Www.iepnu.com

جدول ۸ ـ هزینه روش تعدیل نیروی انسانی در کارخانه پارچه‌بافی

هزینه اخراج	واحد پول قراردادی
(نفر / ۴۰۰ واحد پول قراردادی) (۴۳ نفر)	۱۷۲۰۰
هزینه استخدام	
(نفر / ۵۰۰ واحد پول قراردادی) (۱۴۸ نفر)	۷۴۰۰۰
هزینه نگهداری	
(۰/۱۸) (نفر ـ ساعت / ۳۰ واحد پول قراردادی) (۷۵۰۵ ساعت)	۴۰۵۲۷
هزینه اضافه کاری	
(نفر ـ ساعت / ۳ واحد پول قراردادی (۳۷۸۰ نفر ـ ساعت)	۱۱۳۴۰
جمع کل هزینه‌ها	۱۴۳۰۶۷

۵ ـ بررسی مورد خاص دوم (کارخانه تلویزیون رنگی)

یک کارخانه تولید کننده تلویزیون رنگی در ۳۲ دورهٔ قبلی تحت نظر مدیریت فعلی مشغول به کار بوده است. هدف ما در این بررسی استفاده از مفروضات داده شده برای دوره‌های ۱ تا ۲۴ جهت برنامه‌ریزی دوره‌های ۲۵ تا ۳۰ است. پس از آن این برنامه را با تصمیم واقعی دست‌اندرکاران در طول دوره‌های ۲۵ تا ۳۰ مقایسه نموده و نتیجه را در جدول ۹ نشان داده‌ایم. اگر مدل‌هایی که ما در این بررسی جدید ارایه می‌دهیم از نتایج کار مدیریت فعلی بهتر باشد باید از نتایج کار خود خرسند باشیم. اطلاعات داده شده در این کارخانه به شرح زیر است:

- هر تلویزیون رنگی یک واحد محصول ادغامی نامیده شده است.
- هر هفته به عنوان یک دوره تولید تلقی شده است.
- مقدار I^* یعنی سطح موجودی پایانی هر دوره ۵۰ واحد محصول تعیین شده است.
- هر واحد محصول احتیاج به ۵ نفر ـ ساعت کار انسانی دارد. بنابراین هر کارگر با ۴۰ ساعت کار در هفته می‌تواند ۸ واحد محصول در هفته تولید کند.
- ساعات کار اوقات معمولی ۸ ساعت در روز است.
- هر کارگر می‌تواند در روزهای پنجشنبه و جمعه اضافه کاری داشته باشد و در نتیجه در این ۱۶ ساعت اضافه کاری ۳/۲ واحد محصول در هفته تولید کند.
- تعداد کارگران در ابتدای دوره ۲۵ نفر بوده است که می‌تواند حداکثر ۲۰۰ واحد محصول در اوقات معمولی تولید کند.

جدول ۹ مجموعه عملکرد این مدیریت را در ۳۲ دورهٔ گذشته نشان می‌دهد. ستون F_t مبین پیش‌بینی تقاضا برای ۳۲ دوره است. توجه داشته باشید که پیش‌بینی تقاضا ممکن است دقیق نباشد و با تقاضای واقعی فرق داشته باشد. این مورد در جدول ۹ مصداق دارد. ستون I_{t-1} نمایشگر موجودی نگهداری شده در پایان دورهٔ $t-1$ و آغاز دورهٔ t است. ستون‌های W_t تا $P_{o,t}$ نمایشگر تصمیماتی است که توسط برنامه‌ریز تولید از طریق درک ذهنی گرفته شده است. توجه کنید که بعد از دورهٔ ۱ موجودی انبار ۴۸ واحد محصول بود. این بدان معنی است که

۱۹۱ = ۴۸ − ۲۳۹ واحد محصول ارسال شده است که با مقدار پیش‌بینی ۲۰۰ واحد محصول متفاوت است. بنابراین برنامه‌ریز باید تقاضای پیش‌بینی شده را برای تعیین تعداد محصولی که باید تولید شود، استفاده کند حتی اگر تقاضای واقعی با پیش‌بینی متفاوت باشد. ستون ماقبل آخر نمایشگر $I^* - I_{t-1}$ یعنی اختلاف بین سطح موجودی مورد نظر (در اینجا ۵۰ در نظر گرفته شده است) و موجودی واقعی است. ستون آخر نمایشگر جمع وزنی تقاضای پیش‌بینی شده سه دورهٔ بعدی است که در روش‌های دیگر این بخش (روش تجربی) مورد نیاز است.

اگر حد اضافه‌کاری ۱۶ ساعت در هفته تصور شود، در آن صورت ظرفیت تولید اضافه‌کاری همواره ۰/۴ اوقات معمولی یعنی ۸۰ ساعت در دورهٔ ۱ خواهد بود. برای اینکه راه حل قابل اجرا باشد، $P_{R,t}$ و $P_{o,t}$ یعنی مقادیر طرح‌ریزی شده برای تولید باید از ظرفیت مربوطه کوچکتر باشد. مقادیر تولید از روابط زیر حاصل می‌شوند، که در آن W_t نمایشگر سطح نیروی انسانی، P_t حداکثر ظرفیت تولید در اوقات معمولی و اضافه‌کاری، $P_{R,t}$ برنامه تولید اوقات معمولی و $P_{o,t}$ برنامه تولید اوقات اضافه‌کاری است.

$$P_t \le 11/2\ W_t$$

$$P_{R,t} = \begin{cases} 8W_t & \text{اگر } 8W_t \le P_t \text{ باشد.} \\ P_t & \text{در سایر موارد} \end{cases}$$

$$P_{o,t} = \begin{cases} P_t - P_{R,t} & \text{اگر } P_t - P_{R,t} \ge 0 \text{ باشد.} \\ 0 & \text{در سایر موارد} \end{cases}$$

توجه داریم که حداکثر ظرفیت تولید فقط از طریق افزایش یا کاهش سطح نیروی انسانی قابل تغییر است. تصور کنید که تحلیل هزینه فرآیند تولید روابط زیر را حاصل کرده باشد:

۱ ـ هزینه نیروی انسانی تولید در اوقات معمولی یک تابع خطی با ضریب ۱۵۳ واحد پول به ازاء هر واحد محصول باشد.

۲ ـ هزینه تولید در اوقات اضافه‌کاری ۱۹۸ واحد پول به ازاء هر واحد از ۲۰ درصد محصول مازاد بر ظرفیت اوقات معمولی تولید شده (در پنجشنبه‌ها) و ۲۴۳ واحد پول به ازاء هر واحد محصول از ۲۰ درصد بعدی (در جمعه‌ها) است.

۳ ـ سهم هر واحد محصول از مواد اولیه و هزینه ثابت، صرفنظر از نیروی انسانی از رابطه زیر بدست می‌آید.

هزینه = ۱۵۰ (تعداد محصول) + ۵۰۰۰

۴ ـ هزینه نگهداری هر واحد محصول در یک دوره از رابطه زیر حاصل می‌شود.

هزینه = ۱۲ (سطح موجودی) − ۱۰۰۰ + ۰/۱۲ (سطح موجودی)^2

۵ ـ هزینه اخراج کارگر از رابطه زیر بدست می‌آید.

هزینه = ۷۱۰ (تعداد اخراج شده) + ۳۷ (تعداد اخراج شده)^2

۶ ـ هزینه استخدام از رابطه زیر تبعیت می‌کند.

هزینه = ۲۰۰ (تعداد استخدام شدگان) + ۲۰۰ (تعداد استخدام شدگان)^2

قیمت فروش هر واحد از این محصول ۵۰۰ واحد پول اختیار شده است.

Www.iepnu.com

جدول ۹ ـ عملکرد مدیریت کارخانه تولیدکننده تلویزیون رنگی در ۳۲ پریود گذشته

t	F_t	I_{t-1}	W_t	P_t	$P_{R,t}$	$P_{o,t}$	I^*-I_{t-1}	$\sum_{i=0}^{2}(\frac{1}{i+1}F_{t+i})$
۱	۲۰۰	۳۰	۲۵	۲۰۹	۲۰۰	۹	۲۰	۳۸۵
۲	۲۱۰	۴۸	۲۵	۲۳۰	۲۰۰	۳۰	۲	۴۳۰
۳	۲۴۰	۶۰	۲۸	۲۵۰	۲۲۴	۲۶	۱۰	۴۷۳
۴	۳۰۰	۲۷	۲۸	۲۷۰	۲۲۴	۴۶	۲۳	۴۹۲
۵	۲۵۰	۵۰	۲۸	۲۷۰	۲۲۴	۴۶	۰	۴۰۳
۶	۲۰۰	۴۹	۲۵	۲۰۰	۲۰۰	۰	۱	۳۳۰
۷	۱۶۰	۶۵	۲۲	۱۷۵	۱۷۵	۰	-۱۵	۲۶۸
۸	۱۵۰	۷۲	۲۰	۱۶۰	۱۶۰	۰	-۲۲	۲۴۰
۹	۱۰۰	۹۵	۱۸	۱۲۰	۱۲۰	۰	-۴۵	۲۱۳
۱۰	۱۲۰	۹۷	۱۸	۱۲۰	۱۲۰	۰	-۴۷	۲۶۷
۱۱	۱۶۰	۵۵	۱۸	۱۲۰	۱۲۰	۰	-۵	۳۳۳
۱۲	۲۰۰	۳۱	۲۰	۱۸۰	۱۶۰	۲۰	۱۹	۳۸۷
۱۳	۲۲۰	۴۷	۲۲	۲۰۰	۱۷۶	۲۴	۳	۴۲۲
۱۴	۲۳۰	۶۸	۲۸	۲۵۰	۲۲۴	۲۶	-۱۸	۴۷۷
۱۵	۲۶۰	۷۷	۳۰	۲۷۰	۲۴۰	۳۰	-۲۷	۵۲۵
۱۶	۳۵۰	۲۷	۳۳	۳۰۰	۲۶۶	۳۴	۲۳	۵۶۲
۱۷	۲۷۰	۵۵	۳۳	۳۰۰	۲۶۶	۳۴	-۵	۴۵۲
۱۸	۲۳۰	۶۵	۳۰	۲۴۰	۲۴۰	۰	-۱۵	۳۹۰
۱۹	۲۰۰	۱۰۲	۳۰	۲۴۰	۲۴۰	۰	-۵۲	۳۴۰
۲۰	۱۸۰	۱۰۰	۲۲	۱۷۶	۱۷۶	۰	-۵۰	۳۱۲
۲۱	۱۵۰	۱۲۹	۲۲	۱۷۶	۱۷۶	۰	-۷۹	۳۰۲
۲۲	۱۷۰	۱۳۴	۲۲	۱۷۶	۱۷۶	۰	-۸۴	۳۵۳
۲۳	۲۰۰	۱۰۸	۲۲	۱۷۶	۱۷۶	۰	-۵۸	۴۱۲
۲۴	۲۵۰	۷۰	۲۲	۱۷۶	۱۷۶	۰	-۲۰	۴۷۰
۲۵	۲۶۰	۴۹	۲۸	۲۵۴	۲۲۴	۳۰	۱	۴۹۷
۲۶	۲۷۰	۵۴	۳۰	۲۷۵	۲۴۰	۳۵	-۴	۵۴۶
۲۷	۳۰۵	۶۹	۳۵	۳۲۰	۲۸۰	۴۰	-۱۹	۵۹۳
۲۸	۳۷۰	۴۹	۴۰	۳۶۰	۳۲۰	۴۰	۱	۶۱۵
۲۹	۳۱۰	۴۹	۴۰	۳۲۰	۳۲۰	۰	۱	۵۲۲
۳۰	۲۷۰	۴۹	۳۴	۲۷۰	۲۷۰	۰	۱	۴۶۲
۳۱	۲۳۰							
۳۲	۲۳۰							

تعاریف نمادها

F_t = forecasted demand in period t,	تقاضای پیش‌بینی شده دوره t
I_{t-1} = actual inventory level at end of period t−1,	موجودی واقعی پایان دوره t−۱
W_t = work – force size in period t,	سطح نیروی انسانی دوره t
P_t = production level in period t,	سطح تولید دوره t
$P_{R,t}$ = regular – time production level in period t,	سطح تولید اوقات معمولی دوره t
$P_{o,t}$ = Overtime production level in period t.	سطح تولید اوقات اضافی کاری دوره t
I^* = desired inventory level.	سطح موجودی مطلوب مورد نظر

واضح است که هر حل فرضی قابل اجرا، سطح نیروی انسانی و سطح تولید در هر دوره از افق برنامه‌ریزی را مشخص می‌نماید، در عوض این تصمیم بر روی استخدام، اخراج، سطح موجودی و سفارشات عقب افتاده اثر می‌گذارد که برنامه کامپیوتری آزمایش و خطا سریعاً خود برنامه و هزینه کل را محاسبه می‌نماید. اگر یک وجه خاص از هزینه در جدول هزینه خیلی زیاد باشد. برنامه‌ریز می‌تواند سطح نیروی انسانی و سطح تولید در اوقات اضافه‌کاری دوره‌های مورد نظر را تنظیم نماید. اگرچه اختیار خرید از طریق قرارداد جنبی در این مسئله داده نشده است ولی در برنامه وجود آن تعبیه شده است. بعد از اینکه تحلیل‌گر برنامه‌های فرضی متنوعی را بوجود می‌آورد خود به خود در خواهد یافت که چگونه بهترین راه حل را جستجو کند.

یک تذکر در اینجا لازم است. روش پیشنهادی فوق در صورتی مصداق خواهد داشت که تمام تقاضاها در پایان دوره برنامه‌ریزی تأمین گردد. ولی قبول مقداری سفارشات عقب افتاده در پایان آخرین دوره منطقی است. در واقع اگر در پایان دوره تمام افراد را بلافاصله اخراج کرده و چیزی تولید نکنیم، هزینه را می‌نیمم ساخته‌ایم. متأسفانه با این عمل درآمد را هم به صفر رسانده‌ایم. لذا حداقل کردن هزینه هدف واقعی این مسئله نبوده بلکه حداکثر کردن سود مورد نظر خواهد بود. برای اینکه مطالعات ما این بخش از واقعیت را دربرگیرد، باید قدرت فروش محصولات را در نظر بگیریم. مقدار فروش و سود نیز در برنامه ملحوظ شده است.

برای درک خروجی برنامه، مسئله قبلی با این برنامه اجراء گردید. شکل ۶ خروجی دو برنامه ادغامی را نشان می‌دهد. علائم بالای هر ستون به صورت زیر تعریف می‌شود.

PER	دورهٔ زمانی (ماه)
FD	تقاضای پیش بینی شده
CD	تقاضای تجمعی پیش‌بینی شده
RG	تعداد کارگران اوقات معمولی
OT	تعداد کارگران اوقات اضافه کاری
RGP	تولید اوقات معمولی
OTP	تولید اوقات اضافه‌کاری
VNP	قرارداد جنبی
CP	تولید تجمعی
INV	سطح موجودی
BKOR	مقدار سفارشات عقب افتاده
OTPC	هزینه اوقات اضافه‌کاری
INV/BKOC	هزینه موجودی / سفارشات عقب‌افتاده
VENDC	هزینه قرارداد جنبی
H/LC	هزینه استخدام اخراج
MOHC	هزینه مواد / هزینه ثابت
TC	کل هزینه
PFT	سود

Www.iepnu.com

خروجی برنامهٔ ۱ برای تقریب هزینه‌های مربوط به تصمیم‌گیری مدیریت در طول دوره‌های ۲۵ تا ۳۰ در جدول ۹ بکار رفت. این تصمیمات در بخش بعدی بحث شده و مجدداً در جدول ۱۰ آمده است.

امتحان ستون‌های INV و BKOR در شکل ۶ در برنامه ۱ پیشنهاد می‌کند که موجودی همواره از تعداد مورد نظر ۵۰ عدد بالاتر است.

به علاوه، در برنامه ۱ استخدام و اخراج زیادی صورت پذیرفته است که در نتیجه آن ۲۷۱۹۲ واحد پول هزینه اضافه شده است. کل هزینه و سود (شامل موجودی نهایی) به ترتیب ۶۱۷۰۷۱ و ۳۱۷۹۲۹ واحد پول است. یک راه حل دیگر آن است که تغییر سطح نیروی انسانی با ملایمت بیشتری انجام شود و سطح موجودی نزدیک به ۵۰ عدد نگهداشته شود.

برنامه ادغامی ۲ در شکل ۶ این ایده را تحلیل می‌کند. در این طرح توجه کنید که هزینه استخدام و اخراج به مقدار ۱۱۰۰۰ واحد پول تقلیل یافته است ولی هزینه موجودی به مقدار قلیلی کاهش پیدا نموده، نتیجه نهایی منجر به کاهش ۱۸۸۸۳ واحد پول در هزینه و افزایش ۶۸۸۱ واحد پول سود گردید. حال به کارگیرندگان این برنامه می‌توانند به همین طریق راه حل‌های دیگری ارایه دهند تا اینکه به یک راه حل موفقی دست یابند و سپس آن را به کار گیرند.

روش هفتم - روش تجربی

در بین عبارات تعریف شده در ابتدای این فصل هزینه‌های متعددی هستند که در برنامه‌ریزی تولید ادغامی باید ملحوظ گردند. طبیعت این عوامل مدل‌سازی مسئله را پیچیده می‌سازد. معذالک بسیاری از مقالات برنامه‌ریزی تولید ادغامی در این زمینه از مدل استفاده می‌کنند.

در این قسمت می‌خواهیم مدلی را ارایه دهیم که مدیر با توسل به تجربیات تصمیم‌گیری گذشته خود به وجود می‌آورد. این روش اولین بار توسط Bowman تحت عنوان "Management Coefficient Approach" عرضه گردید. فرض این مدل بر آن است که یک مدیر با تجربه دقیقاً به عواملی که در برنامه‌ریزی تولید ادغامی مطرح هستند، عکس‌العمل نشان می‌دهد. چنان که تقاضای پیش‌بینی شده افزایش می‌یابد، مدیر برای تعداد کارگران بیشتر و در نتیجه تولید زیادتر برنامه می‌ریزد. اگر سطح موجودی زیاد شود، مدیر به فکر کاهش تولید می‌افتد. بر اثر این جرح و تعدیل تولید در طویل‌المدت به سوی یک راه حل "خوب" هدایت می‌شود. با این وجود، چون با این عوامل به طور تک تک و بر حسب روز مقابله شده است ممکن است به طور یکجا سازگار نباشند. *باومن* برای دسترسی سریعتر به سازگاری عوامل موجود در برنامه‌ریزی تولید ادغامی روش تجربی را به جای مدل بهینه‌سازی پیشنهاد می‌کند.

برای ایجاد سازگاری، ابتدا باید عواملی که مدیر در برنامه‌ریزی مد نظر دارد معلوم گردد. عوامل مورد نظر هم باید کمّی بوده و مقادیر مسبوق آن‌ها نیز باید در دسترس باشد. به منظور استفاده از روش‌های آماری مثل نظریه برگشت (Regression) عوامل تصادفی باید مستقل از یکدیگر بوده و دارای توزیع نرمال باشند. این محدود شدن به عوامل کمیّ خود یک مسئله است. مدیر غالباً با عواملی برخورد می‌کند که به راحتی قابل اندازه‌گیری نیست. به عنوان مثال مشکلات کارگری و مشکلات تدارک مواد اولیه از این گونه عوامل هستند.

شکل ۶ یک برنامه قابل قبول برای کارخانه تلویزیون رنگی

ADDREGATE PLAN NUMBER 1

(1) PER	(2) FD	(3) CD	(4) RG	(5) OT	(6) RGP	(7) DTP	(8) VNP	(9) CP	(10) INV	(11) BKORC
1	260	260	28	10	224	30	0	254	64	0
2	270	530	30	12	240	36	0	530	70	0
3	305	835	35	13	280	39	0	849	84	0
4	370	1205	40	13	320	39	0	1208	73	0
5	310	1515	40	0	320	0	0	1528	83	0
6	270	1785	34	0	272	0	0	1800	85	0

THE FOLLOWING COST FUNCTION APPLIES TO PLAN 1

RTPC = 0 + 153 * RGP
OTPC = 0 + 221 * OTP
INVC = 1000 + - 12 *INV + .12 * INV**2
BKOC = 0 + 0 * BKO
HC =.0 + 200 + * H+ 200 * H**2
LC = 0 ; 710 * L + 37 * L**2
MOHC = 5000 + 150 * (RGP+OTP)
VENDC = 0 + 0 * VNP

PROFIT AND COST ANALYSIS FOR PLAN NUMBER 1
(in $1000's)

PER	(12) RTPC	(13) OTPC	(14) INV/BKOC	(15) VENDC	(16) H/LC	(17) MOHC	(18) TC	(19) PFT
1	34.272	6.630	0.735	0.000	8.400	43.100	93.137	36.863
2	36.720	7.956	0.735	0.000	1.200	46.400	93.011	41.989
3	42.840	8.619	0.787	0.000	6.000	52.850	111.096	41.404
4	48.960	8.619	0.797	0.000	6.000	58.850	123.226	61.774
5	48.960	0.000	0.794	0.000	0.000	53.000	102.754	52.246
6	41.616	0.000	0.839	0.000	5.592	45.800	93.847	41.153
	253.368	31.824	4.687	0.000	27.192	300.000	617.071	273.429

TOTAL PROFIT PLUS MARKET VALUE OF FINAL INVENTORY 317.925

ADDREGATE PLAN NUMBER 2

(1) PER	(2) FD	(3) CD	(4) RG	(5) OT	(6) RGP	(7) DTP	(8) VNP	(9) CP	(10) INV	(11) BKORC
1	260	260	26	10	208	30	0	238	48	0
2	270	530	30	12	240	36	0	514	54	0
3	305	835	34	13	272	39	0	825	60	0
4	370	1205	38	13	304	39	0	1168	33	0
5	310	1515	38	0	304	0	0	1472	27	0
6	270	1785	38	0	304	0	0	1776	61	0

THE FOLLOWING COST FUNCTION APPLIES TO PLAN 2

RTPC = 0 + 153 * RGP
OTPC = 0 + 221 * OTP
INVC = 1000 + - 12 *INV + .12 * INV**2
BKOC = 0 + 0 * BKO
HC = 0 + 200 + * H+ 200 * H**2
LC = 0 + 710 * L + 37 * L**2
MOHC = 5000 + 150 * (RGP+OTP)
VENDC = 0 + 0 * VNP

PROFIT AND COST ANALYSIS FOR PLAN NUMBER 2
(in $1000's)

PER	(12) RTPC	(13) OTPC	(14) INV/BKOC	(15) VENDC	(16) H/LC	(17) MOHC	(18) TC	(19) PFT
1	31.824	6.630	0.710	0.000	4.000	40.700	83.864	46.136
2	36.720	7.956	0.700	0.000	4.000	46.400	95.776	39.224
3	41.616	8.619	0.706	0.000	4.000	51.650	106.591	45.909
4	46.512	8.619	0.701	0.000	4.000	56.450	116.282	68.718
5	46.512	0.000	0.748	0.000	0.000	50.600	97.860	57.140
6	46.512	0.000	0.704	0.000	0.000	50.600	97.816	37.184
	249.696	31.824	4.270	0.000	16.000	296.400	598.189	294.310

TOTAL PROFIT PLUS MARKET VALUE OF FINAL INVENTORY 324.810

Www.iepnu.com

داشتن این عوامل منجر به طرح‌ریزی یک یا چند مدل ابتکاری می‌شود. با به کارگیری اطلاعات گذشته و روش‌های آماری هم می‌توان پارامترهای مدل و ضرایب همبستگی آن‌ها را بدست آورد. مدل‌هایی که از ضریب همبستگی بزرگتری استفاده می‌کنند دارای اعتبار بالاتری هستند. اگر ضرایب همبستگی زیاد باشد مدیر و مدل با هم در توافق بیشتری خواهند بود و مدیر بسیاری از نتایج را از قبل می‌تواند پیش‌بینی کند. اگر ضرایب همبستگی کوچک باشد، باید در نظر داشت که عوامل دیگری مطرح‌اند و مدل آن‌ها را بحساب نیاورده است. انتظار ما از مدل این است که آینده را به نحو مطلوب‌تری پیش‌بینی کند. برای انجام این منظور بهتر آنست که مدل مستقل از تصمیمات مدیر و به موازات آن برنامه تولیدی آینده را طرح‌ریزی کند. این عمل باید برای ۶ ماه تا یکسال امتحان شود. پس از آن یک بررسی هزینه بین تصمیمات مدیر و مدل صورت پذیرد. مسلم است که مدیر هرکدام از آن‌ها که بهتر بود برای ادامه کار می‌پذیرد.

برای درک بیشتر این روش اجازه بدهید که به مثال زیر متوسل شویم. تصور کنید که از سیاست مدیریت در حال حاضر دریافته باشیم که دو تصمیم در هر ماه گرفته می‌شود. یک تصمیم سطح نیروی انسانی را مشخص می‌کند و دیگری مقدار محصولی را که باید تولید شود معلوم می‌نماید. عوامل مورد نظر سطح نیروی انسانی در ماه قبل، تعدیل سطح موجودی به حدود ذخیره احتیاطی از قبل تعیین شده و پیش‌بینی تقاضا برای سه ماه آینده باشد. این تحلیل دو مدل را پیشنهاد می‌کند: مدل تعیین کننده سطح نیروی انسانی و مدل تعیین کننده سطح تولید.

ابتدا مدل تعیین کننده سطح نیروی انسانی را در نظر بگیرید که تابعی از تقاضا، عدم تعادل موجودی، و سطح نیروی انسانی دورهٔ قبل به صورت زیر تصور می‌گردد:

$$W_t = f(D_t, I^*, I_{t-1}, W_{t-1}) \qquad (۱)$$

که در آن :

W_t : سطح نیروی انسانی در دورهٔ t.

$D_t = F_t$: تقاضای پیش‌بینی شده در دورهٔ t.

I^* : سطح موجودی مورد نظر.

I_{t-1} : موجودی واقعی در پایان دورهٔ t.

یک فرم این تابع که توسط Bowman پیشنهاد شده به صورت زیر است.

$$W_t = \alpha_0 + \alpha_1 W_{t-1} + \alpha_2 [I^* - I_{t-1}] + \alpha_3 F_t \qquad (۲)$$

که در آن α ضرایب مدیریتی است که باید تعیین شوند.

ضریب α_1 نمایشگر آنست که چه مقدار از تغییرات سطح نیروی انسانی در گذشته توسط سطح نیروی انسانی دورهٔ قبل قابل توجیه است. به عبارت دیگر α_1 نشان می‌دهد که مدیر برای تصمیم‌گیری در تعیین سطح نیروی انسانی در دورهٔ فعلی سطح نیروی انسانی دورهٔ قبل را در نظر می‌گیرد. به همین ترتیب α_2 مبین سهم تغییر سطح موجودی از سطح مورد نظر در تصمیم‌گیری است. بالاخره α_3 شاخص سهم تقاضا در تعیین نیروی انسانی است. پارامتر α_0 توسط مدل برگشت به عنوان نقطه آغازی تعیین می‌شود.

حال مدل دوم را در نظر بگیرید که در آن سرعت تولید در دورهٔ t تابعی از سطح نیروی انسانی در دورهٔ t، تغییرات موجودی از سطح تعیین شده، و تقاضای پیش‌بینی شده باشد. در این حالت اگر تصور کنید که تقاضای سه دورهٔ قبل مورد توجه باشد تابع تعیین کننده سرعت تولید به صورت زیر خواهد بود.

$$P_t = g(W_t, I^*, I_{t-1}, D_t, D_{t+1}, D_{t+2}) \qquad (۳)$$

که در آن P_t سرعت تولید در پریود t است.

یکی از فرم‌های ممکن این تابع به صورت زیر است:

$$P_t = \beta_0 + \beta_1 W_t + \beta_2(I^* - I_{t-1}) + \beta_3 \sum_{i=0}^{2} \left(\frac{1}{i+1} D_{t+i}\right) \qquad (۴)$$

که در آن β ضریب مدیریت است و مانند α در معادله (۲) محاسبه می‌شود. یک سؤال بسیار مهم این است که این دو مدل از کجا آمده‌اند؟ این مدل‌ها به خاطر ابتکاری بودن ساختگی هستند. برای ملاحظه شکل‌های دیگر به مقاله Gorden و Bowman مراجعه کنید و یا خودتان یک فرم دیگری بسازید.

جدول عملکرد کارخانه تولید کننده تلویزیون رنگی (جدول ۹) یک مجموعه مفروضات لازم را جهت استفاده در فرمول‌های (۲) تا (۴) عرضه می‌دارد. برای راحتی ستون‌های $I^* - I_{t-1}$ و $\sum_{i=0}^{2} \left(\frac{1}{i+1} D_{t+i}\right)$ در جدول داده شده است. در این مسأله فرض بر آنست که $I^* = ۵۰$ واحد محصول است. تصور کنید که مفروضات ۲۴ دوره جهت تعیین پارامترهای α و β با روش برگشت به کار گرفته شده باشد. معادلات برگشت $\hat{W}_t$ و $\hat{P}_t$ و ضرایب همبستگی آن‌ها نسبت به پارامترهای مربوطه یعنی $r_{\hat{W}_t}$ و $r_{\hat{P}_t}$ در زیر آورده می‌شوند.

$$\hat{W}_t = ۱٫۲۹ + ۰٫۵۰۳W_{t-1} - ۰٫۰۲(I^* - I_{t-1}) + ۰٫۰۴۹F_t \qquad (۵)$$

$$r_{\hat{W}_t} = ۰٫۹۳۲۲$$

$$\hat{P}_t = -۶۳٫۲ + ۹٫۶۲W_t + ۱٫۳۲ (I^* - I_{t-1}) + ۰٫۰۹۵ \left(\sum_{i=0}^{3} \frac{1}{i+1} F_{t+i}\right) \qquad (۶)$$

$$r_{\hat{P}_t} = ۰٫۹۷۵۷$$

جدول ۱۰ ـ نتایج مقایسه‌ای روش تجربی با واقعیت

t	D_t	W_t	$P_{R,t}$	$P_{\circ,t}$	I_{t-1}	$\hat{W}_t$	$\hat{P}_{R,t}$	$\hat{P}_{\circ,t}$	$\hat{I}_{t-1}$
۲۵	۲۶۰	۲۸	۲۲۴	۳۰	۴۹	۲۵	۲۰۰	۲۶	۴۹
۲۶	۲۷۰	۳۰	۲۴۰	۳۵	۵۴	۲۷	۲۱۶	۶۴	۲۶
۲۷	۳۰۵	۳۵	۲۸۰	۴۰	۶۹	۳۰	۲۴۰	۴۷	۴۶
۲۸	۳۷۰	۴۰	۳۲۰	۴۰	۴۹	۳۵	۲۸۰[a]	۱۱۲[a]	-۷
۲۹	۳۱۰	۴۰	۳۲۰	۰	۴۹	۳۵	۲۸۰	۷۶	۲۵
۳۰	۲۷۰	۳۴	۲۷۰	۰	۴۹	۳۲	۲۵۶	۱۸	۶۱
۳۱	۲۳۰								
۳۲	۲۳۰								

Www.iepnu.com

این ضرایب همبستگی اعداد بزرگی هستند. حال سؤال در این است که این مدل چقدر با آینده در تطابق است؟ جدول ۱۰ یک مجموعه اعداد مقایسه‌ای را نشان می‌دهد. در جدول اعداد واقعی که توسط مدیر اعمال شده با W_t، $P_{R,t}$ و $P_{o,t}$ نشان داده شده است. اعدادی که توسط مدل پیش‌بینی شده با $\hat{W}_t$ و $\hat{P}_{R,t}$ نشان داده شده است.

با استفاده از تابع هزینه، مقایسه‌ای بین تصمیم مدیریت و نتایج مدل تجربی پیشنهادی که در جدول ۱۰ ارایه شده انجام پذیرفته است. مقایسه دو طرح در جدول ۱۱ آمده است. توجه کنید که مدل منجر به هزینه کل ۵۷۵۲۲۳ واحد پول در شش دوره شده است. این رقم معادل ۳۷۸۳۶ واحد پول یعنی ۶/۶ درصد صرفه‌جویی در هزینه واقعی است. بنابراین سازگاری حاصل از مدل منجر به چنین صرفه‌جویی بارزی شده است.

روش تجربی در عین ساده بودن دارای محدودیت‌های زیادی است. یکی از نکات قابل ذکر این است که این روش فقط عواملی را در نظر می‌گیرد که در زمان جمع‌آوری اطلاعات به نظر مهم رسیده‌اند، حال اگر موقعیت عوض شود تکلیف چیست؟ به عنوان مثال تصور کنید که به سبب تغییر شرایط اقتصادی محدودیت نیروی انسانی باید مد نظر قرار گیرد و یا اینکه یک قرارداد جدید نسبت هزینه نیروی انسانی به موجودی را عوض نماید. در چنین مواقعی به علت اینکه مدیران از مدل استفاده می‌کنند و درک ذهنی خود را نمی‌توانند اعمال نمایند، مدل برای انعکاس شرایط جدید قابل تغییر نیست. بنابراین مفروضاتی هم جهت تعیین ضرایب جدید موجود نخواهد بود.

بنابراین با توجه به این محدودیت‌ها، از روش تجربی نباید کورکورانه استفاده کرد. شاید عاقلانه‌تر باشد که از این روش به عنوان یک گزینه در فرآیند تصمیم‌گیری مدیریت استفاده شود.

در چنین مواقعی در عین حال که مدل برای ایجاد سازگاری درگیر است مدیر برای فرموله کردن برنامه ادغامی خود دامنه وسیع‌تری را مورد نظر قرار می‌دهد.

جدول ۱۱ ـ مقایسه هزینه روش تجربی و عملکرد واقعی مدیریت

Period t	هزینه‌های عملکرد واقعی مدیریت				Total Cost	هزینه‌های روش تجربی				Total Cost
	C_{labor}	C_{matls}	C_{Inv}	$\hat{C}_{hire\ layoff}$		$\hat{C}_{labor}$	$\hat{C}_{matls}$	$\hat{C}_{Inv}$	$\hat{C}_{hire\ layoff}$	
۱	۴۰,۲۱۲	۴۳,۱۰۰	۷۰۰	۸۴۰۰	۹۲,۴۱۲	۳۶,۱۴۴	۳۹,۲۰۰	۷۰۰	۲۴۰۰	۷۸,۴۴۴
۲	۴۳,۶۵۰	۴۶,۲۵۰	۷۰۲	۱۲۰۰	۹۱,۸۰۲	۴۰,۳۷۴	۴۲,۹۵۰	۷۶۹	۱۲۰۰	۸۵,۲۹۳
۳	۵۰,۷۶۰	۵۳,۰۰۰	۷۴۳	۶۰۰۰	۱۰۱,۵۰۳	۴۵,۸۲۸	۴۷,۹۰۰	۷۰۲	۲۴۰۰	۹۶,۸۳۰
۴	۵۶,۸۸۰	۵۹,۰۰۰	۷۰۰	۶۰۰۰	۱۲۲,۵۸۰	۵۳,۷۳۰	۵۵,۲۵۰	۰	۶۰۰۰	۱۱۴,۹۸۰
۵	۴۸,۶۹۰	۵۳,۰۰۰	۷۰۰	۰	۱۰۲,۶۶۰	۵۲,۹۳۸	۵۴,۶۵۰	۷۷۵	۰	۱۰۸,۳۶۳
۶	۴۱,۳۱۰	۴۵,۵۰۰	۷۰۰	۵۵۹۲	۹۳,۱۰۲	۴۲,۳۳۶	۴۵,۸۰۰	۷۱۴	۲۴۶۳	۹۱,۳۱۳
				Totals	۶۱۳,۰۵۹					۵۷۵,۲۲۳

روش هشتم ـ برنامه‌ریزی پارامتری

در این قسمت می‌خواهیم یک روش مکاشفه‌ای (ابتکاری) دیگری ارایه دهیم که در آن هیچ گونه محدودیتی بر روی تابع هزینه قائل نیست. این مدل کلی تحت عنوان "برنامه‌ریزی پارامتری در برنامه‌ریزی تولید" نام دارد. این مدل از روش تجسس به کمک کامپیوتر استفاده می‌کند و در نتیجه ممکن است حل بهینه را به دست نیاورد. همانند روش تجربی دو تابع برای محاسبه سطح نیروی انسانی و سرعت تولید برحسب چهار پارامتر در این روش محاسبه می‌گردد.

به هر یک از چهار پارامتر می‌تواند مقادیری بین صفر و یک اختصاص یابد. ایده اصلی این روش بر آن است که مقادیر مختلفی را به پارامترها نسبت دهد و هر بار یک تصمیمی را بدست آورد. سپس براساس تصمیم‌های بدست آمده و تابع هزینه، کل هزینه تصمیم‌گیری مربوطه را نیز یادداشت نماید. در پایان با مقایسه هزینه‌ها بهترین تصمیم استخراج شده را اتخاذ نماید. لذا در این روش چون این امکان وجود ندارد که تمام مقادیر ممکنه پارامترها را تست نمود، پس تصمیم اتخاذ شده لزوماً بهینه نخواهد بود. ولی باید در نظر داشت که حل بدست آمده در این روش خیلی از حل بهینه دور نخواهد بود. خصوصاً اینکه اگر تابع هزینه دارای مینیمم مطلق باشد، حل این روش بسیار قابل اعتماد هم خواهد بود.

همان طوری که قبلاً نیز اشاره گردید در این روش باید تابعی برای عوامل : سطح نیروی انسانی، سطح تولید و هزینه واقعی بدست آورد. ابتدا تابع تعیین کننده سطح نیروی انسانی را در نظر بگیرید. اصولاً در این مورد انتظار منطقی ما بر این است که سطح نیروی انسانی دورهٔ t برابر سطح نیروی انسانی پایان دورهٔ قبل بعلاوه نسبتی از تغییرات سطح نیروی انسانی ایده‌آل و دورهٔ قبل باشد. یعنی

$$W_t = W_{t-1} + A(W^* - W_{t-1}) \qquad (۷)$$

که در آن :

W_t = سطح نیروی انسانی دورهٔ t

W^* = سطح نیروی انسانی ایدآل

A = پارامتری است که باید مقدار آن معلوم شود ($0 \le A \le 1$).

حال سؤال در این است که سطح نیروی انسانی ایده‌آل چگونه باید محاسبه گردد؟ اگر تقاضای پیش‌بینی شده برای دورهٔ بعدی D_t باشد و برای تولید هر واحد محصول نیز K ساعت نیروی انسانی از اوقات معمولی وقت لازم باشد، در آن صورت سطح نیروی انسانی مورد نیاز جهت برآوردن این تقاضا KD_t خواهد بود. حالت منطقی‌تر این خواهد بود که تقاضای N دوره را در نظر بگیریم. پس سطح نیروی انسانی ایده‌آل از رابطه زیر بدست خواهد آمد.

$$W^* = \sum_{n=1}^{N} b_n \, KD_{t+n-1} \qquad (۸)$$

که در آن :

b_n = ضریب وزنی دورهٔ n

K = سطح نیروی انسانی استاندارد مورد نیاز جهت تولید هر واحد محصول

$D_t = F_t$ = تقاضای پیش‌بینی شده دورهٔ t

N = افق برنامه‌ریزی

Www.iepnu.com

آقای Jones بنیانگذار این روش مدل زیر را جهت تعیین ضرایب وزنی پیشنهاد می‌دهد.

$$b_n = \frac{B^n}{\sum_{n=1}^{N} B^n} \qquad (۹)$$

که در آن B پارامتر وزنی تقاضاهای آینده است که باید تعیین گردد ($0 \le B \le 1$).

مضافاً براینکه یک مقدار تنظیمی نیز باید برای پراکندگی موجودی فعلی I_{t-1} و موجودی ایده‌آل I^* در نظر گرفت. Jones پیشنهاد می‌کند که ضریب وزنی این مقدار تنظیمی پارامتر b_1 باشد. پس

$$\text{تنظیمی } I = b_1 K(I^* - I_{t-1}) \qquad (۱۰)$$

که در آن :

I^* = سطح موجودی مورد نظر

I_{t-1} = موجودی واقعی در پایان دورهٔ $t-1$

بنابراین دستورالعمل نهایی جهت محاسبه سطح نیروی انسانی شکل زیر خواهد بود.

$$W_t = W_{t-1} + A\left[\sum_{n=1}^{N}\left(\frac{B^n KD_{t+n-1}}{\sum_{n=1}^{N} B^n}\right) - W_{t-1} + \frac{BK(I^* - I_{t-1})}{\sum_{n=1}^{N} B^n}\right] \qquad (۱۱)$$

دستورالعمل تعیین سطح تولید نیز بسیار شبیه دستورالعمل سطح نیروی انسانی است. اساساً، این دستورالعمل عبارت از تولید در ماکزیمم توان اوقات معمولی با تعداد نیروی انسانی W_t بعلاوه یک نسبتی از اختلاف این مقدار و سرعت تولید ایده‌آل است. پس

$$P_t = \frac{W_1}{K} + C\left(P_t^* - \frac{W_t}{K}\right) \qquad (۱۲)$$

که در آن :

P_t = سرعت تولید در دورهٔ t

W_t = سطح نیروی انسانی تعیین شده توسط رابطه (۱۱)

P_t^* = سرعت تولیدی که تقاضاهای آینده را برآورده سازد.

K = نفر ـ ساعت مورد نیاز جهت تولید هر واحد محصول

C = پارامتر وزنی که باید تعیین گردد ($0 \le C \le 1$).

همانند قبل، سطح تولید مورد نظر عبارت از جمع وزنی تقاضاهای پیش‌بینی شده N دورهٔ آینده است که ضریب وزنی آن‌ها از رابطه زیر تعیین می‌گردد.

$$d_n = \frac{D^n}{\sum_{n=1}^{N} D^n}$$

مضافاً بر اینکه یک مقدار تنظیمی نیز باید برای عدم تعادل موجودی در نظر بگیریم. پس دستورالعمل تولید به صورت زیر خواهد بود.

$$P_t = \frac{W_t}{K} + C\left[\sum_{n=1}^{N}\left(\frac{D^n F_{t+n-1}}{\sum_{n=1}^{N} D^n}\right) - \frac{W_t}{K} + \frac{D(I^* - I_{t-1})}{\sum_{n=1}^{N} D^n}\right] \qquad (۱۳)$$

باید توجه داشته باشیم که معادله (۱۱) قبل از معادله (۱۳) باید برای تعیین W_t حل گردد. با استفاده از مقادیر داده شده D_1، D_2 و ... و D_N و همچنین مقادیر A و B و C و D ابتدا مقدار W_1 و سپس P_1 معلوم می‌شود.

با تعیین P_1 و I_0 و تقاضای واقعی دورهٔ ۱، برنامهٔ کامپیوتری می‌تواند I_1 را محاسبه کند. پس از آن کامپیوتر D_1 را حذف و D_{n+1} را اضافه می‌کند و مقادیر W_2 و P_2 و I_2 را محاسبه می‌کند. با تکرار این عمل برنامه تولیدی بصورت W_1 و P_1 و W_2 و P_2 و ... عرضه می‌گردد.

از مزیت‌های مهم این روش آنست که محدودیتی برای شکل تابع هزینه وجود ندارد لذا برای مقادیر مختلف انتخابی از A، B، C و D کل هزینه برای توابع واقعی هزینه محاسبه گردد.

مثال عددی (کارخانه تلویزیون رنگی)

برای درک بیشتر روش پارامتری و مقایسه آن با روش‌های قبلی، اجازه بدهید که مسئله مثال ۲ را با استفاده از روش برنامه‌ریزی تولید پارامتری حل کنیم. مدل هزینه قبلاً در مثال ۲ داده شده است که شامل ۶ معادله است. نتیجه این روش در جدول ۱۲ ارایه گردیده است. برای اینکه با مثال ۲ هماهنگی داشته باشیم دوره برنامه‌ریزی N برابر ۳ و $K = \frac{1}{8}$، $I_0 = 70$ و $W_0 = 22$ فرض شده است. هر کدام از پارامترها مقادیر بین صفر و یک را با فاصله مساوی ۰/۱۲۵ اخذ می‌نمایند. می‌نیمم هزینه این روش برای مفروضات ۲۴ هفته‌ای داده شده در $A = 0/125$، $B = 1$، $C = 0/625$ و $D = 0/875$ بدست آمد. کل هزینه با این پارامترها ۱۶۴۲۶۶۲ واحد پول قراردادی است. این نتایج که در جدول ۱۲ نشان داده شده است منجر به دستورالعمل تولیدی زیر گردید.

$$W_t = W_{t-1} + 0/125[0/04(F_t + F_{t+1} + F_{t+2}) - W_{t-1} + 0/04(50 - I_{t-1})] \qquad (۱۴)$$

$$P_t = 8W_t + 0/625[0/378F_t + 0/33F_{t+1} + 0/28F_{t+2} - 8W_t + 0/378(50 - I_{t-1})] \qquad (۱۵)$$

دستورالعمل بدست آمده برای مفروضات تستی داده شده در جدول ۱۳ امتحان گردید. برنامه تولیدی آن نیز در این جدول آمده است. هزینه این برنامه تولیدی ۵۳۳۵۲۷ واحد پول قراردادی است که از روش اعمال شده مدیریت با هزینه ۶۱۳۰۵۸ واحد پول قراردادی بهتر است ولی از روش تجربی با هزینه ۵۷۵۲۲۳ واحد پول قراردادی بهتر نیست، زیرا سود حاصل از روش برنامه‌ریزی پارامتری از سود روش تجربی کمتر است.

Www.iepnu.com

جدول ۱۲ ـ نتایج روش پارامتری

For HISTORICAL DATA, MIN COST = 1642662 MAX PROFIT = 866336.4

JONES MODEL A = .125 B = 1 C = .625 D = 0.875 *$ 1000

PER	WORK FORCE	PROD UCTION	HIRE COST	LAYOFF COST	INVENT COST	MATLS COST	LABOR COST
1	29	249	400	0	831	42350	36542
2	30	276	400	0	883	46405	41448
3	31	289	400	0	763	48350	43582
4	32	291	400	0	1076	48650	43538
5	33	283	400	0	1527	47450	41514
6	33	272	0	0	1437	45300	39330

MAX PROFIT = $ 296473 AND MIN COST = $ 533527

جدول ۱۳ ـ مفروضات برای تست روش پارامتری

t	F_t	F_{t+1}	F_{t+2}	I_{t-1}	W_t	P_1	$P_{R,t}$	$P_{O,t}$
۱	۲۶۰	۲۷۰	۳۰۵	۴۹	۲۹	۲۴۹	۲۳۲	۱۷
۲	۲۷۰	۳۰۵	۳۷۰	۳۹	۳۰	۲۷۶	۲۴۰	۳۶
۳	۳۰۵	۳۷۰	۳۱۰	۴۵	۳۱	۲۸۹	۲۴۸	۴۱
۴	۳۷۰	۳۱۰	۲۷۰	۲۹	۳۲	۲۹۱	۲۵۶	۳۵
۵	۳۱۰	۲۷۰	۲۳۰	-۵۰	۳۳	۲۸۳	۲۶۴	۱۹
۶	۲۷۰	۲۳۰	۲۳۰	-۷۵	۳۳	۲۷۲	۲۶۴	۸

نتیجه

همان طوری که در ابتدای این فصل نیز بیان داشتیم ۸ روش ارایه شده در این فصل راه حل‌های منطقی غیربهینه هستند که هر یک به نوبه خود دارای نقاط قوت و ضعفی می‌باشند. مدل‌های مکاشفه‌ای در عین حال که ساده و براحتی قابل حل هستند ولی تعمیم یک راه حل برای تمام حالات بسیار غیر استادانه است. زیرا یک راه حل ممکن است برای یک مورد بسیار بجا و نزدیک به بهینه باشد ولی برای موردی دیگر فوق‌العاده از حل بهینه دور باشد. به عنوان مثال روش برآورده نمودن تقاضا برای کارخانجاتی که به کارگران فصلی دسترسی دارند روش معقولی تشخیص داده شده است ولی برای کارخانه پارچه بافی مورد تحلیل ما بدترین روش شناخته شد. خوشبختانه چون برنامه تولید ادغامی با پیش‌بینی تقاضا انجام می‌شود، لذا آزمایش ۸ روش مکاشفه‌ای پیشگفته و مقایسه آن‌ها نتیجه جالبی را دربر خواهد داشت. خصوصاً روش‌های تعدیل نیروی انسانی و همچنین روش برنامه‌ریزی پارامتری چون با تعداد پارامترهای زیادی سر و کار دارد لذا با استفاده از روش سعی و خطا در این پارامتر می‌توان حالات مختلفی را شبیه‌سازی نمود و در نهایت بهترین برنامه تولید ادغامی را عرضه داشت.

تمرین‌های فصل دوم

۱ ـ جدول زیر میزان تقاضای یک دوربین پر مشتری (قیمت مناسب برای خانواده‌ها) را همراه با ذخیره احتیاطی و تعداد روزهای کاری را نشان می‌دهد. یک نمودار تقاضای تجمعی و ماکزیمم تقاضای تجمعی (تقاضای تجمعی بعلاوه ذخیره احتیاطی) در سال به شرح زیر رسم کنید. محور Xها تعداد روزهای کار تجمعی و محور Y ها تقاضای تجمعی را برای هر واحد نشان می‌دهد. آیا از این شکل می‌توانید یک برنامه تولیدی با میزان موجودی کم ارایه دهید.

ماه	تقاضا	ذخیره احتیاطی	روزهای کاری
فروردین	۳۰۰۰	۶۰۰	۲۲
اردیبهشت	۲۵۰۰	۵۰۰	۱۸
خرداد	۴۰۰۰	۸۰۰	۲۲
تیر	۶۰۰۰	۱۲۰۰	۲۱
مرداد	۸۰۰۰	۱۶۰۰	۲۲
شهریور	۱۲۰۰۰	۲۴۰۰	۲۱
مهر	۱۵۰۰۰	۳۰۰۰	۲۱
آبان	۱۲۰۰۰	۲۴۰۰	۱۳
آذر	۱۰۰۰۰	۲۰۰۰	۲۰
دی	۸۰۰۰	۱۶۰۰	۲۳
بهمن	۴۰۰۰	۸۰۰	۲۱
اسفند	۳۰۰۰	۶۰۰	۲۰
	۸۷۵۰۰	۱۷۵۰۰	۲۴۴

۲ ـ تمرین ۱ را با استفاده از روش‌های تثبیت سرعت تولید، و ارضاء تقاضا و اطلاعات زیر حل کنید.

الف) ظرفیت اوقات معمولی کارخانه ۴۰۰ واحد محصول در روز است.

ب) با اضافه‌کاری می‌توان ۲۰ درصد به تولید کارخانه افزود.

ج) هزینه اضافی تولید هر واحد محصول از طریق اضافه‌کاری ۱۰ واحد پول قراردادی است.

د) هزینه نگهداری هر دوربین در سال ۳۰ واحد پول قراردادی است.

ه) هزینه تغییر سطح تولید ۵۰۰۰ واحد پول قراردادی برای هر ۱۰ واحد محصول است.

و) جبران تقاضا از بازار آزاد با هزینه اضافی ۱۵ واحد پول قراردادی برای هر دوربین میسر است.

ز) موجودی آغازی ۶۰۰ دوربین است.

۳ ـ در تمرین ۲ با استفاده از روش آزمایش و خطا مطلوبست :

الف) تعیین هزینه نگهداری که به ازاء آن دو روش تثبیت سرعت تولید و ارضاء تقاضا یکسان شوند (از نظر هزینه کل).

Www.iepnu.com

ب) چه هزینه استخدام و اخراجی هزینه دو روش را یکسان می‌کند؟

ج) چه هزینه قرارداد جنبی هزینه دو روش را مساوی می‌کند؟

۴ ـ یک مسئله برنامه‌ریزی تولید ادغامی با اطلاعات زیر را در نظر بگیرید.

الف) ظرفیت اوقات معمولی کارخانه ۳۵۰ واحد محصول در روز است.

ب) ماکزیمم ظرفیت کارخانه با در نظر گرفتن اضافه کاری ۴۱۰ واحد محصول در روز است.

ج) هزینه اضافی تولید هر واحد محصول در اوقات اضافه‌کاری ۱۰ واحد پول قراردادی است.

د) هزینه نگهداری هر واحد محصول ۵۰ واحد پول قراردادی در سال است. هزینه کسری هر واحد کالا ۲۵ واحد پول قراردادی است.

ه) هزینه استخدام و اخراج هر کارگر ۲۰۰ واحد پول قراردادی است.

و) هر کارگر می‌تواند فقط یک واحد محصول در روز تولید کند.

ز) هزینه اضافی تهیه هر واحد کالا از بازار آزاد ۱۵ واحد پول قراردادی است.

ح) تعداد روزهای کاری، تقاضای پیش‌بینی شده و موجودی احتیاطی این کارخانه در یکسال آینده در جدول زیر داده شده است.

ماه	تعداد روزهای کاری	تقاضای پیش‌بینی شده (واحد محصول)	ذخیره احتیاطی (واحد محصول)
فروردین	۲۲	۵۰۰۰	۲۸۰۰
اردیبهشت	۲۰	۴۰۰۰	۲۵۰۰
خرداد	۲۳	۴۰۰۰	۲۵۰۰
تیر	۱۹	۵۰۰۰	۲۸۰۰
مرداد	۲۲	۷۰۰۰	۳۲۰۰
شهریور	۲۲	۹۰۰۰	۳۵۰۰
مهر	۲۰	۱۱۰۰۰	۴۱۰۰
آبان	۲۳	۹۰۰۰	۳۵۰۰
آذر	۱۱	۶۵۰۰	۳۰۰۰
دی	۲۲	۶۰۰۰	۳۰۰۰
بهمن	۲۲	۵۰۰۰	۲۷۰۰
اسفند	۱۸	۵۰۰۰	۲۸۰۰

مطلوبست تعیین هزینه کل هر یک از روش‌های تولید زیر:

روش الف) تولید ۳۱۴ واحد محصول در هر روز

روش ب) از اولین روز کاری تا ۶۵ امین روز کاری ۲۳۰ واحد محصول در روز تولید کند. از ۶۶ امین تا ۱۷۱ امین روز کاری ۴۰۶ واحد محصول در روز تولید کند. (۱۲۰ کارگر استخدام کند و ۵۶ واحد محصول در روز از طریق اضافه‌کاری تولید کند)

از ۱۷۲ امین تا ۱۸۲ امین روز کاری ۳۵۰ واحد محصول در روز تولید کند.

از ۱۸۳ امین تا ۲۲۶ امین روز کاری ۲۳۰ واحد محصول در روز تولید کند (۱۲۰ نفر اخراج کند).

از ۲۲۷ امین تا ۲۴۴ امین روز کاری ۲۵۳ واحد محصول در روز تولید کند (۲۳ واحد محصول در روز از طریق اضافه کاری تولید کند).

روش ج) از اولین روز کاری تا ۸۴ امین روز کاری ۲۵۰ واحد محصول در روز تولید کند.

از ۸۵ امین تا ۱۲۸ امین روز کاری ۳۵۰ واحد محصول در روز تولید کند (۱۰۰ نفر کارگر استخدام کند).

از ۱۲۹ امین تا ۱۴۸ امین روز کاری ۴۱۰ واحد محصول در روز تولید کند. (۶۰ واحد محصول در روز از طریق اضافه‌کاری تولید کند، ۱۷۰۰ واحد محصول از بازار آزاد خریداری شود).

از ۱۴۹ امین تا ۱۷۱ امین روز کاری ۳۷۰ واحد محصول در روز تولید کند (۲۰ واحد محصول در روز از طریق اضافه‌کاری تولید کند).

از ۱۷۲ امین تا ۱۸۲ امین روز کاری ۴۱۰ واحد محصول در روز تولید کند (۶۰ واحد محصول در روز از طریق اضافه‌کاری تولید کند، ۱۳۸۰ واحد محصول از بازار آزاد بخرد).

از ۱۸۳ امین تا ۲۰۴ امین روز کاری ۲۷۳ واحد محصول در روز تولید کند (۲۳ واحد محصول در روز از طریق اضافه‌کاری تولید کند، ۱۰۰ نفر را اخراج نماید).

از ۲۰۵ امین تا ۲۴۴ امین روز کاری ۲۵۰ واحد محصول در روز تولید کند.

۵ ـ با حل تمرین ۴ در خواهید یافت که هزینه‌های سه برنامه تولیدی الف و ب و ج در حالت نزولی است. آیا می‌توانید با استفاده از روش آزمایش و خطا یک برنامه تولیدی بهتر از سه برنامه الف و ب و ج ارایه دهید؟ آیا می‌توانید خواسته فوق را با استفاده از روش تعدیل سطح نیروی انسانی با $N = 2$ انجام دهید؟

۶ ـ پیش‌بینی تقاضای ماهیانه سه محصول A و B و C و تعداد روزهای کاری اوقات معمولی و اضافه‌کاری مطابق جدول زیر در دست است.

پریود	پیش‌بینی تقاضا			روزهای کاری	
	محصول A	محصول B	محصول C	اوقات معمولی	اوقات اضافه کاری
۱	۵۰	۵۰	۱۲۰	۲۲	۳
۲	۶۰	۶۰	۱۵۵	۱۸	۳
۳	۵۵	۷۰	۱۶۵	۲۳	۳
۴	۵۵	۶۵	۲۰۰	۲۱	۳
۵	۵۰	۵۵	۶۵	۲۲	۴
۶	۴۵	۸۰	۵۰	۲۱	۳
۷	۴۰	۲۵۰	۴۰	۲۰	۳
۸	۷۰	۲۵۰	۴۰	۲۰	۳
۹	۹۵	۱۱۰	۴۵	۲۲	۴
۱۰	۲۶۰	۱۰۰	۶۰	۲۲	۴
۱۱	۲۴۰	۸۰	۱۴۰	۲۱	۳
۱۲	۲۱۰	۶۰	۱۵۰	۲۰	۲

Www.iepnu.com

سایر اطلاعات این مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی بصورت زیر است:

طول دوره برنامه‌ریزی	۱۲ ماه
موجودی آغازی	۲۰ واحد محصول
سطح نیروی انسانی اولیه	۲۰ نفر
حداکثر تعداد نیروی انسانی	۴۰ نفر
سرعت تولید اوقات معمولی	۳ واحد محصول توسط هر نفر در ماه
سرعت تولید اوقات اضافه‌کاری	۱ واحد محصول توسط هر نفر در ماه
هزینه تولید هر واحد محصول	۸۰۰ واحد پول قراردادی
هزینه نگهداری هر واحد محصول در ماه	۲۵ واحد پول قراردادی
هزینه کسری هر واحد محصول در ماه	۱۰۰ واحد پول قراردادی
هزینه استخدام هر کارگر جدید	۹۰۰ واحد پول قراردادی
هزینه اخراج هر کارگر	۸۰۰ واحد پول قراردادی
هزینه مواد و راه‌اندازی	۲۰۰۰ بعلاوه ۴۵۰ واحد پول قراردادی برای هر محصول
درآمد حاصل از فروش هر واحد محصول	۲۰۰۰ واحد پول قراردادی

الف) با استفاده از روش‌های تثبیت سرعت تولید، ارضاء تقاضا و تعدیل نیروی انسانی با $N = 2$ یک برنامه تولیدی خوب برای محصول A بدست آورید و علت اختلاف روش‌های فوق را مورد بررسی و تحلیل قرار دهید.

ب) قسمت (الف) را برای محصول B تکرار کنید.

ج) قسمت (الف) را برای محصول C تکرار کنید.

۷ - یک کارخانه تقاضای محصول خود را در سال آینده به صورت زیر پیش‌بینی کرده است:

فروردین	۴۰۰	مهر	۵۸۰
اردیبهشت	۵۱۰	آبان	۶۰۰
خرداد	۴۰۰	آذر	۳۰۰
تیر	۴۰۵	دی	۲۸۰
مرداد	۴۶۰	بهمن	۴۴۰
شهریور	۶۷۵	اسفند	۵۰۰

کارگران فعلی کارخانه می‌توانند ۴۸۰ محصول در ماه تولید کنند وقتی یک کارگر از کارخانه اخراج و یا به کارگران کارخانه اضافه می‌شود، می‌تواند ۲۰ واحد محصول در ماه در تولید کارخانه اثر بگذارد، میانگین حقوق کارگران ۶۶۰ واحد پول قراردادی در ماه است. کارخانه می‌تواند با پرداخت ۱/۵ برابر اوقات معمولی اضافه‌کاری داشته باشد و حداکثر اضافه‌کاری ۱۰ درصد اوقات معمولی برای کارگران موجود می‌باشد. بنابراین کارگران با کار کردن حداکثر اوقات اضافه‌کاری می‌توانند ۲ واحد محصول در ماه تولید کنند. استخدام و آموزش هر کارگر ۱۰۰ واحد پول قراردادی و هزینه سفارشات عقب‌افتاده ۵۰ واحد پول قراردادی برای هر واحد محصول عقب افتاده

در ماه است.

الف) با فرض اینکه موجودی آغازی صفر و تعداد کارگران در اول فروردین ۲۴ نفر باشد مسئله را با استفاده از روش‌های تثبیت سرعت تولید، ارضاء تقاضا و تعدیل سطح نیروی انسانی با $N = 2$ حل کنید و نتیجه را تحلیل کنید.

ب) آیا تحلیل قسمت (الف) شما را به یک روش آزمایش و خطا هدایت نمی‌کند؟ اگر چنین است یک برنامه تولیدی بهتر از سه روش مکاشفه‌ای قسمت (الف) ارایه دهید.

ج) اگر هزینه هر تغییر در سرعت تولید (افزایش و یا کاهش) ۳۰۰۰ واحد پول قراردادی علاوه بر هزینه استخدام و یا اخراج باشد، قسمت‌های الف و ب را دوباره با این تغییر حل کنید.

۸ - جدول ۶ در متن درس که در رابطه با محاسبات روش تعدیل نیروی انسانی در کارخانه پارچه‌بافی است با $\alpha=0$ محاسبه گردیده است. این جدول را برای $\alpha = 0/33$ تصحیح کنید.

۹ - عواملی که به توسط برنامه ادغامی جهت تأمین اهداف مدیریت قابل تغییر هستند را لیست کنید. با مدیر کنترل تولید کارخانه‌ای در نزدیک محلهٔ خود تماس برقرار کنید و در مورد امکان به کارگیری این عوامل و هزینه‌های منتج از آن بحث کنید.

۱۰ - تصور کنید که از شما خواسته باشند که یک سیستم برنامه ادغامی بوجود آورید و شما بخواهید که از روش‌های ارایه شده در این کتاب راه حلی را انتخاب کنید. تحلیلی را که برای انتخاب روش برخواهید گزید شرح دهید.

۱۱ - نقاط قوت و ضعف روش‌های برنامه‌ریزی تولید ادغامی تثبیت سرعت تولید، ارضاء تقاضا، تعدیل سطح نیروی انسانی، تجربی و پارامتری را برشمارید. یک خلاصه روش سه تا چهار صفحه‌ای آن چنان بنویسید که مدیریت عالی یک شرکت مجازی را به کاربرد این روش‌ها ترغیب نماید.

۱۲ - با استفاده از روش جدول‌بندی به صورت دستی و یا برنامه کامپیوتری یک برنامه تولید ادغامی جهت محصول A در جدول زیر و سایر اطلاعات داده شده به دست آورید. سعی کنید به سودی بالاتر از سودی که همکلاسی‌های شما به دست آورده‌اند، دست یابید.

افق پیش‌بینی شده	۱۲ ماه
موجودی آغازی	۲۰ واحد محصول
تعداد کارگران اولیه	۲۰ نفر
حداکثر تعداد کارگران	۴۰ نفر
سرعت تولید اوقات معمولی	۳ واحد محصول توسط هر کارگر در ماه
سرعت تولید اوقات اضافه کاری	۱ واحد محصول توسط هر کارگر در ماه
هزینه تولید اوقات معمولی	۵۰۰ دلار برای هر محصول
هزینه تولید اوقات اضافه کاری	۸۰۰ دلار برای هر محصول
هزینه نگهداری	۲۵ دلار بازاء هر واحد محصول در ماه
هزینه کسری	۱۰۰ دلار بازاء هر واحد محصول در ماه
هزینه استخدام کارگر جدید	۹۰۰ دلار بازاء هر نفر

Www.iepnu.com

Period	تقاضای پیش‌بینی شده			روزهای کاری	
	Set A	Set B	Set C	روزهای معمولی	روزهای اضافه‌کاری
۱	۵۰	۵۰	۱۲۰	۲۲	۳
۲	۶۰	۶۰	۱۵۵	۱۸	۳
۳	۵۵	۷۰	۱۶۵	۲۳	۳
۴	۵۵	۶۵	۲۰۰	۲۱	۳
۵	۵۰	۵۵	۶۵	۲۲	۴
۶	۴۵	۸۰	۵۰	۲۱	۳
۷	۴۰	۲۵۰	۴۰	۲۰	۳
۸	۷۰	۲۵۰	۴۰	۲۰	۳
۹	۹۵	۱۱۰	۴۵	۲۲	۴
۱۰	۲۶۰	۱۰۰	۶۰	۲۲	۴
۱۱	۲۴۰	۸۰	۱۴۰	۲۱	۳
۱۲	۲۱۰	۶۰	۱۵۰	۲۰	۲

هزینه اخراج هر کارگر	۸۰۰ دلار
هزینه مواد اولیه وبالاسری	۲۰۰ دلار + ۴۵۰ دلار بازاء هر واحد محصول
قیمت خرید هر واحد محصول توسط خرده فروشی	۱۵۰۰ دلار
درآمد حاصل از فروش هر واحد محصول	۲۰۰۰ دلار

۱۳ ـ مسئله ۱۲ را برای محصول B تکرار کنید مشروط بر آنکه هزینه نگهداری و کسری هر واحد کالا مطابق اعداد داده شده در جدول زیر باشد. در مورد حساسیت نتایج بحث کنید.

نگهداری	کسری
۵۰	۱۰۰
۵۰	۵۰
۱۰۰	۵۰
۱۰۰	۱۰۰

۱۴ ـ مسئله ۱۲ را برای محصول C تکرار کنید مشروط بر آنکه هزینه‌های استخدام و اخراج مطابق اعداد داده شده در جدول زیر باشد. در مورد حساسیت نتایج بحث کنید.

هزینه استخدام	هزینه اخراج
۵۰۰	۱۰۰۰
۱۰۰۰	۱۰۰۰
۱۰۰۰	۵۰۰
۵۰۰	۵۰۰

۱۵ ـ مسئله ۱۲ را برای محصولات A و B و C تکرار کنید. در مورد اثر نوسانات تقاضا بر روی حل بحث کنید. برای محصول C مقدار W را برابر ۴۰ فرض کنید.

۱۶ ـ مسئله ۱۲ را برای محصول B با فرض داشتن موجودی نهایی ۱۰۰ + ، ۵۰+ و صفر، ۵۰- و ۱۰۰- تکرار کنید. مقدار هزینه کل را به صورت تابعی از موجودی نهایی رسم نموده و در مورد نتیجه بحث کنید.

۱۷ ـ مسئله ۱۶ را برای محصول C تکرار کنید.

۱۸ ـ مسئله ۱۲ را برای محصول A با محدودیت اضافی زیر حل کنید. موجودی پایانی هر دوره نباید از ۱۰، ۵۰ یا ۸۰ واحد محصول کمتر بشود. در مورد اثر این محدودیت جدید بحث کنید.

۱۹ ـ مسئله ۱۲ را برای محصول B با محدودیت زیر حل کنید. تعداد کارگران اولیه و تعداد دفعاتی که تعداد کارگران باید تغییر کند مطابق اطلاعات زیر باشد. مسئله را برای هر یک از حالات زیر حل کنید و در مورد نتایج حاصل بحث کنید.

تعداد کارگران اولیه	تعداد دفعات استخدام	تعداد دفعات اخراج
۳۰	۳	۰
۳۰	۲	۱
۳۵	۱	۲

۲۰ ـ مسئله ۱۲ را برای محصول C با تغییر قیمت در خرده فروشی حل کنید. قیمت خرده فروشی ۷۰۰ دلار، ۱۰۰۰ دلار، ۱۳۰۰ دلار و ۱۶۰۰ دلار است. در مورد اثر این تغییرات بر روی سود رسانی و استراتژی تولید بحث کنید.

۲۱ ـ معادله (۴) مبین تصمیم سطح نیروی انسانی به صورت تابعی از تصمیمات قبلی، عدم تعادل موجودی، و پیش‌بینی تقاضای یک دوره است. یک مدل رگرسیون دیگری بسازید که سطح نیروی انسانی مورد نظر در معادله (۸) را دخالت دهد. افق برنامه‌ریزی را ۳ دوره فرض کنید.

۲۲ ـ اگر یک برنامه رگرسیون کامپیوتری در اختیار باشد، مدل ارایه شده در مسئله ۲۱ را ارزشیابی کنید. هزینه کل این مدل را برای مفروضات داده شده در جدول ۱۲ بدست آورید.

۲۳ ـ تابع هدف و محدودیت‌های مدل برنامه‌ریزی خطی مربوط به محصول A داده شده در فوق برای تعیین برنامه تولید ادغامی سه ماهه اول تشکیل دهید. علاوه بر مفروضات داده شده در مسئله ۱۲ به مفروضات تکمیلی زیر توجه کنید.

هزینه نیروی انسانی در اوقات معمولی	۲۰۰ دلار به ازاء هر واحد محصول
هزینه نیروی انسانی در اوقات اضافه کاری	۱۰۰ دلار به ازاء هر واحد محصول
ظرفیت اوقات معمولی	۱۷۶ نفر ساعت در ماه
ظرفیت اوقات اضافه کاری	۷۲ نفر ساعت در ماه

۲۴ ـ مسئله ۲۳ را برای محصول B حل نموده و نتیجه آن را با حل مسئله ۲۳ مقایسه کنید.

۲۵ ـ مسئله ۲۳ را برای محصول C حل نموده و نتیجه آنرا با حل مسئله ۲۴ مقایسه کنید.

Www.iepnu.com

۲۶ ـ با استفاده از روش Jones، یک برنامه ادغامی برای مفروضات پیش‌بینی شده در زیر بدست آورید. از مفروضات داده شده در کارخانه تولید کننده تلویزیون رنگی نیز استفاده کنید. این مسئله نباید از روش دستی حل شود.

$I_0 = ۴۰$ و $W_0 = ۳۲$

$t =$	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
$F_t =$	۳۰۰	۲۹۰	۲۶۰	۲۵۰	۲۷۰	۲۸۰	۳۲۰	۳۴۰

پرتال تخصصی مهندسی صنایع

۳

کاربرد برنامه‌ریزی خطی

۱ ـ مقدمه

از بین مدل‌های بهینه‌سازی، مدل برنامه‌ریزی خطی از جمله مدل‌هایی است که بیشترین کاربرد را در برنامه‌ریزی تولید ادغامی علی الخصوص در خطوط تولید ادغامی بویژه در خطوط تولید پیوسته و خطوط تولید انبوه نشان داده است. با استفاده از روش‌های مکاشفه‌ای فصل قبل به سؤالاتی از قبیل سؤالات زیر به طور جداگانه می‌توان پاسخ داد:

الف) در چه سطحی باید از موجودی جهت مقابله با نوسان تقاضا در ۱۲ تا ۱۸ ماه آینده استفاده نمود.

ب) چگونه این نوسان تقاضا را از طریق تغییر در سطح نیروی انسانی جبران کنیم.

ج) چگونه یک نیروی انسانی متعادلی بوجود آورد، و این نوسانات را به توسط تغییر سطح فعالیت‌ها از طریق تغییر ساعات کار جبران کنیم.

د) چگونه با ایجاد یک سطح نیروی انسانی نسبتاً متعادل نوسانات تقاضا را از طریق قرارداد جنبی جبران کنیم.

ه) اصلاً تمام تقاضاها را برآورده نسازیم و فقط قسمتی از آنرا که قادریم در حال حاضر جبران نموده و کسری‌ها را پس از پرداخت جریمه تأمین نماییم.

بسیاری از اوقات به کارگیری هر یک از این استراتژی‌ها به تنهایی به اندازه ترکیبی از آن‌ها کارساز نیست. مدل برنامه‌ریزی خطی از جمله مدل‌هایی است که نه تنها قادر است ترکیبی از روش‌های فوق را در آن واحد دربر گیرد بلکه این توانایی را هم دارد که محدودیت‌های اضافی زیر را هم در آن واحد در نظر داشته باشد :

(i) حد بالا و پایین برای تولید و موجودی.

(ii) محدودیت‌های مربوط به تعداد کارگرانی که می‌توان در هر دوره استخدام و یا اخراج نمود.

(iii) عدم کارآیی به سبب اضافه کاری.

(iv) عدم کارایی مربوط به کارگران تازه استخدام در دوره‌های اول و دوم و دوره‌های آتی.

(v) هزینه‌های استخدام و اخراج که ممکن است تابعی از تعداد کارگران استخدام شده و یا اخراجی باشد.

(vi) درصد غیبت کارگران.

(vii) ماکزیمم اوقات اضافه کاری.

(viii) کم کردن ساعات کار اوقات معمولی در هفته به علت کمبود تقاضا.

(ix) قرارداد جنبی.

جالب‌تر از همه این است، که توسط مدل برنامه‌ریزی خط پس از بدست آوردن حل بهینه می‌توان به سئوالاتی از قبیل "چه خواهد شد اگر" نیز پاسخ داد. چون غالباً اجرای بی‌چون و چرای یک راه حل برای مدیر میسر نیست لذا

Www.iepnu.com

مدیر باید قادر باشد که در مقابل تغییراتی که در آینده پیدا خواهد شد عکس العمل نشان دهد. این عمل توسط تجزیه و تحلیل حساسیت پس از بدست آوردن حل بهینه امکان‌پذیر است. فقط ضعفی که برای مدل‌های برنامه‌ریزی خطی می‌توان بیان کرد این است که تقاضاها باید مفروض و داده شده تلقی گردد و هزینه‌ها نیز خطی باشند. عدم خطی بودن هزینه منجر به حلی خواهد شد که حتی از جواب‌های مکاشفه‌ای هم بدتر است و ما این ضعف را در آخرین مثال این فصل نشان داده‌ایم.

لازم به تذکر است که چون برنامه فرعی مدل برنامه‌ریزی خطی حتی برای کامپیوترهای کوچک هم آماده و در دسترس است، لذا مدل برنامه‌ریزی خطی از دو جنبه زیر در حل مسائل برنامه‌ریزی تولید ادغامی مورد توجه است:

الف) در مواردی که ضعف‌های اشاره شده در فوق جدی نباشد، خود به عنوان قویترین راه حل مورد استفاده خواهد بود.

ب) به علت سهل‌الوصول بودن و قدرت عمل آن به عنوان تقریبی از مدل‌های بهینه‌سازی پیچیده تحقیق در عملیات و یا واسطه ساده‌تر کردن آن‌ها و تجزیه آن مدل‌ها به مدل‌های کوچکتر مورد استفاده خواهد بود.

در این بخش به ارایه مدل‌های خطی می‌پردازیم که در رابطه با مسائل تولید ترکیبی، انتخاب روش تولید، امتزاج، تولید چند مرحله‌ای، تقلیل ضایعات در برش و بالاخره مدل‌های برنامه‌ریزی خطی در تولید ادغامی هستند و در مورد هر یک از آن‌ها مثالی همراه با حل کامپیوتری و تحلیل جواب اقدام خواهیم نمود.

۲ ـ مسئله تولید ترکیبی

یکی از مهمترین مسائلی که کارخانجات غالباً با آن مواجه هستند این است که از بین محصولاتی که قادرند تولید کنند، نمی‌دانند کدام محصول را برگزینند. به عبارت بهتر ممکن است چندین محصول باشد که کارخانه بتواند آنرا در یک دوره تولید و بفروشد ولی می‌خواهد بداند که چه مقدار از هر کدام باید تولید نماید. هدف عبارت از تخصیص منابع محدود است به طوری که عایدی خالص بیشینه باشد. واضح است که تولید هر محصول در هزینه ثابت و سود خالص کارخانه به میزان مناسبی شرکت خواهد داشت و بعلاوه در استفاده از منابع مشخصی چون مواد خام، نیروی انسانی، وقت مفید ماشین‌ها در مراکز تولید مختلف کارخانه مشارکت مستقیم دارند. مسئله عبارت از پیدا کردن آن برنامه تولیدی است که کل مشارکت محصولات را در هزینه ثابت و سود خالص کارخانه در یک دورهٔ معین ماکزیمم نموده و در عین حال محدودیت‌های حاصل از منابع نادر و همچنین تقاضاهایی که برای هر محصول موجود است ارضاء نماید. موارد زیر مشخصات مسئله تولید ترکیبی را توجیه می‌نماید :

۱ ـ ماکزیمم نمودن مشارکت محصول در سود خالص و هزینه ثابت کارخانه

۲ ـ محدودیت‌های حاصل از منابع نادر

۳ ـ محدودیت‌های حددار بر روی محصولات مورد برنامه‌ریزی

مدل برنامه‌ریزی خطی

برای فرموله کردن مسئله تولید ترکیبی به صورت یک مدل برنامه‌ریزی خطی ترجیح می‌دهیم که ابتدا متغیر و پارامترهای مسئله را به صورت زیر تعریف کنیم:

x_i = مقدار محصول i ($i = ۱, ۲, ..., n$) که در دورهٔ برنامه‌ریزی تولید می‌شود.

b_k = مقدار منبع ($k = ۱, ۲, ..., K$) که در دورهٔ برنامه‌ریزی در دسترس است.

a_{ik} = تعداد واحدی که از منبع k در تولید یک واحد از محصول i مورد نیاز است.

U_i = حداکثر توان فروش محصول i در دورهٔ برنامه‌ریزی

L_i = حداقل سطح تولیدی مورد تقاضای محصول i در دورهٔ برنامه‌ریزی

r_i = قیمت فروش هر واحد از محصول i

c_i = هزینه متغیر تولید هر واحد از محصول i

فرض بر آن است که $(r_i - c_i)\,x_i$ عبارت از مشارکت محصول i در هزینه ثابت و سود خالص کارخانه و در نتیجه x_i مقدار محصول i ام است. و تمام U_i واحد تولید شده از محصول i در دورهٔ برنامه‌ریزی به فروش می‌رسد. بعلاوه تصور داریم که تولید x_i واحد از محصول i مقدار $a_{ik}\,x_i$ واحد از منبع k مصرف می‌کند. هدف ما عبارت از ماکزیمم کردن مشارکت تمام محصولات در هزینه ثابت و سود خالص کارخانه است و آنرا با Z نمایش می‌دهیم.

از نظر ریاضی می‌خواهیم مقادیر $x_۱, x_۲, ..., x_n$ را طوری تعیین کنیم که تابع زیر را ماکزیمم نماید:

$$\text{Max } Z = \sum_{i=۱}^{n} (r_i - c_i)x_i \qquad (۱)$$

به طوریکه

$$\sum_{i=۱}^{n} a_{ik}\,x_i \le b_k \quad , \quad k = ۱, ۲, ..., K \qquad (۲)$$

$$x_i \le U_i \quad , \quad i = ۱, ۲, ..., n \qquad (۳)$$

$$x_i \ge L_i \quad , \quad L_i \ge ۰, i = ۱, ۲, ..., n \qquad (۴)$$

سمت چپ رابطه (۲) عبارت از منابع مصرفی از نوع k است که در این برنامه‌ریزی تولید مصرف می‌شود. حد پایین (۴) در صورتی اتفاق می‌افتد که کارخانه یک قراردادی برای تحویل کالای i به مقدار L_i داشته باشد و یا اینکه صرف نظر از نتایج اقتصادی آینده، مدیریت کارخانه تصمیم بر آن دارد که حداقل این مقدار محصول از نوع i تولید نماید.

مثال ۱ ـ مسئله تولید ترکیبی

یک تولید کننده لوازم خانگی محصولات خود را از ورقه‌های فلزی تولید می‌نماید. برای نمایش مسئله برنامه‌ریزی تولید آن فرض کنید تولید کننده فقط ۴ نوع محصول تولید می‌کند و سیستم تولید آن شامل ۵ مرکز تولید می‌باشد. پرسکاری، مته کاری، مونتاژ، تکمیل (رنگ آمیزی و نقاشی) و بسته‌بندی. برای یک ماه داده شده مدیریت این کارخانه باید بداند که چه مقدار از هر محصول تولید نماید. برای کمک به این تصمیم‌گیری مفروضات جدول ۱ و ۲ را تنظیم می‌نماید. بعلاوه او می‌داند که فقط ۲۰۰۰ متر مربع از ورق فلزی مورد استفاده در محصولات ۲ و ۴ در این ماه موجود است، محصول ۲ احتیاج به ۲ متر مربع در هر واحد و محصول ۴ احتیاج به مقدار ۱/۲ مترمربع در هر واحد دارد.

Www.iepnu.com

جدول ۱ ـ مفروضات مثال ۱

دپارتمان	زمان تولید هر واحد محصول برحسب ساعت				ظرفیت موجود (ساعت)
	محصول ۱	محصول ۲	محصول ۳	محصول ۴	
پرسکاری	۰/۰۳	۰/۱۵	۰/۰۵	۰/۱۰	۴۰۰
مته کاری	۰/۰۶	۰/۱۲	—	۰/۱۰	۴۰۰
مونتاژ	۰/۰۵	۰/۱۰	۰/۰۵	۰/۱۲	۵۰۰
تکمیلی	۰/۰۴	۰/۲۰	۰/۰۳	۰/۱۲	۴۵۰
بسته‌بندی	۰/۰۲	۰/۰۶	۰/۰۲	۰/۰۵	۴۰۰

جدول ۲ ـ مفروضات مثال ۱

محصول	قیمت فروش واحد/پول	هزینه‌های متغیر واحد/پول	توان فروش	
			مینیمم	ماکزیمم
۱	۱۰	۶	۱۰۰۰	۶۰۰۰
۲	۲۵	۱۵	—	۵۰۰
۳	۱۶	۱۱	۵۰۰	۳۰۰۰
۴	۲۰	۱۴	۱۰۰	۱۰۰۰

برای فرموله کردن این مسئله به صورت یک مدل برنامه‌ریزی خطی فرض کنید که x_i عبارت از تعداد محصولات تولید شده از محصولات i در ماه داده شده باشد و Z مشارکت کل در سود و هزینه ثابت را نشان دهد. مسئله عبارت از انتخاب مقادیر غیرمنفی x_1، x_2، x_3، x_4 جهت ماکزیمم کردن

$$Z = ۴x_۱ + ۱۰x_۲ + ۵x_۳ + ۶x_۴$$

به طوری که

۱) محدودیت‌های مربوط به ظرفیت زمانی :

(پرسکاری) $۰/۰۳x_۱ + ۰/۱۵x_۲ + ۰/۰۵x_۳ + ۰/۱۰x_۴ \le ۴۰۰$

(مته کاری) $۰/۰۶x_۱ + ۰/۱۲x_۲ + ۰/۱۰x_۴ \le ۴۰۰$

(مونتاژ) $۰/۰۵x_۱ + ۰/۱۰x_۲ + ۰/۰۵x_۳ + ۰/۱۲x_۴ \le ۵۰۰$

(تکمیلی) $۰/۰۴x_۱ + ۰/۲۰x_۲ + ۰/۰۳x_۳ + ۰/۱۲x_۴ \le ۴۵۰$

(بسته‌بندی) $۰/۰۲x_۱ + ۰/۰۶x_۲ + ۰/۰۲x_۳ + ۰/۰۵x_۴ \le ۴۰۰$

۲) محدودیت مربوط به ورقه‌های فلزی موجود:

$$۲/۰x_۲ + ۱/۲x_۴ \le ۲۰۰۰$$

۳) محدویت مربوط به مینیمم تولید و ماکزیمم فروش:

$$۱۰۰۰ \le x_۱ \le ۶۰۰۰$$
$$۰ \le x_۲ \le ۵۰۰$$
$$۵۰۰ \le x_۳ \le ۳۰۰۰$$
$$۱۰۰ \le x_۴ \le ۱۰۰۰$$

مسئله فوق با استفاده از روش سیمپلکس حل شده و جواب بهینه آن به صورت زیر بدست آمده است:

$$x^*_۱ = ۵۵۰۰ \quad , \quad x^*_۲ = ۵۰۰ \quad , \quad x^*_۳ = ۳۰۰۰ \quad , \quad x^*_۴ = ۱۰۰$$

همان طوری که ملاحظه می‌شود محصولات ۲ و ۳ به اندازه ماکزیمم توان فروش به بازار عرضه می‌شوند. محصول ۴ از این نظر تولید می‌شود که چون مینیمم تقاضا برای آن ۱۰۰ است. این برنامه تمام ظرفیت دپارتمان‌های پرسکاری و مته‌کاری را به کار می‌گیرد. ظرفیت‌های به کار برده نشده عبارت از ۱۳ ساعت دپارتمان مونتاژ، ۲۸ ساعت دپارتمان تکمیلی و ۱۹۵ ساعت در دپارتمان بسته‌بندی است. فقط ۱۱۲۰ متر مربع از ورقه‌های فلزی استفاده شده و ۸۸۰ متر مربع آن بلااستفاده مانده است. سود بهینه این برنامه ۴۲۶۰۰ واحد پول قراردادی است.

با استفاده از متغیرهای مزدوج این مسئله درخواهیم یافت که تولید بیشتر محصول ۴ به قیمت کمتر تولید کردن سایر محصولات به صرفه نخواهد بود مگر اینکه سود آن حداقل ۱/۷۸ واحد پول قراردادی افزایش یابد، یعنی به ۷/۷۸ واحد پول قراردادی برسد. ارزش نهایی هر ساعت اضافه ظرفیت پرسکاری ۲۲/۲۲ و مته کاری ۵۵/۵۶ واحد پول قراردادی است. اگر می‌توانستیم یک واحد بیشتر از محصول ۳ را بفروشیم، مبلغ ۳/۸۹ واحد پول قراردادی افزایش سود داشتیم (با محاسبه اینکه در نتیجه این عمل سایر محصولات کمتر تولید می‌شدند). قدرت فروش یک واحد بیشتر از محصول ۲ تغییری در سود حاصل نمی‌نمود.

۳ ـ مسئله انتخاب روش تولید

در این نوع مسائل یک تقاضای معینی برای هر نوع محصول وجود دارد. هر محصول ممکن است به روش‌های مختلف تولید گردد. هزینه هر واحد و همچنین میزان منابع مصرفی بستگی به روش انتخابی تولید دارد. هر منبع تولید در دورهٔ برنامه‌ریزی دارای مقدار محدودیست. مسئله عبارت از آن است که از هر روش چند محصول تولید گردد تا اینکه هزینه تولید مینیمم گردد، به طوری که محدودیت‌های مربوط به منابع نادر و نیز تقاضاهای مربوط به هر محصول ارضاء گردد. چون که میزان تقاضاهای هر محصول داده شده است در نتیجه عایدی مورد نظر نبوده بلکه کم کردن هزینه هدف اصلی خواهد بود.

برای فرموله کردن مسئله به صورت یک مدل برنامه‌ریزی خطی به نشانه‌های زیر احتیاج خواهیم داشت:

x_{ij} : مقداری که از محصول $(i = ۱, ۲, ..., n)$ به توسط روش j $(j = ۱, ۲, ..., J_i)$ در دوره برنامه‌ریزی تولید می‌شود.

D_i : تقاضای محصول i در طول دوره برنامه‌ریزی.

b_k : مقدار منبع موجود $(k = ۱, ۲, ..., K)k$ در طول دوره برنامه‌ریزی.

a_{ijk} : تعدادی از منبع k که جهت تولید یک واحد از محصول i توسط روش j مورد نیاز است.

c_{ij} : هزینه متغیر تولید یک واحد از محصول i توسط روش j.

Z : هزینه کل در طول دوره برنامه‌ریزی.

Www.iepnu.com

پرتال تخصصی مهندسی صنایع

ما می‌خواهیم x_{ij} را چنان تعیین کنیم که :

$$\text{MinZ} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{j_i} c_{ij} X_{ij} \qquad (۵)$$

$$\sum_{j=1}^{j_i} X_{ij} = D_i \qquad ; i = 1, 2, ..., n \qquad (۶)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{j_i} a_{ijk} X_{ij} \le b_k \qquad ; k = 1, 2, .., K \qquad (۷)$$

$$X_{ij} \ge 0 \qquad \text{برای تمام } i \text{ و } j \text{ و } k \qquad (۸)$$

حال دو مثال عددی ارایه خواهیم داد. مثال اول دقیقاً همانند مدل برنامه‌ریزی خطی فوق است. مثال دوم نشان می‌دهد که چگونه مسئله انتخاب روش تولید می‌تواند با مسئله تولید تلفیق گردد. مثال دوم مشهورترین کاربرد مدل ریاضی در صنعت است.

مثال ۲ ـ مسئله انتخاب روش تولید

در مثال ۱ ـ تصور کنید که تقاضا برای چهار محصول به ترتیب ۳۰۰۰، ۵۰۰، ۱۰۰۰ و ۲۰۰۰ باشد. فرض کنید که دقیقاً همین مقدار محصول باید در ماه تولید شود. زمان عادی موجود جهت ساختن این محصولات مطابق جدول ۱ است. علاوه بر این پرسکاری و مته کاری قطعات هر محصول می‌تواند بجاهای دیگر واگذار گردد ولی ۲۰٪ به هزینه تولید محصول اضافه می‌گردد. هر دو کار پرسکاری و مته‌کاری به خارج از کارخانه واگذار شده و قطعات نیمه ساخته به کارخانه جهت مونتاژ، تکمیل و بسته‌بندی فرستاده می‌شود. اگر لازم باشد کارخانه می‌تواند دپارتمان تکمیلی خود را تا ۱۰۰ ماشین ساعت در ماه وادار به اضافه‌کاری نماید. در نتیجه این عمل هزینه هر محصول ۱ و ۳ به اندازه ۰٫۲ و هزینه هر محصول ۲ به اندازه ۰٫۴۰ و هر محصول ۴ به اندازه ۰٫۳ واحد پول قراردادی افزوده خواهد شد. محدودیت ورقه‌های فلزی به اندازه ۲۰۰۰ متر مربع جهت محصولات ۲ و ۴ فقط برای محصولات پرسکاری و مته کاری داخل کارخانه کاربرد دارد. هدف بر آوردن اهداف تولید با حداقل هزینه است. متغیرهای تصمیم‌گیری عبارت از تعداد هر محصول است که توسط هر روش با جریان کار تولید می‌گردد. چهار روش به ترتیب زیر وجود دارد:

۱) پرسکاری و مته کاری داخلی، تکمیل در وقت معمولی.
۲) پرسکاری و مته کاری داخلی، تکمیل در وقت اضافی.
۳) پرسکاری و مته کاری خارجی، تکمیل در وقت معمولی.
۴) پرسکاری و مته کاری خارجی، تکمیل در وقت اضافی.

ما باید این روش‌ها را کاملاً از یکدیگر متمایز سازیم، زیرا هزینه تولید هر واحد و میزان منابع مصرفی در آن‌ها کاملاً با یکدیگر تفاوت دارند. به عنوان مثال، هزینه تولید هر واحد از محصول ۱ به توسط ۴ روش مختلف عبارت از ۶، ۶٫۲، ۷٫۲، ۷٫۴ واحد پول قراردادی است. فرض کنید که x_{ij} عبارت از تعداد محصول نوع i باشد که به توسط

روش j تولید می‌گردد. مسئله برنامه‌ریزی خطی آن به شکل زیر است:

$$\begin{aligned}\text{MinZ} = {} & 6x_{11} + 6{,}2x_{12} + 7{,}2x_{13} + 7{,}4x_{14} \\ & + 15x_{21} + 15{,}4x_{22} + 18x_{23} + 18{,}4x_{24} \\ & + 11x_{31} + 11{,}2x_{32} + 13{,}2x_{33} + 13{,}4x_{34} \\ & + 14x_{41} + 14{,}3x_{42} + 16{,}8x_{43} + 17{,}1x_{44}\end{aligned}$$

به طوری که

۱) محدودیت ظرفیت ساعات معمولی :

$$\sum_{j=1}^{2} (0{,}03x_{1j} + 0{,}15x_{2j} + 0{,}05x_{3j} + 0{,}10x_{4j}) \le 400$$

$$\sum_{j=1}^{2} (0{,}06x_{1j} + 0{,}12x_{2j} + \quad + 0{,}13x_{4j}) \le 400$$

$$\sum_{j=1}^{4} (0{,}05x_{1j} + 0{,}10x_{2j} + 0{,}05x_{3j} + 0{,}12x_{4j}) \le 500$$

$$0{,}04(x_{11} + x_{13}) + 0{,}20(x_{21} + x_{23}) + 0{,}03(x_{31} + x_{33}) + 0{,}12(x_{41} + x_{43}) \le 450$$

$$\sum_{j=1}^{4} (0{,}02x_{1j} + 0{,}06x_{2j} + 0{,}02x_{3j} + 0{,}05x_{4j}) \le 400$$

۲) محدودیت ساعات اضافه کاری دپارتمان تکمیلی :

$$0{,}04(x_{12} + x_{14}) + 0{,}20(x_{22} + x_{24}) + 0{,}03(x_{32} + x_{34}) + 0{,}12(x_{42} + x_{44}) \le 100$$

۳) محدویت ورقه‌های فلزی عبارت است از :

$$2{,}0(x_{21} + x_{23}) + 1{,}2(x_{41} + x_{43}) \le 2000$$

۴) محدویت تقاضا عبارت است از :

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 3000$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 500$$
$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 1000$$
$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 2000$$

حل بهینه فوق عبارت است از $x^*_{11} = 3000$، $x^*_{23} = 300$، $x^*_{24} = 200$، $x^*_{31} = 1000$، $x^*_{41} = 1667$، $x^*_{43} = 333$ و سایر متغیرها برابر صفرند. جدول ۳ این نتایج را به نحو ملموس‌تری مرتب نموده و هزینه این برنامه‌ریزی ۶۷۰۱۳ واحد پول قراردادی است. نحوه مصرف از ظرفیت‌ها در جدول ۴ داده شده است.

Www.iepnu.com

جدول ۳ ـ حل بهینه برای (مثال ۲)

مرکز تولید		محصول ۱	محصول ۲	محصول ۳	محصول ۴
پرسکاری ـ داخلی : ۱		۳۰۰۰	۰	۱۰۰۰	۱۶۶۷
مته کاری ـ داخلی : ۲		۳۰۰۰	۰	۱۰۰۰	۱۶۶۷
		۰	۵۰۰	۰	۳۳۳
تکمیلی : ۵	مونتاژ : ۴	۳۰۰۰	۵۰۰	۱۰۰۰	۲۰۰۰
	وقت معمولی	۳۰۰۰	۳۰۰	۱۰۰۰	۲۰۰۰
	اضافه کاری	۰	۲۰۰	۰	۰
بسته‌بندی : ۶		۳۰۰۰	۵۰۰	۱۰۰۰	۲۰۰۰

جدول ۴ ـ مصرف بهینه ظرفیت‌ها در مثال ۲

دپارتمان	وقت معمولی (ساعت)			ساعات اضافی		
	موجود	برنامه‌ریزی شده	مصرف نشده	موجود	برنامه‌ریزی شده	مصرف نشده
پرسکاری	۴۰۰	۳۰۶/۷	۹۳/۳	۰	۰	۰
مته کاری	۴۰۰	۳۴۶/۷	۵۳/۳	۰	۰	۰
مونتاژ	۵۰۰	۴۹۰/۰	۱۰/۰	۰	۰	۰
تکمیلی	۴۵۰	۴۵۰/۰	۰	۱۰۰	۴۰	۶۰
بسته‌بندی	۱۰۰	۲۱۰/۰	۱۹۰/۰	۰	۰	۰

تمام ۲۰۰۰ متر مربع از ورقه‌های فلزی در تولید محصول ۴ بکار رفته است این نتیجه باعث خواهد شد که تمام محصول ۲ و بعضی از محصول ۴ در خارج از کارخانه ساخته شود.

مقادیر متغیرهای مزدوج مربوط به محدودیت ظرفیت دپارتمان تکمیلی در ساعات معمولی و محدودیت ورقه فلزی به ترتیب ۲ و ۲/۳۳ هستند. این بدان معنی است که یک ساعت اضافی از ظرفیت وقت معمولی دپارتمان تکمیلی باعث کم شدن در هزینه کل به اندازه ۲ واحد پول قراردادیست و همچنین یک متر مربع زیادی از ورقه فلزی باعث کم کردن هزینه کل به اندازه ۲/۳۳ واحد پول قراردادیست.

مثال ۳ ـ مسئله ترکیبی با منابع تولیدی گوناگون

حال مثال‌های ۱ و ۲ را با یکدیگر ادغام می‌نماییم. تصور کنید که تقاضا به صورت ثابت داده شده نباشد ولی بجای آن توان فروش مطابق جدول ۲ داده شده باشد. هدف ماکزیمم کردن کل سود در مثال ۱ است باید شق‌های مختلف روش تولید مشروحه در مثال ۴ را در نظر بگیریم. متغیرهای تصمیم‌گیری همانند مثال ۲ بوده ولی تابع هدف جدید به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} MaxZ = {} & ۴x_{۱۱} + ۳/۸x_{۱۲} + ۲/۸x_{۱۳} + ۲/۶x_{۱۴} \\ & + ۱۰x_{۲۱} + ۹/۶x_{۲۲} + ۷x_{۲۳} + ۶/۶x_{۲۴} \\ & + ۵x_{۳۱} + ۴/۸x_{۳۲} + ۲/۸x_{۳۳} + ۲/۶x_{۳۴} \\ & + ۶x_{۴۱} + ۵/۷x_{۴۲} + ۳/۲x_{۴۳} + ۴/۹x_{۴۴} \end{aligned}$$

محدودیت این مسئله همان محدودیت مثال ۲ است به استثناء ۴ محدودیت آخر که در ارتباط با تقاضا است. بجای محدودیت‌های تقاضا، محدودیت‌های زیر را با استفاده از جدول ۱ در نظر می‌گیریم.

$$۱۰۰۰ \le \sum_{j=۱}^{۴} x_{۱j} \le ۶۰۰۰$$

$$۰ \le \sum_{j=۱}^{۴} x_{۲j} \le ۵۰۰$$

$$۵۰۰ \le \sum_{j=۱}^{۴} x_{۳j} \le ۳۰۰۰$$

$$۱۰۰ \le \sum_{j=۱}^{۴} x_{۴j} \le ۱۰۰۰$$

حل بهینه این مسئله تولید ترکیبی عبارت از $x^*_{۱۱} = ۵۵۰۰$، $X^*_{۱۳} = ۲۶۰$، $x^*_{۲۱} = ۵۰۰$، $x^*_{۳۱} = ۳۰۰۰$، $x^*_{۴۱} = ۱۰۰$ و $MaxZ = ۴۳۳۲۸$ واحد پول قراردادیست. جدول ۵ و ۶ جواب بهینه را به صورت واضح‌تری نمایش می‌دهد. فقط ۱۱۲۰ متر مربع ورقه فلزی در این مسئله استفاده شده است.

جدول ۵ ـ برنامه تولید بهینه مثال ۳

مراکز تولید		محصول ۱	محصول ۲	محصول ۳	محصول ۴
پرسکاری، داخلی ـ ۱		۵۵۰۰	۵۰۰	۳۰۰۰	۱۰۰
مته کاری، داخلی ـ ۲		۵۵۰۰	۵۰۰	۳۰۰۰	۱۰۰
مته کاری و پرسکاری خارجی ـ ۳		۲۶۰	۰	۰	۰
مونتاژ ـ ۴		۵۷۶۰	۵۰۰	۳۰۰	۱۰۰
تکمیلی ـ ۵	وقت معمولی	۵۷۶۰	۵۰۰	۳۰۰۰	۱۰۰
	اضافه کاری	۰	۰	۰	۰
بسته‌بندی ـ ۶		۵۷۶۰	۵۰۰	۳۰۰۰	۱۰۰
جمع کل تولید		۵۷۶۰	۵۰۰	۳۰۰۰	۱۰۰

جدول ۶ ـ استفاده بهینه از ظرفیت مثال ۳

دپارتمان	اوقات معمولی (ساعت)			ساعات اضافه کاری			متغیر مزدوج
	موجود	زمان‌بندی شده	مصرف نشده	موجود	زمان‌بندی شده	مصرف نشده	
پرسکاری	۴۰۰	۴۰۰	۰	۰	۰	۰	۶/۶۷
مته کاری		۴۰۰	۴۰۰	۰	۰	۰	۰
مونتاژ	۵۰۰	۵۰۰	۰	۰	۰	۰	۵۶/۰
تکمیلی	۴۵۰	۴۳۲/۴	۱۷/۶	۱۰۰	۰	۱۰۰	۰
بسته‌بندی	۴۰۰	۲۱۰/۲	۱۸۹/۸	۰	۰	۰	۰

Www.iepnu.com

پرتال تخصصی مهندسی صنایع

۴ ـ مسئله امتزاج

این نوع مسائل موقعی مطرح می‌شوند که یک محصول با مشخصات معینی مورد نظر باشد و این محصول می‌تواند از ممزوج کردن چندین مواد خام به دست آید. برای به دست آوردن مشخصات ترکیبات مختلفی از این ماده خام مقدور می‌باشد. چون نحوه ترکیب این مواد خام یگانه نیست، لذا مقادیر مختلفی از مواد خام می‌تواند برای به دست آوردن آن مشخصات مورد نظر با یکدیگر ممزوج گردند و در نتیجه هزینه‌ای متفاوتی نیز بوجود آورند. پس در اینگونه مسائل هدف به دست آوردن آن ترکیبی است که قیمت کل مواد خام مصرفی آن حداقل باشد یا به عبارت بهتر باید معلوم سازیم که از هر ماده خام چه مقدار مصرف نماییم، تا با وجود به دست آوردن مشخصات مورد نظر هزینه کل مواد مصرف شده مینیمم باشد.

مسائل امتزاج غالباً در اختلاط نفت خام، صنعت نفت، اختلاط مواد خام معدنی در تولید آلیاژ، در صنعت نساجی برای بدست آوردن پنبه و پشم، در صنایع غذایی و بالاخره، تولید کود شیمیایی موارد استفاده دارد.

برای فرموله کردن مسائل امتزاج به صورت یک مدل برنامه‌ریزی خطی، فرض کنید n ماده و m مشخصه خاص برای محصول نهایی موجود باشد، به علاوه فرض می‌کنیم که سطح مشخصه با مقدار مواد خام مصرفی رابطه خطی داشته باشد، مضافاً بر اینکه هزینه هر واحد از محصول تابع خطی از مقدار هر یک از مواد خام مصرفی است. و نیز فرض کنید:

x_j = مقداری که از ماده خام نوع j در هر واحد از محصول مصرف می‌گردد.

c_j = هزینه هر واحد از ماده خام نوع j.

a_{ij} = سهم هر واحد از ماده خام j در مقدار مشخصه iام محصول.

b_i = مشخصه iام محصول.

Z = هزینه کل تمام مواد خام مصرفی.

بنابراین مسئله عبارت است از انتخاب مقادیر غیرمنفی $x_1, x_2, ..., x_n$ است که :

$$\text{Min}Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \qquad (۹)$$

به طوری که

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \left\{ \begin{matrix} \leq \\ = \\ \geq \end{matrix} \right\} b_i \quad , \quad i = 1, 2, ..., m \qquad (۱۰)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = 1 \qquad (۱۱)$$

اگر مراحل تولید طوری باشد که مقداری از ماده خام j در حین عمل از سیستم خارج گردد. در آن صورت فرض خواهیم نمود که d_j عبارت از قسمتی از یک واحد ماده خام j باشد که در هر واحد محصول تمام شده موجود باشد. لذا بجای معادله (۱۱) معادله زیر را به کار خواهیم برد.

$$\sum_{j=1}^{n} d_j x_j = 1 \qquad (۱۲)$$

مثال ۴ ـ مسئله امتزاج

یک تولید کننده آلیاژ سفارشی از یک مشتری برای تولید یک آلیاژ به صورت زیر دریافت می‌نماید.

جدول ۷ ـ مفروضات مثال ۴

معدن	فلز A	فلز B	فلز C	فلز D	ناخالصی	قیمت هر تن (واحد پول)
۱	٪۲۵	٪۱۰	٪۱۰	٪۲۵	٪۳۰	۲۳
۲	۴۰	۰	۰	۳۰	۳۰	۲۰
۳	۲۰	۱۰	۰	۳۰	۴۰	۱۸
۴	۰	۱۵	۵	۲۰	۶۰	۱۰
۵	۲۰	۲۰	۰	۴۰	۲۰	۲۷
۶	۸	۵	۱۰	۱۷	۶۰	۱۲

ـ فلز نوع A حداقل ٪۲۳

ـ فلز نوع B حداکثر ٪۱۵

ـ فلز نوع C حداکثر ٪۴

ـ فلز نوع D بین ٪۳۵ تا ٪۶۵

در تولید این آلیاژ غیر از ترکیبات فوق، ترکیب دیگری مجاز نیست. تولید کننده به ۶ نوع سنگ معدن دسترسی دارد که درصد ترکیبات و قیمت فروش هر واحد آن در جدول ۷ داده شده است. ناخالصی معادن حین عمل خارج می‌گردند.

فرض کنید که x_j عبارت است از مقدار تنی از معدن j$(j = ۱, ۲, ..., ۶)$ که در هر تن از آلیاژ مصرف می‌گردد. می‌خواهیم کل هزینه هر تن از آلیاژ مورد نظر را مینیمم سازیم. پس :

$$\text{Min}Z = ۲۳x_۱ + ۲۰x_۲ + ۱۸x_۳ + ۱۰x_۴ + ۲۷x_۵ + ۱۲x_۶$$

به طوری که

۱) محدودیت مربوط به مشخصات آلیاژ مورد تقاضا:

$$۰/۲۵x_۱ + ۰/۴۰x_۲ + ۰/۲۰x_۳ + \quad + ۲۰x_۵ + ۰/۰۸x_۶ \geq ۰/۲۳$$

$$۰/۱۰x_{j۱} + \quad + ۰/۱۰x_۳ + ۰/۱۵x_۴ + ۰/۲۰x_۵ + ۰/۰۵x_۶ \leq ۰/۱۵$$

$$۰/۱۰x_۱ + \quad + ۰/۰۵x_۲ + ۰/۱۰x_۶ \leq ۰/۰۴$$

$$۰/۲۵x_۱ + ۰/۳۰x_۲ + ۰/۳۰x_۳ + ۰/۲۰x_۴ + ۰/۴۰x_۵ + ۰/۱۷x_۶ \geq ۰/۳۵$$

$$۰/۲۵x_۱ + ۰/۳۰x_۲ + ۰/۳۰x_۳ + ۰/۲۰x_۴ + ۰/۴۰x_۵ + ۰/۱۷x_۶ \leq ۰/۶۵$$

۲) معادله تعادل مواد (d_j عبارت از درصد مواد خامی است که در آلیاژ مورد نظر به کار می‌رود به عبارت بهتر درصد خالصی)

$$۰/۷۰x_۱ + ۰/۷۰x_۲ + ۰/۶۰x_۳ + ۰/۴۰x_۴ + ۰/۸۰x_۵ + ۰/۴x_۶ = ۱/۰۰$$

Www.iepnu.com

حل بهینه این مسئله عبارت است از:

$x^*_۱ = x^*_۳ = x^*_۵ = x^*_۶ = ۰$ ، $x^*_۴ = ۰/۸۰۰۰$ ، $x^*_۲ = ۰/۹۷۱۴$

به عبارت بهتر ما باید ۰/۹۷۱۴ تن از معدن ۲ و ۰/۸ تن از معدن ۴ جهت تولید یک تن آلیاژ مورد نظر به کار گیریم. هزینه هر تن آلیاژ سفارش شده $Z^* = ۲۷/۴۳$ واحد پول قراردادی خواهد بود. فقط محدودیت مربوط به ماکزیمم مقدار (۴ درصد) از فلز C حائز اهمیت است. مقدار متغیر مزدوج آن هم ۲۸۵۷ است.

۵ ـ مسئله برش

مثال ۵

این مسئله در اغلب کتاب‌های تحقیق در عملیات آمده است. یک کارخانه کاغذسازی دارای ماشین‌هایی است که رول‌های بزرگ کاغذ یا یک قطر داده شده به پهنای ۲۰۰ اینچ تولید می‌کند. برای برآوردن نیاز مشتری این رول بزرگ باید به عرض‌های کوچکتری بریده شوند. پهنای مورد سفارش مشتری از یک دوره به دورهٔ دیگر تغییر خواهد نمود. تصور کنید که در یک نقطه زمانی احتیاج به ۵۰۰ عدد رول ۴۵ اینچی، ۳۰۰ عدد رول ۲۴ اینچی و ۲۰۰ عدد رول ۶۰ اینچی باشد. برنامه‌ای جهت بریدن رول استاندارد برای برآوردن نیاز مشتری باید طرح‌ریزی گردد. راه‌های منطقی که یک رول استاندارد ۲۰۰ اینچی می‌تواند به پهنای مورد تقاضا بریده شود در جدول ۸ داده شده است.

جدول ۸ ـ اطلاعات مثال ۵

پهنای مورد تقاضا	روش‌های برش											
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
عرض ۴۵ اینچی	۰	۰	۱	۰	۱	۲	۳	۰	۱	۲	۳	۴
عرض ۲۴ اینچی	۰	۳	۱	۵	۳	۲	۰	۸	۶	۴	۲	۰
عرض ۶۰ اینچی	۳	۲	۲	۱	۱	۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰
دور ریز (اینچ)	۲۰	۸	۱۱	۲۰	۲۳	۲	۵	۸	۱۱	۱۴	۱۷	۲۰

به عنوان مثال راه دوم عبارت است از برش ۳ کاغذ ۲۴ اینچی و ۲ کاغذ ۶۰ اینچی که در نتیجه از کاغذ استاندارد ۸ اینچ باقی خواهد ماند.

فرض کنید که x_j نمایشگر تعداد رول‌های استاندارد باشد که به روش j بریده می‌شود. اگر فرض کنیم که هر کاغذی غیر از عرض ۲۴، ۴۵ و ۶۰ باید دور ریخته شود. هدف ما منجر به این خواهد بود که این کاغذهای دور ریز را به حداقل ممکن برسانیم و یا به عبارت بهتر جمع کل تعداد رول‌های استاندارد مصرفی را مینیمم سازیم. در نتیجه مدل برنامه‌ریزی خطی زیر را خواهیم داشت:

$$\text{Min}Z = \sum_{j=۱}^{۱۲} x_j$$

به طوری که

$$x_۳ + x_۵ + ۲x_۶ + ۳x_۷ + x_۹ + ۲x_{۱۰} + ۳x_{۱۱} + ۴x_{۱۲} \geq ۵۰۰$$

$$۳x_۲ + x_۳ + ۵x_۴ + ۳x_۵ + ۲x_۶ + ۸x_۸ + ۶x_۹ + ۴x_{۱۰} + ۲x_{۱۱} \geq ۳۰۰$$

$$۳x_۱ + ۲x_۲ + ۲x_۳ + x_۴ + x_۵ + x_۶ + x_۷ \geq ۲۰۰$$

$$x_j > ۰ \quad j = ۱; ۱, ۲, ..., ۱۲$$

در واقع x_j یک عدد صحیح بوده و مسئله یک مدل برنامه‌ریزی خطی با متغیرهای صحیح است ولی چون فرض بر آن است که تعداد زیادی از رول‌های استاندارد باید بریده شود، لذا اعداد حاصل از مدل خطی فوق را می‌توانیم به نزدیکترین عدد صحیح آن گرد کنیم. حل این مدل برنامه‌ریزی خطی عبارت است از:

$x^*_{۱۲} = ۱۲/۵$ ، $x^*_۷ = ۵۰$ ، $x^*_۶ = ۱۵۰$

احتمالاً با گرد کردن تعداد رول‌هایی که باید بریده شود یعنی $x_{۱۲}$ به ۱۳ حل نزدیک به بهینه‌ای خواهیم داشت.

بعضی اوقات بجای مینیمم کردن تعداد رول‌های استاندارد مصرفی، ضایعات (دورریز) را به حداقل می‌رساند برای این کار اگر w_j را برابر عرض دورریز روش jام و S_i برابر تعداد رول‌های مازاد بر احتیاج تقاضای iام فرض کنیم، تابع هدف جدید به صورت زیر خواهد بود:

$$\text{Min}Z' = \sum_{j=۱}^{۱۲} w_j x_j + ۴۵S_۱ + ۲۴S_۲ + ۶۰S_۳$$

واضح است که مینیمم کردن Z' معادل مینیمم نمودن Z است. چون که $(Z۲۰۰)$ از Z' به اندازه کل پهنای درخواست شده یعنی

$$۵۰۰(۴۵) + ۳۰۰(۲۴) + ۲۰۰(۶۰) = ۴۱۷۰۰$$

متجاوز خواهد بود.

۶ ـ مسئله تولید چند مرحله‌ای

تاکنون سیستم‌های تولیدی را در نظر گرفته‌ایم که تولید آن‌ها شامل یک مرحله بوده است. بسیاری از اوقات ممکن است تصمیم بر آن باشد که امکانات تولید سیستم را به طور جداگانه مورد بررسی قرار دهند. این وضعیت موقعی واقعیت پیدا می‌کند که هر یک از امکانات تولید سیستم نتوانند به طور جداگانه زمان‌بندی گردند، با توجه به اینکه بین آن‌ها باید هماهنگی برقرار باشد. زیرا هر امکانات تولیدی ممکن است قطعه یدکی و یا وسیله نیم ساخته‌ای از امکانات تولیدی دیگر را مجبور باشد که سرویس دهد. در نتیجه قابلیت انعطاف در زمان‌بندی امکانات تولید مسلماً هزینه تولید را خواهد کاست ولی باید توجه داشته باشیم که به علت انبارداری محصولات نیمه ساخته بین مراحل مجبور به پرداخت هزینه نگهداری اضافی باشیم.

مدل‌های ریاضی برنامه‌ریزی، علی‌الخصوص مدل برنامه‌ریزی خطی جهت تجزیه و تحلیل مسائل تولید چند مرحله‌ای کاربرد دارند. مسائلی که درگیر یک محصول منفرد هستند، نمایش ترسیمی مراحل تولید منجر به مدل‌بندی سیستم و همچنین استفاده از مدل برنامه‌ریزی پویا خواهد شد. تمام این مدل‌ها در یک مشخصه به نام

Www.iepnu.com

"معادلات تعادل مواد" مشترک هستند. این معادلات دارای شکل عمومی زیر هستند:

$$I_j = I^*_j + x_j - \sum_{k \neq j} W^j_k (x_k) \qquad (۱۳)$$

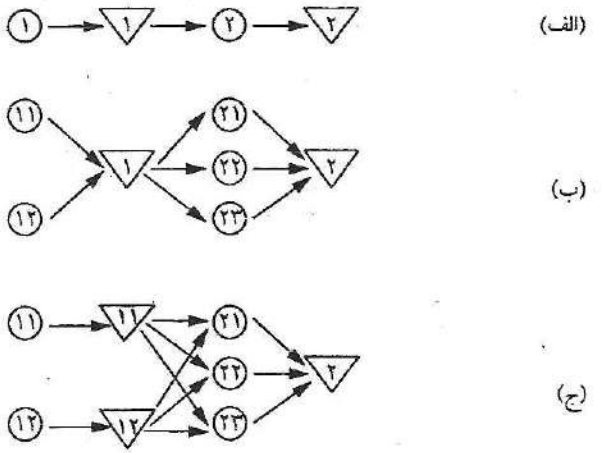
که در آن I^*_j سطح موجودی آغازی در مرحله j، x_j تولید (ورودی) در مرحله j و $W^j_k(x_k)$ مقداری که برای تولید x_k واحد در مرحله k کنار گذاشته می‌شود و I_j سطح موجودی در مرحله jام است. اگر امکان داشتن امکانات تولیدی مختلف در مرحله j وجود داشته باشد x_j را در رابطه اخیر با $Pj_i(x_j)$ عوض می‌نماییم که در آن $Pj_i(x_j)$ عبارت از تعداد واحد محصول j است که در نتیجه تولید x_i واحد در مرحله i حاصل گشته است.

رمز مدل‌بندی یک سیستم چند مرحله‌ای عبارت از تصمیم‌گیری در دسته‌بندی عملیات تولید به عنوان یک مرحله است صرف نظر از اینکه هر مسئله شامل چند امکان عملیاتی بصورت موازی باشد و یا نباشد. بعلاوه چندین مکان انبارداری نیز ممکن است بین مراحل تعریف شده باشد. برای روشن شدن مطالب فوق یک سیستمی که در شکل (۱) تعریف شده است در نظر بگیرید. هر نمودار نشان دهنده یک سیستم دو مرحله است. در شکل (۱ـالف) دو امکان تولید به صورت سری هستند منظور از عبارت "امکان تولید" یک سیستم جزئی است که خود به تنهایی می‌تواند به عنوان یک سیستم مجزا بطور کامل زمان‌بندی شود. یک امکان تولید می‌تواند یک ماشین، یک دپارتمان، یک خط تولید، یک طرح کامل یا یک مجموعه‌ای از طرح‌ها باشد که بستگی به طبیعت مسئله مورد مطالعه دارد.

الف) امکانات تولید به صورت سری هستند.

ب) امکانات تولید موازی هستند و در انبار مشترک می‌باشند.

ج) امکانات تولید موازی هستند ولی انبارهای جداگانه بین مراحل موجود است.



شکل ۱ ـ نمایش مختلف تولید دو مرحله‌ای یک محصول

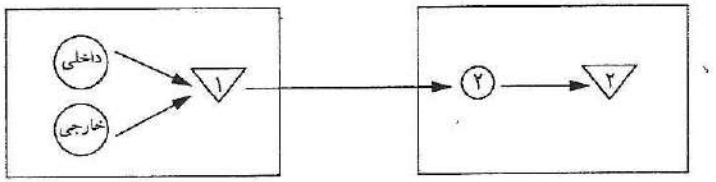
توجه داریم که با این تعریف برای امکان تولید، تمام مسائلی که تاکنون در این بخش در نظرگرفته‌ایم برای مسائل تک امکانی بوده است. وقتی که مرحله شامل یک سلسله از مرکز تولید موازی می‌گردد که در آن هر سلسله محصول همان مرحله تولید را می‌نماید ممکن است مرحله را به صورت یک عده امکانات تولید موازی درآورده و سپس متغیرهای تصمیم‌گیری مجزایی برای هر امکان تولید تعریف نماییم. شکل‌های (۱ ـ ب) و (۱ ـ ج) سیستمی را نشان می‌دهند که مرحله اول آن‌ها شامل دو امکان تولید موازی است که هر کدام از آن‌ها یک محصول تولید می‌نماید. مرحله دوم که محصول اول را استفاده می‌نماید شامل سه امکان تولید موازی است. در شکل (۱ ـ ب) انبار در مرحله تولید مشترک در شکل (۱ ـ ج) دو مرحله تولید از انبارهای مجزایی استفاده می‌نمایند.

مطالب فوق بسیار کلی بوده و ما معتقدیم برای روشن شدن مفاهیم آن باید به چند مثال متوسل شویم. در دنباله این قسمت با چند مثال مسئله را روشن‌تر می‌سازیم.

مثال ۶ ـ مسئله تولید چند مرحله‌ای

مسئله مثال ۲ را در نظر بگیرید که در آن می‌خواستیم تولید ۴ محصول را در یک طرح که شامل ۵ مرکز تولید پرسکاری، مته‌کاری، مونتاژ، تکمیلی و بسته‌بندی است، زمان‌بندی کنیم. واگذاری کار پرسکاری و مته‌کاری به خارج و همچنین اضافه‌کاری در کارگاه تکمیلی مجاز بود. ما سیستم را به عنوان یک سیستم تک مرحله‌ای که از یک امکان استفاده می‌نماید حل کردیم.

حال می‌خواهیم یک فرموله دیگری برای سیستم در نظر بگیریم که در آن سیستم را از آن دیدگاه یک سیستم دو مرحله‌ای مورد بررسی قرار می‌دهد. مرحله اول شامل مراکز تولیدی مرکب از پرسکاری و مته‌کاری است حال آنکه مرحله دوم شامل مراکز تولیدی مونتاژ، تکمیلی و بسته‌بندی است. مرحله اول به دو امکان موازی تقسیم می‌گردد، پرسکاری و مته‌کاری داخلی، پرسکاری و مته‌کاری خارجی. مرحله دوم شامل یک امکان است. این تقسیم‌بندی در شکل ۲ نشان داده شده است.



مرحله ۱ ـ پرسکاری و مته‌کاری — مرحله ۲ ـ مونتاژ، تکمیلی و بسته‌بندی

شکل ۲ ـ مدل دو مرحله‌ای برای مثال ۶

فرض کنید w_i مقدار محصول iام پرسکاری و مته‌کاری شده در طرح و x_j عبارت از مقدار تولید محصول iام پرسکاری و مته‌کاری شده در خارج از طرح، y_{ij} مقدار محصول iام تولید شده بوسیله مرحله j در مونتاژ تکمیلی و بسته‌بندی باشد. فرآیند ۱ (j=۱) فقط درگیر ساعات معمولی تولید است و حال آنکه فرآیند ۲ (j=۲) لازم می‌بیند که

Www.iepnu.com

تکمیلی در ساعات اضافه کاری انجام پذیرد. همچنین فرض کنید که a_i هزینه مته‌کاری و پرسکاری یک واحد از محصول i در داخل همراه با هزینه مواد، b_i هزینه بدست آوردن یک محصول iام مته کاری و پرسکاری شده از خارج و c_{ij} هزینه فرآیند یک واحد از محصول i از مرحله ۲ با بکارگیری فرآیند j باشد.

تابع هدف عبارت از مینیمم کردن کل هزینه تولید به صورت زیر است:

$$\text{MinZ} = \sum_{i=1}^{4} (a_i w_i + b_i x_i + c_{i1} y_{i1} + c_{i2} y_{i2})$$

به طوریکه محدودیت‌های زیر برقرار باشد:

۱) ظرفیت مرحله I

پرسکاری : $۰/۰۳w_1 + ۰/۱۵w_2 + ۰/۰۵w_3 + ۰/۱w_4 \le ۴۰۰$

مته‌کاری : $۰/۰۶w_1 + ۰/۱۲w_2 + ۰/۱۰w_4 \le ۴۰۰$

مواد : $۰/۲w_2 + ۱/۲w_4 \le ۲۰۰۰$

۲) ظرفیت مرحله II

مونتاژ : $\sum_{j=1}^{2} (۰/۰۵y_{1j} + ۰/۱y_{2j} + ۰/۰۵y_{3j} + ۰/۱۲y_{4j}) \le ۵۰۰$

تکمیلی : $۰/۰۴y_{11} + ۰/۲۰y_{21} + ۰/۰۳y_{31} + ۰/۱۲y_{41} \le ۴۵۰$

$۰/۰۴y_{12} + ۰/۲۰y_{22} + ۰/۰۳y_{32} + ۰/۱۲y_{42} \le ۱۰۰$

بسته‌بندی : $\sum_{i=1}^{2} (۰/۰۲y_{1j} + ۰/۰۶y_{2j} + ۰/۰۲y_{3j} + ۰/۰۵y_{4j}) \le ۴۰۰$

۳) معادلات تعادل موجودی

مرحله ۱ : $w_i + x_i = y_{i1} + y_{i2} \quad , \quad i = ۱, ۲, ۳, ۴$

مرحله ۲ : $y_{11} + y_{12} = ۳۰۰۰$

: $y_{21} + y_{22} = ۵۰۰$

: $y_{31} + y_{32} = ۱۰۰۰$

: $y_{41} + y_{42} = ۲۰۰۰$

حل بهینه این مدل برنامه‌ریزی خطی عبارت است از $w^*_1 = ۳۰۰۰$ ، $w^*_3 = ۱۰۰۰$ ، $w^*_4 = ۱۶۶۷$ ، $x^*_2 = ۵۰۰$ ، $x^*_4 = ۳۳۳$ ، $y^*_{11} = ۳۰۰۰$ ، $y^*_{21} = ۳۰۰$ ، $y^*_{22} = ۲۰۰$ ، $y^*_{31} = ۱۰۰۰$ ، $y^*_{41} = ۲۰۰۰$ و بقیهٔ متغیرها برابر صفر هستند. این جواب بهینه همان جواب است که در جدول ۳ قبلاً ارایه داده بودیم.

با مقایسه مثال ۵ و مثال ۲ فوراً درمی‌یابیم که در اینجا تعداد ۱۵ محدودیت و ۱۶ متغیر داریم و حال آنکه در مثال ۴ تعداد ۱۱ محدودیت و ۱۶ متغیر داشتیم. محدودیت‌های اضافی در اینجا به سبب تعادل موجودی در دو انبار است. اگر چه ما عموماً سیستم‌هایی را که دارای محدودیت کمتری هستند، ترجیح می‌دهیم ولی مدل‌های چند مرحله‌ای مزیت‌هایی دارند که به اضافی بودن بعد می‌ارزند. اول اینکه لازم نیست که تمام ترکیبات ممکنه، امکان و

ارتباط بین آن‌ها را در نظر بگیریم (کمااینکه در مثال ۲ بخاطر تعریف متغیرها مجبور بودیم که چنین کنیم) دوم آنکه در مسائل چند مرحله‌ای وقتی که هزینه‌ها، سرعت تولید یا فرآیند تولید عوض می‌شود بسیار ساده‌تر قابل اعتماد هستند، زیرا فقط قسمتی از مدل تحت تأثیر واقع خواهد شد.

۷ ـ الف : یک سیستم با M مرحله سری و با چند فرآیند تولید در هر مرحله

سیستمی را تصور کنید که شامل M مرحله بطور سری و هر مرحله شامل یک امکان تولید مجزد و یک انبار باشد. در هر مرحلهٔ j ممکن است منابع تولیدی متعددی (فرآیند تولید مختلف) مانند ساعات معمولی، ساعات اضافی، احاله کار به خارج، روش‌های مختلف در ماشین‌ها و غیره باشد. فرض کنید:

X_{jk} : تعداد محصول در مرحله j که بروش k تولید می‌گردد.

c_{jk} : هزینه متغیر تولید برای هر واحد در مرحله j اگر از روش k استفاده گردد.

b_{jl} : مقداری که از منبع نوع l جهت مرحله j در دسترس است $(l = ۱, ۲, ..., L_j)$

a_{jkl} : مقدار منبع l که جهت تولید یک واحد در مرحله j بتوسط روش k مصرف می‌گردد.

D : تعداد واحدی که از محصول تکمیل شده باشد در هر دوره تولید گردد.

Z : کل هزینه تولید در هر دوره.

به عبارت بهتر می‌خواهیم مجموعه متغیرهای x_{jk} را آن چنان اختیار کنیم که :

$$Z = \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{k_j} c_{jk} X_{jk} \qquad (۱۴)$$

را با توجه به محدودیت‌های زیر مینیمم سازد.

۱) محدودیت منابع در هر مرحله :

$$\sum_{k=1}^{k_j} a_{jkl} X_{jk} \le b_{jl} \quad , \quad (j = ۱, ۲, ..., M; l = ۱, ۲, ..., L_j) \qquad (۱۵)$$

۲) تعادل موجودی انبار بین مراحل :

$$\sum_{k=1}^{k_j} X_{jk} = \sum_{k=1}^{k_{j+1}} X_{j+1,k} \qquad (j = ۱, ۲, ..., M - ۱) \qquad (۱۶)$$

۳) تقاضای محصول تمام شده :

$$\sum_{k=1}^{K_M} X_{Mk} = D \qquad (۱۷)$$

۷ ـ ب : یک سیستم M مرحله‌ای بطور سری با روش و محصولات متعدد در هر مرحله

حال مدل مثال ۵ را عمومیت داده و حالتی را در نظر می‌گیریم که تعداد محصولات بیش از یکی باشد. تصور کنید که n نوع محصول مختلف تکمیل شده توسط سیستم تولید می‌گردد. هر مرحله n نوع محصول تولید می‌نماید، به

Www.iepnu.com

طوری که iامین محصول از jامین مرحله فقط احتیاج دارد که iامین محصول از (j+1)امین مرحله تولید گردد.

فرض کنید که x_{ijk} تعداد واحد از محصول i باشد که در مرحله j توسط روش k_{ij} ,..., $k = 1, 2, ...$ تولید می‌گردد و D_i تعداد محصول تکمیل شده مورد نیاز از نوع i باشد.

بنابراین مسئله برنامه‌ریزی خطی به صورت زیر خواهد بود :

$$Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{k_{ij}} c_{ijk} X_{ijk} \qquad (۱۸)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{k_{ij}} a_{ijkl} X_{ijk} \le b_{jl} \qquad (j = 1, 2, ..., M;\ L = 1, 2, ..., L_j) \qquad (۱۹)$$

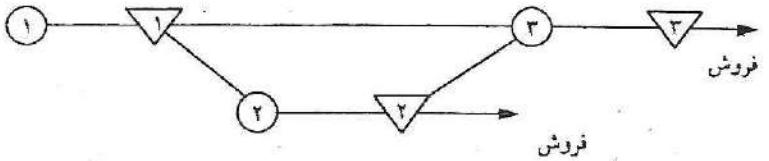
$$\sum_{k=1}^{k_{ij}} X_{ijk} = \sum_{k=1}^{k_{i,j+1}} X_{i,j+1,k} \qquad (i = 1, 2, ..., n;\ j = 1, 2, ..., M-1) \qquad (۲۰)$$

$$\sum_{k=1}^{K_{iM}} X_{iMk} = D_i \qquad (i = 1, 2, ..., n) \qquad (۲۱)$$

که در آن محدودیت میانی در ارتباط با معادله تعادل مواد بین مرحله j، j+1 است.

مثال ۷ ـ مسئله چند مرحله‌ای به طور سری

یک سیستم سه مرحله‌ای نظیر شکل ۳ را در نظر بگیرید. یک محصول توسط هر مرحله تولید می‌گردد. محصول مرحله ۱ جهت تولید محصولات در مرحله ۲ و ۳ به کار می‌رود. محصول مرحله ۲ جهت تولید محصول در مرحله ۳ به کار رفته و همچنین می‌تواند پس از آن تحویل مشتری داده شود. محصول مرحله ۳ فروخته می‌شود.



شکل ۳ ـ سیستم تولید مثال ۶

حل : فرض کنید:

x_j = تعداد محصول در مرحله j باشد.

P_j = ظرفیت مرحله j برحسب تعداد محصول.

a_{ij} = تعداد واحد از محصول مرحله i که برای تولید یک واحد محصول در مرحله j لازم است.

c_j = هزینه متغیر تولید که برای هر واحد باید در مرحله j متحمل گردید.

r_j = عایدی حاصل از فروش محصول j $j = 2, 3$

L_j = حداقل تقاضا برای محصول j $j = 2, 3$

U_j = حداکثر فروش محصول j $j = 2, 3$

Z = مشارکت در سود و هزینه بالاسری برای دوره مورد برنامه‌ریزی.

این مسئله یک مدل محصول ترکیبی است که در آن فرض می‌نماییم حداکثر تمام محصولات نوع ۲ و ۳ به ترتیب با تعداد U_2 و U_3 بفروش خواهند رفت. بنابراین مدل برنامه‌ریزی خطی آن بصورت زیر خواهد بود :

$$MaxZ = r_3 x_3 + r_2(x_2 - a_{23} x_3) - c_1 x_1 - c_2 x_2 - c_3 x_3$$
$$= (r_3 - a_{23} r_2 - c_3) x_3 + (r_2 - c_2) x_2 - c_1 x_1$$

به طوری که

$$X_j \le P_j \qquad (j = 1, 2, 3)$$
$$X_1 = a_{12} X_2 + a_{13} X_3$$
$$X_2 \ge a_{23} X_3$$
$$L_2 \le X_2 - a_{23} X_3 \le U_2$$
$$L_3 \le X_3 \le U_3$$

یک مدل برنامه‌ریزی خطی دیگر برای این مسئله با تعریف متغیرهای اضافی S_2 و S_3 که به ترتیب نمایشگر فروش محصولات ۲ و ۳ هستند بدست می‌آید. این مدل عبارت است از:

$$MaxZ = r_2 s_2 + r_3 s_3 - c_1 x_1 - c_2 x_2 - c_3 x_3$$

به طوری که

$$x_j \le P_j \qquad (j = 1, 2, 3)$$
$$x_1 = a_{12} x_2 + a_{13} x_3$$
$$x_2 = a_{23} x_3 + S_2$$
$$x_3 = S_3$$
$$L_2 \le S_2 < U_2$$
$$L_3 \le S_3 < U_3$$

این مدل معادله تعادل مواد در مرحله دوم را تکمیل نموده و یک معادله تعادل موجودی به مرحله سوم می‌افزاید که در حالات تک پریودی مزیتی بر این مدل نیست. ولی این تنها راه برای مدل‌بندی مسائل تولید ترکیبی خاص در موقعیت‌های چند دوره بوده است.

۸ ـ مدل عمومی برنامه‌ریزی خطی

در این قسمت مدل عمومی برنامه‌ریزی خطی برای تعیین برنامه تولید ادغامی مورد بحث قرار می‌گیرد. برای بدست آوردن این حل باید فرضیاتی در مورد ساختمان هزینه بنماییم. از آنجایی که این پیش فرض‌ها محدود کننده بوده و از واقعیت به دور می‌شویم، این روش منجر به حل بهینه مسئله ساده شده می‌شود. لذا قبل از استفاده از این روش تحلیل‌گر باید مطمئن باشد که این دور شدن از واقعیت به سبب پیش‌فرض‌ها به بهای به دست آوردن حل بهینه و

Www.iepnu.com

نتایج آن می‌ارزد.

زحمات زیادی برای فرموله کردن مسئله برنامه‌ریزی تولید ادغامی از طریق برنامه‌ریزی خطی کشیده شده است. در سال ۱۹۵۶، Bowman یک مدل حمل و نقل ارایه داد که در آن ظرفیت تولید ماهیانه به عنوان چشمه و تقاضای ماهیانه به عنوان چاه بود که ما این روش را به تفصیل در فصل بعدی این کتاب تحت عنوان کاربرد مدل حمل و نقل در برنامه‌ریزی تولید ادغامی مورد مطالعه قرار خواهیم داد. بوفاومیلر در سال ۱۹۷۹ یک مدل برنامه‌ریزی خطی عمومیت یافته آنچنان عرضه داشتند که شامل سطح تولید، سطح نیروی انسانی، موجودی مازاد بر تقاضا، کسری کالا، استخدام و اخراج به عنوان متغیرهای تصمیم‌گیری می‌شد. پیش فرض‌های اولیه این مدل عبارت از خطی بودن هزینه‌ها برحسب این متغیرها و همچنین اعداد حقیقی بودن آن‌ها بود. به عنوان مثال، هزینه کسری کالا متناسب با میزان کسری از درجه اول بود. این فرض غیر واقعی است. اگر میزان کسری خیلی کم باشد، مشتری با اندکی گلایه صبر خواهد کرد، بنابراین هزینهٔ آن هم ناچیز خواهد بود. اگر میزان کسری زیاد باشد مشتری به سراغ تولید کنندهٔ دیگری خواهد رفت و در نتیجه هزینه خطی غیرقابل پذیرش خواهد بود. به عنوان مثال دوم، مسئله عدد حقیقی بودن میزان تولید را در نظر بگیرید. غالباً میزان تولید یک عدد صحیح است. در بعضی موارد خطای حاصل از فرض خطی بودن قابل اغماض است ولی در موارد دیگر ممکن است غیرقابل پذیرش باشد.

هدف مدل برنامه‌ریزی خطی حداقل کردن هزینه به شکل داده شده در فرمول (۲۲) است به طوری که محدودیت‌های (۲۳) تا (۲۶) برقرار باشد.

$$\text{MinZ} = \sum_{t=1}^{T} [A_{p,t} P_t + A_{r,t} R_t + A_{o,t} O_t + A_{i,t} I_t + A_{s,t} S_t + A_{h,t} H_t + A_{l,t} L_t] \qquad (۲۲)$$

به طوری که

$$I_t - S_t = I_{t-1} - S_{t-1} + P_t - F_t \qquad \text{for } t = 1, 2, ..., T \qquad (۲۳)$$

$$R_t = R_{t-1} + H_t - L_t \qquad \text{for } t = 1, 2, ..., T \qquad (۲۴)$$

$$O_t - U_t = kP_t - R_t \qquad \text{for } t = 1, 2, ..., T \qquad (۲۵)$$

$$R_t, O_t, I_t, S_t, H_t, L_t, U_t \geq 0 \qquad \text{for } t = 1, 2, ..., T \qquad (۲۶)$$

$$P_t \geq 0$$

که در آن :

P_t = سرعت تولید در زمان t.

$A_{p,t}$ = هزینه تولید هر واحد محصول صرف نظر از نیروی انسانی در دورهٔ t.

R_t = تعداد نفر ـ ساعت موجود در اوقات معمولی دورهٔ t (اگر برحسب تعداد کارگران مورد نظر باشد ترجیح داده می‌شود که با W_t نشان داده شود).

$A_{r,t}$ = هزینه هر نفر ـ ساعت در اوقات معمولی دورهٔ t.

O_t = تعداد ساعات اضافه‌کاری دورهٔ t.

$A_{o,t}$ = هزینه هر نفر ـ ساعت در اوقات اضافه‌کاری در دورهٔ t.

I_t = موجودی در انبار در پایان دورهٔ t.

$A_{i,t}$ = هزینه نگهداری هر واحد محصول.

S_t = میزان کسری در پایان دورهٔ t.

$A_{s,t}$ = هزینه هر واحد کسری در دورهٔ t.

H_t = استخدام جدید بر حسب ساعت در دورهٔ t.

$A_{h,t}$ = هزینه افزایش کار به میزان یک ساعت در دورهٔ t.

L_t = اخراج برحسب ساعت در دورهٔ t.

$A_{l,t}$ = هزینه کاهش کار به میزان یک ساعت در دورهٔ t.

U_t = میزان کارکرد زیر ظرفیت نیروی انسانی در دورهٔ t.

F_t = تقاضای پیش‌بینی شده برای دورهٔ t.

k = ضریب تبدیل هر واحد محصول به نفر ـ ساعت.

T = افق برنامه‌ریزی یا تعداد دوره‌هایی که باید مورد توجه قرار گیرند.

در مواقعی که هزینه تولید صرف نظر از هزینه نیروی انسانی یعنی $A_{p,t}$ در تمام دوره‌ها ثابت است، این هزینه می‌تواند از تابع هدف حذف شود. به همین ترتیب اگر سطح نیروی انسانی ثابت باشد، هزینه اوقات معمولی، استخدام و اخراج همراه با محدودیت (۲۴) حذف خواهد شد. اگر می‌خواستیم برنامه تولید ادغامی را از دیدگاه حداکثر کردن سود مورد توجه قرار دهیم، کافی بود که معادلهٔ (۲۲) را از کل فروش در طول دوره برنامه‌ریزی کم کنیم و سپس ارزش موجودی نهایی را به آن بیفزاییم، یعنی:

$$\text{MaxZ} = VI_t + \sum_{t=1}^{T} (VP_t - A_{p,t} P_t - ...)$$

اگر مقاصد هر دسته از محدودیت‌ها را مورد بررسی قرار دهیم، آموزنده خواهد بود. معادله (۲۳) لازم می‌بیند که سطح موجودی به صورت دوره به دوره سازگار باقی بماند. یعنی موجودی پایانی دورهٔ t یا میزان کسری S_t برابر است با آنچه که از دورهٔ $t-1$ باقی مانده بود. بعلاوه مقداری که در دورهٔ t تولید می‌شود (P_t) منهای تقاضای پیش‌بینی شده F_t. در این محدودیت فرض بر آن است که تمام کسری کالا به جلو برده شده و در آینده تحویل داده می‌شود و در نتیجه کسری کالا هیچ وقت منجر به از دست دادن قدرت فروش آن نمی‌شود. اگر متغیرهای S_t، S_{t-1} را از معادلات (۱) و (۲) و (۵) حذف می‌کردیم مسئله به حالت دیگری محدود می‌شد که در آن کسری کالا مجاز نبود. به همین ترتیب اگر می‌خواستیم یک موجودی احتیاطی I_B واحد هم داشته باشیم، متغیرهای S_t و S_{t-1} را از مدل حذف و مجموعه محدودیت‌های زیر را اضافه می‌کردیم.

$$I_t \geq I_B \qquad t = 1, 2, ..., T \qquad (۶)$$

اگر محدودیت حداکثر موجودی I_{max} داشتیم، مجموعه محدویت‌های زیر را هم اضافه می‌کردیم.

$$I_t \leq I_{max} \qquad t = 1, 2, ..., T \qquad (۷)$$

محدودیت (۳) نمایشگر یک مجموعه محدودیت است که سازگاری دوره به دورهٔ سطح نیروی انسانی را ایجاب می‌کند. یعنی سطح نیروی انسانی دورهٔ t برابر است با سطح نیروی انسانی دورهٔ $t-1$ بعلاوه استخدام جدید H_t منهای اخراج L_t. همانند قبل می‌توانستیم مسئله را به عدم اخراج و یا استخدام محدود سازیم و این متغیرها را