$* \quad C_w = I_f \frac{h^2}{2}$

$$EC_w \frac{d^4\varphi}{dz^4} - GJ\frac{d^2\varphi}{dz^2} - \frac{M_x^2}{EI_y}\varphi = 0$$

— معادله دیفرانسیل درجه ۴ با طرف ثانی صفر ؛

جواب بدیهی φ برابر با صفر است ؛

$$\varphi = \underset{\text{جواب همگن}}{\varphi_h} + \underbrace{\varphi_p}_{\text{جواب خصوصی}}$$

$\varphi_p = 0$ چون بار خارجی نداریم .

= φ_h درصورتی مخالف صفر است که بین M_x ، EI_y ، GJ و EC_w یک رابطه ویژه وجود داشته باشد ؛

$\overline{\varphi_h}$

* جواب ویژه این معادله برای آنکه φ_h مخالف صفر باشد یعنی بدون تحریک بیرونی؛ حرکت پیچشی داشته باشیم ؛

$$\boxed{(M_x)_{cr} = \sqrt{\frac{\pi^4}{l^4}EC_w EI_y + \frac{\pi^2}{l^2}EI_y GJ}}$$

— تیر باید در واقع تحت لنگرها توسط تنش های فشاری مقطع معادله یک جواب مخالف صفر پیدا کرده و تیر می پیچد !

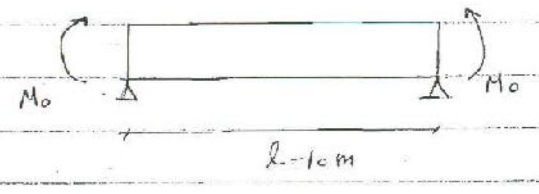
E, G = مشخصه مادی

مشخصه هندسی مقطع = C_w, I_y, J

اگر $(M_x)_{cr}$ از M_x موجود در سازه بیشتر باشد یعنی این معادله ارضا نمی شود پس $\varphi_h = 0$ بوده و پیچش نداریم و مقطع تحت خمش خالص است ؛ اما اگر کمتر باشد ما جواب داریم یعنی کمانش پیچشی ؛

یک تیر مخصوص بسته به طول و مشخصات مقطعش $(M_x)_{cr}$ قابل مقایسه است و می‌توان $(M_x)_{cr}$ را از M_x به وجود فاصله انداختن با تغییر دادن C_w ، I_y ، J ؛

در پارامترهای لنگر بحرانی l از همه مؤثرتر است چون با قرار دادن تکیه‌گاه‌های جانبی می‌توان l را تغییر داد .



مثال - برای $(M_o)_{cr}$ $l = 10^m$ —

برای $(M_o)_{cr}$ $l = 5^m$ —

IPE ۲۰۰

$E = ۲,۱ \times 10^۶ \ kg/cm^۲$

$\nu = ۰/۳$

$F_y = ۲۴۰۰ \ kg/cm^۲$

$S_x = ۱۱۶۰ \ cm^۳$

$I_y = ۱۳۲۰ \ cm^۴$

$C_w = ۴۹۰۰۰ \ cm^۶$

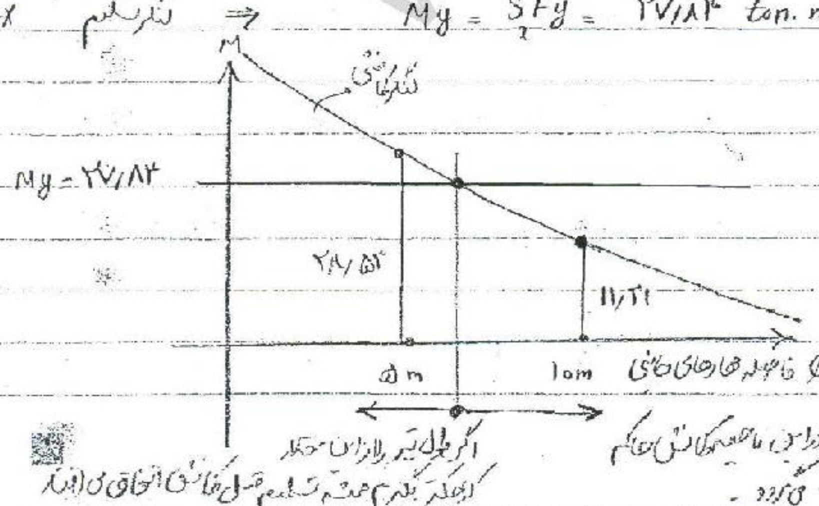
$J = ۵۱/۳ \ cm^۴$

$$* \ l = 10^m \Rightarrow (M_x)_{cr} = \sqrt{\frac{\pi^۴}{(۱۰۰۰۰)^۴}(۲,۱\times ۱۰^۶)(۴۹۰\times ۱۰^۲)(۲,۱\times ۱۰^۶)(۱۳۲۰) + \frac{\pi^۲}{(۱۰۰۰۰)^۲}(۲,۱\times ۱۰^۶)(۱۳۲۰)\frac{(۲,۱\times ۱۰^۶)}{۲(۱+۰/۳)}(۵۱,۳)}$$

$$= ۱۱/۳۱ \ t.m$$

$$* \ l = 5^m \Longrightarrow (M_x)_{cr} = ۲۸/۵۴ \ t$$

$$* \ \text{لنگر تسلیم} \Rightarrow M_y = S_x F_y = ۲۷/۸۴ \ ton.m$$



اگر طول تیر بالاتر از این مقدار
از اینکه تیر به مرحله تسلیم برسد کمانش اتفاق می‌افتد

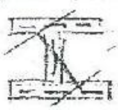
در این ناحیه کمانش حاکم
می‌گردد .

— بخش تیرهای با تکیه‌گاه جانبی کافی در واقع در ناحیه اول مطرح هستند.

— ناحیه دوم تیرهای با تکیه‌گاه جانبی ناکافی است

$$(M_x)_{cr} = \sqrt{E C_w \left(\frac{\pi^4}{l^4}\right) E I_y + \frac{\pi^2}{l^2} E I_y G J}$$

کمانش پیچشی ناشی از خمش



کمانش جانبی

این معادله با این فرضیات است که :

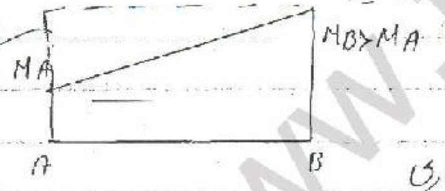
۱- بین دو نقطه A و B که فاصله آنها l می‌باشد لنگر یکنواخت داشته باشیم

۲- تکیه‌گاه‌های جانبی در نقاط A و B قرار داشته باشند

چنانچه بین دو نقطه A و B لنگر غیر یکنواخت داشته باشیم :

در این حالت

$M_{cr} = M_B$



چون از A تا B تنش فشاری کم شده پس پتانسیل کمانش کاهش می‌یابد.

در یکطرف سازه تنش‌های فشاری بیشتر و در یکطرف دیگر تنش‌های فشاری کمتر داریم

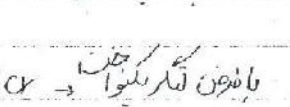
لنگر بحرانی این حالت نسبت به وقتی که لنگر ثابت داریم یا لنگر بحرانی بزرگتر می‌شود :

$(M_x)_{cr} > (M_x)_{cr}$ ← با فرض لنگر یکنواخت

در مورد ستون تحت فشار هم داشتیم

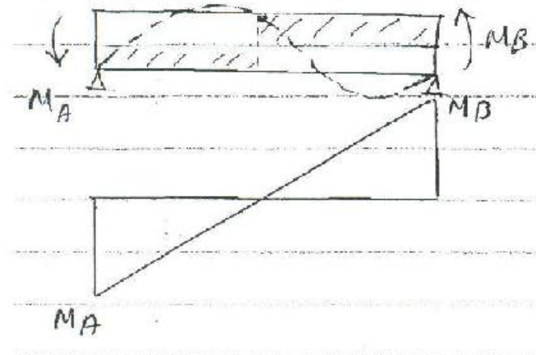
$\frac{\pi^2 E I}{l^2}$

Cr



پتانسیل کمانش کمتر است ؛ چون تنش‌های فشاری کمتر

پس باید یک عاملی که شکل دو انتها را مشخص می‌کند در نظر بگیریم ؟



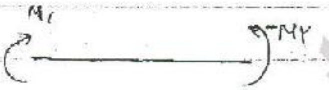
یعنی به توزیع لنگرهای وارده در طول تیر بستگی دارد ؟

در واقع منطقه فشاری چپ و راست با هم
فرق دارد که خود می‌تواند به صورت یک قیدی
در طول عضو عمل کند مثل تکیه‌گاه جانبی

C_b ضریب وابسته به منحنی لنگر وارده

$$C_b = ۱٫۷۵ \pm ۱٫۰۵ \frac{M_1}{M_2} + ۰٫۳ \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^۲ \leq ۲٫۳$$

M_1 لنگر کوچکتر
M_2 لنگر بزرگتر



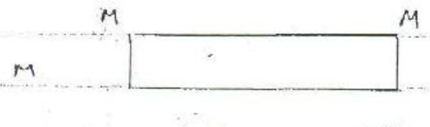
$|M_2| > |M_1|$

در طول غیر مقید عضو
M_1 لنگر کوچکتر یکی از انتها
M_2 لنگر بزرگتر انتهای دیگر

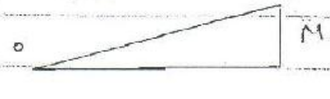
* $\left|\frac{M_1}{M_2}\right| < 1$

— اگر خمش دو طرفه ایجاد نماید $\frac{M_1}{M_2} > 0$

— اگر خمش یکطرفه ایجاد نماید $\frac{M_1}{M_2} < 0$



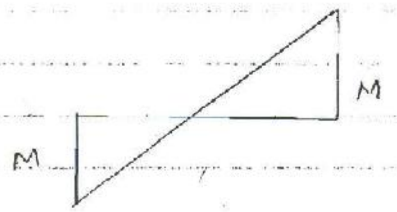
$M_1/M_2 = 1 \Rightarrow$ خمش یکطرفه $\Rightarrow \frac{M_1}{M_2} = -1 \rightarrow C_b = 1$



$\frac{M_1}{M_2} = ۰ \Rightarrow C_b = ۱٫۷۵$

$$* \quad (M_x)_{cr} = C_b\,(M_x)_{cr}$$

در این حالت — حالت مبنا



بدترین حالت وقتی است که $C_b=1$ باشد

$\frac{M_1}{M_2} = 1 \quad C_b = 2.45 > 2.3$

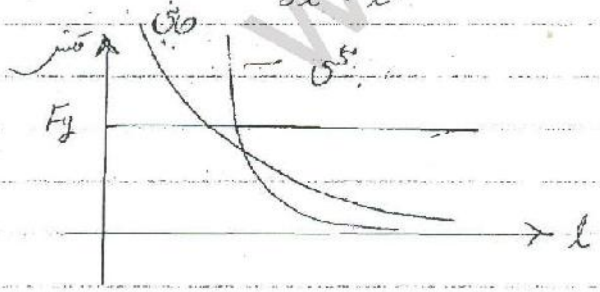
تنش خمشی کمانشی $F_{cr} = \frac{(M_x)_{cr}}{S_x} = \frac{C_b}{S_x}\sqrt{\frac{\pi^4}{l^4} E C_w E I_y + \frac{\pi^2}{l^2} E I_y G J}$

- انتهای دوطرفه یعنی طول نصف ، با انتهای یکطرفه یعنی طول کننده تر .

* اگر دو ترم مربوط به کمانش جانبی و کمانش پیچشی را از یکدیگر جدا درنظر بگیریم ؟

$F_{cr} = \frac{C_b}{S_x}\sqrt{\frac{\pi^4}{l^4} E C_w E I_y}$ تنش کمانشی جانبی ناشی از خمش

$F_{cr} = \frac{C_b}{S_x}\sqrt{\frac{\pi^2}{l^2} E I_y G J}$ تنش کمانشی پیچشی ناشی از خمش



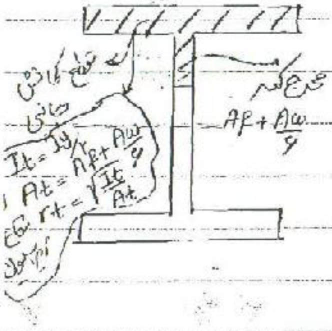
تنش خمشی $f_b < \text{Min}\,(F_y , \overset{max}{}(F_{cr1} , F_{cr2}))$ این کار قطعاً محافظه کارانه است

این کار باعث می‌شود تا یک کار محافظه‌کارانه انجام دهیم. بین Fcr و max را می‌بریم بین آن با Fy ، min

را انتخاب می‌کنیم؛ چون مقدار F_{cr_1} از Fcr کمتر است بین max آنها را انتخاب می‌کنیم.

* اگر تنش کمانشی جانبی ناشی از خمش را ملاک Fcr درنظر بگیریم:

$$* \quad F_{cr} = \frac{\pi^2 C_b E}{l^2 S_x}\sqrt{C_w I_y}$$



* $l = l_b$ فاصله نقاط مهار جانبی

$$* \quad C_w = \overset{I_f = I_y/2}{I_f}\,\frac{h^2}{2} \cong \frac{I_y h^2}{4}$$

$$* \quad I_x = 2A_f\left(\frac{h}{2}\right)^2 + \frac{t_w h^3}{12}$$

$$* \quad S_x \cong h\left(A_f + \frac{A_w}{6}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{cr} = \frac{\pi^2 E C_b}{l_b^2}\cdot\frac{I_y/2}{A_f + A_w/6}}$$

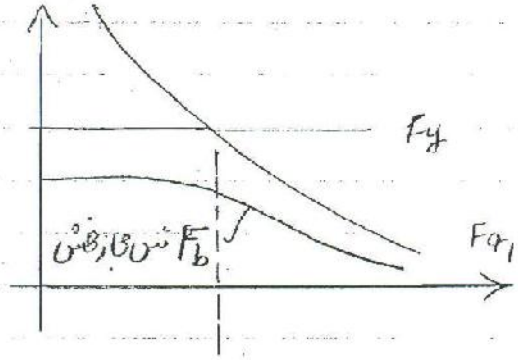
تنش کمانشی جانبی ناشی از خمش.

به طور تقریبی می‌توان نوشت $\cong \boxed{F_{cr} = \frac{\pi^2 E C_b}{\left(\frac{l_b}{r_t}\right)^2}}$

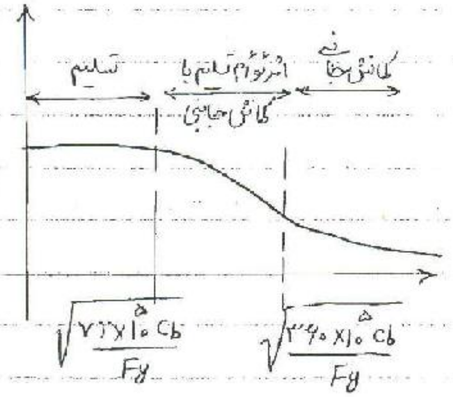
✓ این رابطه مثل بار بحرانی تنش در ستونهاست
ترکیب تکه ستون تحت فشار است با طول مؤثر l_b
که صورت کمانش جانبی می‌خواهد تغییر شکل بدهد.

* در طراحی خمشی تیرها چنانچه کمانش جانبی مد نظر باشد

$$* \quad f_b \le \min(F_y, F_{cr_1})$$



— مثل تیر ستون تحت فشار است



ص ۳۰

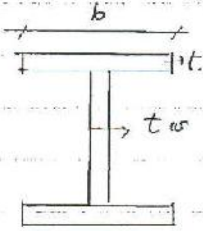
$$\frac{l_b}{r_t} < \sqrt{\frac{۷۲\times ۱۰^{۵}\, C_b}{F_y}} \Rightarrow \underset{\text{مجاز}}{F_{cr_1}} = ۰/۶ F_y$$

$$\frac{l_b}{r_t} > \sqrt{\frac{۳۶۰\times ۱۰^{۵}\, C_b}{F_y}} \qquad \underset{\text{مجاز}}{F_{cr_1}} = \frac{۱۲۰\times ۱۰^{۵}\, C_b}{(l_b/r_t)^{۲}}$$

$$\sqrt{\frac{۷۲\times ۱۰^{۵}\, C_b}{F_y}} < \frac{l_b}{r_t} < \sqrt{\frac{۳۶۰\times ۱۰^{۵}\, C_b}{F_y}} \Rightarrow \underset{\text{مجاز}}{F_{cr_1}} = \left[\frac{۲}{۳} - \frac{(l_b/r_t)^{۲} F_y}{۱۰۷۵\times ۱۰^{۵}\, C_b}\right] F_y$$

— کمانش پیچشی ناشی از خمش 8

$$(F_{cr})_{۲} = \frac{\pi C_b}{l_b S_x}\sqrt{E I_y G J}$$



$J = \sum \frac{۱}{۳} b t^{۳}$

— اگر از جان در مقابل پیچش صرفنظر کنیم :

$J = \frac{۲}{۳} b_f t_f^{۳}$

$I_y \cong ۲ I_f = \frac{۲ t_f b_f^{۳}}{۱۲}$

$S_x \cong A_f h = b_f t_f h$ از جان صرفنظر می کنیم

کمانش پیچشی خالص $\boxed{F_{cr۲} = \frac{۱۲ \times 10^{۵} C_b A_f}{l_b . h}}$

— آیین نامه با اعمال ضریب اطمینان :

$F_{b۲}$ $\boxed{\underset{\text{مجاز}}{(F_{cr۲})} = \frac{۸۴۰۰۰۰ \, C_b}{\frac{l d}{A_f}}}$

d عمق تیر

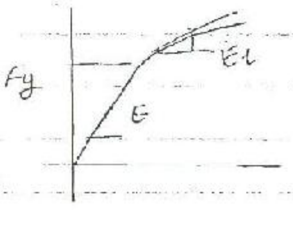
L فاصله تکیه‌گاه جانبی در بال

$* \quad F_b = Min(۰.۶ F_y , Max(F_{b۱}, F_{b۲}))$

ج ۲۶ به نام خدا ۸۴٫۳٫۲

اعضای خمشی :

معیار تسلیم خمشی
معیار تسلیم برشی
معیار خیز
معیار کمانش موضعی
معیار جنش (لهیدگی) زیر بارهای متمرکز
معیار کمانش جانبی
" " پیچشی
- حداکثر عمق تیر



- طراحی :

تیرهای با تکیه‌گاه جانبی کافی :

- معیار کمانش جانبی حذف می‌شود
- " " پیچشی ← تا حد تسلیم و حتی بالاتر از تسلیم می‌تواند باربری داشته باشد
- " " موضعی

تیرهای با تکیه‌گاه جانبی ناکافی :

- تنش‌ها تا Fy در تمام عمق
بالاتر از تسلیم - Et بعد از حد تسلیم :
- جلوگیری از کمانش با معیار سختی Et انجام می‌گیرد

} مقطع فشرده < باربری از SFy به 2Fy تبدیل می‌شود
بازتوزیع انجام می‌گیرد

مرز تسلیم - سختی E
رفتار منطقی
- جلوگیری از کمانش با سختی E انجام می‌گیرد

} مقطع غیرفشرده
باربری تا SFy میسر نیست
بازتوزیع انجام نمی‌شود

تیرها به دو دسته تقسیم می‌شوند :

۱- تیرهای با مقطع فشرده با اتکای جانبی کافی $F_b = 0.66 F_y$ + بازتوزیع تشویقی

۲- تیرهای با مقطع غیرفشرده با اتکای جانبی کافی

۳- تیرهای با مقطع فشرده یا غیرفشرده فاقد تکیه‌گاه جانبی کافی

$F_b = 0.6 F_y$

$F_b < 0.6 F_y$ حتماً باید کمتر باشد و به فاصله تکیه‌گاه جانبی بستگی دارد

در E_t سعی در باربری کمک نمی‌کند بلکه باید مقطع پروفیل باشد :

- اگر بخواهیم کمانش موضعی را حل کنیم کمانش موضعی یا جانبی اتفاق نیفتد ؟

در محدوده الاستیک ← اول تسلیم است بعد کمانش

باید $\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(\frac{b}{t})^2} > F_y$

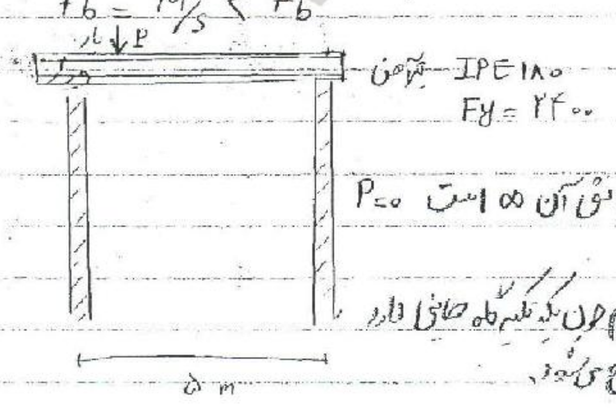
σ_{cr} در محدوده غیرالاستیک : $\frac{\pi^2 E_t}{(b/t)^2} > F_y$ ؛

در حالت غیرالاستیک b/t کمتری نسبت به حالت الاستیک لازم داریم

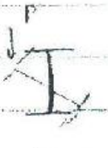
- $b/t < \sqrt{\frac{\pi^2 E}{F_y}}$

- $b/t < \sqrt{\frac{\pi^2 E_t}{F_y}}$

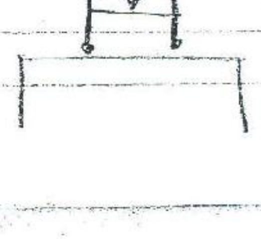
* $f_b = M/S < F_b$



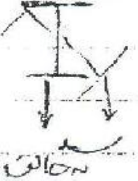
سوال - P چقدر می‌تواند باشد



تیر فاقد تکیه‌گاه جانبی است ؛ طول کمانش آن ∞ است $P = 0$



اگر بار را در این حالت بگذاریم چون یک تکیه‌گاه جانبی دارد طول کمانش [illegible] می‌شود.



- اگر بار را با این اتصال بدهیم تیر می‌خواهد پایدارتر شود یعنی بار بیشتری می‌توان اعمال کرد

به حالت اولیه برمی‌گردد.

- اگر دو نقطه روی دیوار را تعبیه کنیم تا زه طول آزاد تیر ۵^m می‌شود و بار تیر افزایش می‌یابد ؟

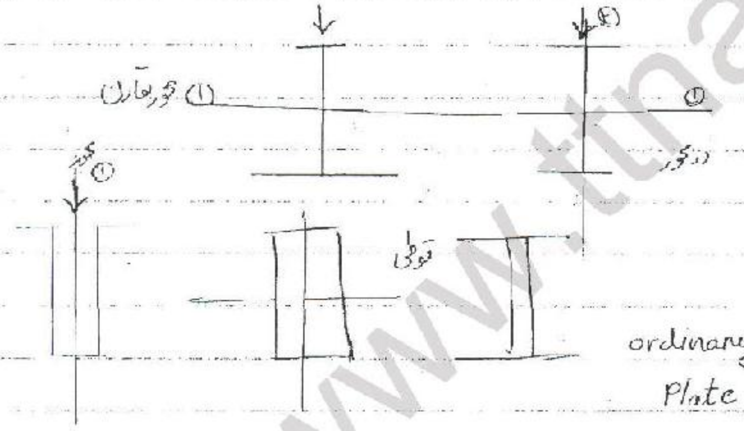
ص ۲۷ =

۲-۱-۱۰

- نکته :

۱- مقطع نیمرخ نورد شده یا ساخته شده است فرقی ندارد

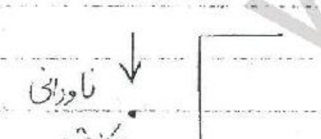
۲- محور تقارن ؛ یا یک محور تقارن

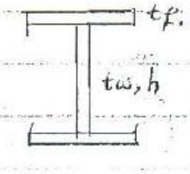


۳- در صفحه تقارن بارگذاری شوند ← نحوه بارگذاری

۴- تیرهای معمولی ordinary Girders

تیرهای ورقی Plate Girders





تیر معمولی $-\frac{h}{t_w} < \frac{۶۳۷۰}{\sqrt{F_b}}$

ورقی $-\frac{h}{t_w} > \boxed{\frac{۶۳۷۰}{\sqrt{F_b}}}$

✓ این عدد مقداری است که خمش در تیر باعث کمانش در جان می‌شود

اگر ناودانی بخواهیم این گونه بار بگذاریم پیچش تولید می‌شود که باید قید بگذاریم

۵- $f_b < F_b$ — اگر لنگر کمانشی باید از لنگر تسلیم بزرگتر باشد $M_{cr} > M_y$

یعنی تیر تکیه‌گاه جانبی کافی دارد :

۶- $f_v < F_v$

پیچشی

* برای آنکه کمانش جانبی و یا کمانش پیچشی اتفاق نیفتد باید $M_{cr} >> M_y$ باشد

۷- اثرات بارهای متمرکز به طور جداگانه بررسی شود

$$M_{cr}=\sqrt{\underbrace{\frac{\pi^4}{\ell^4}EC_{(a)}CI_y}_{\text{جانبی}}+\underbrace{EI_{w}C_{(a)}\frac{\pi^2}{\ell^2}}_{\text{پیچشی}}}$$

۸- کمانش موضعی اجزای تیر با محدود کردن $\frac{b}{t}$ اجزاء

* هر کدام را جداگانه بزرگتر از M_y قرار دهیم :

۹- تغییر مکان تیر به طور جداگانه محدود گردد

$$\left.\begin{array}{ll} L_c = \frac{635 b_f}{\sqrt{F_y}} & \text{فاصله تکیه‌گاه جانبی برای جلوگیری از کمانش جانبی} \\ L_c = \frac{14\times10^5}{(d/A_f)F_y} & \text{" " " پیچشی} \end{array}\right\}$$

* f_b ε

f_b با تحلیل خطی تیر ناشی از بارگذاری در حد سرویس و محاسبه تنش‌ها در مقطع بر اساس تئوری برنولی بدست می‌آید

* F_b ε

عرض بال فشاری

طول مهار نشده تیر $L_b \leq L_c = Min\left[\frac{635 b_f}{\sqrt{F_y}}, \frac{14\times10^5}{(\overset{\text{عمق تیر}}{d}/A_f)F_y}\right]$ مساحت بال فشاری

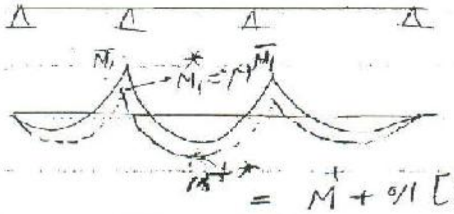
— در این صورت تیر با مهار جانبی کافی تلقی می‌شود :

— مقطع فشرده ε مقطعی است که :

۱- اجزای تشکیل دهنده آن در طول دارای پیوستگی کامل باشند :

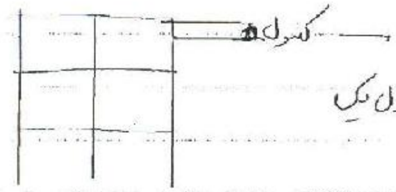
۲- نسبت عرض به ضخامت اجزای تیر با فرض کمانش غیرالاستیک طوری باشد که تنش کمانشی از تنش تسلیم بزرگتر باشد

جدول ۱-۳ آیین نامه


$\bar{M}_1$
$\overset{*}{M}_1 = ۰/۹ \bar{M}_1$

$\bar{M}_1 , \bar{M}_2 > \overset{+}{M}$

$$\overset{+}{M}{}^{*} = \overset{+}{M} + ۰/۱ \left[\frac{\bar{M}_1 + \bar{M}_2}{۲}\right]$$



برای کنسول ها
بازتوزیع مجاز نیست چون کنسول یک
عضو معین است.

– ۱۵٪ تنش مجاز خمشی

– ۲– ۲– ۱– ۱۰

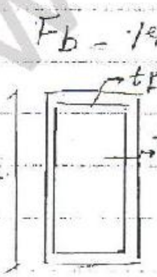
$F_b = ۰/۷۵ F_y$

تسمه

– ۳– ۲– ۱– ۱۰

– تنش مجاز خمشی برای مقاطع قوطی، مربع مستطیلی، لوله، دایره ای؟
نسبت به محور قوی یا ضعیف؟

$F_b = ۰/۶۶ F_y$



شرایط فشردگی

① $d < ۶b$

② $t_f < ۲ t_w$

③ $L_b < L_c = ۱۰^{۳} (۱۳۷ + ۸۴ \frac{M_1}{M_2}) \frac{b}{F_y}$

بازتوزیع مجاز نمی باشد

ج ۲۷ برنامه جدا ۸۴/۳/۷

$$f_b = \frac{M}{S} \leqslant F_b =$$

مقاطع بار

$\to 0.66F_y$ برای مقاطع فشرده و اتکای جانبی کافی همراه با باز توزیع به میزان ۱۰ درصد

$\to 0.6F_y$ برای مقاطع غیرفشرده با اتکای جانبی کافی

$\to \mathrm{Min}\left[0.6F_y , \mathrm{Max}(F_{b1}, F_{b2})\right]$ برای مقاطع فشرده و غیرفشرده بدون اتکای جانبی کافی

* مقطع فشرده

- پیوستگی کامل بال و جان اجزای مقطع
- پهنای عرض به ضخامت بسیار محدود برای اجزاء

---

* مقطع غیرفشرده

- نقض هر یک از ۲ شرط فوق

* اتکای جانبی کافی

فواصل موجود تکیه‌گاه‌های جانبی نواحی فشاری $L_b < \mathrm{Min}\left[\frac{635 b_f}{\sqrt{F_y}} , \frac{14\times10^5}{(\frac{d}{A_f}) F_y}\right]$

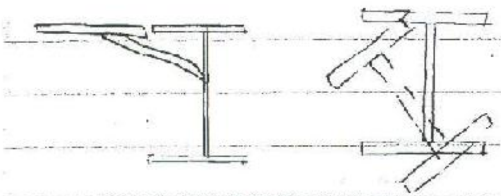
- b_f ، A_f عرض و مساحت بال فشاری
- d عمق تیر

* مقادیر F_{b1} و کمانش جانبی

$$\frac{L_b}{r_t} < \sqrt{\frac{72\times10^5 C_b}{F_y}} \Rightarrow F_{b1} = 0.6 F_y$$

$$* \quad \frac{l_b}{r_t} > \sqrt{\frac{۳۶۰\times ۱۰^۵ C_b}{F_y}} \Rightarrow \quad F_{b1} = \frac{۱۲۰\times ۱۰^۵ C_b}{(l_b/r_t)^۲} \leqslant ۰/۶F_y$$

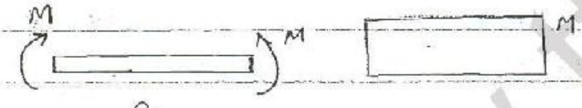
$$\sqrt{\frac{۷۲\times ۱۰^۵ C_b}{F_y}} < \frac{l_b}{r_t} < \sqrt{\frac{۳۶۰\times ۱۰^۵ C_b}{F_y}} \Rightarrow \quad F_{b1} = \left[\frac{۲}{۳} - \frac{F_y(\frac{l_b}{r_t})^۲}{۱,۷۵\times ۱۰^۵ C_b}\right] F_y \leqslant ۰/۶F_y$$



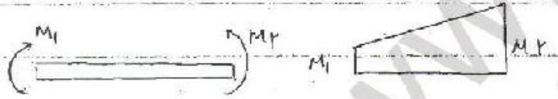
* مقدار F_{b2} تنش مجاز از نظر کمانش پیچشی :

$$F_{b2} = \frac{۸۴\times ۱۰^۴ C_b}{\frac{l_b \cdot d}{A_f}} < ۰/۶F_y$$

Cb در همه عبارات وقتی از یک بیشتر می‌شود تنش مجاز را افزایش می‌دهد



$C_b = ۱$

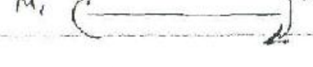


– Cb این مقطع بزرگتر خواهد، تمایل کمانش کاهش می‌یابد ؛ (Cb>1)

$$* \quad C_b = ۱,۷۵ + ۱,۰۵\frac{M_1}{M_2} + ۰/۳\left[\frac{M_1}{M_2}\right]^۲ < ۲,۳$$

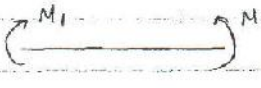
M_1 لنگر کوچکتر تکیه سر تیر

M_2 لنگر بزرگتر تکیه سر دیگر تیر



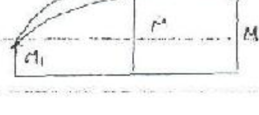
$\frac{M_1}{M_2} > ۰$

– اگر $C_b > ۲,۳$ شد همان ۲,۳ را بکار می‌بریم ؛

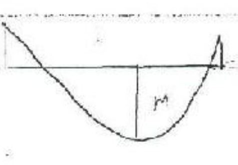


$\frac{M_1}{M_2} < ۰$

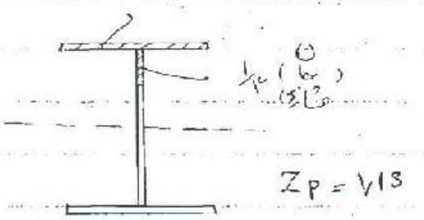
* اگر لنگر نقطه وسط دهانه از لنگر دو انتها بیشتر باشد $C_b = ۱$ است



$C_b = 1$



$C_b = 1$

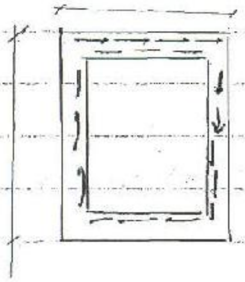


* در کنسول ها $C_b = 1$

r_t = حول محور ضعف

* در مقاطع بسته جریان برش یک مسیر بسته ای را طی می کند اما در مقاطع باز جریان برش فقط در ضخامت می چرخد

* طراحی خمشی تیرهای بسته :



برش ها در مقابل پیچش بسیج می شوند و جلوی پیچش را می گیرند و تا رسیدن به پیچش مقطع خیلی کم است تا رسیدن کمانش جانبی پیچشی

تقریباً این گونه مقاطع با اتکای جانبی کافی تلقی می شوند

دو دسته اند :

۱- مقاطع فشرده :

* $F_b \leqslant F_b = ۰/۶۶ F_y$

شرایط فشردگی ۱- پیوستگی کامل بال و جان

با اتکای جانبی کافی ۲- محدودیت در نسبت پهنا به ضخامت

۳- $d < ۶b$

در این حالت باز توزیع نداریم چون $Z_p >> ۱/۱ S$

فاصله نقطه اول تسلیم تا آخر تسلیم خیلی بزرگ است

شرایط اتکای جانبی کافی {
- $t_f < ۲ t_w$
- $L_b < ۱۰^۳ (۱۳۷ + ۸۴ \frac{M_1}{M_2}) \frac{b}{F_y}$

۲- مقاطع غیرفشرده :

* $f_b \leqslant F_b = ۰/۶ F_y$

- یکی از دو شرط ① و ② نقض شود
- $d < ۶b$
- $L_b < L_c$
- $t_f < ۲ t_w$

اگر $d > ۶b$ باشد $F_b < ۰/۶ F_y$ خواهد بود

* $L_b = \frac{220\times10^3 b}{\frac{F_y}{240}} \Rightarrow L_b \simeq 100b$

اگر Lb تا ۱۰۰ برابر
b هم باشد تیر با اتکای
جانبی کافی تلقی می شود *

- یعنی یک تیر فولادی شکل درست می کنیم عملاً تا این حد کمانش جانبی پیچشی را با Lb ها تا از بین می بریم :

مثلاً فولادی 4^{cm} تا حدود 4000^{mm} یا 4^{m} می تواند طولش باشد بدون این که دچار کمانش شود

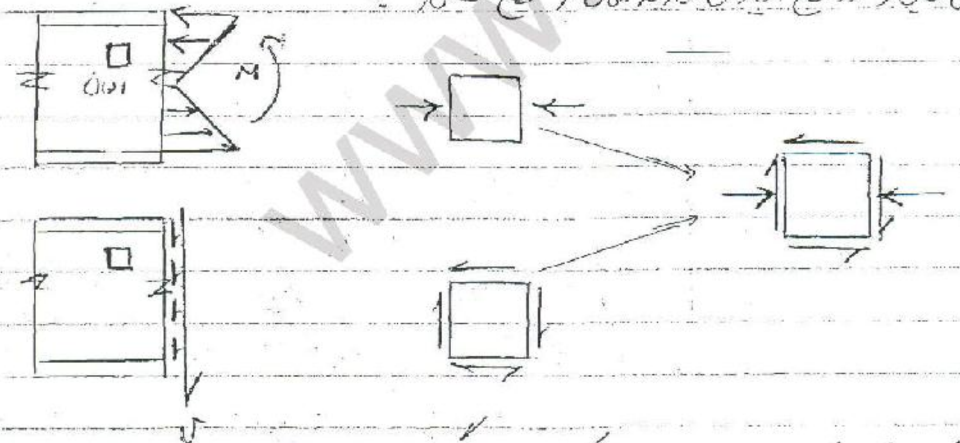
* طراحی برشی تیرها :

در تیرها همواره نیروهای ایجاد شده

- لنگر خمشی
- نیروی برشی $V = dM/dx$

خواهد بود :

نیروهای برشی تنش هایی را در مقطع ایجاد می کند که مماس بر مقطع هستند :



- در واقعیت اثر تنش برشی و خمشی باید به صورت مجموعه ملاک بار طراحی قرار گیرد

ولی دو حالت وجود دارد که می توان این اثر توأم را فراموش کرد

– مقادیر حداکثر برش و خمش با یکدیگر در طول عضو به وقوع نمی پیوندند :

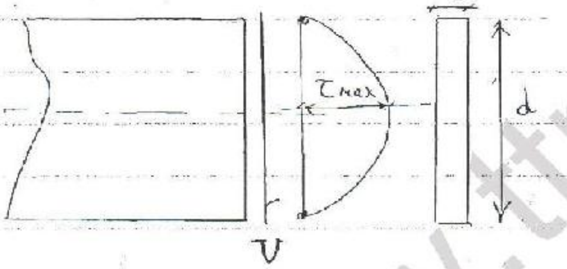
– مقادیر حداکثر تنش خمشی در مقطع با تنش برشی در مقطع در یک تار اتفاق نمی افتد :

– پس این تناسب وجود دارد که بتوان خمش را جداگانه و برش را جداگانه طراحی کرد البته یک اثر توأم دارند که در ضریب اطمینان مؤثر است :

– نتیجه :

به جز در موارد بسیار خاص «تیرورقها» در سایر موارد در تیرها طراحی خمش و طراحی برای برش به صورت جداگانه انجام می شود و از اثرات توأم آنها صرف نظر می گردد

* طراحی برشی تیر :



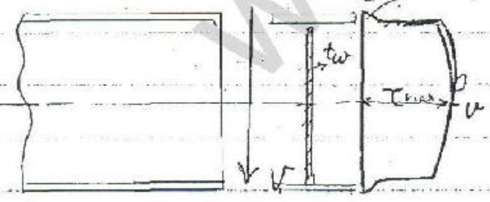
در وسط مقطع بیشترین تنش برشی را داریم

در تیرهای لانه زنبوری ناحیه‌ای که می برند تا ارتفاع تیر زیاد شود در واقع بیشترین نیاز وجود دارد که جوش صلبی کمی هم می دهند

$$f_v = \frac{VQ}{It} \quad * \quad \overline{f_{v_{max}}} = 1.5\frac{V}{dt}$$

در وسط مقطع

در این ناحیه جهش زیاد داریم



$$f_v = \frac{VQ}{It}$$

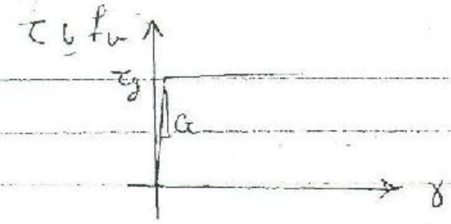
با فرض حذف بال‌ها و توزیع یکنواخت تنش

$$f_v = \frac{V}{d t_w}$$

* سهم مشارکت بال‌ها در برش صفر است :

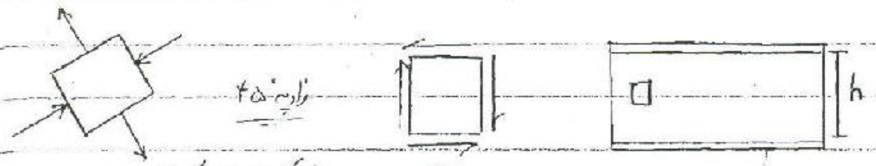
* بال‌ها را عمدتاً برای خمش نگه می داریم و جان را برای برش می گیریم :

* مقاومت اسمی برشی مقطع :

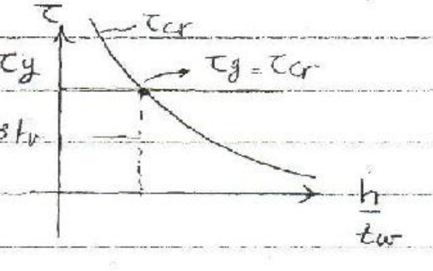


- معیار تسلیم برشی: * $f_v \leqslant \frac{\tau_y}{F.S}$

معیار پایداری



* $f_v < \tau_{cr}$



یعنی یک مسئله‌ی کمانش داریم
وقتی مقطع تحت برش قرار بگیرد
اگر این فشار به اندازه‌ای باشد که جان
در صفحه خودش کمانش کند باربری آن از
دست می‌رود

$$\tau_{cr} = \frac{\pi^2 E K}{(\frac{h}{t_w})^2}$$

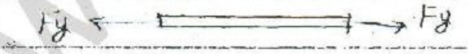
- اگر $\frac{h}{t_w} > (\frac{h}{t_w})_{cr}$ ⇐ تنش تسلیم زودتر از تنش کمانشی برشی به وقوع می‌پیوندد

$$(\frac{h}{t_w})_{cr} = \frac{۳۱۸۵}{\sqrt{F_y}}$$

اگر Fy را حدود ۲۴۰۰ بگیریم $(\frac{h}{t_w})_{cr} \simeq ۶۳$

در جدول اشکال برای محدوده تیرهای خمشی این مقدار
رعایت شده است

* تنش تسلیم برشی



$\sigma_1 = F_y$
$\sigma_2 = \sigma_3 = 0$

معیار تسلیم ترسکا $= \left\{ \left|\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right|, \left|\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right|, \left|\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}\right| \right\}$

ترسکا ⇒ $\tau_{max} = \frac{\sigma_1}{2} = ۰/۵ F_y$

معیار ون میسس → $\tau_{max} = \frac{\sqrt{3}}{3} F_y \simeq ۰/۵۷ F_y$

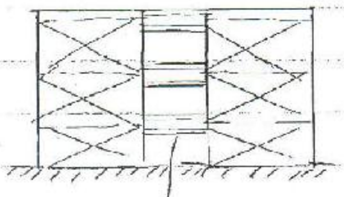
* $F_v = \frac{\tau_y}{F.S} \cong ۰/۴ F_y$

- در تیرهای معمولی که در آنها $\frac{h}{t_w} < \frac{۲۱۸۵}{\sqrt{Fy}}$ باشد :

* $f_v = \frac{V}{d t_w} < F_v = ۰/۴ Fy$

در همه تیرهایی که به طور خمشی کنترل می کنیم در بر مقطعی با $F_v < ۰/۴Fy$ بوده و رابطه بالا صدق کند

این که خمش حاکم است یا برش به طول دهانه بستگی دارد که کوتاه یا بلند باشد. تیرهای کشیده و بلند عملکرد خمشی دارند ؟



- عملکرد تیرها :

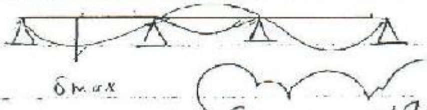
L طول تیر
d عمق تیر
خمشی ← $\frac{L}{d} > ۵$
برشی ← $\frac{L}{d} < ۳$

* در تیرها بعد از طراحی خمشی، برش هر مقطع را هم از نیروی برشی max کنترل می کنیم به ندرت اتفاق می افتد به خاطر برش بخواهیم مقطع تیر را عوض کنیم مگر این که عملکرد تیر برشی باشد .

* معیار تغییر مکان تیر :

تیری که تغییر مکان ندارد هیچ کرنش و تنش در آن ایجاد نخواهد شد اصولاً تغییر شکل هیچ مانعی در طراحی نخواهد داشت و صرفاً یک پارامتر serviceability است که روی کارایی تیر اثر می گذارد .

- طراحی تیر برای تغییر مکان :



$$\delta_{max} = \frac{\alpha q l^4}{EI}$$

* مگر با l^2 تغییری کند ولی تغییر مکان با l^4 :

$\delta_{max} <$ تغییر مکان مجاز

در آیین نامه ها ذکر شده است

بند ۱۰-۱-۹ توجه به شرایط بهره برداری δ

برای سقفهای گچ کاری شده δ

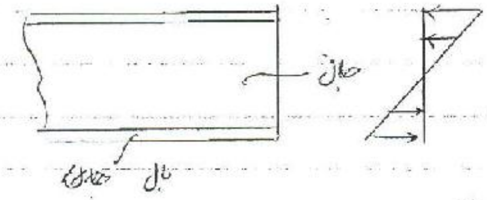
- تحت اثر بارهای مرده و زنده $\delta_{max} = l/۲۴۰$
- تحت اثر بارهای زنده $\delta_{max} = l/۳۶۰$

می توان اساساً تغییر مکانها را به صورت بدون خطر اعمال کرد و اساساً از معیارها حذف نمود.

۸۴٫۳٫۹ به نام خدا ۲۸ ج

- تقویت تیرهای خمشی 8

۱. برای معیار تسلیم ما نیاز به تأمین S داریم یعنی مدول خمشی مقطع را بالا ببریم یا Fy مقطع را افزایش دهیم ؛



بیشترین موارد مصرف تیرهای فولادی ، تیرهایی هستند که با ورق ساخته می شوند

چون بیشترین تنش در بال ها ایجاد می شود با بالا بردن تنش جان هیچ خاصیتی ایجاد نخواهد کرد یعنی هیچ ارزشی افزوده ای فراهم نکرده ایم

از طرفی چون تنش های موجود جان و بال به هم نزدیک است تأمین فولاد هر نوع ورق برای بال و جان باید از یک order بالا ببریم می‌توانیم کنیم جنس فولاد بال و جان را باهم upgrade کنیم

۱. افزایش Fy 8 به طور مستقیم در بالا بردن مقاومت موثر است چون $\leftarrow$ $M_{max} = SF_y$

هم در بال هم در جان

ولی Fy بالا می رود 8

— مقادیر $\frac{b}{t} = \frac{\bigcirc}{\sqrt{F_y}}$ کل کسر کوچک می شود پس باید نسبت اعضای $\frac{b}{t}$ محدودتر در نظر گرفته شود تا کمانش بحرانی نشود

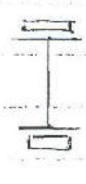
— $\frac{l}{r_t}$ که کمانش جانبی تأثیر است $= \frac{\bigcirc}{F_y}$ این کسر کوچک می شود و محدوده $\frac{l}{r_t}$ جمع‌تر خواهد شد

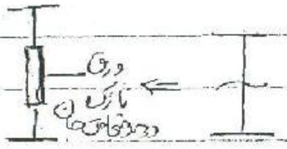
۲. افزایش S 8

$$S \simeq (A_f + \frac{1}{6} A_w)\, h$$ شکل I

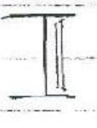
برای افزایش S هر کدام از این ها را می توان زیاد کرد

- اگر A_f زیاد شود 8



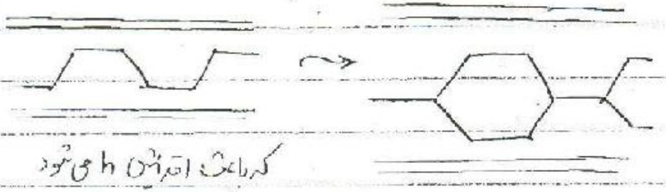


- افزایش h



- Aw زیاد شود

در روش‌های موجود از زنبوری کردن استفاده می‌شود :



که باعث افزایش h می‌شود

* می‌خواهیم با $۱۰ \, cm^2$ فولاد کدام یک از روشهای بالا مفیدتر است ؟

اگر به صورت افزایش ارتفاع h باشد در مدول مقطع به طور مستقیم باعث افزایش آن می‌شود یعنی یک ورق بکار ببریم

اگر بخواهیم به صورت Af بگذاریم باید ببینیم چه تغییری از این افزایش خواهیم یافت

مثلاً $A_f = ۲۰$, $A_w = ۱۵$ $\xrightarrow{+۵ \, cm}$ $A_f + A_w/۶ = ۲۰ + \frac{۱۵}{۶} = ۲۲٫۵$

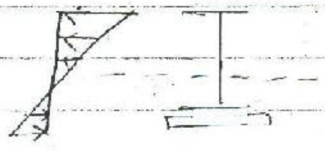
جدید $= ۲۵ + \frac{۱۵}{۶} = ۲۷٫۵$ $\rightarrow \frac{۲۷٫۵}{۲۲٫۵} \simeq ۲۰\%$ ✓

در حالیکه در حالت اول ۵۰٪ مؤثر بود

اگر Aw اضافه کنیم   جدید $= ۲۰ + \frac{۲۵}{۶} = ۲۴٫۱ \rightarrow \frac{۲۴٫۱}{۲۲٫۵} \simeq \%۱۰$ ✓

* بین افزایش مدول مقطع اولویت‌ها :
- افزایش h
- افزایش Af
- افزایش Aw   این کار البته خیلی مؤثر نخواهد بود .

* وقتی تیری زیر اثر بار است افزایش h ممکن نیست ولی می‌توان یک ورق یا چند ورق به آن اضافه کرد تا S افزایش یابد



* البته راه حل‌های دیگری هم هست مثلاً ورق را فقط به یک بال اضافه کنیم :

= در این حالت تار خنثی پایین می‌آید و مدول مقطع را در بالای تار خنثی افزایش زیاد و کمی کمتر از حالت عادی می‌شود . باید از مصالح استفاده بهینه کنیم

www.ttmar.ir

* افزایش Aw ؛

- مدول مقطع را خیلی بسیار اندک می دهد
- ممان اینرسی را " " "
- بار بحرانی را افزایش می دهد در جایی که سراز طرح برش ضعیف باشد جسبیدن ورق جان مؤثر است
- محدودیت معماری ایجاد نمی شود
- کمانش جان یک مقدار بهتر می شود اما در کمانش های دیگر تأثیری ندارد ؛

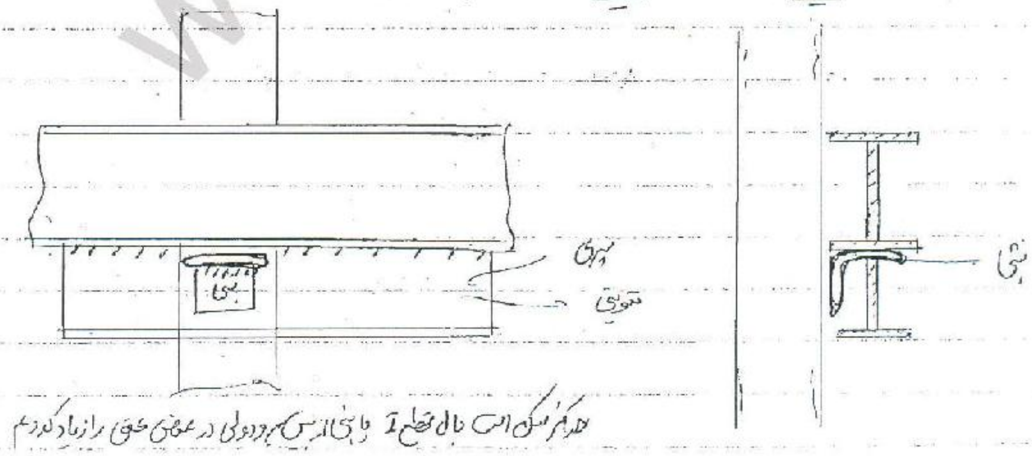
این روش تقویت خیلی به عنوان تقویت دیگر تلقی نمی شود ؛

* افزایش Af در یک بال ؛

- از بیشتر جهات مفید است ؛
- کاهش مدول مقطع «نسبتاً» ؛ مقدار افزایشی خیلی کم است
- ممان اینرسی بسیار کم افزایش می یابد
- همینطور کمانش جانبی ؛ چنانچه Af اضافی در بال فشاری باشد افزایش می یابد یا به عبارتی بهتر می شود

* اضافه کردن یک ورق در بال تحت کشش باعث می شود تا عمق فشاری جان افزایش یابد ؛ در نتیجه وضعیت کمانش جانبی بدتر شود ؛

- کاهش تنش با اضافه کردن یک ورق در بال فشاری Af درصورت است Fb کاهش می شود بهتر می شود ؛
لاکن اگر در بال کششی بگذاریم باز هم بهتر می شود تفاوت در این است که بیشتر خواهد شد کمانش بالاتر می رود ؛



هدف ممکن است بال مقطع I و نبشی از بس کم بود ولی در عمل عمق را زیاد کردیم

– پتانسیل کمانش موضعی جان نیز افزایش می‌یابد   ص ۱۸ جدول   جان قطعات تحت اثر فشار حاصل از خمش

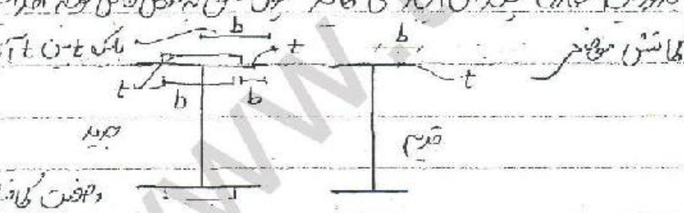
– عمق زیاد ورق‌های مفید را کم می‌کند ؛ چون ورق‌های زیر ان تیر به پایین قابل استفاده است

– جوشکاری را ما جایی انجام می‌دهیم که بیشترین demand خمشی آنجا وجود دارد

– این روش ارزان‌ترین روش تقویت است چون مصالح کمتری دارد طبق مثال گفته شده
مطلوبیت‌های اقتصادی و اجرایی   جوشکاری کمتری نیاز دارد در مقایسه با افزایش Af که جوشکاری نداریم اما
۴ خط جوش داریم

* افزایش Af :
افزایش مساحت دو بال (فوقانی و تحتانی) :

محسنات : – مدول مقطع را به نحو مطلوب افزایش می‌دهد نه مؤثر " واقعاً تأثیر ندارد " ↓
– ممان اینرسی I " " " " کمی هم اثر $\frac{Af \text{ جدید}}{Af \text{ قدیم}}$ ؛
– بارهای برشی تغییری نکرده است چون سطح جان ثابت مانده
– محدودیت معیارهای جداسازی ایجاد می‌نماید چون عرض به شکل قابل توجه افزایش می‌یابد
– کمانش موضعی



وضعیت کمانش موضعی در این حالت
بهتر از حالت قدیم است

– کمانش جانبی   چون محور ضعیف rt زیاد شده $\frac{l}{r_t}$ کاهش یافته
کمانش جانبی دیرتر اتفاق می‌افتد

– کمانش پیچشی   Af زیاد شده ولی دیرتر اتفاق می‌افتد وضعیت بهتر می‌شود

* معایب :   – جوشکاری در این حالت بیشتر است
– به لحاظ اقتصادی در مقایسه با افزایش عمق مطلوبیت کمتری دارد ؛
* در افزایش عمق پتانسیل خوردگی ، فرسایش ، آتش‌سوزی بالا می‌رود

* افزایش A_w :

- مدول خمشی را تغییر بسیار اندک می دهد
- میزان انرژی " " " "
- باربری برشی افزایش می دهد در جایی که نیاز طرح برش ضعیف باشد جهت افزایش برشی بسیار موثر است
- محدودیت معماری ایجاد نمی شود
- کمانش جان تیر مقدار بهتر می شود اما در کمانش های دیگر تاثیری ندارد :

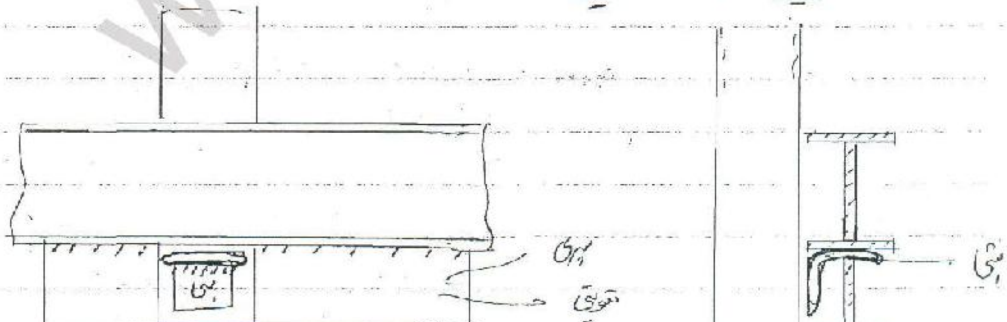
این روش تقویت جنبی به عنوان تقویت دیگر تلقی می شود :

* افزایش A_f در بال :

- از بیشتر جهات مفید است :
- کاهش مدول خمشی «دوبرابر» و طول افزایش خیلی کم است
- میزان انرژی بسیار کم افزایش می یابد
- همچنین کمانش جانبی هم چنانچه A_f اضافی در بال فشاری باشد افزایش می یابد یا به عبارتی بهتر می شود

* اضافه کردن یک ورق در بال تحت کشش باعث می شود تا عمق فشاری جان افزایش یابد : در نتیجه وضعیت کمانش جانی بدتر شود :

- کمانش جانبی با اضافه کردن یک ورق در بال فشاری A_f در صورتی است F_b کنترل می شود بهتر می شود :
اما اگر در بال کششی بگذاریم باز هم بهتر می شود مقاومت در برابر خمش بیشتر خواهد شد ولی کمانش بالاتر می رود :



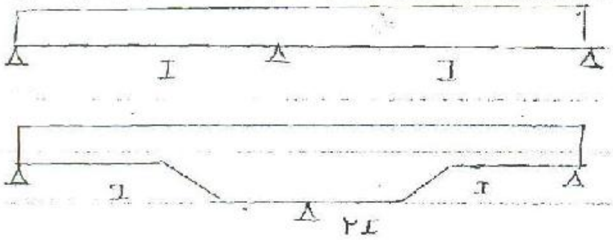
هرگاه ممکن است بال مقطع I پایینی از سمت ورودی در عمق عمق را زیاد کردیم

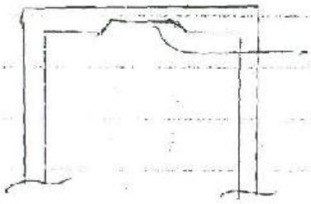
* افزایش مشخصات مقطع به صورت محدود باشد آنالیز سازه را متناسب با شکل جدید عوض کرد

اگر بر اساس ممان اینرسی ثابت I تحلیل
کنیم یا بر اساس 2I جدید توزیع
لنگر خمشی هم فرق خواهد کرد
پس باید سازه تقویت شده جدید را
دوباره آنالیز کرد نیروهای داخلی را
باید یافت

در پل ها

در وسط عمق را افزایش
می دهند چون در وسط تحت
خمش بیشتر است .





در وسط قاب
خمش کمتر است
عمق را کم می کنند