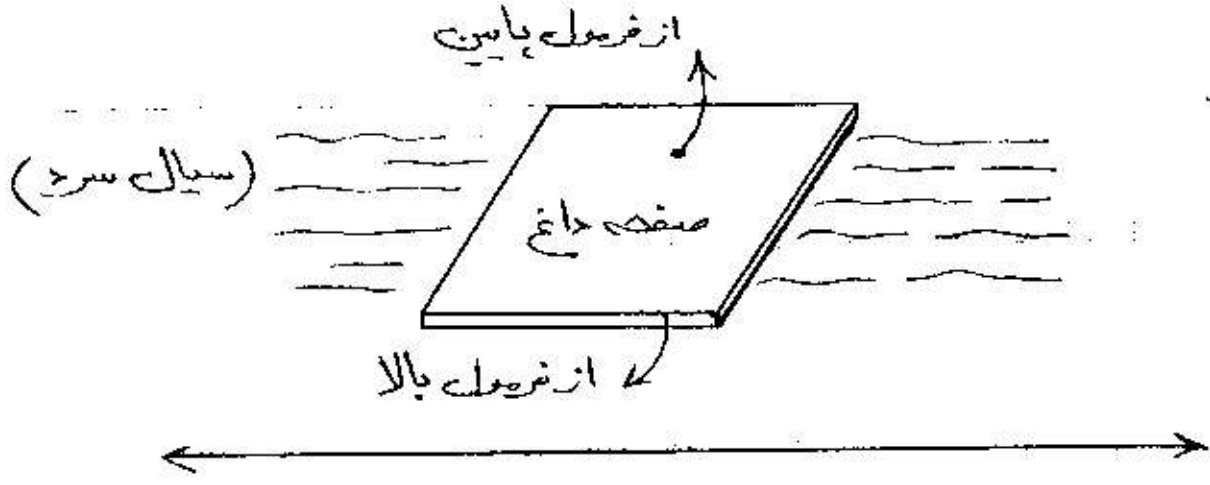
* " دایره‌ای به قطر d ... $0.86d \approx 0.9d$

* برای سایر اشکال (منظم یا غیرمنظم) $L = \frac{\text{سطح } A}{\text{محیط ترشده } P}$

شکل هندسی	Ra	C	n
سطح بالائی گرم شده یا سطح پایین سرد شده	$2\times10^4 - 8\times10^6$	0.54	$\frac{1}{4}$
" " "	$8\times10^6 - 10^{11}$	0.15	$\frac{1}{3}$
سطح بالائی سرد شده یا سطح پایین گرم شود	$10^5 - 10^{11}$	0.27	$\frac{1}{4}$

* سطح بالائی گرم شده یعنی سیال با دمای بالاتر از بالای صفحه افقی عبور می کند. اگر صفحه داخل آب قرار گیرد هر دو سطح تبادل حرارت می کند پس برای صفحه بالائی از یک فرمول و برای سطح پایینی آن از فرمول دیگر استفاده می کنیم. (بسیار مهم است) .

مثال -



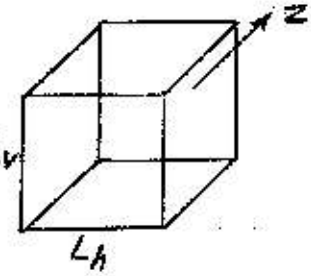
⑤ اجسام صلب (دارای جرم) :

* برخی تجربیات برروی بلوکهای مکعب مستطیل - استوانه‌های قویر کوتاه و کره توسط (Kirpichev) صورت گرفته :

$$Nu = 0.60\, Ra^{1/4}$$
$$10^4 < Ra < 10^9$$

* برای استوانه‌های کوتاه ؟ ← $(\frac{L}{d} = 1)$

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_h} + \frac{1}{L_v}$$



* در مورد استوانه‌های قویر کوتاه $(L = d)$ همچنین خارج :

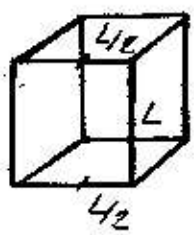
$$Nu_d = 0.775\, Ra^{0.21}$$
$$10^4 < Ra < 10^6$$

* و برای سایر اجسام صلب نامنظم :

$$Nu = 0.52\, Ra^{1/4}$$
$$10^4 < Ra < 10^9$$

بعد مشخصه : مسافتی که سیال در لایه مرزی می پیماید.

مثلاً : $L + \frac{L}{2} + \frac{L}{2}$



فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

⑥ صفحه افقی با شار ثابت :

* برای سطح بالائی گرم شده و سطح پائینی سرد شده -

$$Ra < 2\times10^{8} \qquad Nu_L = 0.13\,(Gr_L Pr)^{1/3}$$

$$2\times10^{8} < Ra < 10^{11} \qquad Nu_L = 0.16\,(Gr_L Pr)^{1/3}$$

* برای سطح بالائی سرد شده و سطح پائینی گرم شده -

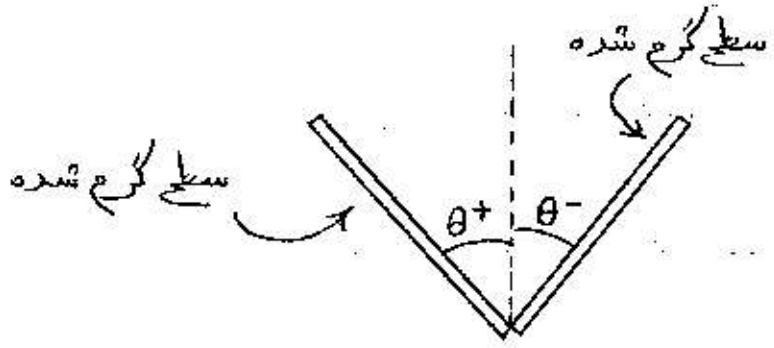
$$10^{6} < Ra < 10^{11} \qquad Nu_L = 0.58\,(Gr_L Pr)^{1/5}$$

* خواص همه جا دمای T_e محاسبه می شود به جز β که در T_f :

$$T_e = T_W - 0.25\,(T_W - T_\infty)$$

جابجائی طبیعی از صفحات شیب دار

Fujii و Imura برای صفحات گرم شده شیب دار که در معرض سیال ۲ب قرار گیرند تجربیاتی انجام داده اند :



---

* برای حالت $q''s = cte$:

(اگر سمت پایین صفحه گرم باشد)

$$\begin{cases} Nu_e = 0.56\ (Gr_e\ Pr_e\ \cos\theta)^{1/4} \\ \theta < 88^\circ \\ 10^5 < Gr_e\ Pr_e \cos\theta < 10^{11} \end{cases}$$

تمام خواص به جز β در دمای T_e محاسبه می شود و β در دمای $T_\infty + 0.5\theta\ (T_W - T_\infty)$ حساب می شود :

$$T_e = T_W - 0.25\ (T_W - T_\infty)$$

---

* در حالت صفحات تقریباً افقی : $88^\circ < \theta < 90^\circ$

(اگر سمت پایین صفحه گرم باشد)

$$\begin{cases} Nu_e = 0.58\,(Gr_e Pr_e)^{1/5} \\ 10^6 < Gr_e Pr_e < 10^{11} \end{cases}$$

(وقتی حالتی که بالای صفحه گرم باشد)

$$\begin{cases} Nu_e = 0.14\left[(Gr_e Pr_e)^{1/3} - (Gr_c Pr_e)^{1/3}\right] + \\ \qquad 0.56\,(Gr_e Pr_e \cos\theta)^{1/4} \\ -75^\circ < \theta < -15^\circ \\ 10^5 < Gr_e Pr_e \cos\theta < 10^{11} \end{cases}$$

θ	Gr_c
-15	5×10^9
-30	2×10^9
-60	10^8
-75	10^6

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲
جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

(اگر $Gr_e < Gr_c$ باشد مقدار حاصل کرویشه صفر است)

(روابط فوق برای حالت $T_\infty = cte$ هم بکار می رود)

* برای سطوح شار ثابت ($q''_s = cte$) که در معرض هوای باشند می‌توان از معادلات مربوط به صفحات تانع را با اعمال تغییراتی بکار برد :

$$\begin{cases} Nu_x = 0.60\,(Gr_x^* \, Pr \, \cos\theta)^{1/5} \\ 10^5 < Gr_x^* < 10^{11} \end{cases}$$

* رابطه فوق برای حالتیست که صفحه بالای صفحه گرم باشد و صفحه پایین صفحه . (فرق نمی‌کند)

---

* درحالتی که بالای صفحه گرم باشد :

$$\begin{cases} 10^{10} < Gr_x^* \, Pr < 10^{15} \\ Nu_x = 0.17\,(Gr_x^* \, Pr)^{1/4} \end{cases}$$

* درحالتی که پایین صفحه گرم باشد :

$$\begin{cases} Nu_x = 0.17\,(Gr_x^* \, Pr \cos^2\theta)^{1/4} \end{cases}$$

* خلاصی در دمای فیلم .. کتاب برای حالت $T = cte$ توصیه کرده از روابط صفحات تانع استفاده شود .

---

* برای (استوانه‌های شیب دار) تحت شار ثابت :

$$\begin{cases} Nu_L = \left[0.60 - 0.488\,(\sin\theta)^{1.03}\right] \times \\ \qquad (Gr_L Pr)^{1/4} + 1/2\,(\sin\theta)^{1.75} \\ Gr_L Pr < 2\times 10^8 \end{cases}$$

فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

(خواص همه در دمای فیلم به جز β که در T_∞ محاسبه می‌شود)

روابط ساده شده (Simplified) برای هوا :

برای هوا در فشار اتمسفر استاندارد و دماهای متوسط می‌توان از روابط ساده شدهٔ زیر استفاده کرد : (فقط در سیستم SI)

سطح	آرام $10^4 < Ra < 10^9$	نا آرام $Ra > 10^9$
صفحات و استوانه‌های قائم	$h = 1.42\left(\frac{\Delta T}{L}\right)^{1/4}$	$h = 1.31\,(\Delta T)^{1/3}$
استوانه افقی	$h = 1.32\left(\frac{\Delta T}{d}\right)^{1/4}$	$h = 1.24\,(\Delta T)^{1/3}$
صفحات افقی :		
الف) سطح گرم شده رو به بالا یا سطح سرد شده رو به پایین	$h = 1.32\left(\frac{\Delta T}{L}\right)^{1/4}$	$h = 1.52\,(\Delta T)^{1/3}$
ب) صفحه گرم شده رو به پایین یا صفحه سرد شده رو به بالا	$h = 0.59\,(\Delta T/L)^{1/4}$	

* در فشارهای غیر اتمسفر باید مقادیر h تصحیح شود :

$$\begin{cases} \text{تا ۲ ام} & \left(\frac{P\ (kPa)}{101.32}\right)^{2/3} \\ \text{۲۰ ام} & \left(\frac{P\ (kPa)}{101.32}\right)^{1/2} \end{cases}$$

جابجائی طبیعی از کره ها :

(Yuge) رابطه زیر را برای جابجائی طبیعی بین کره و هوا پیشنهاد کرده است :

$$\begin{cases} Nu = \frac{hd}{k} = 2 + 0.392\ Gr^{1/4} \\ 1 < Gr < 10^5 \end{cases}$$

(خوابی در دمای فیلم)

* از رابطه فوق می توان برای سایر گازها هم استفاده کرد و اگر رابطه خوب دیگری در دست نبود می توان برای مایعات هم استفاده کرد.

---

* برای آب در اعداد ریلی بالاتر :

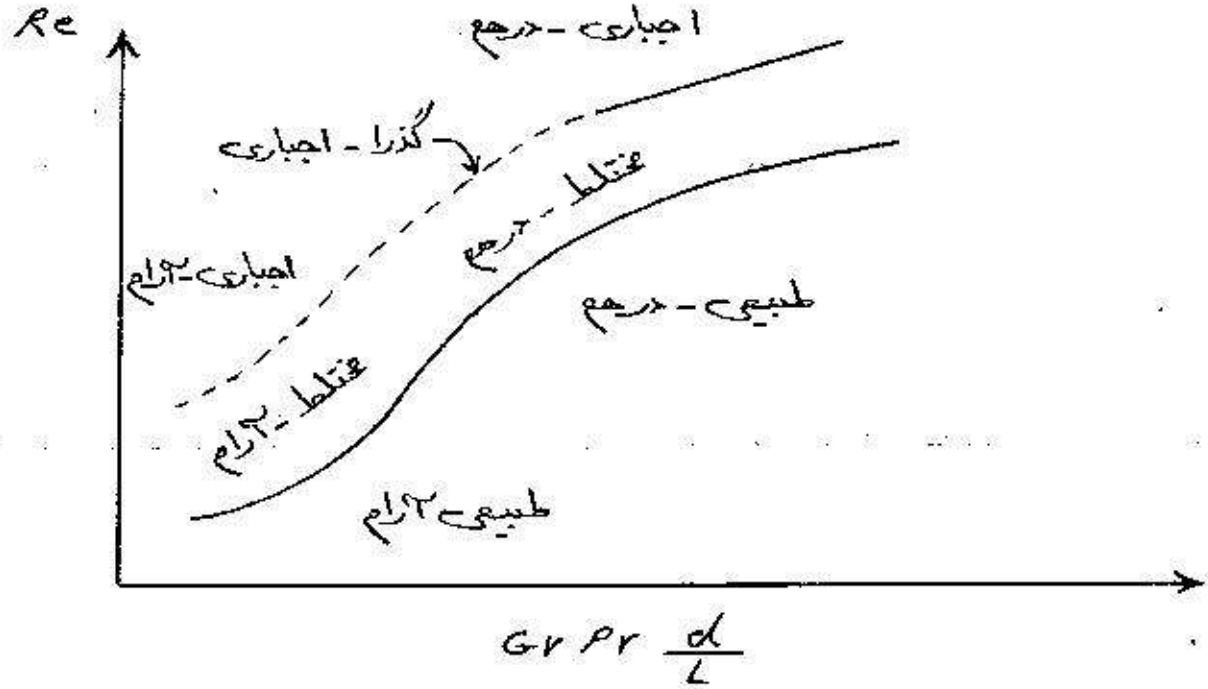
فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیراصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

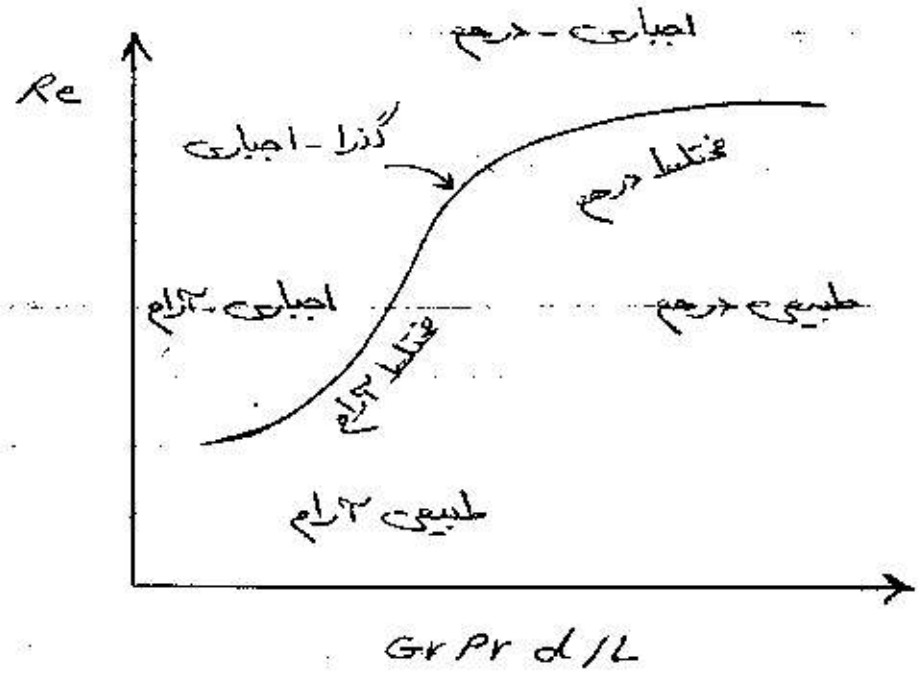
$$\begin{cases} Nu = 2 + 0.50\ (Gr\ Pr)^{1/4} \\ 3 \times 10^5 < Gr\ Pr < 8 \times 10^8 \end{cases}$$

جا بجائی مختلط :

* گاه حالاتی پیش می آید که سرعت جریان نه آن قدر بالا است که جریان اجباری فرض شود و نه آن قدر پایین است که طبیعی باشد.



« برای لوله‌های عمودی »



« برای لوله های افقی »

عدد گراتز : $Gz = Re\ Pr\ d/L$

جا بجائی مختلط : در ناحیه آرام (Brown & Gauvin)

$$Nu = 1.75\ (\mu_b/\mu_w)^{0.14} \left[Gz + 0.012\ (Gz\ Gr^{1/3})^{4/3} \right]^{1/3}$$

(μ_b در T_b) ، (μ_w در T_w) و سایر خواص در دمای فیلم محاسبه می شود که در جریان داخلی لوله ها متوسط دمای - میانگین بالک و دیواره است.

* وطی جا بجائی مختلط - درجمع (Metais) :

$$Nu = 4.69\ Re^{0.27}\ Pr^{0.21}\ Gr^{0.07}\ (d/L)^{0.36}$$

* معمولاً :

طبیعی ← $Gr \gg Re^2$

اجباری ← $Gr \ll Re^2$

مختلط ← $Gr \approx Re^2$

طبیعی ← $\frac{Gr}{Re^2} > 10$

مسئله - صفحه افقی نازکی به قطر 16 cm در دمای 130°C در مقدار زیادی آب 70°C نگه داشته شده است. صفحه از هر دو طرف بالا و پایین به طریق جابجائی طبیعی مبادله حرارت می کند. مقدار حرارتی که باید به صورت الکتریکی به صفحه داد تا دمای آن در 130°C ثابت بماند را بیابید.

خواص در دمای فیلم : $T_f = \frac{130+70}{2} = 100°C$

در $(T_f)\ 100°C$:

$\rho = 960.63\ kg/m^3$

$K = 0.66$

$\nu = 0.29 \times 10^{-6}$

$Pr = 1.74$

$\rho_\infty = 979.77\ kg/m^3$ ← در دمای T_∞

$$\beta = -1/\rho\,(\partial\rho/\partial T)_p \approx -1/\rho_f\left(\frac{\rho_\infty - \rho_f}{T_\infty - T_f}\right)$$

$$\beta = -(1/960.3)\left(\frac{979.77 - 960.63}{70 - 100}\right) \rightarrow$$

$$\beta = 0.65 \times 10^{-3}\ 1/K$$

$$L_c \text{ بعد مشخصه} = \frac{\text{سطح}}{\text{محیط}}$$

برای دایره : $L_c = 0.9\,d$

از نظر راحتتر : $L_c = 14.4\ cm$

$$Gr = \frac{g\beta\,\Delta T\,L_c^3}{\nu^2} = \frac{9.8\,(0.65\times10^{-3})\,(130-70)\,(0.144)^3}{(0.29\times10^{-6})^2}$$

$$Gr = 1.36 \times 10^{10}$$

$$Ra = Gr\,Pr = 2.36 \times 10^{10}$$

صفحه گرم — سیال سرد

$$Nu_1 = 0.15\,Ra^{1/3}$$

$$Nu_1 = 430.5$$

صفحه گرم — سیال سرد

$$Nu_2 = 0.27\,Ra^{1/4}$$

$$Nu_2 = 105.8$$

$\rightarrow$ ($h_1 = 2032.9\ W/m^2{}^\circ C$ و $h_2 = 499.6\ W/m^2{}^\circ C$)

$$q = h_1 A \Delta T + h_2 A \Delta T$$

$$q = (h_1 + h_2) A \Delta T = (2032.9 + 499.6) \frac{\pi}{4} (0.16)^2 (130-70)$$

$q = 3055\ W$

مسئله - تلفات حرارتی از یک دیوار قائم را که در معرض نیتروژن در فشار $1\ atm$ و دمای $40^\circ F$ است را بیابید. عرض دیوار $8\ ft$ و ارتفاع آن $6\ ft$ است و دمای آن در $120^\circ F$ ثابت است.

$$T_f = \frac{40 + 120}{2} = 80^\circ F$$

در $80^\circ F$ برای N_2:

$\rho = 0.0713$ $\qquad Pr = 0.713$

$\nu = 16.82 \times 10^{-5}$

$k = 0.01514$

$$\beta = \frac{1}{T_f} = \frac{1}{80 + 460\ (^\circ R)} = \frac{1}{540} \quad \left(\frac{1}{R^\circ}\right) \rightarrow$$

$Gr = 3.64 \times 10^{10}$

$$Ra = Gr.Pr = 2.59 \times 10^{10}$$

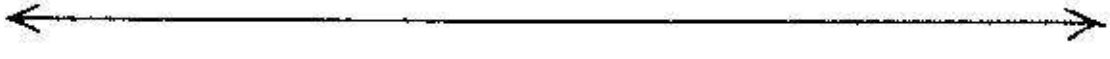
$$\frac{\bar{h}L}{K} = 0.10\,(Ra)^{1/3} = 295.9 \longrightarrow$$

$$\bar{h} = 0.97 \quad Btu/hr.ft^2.{}^\circ F$$

$$q = \bar{h} A \Delta T = 0.97\,(6 \times 8)\,(120 - 40) \longrightarrow$$

$$q = 3730 \quad Btu/hr$$

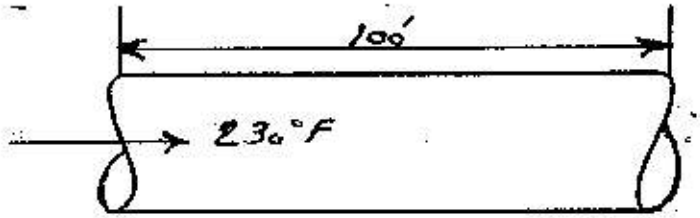
حولین - فصل 7 : 4 ، 10 ، 16 ، 26 ، 32



فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

مثال - یک لوله افقی به قطر خارجی 6" ناقل بخار اشباع 230°F است (بخار اشباع یعنی ایزوترم) هوای اطراف لوله نیز دارای دمای 70°F است. طول لوله 100 ft می باشد. با صرفنظر از مقاومت حرارتی جدار لوله خارجی میزان بخار تقطیر شده در انتهای طول لوله را حساب کنید.



$T_\infty = 70°F$

* $T_f = 70 + 230 / 2 = 150°F$

150°F خواص هوای

$Pr = 0.72$

$\rho = 0.066 \ lbm/ft^3$

$C_p = 0.241 \ Btu/lbm\,F°$

$\nu = 0.21 \times 10^{-3} \ ft^2/s$

$K = 0.0164 \ Btu/hr\text{-}ft\text{-}°F$

$$\beta = \frac{1}{T_f} = 1/610 \ (1/°R)$$

$$Gr = \frac{g\beta \cdot \Delta T d^3}{\nu^2} = 2.39 \times 10^7$$

$$Ra = Gr \cdot Pr = 1.72 \times 10^7$$

$Nu_d = 0.53 \ Ra^{1/4}$: هولی (7-1) جدول

$\frac{hd}{K} = 34.13 \rightarrow h = 1.12 \ Btu/hr\,ft^2\,^\circ F$

(یا) churchill $\rightarrow h = 1.08$

$\dot{q} = hA(T_W - T_\infty) = 1.12 \left[\pi (16/12)(100)\right] (230 - 70)$

« $\dot{q} = 28123 \ Btu/hr$ »

$\dot{q} = \dot{m} h_{fg} \approx \dot{m} C_p(\text{بخار}) \Delta T \rightarrow$

$\dot{m} = \frac{28123}{(0.242)(230 - 70)} \rightarrow$

$\dot{m} = 726 \ lbm/hr$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

مسئله - هوای اتمسفر یک از درون یک لوله افقی به قطر 20 mm با سرعت متوسط 30 mm/s عبور می کند. دمای دیوار لوله در $127^\circ C$ ثابت است و دمای مجمی هوا $27^\circ C$ است. انتقال حرارت از 20 cm طول لوله چقدر است؟

$T_f = (T_L + T_W)/2 = 77^\circ C$

77°C هوای

$\rho = 0.998 \quad kg/m^3$

$\nu = 20.76 \times 10^{-6} \quad m^2/s$

$K = 0.03003 \quad W/m.°C$

$Pr = 0.697$

$\beta = 1/T_f = 1/350 \quad (1/°K)$

27°C ⟶ $\mu_L = 1.983 \times 10^{-5} \quad kg/ms$

127° ⟶ $\mu_W = 2.286 \times 10^{-5}$ "

$Re = \frac{Vd}{\nu} = (0.03)(0.02) / 20.76 \times 10^{-6} = 28.9$

$Gr = \frac{g \beta \Delta T d^3}{\nu^2} = 51975$

$Gr\,Pr\,\frac{d}{L} = 3622.5$: 7-14 مطابق شکل *

⇒ کنوکسیون مختلط

« مختلط ـ آرام »

$GZ = Re.\,Pr\,d/L = 2.01$

$Nu_d = \frac{hd}{K} = 1.75 \left(\frac{\mu_L}{\mu_W}\right)^{0.14} \left[GZ + 0.012 (GZ\,Gr)^{\frac{1}{3}}\right]^{\frac{4}{3}}$

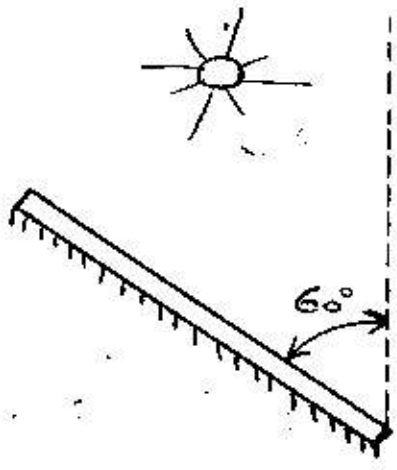
$\rightarrow$ « $k = 4.62 \quad W/m^2{}^\circ C$ »

$$q = hA\,\Delta T = (4.62)\left[(\pi)(0.02)(0.2)\right](127-27)$$

$$q = 5.8\ W$$

مسئله - صفحه‌ای به ابعاد $(1m \times 1m)$ از یک طرف عایق بوده و بالای آن در معرض تابش خورشید است. به صفحه با شدت $700\ W/m^2$ تشعشع رسیده و جذب می‌شود. این صفحه دارای زاویه 60° نسبت به خط قائم است. اگر صفحه در معرض هوای ساکن $27^\circ C$ باشد ضریب جابجائی و دمای تعادل صفحه را بیابید.

$$q = hA\,(T_W - T_\infty)$$



* θ باید حتماً نسبت به خط قائم سنجیده شود. اگر برای صفحه ضریب جذب داده‌اند باید در مقدار تشعشع ضرب شود.

* باید مقداری برای (h) حدس زده و از رابطه فوق T_W را بدست آورد. سپس بازاء مقدار T_W خواص را بدست آورده و مجدداً h دیگری را از روابط مربوطه محاسبه نموده و با h قبلی مقایسه می کنیم:

فرض: $h = 8$ ⟵

$q_{conv} = 8\,(T_W - 27)$: است $200\ W/m^2$

$T_W = 114.5\ ^\circ C$

$T_e = T_W - 0.25\,(T_W - T_\infty) = 114.5 - 0.25\,(114.5 - 27)$

$T_e = 92.6$ «

خواص هوا در $92.6^\circ C$:

ν	$= 23.2 \times 10^{-6}$	m^2/s
k	$= 0.031$	$W/m\text{-}^\circ C$
Pr	$= 0.69$	

$T_\beta = T_\infty + 0.50\,(T_W - T_\infty) = 71^\circ C = 344^\circ K$

$\rightarrow \quad \beta = \frac{1}{T_\beta} = 1/344 \quad (1/^\circ K)$

$Gr.Pr = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu^2} Pr = 3.2 \times 10^9$

سطح گرم شده رو به بالا :

$$Nu_e = 0.14\left[(Gr_e Pr)^{1/3} - (Gr_c Pr)^{1/3}\right] + 0.56\,(Gr_e Pr \cos\theta)^{1/4}$$

$$\theta = 60^\circ \longrightarrow \quad Gr_c = 10^8 < Gr_e$$

* چون $Gr_c < Gr_e$ است جریان داخل پرانتز صفر نمی شود :

$$h = 8.08 \quad W/m^2{}_\circ C$$

$\frac{q}{A} = h\,(T_W - T_\infty)$: T_W محاسبه

$$T_\infty = 8.08\,(T_W - 27) \rightarrow T_W = 113.6^\circ$$

* اگر دقت بیشتری بخواهیم با T_W جدید مراحل قبلی را مجدداً تکرار می کنیم .

تشعشع Radiation

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

« تئوری های تشعشع » :

۱- تئوری موج (Wave Theory) :

برطبق این نظریه تمام فضای کیهان از ماده فرضی « اتر » پر شده است زیرا در اثر انتشار امواج الکترومغناطیس از اتر انتقال حرارت بطریق تشعشع صورت می گیرد.

۲- تئوری کوانتوم (ماکس پلانک) :

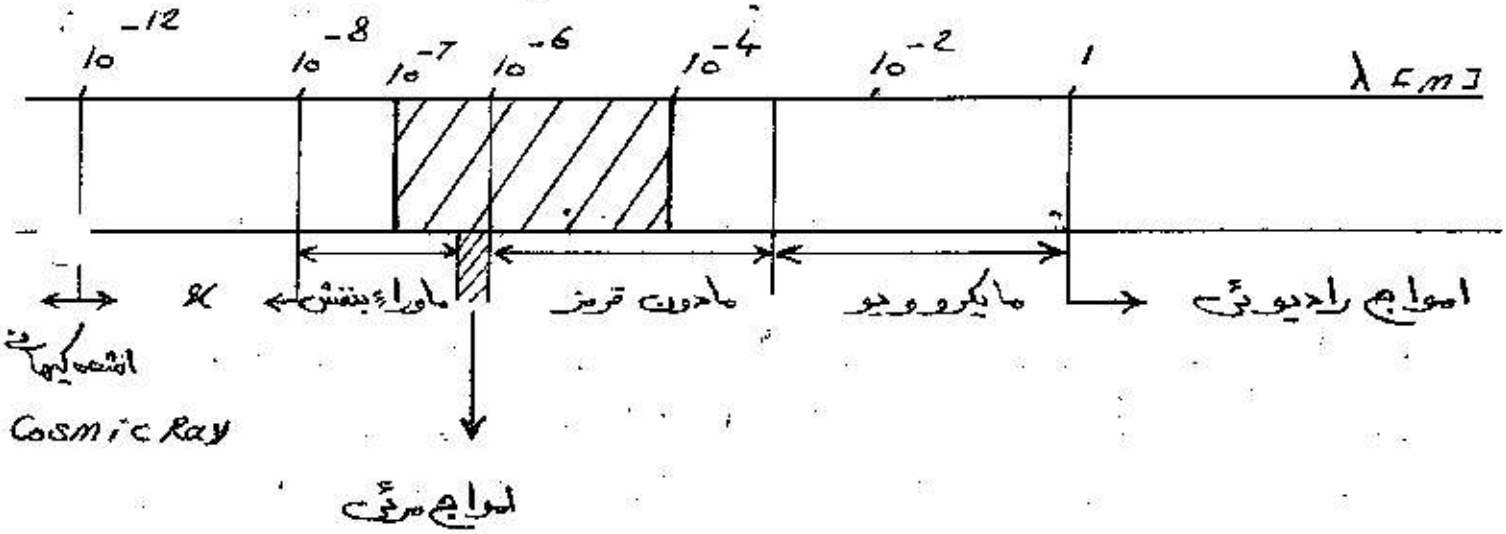
قسمتی از اتمها و مولکولهای جسم وقتی گرم می شوند تحریک شده و تمایل دارند به سطح انرژی پایین تری برگردند و در این رابطه انرژی اضافی خود را بصورت امواج الکترومغناطیس منتشر می کنند. مقدار این انرژی پیوسته نبوده و بصورت کوانتائی است :

$E = h.\nu$ (انرژی هر کوانتوم)

ν ← فرکانس ارتعاش

h ← ثابت پلانک 6.625×10^{-34} J.S

امواج الکترومغناطیس



* امواج حرارتی از $10^{-7}m$ تا $10^{-4}m$ را می پوشاند، به عبارتی از $0.1 - 100\ \mu m$ و یا $10^3 - 10^6\ A^\circ$.

---

* چگالی انرژی تشعشع شده (به ازای واحد حجم) در یک طول موج خاص عبارتست از :

$$2K_\lambda = \frac{8\pi k c \lambda^{-5}}{e^{(kc/\lambda KT)} - 1}$$

(ثابت بولتزمن) : $K = 1.38066 \times 10^{-23}\ J/mole - ^\circ K$

* با انتگرال گیری از رابطه در تمام طول موجها مشخص می شود که قدرت تشعشعی با توان چهارم دمای مطلق جسم رابطه دارد. پس :

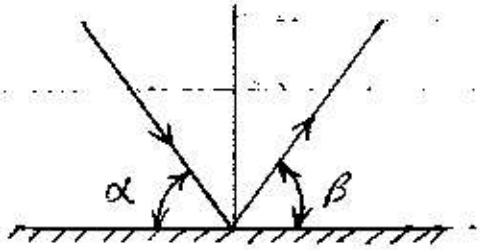
$$E_b = \sigma T^4$$

E_b - قدرت تشعشعی جسم سیاه بازاء واحد زمان از واحد سطح

ثابت استفان بولتزمن : $\sigma = 5.669 \times 10^{-8}\ W/m^2 K^4$

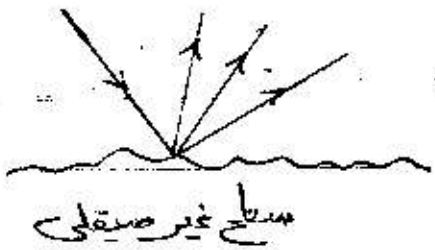
چند نکته :

۱- خصوصیات فیزیکی تشعشع حرارتی مثل امواج مرئی است.



سطح صیقلی

بازتاب طیفی (specular)



سطح غیر صیقلی

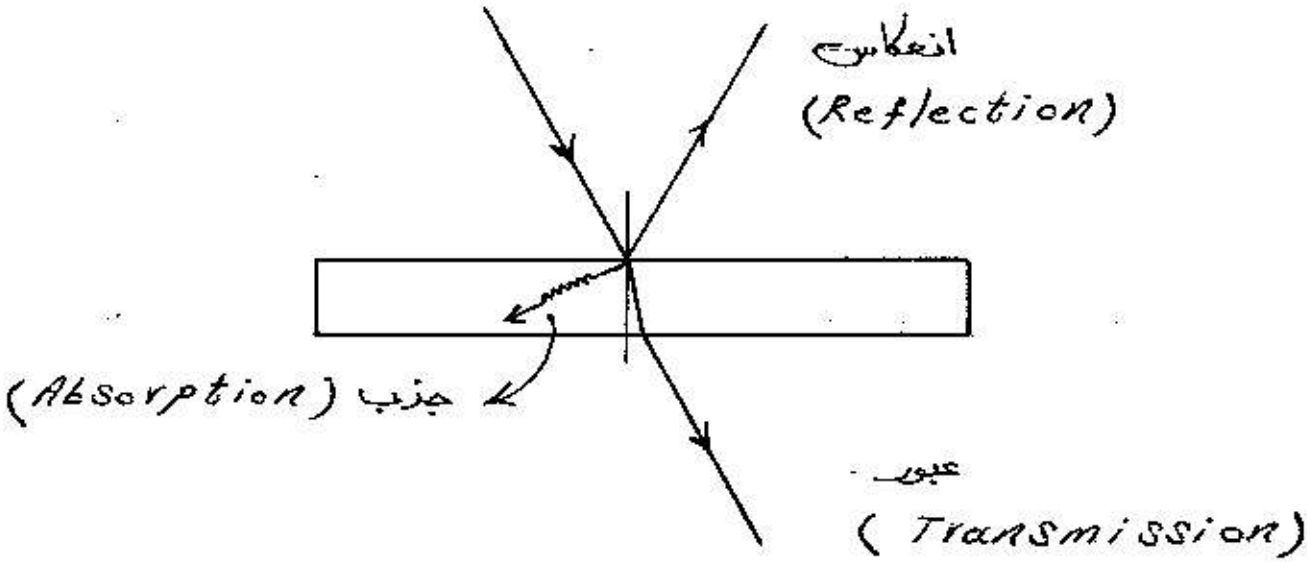
بازتاب پخشی (diffusion)

۲ - اثر حرارتی امواج تشعشعی هنگامی ظاهر می شود که با مولکولهای جسم برخورد نماید.

۳ - انتقال حرارت تشعشعی بین دو جسم هرگز قطع نمی شود مگر اینکه دمای ۲ آنها به صفر مطلق برسد.

---

* از کل توان تشعشعی (Q) که به جسم رسیده در حالت کلی - مقداری از آن جذب شده، مقداری منعکس و مقداری هم عبور می کند.



$$Q = Q_r + Q_t + Q_\alpha$$

ضریب جذب (Absorptivity) : $\alpha = \frac{Q_\alpha}{Q}$

ضریب عبور Transmissivity : $\tau = \frac{Q_t}{Q}$

ضریب انعکاس reflectivity : $\rho = \frac{Q_r}{Q}$

برای هر جسمی $\boxed{\alpha + \tau + \rho = 1}$

جسم سیاه Black Body :

جسمی است که تمام تشعشع رسیده شده را جذب می کند :

$\alpha = 1 \quad و \quad \rho = \tau = 0$

جسم سفید :

جسمی است که تمام تشعشع رسیده را منعکس می کند :

$\tau = \alpha = 0 \quad و \quad \rho = 1$

جسم شفاف :

جسمی است که همه تشعشع رسیده را عبور می دهد :
$\alpha = \rho = 0$ و $\tau = 1$

جسم مات :

جسمی است که تشعشع از آن عبور نمی کند : $\alpha + \rho = 1$ و $\tau = 0$

ضریب نشر emissivity :

$$\varepsilon = \frac{\text{قدرت تشعشعی جسم مورد نظر}}{\text{قدرت تشعشعی جسم سیاه در همان دما و سطح و طول موج}}$$

$$\varepsilon = \frac{E}{E_b} = \frac{E}{\sigma T^4} \qquad \varepsilon = f(\text{شکل هندسی}, \lambda, T)$$

---

* در هر طول موج خاص : $(\tau = 0)$ $\varepsilon_\lambda = \frac{E_\lambda}{E_{b\lambda}}$

* ضریب نشر کلی :

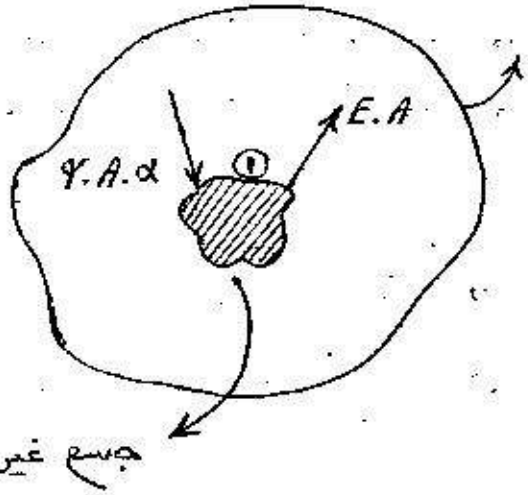
$$\varepsilon = \frac{E}{E_b} = \frac{\int_0^\infty E_\lambda \, d\lambda}{\int_0^\infty E_{b\lambda} \, d\lambda} = \frac{\int_0^\infty E_\lambda \, d\lambda}{\sigma T^4}$$

جسم خاکستری : (gray Body)

جسمی است که غیر سیاه بوده و ضریب نشر آن به طول موج - بستگی ندارد :

$$\varepsilon = \varepsilon_\lambda$$

قانون کیرشهف (Kirchhoff) در تشعشع :



فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

الف - جسم ① غیر سیاه است : | در حالتی که تعادل حرارتی وجود دارد مجموع تشعشعاتی صادره از جسم ① برابر است با مجموع تشعشعات جذب شده توسط آن :

$$E.A = Y.A.\alpha \quad (1)$$

ب) جسم ① سیاه است : درحالتی که تعادل حرارتی وجود دارد :

$$(\alpha = 1) \rightarrow \qquad E_b . A = q . A . 1 \qquad (3)$$

$$\text{طرفین (۲)} \div \text{طرفین (۱)} \rightarrow \quad \frac{E}{E_b} = \alpha \rightarrow$$

$$\alpha = \varepsilon$$

---

* براساس نتایج تئوری پلانک قدرت تشعشعی یک جسم سیاه در هر طول موج و دمای مخصوص عبارتست از :

$$E_{b\lambda} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{C_2/\lambda T}}$$

۱- طول موج (λ) $[\mu m]$

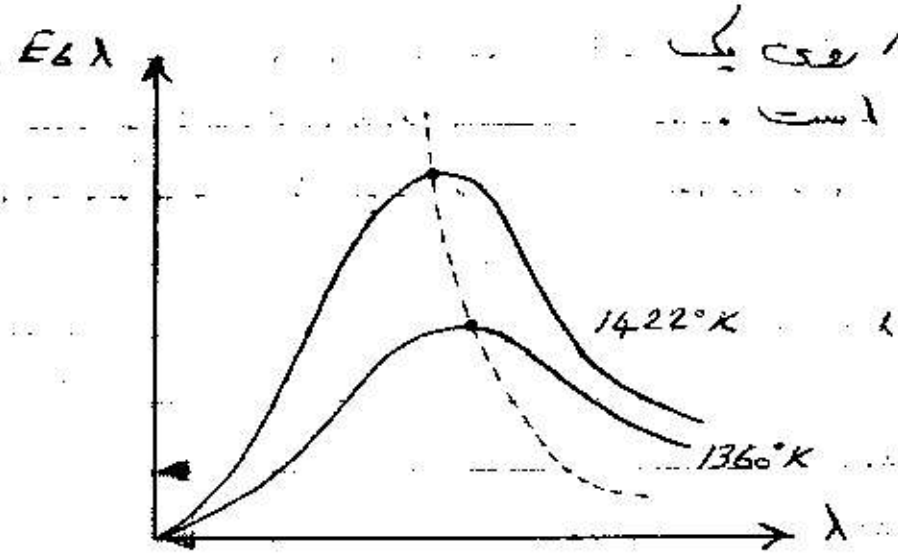
۲- دما (T) $[^\circ K]$

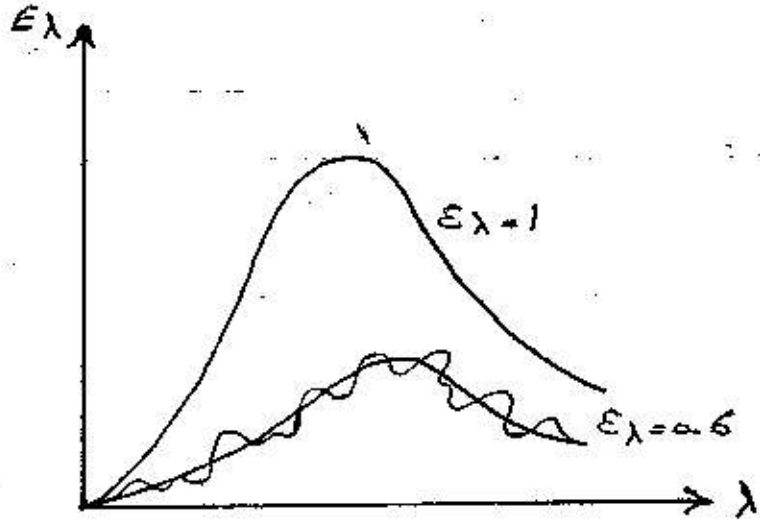
۳- $C_1 = 3.743 \times 10^8$ $\left[\frac{W . \mu m^4}{m^2}\right]$

۴- $C_2 = 1.4387 \times 10^4$ $\left[\frac{\mu m - {}^\circ K}{1}\right]$

* اگر طول موج افزایش یابد تا حدی قدرت تشعشعی بالا می‌رود و سپس کاهش می یابد :

نقاط Max روی یک هذلولی است.





قانون Wien : رابطه بین حداکثر طول موجی که در طی آن قدرت تشعشعی Max است را می دهد:

$$\lambda_{max} \cdot T = 2897.6 \quad [\mu m.^\circ K]$$

λ_{max} ↓ — T ↓

μm — $^\circ K$

* برای محاسبه (قدرت تشعشعی) بین طول موج λ_1 تا λ_2 ـ می توان از جدول (Dunkle) که بر حسب $\lambda.T$ [$\mu m-^oK$] مدرج شده استفاده کرد. (جدول 1-8 هولمن).

λT	$\frac{E_{b\circ-\lambda}}{E_{b\circ-\infty}}$
$\lambda_1 T$ ⟶	
$\lambda_2 T$ ⟶	

$$E_{b\ \lambda_1-\lambda_2} = E_{b\circ-\infty}\left(\frac{E_{b\circ-\lambda_2}}{E_{b\circ-\infty}} - \frac{E_{b\circ-\lambda_1}}{E_{b\circ-\infty}}\right)$$

از جدول Dunkle

$$\frac{E_{b\circ-\lambda}}{E_{b\circ-\infty}} = \frac{\int_\circ^\lambda E_{b\lambda}\,d\lambda}{\int_\circ^\infty E_{b\lambda}\,d\lambda} = \frac{\int_\circ^\lambda E_{b\lambda}\,d\lambda}{\sigma T^4}$$

مثال - از یک صفحه شیشه‌ای مربعی به ضلع 30 cm برای مشاهده تشعشع یک کوره استفاده می شود. ضریب عبور شیشه از طول موج 0.2 تا 3.5 μm برابر 0.5 بوده. ضریب نشر آن تا طول موج 3.5 μm برابر 0.3 و به ازای طول موجهای بالاتر 0.9 است. به غیر از محدوده طول

موج $0.2 - 3.5\ \mu m$ ضریب عبور شیشه صفر است. فرض کنید که کوره جسم سیاه در دمای $2000^{\circ}C$ است. مطلوبست محاسبه انرژی های جذب شده و عبور کرده از طریق شیشه.

$$\begin{cases} \lambda_1 T = (0.2)(2273^{\circ}K) = 454.6 & \mu m - {}^{\circ}K \\ \lambda_2 T = (3.5)(2273^{\circ}K) = 7955.5 & \mu m - {}^{\circ}K \end{cases}$$

از جدول Dunkle

$$\begin{cases} \dfrac{E_{b\,0-\lambda_1}}{E_{b\,0-\infty}} = 0 \\ \dfrac{E_{b\,0-\lambda_2}}{E_{b\,0-\infty}} = 0.85443 \end{cases}$$

(در جدول کوچکتر از 555.6 را صفر در نظر می گیریم.)

$$E_{b\,0-\infty} = \sigma T^4 = 5.669 \times 10^{-8} (2273)^4$$

$$E_{b\,0-\infty} = 1513.3 \quad KW/m^2$$

قدرت تشعشعی کوره به عنوان جسم سیاه

$$E_{b\,\lambda_1-\lambda_2} = E_{b\,0.2-3.5} = 1513.3\,(0.85443 - 0)\ KW/m^2$$

$$Q_{glass} = (E_{b\,0.2-3.5}) \times A \qquad A = 0.09\ m^2$$

$$Q_{glass} = 116.4\ KW$$

تشعشع کل عبور کرده $= \tau \cdot Q_{glass} = 0.5\ (116.4) = 58.2\ kW$

تشعشع کل جذب شده $= \alpha_{0-3.5}\ (116.4) + \alpha_{3.5-\infty}\ (19.8)$

$* \quad Q_{glass} = E_{b0-\infty}\ (A) \left(\frac{E_{b0-\infty}}{E_{b0-\infty}} - \frac{E_{b0-\lambda 2}}{E_{b0-\infty}} \right) =$
$(\lambda 2 - \infty)$

$1513.3\ (1 - 0.85443)\ (0.3)^2 = 19.8\ kW$

(برای طول موج بیشتر از 3.5)

تشعشع کل جذب شده $= 52.76\ kW$

$** \quad (116.4 + 19.8) - 52.76 - 58.2 = 25$

(این مقدار هم منعکس شده است)

عامل شکل در تشعشع

* تعریف - عامل شکل (shape factor) "نشانگر مقدار تشعشعی است که از یک جسم به جسم دیگر با توجه به موقعیت مکانی و هندسی می تواند برسد.

* کسری از تشعشع که جسم ① را ترک کرده و به جسم ②

رسیده : (F_{12})

* کسری از تشعشع که جسم ② را ترک کرده و به ① رسیده : F_{21}
* " " " " ⓜ " " ⓝ " : F_{mn}

* توان تشعشعی که سطح جسم سیاه ① را ترک کرده و به جسم ② رسیده می شود :

$(E_{b1} A_1 F_{12})$

* توان تشعشعی که سطح جسم سیاه ② را ترک کرده و به جسم ① رسیده می شود :

$(E_{b2} A_2 F_{21})$

$$Q_{12} = E_{b2} A_2 F_{21} - E_{b1} A_1 F_{12}$$

* در نهایت پس از برقراری تعادل حرارتی $(T_1 = T_2)$:

$$Q_{12} = 0$$

$$E_{b2} A_2 F_{21} = E_{b1} A_1 F_{12} \longrightarrow$$

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$$

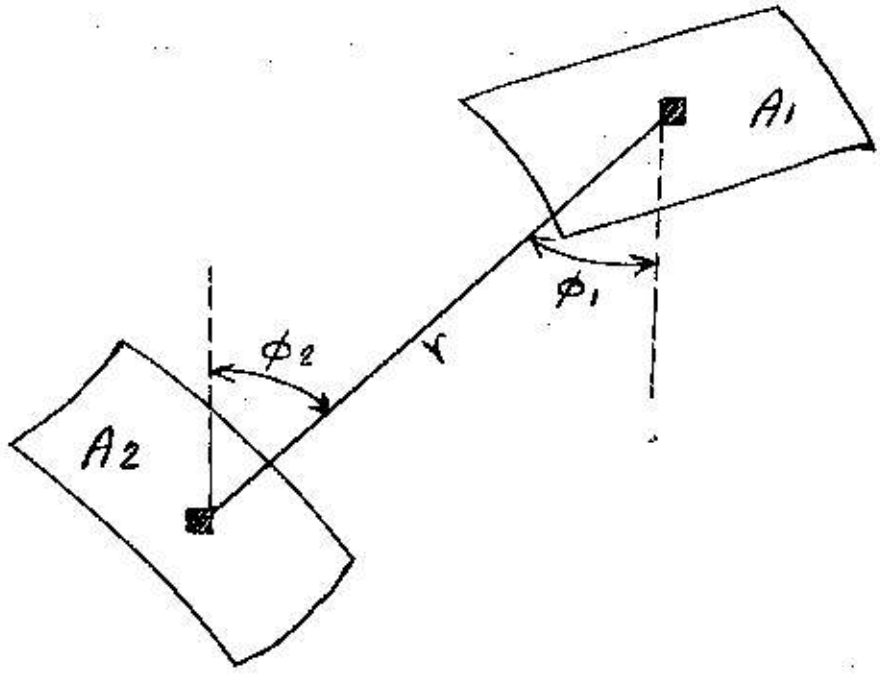
اصل برگشت پذیری در عامل شکلها

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

مبادله تشعشع دو جسم سیاه

$$_1Q_2 = A_1 F_{12} \sigma (T_2^4 - T_1^4)$$



$$A_1 F_{12} = \iint \frac{\cos\phi_1 \cos\phi_2}{\pi r^2} dA_1 \cdot dA_2$$

---

* به جای استفاده از روش تحلیلی فوق برای یا فتن عامل شکل می توان از منحنیهای 8-12 تا 8-16 هولمن استفاده کرد.

عامل شکل در تشعشع « ادامه »

۱- اصل برگشت پذیری :

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$$

۲- برای اجسام تخت و محدب :

$$\begin{cases} F_{12} + F_{13} + \dots + F_{1n} = 1 \\ F_{11} = 0 \end{cases}$$

۳- برای اجسام مقعّر :

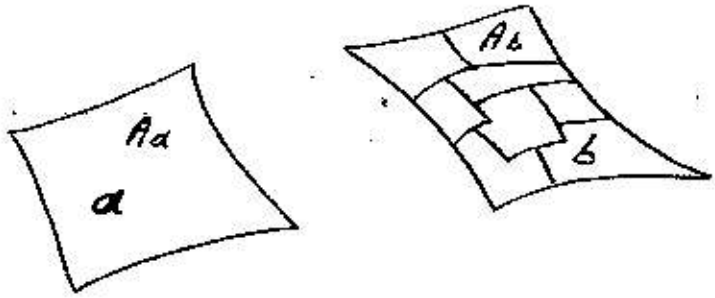
$$F_{11} + F_{12} + \dots + F_{1n} = 1$$

---

* بین جسم تخت ⓐ و جسم ⓑ که از n تا جسم تشکیل شده :

$$A_a F_{ab} = A_a F_{a1} + A_a F_{a2} + \dots + A_a F_{an}$$

$$F_{ab} = F_{a1} + F_{a2} + \dots + F_{an}$$



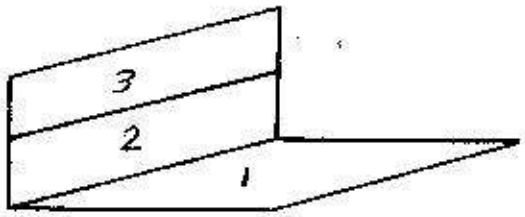
برعکس :

$$A_b F_{ba} = A_1 F_{1a} + A_2 F_{2a} + \dots + A_n F_{na}$$

مثال - (F_{13}) را بیابید .

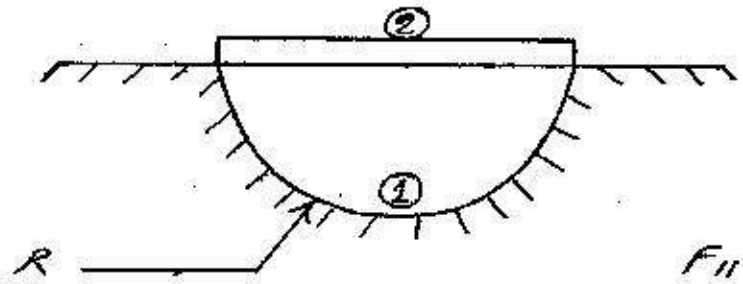
فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)



$$\begin{cases} F_{1a} = F_{12} + F_{13} \\ F_{1a} \quad \text{از جدول 8-14 هولمن} \end{cases} \longrightarrow F_{13}$$

مثال - گودی نیم کره‌ای به شعاع R نسبت به سطح فوقانی روی $\frac{1}{2}$ آن :



F_{11} و F_{12} = ?

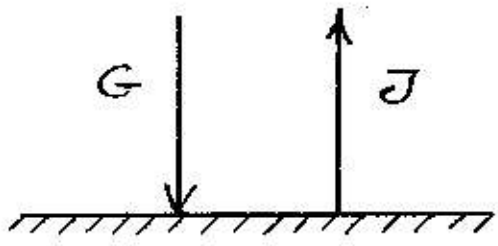
$A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$ و $F_{21} = 1$ جسم تخت

$$F_{12} = F_{21} \frac{A_2}{A_1} = (1) \frac{\pi R^2}{2\pi R^2} \longrightarrow F_{12} = \frac{1}{2}$$

* برای جسم مقعر :

$$F_{11} + F_{12} = 1 \longrightarrow F_{11} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

مبادله تشعشع بین اجسام غیر شفاف و غیر سیاه (خاکستری)



G (irradiation) : شدت تشعشعی که در واحد زمان به واحد سطح جسم — می‌رسد.

J (Radiosity) : شدت تشعشعی که در واحد زمان واحد سطح جسم را ترک می‌کند.

* $J = \varepsilon E_b + \rho G$

* J = انعکاس تشعشع رسیده به جسم + تشعشع ناشی از جسم

$$\alpha + \rho = 1 = \varepsilon + \rho \rightarrow \rho = 1 - \varepsilon$$

$$J = \varepsilon E_b + (1-\varepsilon) G$$

$$G = \frac{J - \varepsilon E_b}{1-\varepsilon}$$

* تبادل خالص حرارت جسم فوق : $\dot{Q}/A = J - G$

$$\dot{Q}/A = J - \frac{J - \varepsilon E_b}{1-\varepsilon} = \frac{J - J\varepsilon - J + \varepsilon E_b}{1-\varepsilon}$$

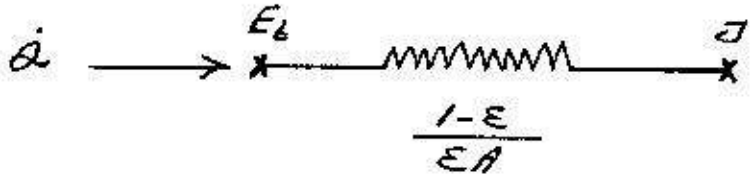
$$q/A = \varepsilon(E_b - J) / 1-\varepsilon$$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$\rightarrow \quad q = \frac{E_b - J}{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon A}}$$

* از مقایسه رابطه فوق با قانون اهم : $\left(I = \frac{\Delta V}{R}\right)$



* به $\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon A}$ (مقاومت سطحی) جسم در برابر تشعشع گویند.

* بین دو جسم ① و ② نیز چون از اینکه از هر کدام تشعشعی باندازه J_1 و J_2 جدا شد میزان رسیدن J_1 و J_2 بستگی به عامل شکل بین این دو جسم دارد :

$$\begin{cases} J_1 A_1 F_{12} & \text{تشعشعی که سطح ① را ترک کرده و به ② رسیده} \\ J_2 A_2 F_{21} & \text{" ② " " " ① " " "} \end{cases}$$

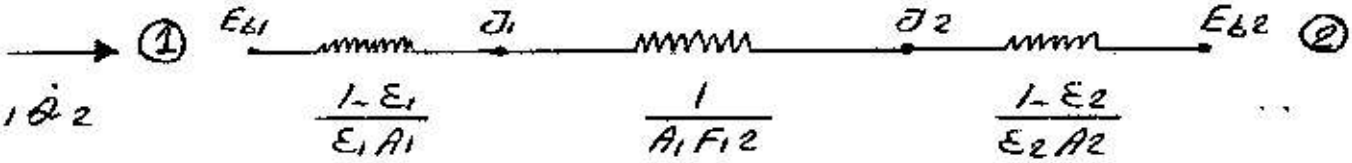
$$\rightarrow \quad {}_1Q_2 = J_2 A_2 F_{21} - J_1 A_1 F_{12} = (J_2 - J_1) A_1 F_{12}$$

$$\left({}_1Q_2 = \frac{J_2 - J_1}{\frac{1}{A_1 F_{12}}} \right)$$

* از مقایسه با قانون اهم :

* $\frac{1}{A_1 F_{12}}$ را (مقاومت فضائی) جسم در مقابل تشعشع گویند.

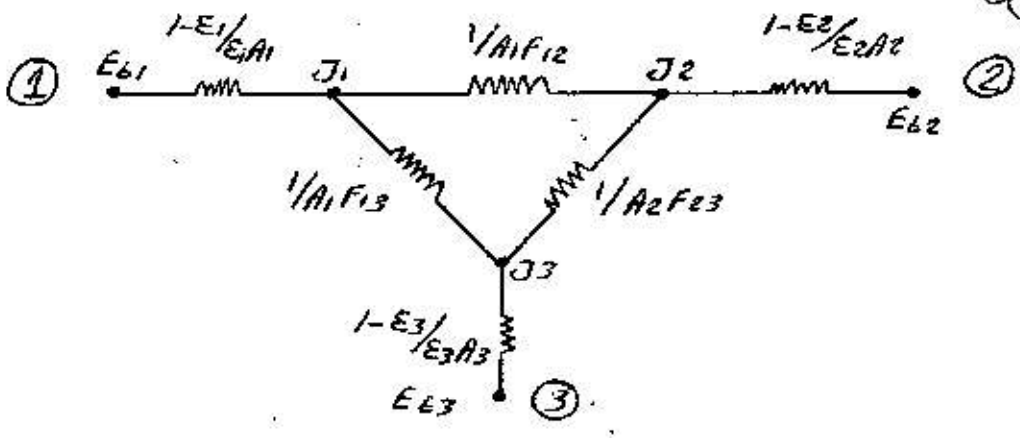
* جریان معادل برای تشعشع میان دو جسم غیرسیاه به شکل زیر است :



$$ {}_1\dot{Q}_2 = \frac{\sigma (T_2^4 - T_1^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} $$

« مدار معادل برای اجسامی است که شفاف نباشند »

برای ۳ جسم :



* باتوجه به قوانین کیرشهف در الکتریسیته مجموع جبری جریانهای وارد به هر گره صفر است :

برای گره (J_1) :

$$\frac{E_{b1} - J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1}} + \frac{J_2 - J_1}{\frac{1}{A_1 F_{12}}} + \frac{J_3 - J_1}{\frac{1}{A_1 F_{13}}} = 0$$

برای گره (J_2) :

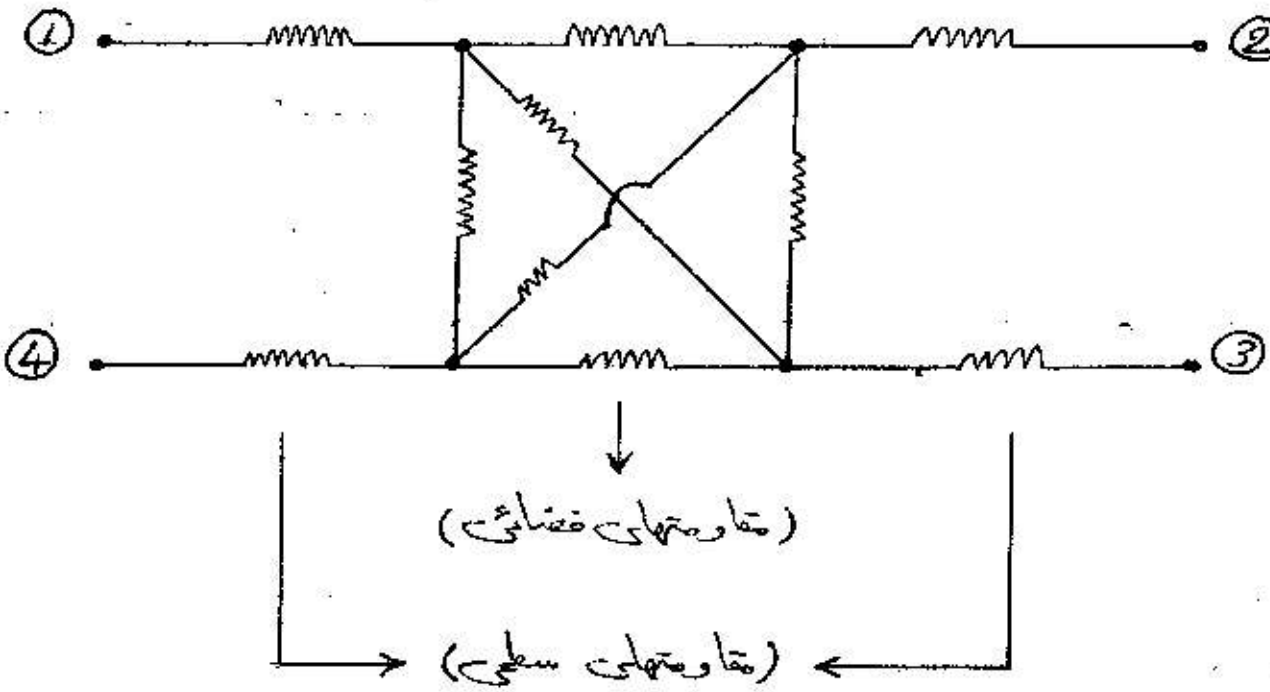
$$\frac{E_{b2} - J_2}{\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} + \frac{J_1 - J_2}{\frac{1}{A_1 A_{12}}} + \frac{J_3 - J_2}{\frac{1}{A_2 F_{23}}} = 0$$

برای گره (J_3) :

$$\frac{E_{b3} - J_3}{\frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 A_3}} + \frac{J_1 - J_3}{\frac{1}{A_1 F_{13}}} + \frac{J_2 - J_3}{\frac{1}{A_2 F_{23}}}$$

* از دستگاه سه معادله ای فوق مقادیر J_1 و J_2 و J_3 بدست می آید. ما هم جریانها را ورودی فرض می کنیم و اگر یکی از آن ها منفی در آمد آن را اصلاح می کنیم و مثبت می کنیم.

برای (E) جسم :



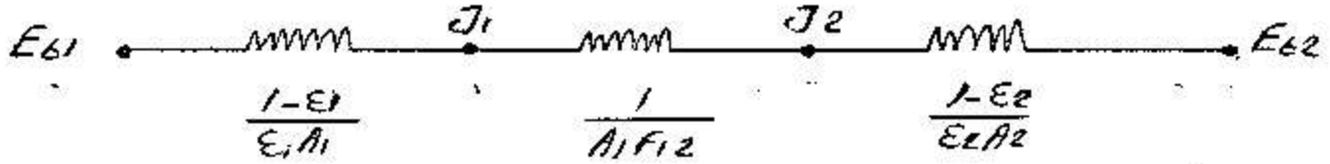
حالات خاص

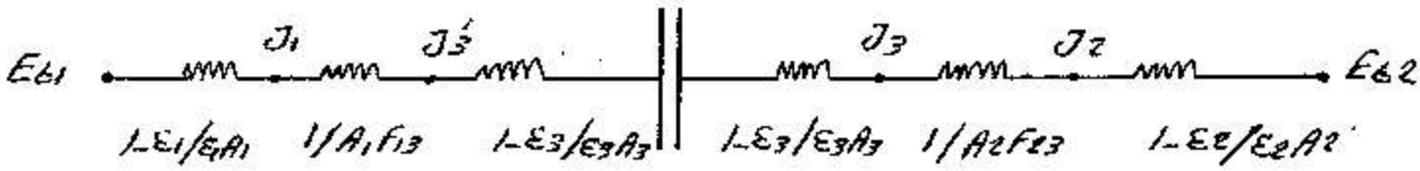
* در حالات زیر می توان از مقاومت سطحی جسم صرفنظر کرد :

۱- جسم مزبور سیاه باشد .
۲- اگر مساحت جسم مزبور در مقایسه با اجسام دیگر خیلی بزرگ باشد .
۳- اگر جسم عایق باشد . (عایق تشعشعی)

سپرهای تشعشعی radiation shields :

* مثلاً در سنایر فضائی ، فلاسک و فویل پیچیده شده در دور لوله‌های عایق بندی شده . خصوصیت این سیرها بالا بودن ضریب انعکاس آنها است .





فرض -

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3$$

$$F_{12} = F_{13} = F_{23} = 1$$

$$A_1 = A_2 = A_3 = A$$

در حالت بدون سپر :

$$Q = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{2\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon A}\right) + \frac{1}{A F_{12}}}$$

در حالت با یک سپر :

$$Q = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{4\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon A}\right) + \underbrace{\left(\frac{1}{AF_{13}} + \frac{1}{AF_{23}}\right)}_{2/A}}$$

انتقال حرارت با یک سپر = انتقال حرارت بدون سپر ٪۵۰

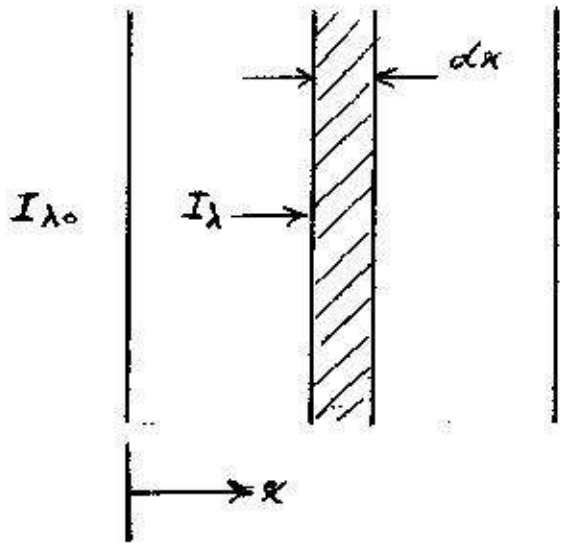
بدون سپر Q با n سپر $Q = \frac{1}{n+1}$

البته فقط با فرضهایی که کرده ایم .

---

(۲) سپر :

تشعشع از گازها :



فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

* کاهش در شدت تشعشع جسمی به فاصله طی شده (تابعی از مقدار مولکولهای موجود در مسیر) و نوع گاز دارد :

$$d I_\lambda = - a_\lambda \; I_{\lambda x} \cdot dx$$

ضریب جذب

$$\int_{I_{\lambda_0}}^{I_\lambda} \frac{d I_\lambda}{I_{\lambda x}} = \int_0^x \frac{- a_\lambda \, dx}{1} \longrightarrow$$

$$\ln \frac{I_\lambda}{I_{\lambda_0}} = - a_\lambda x \longrightarrow$$

$$\frac{I_\lambda}{I_{\lambda_0}} = e^{-a_\lambda x}$$

τ ضریب عبور $\longrightarrow$

$$\tau = e^{-a_\lambda \cdot x}$$

قانون Beer

* اگر گاز انعکاس نداشته باشد :

$$\alpha + \tau = 1 \longrightarrow \alpha = 1 - e^{-a_\lambda \cdot x}$$

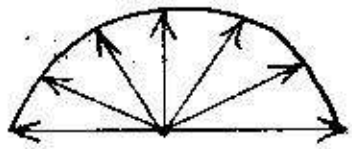
فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

حالت کاربردی ۸

Egbert و Hottel مدتی‌ها قبل برای محاسبه ضریب نشر CO_2 و H_2O بدست آورده‌اند. بعد مشخصه در این مدتی‌ها باسم «طول متوسط اشعه» یا «mean beam length» نامیده می‌شود؟

تعریف - اگر تشعشع بین گاز و ظرف مورد تقل معادل با تشعشعی باشد که بین آن گاز با نیم کره‌ای به شعاع مخصوص برقرار است به شعاع این نیم کره طول متوسط اشعه گویند.



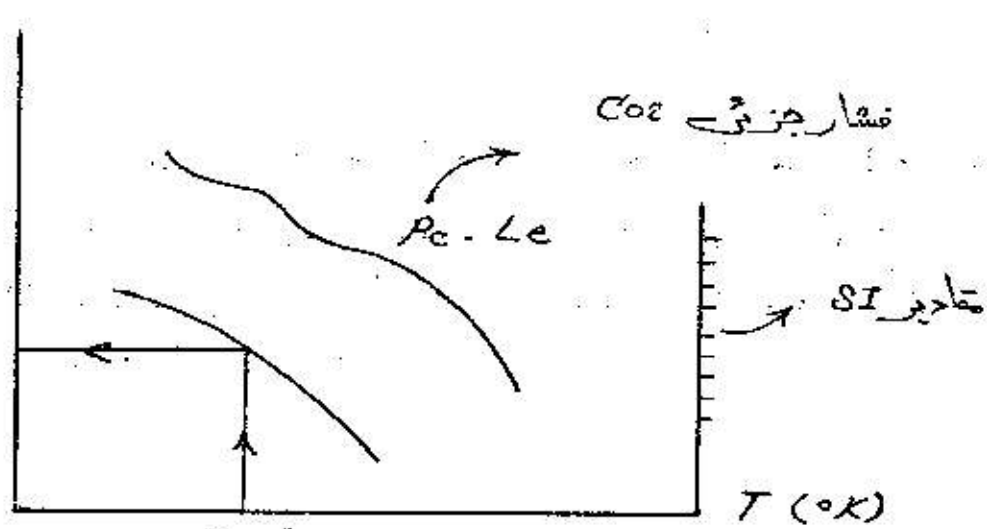
* مقدار طول متوسط اشعه (l_e) در جدول 8-2 هولمن برای تعدادی حالات وجود دارد.

* شکلهای 8-34 تا 8-38 هولمن برای محاسبه ضریب نشر CO_2 و H_2O بکار می‌رود. در هنگام استفاده از این شکلها رابطه زیر را می‌توان بکار برد:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 C_c + \varepsilon_w C_w - \Delta\varepsilon$$

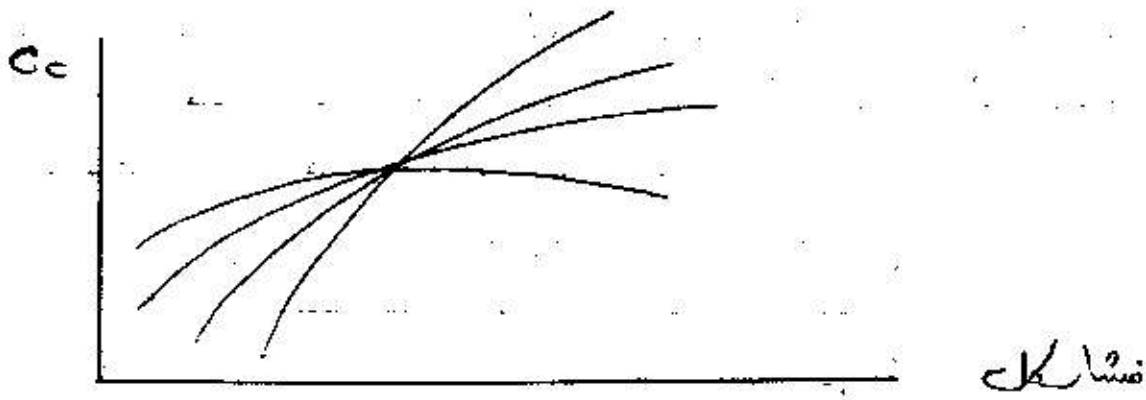
شکل 8-34 - ضریب تنش CO_2 را به تنهائی در فشار کل 1 atm می دهد.

شکل 8-35 - ضریب تنش H_2O را به تنهائی در فشار کل 1 atm می دهد.



(8-34)

شکل 8-36 - ضریب تصحیح برای حالتی که فشار کل مخلوط شامل CO_2 غیر از 1 atm است را می دهد (C_c).



شکل 8-37 – ضریب تصحیح برای حالتی که فشار کل مخلوط شامل H_2O بیشتر یا کمتر از 1 atm است را می دهد (C_W)

شکل 8-38 – ضریب تصحیح برای حالتی که مخلوط CO_2 و H_2O باهم وجود دارد را می دهد. $(\Delta\varepsilon)$

---

* فشار کل P = $\sum_{i=1}^{n}$ فشار جزئی P_i

(باید توجه کرد که به جز CO_2 و H_2O بقیه گازهای موجود در مخلوط تشعشع ندارند و باید تنها فشار جزئی CO_2 یا H_2O را در نظر گرفت).

---

* برای شکلهائی که در جدول 8-2 داده نشده است طول متوسط شعاع از رابطه زیر بدست می آید:

$$L_e = 3.6 \frac{V}{A}$$

V – حجم
A – سطح

الف) مبادله تشعشع بین یک ظرف سیاه با گازی که درون آن احاطه شده است:

* گازی به دمای T_g درون ظرف سیاهی به دمای T_W قرار دارد.

(تشعشع جذب شده گاز) - (تشعشع صادره از گاز) = (تشعشع مبادله شده)

$$Q/A = \varepsilon_g(T_g)\,\sigma\,T_g^4 - \alpha_g(T_W)\,\sigma\,T_W^4$$

$$\alpha_g(T_W) = \alpha_c + \alpha_W - \Delta\alpha$$

با استفاده از شکلهای گفته شده.

* بطوریکه :

$$\begin{cases} \alpha_c = C_c\,\varepsilon'_c\left(\frac{T_g}{T_W}\right)^{0.65} \\ \alpha_W = C_W\,\varepsilon'_W\left(\frac{T_g}{T_W}\right)^{0.45} \\ \Delta\alpha = \Delta\varepsilon \end{cases}$$

ε'_c از شکل 8-34 و ε'_W از شکل 8-35 با داشتن دمای T_W و پارامترهای $p_c L_e\left(\frac{T_W}{T_g}\right)$ و $p_W L_e\left(\frac{T_W}{T_g}\right)$ بدست می آید.

ب) برای گازی که بین دو صفحه موازی (یا دو استوانه هم محور خوب حتوی) سیاه به دماهای T_1 و T_2 قرار دارد.

برای سطح ① :

انرژی خالص مبادله شده = انرژی وارده − انرژی صادره

$$q_1 = G_1 A_1 - E_{b1} A_1$$

برای سطح ② :

$$q_2 = G_2 A_2 - E_{b2} A_2$$

$$\begin{cases} G_1 A_1 = * \text{ مربوط به سطح } G + ② \text{ مربوط به گاز } G \\ G_1 A_1 = F_{g1} \varepsilon_g (T_g) A_g \sigma T_g^4 + \tau_g (T_2) A_2 \sigma T_2^4 F_{21} \end{cases}$$

$$\tau_g = 1 - \alpha_g$$

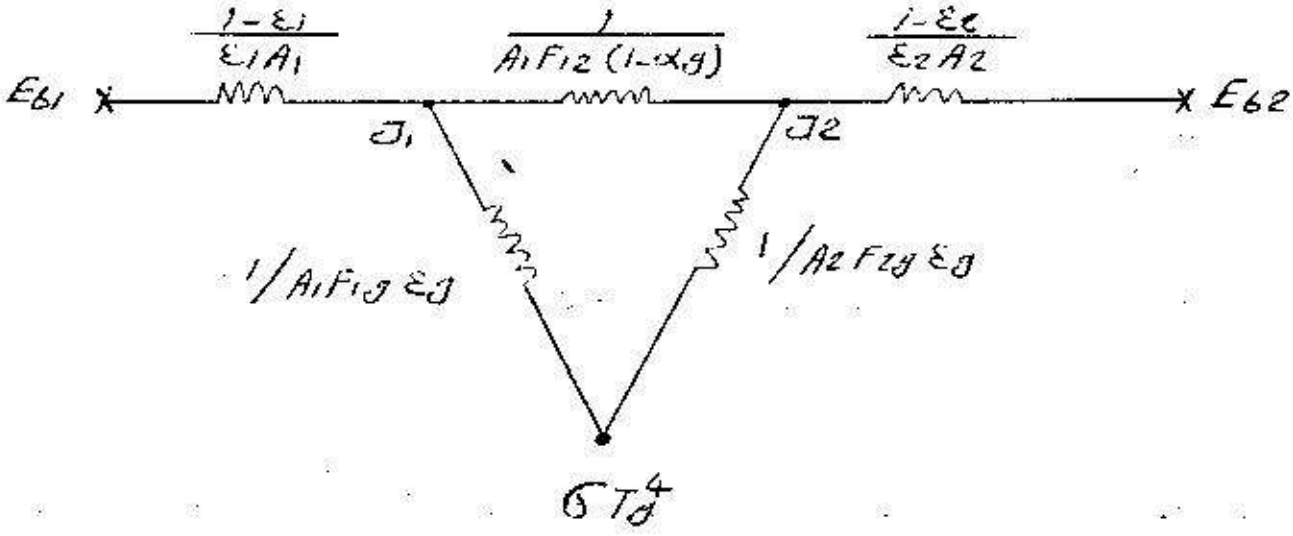
(α_g به روش گفته شده بدست می‌آید)

$$\begin{cases} G_2 A_2 = * \text{ مربوط به سطح } G + ① \text{ مربوط به گاز } G \\ G_2 A_2 = F_{g2} \varepsilon_g (T_g) A_g \sigma T_g^4 + \tau_g (T_1) \sigma A_1 F_{12} T_1^4 \end{cases}$$

در صفحات موازی :

$$\begin{cases} A_1 = A_2 = A_g \\ F_{g1} = F_{g2} = F_{21} = F_{12} = 1 \end{cases}$$

* اگر سطوح فوق خاکستری باشند از مدار زیر استفاده می‌شود :



فرشاد سرایی- مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی- نظارت- اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲
جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی – واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

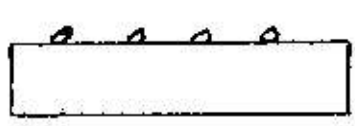
جوشش و تقطیر

* حالت خاصی از جابجائی است که در آن تغییر فاز هم مطرح است و در صنعت کاربردهای فراوانی دارد مانند کندانسور، دیگ بخار و ... .

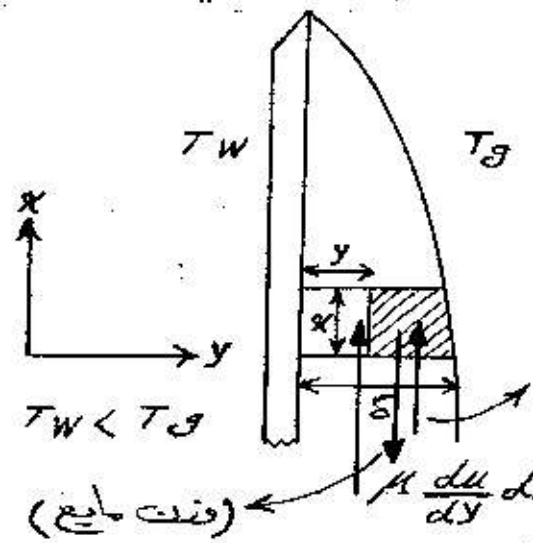
تقطیر (Condensation) :

اگر بخار در معرض سطحی باشد که دمای آن کمتر از دمای اشباع بخار باشد ضمن انتقال حرارت بطریق جابجائی، بخار بر سطح تقطیر می شود.

انواع تقطیر
- لایه‌ای (Film)
- قطره‌ای (dropwise)



تقطیر در ۲ رژیم وجود دارد :



* با فرض توزیع خطی دما در لایه مرزی

وزن مایع = نیروی شناوری + نیروی برشی

$$\mu \frac{du}{dy} dx + \rho_v g (\delta - y) dx = \rho g (\delta - y) dx$$

* از رابطه فوق مقدار α با اعمال شرط مرزی بدست می‌آید. پس از آن بر اساس موازنه انرژی بصورت زیر:

$$\alpha \dot{m} h_{fg} = K dx \frac{T_g - T_w}{\delta}$$

مقدار δ بدست می‌آید.

$$\delta = \left[\frac{4 \mu x K (T_g - T_w)}{g h_{fg} \rho (\rho - \rho_v)} \right]^{1/4}$$

* و با خوشتن موازنه انرژی بصورت:

$$h_x \, dx \, (T_g - T_W) = K \, dx \, \frac{T_g - T_W}{\delta}$$

خواهیم داشت :

$$h_x = \frac{K}{\delta}$$

$$h_x = \left[\frac{g \, h_{fg} \, K^3 \, \rho \, (\rho - \rho_V)}{4 \, \mu \, x \, (T_g - T_W)} \right]^{1/4}$$

$$\bar{h} = \frac{1}{L} \int_0^L h_x \, dx = \frac{4}{3} \, h_{x=L}$$

$$\bar{h} = 0.943 \left[\frac{\rho \, (\rho - \rho_V) \, g \, h_{fg} \, K^3}{L \, \mu \, (T_g - T_W)} \right]^{1/4}$$

* اگر حمای بخار اشباع نبوده و یا توزیع حما خطی نباشد در رابطه فوق بجای h_{fg} از h'_{fg} استفاده می شود :

« $h'_{fg} = h_{fg} + 0.68 \, C \, (T_g - T_W)$ »

گرمای ویژه مایع

* رابطه‌های فوق، برای استوانه‌های قائم کوتاه هم با شرط زیر - کاربرد دارد:

$$Pr \geq 0.5 \qquad \frac{cT_g}{h_{fg}} \leq 1$$

(بعد مشخصه (۷) است)

* خواص همه در دمای فیلم به جز h_{fg} در دمای اشباع (مثلاً در فشار اتمسفریک دمای اشباع $100^{\circ}C$ است). تمام خواص مربوط به بخار اندیس (۷) دارد و خواص مایع - بدون اندیس است و یا اندیس (۷) دارد.

---

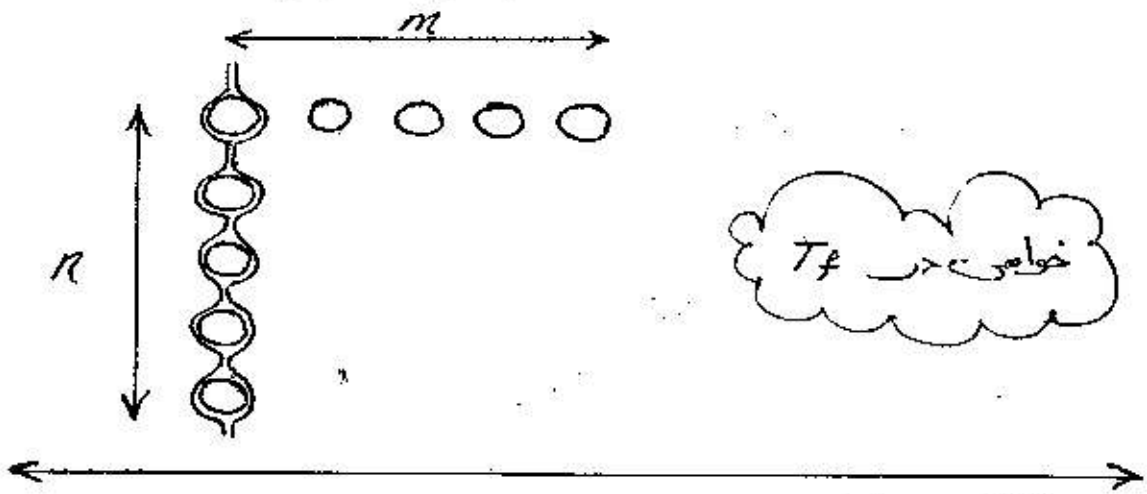
* اگر در ضخامت لایه مرزی گسیختگی وجود داشته باشد ضریب ۱.۱۳ باید (۲۰٪) بیشتر در نظر گرفته شود:

$$\bar{h} = 1.13 \left[\frac{\rho (\rho - \rho_v) g h_{fg} K^3}{L \mu (T_g - T_w)} \right]^{1/4}$$

تنظیر روی استوانه افقی:

$$\bar{h} = 0.725 \left[\frac{\rho (\rho - \rho_v) g h_{fg} K^3}{\mu d (T_g - T_w)} \right]^{1/4}$$

* اگر بجای یک لوله ، n لوله بالای یکدیگر واقع شده باشند در رابطه فوق بجای D ، nD قرار می گیرد:



تقطیر انبوهی کره :

$$\bar{h} = 1.13\left[\frac{\rho(\rho-\rho_v)\, g\, h_{fg}\, K^3}{L\mu\,(T_g - T_w)}\right]^{1/4}$$

* اگر صفحه یا استوانه داری زاویه ϕ نسبت به افق باشد در روابط فوق (صفحات و استوانه‌های قائم) بجای (g) از $(g\sin\phi)$ استفاده می کنیم.

$$Re = \frac{\rho V D_H}{\mu} = \frac{4\rho VA}{p\mu} = \frac{4\dot{m}}{p\mu}$$

A - سطح مقطع جریان
p - محیط تر شده

* در مورد صفحات قائم و استوانه‌های قائم P در واقع محیط یا قطر صفحه است. در مورد لوله‌های افقی $P = \pi d$ است. عدد Re بحرانی 1800 است.

$$q = \dot{m} h_{fg} = \bar{h} A_s (T_g - T_w)$$

$$\dot{m} = \frac{\bar{h} A_s (T_g - T_w)}{h_{fg}}$$

$$\longrightarrow \quad Re = \frac{4 \bar{h} A_s (T_g - T_w)}{P \mu h_{fg}}$$

* اگر دمای بخار بالاتر از دمای اشباع باشد باز هم می‌توان معادلات قبل را بکار برده و بجای دمای بخار از همان دمای اشباع در نشار سیستم استفاده کرد.

تقطیر روی صفحه یا استوانه قائم طی جریان مغشوش :

$$\bar{h} = 0.0077 Re_L^{0.4} \left[\frac{k^3 \rho (\rho - \rho_v) g}{\mu^2} \right]^{1/3}$$

« Kirkbride »

تقطیر لایه‌ای در روی لوله‌های افقی :

* برای تقطیر بخارها در سرعت کم :

$$\bar{h} = 0.555 \left[\frac{\rho(\rho - \rho_v)\, g\, K^3\, h'_{fg}}{\mu d\, (T_g - T_W)} \right]^{1/4}$$

در شرایط ورود به لوله آرام باقی می‌شود. : $Re = \frac{d G_v}{\mu_v} < 35000$

سرعت جرمی : $G = \frac{\dot{m}}{A}$

---

* برای سرعت‌های بالاتر :

$$\begin{cases} \dfrac{\bar{h} d}{k_f} = 0.026\, Pr_f^{1/3}\, Re_m^{0.8} \qquad (mixture - m) \\ Re_m = \dfrac{d}{\mu} \left[G + G_v \left(\dfrac{\rho}{\rho_v} \right)^{1/2} \right] \\ \\ Re_v > 20000 \\ Re \text{ مایع} = \dfrac{dG}{\mu} > 5000 \end{cases}$$

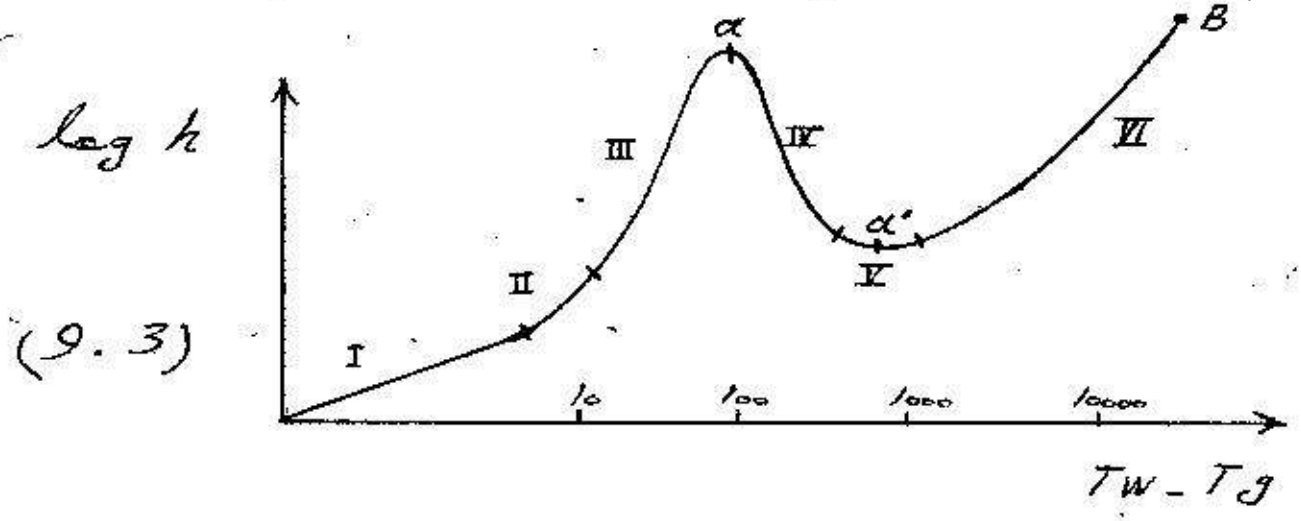
(همه خواص حتی Re_m در دمای قبلع محاسبه شود)

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

جوشش Boiling

* اگر دمای سطح بالاتر از دمای مایعی باشد که در تماس با آن است انتقال حرارت بطریق جوشش صورت می گیرد. اگر سطح مورد نظر کاملاً درون مایع باشد به آن جوشش استخری (Pool Boiling) گویند.



I) جابجائی طبیعی
II) جوشش هسته ای ناپایدار (Nucleate Boiling)
III) جوشش هسته ای پایدار
IV) جوشش لایه ای ناپایدار (Film Boiling)
V) جوشش لایه ای پایدار
VI) انتقال حرارت جابجائی به همراه تشعشع
B - نقطه سوختن و پارگی سیم گرافته (Burn out point)

در حوالی (II و III) : (رابطه Rohsenow)

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \mu h_{fg} \sqrt{\frac{g(\rho - \rho_v)}{g_c \sigma}} \left[\frac{c\,(T_w - T_{saturate})}{h_{fg}\, Pr^{s}\, C_{sf}} \right]^3$$

- $\frac{g(\rho-\rho_v)}{g_c \sigma}$ ← ثابت تناسب که در سیستم انگلیسی برابر $32.17 \frac{lb_m - ft}{lb_f - s^2}$ است. در SI (1) است.
- کشش سطحی جدول (9.1) برای H_2O.
- ثابت تجربی از جدول (9.2)
- حرارت مخصوص مایع

H_2O : $s = 1$

سایر مایعات : $s = 1.7$

شار حرارتی ماکزیمم (نقطه A) : خواص در حدود اشباع.

$$\left(\frac{\dot{Q}}{A}\right)_{max} = (0.18)\, \rho_v\, h_{fg} \left[\frac{\sigma(\rho - \rho_v) g g_c}{\rho_v^2} \right]^{1/4} \left[\frac{\rho_v}{\rho} + 1 \right]^{1/2}$$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

جوشش لایه ای :

الف - لوله افقی :

$$h = h_c \left(\frac{h_c}{h}\right)^{1/3} + h_r$$

$$h_c = 0.62 \left[\frac{k_{VF}^3 \rho_{VF} (\rho_L - \rho_{VF}) g (h_{fg} + 0.4 c_{pVF} \Delta T)}{D \mu_{VF} (T_W - T_{sat.})}\right]^{1/4}$$

$$h_r = \frac{\sigma \varepsilon (T_W^4 - T_{sat}^4)}{T_W - T_{sat.}}$$

σ - ثابت استفان بولتزمن
ε - ضریب نشر سطح تشعشع کننده
دما برحسب درجه کلوین
همه خواص جز (ρ_L) و (h_{fg}) در دمای فیلم.

« و یا »

$$h = h_c + h_r \left[\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{h_r}{h_c} \left(\frac{1}{2.62 + \frac{h_r}{h_c}}\right)\right]$$

(خطا ± ۰.۳٪) $\quad \left(0 < \frac{h_r}{h_c} < 10\right)$

« و یا »

$$h = h_c + \frac{3}{4} h_r$$

(خطا ± ۵٪) $\quad \left(\frac{h_r}{h_c} < 1\right)$

ب) لوله‌های تانگ :

$$\begin{cases} h = 0.002\, Re^{0.6} \left[\dfrac{g \rho_V (\rho_L - \rho_V) K_V^3}{\mu_V} \right]^{1/3} \\ Re = \dfrac{4\dot{m}}{\pi D \mu_V} \end{cases}$$

« خواص همه در دمای اشباع »

ج) صفحه افقی : برای جوشش پنتان ، تترا کلرید کربن ، بنزن و الکل اتیلیک .

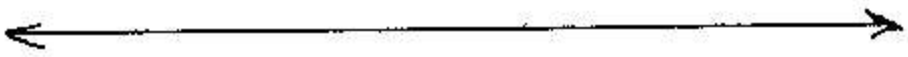
$$h = 0.425 \left[\frac{K_V^3 \rho_V (\rho_L - \rho_V) g \left(h_{fg} + 0.4\, C_{pV} (T_W - T_{sat}) \right)}{\mu_V (T_W - T_{sat}) \sqrt{\dfrac{\sigma g_c}{g(\rho_L - \rho_V)}}} \right]^{1/4}$$

* خواص همه در دمای اشباع . σ کشش سطحی . اندیس L برای مایع و V برای بخار است .

شار حرارتی مینیمم (q') :

$$\left(\frac{q}{A}\right)_{min} = (0.09)\,\rho_{VF}\,h_{fg}\left[\frac{g(\rho_L-\rho_{VF})}{\rho_L+\rho_{VF}}\right]\left[\frac{g_c\,\sigma}{g(\rho_L-\rho_{VF})}\right]^{1/4}$$

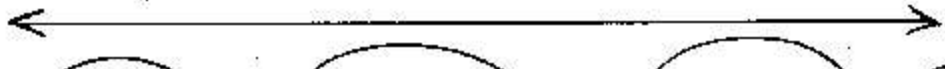
(ضوامی هرکدام در اندیس خودش بدست می‌آید)



* هنگامی که مایع از داخل کانالی عبور کرده و در همان موقع در حال جوشش است :

$$\left(\frac{q}{A}\right)_{کل} = \left(\frac{q}{A}\right)_{جوشش} + \left(\frac{q}{A}\right)_{جابجایی اجباری}$$

$$Nu = 0.019\,Re^{0.8}\,Pr^{0.4}$$



* روابط ساده شده برای آب در جوشش

** آب در اطراف یک سطح خوابیده و در فشار اتمسفریک.
در سیستم (SI) :

سطح	$\frac{\dot{q}}{A}$ $(\frac{KW}{m^2})$	h $(\frac{W}{m^2 K})$
افقی	$\frac{\dot{q}}{A} < 16$	$1.42 (\Delta T_K)^{1/3}$
//	$16 < \frac{\dot{q}}{A} < 240$	$5.56 (\Delta T_K)^3$
عمودی	$\frac{\dot{q}}{A} < 3$	$537 (\Delta T_K)^{1/7}$
//	$3 < \frac{\dot{q}}{A} < 63$	$7.96 (\Delta T_K)^3$

* تصحیح برای فشارهای غیر اتمسفریک :

$$h_P = h_1 \left(\frac{P}{P_1}\right)^{0.4}$$

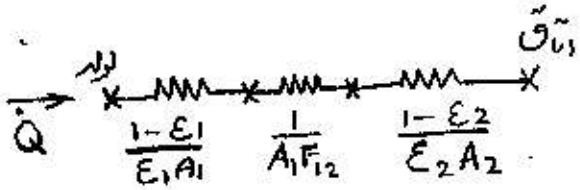
فشار غیر اتمسفریک — فشار اتمسفریک

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

نمونه تمرینات و سوالات امتحانی

درس انتقال حرارت

مثال - لوله بلندی بقطر 5 cm در اتاقی که هوای آن 27°c دارد عبور می‌کند. دمای سطح لوله 100°c است. با فرض اینکه ضریب نشر لوله 0.6 باشد اتلاف حرارت از واحد طول لوله بطریق تشعشع را حساب کنید.



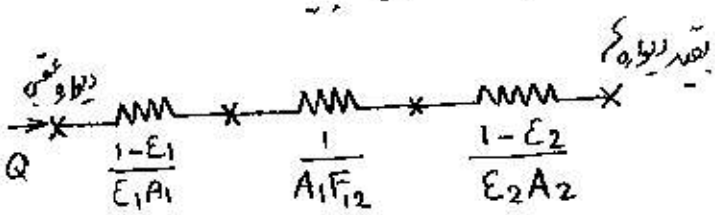
$F_{12} = 1$ لوله محدب بصورت دریک فضا احاطه شده

$$_1Q_2 = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} \Rightarrow {}_1Q_2 = \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{F_{12}} + \frac{A_1}{A_2}\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}}$$

($\frac{A_1}{A_2} \to 0$)

$$_1Q_2 = \frac{5.669\times10^{-8}\left[\pi(0.05)(1)\right]\left((373)^4 - (300)^4\right)}{\frac{1-0.6}{0.6} + 1} \Rightarrow {}_1Q_2 = 60 \ \frac{W}{m}$$

مثال (۲): یک کرهٔ الکتریکی مکعب شکل به ابعاد 0.3 m وجود دارد بطوریکه دیوار عقبی آن در 300°c و بقیهٔ دیواره‌ای در 100°c میباشد تمام سطوح خاکستری و با ضریب نشر 0.8 فرض میگردد حرارت خالص مبادله شده بین دیوارهٔ عقبی با سایر دیواره‌ای را بیابید.



$F_{12} = 1$

$$_1Q_2 = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} \Rightarrow {}_1Q_2 = \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{F_{12}} + \frac{A_1}{A_2}\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}}$$

$$_1Q_2 = \frac{5.669\times10^{-8}\left[(0.3)^2\right]\left(573^4 - 373^4\right)}{\frac{1-0.8}{0.8} + 1 + \frac{(0.3)^2}{5(0.3)^2}\left(\frac{1-0.8}{0.8}\right)} \Rightarrow {}_1Q_2 = 348 \ W$$

مثال (۳) : دو کرهٔ هم مرکز به قطرهای 30 Cm و 36 Cm محتوی اکسیژن مایع در کرهٔ داخلی بوده بطوریکه اکسیژن در $-183^{\circ}c$ تبخیر می‌گردد دمای کرهٔ خارجی $20^{\circ}c$ بوده و فرض کنید که با صرف نظر کردن از مقاومت دیوارهٔ کرهٔ داخلی دمای آن در دمای اشباع اکسیژن میباشد. اگر ضریب نشر هر دو کره 0.05 و گرمای نهان اکسیژن $51.2 \frac{kCal}{kg}$ باشد چند قطار اکسیژن تبخیر خواهد شد. از روشهای دیگر انتقال حرارت بجز تشعشع صرفنظر کنید.

کره خارجی — کره داخلی

$\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1}$ $\frac{1}{A_1 F_{12}}$ $\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}$

$F_{12}=1$ داخلی بخارجی محدب به تقعر

$$_1Q_2 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} \Rightarrow {}_1Q_2 = \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{F_{12}} + \frac{A_1}{A_2}\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}}$$

$$_1Q_2 = \frac{4.9\times10^{-8}\left[4\pi(0.3)^2\right](90^4 - 293^4)}{\frac{1-0.05}{0.05} + 1 + \frac{(0.3)^2}{(0.36)^2}\left(\frac{1-0.05}{0.05}\right)} \Rightarrow \boxed{{}_1Q_2 = 0.21 \frac{kCal}{hr}}$$

بدون در نظر گرفتن علامت

$$_1Q_2 = \dot{m} h_{fg} \Rightarrow \dot{m} = \frac{0.21}{51.2} = 0.0041 \frac{kg}{hr}$$

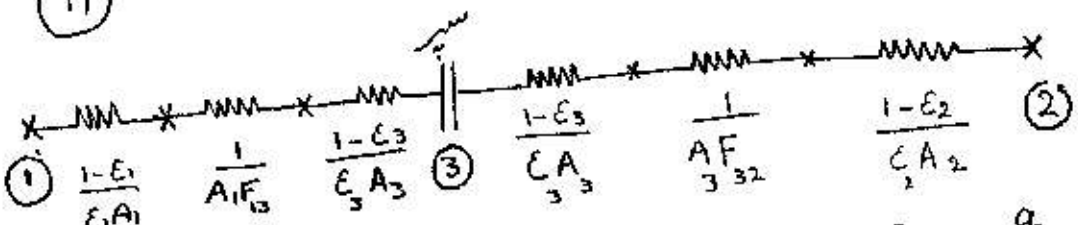
مثال (۴) تابستان 72 : لوله‌ای به قطر خارجی $D_1 = 3^{Cm}$ حامل یک سیال [illegible] در دمای $T_1 = 100\,K$ بوده و ضریب نشر لوله $\varepsilon_1 = 0.15$ است. سپر تشعشعی بقطر $D_3 = 5\,Cm$ و ضریب نشر $\varepsilon_3 = 0.05$ در دو طرف سطح این لوله بطور هم محور با آن قرار گرفته و فضای بین آن دو خلاء میباشد سطح خارجی سپر تشعشعی در معرض محیطی است که جسم سیاه محسوب شده و در دمای $T_2 = 300^{\circ}\,K$ است. مطلوبست :

الف) دمای سپر تشعشعی

ب) درصد کاهش در تلفات حرارتی در هنگام وجود سپر نسبت به حالت بدون سپر از سایر اشکال انتقال حرارت بجز تشعشع صرفنظر کنید.

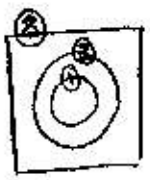
(11)

حل تست (۲) :



در حالت تعادل $q_3 = {}_2q_3$ پس داریم :

$$\frac{\sigma(T_1^4 - T_3^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{13}} + \frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 A_3}} = \frac{\sigma(T_3^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 A_3} + \frac{1}{A_3 F_{32}} + \cancel{\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}^{\,0}}$$

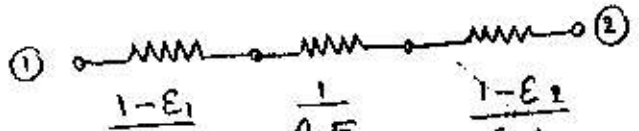


$F_{13} = 1$

$F_{32} = 1$

$$\frac{100^4 - T_3^4}{\frac{1-0.15}{0.15(\pi)(0.03)(1)} + \frac{1}{\pi(0.03)(1)(1)} + \frac{1-0.05}{0.05(\pi)(0.08)}} =$$

$$= \frac{T_3^4 - 300^4}{\frac{1-0.05}{0.05(\pi)(0.05)} + \frac{1}{\pi(0.05)(1)}} \Rightarrow \boxed{T_3 = 265^\circ K}$$



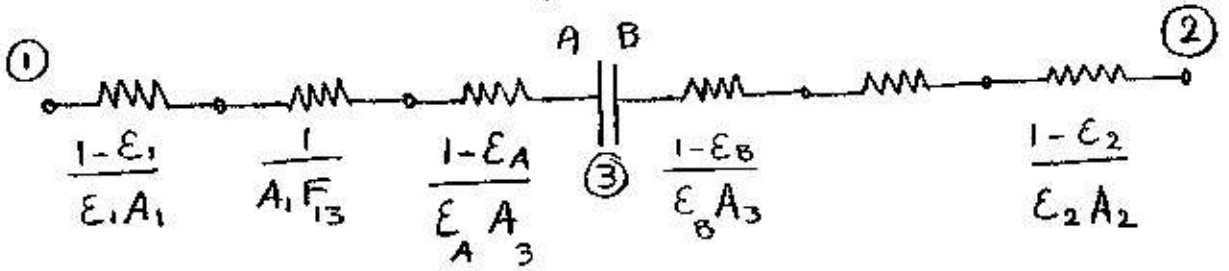
در حالت تعادل ${}_1q_3 = {}_2q_3$

$${}_1q_3 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_3^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{13}} + \frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 A_3}} \rightarrow {}_1q_3 = \frac{5.669\times10^{-8}(100^4 - 265^4)}{191.69} \rightarrow \boxed{{}_1q_3 = 1.432 \frac{W}{m^2}}$$

$${}_1q_2 = \frac{\sigma(100^4 - 300^4)}{\frac{1-0.15}{0.15(\pi)(0.03)(1)} + \frac{1}{\pi(0.03)(1)(1)}} \Rightarrow \boxed{{}_1q_2 = 6.41 \frac{W}{m^2}} \quad \text{بدون سپر}$$

$$\text{کاهش } \% = \frac{q_{\text{بدون سپر}} - q_{\text{با سپر}}}{q_{\text{بدون سپر}}} = 77.8\%$$

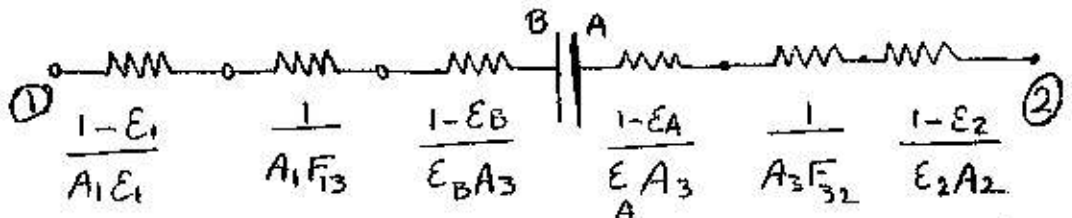
مثال (۵): دو صفحهٔ فولادی بزرگ ① و ② به ترتیب دارای ضرایب نشر 0.5 و 0.8 در دو طرف مقابل هم بوده و در دماهای $300^\circ C$ و $100^\circ C$ نگاه داشته می‌شوند. صفحهٔ سومی که ضرایب نشر در دو وجه A و B آن ناشناخته است، طوری بین آن دو قرار می‌گیرد وقتی طرف A به سوی جسم ① است صفحهٔ سوم به دمای تعادل $287^\circ C$ رسیده و وقتی وجه B آن طرف صفحهٔ ① است دمای تعادل آن صفحه به $140^\circ C$ می‌رسد ضرایب نشر طرفین A و B را حساب کنید.



$$ {}_1q_3 = {}_2q_3 $$

$$ {}_1q_3 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_3^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{13}} + \frac{1-\varepsilon_A}{\varepsilon_A A_3}} = \frac{\sigma(T_3^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_B}{\varepsilon_B A_3} + \frac{1}{A_3 F_{32}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} $$

$$ F_{13} = F_{32} = 1 $$
$$ A_1 = A_2 = A_3 $$
$$ \Rightarrow \frac{573^4 - 560^4}{\frac{1-0.5}{0.5} + 1 + \frac{1-\varepsilon_A}{\varepsilon_A}} = \frac{560^4 - 373^4}{\frac{1-\varepsilon_B}{\varepsilon_B} + 1 + \frac{1-0.8}{0.8}} $$



$$ {}_1q_3 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_3^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{13}} + \frac{1-\varepsilon_B}{\varepsilon_B A_3}} = \frac{\sigma(T_3^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_A}{\varepsilon_A A_3} + \frac{1}{A_3 F_{32}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} $$

$$\frac{573^4 - 413^4}{\frac{1-0.5}{0.5} + 1 \;(-)\; \frac{1-\varepsilon_B}{\varepsilon_B}} = \frac{413^4 - 373^4}{\frac{1-\varepsilon_A}{\varepsilon_A} + 1 + \frac{1-0.8}{0.8}} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_A = 0.916 \\ \varepsilon_B = 0.102 \end{cases}$$

(?)

$\varepsilon + P = 1$

جسمی که ضریب نشر کم ، ضریب انعکاس بالا داشته باشد گویند عایق خوبی است .

مثال (۶) : گازهای خروجی حاصل از احتراق در 2500°R حاوی CO_2 در فشار جزئی 0.008 atm ، بخار آب در فشار جزئی 0.16 atm بوده و فشار کل آن 2 atm است دیگر اجزای مخلوط شامل O_2 ، N_2 می باشد ضریب نشر مخلوط گاز برای یک دودکش استوانه ای طویل قطر 3 ft را تعیین کنید .

شکل 8-34 تا 8-38 برای گازهای در بولتن

① وجود CO_2 و H_2O

$$\varepsilon = C_c \varepsilon_c + C_w \cdot \varepsilon_w - \Delta\varepsilon$$

C_c ضریب تصحیح برای غیر اتمسفریک — ε_c برای CO_2 — ε_w بخار آب — $\Delta\varepsilon$ تصحیح جهت وجود CO_2 و H_2O

بعد مشخصه ← طول متوسط اشعه است

جدول 8-2

$$L = 0.95D \leftarrow$$

$$= 0.95\,(3) \leftarrow$$

$$L = 2.85 \text{ ft} \leftarrow$$

$$P_c L = (0.08)(2.85) = 0.228$$

$$T_g = 2500^\circ R \xrightarrow{8-34} \varepsilon_c = 0.085$$

شکل 8-34 ← اشعال جهت CO_2 نوع اشعال

$$P_t = 2 \text{ atm} \xrightarrow{8-36} C_c = 1.2$$

تصحیح برای فشار کل غیر اتمسفریک

$$P_c L = 0.228$$

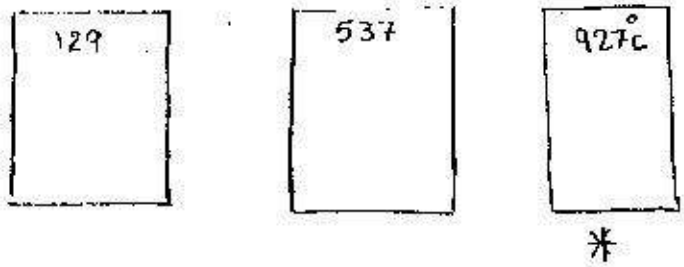
$P_w L = (0.16)(2.85) = 0.456$

$T_g = 2500^\circ K$ $\xrightarrow{8-35}$ $\varepsilon_w = 0.115$

تصحیح برای فشار کل غیر اتمسفریک

$\frac{P_w + P_t}{2} = 1.08$

$P_w L = 0.456$ $\xrightarrow{8-37}$ $C_w = 1.5$



*

$\frac{P_w}{P_c + P_w} = 0.67$

$P_c L + P_w L = 0.684$ $\xrightarrow{8-38}$ $\Delta\varepsilon = 0.015$

از رابطه (1) داریم:

$\varepsilon = (1.2)(0.085) + 1.5(0.115) - 0.015$

$\Rightarrow \varepsilon = 0.26$

انتقال حرارت بین دیواره دودکش و گاز (تشعشع) چقدر است.

حرارت جذب شده − انرژی داده شده = حرارت مبادله شده

$$\frac{q}{A} = \varepsilon_g(T_g)\sigma T_g^4 - \alpha_g(T_w)\sigma T_w^4$$

ضریب جذب دیواره

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

مثال (۷) : بخار اشباع دمای $1\ atm$ روی صفحه قائمی به ارتفاع 100^{cm} تقطیر می‌گردد دمای صفحه $80^{\circ}c$

است مطلوبست : 1/ ضخامت لایه مرزی در فاصله $50\ Cm$

2/ ضریب P محلی در فاصله $50\ Cm$

3/ ضریب جابجایی متوسط

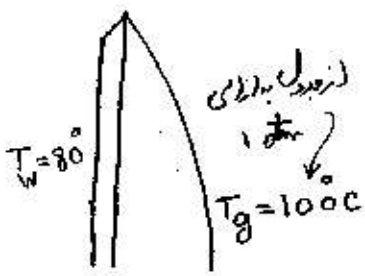
4/ دبی بخار تقطیر شده بروی صفحه

5/ ضریب جابجایی متوسط در حالتیکه صفحه 60° نسبت به حالت قائم خوابانده شده

* جدول ترمودینامیکی (جدول بخار آب)

آیا جریان آرام است یا نه؟

فرض می‌کنیم جریان آرام است



$$\Rightarrow T_f = \frac{100+80}{2} = 90^{\circ}$$

خواص مایع اشباع

دمای فیلم (T_f)

$\mu = 3.186\times10^{-4}\ \frac{kg}{m-s}$

$\rho = 965.3\ \frac{kg}{m^3}$

$\rho_v = 0.4235\ \frac{kg}{m^3}$

$k = 0.676\ \frac{W}{m-^{\circ}C}$

$100^{\circ}c \rightarrow h_{fg} = 2257\ \frac{kj}{kg}$

$$\delta = \left[\frac{4\mu k (T_g - T_w) x}{g h_{fg} \rho (\rho - \rho_v)}\right]^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \delta = \left[\frac{4(3.186\times10^{-4})(0.676)(100-80)(0.5}{9.8\,(2257\times10^{3})(965.3)(965.3-0.423)}\right]$$

$$\delta = 1.43\times10^{-4}\ m \Rightarrow \underline{\delta = 0.143\ m}$$

$$h_{x=50} = \frac{k}{\delta} = \frac{0.676}{1.43\times10^{-4}} = 4730\ \frac{W}{m^2-^{\circ}C}$$

$$\bar{h} = 0.943\left[\frac{k^3 h_{fg} g \rho(\rho-\rho_v)}{\mu L (T_g - T_w)}\right]^{1/4}$$

$$L = 1\,m \Rightarrow \bar{h} = 5300 \ \frac{W}{m^2 \cdot {}^\circ C}$$

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} = h(T_g - T_w) = 5300\,(100-80) = 106000 \ W$$

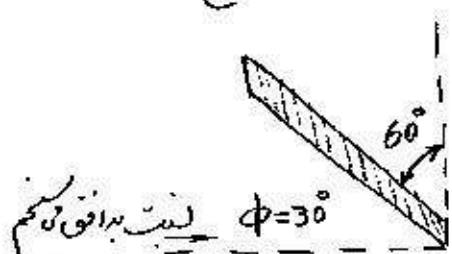
(A: در نظر گرفته $1\,m^2$)

$$\dot{q} = \dot{m} h_{fg} \Rightarrow \dot{m} = \frac{\dot{q}}{h_{fg}} = \frac{106000}{2257\times10^3} = 0.047 \ \frac{kg}{s}$$

$$Re = \frac{4\dot{m}}{P\mu} = \frac{4(0.047)}{(1)(3.186\times10^{-4})} \Rightarrow P=W=1 \rightarrow \boxed{Re = 589}$$

پس فرض آرام صحیح است.

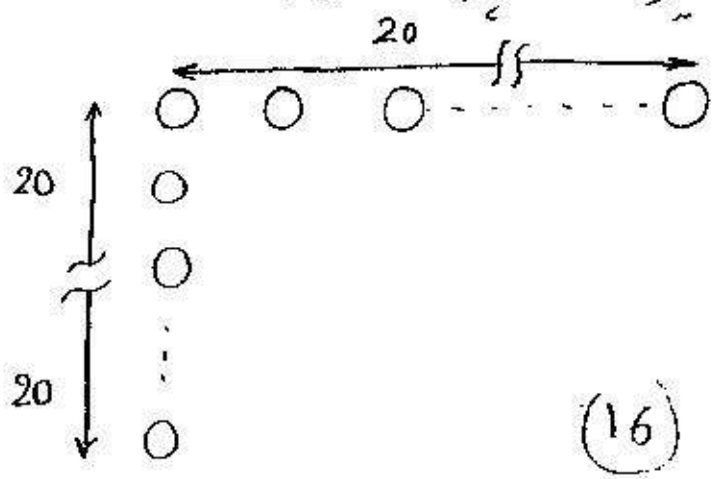
$$\bar{h} = 0.943\left[\frac{k^3 h_{fg} g \rho(\rho-\rho_v)\sin 30^\circ}{\mu L (T_g - T_w)}\right]^{1/4}$$



$L = 1\,m$

$\Rightarrow \bar{h}_{\phi=30^\circ} = 4457$ یعنی $\leftarrow h = 5300 \times (\sin 30^\circ)^{1/4} = 4457$

مثال (۸): از یک آرایش مربعی 400 لوله بقطر $\frac{1}{4}$" بمنظور تقطیر بخار در فشار اتمسفر استفاده می‌گردد. در اثر جریان خنک کننده‌ای از داخل لوله‌ها دمای دیواره آنها در $88^\circ C$ ثابت می‌ماند. مقدار بخار تقطیر شده در ساعت از واحد طول لوله را محاسبه کنید.



فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$T_f = \frac{100+86}{2} = 94^\circ C$$

خواص آب در $94^\circ C$:

$$\begin{cases} \rho = 963.2 \ \frac{kg}{m^3} \\ \rho_v \approx 0 \\ \mu = 3.06 \times 10^{-4} \ \frac{kg}{m\text{-}s} \\ k = 0.678 \ \frac{W}{m\text{-}^\circ C} \end{cases}$$

در $100^\circ C$ $\rightarrow h_{fg} = 2255 \ \frac{kJ}{kg}$

با فرض آرام بودن:

$$\bar{h} = 0.943 \left[\frac{k^3 h_{fg} g \rho (\rho - \rho_v)}{\mu (nd)(T_g - T_w)} \right]^{1/4}$$

$$\begin{cases} d = \frac{1}{4}'' = 0.0127 \ m \\ n = 20 \end{cases} \Rightarrow h = 6597.4 \ \frac{W}{m^2\text{-}^\circ C}$$

$$\frac{Q}{L} = h\left(\frac{A}{L}\right)(T_g - T_w) = h\left(n^2 \pi d\right)(T_g - T_w)$$

$$\boxed{\frac{Q}{L} = 1263.5 \ \frac{KW}{m}}$$

$$\frac{Q}{L} = \frac{\dot{m} h_{fg}}{L} \rightarrow \frac{\dot{m}}{L} = \frac{1263.5}{2255 \times 10^3} \times 3600 = 2017 \ \frac{g}{hr}$$

* در فرمول $\dot{q} = \bar{h} A (T_g - T_w)$ در محاسبه A باید حتماً لوله‌ها را خالت جمع یعنی اگر $(m \times n)$ تا لوله داشت باشیم:

$$A = (m \times n) \pi D L$$

11-9 (امتحانی) : یک لوله غیر عایق حاوی آب سرد $2^\circ C$ از داخل فضای گرم و مرطوب بدهای هولین $35^\circ C$ و رطوبت نسبی 80% در داخل یک خانه می‌گذرد اگر قطر لوله 5 cm و طول آن 7.5 m باشد مقدار بخار تقطیر شده بروی لوله را حساب کنید در این رابطه فرض کنید که لوله در معرض بخار اشباع در فشار بیرونی بخار موجود در هوا است.

فشار بخار موجود در هوا

$$\phi = \frac{P_v}{P_g} \longrightarrow P_v = \phi P_g = 0.8(5.628) = 4.5\ kPa$$

فشار اشباع در دمای $35^\circ C$ جدول آب

سپس دمای بخار اشباع در 4.5 kPa (T_g) از جدول آب بدست آمده و خواص را در دمای فیلم $T_F = \frac{T_g + 2^\circ}{2}$ حساب کرده و مطابق مسئله قبل بدازای $n=1$ عمل می‌کنیم.

* مسئله 9-17 هولمن حل گردد *

مثال (9) : یک سیم مسی بقطر 2" بطور افقی درون آب $68^\circ F$ در فشار اتمسفر قرار دارد دمای سیم $300^\circ F$ است انتقال حرارت بدازای واحد طول سیم چقدر است.

اشاره به جوشش کرده است.

$$\Delta T = T_w - T_{sat.} = 300 - 212 = 88^\circ F$$ احتمال به جوشش

صفحه کتاب جهت سیم پلاتینی نمیخوانیم که بجای صفحه جوشش هستیم نمیخوانیم در جلسه III و IV می‌افتد در جوشش هسته‌ای هستیم.

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \mu h_{fg} \sqrt{\frac{g(\rho - \rho_v)}{g_c \sigma}} \left[\frac{c(T_w - T_{sat})}{h_{fg} Pr^s C_{sf}} \right]^3$$

خواص در دمای اشباع جهت این فرمول $212^\circ F$

$h_{fg} = 970.4 \ \frac{Btu}{lbm}$

$\rho = 59.97 \ \frac{Btu}{Ft^3}$

$\rho_v = 0.0373$ "

$\mu = 0.682 \ \frac{lbm}{Ft \cdot hr}$ $\Rightarrow \frac{\dot{Q}}{A} = 1.666 \times 10^6 \ \frac{Btu}{hr}$

$Pr = 1.74$

$C = 1.007 \ \frac{Btu}{lbm - ^\circ F}$

$\sigma = 0.004$

$C_{SF} = 0.013$

$g_c = g = 32.2$

آب $S = 1$

جهت امتحان تمرین فوق مقدار $\frac{\dot{Q}}{A}$ را با $\frac{\dot{Q}}{A}$ ماکزیمم مقایسه می‌کنیم در صورت بزرگتر شدن $\frac{\dot{Q}}{A}$ نسبت به مقدار ماکزیمم حدس ما اشتباه است و ما باید از رابطه جوشش لایه‌ای استفاده کنیم.

$$\left(\frac{\dot{Q}}{A}\right)_{max} = 0.18 \, \rho_v h_{fg} \left[\frac{\sigma(\rho - \rho_v) g g_c}{\rho_v^2}\right]^{1/4} \left[1 + \frac{\rho_v}{\rho}\right]^{1/2}$$

خواص در دمای اشباع

$$\left(\frac{\dot{Q}}{A}\right)_{max} = 4.82 \times 10^5 \ \frac{Btu}{hr - Ft^2}$$

پس حدس ما غلط است و در اینجا جوشش لایه‌ای هستیم در روابط جوشش لایه‌ای خواص باید در دمای فیلم محاسبه گردد.

$$T_f = \frac{212 + 300}{2} = 256^\circ F$$

$h_{fg} = 970.4 \ \frac{Btu}{lbm}$ $\quad k_{vf} = 0.015 \ \frac{Btu}{hr - Ft - ^\circ F}$

$\rho = 59.97 \ \frac{Btu}{Ft^3}$

$\rho_{vf} = 0.0348 \ \frac{lbm}{Ft^3}$

$\mu_{vf} = 8.98 \times 10^{-6} \ \frac{lbm}{Ft - hr}$

$Cp_{vf} = 0.482 \ \frac{Btu}{lbm - ^\circ F}$ ←

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)

$$h_c = 0.62\left[\frac{\left(k_{vF}^3 \rho_{vF}(\rho-\rho_{vF})g\left(h_{fg}+0.4\,C_{p_{vF}}(T_w-T_{sat})\right)\times(3600)^2\right)}{D\,\mu_{vF}(T_w-T_{sat.})}\right]^{\frac{2}{12}}$$

$$h_c = 30.89 \ \frac{Btu}{s\text{-}ft^2\text{-}{}^\circ F}$$

$$h_r = \frac{\sigma\varepsilon(T_w^4 - T_{sat}^4)}{T_w - T_{sat}} = 0.0581 \ \frac{Btu}{s\text{-}ft^2\text{-}{}^\circ F}$$

$^\circ F + 460 = {}^\circ R$

$T_w = 760^\circ F$

$T_{sat.} = 672$

چون h_r کوچک است آن را صرفنظر می‌کنیم.

$$h_c \approx h$$

$$\frac{q}{L} = h\left(\frac{A}{L}\right)\Delta T = h(\pi d)(T_w - T_{sat.})$$

$$= 1422 \ \frac{Btu}{s\text{-}ft}$$

فرشاد سرایی - مهندس پایه یک تاسیسات مکانیکی
طراحی - نظارت - اجرا
نظام مهندسی: ۱۰-۴-۰-۱۷۲۷۶
پروانه مهندسی: ۱۰-۴۰۰-۰۲۸۱۵
شماره شهرسازی: ۱۰۴-۰۱۲۲۲

جزوه درس انتقال حرارت آقای دکتر کورش امیر اصلانی
دانشگاه آزاد اسلامی - واحد جنوب تهران (سال ۱۳۷۲)