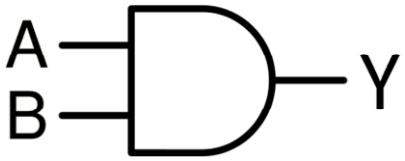
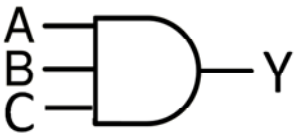
"وَ منطقی" And Gate



A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



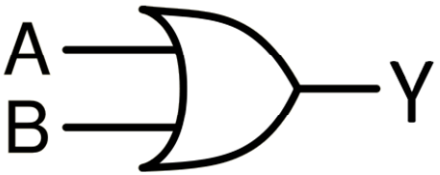
تابع منطقی
$Y = A . B = A \wedge B = AB$

یک gate نمی تواند بینهایت ظرفیت داشته باشد یعنی چون یک وسیله فیزیکی است برای آن یک **حد تکنولوژی** مطرح است.

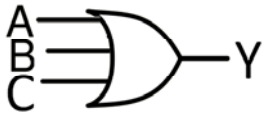
صفر عامل مطلق یا تعین کننده در AND و یا عامل خنثی!

$Y = A.B.C = ABC$

"یا منطقی" OR Gate



A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

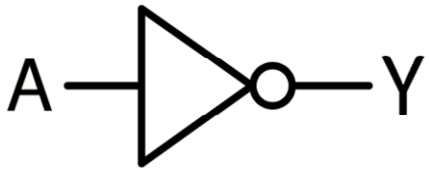


$Y = A + B = A \cup B$

۱عامل مطلق و تعیین کننده است
و ۰ عامل خنثی است

$Y = A + B + C$

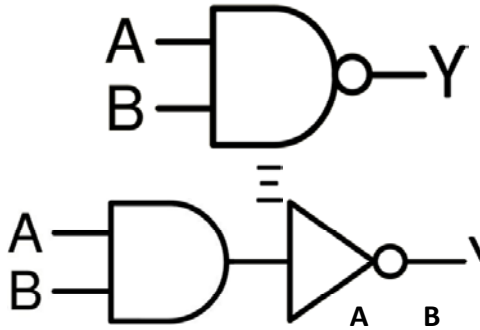
NOT Gate
"inverter"
"معکوس کننده"



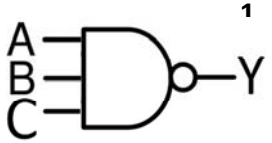
A	$Y = \overline{A}$
0	1
1	0

$Y = A'$

NAND Gate

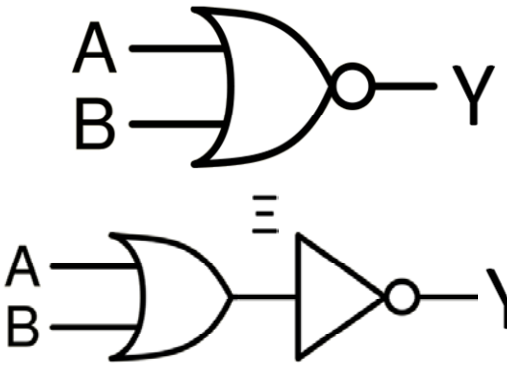


A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



$Y = (A . B)' = \overline{A . B}$

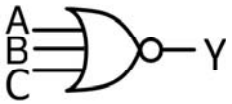
$Y = (ABC)'$

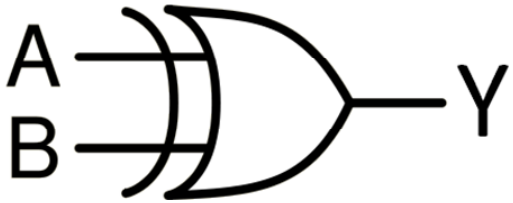


A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

NOR Gate

$Y = (A+B)' = \overline{A+B}$



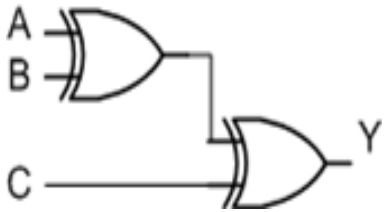


A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

XOR Gate
" انحصاری OR"
"نامعادل"

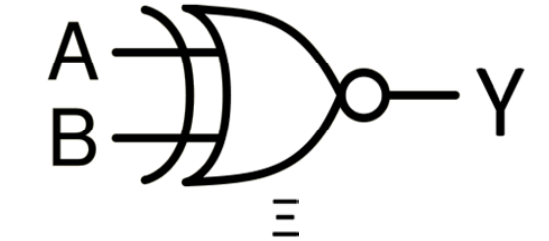
$Y = A \oplus B$

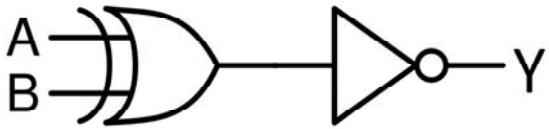
$Y = \bar{A}B + A\bar{B}$



$Y = A \oplus B \oplus C$

نامعادل های ورودی، خروجی را فعال می‌کند.



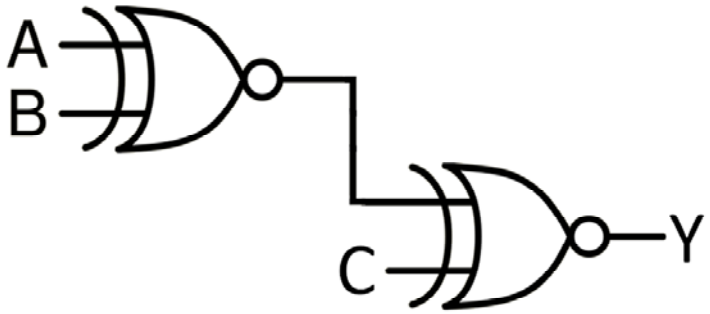


A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

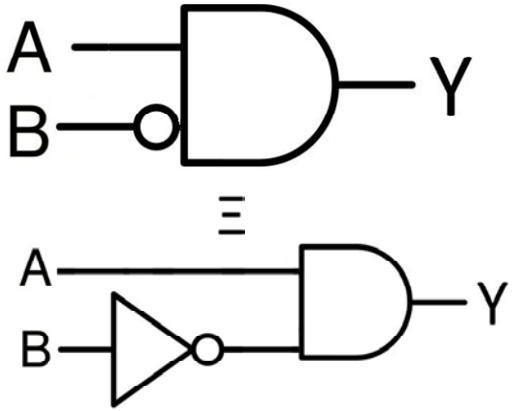
XNOR Gate
" انحصاری NOR"
"معادل"

$Y = A \odot B$

$Y = AB + \bar{A}\bar{B}$



$Y=(A \odot B) \odot C$

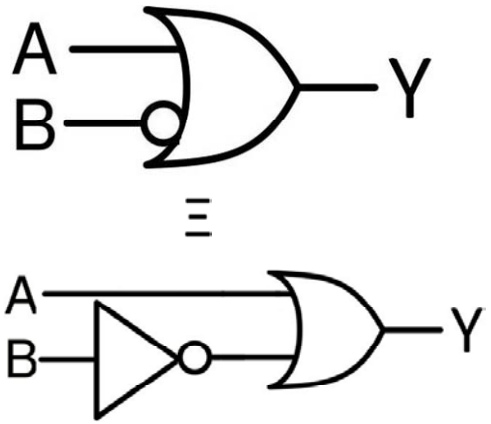


A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

Inhibit

$Y = A \cdot B'$

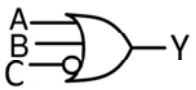
$Y = AB\bar{C}$



A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Implication

$Y = A + B'$



$Y = A + B + \bar{C}$

قوانین بول

1. $A \cdot B \cdot C = A(B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$
   $A + B + C = A + (B + C) = (A + B) + C$
   توزیع پذیری
2. $A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$
   $A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$
   فاکتورگیری
   +Aعامل مشترک فاکتورگیری
3. $A \cdot B = B \cdot A$
   $A + B = B + A$
4. $A \cdot (B + C) = A \cdot D$
   $D = B + C$

اتحاد های بولی

1. $A_1 . (A_1 + A_2) = A_1$
2. $A_1 . (A_1' + A_2) = A_1 . A_2$
3. $A_1 + (A_1' . A_2) = A_1 + A_2$
4. $A_1 . A_2 + (A_1 . A_2') = A_1$
5. $(A_1 + A_2) . (A_1 + A_2') = A_1$

قوانین دمورگان

0 . 0 = 0	X . X = X
0 . 1 = 0	X . X′ = 0
1 . 0 = 0	X′ . X = 0
1 . 1 = 1	X′ . X′ = X′

0 + 0 = 0	X + X = X
0 + 1 = 1	X + X′ = 1
1 + 0 = 1	X′ + X = 1
1 + 1 = 1	X′ + X′ = X′

قوانین دمورگان

1. $\overline{A + B} = \bar{A} . \bar{B}$
2. $\bar{\bar{Y}} = Y$
3. $\overline{A . B} = \bar{A} + \bar{B}$

0 . X = 0	0 + X = X
0 . X′ = 0	0 +X′ =X’
1 . X = X	1 + X = 1
1 . X′ = X′	1+ X′ = 1

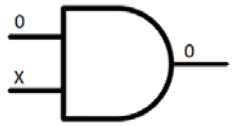
مثال:

$\overline{AC + \bar{B}\bar{D}} = \overline{AC} . (\bar{B}D)$

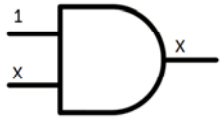
$\overline{\overline{AB} + \bar{C}D} = \overline{\bar{A}B} . (\bar{\bar{C}}D)$

خواص ۰ و ۱ در AND و OR

- ۰ برای AND عامل مطلق است.



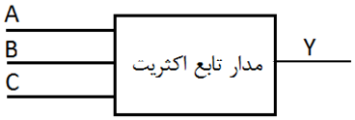
- ۱ برای AND عامل خنثی است.



- برای NAND این تعریف ها ثابت است اما برای OR و NOR بر عکس است.

مدار تابع اکثریت

- مثال: مداری را در نظر بگیرید به ازای سه ورودی A و B و C یک مدار را بدهد.(مدار تابع اکثریت)



	4 2^2 A	2 2^1 B	1 2^0 C	
m_0	0	0	0	0
m_1	0	0	1	0
m_2	0	1	0	0
m_3	0	1	1	1
m_4	1	0	0	0
m_5	1	0	1	1
m_6	1	1	0	1
m_7	1	1	1	1

ماکسترم

مین ترم پاسخ

مدار تابع اکثریت

- ادامه حل مثال:

$Y = m_3 + m_5 + m_6 + m_7 = M_0 . M_1 . M_2 . M_4$ منطق منفی

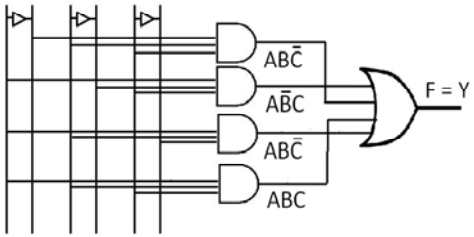
$Y = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$

فرم نرمال حاصل جمع حاصل ضرب ها یا SOP نرمال(Some Of Product)

قابل پیاده سازی با $4AND_3$, $1OR_4$, 3NOT

	A	B	C	Y
m_0	0	0	0	0
m_1	0	0	1	0
m_2	0	1	0	0
m_3	0	1	1	1
m_4	1	0	0	0
m_5	1	0	1	1
m_6	1	1	0	1
m_7	1	1	1	1

ادامه حل مثال:



$Y = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$

ساده سازی

$Y = C(A \oplus B) + AB(\overbrace{\bar{C} + C}^{1}{}')$

$Y = C(A \oplus B) + AB$ یک اختلافی ها

$Y = BC + AC + AB$ SOP(min) $3AND_2$ $1OR_3$

ادامه حل مثال:

$Y = C(A + B) + AB = A(B + C) + BC = B(A + C) + AC$

مینیمم ترکیبی

سه عبارت به دست آمده هیچ برتری نسبت به یکدیگر ندارند.

منطق منفی

$M_0 = \overline{m}_0 = \overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}} = A + B + C$

$M4 = \overline{\bar{A}BC} = \overline{m4}$

$Y = M_0 \cdot M_1 \cdot M_2 \cdot M_4$

$Y = (A + B + C)(A + B + \bar{C})(A + \bar{B} + C)(\bar{A} + B + C)$ فرم نرمال حاصل ضرب حاصل جمع ها

$4OR_3$, $1AND_4$, $3NOT$

$Y = [A + B + \underbrace{(C\bar{C})}_{0}] [A + C + \underbrace{(B\bar{B})}_{0}] [B + C + \underbrace{(A\bar{A})}_{0}]$

$Y = (A + B)(A + C)(B + C)$ $(POS)_{min}$

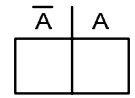
$Y = [A + (BC)][B + C]$

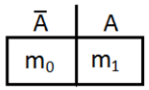
$Y = AB + AC + BC$ $(SOP)_{min}$

$A + \bar{A}B = \underbrace{(A + \bar{A})}_{1}(A + B) = A + B$ این دقیقا همان حالتی است که در فرم قبل به آن رسیدیم.

گراف کارنو

گراف کارنوی یک متغیره

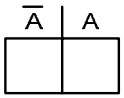


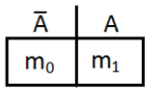


A	
0	m_0
I	m_I

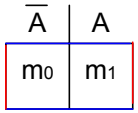
گراف کارنو

گراف کارنوی یک متغیره



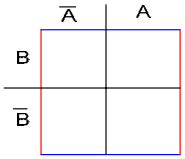


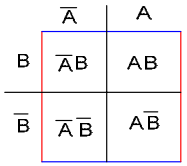
A	
0	m_0
I	m_I

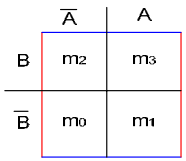


گراف کارنو

گراف کارنوی دو متغیره



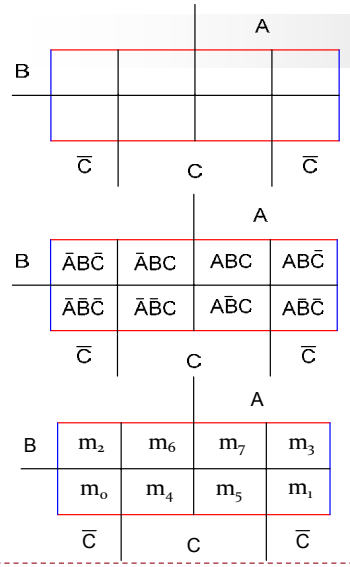




B	A	
0	0	m_0
0	I	m_I
I	0	m_2
I	I	m_3

گراف کارنو

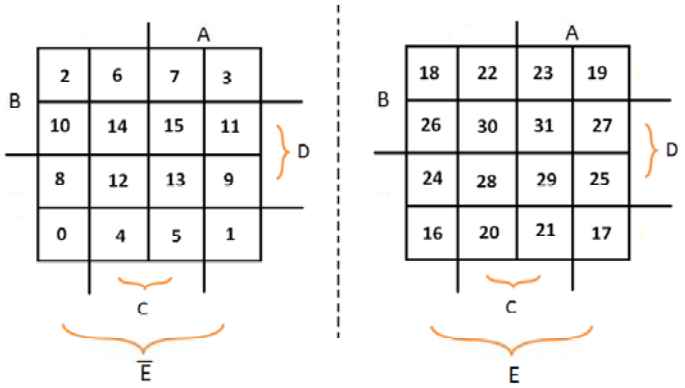
گراف کارنوی سه متغیره



C	B	A	
0	0	0	m_0
0	0	1	m_1
0	1	0	m_2
0	1	1	m_3
1	0	0	m_4
1	0	1	m_5
1	1	0	m_6
1	1	1	m_7

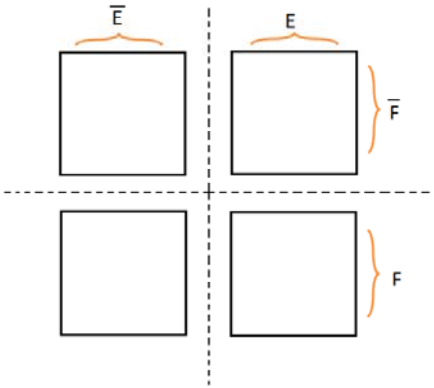
گراف (جدول) کارنو

گراف کارنوی پنج متغیره



گراف (جدول) کارنو

گراف کارنوی شش متغیره



گراف (جدول) کارنو

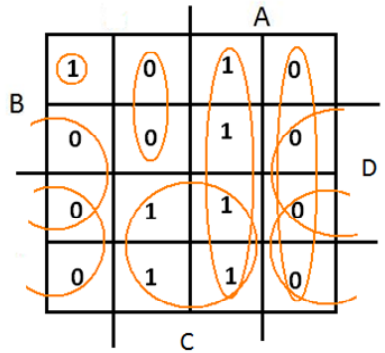
تعاریف:

- **مجاورها:**
  - در جدول کارنوی n متغیره هر خانه از دو جدول کارنو که یک اختلافی باشند، مجاور هم هستند؛ و با n-1 پارامتر معرفی می شوند.
  - در جدول کارنوی n متغیره هر خانه n مجاور دارد.
- **مجموعه ها:**
  - شرط تشکیل *مجموعه های دوتایی* آن است که دو مینترم با هم مجاور باشند.
  - در جدول کارنوی n متغیره هر مجموعه دوتایی با n-1 پارامتر معرفی می شود.

گراف (جدول) کارنو

- از مجاور بودن دو مجموعه دوتایی یک مجموعه چهار تایی به دست می آید.
- از مجاور بودن دو مجموعه چهار تایی یک مجموعه هشت تایی به دست می آید.

گراف (جدول) کارنو– مثال



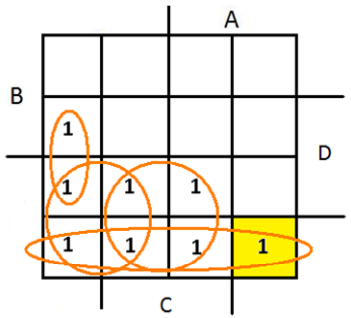
$$Y = \overline{\bar{A}BC + A\bar{C} + \bar{C}D + B\bar{C}}$$

$$Y = \bar{B}C + AC + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} \quad (sop)_{min}$$

$$Y = C\,(A+D) + \bar{A}B\bar{C}\bar{D}$$

گراف (جدول) کارنو

- لوپ اجباری چیست؟
- لوپ اجباری زمانی پدید می آید که لوپی شامل حداقل یک ۱ باشد که تنها در همان لوپ قرار دارد.



ساده سازی کامپیوتری به روش مکلاسکی

F= ∑m(0,1,2,4,6,7,9,10,12,15)

	A	B	C	D
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
4	0	1	0	0
6	0	1	1	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
12	1	1	0	0
7	0	1	1	1
15	1	1	1	1

	A	B	C	D
0,1	0	0	0	-
0,2	0	0	-	0
0,4	0	-	0	0
1,9	0	1	0	0
2,6	0	-	1	0
2,10	-	0	1	0
4,6	0	1	-	0
4,12	-	1	0	0
6,7	0	1	1	-
7,15	-	1	1	1