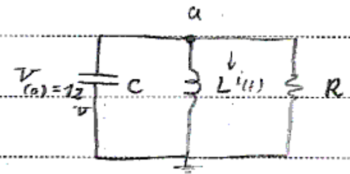
Subject:

Year. Month. Date. ( )

مدار الکتریکی II :

جلسه دوم :

مثال : طرح جلسه اول :



$V_{(0)} = 12\,v$

$$i = C\frac{dV}{dt} \qquad \left(q = CV \Longrightarrow \frac{dq}{dt} = C\frac{dV}{dt} \right)$$

$$C\frac{dV}{dt} + i_{(t)} + \frac{V}{R} = 0 \qquad \text{I}$$

$$V = L\frac{di(t)}{dt} \qquad \text{II}$$

$$\Longrightarrow LC\frac{d^2 i}{dt} + i + \frac{L}{R}\frac{di}{dt} = 0$$

$$\Longrightarrow \frac{d^2 i}{dt} + \frac{1}{RC}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}i = 0$$

$$\Longrightarrow V = L\left(-C\frac{d^2V}{dt^2} - \frac{1}{R}\frac{dV}{dt} \right)$$

$$\Longrightarrow \frac{d^2V}{dt^2} + \frac{1}{RC}\frac{dV}{dt} + \frac{1}{LC}V = 0$$

خازن مایل نیست ولتاژش تغییر کند
یا در مواردی خوب است که بخواهم ورودی
یا ورودی تغییر ناگهانی نداشته باشد و در
واقع ولتاژ را تدریجی می کند
سلف مایل نیست جریانش تغییر کند
به عنوان تدریجی کننده جریان استفاده دارد
C , L برای فیلتر کردن V , I به کار
می آید.

$$V = Ae^{st}$$

مشخصه

$$\Longrightarrow A\left(s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC} \right)e^{st} = 0$$

چون جای خازن و سلف interchangable است
معادله ولتاژ خازن و جریان سلف بالا
است interchangable یعنی اگر به جای خازن
سلف و به جای سلف خازن را بگذاریم معادله
عوض نشود

$$s = \frac{\frac{-1}{RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{RC}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{LC}\right)}}{2}$$

$$= \frac{-1}{2RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

$$\alpha = \frac{1}{2RC} \qquad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

چون شرایط اولیه برحسب V است و جواب
با V راحت تر حساب می شود معادله V را
حساب می کنیم.

PAPCO

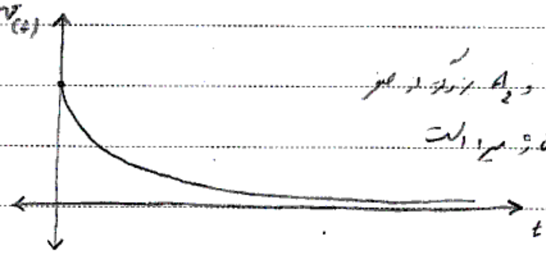
Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\Rightarrow \boxed{s = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}}$$

• $\alpha^2 > \omega_0^2 \Rightarrow$ دو جواب متمایز s_1 و s_2 داریم

که هر دو منفی است.

$$\Rightarrow V_{(t)} = A_1 e^{+s_1 t} + A_2 e^{+s_2 t}$$



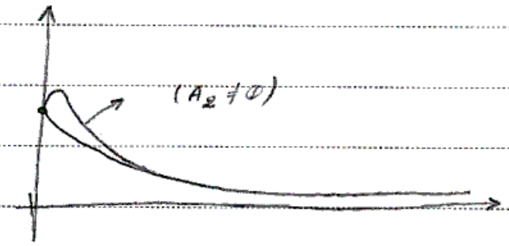
به ازای A_1 و A_2 بزرگتر از صفر

این ولتاژ میرا است

• $\alpha^2 = \omega_0^2 \Rightarrow s = -\alpha$ تنها یک جواب داریم

$$\Rightarrow V = A_1 e^{+st} + A_2 t e^{st}$$

(از بعد فیزیکی شرایط اولیه مسئله مربوط است ممکن است سلف انرژی اولیه داشته باشد و در نتیجه مدار نوسان کند پس به طور موقت افزایش انرژی داریم ولی در $t\to\infty$ انرژی سیستم در مقاومت کامل تلف می‌شود)



خازن جریانش را تنظیم می‌کند که با KVL مشکل نخورد.

$\alpha = \frac{1}{2RC}$ $\left(\frac{1}{sec}\right)$ ضریب میرایی

$\frac{1}{\alpha} \rightarrow$ ثابت زمانی

Subject:
Year. Month. Date. ( )

جلسهٔ سوم:

• $\alpha^2 < \omega^2 \Rightarrow s = -\alpha \pm i\underbrace{\sqrt{\omega_0^2-\alpha^2}}_{\omega_d}$

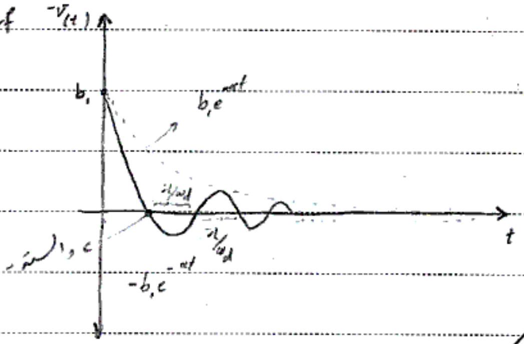
$$s = -\alpha \pm i\omega_d$$

در این فرمول، $\Rightarrow V_{(t)} = a_1 e^{-\alpha t} e^{i\omega_d} + a_2 e^{-\alpha t} e^{-i\omega_d}$

$a_1 = a_2^*$ $\quad = a_1 e^{-\alpha t}(\cos\omega_d t + i\sin\omega_d t) + a_2 e^{-\alpha t}(\cos\omega_d t + i\sin(-\omega_d t))$

(complex conjuchte) $\Rightarrow V_{(t)} = e^{-\alpha t}(b_1 \cos\omega_d t + b_2 \sin\omega_d t)$

صفحهٔ 403 کتاب Dorf توضیح داده شده



این نمودار نوسان دارد پس یک دوره‌ی تناوبی دارد

$$T = \frac{2\pi}{\omega_d}$$

تمرین: برای ۳ حالت ذکر شده یک توجیه فیزیکی بنویسید

تمرین: با ثابت نگه داشتن R و C مقادیر مختلف به L بدهید (ω و α) و نحوهٔ چیدمان سه حالت نمودار را کنار هم مقایسه کنید.

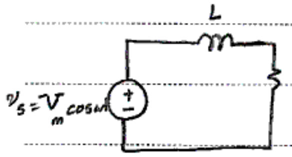
تمرین: دستگاه‌های سلف و خازن در دنیای فیزیکی پیدا کنید و تحلیل کردن آن‌ها.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

جلسهٔ چهارم

مدارهایی که ورودی سینوسی دارند:

مثال:



$i_{(t)} = ?$

$$\xrightarrow{KVL} \quad L\frac{di}{dt} + Ri = v_s = V_m \cos\omega t$$

[steady State] $\quad i_{(t)} = A\cos\omega t + B\sin\omega t \qquad$ (Forced responce)

با جایگذاری

$$\Longrightarrow \quad L(-\omega A\sin\omega t + \omega B\cos\omega t) + \omega RA\cos\omega t + \omega RB\sin\omega t = V_m\cos\omega t$$

$$\Longrightarrow \quad (RA + \omega LB)\cos\omega t + (RB - \omega LA)\sin\omega t = V_m \cos\omega t$$

$$\begin{cases} RB - \omega LA = 0 \\ RA + \omega LB = V_m \end{cases} \Longrightarrow \quad A = \frac{RV_m}{R^2+\omega^2L^2}, \quad B = \frac{\omega L V_m}{R^2+\omega^2L^2}$$

$$i_{(t)} = I_m \cos(\omega t + \varphi)$$

معادلهٔ $i_{(t)}$ را به این فرم در می‌آوریم تا راحت‌تر تحلیل
شود و نیز اختلاف فاز ورودی و خروجی را راحت‌تر بحث شود

$$= I_m(\cos\omega t\cos\varphi - \sin\omega t\sin\varphi)$$

با ثابت
با ساده کردن

$$\Longrightarrow \quad \varphi = \operatorname{Arctan}\left(\frac{-\omega L}{R}\right), \quad I_m = \frac{V_m}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$$

رفتار فیزیکی

رفتار سلف: همیشه یک تأخیر فاز را بوجود می‌آورد.
یک مقدار ثابت به تغییرات کُند است

در واقع مقاومت است، نوعی نشان دهندهٔ یک
امپدانس می‌باشد

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$

در مثال فوق

$$v_s = \text{Real}\{V_m e^{i\omega t}\}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$V_s = e^{i\omega t}$$

$$\Rightarrow \quad L\frac{di}{dt} + Ri = e^{i\omega t}$$

$i_{(t)} = Ae^{i\omega t}$

$$\Rightarrow \quad [LA(i\omega) + RA]\, e^{i\omega t} = V_m\, e^{i\omega t} \quad \Rightarrow \quad A = \frac{V_m}{R + i\omega L}$$

$$\Rightarrow \quad i_{(t)} = \frac{V_m}{R + i\omega L}\, e^{i\omega t}$$

ضرب در مزدوج

$$\Rightarrow \quad \frac{V_m(R - i\omega L)}{R^2 + \omega^2 L^2} = I_m e^{i\varphi} = I_m(\cos\varphi + i\sin\varphi)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi = \tan^{-1}\left(\dfrac{-\omega L}{R}\right) \\ I_m = \dfrac{V_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \end{cases}$$

جایگذاری

$$\Rightarrow \quad i_{(t)} = I_m e^{i(\omega t + \varphi)} \quad \Rightarrow \quad \text{Real}\{\quad\} = I_m\cos(\omega t + \varphi)$$

مثال: مداری داشتیم که معادله آن را به صورت زیر در آورده ایم:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{di}{dt} + 12i = 12\cos 3t$$

تبدیل به مختلط

$$\Rightarrow \quad \sim \quad = 12e^{i3t} \quad \Rightarrow \quad i_{(t)} = Ae^{i3t}$$

جایگذاری

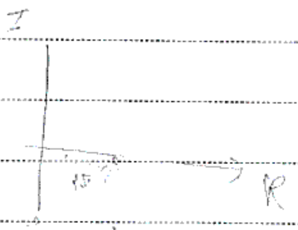
$$\Rightarrow \quad A[(i \times 3)^2 + (3 \times i) + 12]\, e^{i3t} = 12e^{i3t} \quad \Rightarrow \quad A = \frac{12}{3 + 3i}$$

$$\xrightarrow{\text{ساده}} \quad A = 2(1 - i)$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل به نمایی}} \quad A = 2\sqrt{2}\, e^{-i\frac{\pi}{4}}$$

$$i_{(t)} = \text{Real}\{2\sqrt{2}\, e^{-\frac{\pi}{4}i}\, e^{3it}\}$$

$$\Rightarrow \quad i_{(t)} = 2\sqrt{2}\cos(3t - \pi/4)$$



PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

شرطهای استفاده از روش تبدیل sin به مختلط:

- معادلهٔ مدار خطی باشد
- تمام ورودی sin باشد
- بحث ما در مورد جواب ماندگار است (Steady State)
- فرکانس ورودی تمام sin ها هم برابر باشد.

فیزور: حاوی است از دامنه و فاز یک سیگنال سینوسی است در مثال قبل:

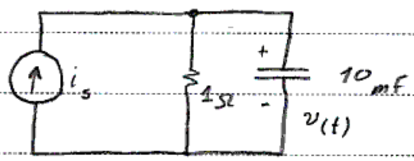
$V = 12 \angle 0$

$I = 2\sqrt{2} \angle -\frac{\pi}{4}$ $\Longrightarrow$ ماهیتاً یک عدد مختلط است

$A \angle \theta = Ae^{i\theta} \Leftrightarrow$ کارتزین $\Leftrightarrow$ قطبی $= \dots$

تبدیل اویلر — تبدیل اویلر

مثال:



$i_s = 10\cos(100t)$

$v_{(t)} = ?$

$\xRightarrow{\text{معادله دیفرانسیل}}$ $C\frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} = i_s = 10\cos\omega t$

$\Longrightarrow (i\omega C + \frac{1}{R})\underset{\sim}{V} = \underset{\sim}{I}$

فیزور ولتاژ — فیزور جریان — می دانیم اختلاف فاز صفر است

$\Downarrow$ عددگذاری

$(i100_{rad/s} * 10^{-2}_{F=S/\Omega} + 1_{1/\Omega})\, V = 10 \angle 0$

$(i_{1/\Omega} + 1_{1/\Omega})\, V = 10 \angle 0 \Longrightarrow V = \frac{10\angle 0}{1+i}\,(V) = \frac{(1-j)\times 10}{2}$

$\tau = RC \Rightarrow F = S/\Omega$

$\text{dimension}(\omega L) = \frac{1}{\Omega}$

تبدیل $\Longrightarrow = 5\sqrt{2} \angle \frac{-\pi}{4} \Longrightarrow v_{(t)} = 5\sqrt{2}\cos(100t - \frac{\pi}{4})$

PAPCO

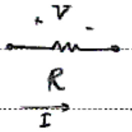
Subject:
Year. Month. Date. ( )

$\frac{V}{I}$ $V = RI$

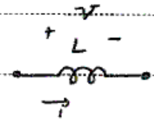
جلسه پنجم :

امپدانس :

یادآوری



$V = RI$
(قانون اهم)



یک معادله دیفرانسیل خیلی ساده $\Longrightarrow$ $v(t) = L\frac{di}{dt}$

فیزور $\Downarrow$

$Z_L = i\omega L$
$Z_C = \frac{1}{i\omega C}$

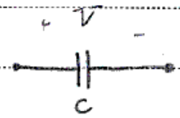
$$\underbrace{V}_{\text{فیزور}} = [L(i\omega)]\underbrace{I}_{\text{فیزور}}$$

امپدانس (همان مفهوم مقاومت) را با نام Z نمایش می‌دهیم

همواره برابر $\frac{V}{I}$:

$Z = \frac{V}{I} = i\omega L$ (القاگر)

با نگاه به این فرمول می‌بینیم که مقاومت نشان داده شده توسط L وابسته به ω است. در نتیجه می‌توان مداری طراحی کرد که در برخی فرکانس‌ها مقاومت زیادی داشته باشد و در برخی دیگر مقاومت کمی نشان دهد. این مقدمه‌ای بر فیلترها است.



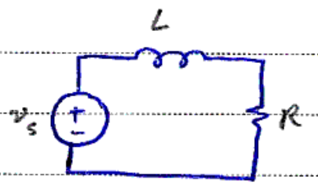
$i(t) = C\frac{dv}{dt} \Longrightarrow Z = \frac{1}{i\omega C}$

$I = [C(i\omega)]V$

از خازن نیز می‌توان به عنوان فیلترکننده استفاده کرد.

$$\boxed{\text{هدایت (ادمیتانس)} = \frac{1}{Z} = Y = \frac{I}{V}}$$

مسئله جلسه قبل :



$V = (R + i\omega L)I$

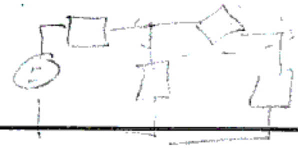
$I = \frac{V_m\angle\theta}{R+i\omega L} = \frac{V_m}{R^2+\omega^2L^2}(R - i\omega L)$ ضرب در مزدوج

$e^{i\theta}$ تبدیل به $= \frac{V_m}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}e^{i\varphi}$ که $\varphi = \tan^{-1}(\frac{-\omega L}{R})$

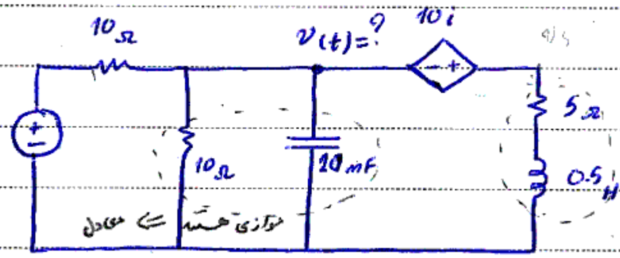
PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )



مثال: (در کتاب Dorf)



$$Z_{eq} = \frac{-100i}{10-10i} = Z_1$$

خازن و مقاومت

$$Z_{eq} = 5+5i = Z_2$$

سلف, R

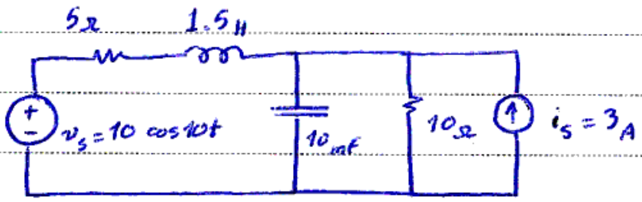
$v_s(t) = 10^7 \cos \omega t$

$\omega = 10 \ rad/s$ KVL در حلقه چپ: $\underline{V_s} - \underline{V} = 10\,\underline{I}$

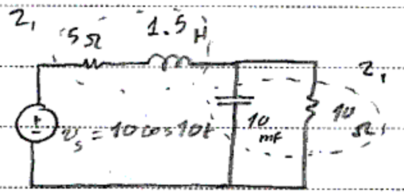
KCL و KVL در حلقه راست و گره $v(t)$: $10\,\underline{I} + \underline{V} = Z_2\left(\underline{I} - \frac{\underline{V}}{Z_1}\right)$

$$\xRightarrow{\text{ساده کردن}} v(t) = 2\sqrt{5}\cos(10t + 63.4^\circ)$$

مثال: از super position استفاده می‌کنیم



منبع v_s:



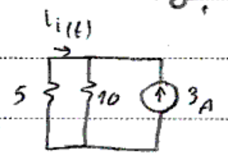
$Z_1 = 5 + 15i$

(موازی) $Z_2 = \frac{100i}{10-10i}$

KVL در حلقه: $\underline{I_v} = \frac{\underline{V}}{Z_1 + Z_2} \xRightarrow{\text{ساده کردن}} i_v(t) = 0.71\cos(10t - \frac{\pi}{4})$

اعداد مختلط و غیره

منبع i_s: چون $\omega = 0$ سلف اتصال کوتاه است و C اتصال باز پس



$i_i = -2_A$

* حالت ω=0 یعنی که منبع DC داشته باشد
می‌شه این کار رو کرد!!!

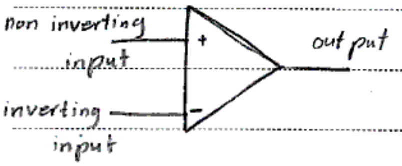
Super Position $\Longrightarrow i(t) = i_i(t) + i_v(t) = 0.71\cos(10t - \frac{\pi}{4}) - 2$

PAPCO

Subject: $cis\,\theta$

Year. Month. Date. ( ) $\cos + i\sin\theta$

جلسهٔ ششم



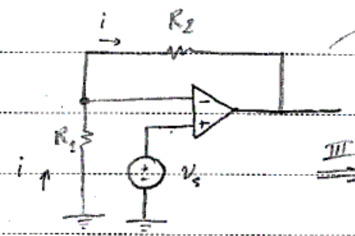
op-amp: operational amplifier

(I) جریان ورودی حالا صفر خواهد بود $\Rightarrow$ (op-amp ایده‌آل) $R_{in} = \infty$

(II) حالا اینکه ما می‌خواهیم توان تولیدی در خودش تلف نشود. $\Rightarrow$ $R_o = 0$

(III) $V^+ = V^-$

مثال:



$v_o \overset{I}{\Longrightarrow}$ به دلیل اینکه $R_{in}=\infty$ جریان ورودی inverting صفر است

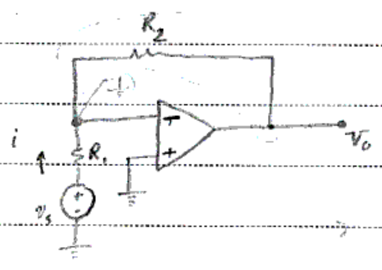
$\overset{III}{\Longrightarrow} i = \dfrac{-v_s}{R_1}$

$$\underset{KVL}{\overset{II}{\Longrightarrow}} v_s - v_o = R_2 i \Longrightarrow v_s - v_o = \frac{-R_2 v_s}{R_1} \xrightarrow[\text{کردن}]{\text{ساده}} v_o = v_s\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

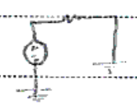
زیبایی این تقویت کننده این است که جریانی از ورودی نمی‌گیرد! (این ایده‌آل است) بالا به خوبی است که امپدانس ورودی به سمت بی‌نهایت میل کند و امپدانس خروجی به صفر میل کند

همچنین تقویت کننده‌ای را جهت ولتاژ را عوض می‌کند Non-Inverting Amplifier گویند (بستگی به op-amp ی که به کار رفته در این مثال)

مثال:



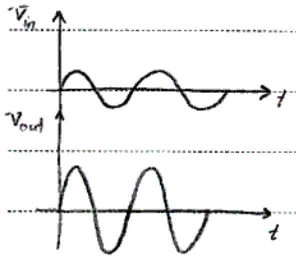
$\underset{V^+=V^-=0}{\overset{III}{\Longrightarrow}}$



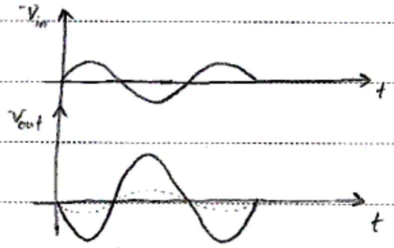
$\Rightarrow i = \dfrac{v_s}{R_1}$

$\Longrightarrow v_o = -R_2 i \Longrightarrow v_o = v_s\left(\dfrac{-R_2}{R_1}\right)$

چون این جمله همواره منفی است این مدار یک Inverting Amplifier است

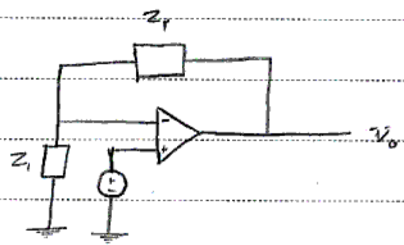


(در مثال اول)



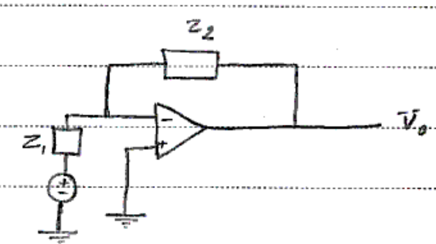
* از نظر عملی در مدار اول مقاومتها مهم هستند ولی در مدار دوم برای کاهش جریان ورودی مقدارهایشان را بزرگ در نظر می‌گیریم

در مدار قبلی به جای اینکه سلف و خازن قرار دهیم:



• تنها با این تفاوت که فرمول خروجی به شکل زیر خواهد بود:

$$\underline{V_o} = \underline{V_s}\left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right)$$



$$\underline{V_o} = \underline{V_s}\left(-\frac{Z_2}{Z_1}\right)$$

دو تا سوال:

* چرا Feed Back را به ورودی منفی وصل کردیم؟ چرا به + وصل نکردیم؟
* با این فرض که V^+ با V^- برابر است چرا بین آنها تفاوت می‌ذاریم؟

جلسهٔ اول (تدریس یار)

$$\frac{d^2V}{dt^2} + a\frac{dV}{dt} + bV = C$$

اگر $C=0$ باشد، معادلهٔ دیفرانسیل مربوط به مداری است که فقط منبع وابسته دارد یا شرایط اولیه

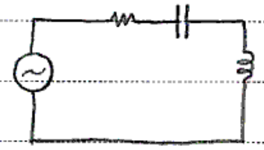
در بدست آوردن جواب معادله به شرایط اولیه نیاز داریم:

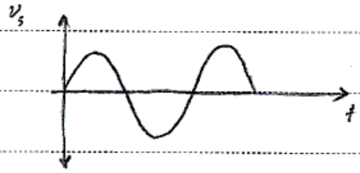
- $i_L(0)$, $v_C(0)$ $\Rightarrow$ به طوری خود قابل استفاده نیست باید تبدیل شود
- $v_C(0)$, $\left.\frac{dV}{dt}\right|_{t=0}$
- $i_L(0)$, $\left.\frac{di_L}{dt}\right|_{t=0}$

$V = L\frac{di}{dt} \longrightarrow$ * اگر L کوچک باشد می‌توانیم تغییر جریان نسبتاً بزرگی داشته باشیم

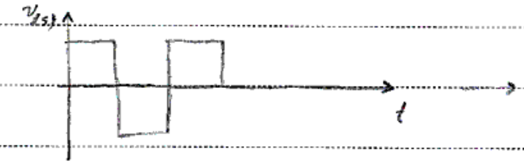
$i = C\frac{dv}{dt} \longrightarrow$ * " C " " " " " ولتاژ " "

این دو قانون زمانی صادق است که پرش نداشته باشیم (منبع ضربه‌ای نداشته باشیم)





با این شکل موج راحت می‌توانیم از قوانین فوق استفاده کنیم



دیگر به این راحتی نیست.

$$\frac{d^2V}{dt^2} + \frac{1}{RC}\frac{dV}{dt} + \frac{1}{LC}V = 0$$

$\alpha = \frac{1}{2RC} \longrightarrow$ ثابت زمانی میرا شدن $\qquad \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \longrightarrow$ ماهیت نوسانی شدید مدار

یعنی اگر هیچ اتلافی نداشته باشد مدار ما با ω_0 شروع به نوسان می‌کند

$\Rightarrow s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$

$\alpha^2 > \omega^2 \Rightarrow s_1, s_2$: حقیقی $\Rightarrow L > 4R^2C$ (حالت میرای شدید)

Subject:
Year. Month. Date. ( )

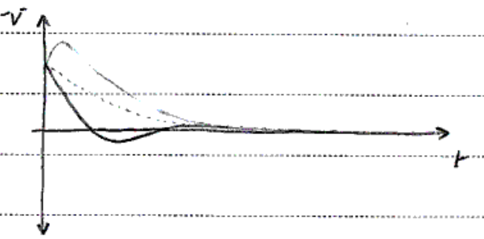
سا مقدار بزرگی دارد در نتیجه مقدار di/dt کم است ⇐ انرژی سلف می‌تواند ناگهانی زیاد شود.
سا بزرگ در برابر تغییرات جریان ناشی از ولتاژ اولیهٔ خازن مقاومت می‌کند. پس نوسانا مقدار بزرگی از جریان ناشی از ولتاژ اولیهٔ خازن در مقاومت جاری و تلف می‌شود ⇐ ولتاژ خازن سریع افت می‌کند

$\alpha^2 < \omega_0^2$: $\Rightarrow$ s_1, s_2 : مختلط $\Rightarrow$ $L < 4R^2C$ (حالت میرا ضعیف یا زیرمیرا)

در این حالت سا مقدار نسبتاً کوچکی دارد. طبق بحث 1 تغییرات جریان سلف می‌تواند نسبتاً بزرگ باشد. (یعنی سلف سریع‌تر انرژی می‌گیرد) ⇐ ولتاژ خازن بیشتر در سلف تخلیه می‌شود. بقیهٔ ولتاژ آن هم در مقاومت جریان کوچکی ایجاد می‌کند. اکنون انرژی ذخیره شده در سلف خود در خازن تخلیه می‌شود. و یک [illegible] می‌ایجاد می‌کند. در زمان انتقال این انرژی مجدداً بخشی از آن در مقاومت تلف می‌شود. تا جایی ادامه می‌یابد که مقدار انرژی مدار به صفر برسد.

$\alpha^2 = \omega_0^2$ $\Rightarrow$ $s_1 = s_2$: حقیقی $\Rightarrow$ $L = 4R^2C$ (میرایی بحرانی)

در این حالت انرژی خازن به طور یکنواخت بین سلف و مقاومت تقسیم می‌شود. در نهایت انرژی مجموعه سلف و خازن در مقاومت به آرامی تخلیه خواهد شد.



یک حالت مرزی است. هیچ تضمینی در پایداری آن نیست.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

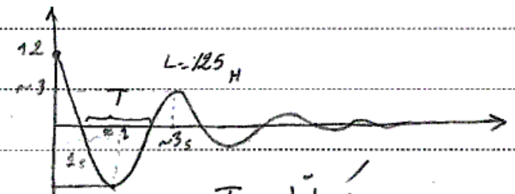
جلسه دوم (تدریس یار)

- پاسخ معادله دیفرانسیل درجه 2 به صورت حالت صفر و ورودی صفر در نظر گرفته می شود.

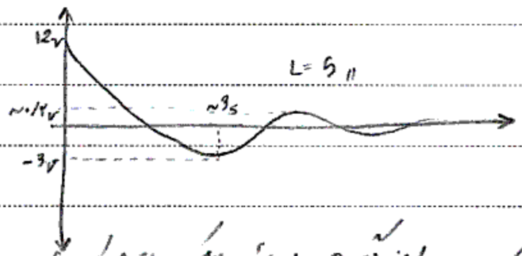
پاسخ ورودی صفر: $\frac{d^2v}{dt^2} + a\frac{dv}{dt} + bv = 0$ (natural responce)

در جواب میرای ضعیف هر چه α بزرگتر باشد ($\frac{1}{2RC}$) جواب سریعتر میرا می شود.
α سرعت میرایی را برای ما تعیین می کند (در یک مدار مرتبه 2 با پاسخ میرای ضعیف)

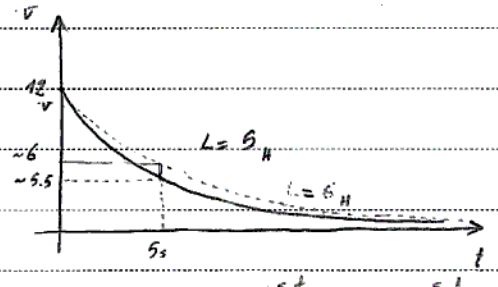
سوال air bag جلسه اول:
در حالت under damped هر چه L بزرگتر باشد نوسانات کمتر است و سریعتر میرا می شود و اگر L کوچکتر شود تعداد نوسانات بیشتر شده سرعت میرایی کاهش می یابد.



پیک اول و T بیشترین اطلاعات را می دهد

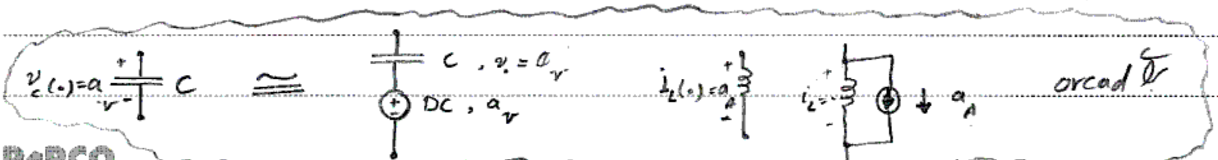


* برای L بزرگتر هم دامنه پیک و ولتاژ کاهش یافته هم تعداد پیک ها کم شده هرچند زمان اتفاق افتادن پیک در زمان طولانی تری بوده است



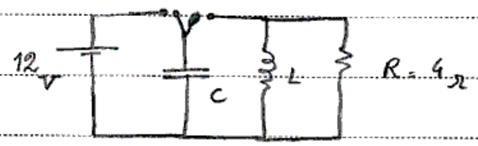
$v(t) = A_1 e^{-s_1 t} + A_2 e^{-s_2 t}$

برای $L > 4_H$ میرای شدید داریم
* اگر L بزرگتر شود شیب نمودار کمتر می شود
* در حالت میرای شدید انرژی مجموع سیستم زودتر کم می شود
* هر چه L بزرگتر شود سرعت کاهش ولتاژ کم می شود
در سطح ولتاژ خازن نسبت به L کمتر بیشتر است.



PAPCO

مثال: همان مسئله air bag جلسه اول

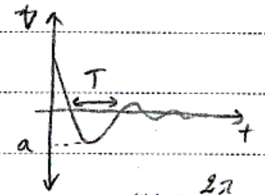


* در طراحی مدار مرتبه 2: اگر حالت میرای ضعیف را در نظر بگیریم باید به نکات زیر توجه کنیم:

۱- مقدار a چقدر باشد.

۲- چقدر باشد؟ سرعت همگرایی پاسخ را تعیین می‌کند

۳- α (ضریب میرایی) چقدر است؟



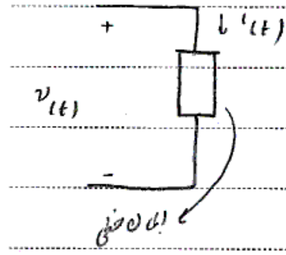
$\omega_d = \frac{2\pi}{T}$

اگر در طراحی میرای شدید را در نظر بگیریم s_1 و s_2 مهم هستند (در این روش حل کمی دشوار است)

راه حل کلی: سرعت پاسخ باید به اندازه کافی سریع باشد.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

جلسه هفتم:



حالت عام: $P(t) = v(t) \cdot i(t)$

توان خود تابعی از زمان است. (خیلی مهم است)

توان متوسط $P_{avg} = \frac{1}{T}\int_0^T P(t) \cdot dt$

یک کم خاص تر می کنیم:

$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v)$

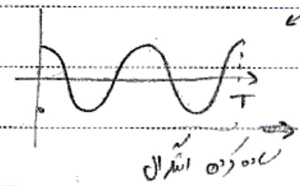
$\Rightarrow i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$ به دلیل مشخص بودن المان می توان دقیق $i(t)$ را تعیین کرد

$\Rightarrow P_{avg} = \frac{1}{T}\int_0^T I_m V_m \cos(\omega t + \theta_v)\cos(\omega t + \theta_i)\, dt$

مثلثات ⟹ تبدیل ضرب به جمع

$= \frac{V_m I_m}{2T}\int_0^T \left[\underbrace{\cos(2\omega + \theta_i + \theta_v)} + \cos(\theta_v - \theta_i)\right] dt$

به دلیل اینکه روی یک دوره تناوب کامل انتگرال می گیریم صفر است.

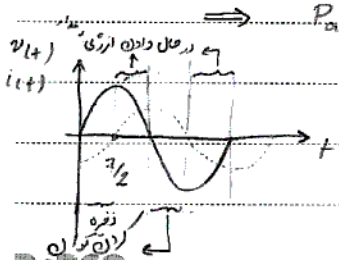


$\Rightarrow P_{avg} = \frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v - \theta_i)$

$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v)$ $\qquad |\theta_v - \theta_i| = \pi/2$ آیا هر خازن و سلف به تنهایی: (در حالت نبود المان های دیگر)

$\Rightarrow i(t)_{\text{خازن}} = C\frac{dV}{dt} = CV_m(-\omega)\cos(\underbrace{\omega t + \theta_v - \pi/2}_{\theta_i})$

$\Rightarrow P_{avg} = 0 \Longrightarrow$ خازن و سلف (ایده آل) نه مصرف کننده اند و نه تولید کننده



* نکتهٔ دیگر این فرمول این است ω فرکانس در آن تأثیر ندارد (در حالت ایده آل)

* سوال حامد رضوانی: تو یک مداری ω چند سلف و خازن داریم، چرا این رابطه همچنان برقرار است؟
جواب: ۱- از بعد امپدانس ، ۲- از بعد زمان :

$$\begin{cases} P_{avg} = \dfrac{V_m I_m}{2} = \dfrac{1}{2} R I_m^2 \\ P_{avg} = R I_{eff}^2 \end{cases}$$

برای یک مقاومت: (برای ورودی sin)

برای ورودی DC (تا توان یکسانی نسبت به جریان AC داشته باشد) باید:

$$P_{avg} = P_{avg}$$

$$I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$V_{eff} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

محاسبهٔ توان مؤثر برای یک مقاومت و ورودی کل تناوبی:

$$P_{avg} = \frac{1}{T}\int_0^T v_{(t)} \cdot \underbrace{i_{(t)}}_{v_{(t)}/R} \cdot dt = \frac{1}{\cancel{R}T}\int_0^T v^2_{(t)}\, dt = \frac{v^2_{eff}}{\cancel{R}}$$

$$\Rightarrow v_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2_{(t)} \cdot dt}$$

root of ~~min~~ mean square = RMS

ریشهٔ رادیکال / جذر ، میانگین انتگرال ، مجذور توان ۲

PAPCO

برای موج دندان اره‌ای: $V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{3}}$

V_{rms} در واقع ولتاژی است که DC که همان توان AC را به بار انتقال می‌دهد

سوالات:

۱. صفحهٔ ۴۲۵ کتاب Dorf چرا دورهٔ تناوب را 0.4 (کذا) گرفته؟ چرا باید در بین پیک اول و صفر شدن اول این کار انجام شود؟

۲. صفحهٔ ۴۲۶ علامت سوال.

۳. To search: What is a dynamo? its structure and why it makes DC current?

۴. صفحهٔ ۴۴۳: potential hazard of high ac voltage یعنی چه؟

۵. برای اینکه زیر پاره‌ها باید ac کار کرد و dc؟

۶. صورت قضیه‌ای که [illegible] برای معادلات با اعداد مختلط [illegible] چه بود؟ (صفحهٔ ۴۵۱)

۷. سوال 10-6-4 صفحهٔ ۴۶۰ کتاب

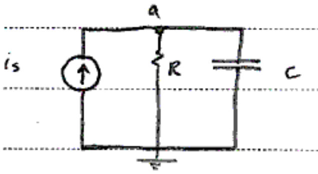
۸. چرا توابع بر حسب سرهم هستند (صفحهٔ ۴۶۴ کتاب Dorf)

۹. تمرین 10.7.3 صفحهٔ ۴۶۵ کتاب / تمرین 10-9.2 صفحهٔ ۴۷۳

۱۰. صفحهٔ ۴۸۱ کتاب Dorf پاراگراف سوم.

(حل دوم - صفحه ۴۶۹ تست Dorf)

forced responce* برای مدار RC تحت سینوسی:



KCL در a : $\frac{V}{R} + C\frac{dV}{dt} = I_m \cos\omega t$

$\Rightarrow v_f = A\cos\omega t + B\sin\omega t$

جایگذاری

$\Rightarrow \frac{1}{R}(A\cos\omega t + B\sin\omega t) + C\omega(B\cos\omega t - A\sin\omega t) = I_m \cos\omega t$

$\Rightarrow \cos\omega t\left(\frac{A}{R} + C\omega B\right) + \sin\omega t\left(\frac{B}{R} - AC\omega\right) = I_m \cos\omega t$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{A}{R} + C\omega B = I_m \\ \frac{B}{R} - AC\omega = 0 \end{cases} \Longrightarrow A = \frac{RI_m}{1+R^2C^2\omega^2} \qquad B = \frac{R^2 I_m C\omega}{1+R^2C^2\omega^2}$$

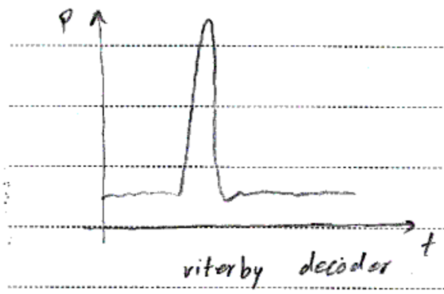
$$\Longrightarrow v_f = (I_m R)\left(\frac{1}{\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}}\cos\omega t + \frac{RC\omega}{\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}}\sin\omega t\right)$$

$\theta = \arctan(RC\omega) \Longrightarrow v_f = \frac{I_m R}{\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}}\cos(\omega t - \theta)$

اختلاف فاز

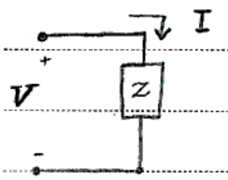
Subject:
Year. Month. Date. ( )

جلسه هشتم:



* اهمیت توان لحظه‌ای در پیک توان است.
از مسائلی که داریم هنگام پیک مصرف چون
می‌توان انرژی را تأمین نکرد decoder ما fail
می‌شود.

Complex Power



$$V = V_m \angle \theta_v$$
$$I = I_m \angle \theta_i$$

$$\text{Real}\{S\} \equiv P_{avg}$$ (طبق تعریف)

$$S = \frac{V I^*}{2} \longrightarrow \text{مزدوج } I$$
$$I^* = I_m \angle -\theta_i$$

$$\text{Imaginary}\{S\} = \frac{V_m I_m}{2} \sin(\theta_v - \theta_i)$$

$$S = \underbrace{\frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v - \theta_i)}_{\text{توان متوسط}} + \underbrace{\frac{V_m I_m}{2}\sin(\theta_v - \theta_i)}_{\text{Reactive توان}}\, i$$

(واحد) (watts : واحد)
Volt - Amp

توانی که مصرف نمی‌شود ولی برای مدار اضافی حساب
(var : واحد)
مدار باید تأمین شود.
(Volt - Amp reactive)

در حالت DC : $P = RI^2 = V^2/R$
آیا این روابط برای حالت سینوسی هم مطرح است یا نه؟

$$S = \frac{V I^*}{2} = \frac{Z I I^*}{2} = \frac{Z I_m^2}{2}$$
$$= \frac{I_m^2}{2}\text{Real}\{Z\} + i\,\frac{I_m^2}{2}\text{Imaginary}\{Z\}$$

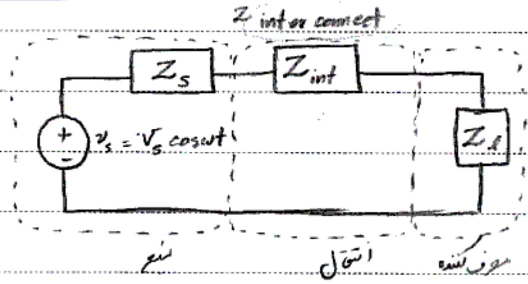
I_{rms} : برای مدار سینوسی

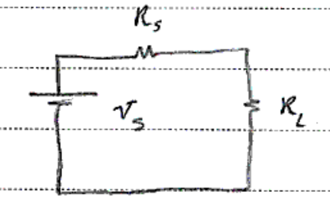
نکته اخلاقی فیزیکی: چون داریم Real می‌گیریم توان متوسط فقط مربوط به مقاومت‌ها است.

نکته اخلاقی فیزیکی بعدی!: به دلیل به وجود Reactive power ما می‌خواهیم آن را به صفر برسانیم. به همین دلیل با اضافه کردن عناصری در مدار، قسمت مختلط را صفر می‌کنیم.

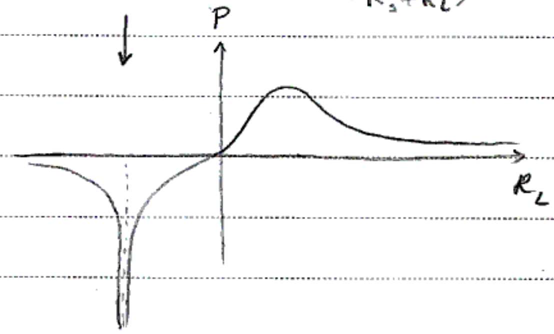
Power Transmition:

مسیرهای تراشه و PCB

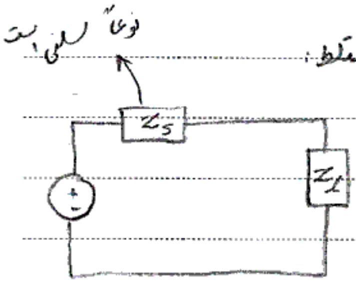




$$P_{(R_L)} = R_L \left(\frac{V_s}{R_s + R_L}\right)^2$$



برگردیم به دنیای مختلط:



$$S = \left(\frac{I_m^2}{2}\right)(Z_s + Z_\ell)$$

$$= \frac{I_m^2}{2}\left(\text{Real}\{Z_s + Z_\ell\} + \text{Imag}\{Z_s + Z_\ell\}\right)$$

یادآوری:

$\varphi(z) =$ فاز عدد مختلط z

$z = a + bi$

$\varphi(z) = \tan^{-1} b/a$

I $\quad \text{Imaginary}\{Z_s\} = -\text{Imaginary}\{Z_\ell\} \Longleftarrow$ می‌خواهیم $\text{Imaginary}\{Z_s + Z_\ell\}$ برابر صفر باشد

$\Longrightarrow \varphi(Z_s) = -\varphi(Z_\ell)$ (فاز)

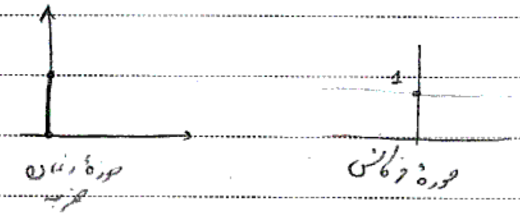
برای max کردن توان انتقال یافته:

II $\quad \text{Real}\{Z_\ell\} = \text{Real}\{Z_s\}$

I, II $\Longrightarrow \boxed{Z_s = Z_\ell^*}$ برای داشتن بیشترین توان در امپدانس Z_ℓ

Subject:
Year.　Month.　Date.　( )

مثال:



$Z_s = 2 + j\omega L$

$Z_L = 2 - j\omega L$

$-\frac{j}{\omega C}$

$\Rightarrow \frac{1}{\omega C} = \omega L \Rightarrow \boxed{C = \frac{1}{\omega^2 L}}$

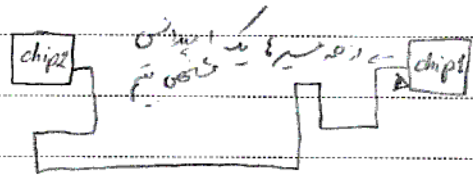
های رزونانس: فرکانس طبیعی مدار ... در ضربه‌ای که به آن وارد شود همهٔ فرکانس‌ها را می‌گیرد و فرکانس رزونانس
خود را جذب می‌کند (یعنی چه؟)

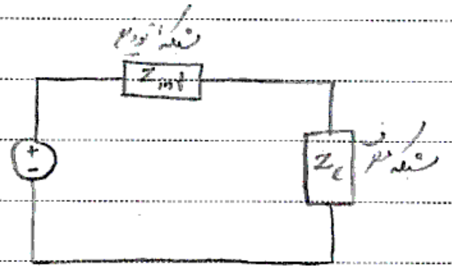
جلسه نهم:

کاربرد حداکثر توان: ● خانه‌ها: بلندگوها 8Ω هستند

● آزمایشگاه: وسایل 50Ω هستند

Controlled Impedance





فرضیات مسئله:

● مشتری: Z_L و P مشخصی دارد (V_m هم معمولاً)

● انتقال: Z_{int} هم ثابت است (شبکهٔ توزیع برق)

چگونه توان تلفاتی Z_{int} را حداقل کنیم؟

$$P_{int} = \frac{1}{2} I_m^2 \, Real\{Z_{int}\} = \frac{1}{2} I_m^2 R_{int}$$

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$\Rightarrow P_{int} = \frac{1}{2} R_{int} \left(\frac{2P}{V_m \cos(\theta_v - \theta_i)} \right)^2$$

$$\Rightarrow P_{int} = 2 R_{int} \left(\frac{P}{V_m \cos(\theta_v - \theta_i)} \right)^2$$

تنها جملهٔ قابل تغییر

$\cos(\theta_v - \theta_i)$: power factor

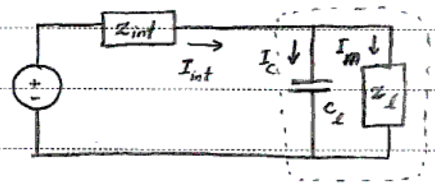
خیلی در توان تلفاتی مؤثر است

مثلاً از این مقدار 110 باید مصرف ما 100 باشد (بار) می‌کند

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

با اضافه کردن C_2 امپدانس شبکه معرف عوض می‌شود

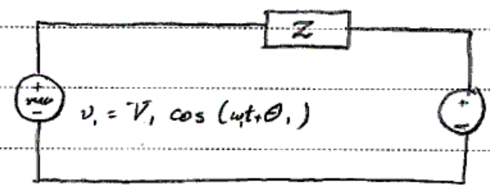


$$I_{int} = I_c + I_m$$

(عدد $\cos(\theta_v-\theta_i)$ در حالت ٤ (دیاگرام) تقریباً ۰/۹۵ است)

می‌ساخت $\cos(\theta_v-\theta_i)$ در کتاب هست! مطالعه شود :)

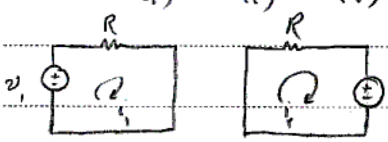
* آیا power super position وجود دارد؟



$v_1 = V_1 \cos(\omega_1 t + \theta_1)$ $\quad v_2 = V_2 \cos(\omega_2 t + \theta_2)$

• $\omega_1 \neq \omega_2$ (فرض می‌کنیم)

$$P_{(t)} = v_{(t)} \cdot i_{(t)} \Longrightarrow = v_{(t)} \cdot (i_1 + i_2)$$



$$= R\,(i_1 + i_2)^2$$

می‌دانیم جهت i_2 این طرف است ولی می‌ساخت جای عکس می‌کند

$$\xrightarrow{P_{(t)}\ :\ \text{شدت}} \quad P_{avg} = \frac{1}{T}\int_0^T R\,(i_1+i_2)^2\,dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T R i_1^2\,dt + \frac{1}{T}\int_0^T R i_2^2\,dt + \frac{2}{T}\int_0^T R i_1 i_2\,dt$$

توانی که v_1 به می‌دهد پس P_1 می‌نامیم $\qquad P_2$

$$\frac{2}{T}\int R i_1 i_2\,dt = \frac{2R}{T}\int_0^T I_1 \cos(\omega_1 t + \theta_1) \times I_2 \cos(\omega_2 t + \theta_2)\,dt$$

$$= \frac{R I_1 I_2}{T}\int_0^T \Big[\cos\big((\omega_1+\omega_2)t + \theta_1 + \theta_2\big) + \cos\big((\omega_1-\omega_2)t + \theta_1 - \theta_2\big)\Big]\,dt$$

$$\underset{\omega_1 \neq \omega_2}{=} \; = 0 \text{ صفر!}$$

PAPCO

با بزرگ در نظر گرفتن T می‌توان روی چند دوره $\cos(\omega_1+\omega_2)t$ ، $\cos(\omega_1-\omega_2)t$ انتگرال می‌گیریم

Subject:

Year. Month. Date. ( )

- $\omega_1 = \omega_2$

$$\text{جلسهٔ سوم :} \quad = \frac{2}{T}\int R\, i_1 i_2\, dt \overset{\text{ساده کردن}}{=} R\, I_1 I_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)$$

جلسهٔ دهم :

خلاصهٔ دو جلسهٔ قبل : (بعد از Quiz)

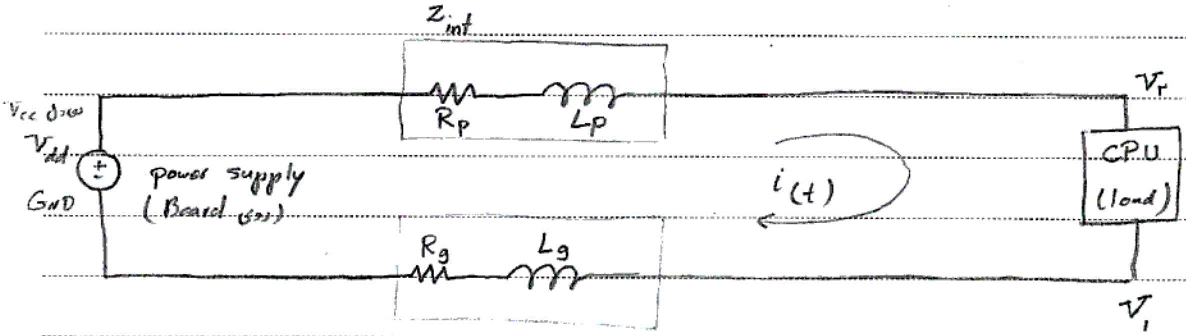
انتقال توان

۱- انتقال با Z مشخص و خروجی معلوم، باری که حداکثر توان را تحویل گیرد ($Z_L = Z_S^*$)
مثل اسپیکر ۴ و 8Ω و دستگاه‌های 50Ω

و انتقال با Z_{int} مشخص توان مصرفی هم مشخص. می‌خواهیم توان تلفاتی

۲- خط انتقال را به حداقل برسانیم (اصلاح ضریب توان (power factor))

۳- انتقال توان در حالتی: امپدانس بار مشخص است ولی میزان کاهش تغذیه تابعی از فرکانس باشد (در کتاب نیست)
و امپدانس مسیر مقدار مشخص است ⟸ استفاده از خازن bypass



اگر همه چیز ایده‌آل بود $V_2 = 3.3V$ و $V_1 = 0$ ولی این گونه نیست

در این شرایط $\Longrightarrow$ $v_2(t) = V_{dd} - R_p i - L_p \frac{di}{dt}$

خیلی بد است V_2 موج بزند!

$$v_1(t) = V_{GND} + R_g i + L_g \frac{di}{dt}$$

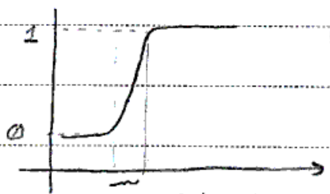
فرض کنیم توان P_{avg} برای CPU برابر 60_w باشد. فرض می‌کنیم که ولتاژ تغذیه CPU هم برابر 1.2_v باشد

$$\Rightarrow I_{avg} = \frac{60_w}{1.2_v} = 50_A$$ (این اعداد، اعداد حقیقی است)

کشیده شده توسط CPU

فرض می‌کنیم در بازه‌های raise time و fall time فقط 10٪ از آن‌ها (Gate) تغییر وضعیت بدهند

در این صورت



$$\frac{di}{dt} = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{10\% \times 50}{50\ ps}$$

$$= 10^{11}\ A/s \quad (!!!!!)$$

Δt = raise time

= 50 ps (پیکوثانیه)

این هم حقیقی است)

در ضمن فرض می‌کنیم fall time = raise time

حتی اگر از L_p به اندازه‌ی برابر 1_{nH} (نانوهنری) باشد

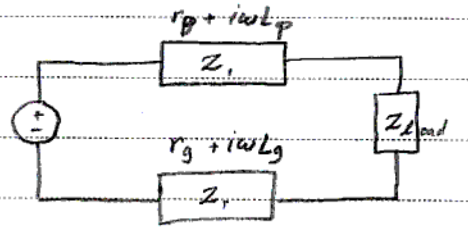
بازهم $L_p \times \frac{di}{dt}$ برابر 100_v می‌شود!

مشکل اساسی در این بوند: ۱. زمان 50_{ps} است

۲. جریان 50_A ← به دلیل نوع تکنولوژی نمی‌توان عوض کرد

* ۳. ماهیت متغیر با زمان بودن $i(t)$ و $v_{1,2}(t)$ (از همه بدتر)

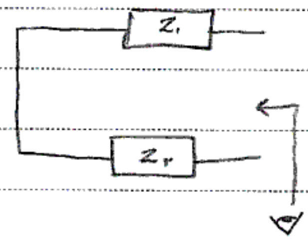
۴. تازه خازن‌ها را در نظر نگرفتیم !!!!



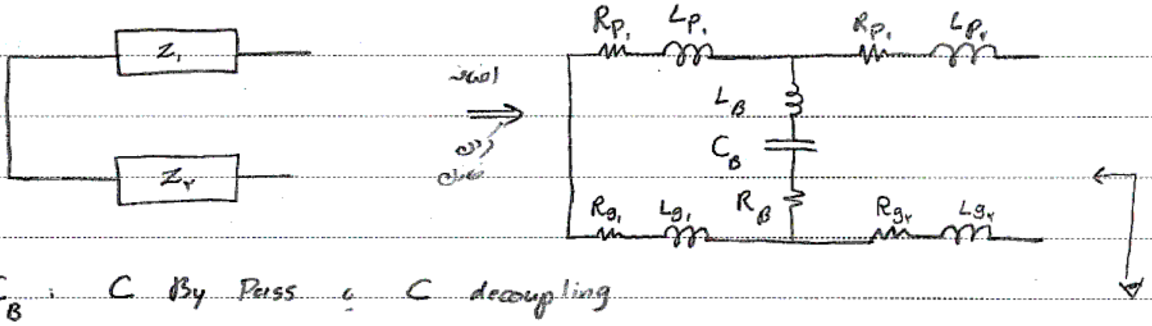
هر چه $\omega\uparrow$ آنگاه Z_1 و Z_2 $\uparrow$ به

در نتیجه $Z_l \downarrow$ (ولتاژ کمتری به آن می‌رسد)

$\Rightarrow$



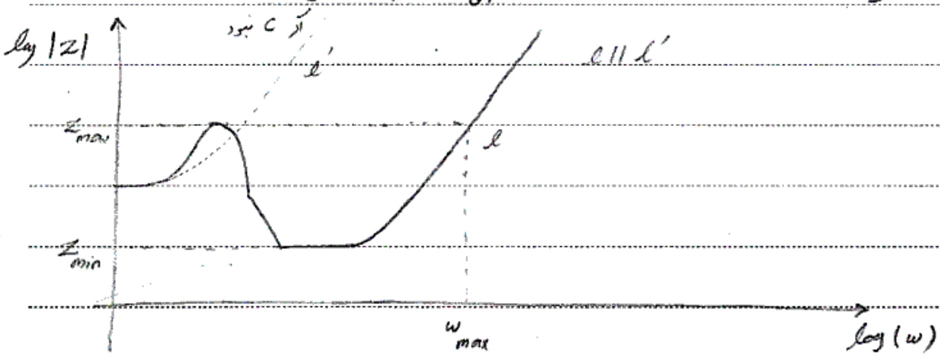
$$Z_t(\omega) = R_p + R_g + i\omega(L_p + L_g)$$



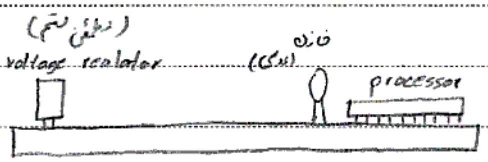
C_B : C By Pass یا C decoupling

$$R_{p_1} + R_{p_2} = R_p$$
$$L_{p_1} + L_{p_2} = L_p$$
(R_g , L_g به همین ترتیب)

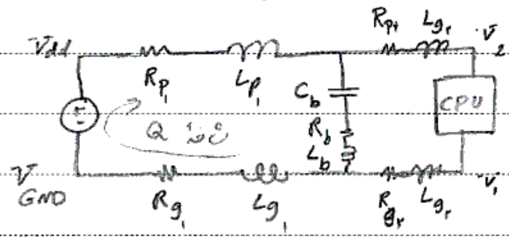
$$\underset{\text{جدید (معادل)}}{Z(\omega)} = \left((R_{p_1} + R_{g_1}) + i\omega(L_{p_1} + L_{g_1})\right) \parallel \left(R_B + i\omega L_B + \frac{1}{i\omega C_B}\right) + \left[(R_{p_2} + R_{g_2}) + i\omega(L_{p_2} + L_{g_2})\right]$$



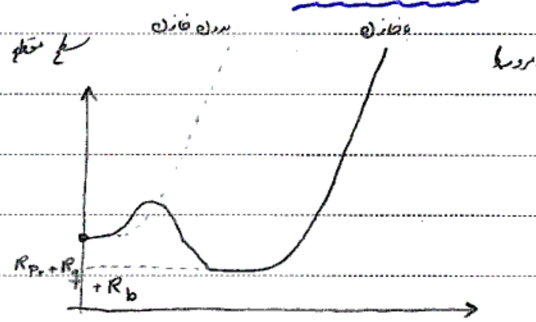
جلسه یازدهم



مدل



ورود (منتقل)
امپدانس معادل از دید CPU



تحلیل نمودار:

اگر $\omega = 0$ (نقطهٔ شروع) از دید CPU خازن قطع است و سلف اتصال کوتاه پس

$$Z_{eq} = R_p + R_g$$

با افزایش ω جمله‌ی $j\omega L$ افزایش می‌یابد و Z_{eq} افزایش می‌یابد. در این حالت با خازن یا بدون خازن چندان با هم متفاوت نیستند دو نمودار تقریباً منطبق اند.

به مرور افزایش ω امپدانس C_b افزایش می‌یابد این افزایش به پیک خود می‌رسد (هنگامی که امپدانس معادل شاخهٔ خازن با شاخه L یکی می‌شود)

بعد از آن پیک با افزایش ω امپدانس شاخهٔ خازن کاهش می‌یابد. دغدغهٔ ما از اینکه می‌گذرد Z_{eq} کاهش می‌یابد تا حد بازه‌ای تقریباً مستقل از فرکانس می‌شود (به خاطر رزونانس و فرکانس طبیعی مدار) و سپس به خاطر L_{p_2} و L_{g_2} و L_b مجدداً افزایش می‌یابد

تعیین L_{p_2} و L_{g_2} دست طراح است. اینکه کی اتصال خازن by pass را قرار دهد در Data sheet تأکید می‌شود که هر چه نزدیکتر به پردازنده قرار دهیم

در بازهٔ کوچکی امپدانس مختلط صفر می‌شود در این نقطه $Z_{eq} = Z_{min} = r_b + r_g + r_p$

در پردازندهٔ جلسهٔ قبل:

$$I_{avg} = \frac{60_W}{1.2_V} = 50_A \longrightarrow \text{کاملاً آماری است}$$

$$\Delta I = 50_A \times 10\% = 5_A$$ (فرض می‌کنیم [تقریب مهندسی])

$$\Delta V = \pm 8\% \longrightarrow$$ (این عدد را Data sheet تعیین می‌کند)

$$\pm 8\% \times 1.2 = 96_{mV}$$

$$|Z_{max}| = \frac{\Delta V_{max}}{\Delta I} = \frac{96\,mV}{5A} = 19.2_{m\Omega}$$

قدر مطلق

Subject:
Year. Month. Date. ( )

اگر خازن by pass نبود:

$$Z_{max} = \underbrace{R_p + R_g}_{\simeq 1_{m\Omega}} + i\omega(L_p + L_g)$$

(در مدار چاپی عدد 100_{nH} عدد بسیار مناسبی برای خصیصه سلفی مسیر است) (عدد واقعی)

$$|i\omega \times 100_{nH}| = 19.2 - 1 = 18.2$$

$$\Rightarrow 2\pi f \times 100_{nH} = 18.2 \Rightarrow f = \frac{18.2}{2\pi \times 100_{nH}} \Rightarrow \boxed{f \simeq 30\ kHz}$$

[بدون خازن]

اگر خازن باشد:

تقریب می‌زنیم: چون شاخه Q امپدانس خیلی بالایی دارد فقط شاخه خازن‌ها را در نظر می‌گیریم

$$Z = R_{p_2} + R_{g_2} + R_b + i\left(\omega L_{p_2} + \omega L_{g_2} + \omega L_b - \frac{1}{\omega C_b}\right)$$

معمولاً از خازن سرامیکی استفاده می‌کنیم که L_{self} کم داشته باشد.

معمولاً ۰/۱ تقریبی است

ولی اینجا برای سادگی می‌گیریم

۰/۲ $m\Omega$

$$\Rightarrow \omega(\underbrace{L_{p_2} + L_{g_2} + L_b}) - \frac{1}{\omega C_b} = 19_{m\Omega}$$

اگر درست طراحی کرده باشیم باید حدود ۱٪ تقریبی باشد

[تقریب مهندسی]

1_{nH}

$$\Rightarrow \omega \times 10^{-9} - \frac{50000}{\omega} = 19 \times 10^{-3}$$

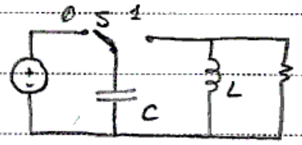
$$\Rightarrow \omega = 6$$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

جلسهٔ سوم (تدریسیار)

در طراحی مدارات کنترلی معمولاً برای کنترل پایداری از feed back استفاده می‌شود و درجهٔ سیستم حداقل ۲ است (درجهٔ معادلهٔ مشخصه). معمولاً پاسخ سیستم هم زیر میرا خواهد بود.



کلید S برای مدت طولانی در وضعیت صفر بوده و در $t=0$ به $t=1$ منتقل می‌شود.

هدف محاسبهٔ $i_{(t)}$ یا $v_{(t)}$ می‌باشد (جریان مقاومت و ولتاژ آن)

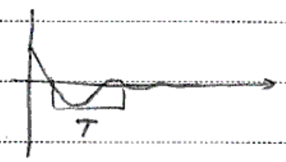
نکات کنترل سیستم خطی:

* برای یک سیستم مرتبهٔ ۲ با پاسخ میرای سریع:

$$T \leq 4t_s$$

t_s ← زمان نشست (در مسئلهٔ ما 0.1_s)

$$T \leq 4 \times 0.1_s = 0.4$$



$$\Longrightarrow v_{(t)} = e^{-\alpha t}(A_1 \cos\omega_d t + A_2 \sin\omega_d t)$$

$$\alpha = \frac{1}{2RC}$$

از کنترل خطی: برای آنکه یک سیستم زیر میرا نوسانات کمی داشته باشد و نوسانات سریع‌تر down شود $\alpha=2$ انتخاب می‌شود.

$$\left.\begin{array}{l} \alpha = 2 = \frac{1}{2RC} \\ R = 4\Omega \end{array}\right\} \Longrightarrow C = \frac{1}{16}F \quad (\text{محاسبهٔ } C)$$

$$\omega_d = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega_d = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \ rad/sec$$

$$\Rightarrow \omega_0^2 = \underbrace{(5\pi)^2 + 2^2}_{\omega_d^2 + \alpha^2} = \omega_0^2 \quad \Longrightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \boxed{L = ???}$$

$\simeq 0.065_H$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

حال برای اعتبار پارامترهای طراحی شده باید تعیین کنیم که آیا در ۱/۰ ثانیه ۱J انرژی به مقاومت می‌رسد یا خیر؟

$$W = \int P_{(t)}\,dt = \int \frac{v^2_{(t)}}{R}\,dt = \int R\,I^2_{(t)}\,dt$$

$W = RI^2 t \longrightarrow$ اگر DC است
I_{dt}: تابع زمان نباشد

شرایط اولیه: $v_c(0) = 0 \quad I$

$$KCL: \quad \frac{C\,dv(0)}{dt} + i_L(t) + \frac{v_c(t)}{R} = 0$$

$$\frac{dv(0)}{dt} = \frac{-v_c(0)}{RC} - \frac{i_L(0)}{C} \Longrightarrow \left.\frac{dv}{dt}\right|_{t=0} = -48 \ v/s$$

$$v_c(0) = A_1 \Longrightarrow A_1 = 12_v$$

$$\left.\frac{dv}{dt}\right|_{t=0} = -\alpha e^{-\alpha t}(A_1 \cos\omega t + A_2 \sin\omega t) + e^{-\alpha t}(-A_1 \sin\omega t + A_2 \cos\omega t)$$

$$= -\alpha A_1 + A_2\omega_d \Longrightarrow A_2 = \frac{-48 + 2\times 12}{15.58}$$

$$A \simeq 1.59$$

$$\Longrightarrow v_{(t)} = e^{-2t}(12\cos\omega t - 1.5\sin\omega t), \quad \omega = 15.58 \ rad/s$$

با صرف نظر از جمله sin نسبت به cos (دامنه عبارت سینوسی کوچک است)

$$\frac{v^2}{R} = 36e^{-4t}\cos^2\omega_d t$$

$$\left.\begin{array}{l} P_{(0)} = 36_w \\ P_{(0/1)} \approx 0 \end{array}\right\} \Longrightarrow$$ ۱/۰ ثانیه تقریباً همه انرژی که می‌گیرد در خازن به مقاومت داده شده است

$$W = \int P\,dt = \left(\frac{1}{2}\right)(36)(0/1) = 1/8_J$$

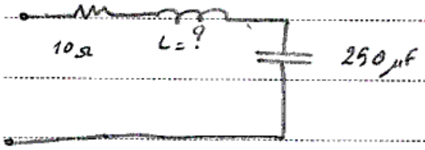
سطح زیر یک مثلث

خازن $\frac{1}{16}$ خیلی بزرگ است. مقاومت می‌سوزد؟ $P_{(0)}$ برابر 36_w است و به صورت لحظه‌ای می‌رسد باید مقاومت را در نظر گرفت که این توان را تحمل کند.

PaPCO

حل Design Problem 10.5 :

هدف: محاسبه L که در $\omega = 400\ rad/s$ آنگاه $Z = 10\angle 0$



$$\frac{1}{i\omega C} = \frac{-i}{\omega C} = \frac{-i}{400 \times 250\,\mu f}$$

$$Z_{eq} = 10 + i\omega L + \frac{-i}{400 \times 250\,\mu f} = 10 + i\left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C}\right)$$

$$|Z_{eq}| = \sqrt{10^2 + (\ldots)^2}$$

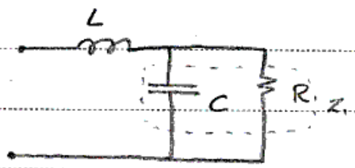
$$\angle Z = \tan^{-1}\left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C}\right) = 0 \Rightarrow \omega^2 LC - 1 = 0 \Rightarrow LC = \frac{1}{\omega^2}$$

شرط تشدید مدار

* هنگام تشدید: C و L موازی ⟸ مدار باز
* هنگام تشدید: C، L متوالی ⟸ مدار کوتاه

$$\Rightarrow L = \frac{1}{40}\ H$$

حل Design Problem 10.4 :



$$\begin{cases} Z = aR \\ 0 \leq a < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_L = L\omega \\ X_C = \frac{1}{C\omega} \end{cases}$$

در تعیین مقادیر المان‌های مدار

* شرط مسئله در طراحی باید ارضا شود.
* در صورت امکان شرایط مرزی مسئله به عنوان پارامتر مؤثر در مقادیر محاسبه المان در نظر گیریم. از مقادیر دورتر استفاده کنیم

$$Z_1 = \frac{R \times \frac{1}{i\omega C}}{R + \frac{1}{i\omega C}} = \frac{R}{1 + i\omega RC}, \quad Z_{eq} = i\omega L + Z_1$$

$$\Rightarrow Z_{eq} = i\left(\omega L - \frac{\omega R^2 C}{1 + \omega^2 R^2 C^2}\right) + \frac{R}{1 + \omega^2 R^2 C^2} = aR$$

$$\frac{R}{1 + \omega^2 R^2 C^2} = aR \Rightarrow \omega C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{1}{a} - 1} \Rightarrow X_C = \frac{R}{\sqrt{1/a - 1}}$$

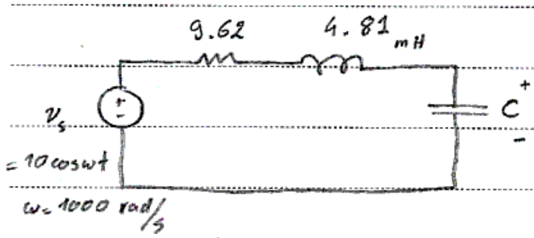
Subject:
Year. Month. Date. ( )

مساوی قرار دادن بخش‌های موهومی $\Rightarrow (\omega L) = \dfrac{a R^2 C}{1 + R^2\omega^2 C^2} \xRightarrow{\text{جایگذاری}} \omega L = \dfrac{R^2\left(\frac{1}{R}\sqrt{1/a - 1}\right)}{1 + R^2\left(\frac{1}{R^2}(1/a - 1)\right)}$

$$\omega L = X_L = aR\sqrt{1/a - 1}$$

* اگر در حل تئوری یک مسئلهٔ طراحی تعداد معادلات از مجهولات بیشتر بود باید به تعداد لازم مجهولات را مقدار دهیم (فرض کنیم)

حل Design Problem 10.3



KVL: $10\angle 0 = 9.62\, I + i\, 4.81 \times 10^{3} \times 10^{-3} - \dfrac{i \times 10^{-3}}{C}$

$$\Rightarrow V_c = I \cdot \frac{-i \times 10^{-3}}{C} = \frac{10^{-3}}{\underbrace{(10^{-2} - 4.81\, C)}_{a} + i\, \underbrace{96.2\, C}_{b}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |V_c| = \dfrac{10^{-3}}{\sqrt{a^2 + b^2}} = A \\ \varphi(V_c) = \theta = -\tan^{-1}\left(\dfrac{96.2\,C}{10^{-2} - 4.81\,C}\right) \end{cases}$$

$\Rightarrow v_c(t) = A\cos(\omega t + \theta)$

$|V_c|$ زمانی Max است که مخرج min باشد حال از این مشتق می‌گیریم:

$$\frac{d}{dC}\left(\sqrt{(10^{-2} - 48.1\,C)^2 + (96.2\,C)^2}\right) = 0 \Rightarrow C = 0.5\ \mu F$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

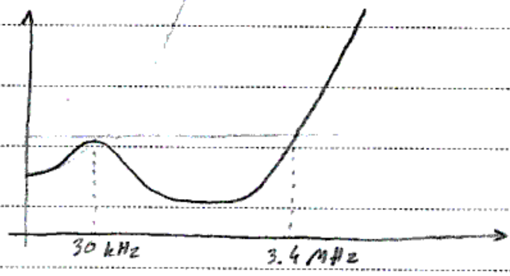
$c^2 = a^2 + b^2$

جلسه دوازدهم

if $C_b = 20\,\mu F \Rightarrow \left| 10^{-9}\omega - \dfrac{5\times 10^4}{\omega} \right| = 19\times 10^{-3}$

$\xrightarrow{\text{طرفین ضرب}} \omega^2 - 19\times 10^6\,\omega - 5\times 10^{13} = 0$

$\xrightarrow{\text{حل از درجه ۲}} \omega = 2.16\times 10^7\ \text{rad/s} \Rightarrow \boxed{\nu = 3.4\ \text{MHz}}$ زمانی



if $C_b = 200\,\mu f$ — انتظار داریم که ω کمتر شود، ولی نه خیلی زیاد، چون جمله W تنها به $\dfrac{1}{\omega C_b}$ بستگی ندارد و به $\omega(L_p + L_g + L_b)$ هم وابسته است

$\xrightarrow{\text{حل معادله و جواب}} \omega = \dfrac{19 \pm 49.5}{2}\times 10^6\ \text{rad/s}$

$\Rightarrow \omega = 19.25\times 10^6\ \text{rad/s} \Rightarrow \boxed{\nu = 3.0\ \text{MHz}}$

if $C_b = 2\,\mu f$

$\Rightarrow \omega = \dfrac{19.0 \pm 48.6}{2}\times 10^6\ \dfrac{\text{rad}}{s} \Rightarrow \boxed{\nu = 5.36\ \text{MHz}}$

از این اعداد می‌بینیم که: $\underset{\text{کوچکتر}}{C_b} \Rightarrow$ فرکانس بالاتر

if $f_{max} = 1\ \text{GHz} \Rightarrow \omega = 6.28\times 10^9\ \text{rad/s}$

$\Rightarrow \left| \underbrace{10^{-9}\times\omega}_{L\omega} - \dfrac{1}{C_b\,\omega} \right| = 19.0\times 10^{-3}$

$\xrightarrow[\text{قدر مطلق}]{\text{حالت +}} 6.28 - 0.019 = \dfrac{1}{6.28\times 10^9 C_b} \Rightarrow C_b \approx 25\ \text{pF}$

$\xrightarrow[\text{قدر مطلق}]{\text{حالت -}} 6.28 + 0.019 = \dfrac{1}{6.28\times 10^9 C_b} \Rightarrow$ (منفی بدست می‌آید ولی ممکن نیست)

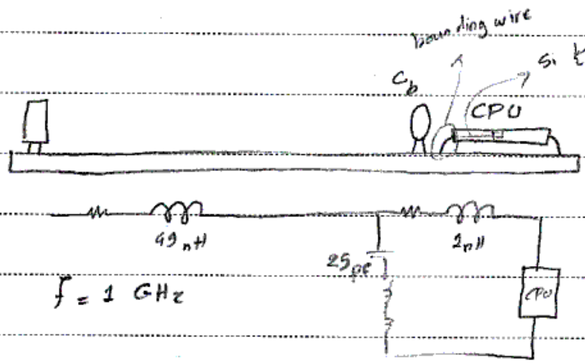
PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

از نظر ریاضی: $\forall f \Rightarrow \exists C_b \Rightarrow \checkmark$

ولی از نظر عملی نمی‌توانیم چنین خازنی تهیه کنیم.

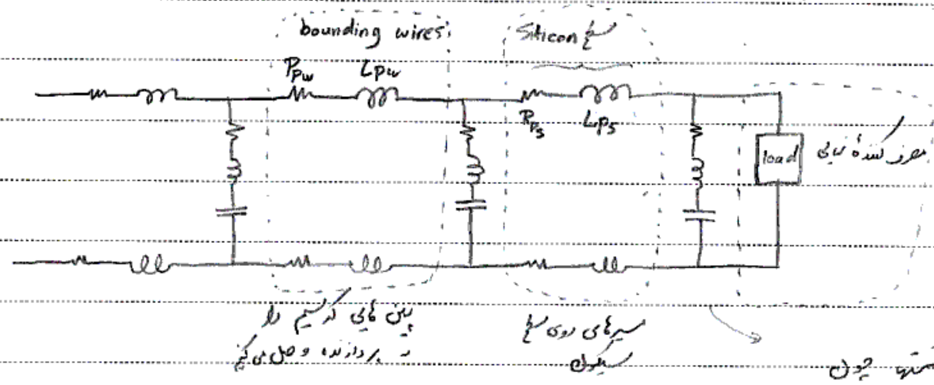
راه حل: VCC



$f = 1\ GHz$ $\Longrightarrow$ باز هم کار نمی‌کند !!

به دلیل bounding wire ها.

مدل کردن $\Longrightarrow$ bounding wire و سطح Silicon



در این تست چون روی سطح خود پردازنده الکت نمی‌توان خازن با 25pF ساخت.

تمرین: با یک عدد خازن by pass یک منفی بدست آوردیم. به طور حسی چنین مواردی را تا چند خازن by pass بنویسید.

آنچه که بدانیم:
$$\left| r_b + r_{g_2} + r_{p_1} + i\omega\left(L_{p_2} + L_{g_2} + L_b\right) \right| = Z_{max}$$

بدون تقریب
$$\Rightarrow |R + iX| = Z_{max} \Rightarrow \sqrt{R^2 + X^2} = Z_{max} \Rightarrow X_{acc} = \dots$$

X دقیق
accurate

تقریب
$$\Rightarrow |X| = Z_{max} - R \Rightarrow X_{\text{تقریب}} = \dots$$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

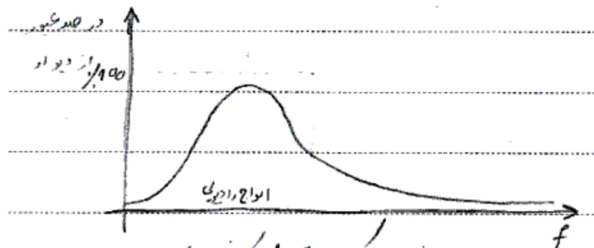
تمرین: این ترکیب را تحلیل کنید.

تمرین: Design Problemهای فصل ۵ به جز سوال ۵.

جلسهٔ سیزدهم:

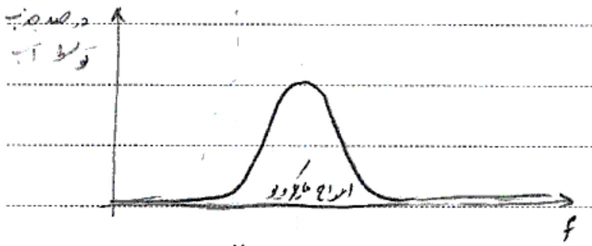
فصل سیزدهم:

Frequency Response

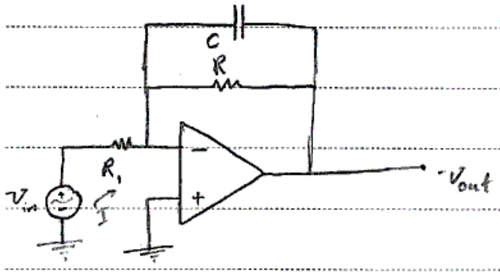


(نمودار کیفی است، کمّی نیست)

رفتاری که دیوار نشان می‌دهد نسبت به یک فرکانس موج مغناطیسی در شکل روبه‌رو است. دیوار هم امواج را select می‌کند.
به این نمودار پاسخ فرکانسی می‌گویند.



مثال:



$$I = \frac{V_{in}}{R_1} \quad (\text{phasors})$$

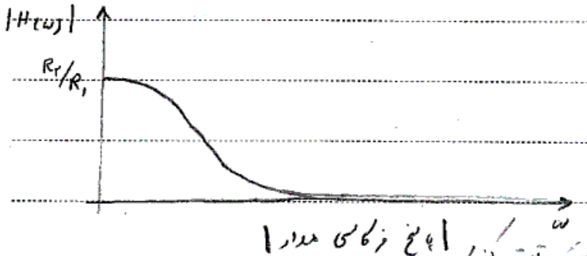
$$V_{out} = -I\left(\frac{R_2 \times \frac{1}{i\omega C}}{R_2 + \frac{1}{i\omega C}}\right)$$

$$= -\frac{V_{in}}{R_1}\left(\frac{R_2}{1 + i\omega C R_2}\right)$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\frac{V_{out}(\omega)}{V_{in}(\omega)} = \frac{-R_2}{R_1(1+i\omega C R_2)} = H_{(\omega)}$$

می‌خواهیم $|H(\omega)|$ را رسم کنیم

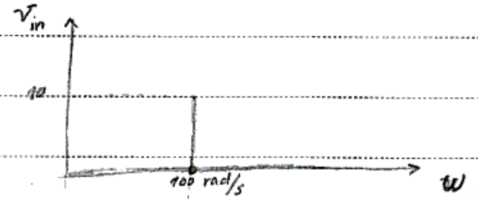


$$|H(\omega)| = \frac{R_2}{R_1\sqrt{1+\omega^2 C_2^2 R_2^2}}$$

$$\varphi(H_{(\omega)}) = \tan^{-1}(-\omega C R_2)$$

($H_{(\omega)}$ را در بردوح جاروب می‌کنیم و بخش موهومی را به حقیقی تقسیم می‌کنیم)

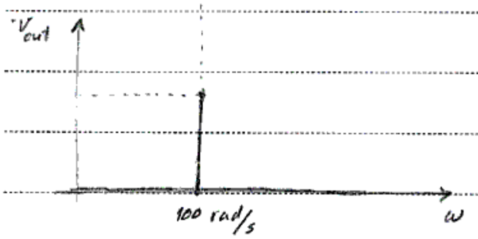
* در یک سیستم اگر پاسخ ضربه را داشته باشیم یک توصیف تمام عیار (کامل) از آن سیستم است



$$V_{in} = 10 \angle 0$$

$$v_{in} = 10\cos(\omega t + \theta), \quad \theta = 0, \quad \omega = 100\ \text{rad/s}$$

$$v_{out} = \dots \cos(\omega t + \dots)$$



$$V_{out} = H_{(\omega)} * V_{in}$$

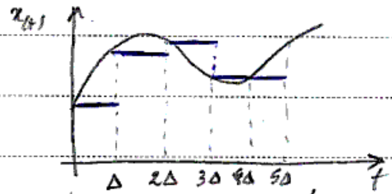
* اشکالات: صفحه ۵۲۲ کتاب Dorf سوال 11.3-2 قسمت b: که بخواهیم ببریم بر حسب می‌شود
اگر که به روابط ضمنی ببریم فرکانس توان دو برابر می‌شود.
* سوال 11-9-2 صفحه ۵۲۵
* صفحه ۵۲۸: برای منبع جریان‌هایی که $Z_{(\omega)}$ را تولید کنید چگونه نسبت $\frac{V_m}{I_m}$ را می‌گیرید؟

P4PCO

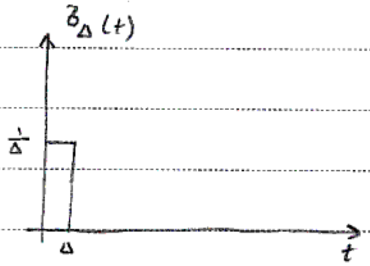
Subject:
Year. Month. Date. ( )

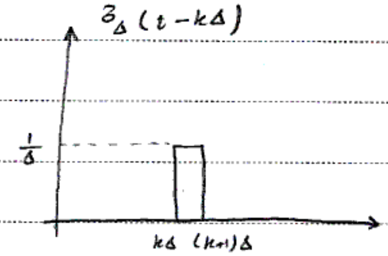
جلسهٔ چهاردهم:

با استفاده از پاسخ ضربه می‌توان پاسخ یک مدار با هر ورودی را بدست آورد.



ایدهٔ کلی: ترکیبی از شکل موج ورودی ← نمودار ← ترکیب $\Leftarrow \Delta \to 0$





$$x(t) \simeq \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta)\,\delta_\Delta(t-k\Delta)\,\Delta$$

(طبق super position جمع تکه‌های نمودار)

$$\Rightarrow x(t) = \lim_{\Delta \to 0} \sum_k x(k\Delta)\,\delta_\Delta(t-k\Delta)\,\Delta = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\,\delta(t-\tau)\,d\tau$$

$$y(t) \simeq \sum_k x(k\Delta)\,\underbrace{h(t-k\Delta)}_{\text{ترکیبی از پاسخ ضربه}}\,\Delta$$

$$\Rightarrow y(t) = \lim_{\Delta \to 0} \sum_k x(k\Delta)\,h(t-k\Delta)\,\Delta$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)\,h(t-\tau)\,d\tau \qquad \text{(انتگرال کانولوشن)}$$

$\Delta \to 0 \quad \Rightarrow \quad k\Delta \to \tau$

$\Rightarrow \quad h_\Delta(t-k\Delta) \longrightarrow h(t-\tau)$

ترکیب ضربه

$\Rightarrow \quad \Delta \longrightarrow d\tau$

PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

هر تابع ورودی را می‌توانیم به صورت ای از تابع ضربه بنویسیم. به همین دلیل با پاسخ ضربه می‌توان جواب هر ~~سیگنال~~ ورودی را بدست آوریم. هیچ تابع دیگری نیست که بتوان مستقیماً از روی آن به این نتایج رسید.

شرط‌های این کار:

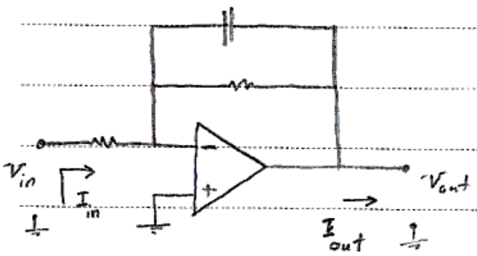
* خطی بودن
* شرط تغییرناپذیری با زمان ← اینکه پاسخ را شیفت کنیم: $\delta_\Delta(t-k\Delta)$
بار شیفت شده $\delta_\Delta(t)$

از جلسه قبل:

$$\frac{V_{out}(\omega)}{V_{in}(\omega)} = \frac{-R_2}{R_1(1+i\omega C R_2)} \equiv H(\omega)$$

$$y(t) \equiv x(t) * h(t)$$ تعریف (یک نماد مثل کانولوشن)

$$Y(\omega) = X(\omega) \times H(\omega)$$ کانولوشن در حوزه زمان = ضرب در حوزه فرکانس



معادل تابع ضربه در حوزه فرکانس برابر 1 است

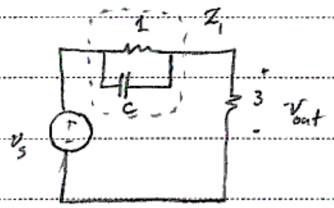
$$H(\omega) = (\text{معادل ضربه})\, H(\omega) \Rightarrow (\text{معادل ضربه}) = 1$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

جلسهٔ چهارم (تدریس یار)

Design Problem 10.2:



$\Rightarrow Z_1 = \dfrac{1}{1+i\omega C}$

$V_s = 15\sqrt{2}\cos(3t)$

$V_{out} = 9\cos(3t+\varphi)$

$\xRightarrow{\text{تیم فاز}} V_{out} = \dfrac{3}{3+\frac{1}{1+\omega i C}} \times V_s =$

$\Longrightarrow 9\angle\varphi = \dfrac{\cancel{3}}{3+\frac{1}{1+i\omega C}} \times \cancel{15}^{5}\sqrt{2}\angle 0$

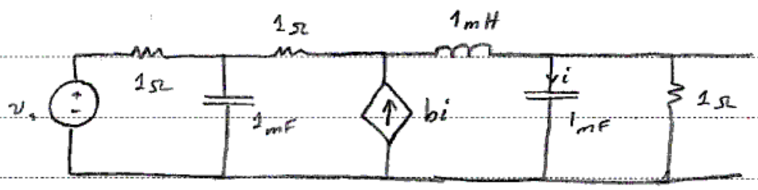
$\xRightarrow{\text{ساده کردن}} I_1 = \dfrac{5\sqrt{2}\,(1+i3C)}{4+9ci} = 1\angle\varphi$

$|I_1| = \dfrac{5\sqrt{2}\sqrt{1+9c^2}}{\sqrt{16+81c^2}} = 1 \xRightarrow{\text{ساده کردن}} c^2 < 0$ هیچ خازنی وجود ندارد که

در این [illegible] جواب صحیح و نتیجهٔ خود را گرفته‌ایم

$\angle I_1 = \tan^{-1}\dfrac{3c}{1} - \tan^{-1}\dfrac{9c}{4} = \varphi$

Design Problem 10.6:

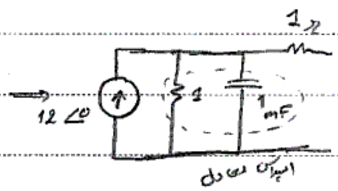


$v_s = 12\cos(1000t)$

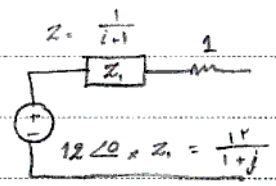
$v_{out} = 6\cos(1000t)$

$b = ?$

$\longrightarrow$



$\Longrightarrow$



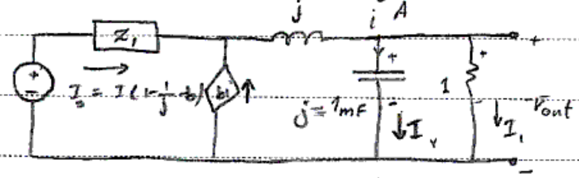
$12\angle 0 \times Z_1 = \dfrac{12}{1+j}$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$-bI - \frac{2I}{j}$

$-I(b+\frac{2}{j})$

$\longrightarrow I_1+I_2 = \frac{2I}{j}+I$



$I_1 = \frac{I}{j}$

$I_2 = I$

$V_a - V_a' = I \times \frac{1}{j} = \frac{I}{j}$

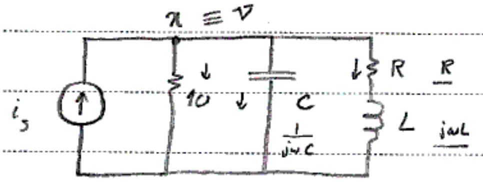
$I_1 = \frac{V_a}{1} = \frac{I}{j}$

KVL $\Rightarrow \frac{12}{1+j} = \left(\frac{2+j}{1+j}\right)\left[I\left(1+\frac{1}{j}+b\right)\right] + \frac{I}{j} + I\left(1+\frac{1}{j}\right)(j)$ I

$I_1 \times 1 = V_{out} \Rightarrow \frac{I}{j} = 4 \Rightarrow I = 4j$ II

I, II $\Rightarrow 12 = 6b + j(24-12) \Rightarrow b = 2$

Design Problem 1:



$i_s = 10\cos(1000t) \equiv 10\angle 0$

$v_x = A_0 \cos(1000t - \theta)$

$-40^\circ < \theta < 40^\circ$

x ر KCL : $10 = \frac{v}{10} + \frac{v}{\frac{1}{j\omega C}} + \frac{v}{R+j\omega L}$

$\Rightarrow (R+10-10\omega^2 LC) + j(\omega L + 10\omega RC) = \frac{10}{80\angle -\theta}(10R + 10j\omega L)$ $\boxed{III}$

طرف اول : $\sqrt{(R+10-10\omega^2LC)^2 + (\omega L + 10\omega RC)^2} \angle \tan^{-1}\left(\frac{\omega L + 10\omega RC}{R+10-10\omega^2 RC}\right)$

||

طرف دوم : $\frac{10}{80}\sqrt{(10R)^2 + (10\omega L)^2} \angle \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right) + \theta$

تساوی اندازه $\Rightarrow \frac{\sqrt{(R+10-10\omega^2 LC)^2 + (\omega L + 10\omega RC)^2}}{\sqrt{(10R)^2 + (10\omega L)^2}} = \frac{1}{8}$ I

PAPCO

برابر بودن زاویهٔ دو طرف $\Rightarrow \tan^{-1}\left(\dfrac{\omega L + 10\omega RC}{R+10-10\omega^2 LC}\right) = \tan^{-1}\left(\dfrac{\omega L}{R}\right) + \theta$ $\quad \mathrm{II}$

θ به گونه‌ای معلوم است. (بازهٔ آن داده شده است)

در معادلهٔ I و II معادله‌ای با سه مجهول R و L و C. مقدار مقاومت را فرض می‌کنیم $(R=20\Omega)$. شرایط مرزی θ را در معادله قرار می‌دهیم دو مجموعه جواب برای L و C از معادلات بدست می‌آید:

$\theta = -40^\circ \Rightarrow L_1 , C_1$

$\theta = 40 \Rightarrow L_2 , C_2 \quad \Rightarrow \begin{cases} C \in (C_1 , C_2) \\ L \in (L_1 , L_2) \end{cases}$

این مسئله به ازای $\theta = 0$ نیز صادق است.

$\theta = 0 \xRightarrow{\text{در } \mathrm{III}} (R+10-10\omega^2 LC) + i(\omega L + 10R\omega C) = 1.25\,(R + j\omega L)$

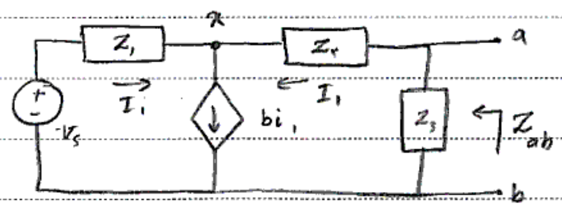
$\xRightarrow[\text{حقیقی و موهومی}]{\text{تساوی بخش‌های}} \begin{cases} R + 10 + 10\omega^2 LC = 1.25\,R \\ \omega L + 10R\omega C = 1.25\,\omega L \end{cases}$

توضیحات بالا مهم است!!!

$\xRightarrow{\cancel{R=20\,,\ \omega=1000}} \quad R = 20_{\Omega} \ , \ L = 30_{mH} \ , \ C = 25_{\mu F} \Rightarrow \theta = 0$ ✓

Design Problem 7:

هنگام KVL پلاریتهٔ جهت ورود را + می‌گیریم
مگر اینکه سوال قید کرده باشد.



$b = 2 \quad ; \quad Z_{ab} = 14.1 \angle{-\pi/4}$

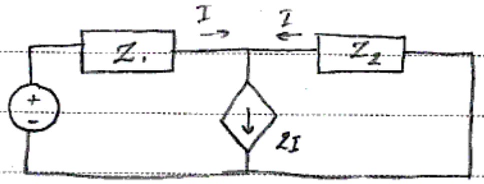
$\xRightarrow{\text{تونن}} Z_{ab} = \dfrac{V_{oc}}{I_{sc}}$

$\begin{cases} KVL: \quad V_s = Z_1 I_1 - Z_2 I_1 - Z_3 I_1 \Rightarrow V_s = I_1 (Z_1 - Z_2 - Z_3) \quad \mathrm{I} \\ V_{oc} = -Z_3 I_1 \end{cases}$

open circuit

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\Rightarrow V_{oc} = \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3 - Z_1} V_s$$



$I_{sc} = -I$

short circuit

KVL: $V_s = I Z_1 - I Z_2$

$$\Rightarrow V_s = I_{sc}(Z_2 - Z_1) \Rightarrow I_{sc} = \frac{V_s}{Z_2 - Z_1} \quad \text{II}$$

$$\xRightarrow{\frac{I}{II}} Z_{ab} = \frac{Z_3(Z_2 - Z_1)}{Z_3 + Z_2 - Z_1}$$

* در طراحی ۲ نحوه امپدانس متصل به منبع ولتاژ متفاوت است. (بار کنترل و پل ورودی ندارد). ما هم Z_1 را مقاومت فرض می‌کنیم:

$$Z_1 = R \quad \Rightarrow Z_{ab} = \frac{Z_3(Z_2 - R)}{Z_3 + Z_2 - R} = 14.1 \angle^{-\pi/4}$$

حالت اول: $Z_2 : L$, $Z_3 : C$ یعنی:

$Z_3 = \frac{1}{i\omega C}$

$Z_2 = i\omega L$

$$\xRightarrow[\text{در } Z_{ab} \text{ و ساده کردن}]{\text{قرار دادن}} Z_{ab} = \frac{i\omega L - R}{(1-\omega^2 LC) - i\omega RC} = 14.1 \angle^{-\pi/4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}{\sqrt{(1-\omega^2 LC)^2 + (\omega^2 RC)^2}} = 14.1 \\ \tan^{-1}\left(\dfrac{-\omega L}{R}\right) - \tan^{-1}\left(\dfrac{-\omega RC}{1-\omega^2 LC}\right) = -\pi/4 \end{cases}$$

حالت دوم: $Z_3 : L$, $Z_2 : C$

$Z_3 = i\omega L$

$Z_2 = \frac{1}{i\omega C}$ $\quad Z_{ab} = \dfrac{j\omega L + \omega^2 LCR}{(1-\omega^2 LC) - j\omega RC} = 14.1 \angle^{-\pi/4}$

$$\xRightarrow[\text{در } Z_{ab} \text{ و ساده کردن}]{\text{قرار دادن}} \begin{cases} \dfrac{\sqrt{\omega^2 L^2 + (\omega^2 LCR)^2}}{\sqrt{(1-\omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2}} = 14.1 \quad \text{I} \\ \tan^{-1}\left(\dfrac{\omega L}{\omega^2 LCR}\right) - \tan^{-1}\left(\dfrac{-\omega RC}{1-\omega^2 LC}\right) = -\pi/4 \end{cases}$$

• دقت در معادلات با قرار دادن $\omega^2LC=1$ معادلات ساده‌تر می‌شود. این شرط را برای ساده کردن طراحی خودمان به مسئله اضافه می‌کنیم.

$$\tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{\omega^2LCR}\right)-\underbrace{\tan^{-1}\left(\frac{\omega RC}{\omega^2LC-1}\right)}_{\pi/2}=-\pi/4$$

$$\Rightarrow \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)=\frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \omega L=R \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} L=\frac{R}{\omega} \quad \text{II} \\ C=\frac{1}{R\omega} \quad \text{III} \end{array}}$$

$\xrightarrow[\text{در I قرار می‌دهیم}]{\text{III و II}}$ $\underbrace{\boxed{R=???}}_{\text{معلوم}}$ $\Rightarrow$ L و C معلوم

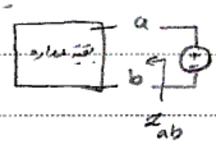
برگردیم به حالت اول: اگر $\omega^2LC=1$ فرض شود.

$\xrightarrow[\text{در رابطه}]{\text{فرض}}$ $\tan^{-1}\left(\frac{-\omega L}{R}\right)-\pi/2=-\pi/4$

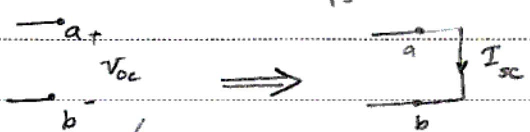
$\Rightarrow \tan^{-1}-\frac{\omega L}{R}=\pi/4$ ✗ تانژانت عدد + منفی نمی‌شود.

نکته:

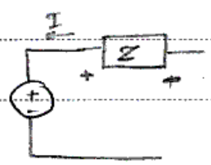
• انتخاب پلاریته‌ها و جریان‌های شاخه‌های مدار: در مدارهایی که می‌خواهیم امپدانس معادل از دو نقطه a و b بدست آوریم از منبع تست قرار می‌دهیم آنگاه $Z_{ab}=\frac{V_T}{I_T}$



اگر Z_{ab} را از رابطه $\frac{V_{oc}}{I_{sc}}$ بدست آوریم:



• در حالت‌های عادی KVL و KCL: جهت دلخواهی را انتخاب می‌کنیم در جهت حرکت به هر امپدانسی که رسیدیم اگر سر آن را به عنوان پلاریته + در نظر بگیریم در نوشتن رابطه KVL اگر جهت جریان خلاف جهت KVL حل شده عبارت ولتاژی مربوط به جریان منفی است

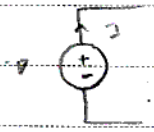


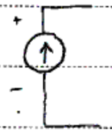
$$V_s=-IZ$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

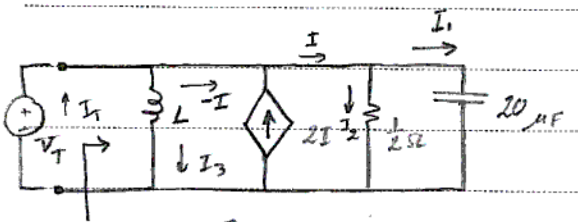
اگر جهت KVL داده نشده باشد هر جهتی را می‌توان برای آن فرض کرد.

– در منابع مستقل ولتاژ و جریان، جریان از سر پلاریته + منبع خارج می‌شود.





Design Problem 11.3:



$Y_{in} = Y \angle \theta$, $2.8 < Y < 2.9$

$\omega = 50\ k\ rad/s$

$L, \theta = ?$

$$I_1 = \frac{V_T}{(j\omega C)^{-1}} = iV_T\omega C \quad , \quad I_2 = \frac{V_T}{\frac{1}{2}} = 2V_T$$

$KCL \Rightarrow I = I_1 + I_2 = V_T(2 + i\omega C)$

$KCL \Rightarrow -I = -V_T(2 + i\omega C)$

$$I_3 = \frac{V_T}{i\omega L} = \frac{-iV_T}{\omega L}$$

$$I_T = I_3 - I = \frac{-j \cdot V_T}{\omega L} - V_T(2 + i\omega C)$$

$$\Rightarrow Y_{in} = \frac{I_T}{V_T} = -2 + i\left(\frac{-1}{\omega L} - \omega C\right)$$

$$|Y_{in}| = \sqrt{2^2 + \left(\frac{+1}{\omega L} + \omega C\right)^2} \quad , \quad \omega C = 50_k \times 20_{\mu F} = 1$$

$$\Rightarrow |Y_{in}| = \sqrt{4 + \left(\frac{+1}{\omega L} + 1\right)^2}$$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\Rightarrow \quad 2.8 < \sqrt{4 + \left(\frac{1}{\omega L} + 1\right)^2} < 2.9$$

$$\Rightarrow \quad ??? < L < ???$$

$$\angle Y_{in} = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{\omega L} + 1}{2}\right) \qquad \begin{cases} L = 6.8 \times 10^{-6} \Longrightarrow \theta = 18.9^\circ \\ L = 6.2 \times 10^{-6} \Longrightarrow \theta = 18.32^\circ \end{cases}$$

Design Problem 11.4:

$$Z_4 = Z_1 \parallel Z_2 \parallel Z_3 \Rightarrow \frac{1}{Z_4} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \qquad \left(x = \frac{1}{\omega C}\right.$$

$$= \frac{1}{5.2 + 3i} + \frac{1}{6 + ix} + \frac{1}{5 + j4}$$

ساده کردن

$\Longrightarrow$ یک [illegible] عجیب و غریب داریم

$$Z_{in} = 2 + Z_4 = \frac{(234.4 + 49.8x) + i(298.4 - 34.4x)}{(75.3 + 7x) + i(41.8 - 10.2x)}$$

$$4.2 < |Z_{in}| < 4.6 \Longrightarrow \ ! < x < !$$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

محاسبات مربوط به Power Factor: (صفحه 532 از کتاب)

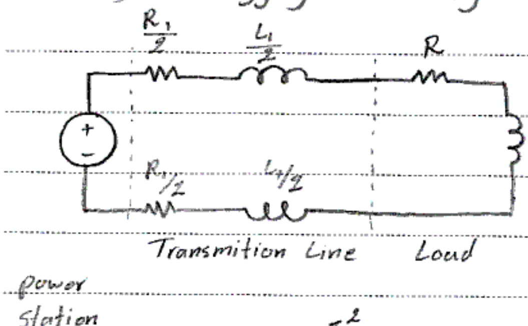
$$P = \frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v - \theta_i) \quad , \quad |S| = \frac{V_m I_m}{2} \ \text{(apparent power)}$$

$$pf = \underbrace{\cos(\theta_v - \theta_i)}_{\text{Power Factor Angle}}$$

به نسبت توان متوسط به apparent power، power factor می‌گویند.

$$\Rightarrow P_{avg} = \frac{V_m I_m}{2}\, pf$$

به دلیل زوج بودن تابع cos هنگام محاسبهٔ زاویهٔ pf به مشکل می‌خوریم و به اطلاعات اضافه‌تری نیاز داریم. بسته به مثبت یا منفی بودن زاویهٔ pf به آن leading و lagging می‌گویند.



$$Z_{line} = R_1/2 + R_1/2 + i\omega L_1/2 + i\omega L_1/2 = R_1 + i\omega L_1$$

مقدار متوسط توان مصرف شده در خط:

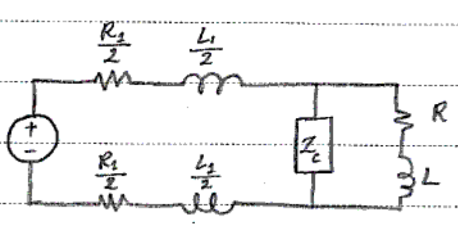
$$P_{line} = \frac{I_m^2}{2} Real\{Z_{line}\} = \frac{I_m^2}{2} R_1$$

با توجه به اینکه مصرف کننده ولتاژ ثابت V_m را دارد و نیز توان ثابتی را می‌خواهد داریم:

$$P = \frac{V_m I_m}{2}\, pf \Rightarrow I_m = \frac{2P}{V_m\, pf}$$

$$\Rightarrow P_{line} = 2R_1\left(\frac{P}{V_m\, pf}\right)^2$$

با توجه به رابطهٔ بالا، افزایش pf سبب کاهش مصرف در خط انتقال می‌شود. از آنجا که pf کسینوس یک زاویه است، مقدار بهینهٔ آن 1 می‌شود. این زمانی رخ می‌دهد که $\theta_v = \theta_i$ باشد یعنی حالت (بار مصرف کننده) مقاومتی داشته باشد (بار القایی وجود نداشته باشد).



برای تصحیح pf یک امپدانس به مدار اضافه می‌کنیم. pf حاصل شده را cpf می‌نامیم که زاویهٔ θ_c دارد.

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$Z_{load} = R + iX$, $Z_c = iX_c$ (ظرفیت امپدانس اضافه شده توان متوسط داشته باشد)

(امپدانس معادل Z_c و load) $Z_p = \dfrac{Z Z_c}{Z + Z_c}$

$$\Rightarrow Z_p = R_p + iX_p = Z_p \angle \theta_p$$

$$\Rightarrow pfc = \cos\theta_p = \cos\left(\tan^{-1}\frac{X_p}{R_p}\right)$$

حال محاسبهٔ X_p و R_p:

$$Z_p = \frac{(R+iX)\, iX_c}{R + i(X_c + X)}$$

$$= \frac{RX_c^2 + i\left(R^2X_c + (X+X_c)XX_c\right)}{R^2 + (X+X_c)^2}$$

$$= \frac{RX_c^2}{R^2 + (X+X_c)^2} + i\,\frac{R^2X_c + (X+X_c)XX_c}{R^2 + (X+X_c)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{X_p}{R_p} = \frac{R^2 + X(X+X_c)}{RX_c} = \tan(\cos^{-1} pfc)$$

$$\Rightarrow X_c = \frac{R^2 + X^2}{R\tan(\cos^{-1} cpf) - X}$$

بسته به مقادیر X ، R ، $\tan(\cos^{-1} cpf)$ مقدار X_c می‌تواند + یا − باشد. به طور معمول Z_{load} به صورت سلفی است. و برای Z_c باید یک امپدانس خازنی قرار دهیم.

$$Z_c = \frac{-i}{\omega C} = iX_c$$

توجه داشته باشید که معمولاً X_c را منفی محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{-1}{\omega C} = \frac{R^2 + X^2}{R\tan(\cos^{-1} cpf) - X}$$

$$\Rightarrow \omega C = \frac{R\tan(\cos^{-1} cpf) - X}{R^2 + X^2} = \frac{R}{R^2 + X^2}\left(\frac{X}{R} - \tan(\cos^{-1} cpf)\right)$$

$$\xrightarrow{\theta = \tan^{-1}\frac{X}{R}} \omega C = \frac{R}{R^2 + X^2}\left(\tan\theta - \tan\theta_c\right)$$

که در آن $\theta = \cos^{-1}(pf)$ ، $\theta_c = \cos^{-1}(cpf)$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

جلسه پانزدهم:

حل سوال پنج ترکانسی امتحان میان ترم

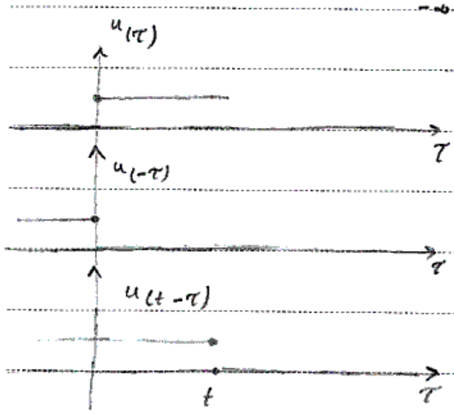
$h_1(t) = u(t)$

$h_2(t) = 2t\,e^{-t}u(t)$

$x(t) = \cos(t)$

$$y_1(t) = h_1(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos(\tau)\, u(t-\tau)\, d\tau$$

$$\xrightarrow{\text{با توجه}} \quad = \int_{-\infty}^{t} \cos(\tau)\, u(t-\tau)\, d\tau + \int_{t}^{\infty} \cos(\tau)\, u(t-\tau)\, d\tau$$



$$= \int_{-\infty}^{t} \cos(\tau)\, d\tau = \sin(t) \quad !!!$$

$$y_2(t) = h_2(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos\tau \times 2u(t-\tau)\, e^{-(t-\tau)} \times u(t-\tau)\, d\tau$$

$$= \int_{-\infty}^{t} \left[2t\cos\tau\, e^{\tau} e^{-t} - 2\tau\cos\tau\, e^{\tau} e^{-t} \right] d\tau$$

$$= 2t\,e^{-t} \int_{-\infty}^{t} e^{\tau}\cos(\tau)\, d\tau - 2e^{-t} \int_{-\infty}^{t} \tau\cos(\tau)\, e^{\tau}\, d\tau$$

$$\int \underbrace{\cos(\tau)}_{u} \underbrace{e^{\tau} d\tau}_{dv} = \cos(\tau) e^{\tau} + \int \sin(\tau) e^{\tau} d\tau$$

$$= \sin(\tau) e^{\tau} - \int \cos(\tau) e^{\tau} d\tau$$

$$\Rightarrow \int \cos(\tau) e^{\tau} d\tau = \frac{e^{\tau}}{2} \left(\sin(\tau) + \cos(\tau) \right)$$

$$\int \underbrace{\tau \cos(\tau)}_{u} \underbrace{e^{\tau} d\tau}_{dv} = \frac{\tau e^{\tau}}{2} (\sin\tau + \cos\tau) - \int \frac{e^{\tau}}{2} (\sin\tau + \cos\tau) d\tau$$

$$\frac{e^{\tau}}{4} (\sin\tau + \cos\tau) + \frac{-e^{\tau}}{4} (\cos\tau - \sin\tau)$$

$$= \frac{\tau e^{\tau}}{2} (\sin\tau + \cos\tau) - \frac{1}{2} \left[\frac{e^{\tau}}{\cancel{2}} \times \cancel{2} \sin\tau \right]$$

$$= \frac{\tau e^{\tau}}{2} (\sin\tau + \cos\tau) - \frac{e^{\tau}}{2} \sin\tau$$

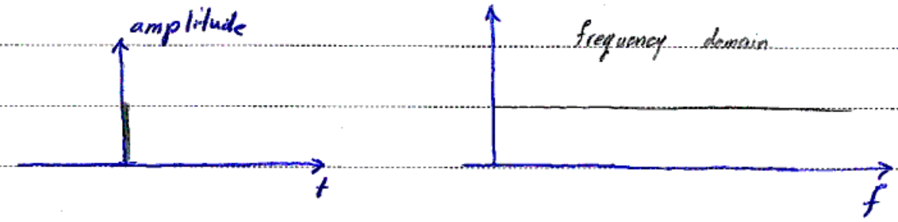
$$\Rightarrow = 2t e^{-t} \left[\frac{1}{2} e^{\tau} (\sin\tau + \cos\tau) \right]_{-\infty}^{t} - 2 e^{-t} \left[\frac{\tau e^{\tau}}{2} (\sin\tau + \cos\tau) - \frac{e^{\tau}}{2} \sin\tau \right]_{-\infty}^{t}$$

$$= 2t e^{-t} e^{t} (\sin t + \cos t) - 0 - e^{-t} + e^{t} (\sin t + \cos t) + e^{t} e^{-t} \sin t - 0$$

$$= \sin(t)$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

۱ حوزهٔ فرکانس:



$$y_{(t)} = x_{(t)} * h_{(t)}$$

$$Y_{(\omega)} = X_{(\omega)} \times H_{(\omega)}$$

اگر $x_{(t)}$ و $h_{(t)}$ بدهیم

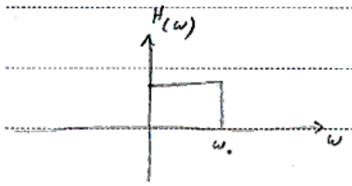
$h_{(t)}$ حساب $y_{(t)}$

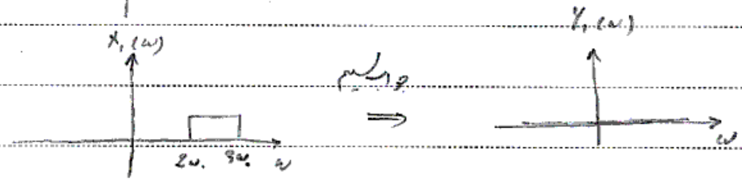
می‌شود

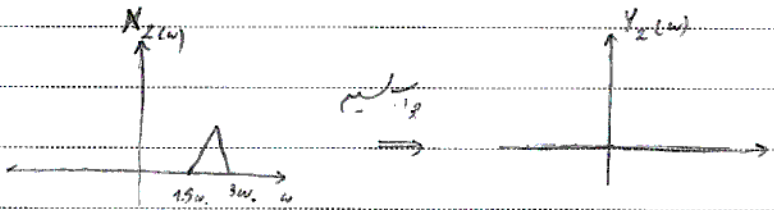
$$H_{(\omega)} = ? \times H_{(\omega)}$$

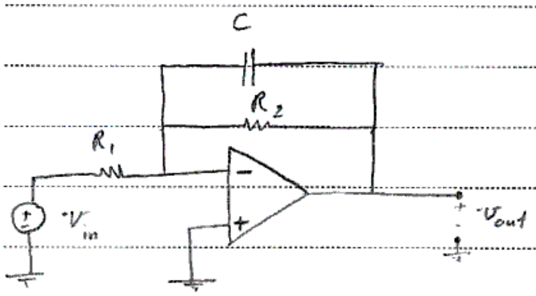
$$\Rightarrow ? = H_{(\omega)}$$

فرض کنیم سیستمی داریم که پاسخ ضربه‌اش به شکل مقابل باشد.



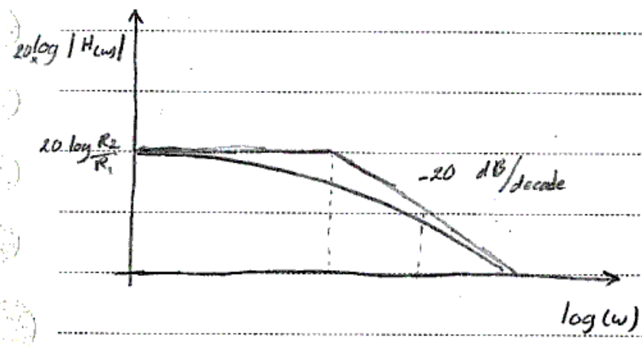






$$H_{(\omega)} = \frac{-R_1}{R_2\,(1 + i\omega C R_2)} = \frac{V_{out}}{V_{in}}$$

Bode Plot



$$|H_{(\omega)}| = \frac{R_2}{R_1} \times \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 C^2 R_2^2}}$$

$$20\log|H_{\omega}| = 20\left[\log\frac{R_2}{R_1} - \frac{1}{2}\log(1+\omega^2 R_2^2 C^2)\right]$$

$$= 20\log\frac{R_2}{R_1} - 10\log(1+\omega^2 R_2^2 C^2)$$

فرض کنیم $\omega_0 \equiv \frac{1}{CR_2}$ (طبق تعریف)

$$\Rightarrow 20\log|H_{(\omega)}| = 20\log\frac{R_2}{R_1} - 10\log\left(1+\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)$$

$$\omega \ll \omega_0 \Longrightarrow 20\log|H_{(\omega)}| = 20\log\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$\omega \gg \omega_0 \Longrightarrow \xrightarrow{\text{میل}} 20\log\frac{R_2}{R_1} - 20\log\frac{\omega}{\omega_0}$$

$$= 20\log\frac{R_2}{R_1} - 20\log(\omega) + 20\log(\omega_0)$$

$$= \text{Constant} - 20\log(\omega)$$ یعنی :

شیب خط -20

Subject:

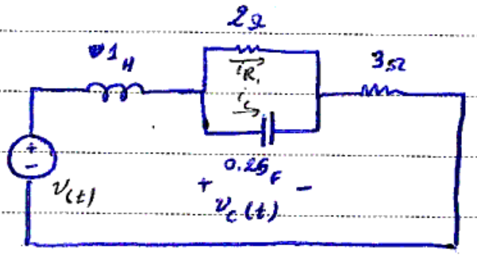
Year. Month. Date. ( )

جلسه شانزدهم

حل سوالهای میانترم

سوال 1.

(قسمت الف)



$v(t) = u(t)$

$i_L(0) = 2\,A$

$v_c(0) = 1\,V$

پاسخ کامل سیستم چیست؟

با فرض شرایط اولیه داده شده و تحریک

$$v(t) = L\frac{d}{dt}\Big(\underbrace{c\frac{dv}{dt}}_{i_c} + \underbrace{\frac{v_c}{2}}_{i_{R_1}}\Big) + v_c + 3\Big(c\frac{dv}{dt} + \frac{v_c}{2}\Big)$$

$$\Rightarrow v(t) = 0.25\frac{d^2v_c}{dt^2} + \frac{1}{2}\frac{dv_c}{dt} + v_c + 0.75\frac{dv_c}{dt} + \frac{3}{2}v_c$$

$$= \frac{d^2v_c}{dt^2} + 5\frac{dv_c}{dt} + 10\,v_c = 4\,v(t)$$

$$\xrightarrow[\text{مشخصه}]{\text{معادله}} s^2 + 5s + 10s = 0 \Longrightarrow s = \frac{-5 \pm\sqrt{25-40}}{2} = -2.5 \pm \frac{\sqrt{15}}{2}i$$

$$v_n = e^{-2.5t}\Big(A\sin\big(\tfrac{\sqrt{15}}{2}t\big) + B\cos\big(\tfrac{\sqrt{15}}{2}t\big)\Big)$$

$$v(0) = B = 1 \Longrightarrow B = 1$$

$$i_L(t) = L\frac{d}{dt}\Big(c\frac{dv}{dt} + \frac{v_c}{2}\Big) \xrightarrow{t=0} i_L(0) = \frac{d}{dt}\Big(0.25\frac{dv}{dt} + \frac{1}{2}\Big) = 2_A \qquad \text{I}$$

$$\frac{dv}{dt} = -2.5\,e^{-2.5t}\Big(A\sin\tfrac{\sqrt{15}}{2}t + \cos\big(\tfrac{\sqrt{15}}{2}t\big)\Big) + e^{-2.5t}\Big(\tfrac{\sqrt{15}}{2}A\cos\tfrac{\sqrt{15}}{2}t - \tfrac{\sqrt{15}}{2}\sin\tfrac{\sqrt{15}}{2}t\Big)$$

$$\Longrightarrow t=0 \Longrightarrow \frac{dv}{dt}\Big|_{t=0} = -2.5 + \frac{\sqrt{15}}{2}A \qquad \text{II}$$

$$\text{I}, \text{II} \Longrightarrow i_L(0) = 2 = 0.25\Big(-2.5 + \frac{\sqrt{15}}{2}A\Big) + \frac{1}{2}$$

$$\Longrightarrow A = \frac{17\sqrt{15}}{15} \qquad \Longrightarrow v_n(t) = e^{-2.5t}\Big(\cos\tfrac{\sqrt{15}}{2}t + \tfrac{17\sqrt{15}}{15}\sin\tfrac{\sqrt{15}}{2}t\Big)$$

فرض می‌کنیم فرم کلی جواب force شده بصورت ثابت k است.

Subject:

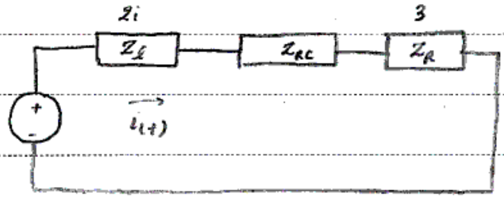
Year. Month. Date. ( )

$\xRightarrow{\text{صیزای}}$ $10k = 4v \Rightarrow v_f = 0.4\,v$

$$\Rightarrow v_{c(t)} = v_{n(t)} + v_{f(t)} = e^{-2.5t}\left(\cos\frac{\sqrt{15}}{2}t + \frac{13\sqrt{15}}{15}\sin\frac{\sqrt{15}}{2}t\right) + 0.4$$

(قسمت ب)

$v_{(t)} = 5\cos(2t) \equiv 5\angle 0^\circ$



$$I = \frac{V}{Z_{eq}} = \frac{5\angle 0}{i\omega L + 3 + Z_{RC}}$$

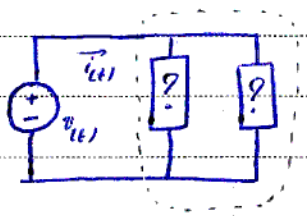
$$Z_{RC} = \frac{2 \times \frac{1}{i\omega C}}{2 + \frac{1}{i\omega C}} = \frac{2}{1 + 2i\omega C} = \frac{2}{1+i} = 1 - i$$

$$\Rightarrow I = \frac{5}{2i + 3 + 1 - i} = \frac{5}{4 + i},$$

$$V_c = I Z_{RC} = \frac{5}{4+i} \times (1-i) = \frac{5(4-i)(1-i)}{16+1} = \frac{5}{17}(3 - 5i)$$

$$\Rightarrow v_{c(t)} = \frac{5}{17}\sqrt{34}\cos(2t + \varphi), \quad \varphi = \operatorname{Arctan}\left(\frac{-5}{3}\right) = -59^\circ$$

سوال 2 :



Z_{eq}

$v_{(t)} = 50\sin\left(10t + \frac{\pi}{4}\right)$

$i_{(t)} = 400\cos\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)$

$$Z_{eq} = \frac{50\angle -\pi/4}{400\angle \pi/6} = \frac{1}{8}\angle -\frac{5\pi}{12}$$

(تبدیل ، کارتزین)

$$= \underbrace{0.125\cos\frac{5\pi}{12}}_{\text{real}} - \underbrace{i\,0.125\sin\frac{5\pi}{12}}_{\text{negative imaginary}}$$

real $\Downarrow$ R

negative imaginary $\Downarrow$ Capacitor

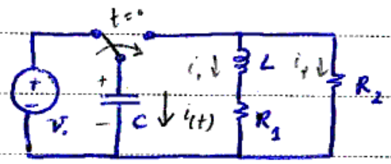
Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$Z_{eq} = \frac{R \times \frac{1}{i\omega C}}{R + \frac{1}{i\omega C}} = \frac{R}{1 + i\omega RC}$$

$$\Rightarrow \boxed{R = 0.21\ \Omega}\ , \quad \boxed{C = 0.61\ F}$$

• سوال 5:



$R_2 = -2\ \Omega$

$R_1 = ?$ $\Rightarrow$ $i_{(t)} =$ ضریب ثابت • sin جواب

$C = 1\ F$

$L = 1\ H$

$$i_{(t)} = -(i_1 + i_2)$$

$$C\frac{dv_c}{dt} = -i_1 - \frac{v_c}{R_2} \quad \text{I}\ , \qquad v_c = L\frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 \quad \text{II}$$

$$\text{I}, \text{II} \Longrightarrow v_c = L\frac{d}{dt}\left(-\frac{C\,dv_c}{dt} - \frac{v_c}{R_2}\right) + R_1\left(-C\frac{dv_c}{dt} - \frac{v_c}{R_2}\right)$$

$$\Longrightarrow \frac{d^2v_c}{dt^2} - \frac{1}{2}\frac{dv_c}{dt} + R_1\frac{dv_c}{dt} - \frac{R_1}{2}v_c = -v_c$$

$$\Longrightarrow \frac{d^2v_c}{dt^2} + \left(R_1 - \frac{1}{2}\right)\frac{dv_c}{dt} + \left(1 - \frac{R_1}{2}\right)v_c = 0$$

معادله مشخصه

$$\Longrightarrow s^2 + \underbrace{\left(R_1 - \frac{1}{2}\right)}_{=0} s + \underbrace{\left(1 - \frac{R_1}{2}\right)}_{>0} = 0 \Longrightarrow$$ تا هم sin شود هم غیر میرا

$$R_1 - \frac{1}{2} = 0 \Longrightarrow R_1 = \frac{1}{2}\ \Omega \qquad 1 - \frac{R_1}{2} > 0\ \checkmark$$

$$\Longrightarrow s = \pm\underbrace{\frac{\sqrt{3}}{2}}_{=\omega} i \Longrightarrow v_c$$ را بدست می‌آوریم

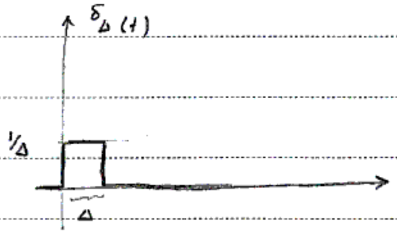
$$i = C\frac{dv}{dt} \Longrightarrow$$ i را داریم

پس دامنهٔ i را هم داریم

جلسهٔ هفدهم

$$\delta_{(t)} = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \text{ویژه} & t = 0 \end{cases}$$

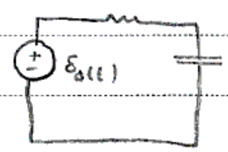
به این تابع، تابع واحد ضربه می گویند $\Longleftarrow$ $\int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \delta_{(t)}\, dt = 1$: $\forall \varepsilon > 0$: ویژه یعنی اینکه



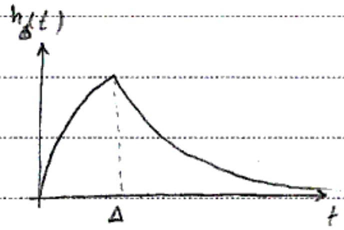
برای اعمال شرط انتگرال فرض می کنیم $\Delta < \varepsilon$ باشد

در این صورت دامنه $\frac{1}{\Delta}$ خواهد بود.

$$\lim_{\Delta \to 0} \delta_\Delta(t) = \delta_{(t)}$$



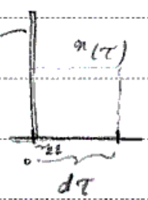
$\Longrightarrow$



هر تابع می تواند به صورت ترکیب خطی از $\delta_{(t)}$ نوشته شود.

$$x_{(t)} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)\, \delta(t-\tau)\, d\tau$$

به خوبی (فرض صورت) ۲ε است



$$\int_0^{d\tau} x_{(\tau)} \cdot \delta(\tau) d\tau = \int_0^{2\varepsilon} x_{(\tau)}\, \delta(\tau)\, d\tau + \underbrace{\int_{2\varepsilon}^{d\tau} x_{(\tau)}\, \delta(\tau)\, d\tau}_{=0}$$

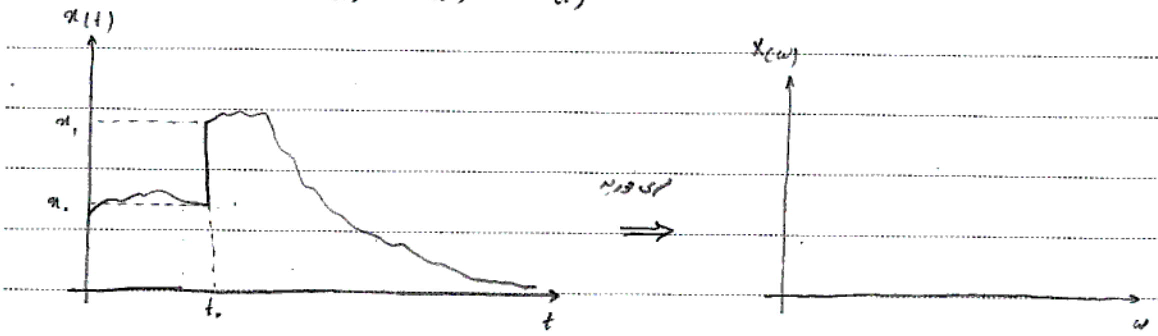
$$= x_{(\tau)} \int_0^{2\varepsilon} \delta_{(\tau)}\, d\tau$$

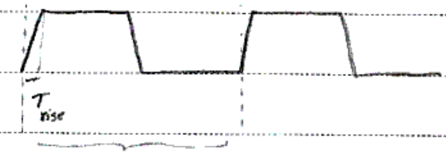
استدلال خودم . بعداً شود!

$$= x_{(\tau)} \times 1 = x_{(\tau)}$$

۲ـ در حوزهٔ زمان به دلیل پاسخ به هر ورودی دلخواه از پاسخ ضربه استفاده می‌کنیم (کامل بودن پاسخ ضربه)

$$y(t) = h(t) * x(t)$$





CPU clock (1 GHz)

$T = 1\,ns$

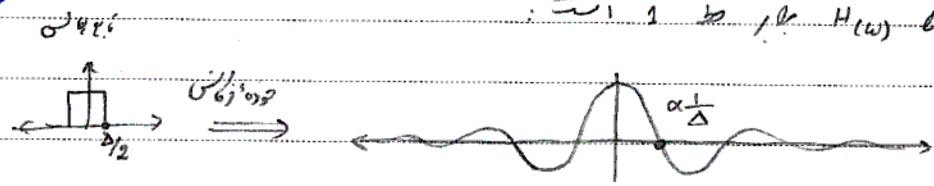
$T_{rise} = 200\,ps \longrightarrow 5\,GHz = \frac{1}{200\,pc}$ فرکانس نظیر این

۳ـ تابع ضربه در حوزهٔ فرکانس دارای مؤلفهٔ فرکانسی در همه است.

جلسهٔ هجدهم:

rigid // فرض نکنید

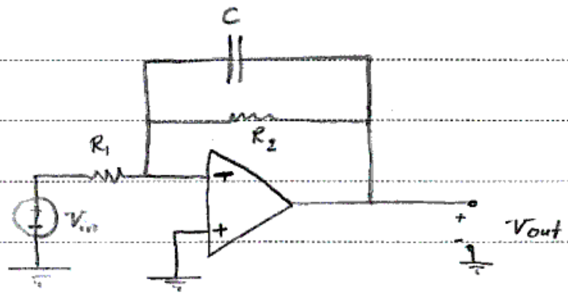
چرا $H(\omega)$ برابر خط 1 است:



$\Delta \to 0 \Longrightarrow H(\omega) \longrightarrow 1$ خط

۴ـ معادل پاسخ ضربه در حوزهٔ فرکانس هست پاسخ فرکانسی مدار است.

Subject:
Year. Month. Date. ( )



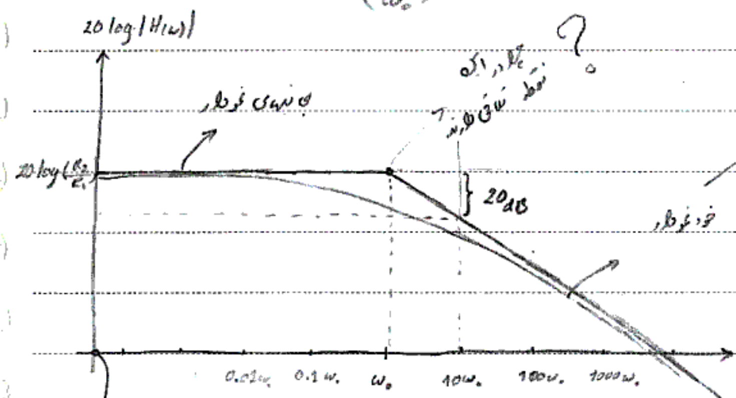
$$H(\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-R_2/R_1}{1 + i\omega C R_2}$$

Bode plot (continue):

$$|H(\omega)| = \frac{R_2/R_1}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R_2^2}}$$

$20 \log |H(\omega)| \approx dB$ واحد (دسی بل)

$$= \frac{R_2/R_1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$



m شیب $= 20 \; dB/decade$

آقای Bode می‌گوید:

در این نمودار هم کل پاسخ فرکانسی چیزی

معادل عبارت است یک مقدار ثابت اولیه

و مقداری با یک شیب مشخص در این نمودار

فقط این شیب و نقطهٔ تلاقی است که مهم است.

این نقطه صفر اهمیت ندارد اصلاً که در آن intrest نداریم

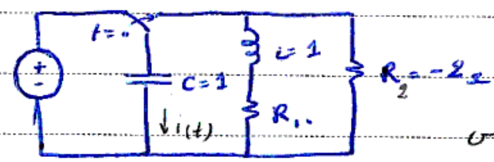
تغییر دادن R_1، R_2 و نیز ω_0 سبب نمودار را به پایین و بالا و چپ و راست منتقل می‌شود.

ثابت می‌شود: $\left(20 \log \frac{R_2}{R_1} - 20 \log \frac{\omega}{\omega_0}\right) - \left(20 \log \frac{R_2}{R_1} - 20 \log \frac{10\omega_0}{\omega_0}\right) = 20 \, dB$

PAPCO

جلسه پنجم (تدریسیار)

* در قضیه حداکثر توان اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ ندارد. اگر $Z_s = Z_l^*$ جمع دو امپدانس فقط خاصیت مقاومتی خواهد بود. پس $\theta_i = \theta_v$ که $1 = \cos(\theta_v - \theta_i)$



R_1 را به گونه‌ای تعیین کنید که $i(t)$ یک جریان ثابت sin شود

$i(t)$ زمانی ... underdamp است مدار با فرکانس ثابت نوسان می‌کند (به فرکانس مجهول ω)

برای آنکه مدار شکل روبرو نوسان کند کافی است در نقطه ab امپدانس (یا ادمیتانس) مدار را محاسبه کنیم. اگر بخش حقیقی Z یا Y را برابر صفر قرار دهیم شرط نوسان بدست می‌آید شرط نوسان رابطه بین المان‌های مدار است. اگر بخش موهومی مدار را مساوی صفر قرار دهیم فرکانس مجهول به دست می‌آید

* شرط نوسان فقط برای فرکانس نوسان صادق است

در مدار فوق اگر به Y_{eq} نگاه کنیم:

$$Y_{eq} = i\omega C + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1 + i\omega L}$$

$$\Rightarrow Y_{eq} = i\omega C + \frac{1}{R_2} + \frac{R_1 - i\omega L}{R_1^2 + \omega^2 L^2} = i\left(\omega C - \frac{\omega L}{R_1^2 + \omega^2 L^2}\right) + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{R_1}{R_1^2 + \omega^2 L^2}\right)$$

عدد گذاری

$$\Rightarrow Y_{eq} = \left[\frac{-1}{2} + \frac{R_1}{R_1^2 + \omega^2}\right] + i\omega\left[1 - \frac{1}{R_1^2 + \omega^2}\right]$$

$$\begin{cases} \frac{-1}{2} + \frac{R_1}{R_1^2 + \omega^2} = 0 & \text{(شرط نوسان)} \\ 1 - \frac{1}{R_1^2 + \omega^2} = 0 & \text{(فرکانس نوسان)} \end{cases}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

شرطهای استفاده از پاسخ ضربه: * مدار خطی باشد

$$y_1(t) \xrightarrow{\text{پاسخ}} x_1(t)$$

$$y_2(t) \longrightarrow x_2(t)$$

$$y_1(t) + y_2(t) \longrightarrow x_1(t) + x_2(t)$$

* تغییر ناپذیر بودن با زمان

پاسخ ای را که از $x_{(t)} * h_{(t)}$ بدست می آید پاسخ حالت صفر است. (پاسخ به شرایط اولیه صفر)

پاسخ پله = انتگرال پاسخ ضربه

پاسخ شیب = انتگرال پاسخ پله

و برعکس

پاسخ ضربه $= \frac{d}{dt}$ (پاسخ پله)

پاسخ پله $= \frac{d}{dt}$ (پاسخ شیب)

(شیب) $y=t$

(پله) $y=1 \quad x \geq 0$

(ضربه) $y=1 \quad x=0$

$\frac{dy}{dt}$

* برای یک مدار خطی و تغییر ناپذیر با زمان می دانیم: برای ورودی $x(t)$ برابر با:

$$x_{(t)} = e^{-2t} u(t)$$

پاسخ حالت صفر به صورت $y_{(t)} = (e^{-t} + e^{-2t}) u_{(t)}$ بدست می آید پاسخ ضربهٔ مدار را تعیین کنید

$t > 0$

$$\frac{dx}{dt} = -2e^{-2t} u_{(t)} + \delta_{(t)}$$

به خاطر حضور $u(t)$ که در صفر ناپیوسته است

به این دلیل که ضربه است ضربه می گیرد.

$$\frac{dy}{dt} = (-e^{-t} - 2e^{-2t}) u_{(t)} + \delta_{(t)}$$

(پس از ساده سازی)

$$2x + \frac{dx}{dt} = \delta_{(t)} = x'_{(t)}$$

$$y'_{(t)} = 2y_{(t)} + \frac{dy}{dt} = \text{پاسخ ضربه}$$

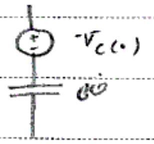
PAPCO

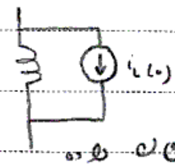
Subject:
Year. Month. Date. ( )

حوزهٔ زمان $\longleftrightarrow$ حوزهٔ لاپلاس

$s \longleftrightarrow i\omega$

(شرایط اولیه نباید باشد)

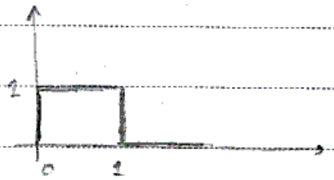
شارژ شده  $\longrightarrow$ با استفاده از لاپلاس  $-V_c(0)$

 $\longrightarrow$  $i_L(0)$

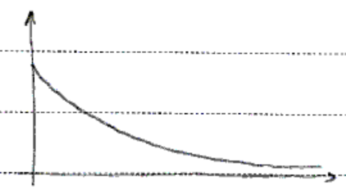
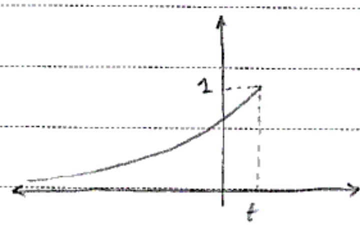
پاسخ حالت صفر برای ورودی و پاسخ ضربه‌ی داده شده را تعیین کنید

$x(t) = u(t) - u(t-1)$

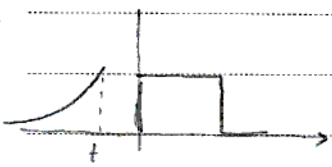
$h(t) = e^{-t}\,(u(t))$

$x(\tau) =$ 

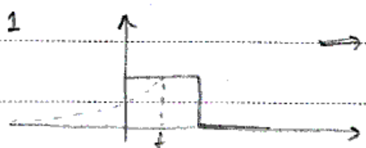
$$x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\, h(t-\tau)\, d\tau$$

$h(\tau)$:  $\longrightarrow h(t-\tau)$ 

$t < 0$:

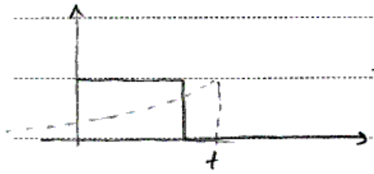
 $\Rightarrow \displaystyle\int_{-\infty}^{t} x(\tau)\, h(t-\tau)\, d\tau = 0$

$0 \le t < 1$

 $\longrightarrow \displaystyle\int_{0}^{t} \underbrace{x(\tau)}_{=1} \cdot h(t-\tau)\, d\tau = \int_{0}^{t} e^{-(t-\tau)}\, d\tau = 1 - e^{-t}$

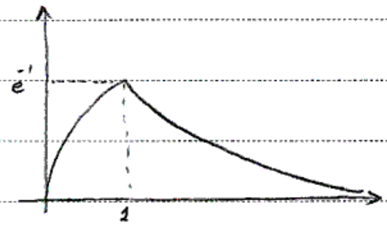
PAPCO

$t \geqslant 1$

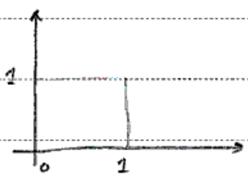


$$\Rightarrow \int_0^1 x(\tau) \cdot h(t-\tau)\, d\tau = 1-e^{\tau}\Big]_0^1 = (e-1)e^{-t} \quad (t>1)$$

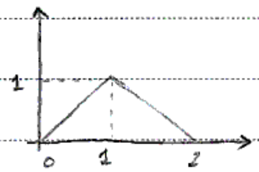
از وصل کردن سه نمودار:



تمرین:



$x(t)$

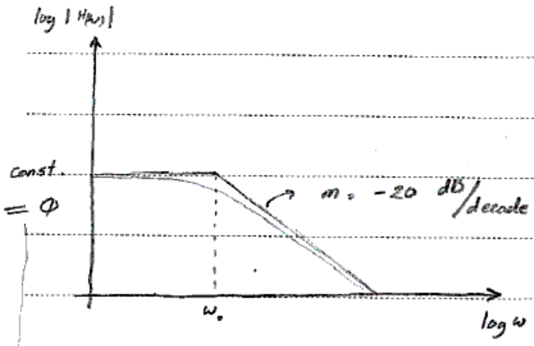


$h(t-\tau)$

$x(t) * h(t) = ?$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

جلسهٔ نوزدهم:



آقای Bode می‌گوید از روی مجانب‌ها می‌توان به جواب نمودار اصلی رسید خودمان را درگیر نمودارها نمی‌کنیم و با مجانب‌ها کار می‌کنیم

۱. آنچه در درجهٔ اول اهمیت است شکل کلی دیاگرام است. (موقعیت مجانب‌ها و شیب آن‌ها)

R_1, R_2, C ⇐ عوض شوند و ω_0 را عوض می‌کنند ولی عدد $20\ dB/d$ را عوض نمی‌کنند

رفتار کلی نمودار ناشی از مجانب‌ها است.

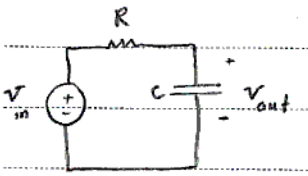
۲. برای تمام مدارهای با مجانب یکسان شکل موج اصلی هم یکسان است

۳. تغییر مقدار ω_0 باعث شیفت شدن افقی می‌شود و تغییر مقدار ثابت باعث شیفت عمودی می‌شود و تأثیری در شکل کلی ندارد ⇐

این مدارها ضعیف‌اند Gain را نمی‌بریم [illegible]
در ωهای خیلی کوچک gain را 1 در نظر می‌گیریم
(برای سهولت فرض می‌کنیم)

۴. مقدار ω_0 و مقدار Gain (مقدار ثابت افقی) مهم بوده ولی در درجهٔ دوم اهمیت است.

مثال:



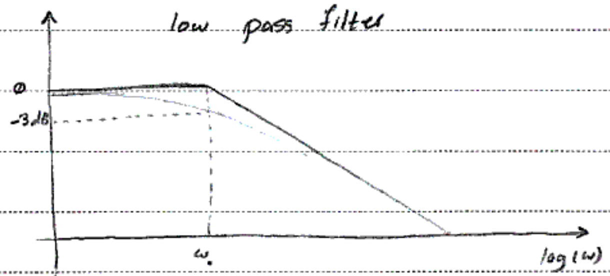
$$H(\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{1}{i\omega C}}{R + \frac{1}{i\omega C}} = \frac{1}{iR\omega C + 1}$$

$$H(\omega) = \frac{A}{B_1 + j\omega B_2} = k_1 \frac{1}{1 + i\omega k_2}$$

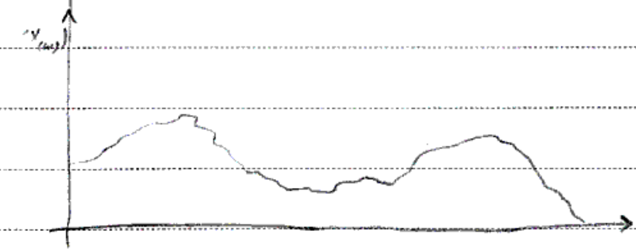
یک مدار دلخواه با [illegible]

Subject:
Year. Month. Date. ( )

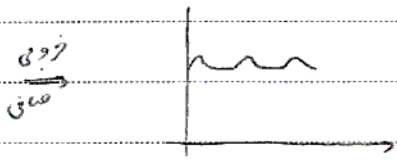
low pass filter



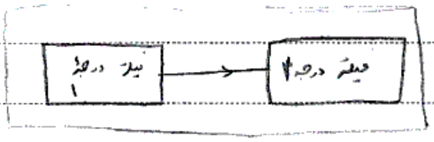
تا ω_0 به ما همان Gain (تقریباً) و کامل عبور می دهد ولی از ω_0 به بعد با شیب 20db/d آن را کم می کند (Gain آن را)

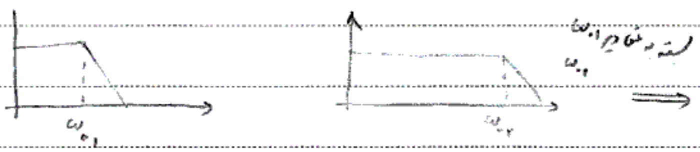


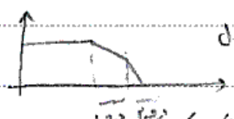
صافی ای که در الکترونیک دیدیم همان خازن و مقاومت شکل صفحهٔ قبل است.



چرا با وجود فیلتر باز هم اعوجاج داریم؟
به دلیل اینکه با شیب ثابتی فرکانس را ضعیف می کند

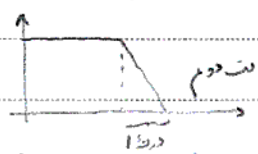






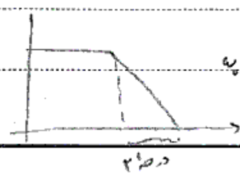
حالت اول

ω_{01} و ω_{02} نزدیک هم باشند



حالت دوم

ω_{02} خیلی از ω_{01} بیشتر باشد

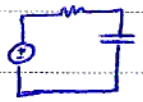


اگر $\omega_{01} = \omega_{02}$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

تمرین: پاسخ ضربهٔ مدار op-amp را بدست آورید. با استفاده از شکل Bode و



محاسبهٔ مقدار $20\log|H(\omega)|$ در نقطهٔ $\omega=\omega_0$:

$$= 20\log\left(\left|\frac{1}{1+i\frac{\omega_0}{\omega_0}}\right|\right)$$ (با صرف نظر از مقدار ثابت)

$$= 20\log\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -3\,dB$$

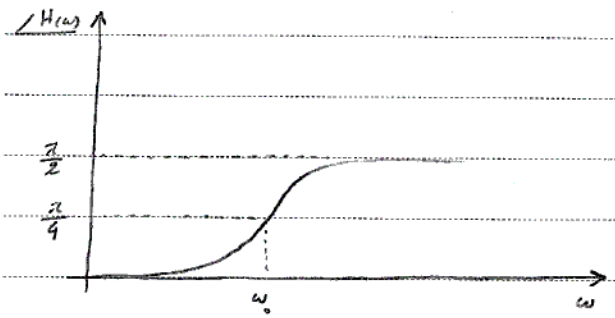
برای فرکانس (ω_0) فرکانس 3dB گوییم

دیاگرام فاز Bode

$$\angle H(\omega) = \tan^{-1}\left(\frac{-\omega}{\omega_0}\right)$$ (بدون فرض $\frac{-R_2}{R_1}$)

$$= -\tan^{-1}\left(\frac{-\omega}{\omega_0}\right)$$ با فرض $\frac{-R_2}{R_1}$

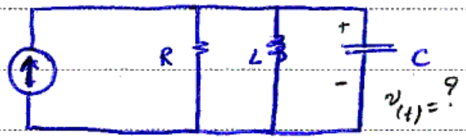
$$= \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$



جلسه بیستم:

Resonant Circuits:

$$H_{(\omega)} = \frac{V(\omega)}{I(\omega)} \equiv Z_{(\omega)}$$



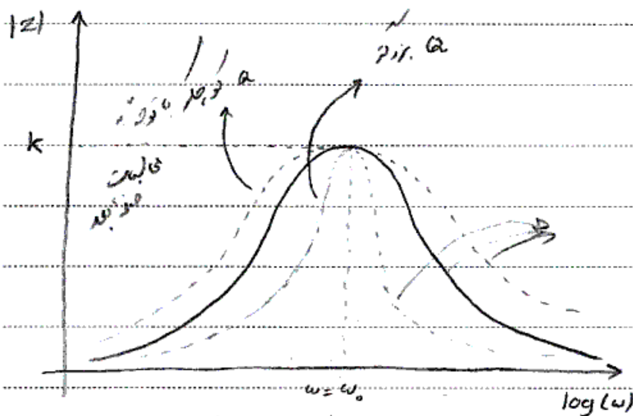
$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{i\omega L} + \frac{1}{\frac{1}{i\omega C}}$$

$$= \frac{1 + \frac{R}{i\omega L} + Ri\omega C}{R}$$

تعریف: $\omega_0 \equiv \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $Q \equiv R\sqrt{\frac{C}{L}}$, $k = R$

$$\Rightarrow Z = \frac{R}{1 + i\left(\omega CR - \frac{R}{\omega L}\right)} \equiv \frac{k}{1 + iQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

$$|Z| = \frac{k}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$



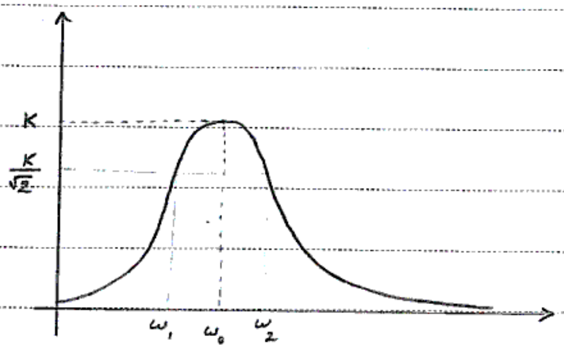
در این قسمت امپدانس فرم سلفی دارد

در این قسمت امپدانس خازنی است.

از نمودار Bode استفاده می‌کنیم. محور افقی log است که نمودار را فشرده کند.

بسته به مقدار Q های مختلف نمودار کشیده‌تر یا فشرده‌تر می‌شود. ولی همیشه یک پیک دارد حتی می‌تواند متقارن باشد (معمولاً نیست)

این مدار مثل یک فیلتر میان گذر عمل می کند و فرکانس های میانی را عبور می کند



Band width $= \omega_2 - \omega_1$

$$\xrightarrow[\omega_2]{\omega=\omega_1} \quad \frac{k}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{\omega_{12}}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega_{12}}\right)^2}} = \frac{k}{\sqrt{2}} \Longrightarrow Q^2\left(\frac{\omega_{12}}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega_{12}}\right)^2 = 1$$

$$\Longrightarrow Q\left(\frac{\omega_{12}}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega_{12}}\right) = \pm 1$$

$$\Longrightarrow \frac{\omega_{12}^2-\omega_0^2}{\omega_0\,\omega_{12}} = \frac{\pm 1}{Q}$$

$$\Longrightarrow \omega_{12}^2 \pm \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)\omega_{12} - \omega_0^2 = 0 \Longrightarrow \mathrm{I}:\ \omega = \frac{-\frac{\omega_0}{Q} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 + 4\omega_0}}{2}$$

$$\mathrm{II}:\ \omega = \frac{+\frac{\omega_0}{Q} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 + 4\omega_0}}{2}$$

از I با توجه به اینکه عدد زیر رادیکال از $\frac{\omega_0}{Q}$ بزرگتر است و در نظر گرفتن + در ± داریم:

$$\mathrm{I} \Longrightarrow \omega = \frac{-\omega_0}{2Q} + \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 + 4\omega_0} \Longrightarrow \omega_1$$

به همین ترتیب:

$$\mathrm{II} \Longrightarrow \omega = \frac{+\omega_0}{2Q} + \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 + 4\omega_0} \Longrightarrow \omega_2$$

$$\Longrightarrow \boxed{\text{Band Witdh} = \frac{\omega_0}{Q}} = \frac{1}{RC}$$

با توجه به Q هر مقدار همواره برقرار

فقط برای این مدار

از این جهت Q استفاده کردیم Q مخفف Quality Factor می‌باشد

در عمل بیشتر با ω_0 کار می‌کنیم و آن را جایگزین می‌کنیم به نام Q.

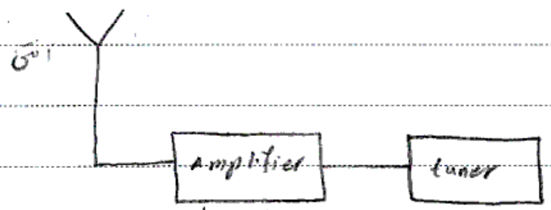
$\omega_0 \longrightarrow$ فرکانس طبیعی مدار

$\omega_1 , \omega_2 \longrightarrow$ فرکانس‌های 3dB $\longrightarrow$ (اصطلاح فیلتری)

تشدید هم خوب است هم بد. خوب ← فیلتر کردن

بد ← اگر بد طراحی شود ممکن است یک خروجی خیلی بزرگ در ω_0 بدهد که خروجی را بسوزاند. در مثال طراحی پل Q را بزرگ در نظر می‌گیرند و ω_0 را به گونه‌ای می‌سازند تا مطمئن باشیم اتفاق نمی‌افتد.

یک مثال کاربردی از فرکانس:



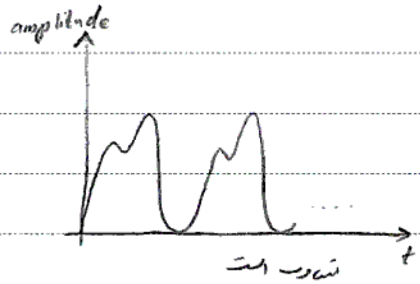
وصل کنیم به ایستگاه رادیویی ...

$\cos(\omega_a t + \theta_a)$ $\omega = 700\ kHz$

$\cos(\omega_b t + \theta_b)$ $\omega = 1000\ kHz$

$\cos(\omega_c t + \theta_c)$ $\omega = 1.3\ MHz$

تا اینجا وجود دارد



با عوض کردن پیچ فرکانس ω_0 را برای tuner عوض می‌کنیم ولی در عین حال Q را عوض می‌کنیم. از یک حدی به بعد دیگر Q مناسب نیست. برای همین سیستم دیگه مدار tuner را عوض می‌کنیم مثلاً یک مدار برای FM یکی برای AM یکی برای SW و MW ...

Subject:
Year. Month. Date. ( )

یکی از کاربردهای بَند فرکانسی: Power Line Comunication (PLC)

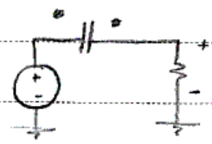
از یک دستگاهی به نام Spectrium Analizer استفاده می‌کنیم ۰ فرکانس‌های موجود داخل حوزهٔ فرکانس نمایش می‌دهد:
اگر این وسیله را به برق شهر وصل کنیم شکل اعوجاجی دارد. اگر بخواهیم روی این خط data ها را بفرستیم یک فرکانس را قرار داد می‌کنیم و اطلاعات را با آن فرکانس روی خط قرار می‌دهیم. از آن طرف یک بَند فرکانسی قرار می‌دهیم که data ها را recover کند!!! از این ایده برای خواندن داده کنتورها می‌توان استفاده کرد!

جلسهٔ بیست و یکم:

$$H(\omega) = \frac{A}{\underbrace{1+i\omega B}}$$

ω های ۰ مخرج صفر می‌شود

یک قطب داریم معادل است. هر قطب یک $20\ dB/decade$ شیب اضافه می‌کند (در دیاگرام Bode)



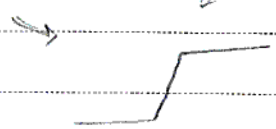
تحلیل مدار 1 جا

تحلیل فیلتر پایین‌گذر شکل

تحلیل مدار ۲

$$H(\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{i\omega CR}{1+i\omega CR}$$

صفر: ω های ۰ صورت صفر می‌شود. هر صفر یک $-20\ dB/decade$ اضافه می‌کند



بسته به اینکه صفر فرکانس پایین‌تری یا بالاتری نسبت به قطب داشته باشد فیلتر پایین‌گذر می‌شود یا بالاگذر

جلسهٔ بیست و دوم:

Laplace Transform:

$$a_n \frac{d^n f}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1} f}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 f = 0$$

در حالت کلی حل مسئله سختی دارد: ما به دنبال تبدیلی هستیم که:

$$f(t) \longleftrightarrow F(s)$$

$$\frac{d}{dt} f(t) \longleftrightarrow sF(s)$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

به واسطهٔ این تبدیل داریم:

$$\Rightarrow a_n s^n F_{(s)} + a_{n-1} s^{n-1} F_{(s)} + \dots + a_1 s F_{(s)} + a_0 F_{(s)} = 0$$

$$\Rightarrow F_{(s)} \left[a_n s^n + \dots + a_0 \right] = 0$$

که به یک معادلهٔ جبری تبدیل می‌شود که به سادگی (!) قابل حل است. پس تبدیل خوبی است!!!

$$e^{st} \xrightarrow{\frac{d}{dt}} s e^{st} \Rightarrow$$ پس به جوری به e^{st} مربوط دارد.

$$\xrightarrow[\text{فرمولیزه کردن آقای لاپلاس}]{\text{بعد از این}} F_{(s)} = \int_{0^-}^{\infty} e^{-st} f_{(t)} \, dt$$

می‌توان ثابت کرد که ویژگی ذکر شده در صفحهٔ قبل را دارد. ($F'_{(s)} = s F_{(s)}$)

این منفی به خاطر تابع ضربه است

که به s در این رابطه "فرکانس مختلط" می‌گوییم.

مثال: محاسبهٔ تبدیل لاپلاس $u_{(t)}$:

$$F_{(s)} = \int_0^{\infty} u_{(t)} e^{-st} dt = \int_0^{\infty} e^{-st} dt = \frac{e^{-st}}{-s} \Big|_{t=0}^{t=\infty}$$

فرض کنیم که s یک عدد مختلط باشد پس $s = \alpha + i\omega$

$$\Rightarrow = \frac{\overset{I}{e^{-\alpha t}} e^{-i\omega t}}{-(\alpha + i\omega)} \Big|_{0=t}^{\infty=t}$$

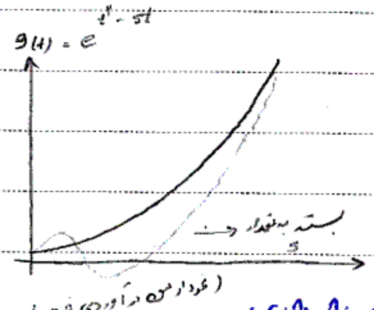
اگر $\alpha > 0$ آنگاه $\lim_{t \to \infty} e^{-\alpha t} = 0$ و چون $e^{-i\omega t}$ برابر $\text{cis}\,\omega t$ است پس مقدار صورت صفر است پس

$$= -\frac{1}{-(\alpha + i\omega)} = \frac{1}{s}$$

اگر $\alpha < 0$ باشد آنگاه مقدار لاپلاس واگرا است. $F_{(s)}$ تعریف نشده

اگر $\alpha = 0$ باز هم $F_{(s)}$ تعریف نشده باشد. در این حالت خاص اگر $\alpha = 0$ بود تا سر حد می‌آییم که از این به بعد مسئله نیست! ولی در شرایط کلی ممکن است حتی خود انتگرال گیری هم از Base خارج شده باشد.

مثال: فرض کنیم:
$f(t)=e^{t^2} \Rightarrow F(s)=\int_0^\infty e^{t^2}e^{-st}\,dt$



چون سطح زیر این نمودار بی‌نهایت است $F(s)$ وجود ندارد

با توجه به اینکه در دنیای واقعی ما نداریم فرض کنیم تابع زیر را داریم:

$$f_2(t)=\begin{cases} e^{t^2} & 0<t<t_2 \\ 0 & t>t_2,\ t<0 \end{cases}$$

در این شرایط می‌توانیم بدون تعریف ملاحظه کنیم (به ترتیب رزنیم ☺) با این فرض $\mathcal{L}(f_2(t))$ موجود است. به همین فرض در صفحهٔ قبل برای تابع ضربه که باشد هم $\mathcal{L}(\delta(t))$ وجود دارد در نظر ریاضی صحیح نیست ولی مهندسی است.

$f(t)=\delta(t)$

$F(s)=\int_{0^-}^{\infty}\delta e^{-st}\,dt=\int_{0^-}^{0^+}\delta(t)\,dt=1$

$\Rightarrow \mathcal{L}[\delta(t)]=1$

"به نام خدا"

جلسه بیست و سوم

خواص تبدیل لاپلاس:

• خاصیت یکتا بودن: اگر دو تابع $f(t)$ و $g(t)$ را داشته باشیم که تبدیل لاپلاس $f(t)$، $F(s)$ و تبدیل $g(t)$ هم $F(s)$ باشد آنگاه $f(t)$ و $g(t)$ یکی هستند به جز در موارد خیلی جزئی:

از دید مطلق ریاضی صحیح نیست

در چه مواردی اینگونه است؟ [illegible]

☺ سوال آینده

Subject:
Year. Month. Date. ( )

• خاصیت خطی بودن : $c_1 f_1(t) + c_2 f_2(t)$

$$\xrightarrow{\text{لاپلاس}} c_1 \mathcal{L}[f_1(t)] + c_2 \mathcal{L}[f_2(t)] = c_1 F_1(s) + c_2 F_2(s)$$

اگر خاصیت خطی بودن صادق نبود نمی‌توانستیم از آن در حل معادله دیفرانسیل استفاده کنیم. اصولاً دنبال تبدیلی بودیم که این شرایط را داشته باشد.

$$\frac{d^2v}{dt^2} + 5\frac{dv}{dt} + 6v = 0 \xrightarrow{\text{لاپلاس}} s^2 + 5s + 6 = 0$$

و خطی بودن تبدیل

• خاصیت مشتق : اگر $\frac{df}{dt} \longleftrightarrow sF(s) - f(0)$

$$\frac{df}{dt} \underset{\text{لاپلاس}}{\overset{\text{تبدیل}}{\longleftrightarrow}} sF(s) + f(0^-)$$

لحظه صفر (حوزه زمان)

اگر در حوزه زمان ببینیم معمولاً این مقدار صفر است. ولی در مواردی که ولتاژ تغییر ناگهانی دارد، ممکن است این جمله ظاهر شود.

این مسئله باعث اتفاق خاصی نمی‌افتد. تنها باعث می‌شود یک کمی محاسبات پیچیده‌تر شود ولی کماکان معادلات دیفرانسیل را به یک معادله جبری تبدیل می‌کند.

• خاصیت انتگرال :

$$g(t) = \int_{0^-}^{t} f(\tau)\,d\tau \longleftrightarrow G(s) = \frac{1}{s}F(s)$$

خواصی که به مدارها مربوط می‌شوند:

* برای هر مدار خطی تغییرناپذیر با زمان تبدیل لاپلاس پاسخ کامل برابر است با مجموع تبدیل لاپلاس پاسخ با ورودی صفر (پاسخ گذرا) و پاسخ ورودی (حالت / خصوصی / forced)

[معادل superposition در حوزه لاپلاس]

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

* تعریف: برای هر مدار LTI (linear time invariable) تابع شبکه (network func.) تابعی از s است که هرگاه در تبدیل لاپلاس ورودی ضرب شود به تبدیل لاپلاس خروجی می‌رسیم.

input (t) → LTI circuit → output (t) $\xrightarrow{\text{طبق تعریف}}$ $H_{(s)} \times I_{(s)} \equiv O_{(s)}$ (input, output)

فرض کنیم $Input_{(t)}$ همان $\delta_{(t)}$ باشد آنگاه:

$O_{(s)} = H_{(s)} \times \underbrace{\delta_{(t)}}_{=1}$ تبدیل لاپلاس $\Rightarrow O_{(s)} = H_{(s)}$

تبدیل لاپلاس پاسخ ورودی ضربه

$H_{(s)} = (h_{(t)})$ تبدیل لاپلاس به ورودی ضربه

برای رفتن از $H_{(s)}$ به $H_{(\omega)}$ جای s را با $i\omega$ و برعکس عوض می‌کنیم.
به معنی معادل بودن نیست
تنها یک کلک محاسباتی است.

از این خاصیت می‌توان برای محاسبهٔ انتگرال کانولوشن هم استفاده کرد ولی عملاً کاربرد ندارد معمولاً از تبدیل فوریه استفاده می‌شود.

* برای هر مدار LTI تابع شبکه یک تابع گویا با ضرایب حقیقی است یعنی:

$$H_{(s)} = \frac{P_{(s)}}{Q_{(s)}} = k\,\frac{\prod_{i=1}^{m}(s-z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s-P_j)}$$

فرض کنیم فعلاً m → z_i * ؟ ، n → P_j * ؟

هر کدام از صفرهای مخرج (ریشه‌ای z_i) یک صفر مدار می‌نامند

z_i → صفرها (از z برای zero استفاده می‌کنیم)

P_i → قطب‌ها (از p برای pole استفاده می‌کنیم)

که در تابع شبکه توابعی چون e^s نمی‌بینیم
این ضرایب حقیقی است.

$$\Rightarrow P_{(s)} = a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_0$$
$$Q_{(s)} = b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_0 \Rightarrow \forall i \le m \quad a_i \in \mathbb{R}, \quad \forall j \le n \quad b_j \in \mathbb{R}$$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

تحلیل: در شرط داریم که مدار خطی (LTI) است یعنی ضرایب معادلهٔ دیفرانسیل آن همگی حقیقی هستند پس $H(s)$ را که از آن می‌یابیم هم ضرایب حقیقی دارد.

$$5\frac{d^2f}{dt^2} + 7\frac{df}{dt} + 8 = \text{forced response}$$

$$\text{forced responce} \overset{\text{متناظر}}{\equiv} Q_{(s)}$$

$$5\frac{d^2f}{dt^2} + \dots + 8 \overset{\text{متناظر}}{\equiv} P_{(s)}$$

اگر که در صورت یک ریشه مختلط داشته باشیم حتماً مزدوج آن را هم داریم. در مورد قطب‌ها هم این‌گونه است

$a_m s^m + \dots \xrightarrow{\text{چندجمله‌ای درجه } n}$ (چندجمله‌ای با توان‌های فرد s) + (چندجمله‌ای با توان‌های زوج s)

که این دو با هم برابر نیستند

$$X_{(\omega)} = \int_0^\infty x_{(t)} e^{j\omega t} dt \quad \text{تبدیل فوریه}$$

خیلی مهم ←

$$\boxed{j\omega \underset{\text{دربرگرد}}{\subset} s \quad \cancel{\Longleftrightarrow} \quad \text{تبدیل فوریه} \subset \text{تبدیل لاپلاس}}$$

$$\frac{1}{s-a} \overset{\text{تبدیل لاپلاس}}{\longleftrightarrow} e^{at} u_{(t)}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

" بنام خدا "

جلسهٔ بیست و چهارم:

network function: $H_{(s)} = \dfrac{P(s)}{Q(s)} = k \dfrac{\prod (s-z_i)}{\prod (s-P_i)}$

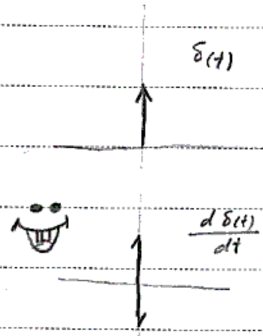
تعریف: $F(s)$ یا تابع شبکهٔ مدار LTI مناسب است اگر $m<n$ باشد.
اگر $m \geq n$ باشد (از دید ریاضی یک پاسخ است ولی از دید مداری خیلی جالب نیست)

$F_{(s)} = \hat{P}_{(s)} + \dfrac{R(s)}{Q(s)}$ چون $m \geq n$ ، $P(s)$ را بر $Q(s)$ تقسیم می‌کنیم تا خارج قسمت و مقسوم علیه را بدهیم و به شکل روبرو نوشته شود.

$\hat{P}_{(s)} = \left[A_{m-n} s^{m-n} + A_{m-n-1} s^{m-n-1} + \dots + A_0 \right]$

$\downarrow \qquad \dots \qquad \downarrow \quad \downarrow$ ضربهٔ زمان

$A_{m-n} \dfrac{d^{m-n} \delta}{dt^{m-n}} \qquad A_1 \dfrac{d\delta}{dt} \quad A_0 \delta_{(t)}$



$\dfrac{R(s)}{Q(s)}$ قسمت

$f_{(t)} = e^{at} u(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} F_{(s)} = \dfrac{1}{s-a}$

Example:

$F_{(s)} = \dfrac{s^2+3s+5}{(s+1)(s+2)(s+3)} = \dfrac{k_1}{s+1} + \dfrac{k_2}{s+2} + \dfrac{k_3}{s+3}$

ضرب طرفین در s+1

$\Longrightarrow \dfrac{s^2+3s+5}{(s+2)(s+3)} = k_1 + \dfrac{k_2(s+1)}{s+2} + \dfrac{k_3(s+1)}{s+3} \xRightarrow{s=-1} \dfrac{3}{1 \times 2} = k_1 + 0$

$\Longrightarrow k_1 = \dfrac{3}{2}$

به همین ترتیب

$\Longrightarrow k_2 = \dfrac{4-6+5}{-1 \times 1} = \dfrac{3}{-1} = -3$

$k_3 = \dfrac{9-9+5}{-2 \times -1} = 2.5$

$$\xRightarrow{\mathcal{L}^{-1}} f(t) = (1.5e^{-t} - 3e^{-2t} + 2.5e^{-3t})\,u(t)$$

* به قطب هایی که یک بار تکرار دارند قطب ساده گویند (ریشه‌ی ساده مخرج) در غیر این صورت به آن قطب مکرر می‌گوییم (ریشه‌های مضاعف مخرج)

اگر $F(s)$ فقط قطب ساده داشته باشد:

$$\underset{\text{مناسب}}{F(s)} = \sum_{j=1}^{n} \frac{k_j}{s - p_j}$$

می‌توان $F(s)$ را به صورت فوق نمایش داد. و داریم:

$$k_j = (s - p_j)\,F(s)\Big|_{s = p_j}$$ ← این رابطه برای قطب‌های مختلط و ساده برقرار است

از این به بعد خیلی راحت و سریع‌تر پاسخ در حوزه‌ی زمان محاسبه می‌کنیم

Example:

$$\underset{\text{مناسب}}{F(s)} = \frac{s^2 + 3s + 5}{(s+1)^2 (s+2)} = \frac{k_{11}}{s+1} + \frac{k_{12}}{(s+1)^2} + \frac{k_2}{s+2}$$

$k_2 \Rightarrow$ ضرب طرفین در $s+2$ $\Rightarrow k_2 = 3$

$k_{12} \Rightarrow$ ضرب طرفین در $(s+1)^2$ $\Rightarrow k_{12} = 3$ (مثل همان روند قبلی)

برای محاسبه‌ی k_{11} باید مقدار دهی کنیم

$$s = 0 \Rightarrow \frac{5}{2} = k_{12} + k_{11} + \frac{k_2}{2}$$

$$\Rightarrow k_{11} = -2$$

* همیشه به این راحتی نیست. اگر (مثلاً $s+2$ هم مکرر بود) راه حل:

✓ ۱ـ عدد گذاری پس از محاسبه k_2 که برای بزرگترین توان‌ها

۲ـ مخرج مشترک گرفتن و بعد متحد قرار دادن با اصلی

$$\Longrightarrow f_{(t)} = (3e^{-2t} - 2e^{-t} + 3te^{-t})\,u_{(t)}$$

$$\mathcal{L}(3te^{-t}) = \frac{3}{(s+1)^2}$$

Example: $F_{(s)} = \dfrac{s+3}{(s+2-j)(s+2+j)} = \dfrac{k_1}{s+2-j} + \dfrac{k_2}{s+2+j}$

$$k_1 = \left.\frac{s+3}{s+2+j}\right|_{s=-2+j} = \frac{1+i}{2j} = \frac{1}{2}(1-i)$$

$$k_2 = \left.\frac{s+3}{s+2-j}\right|_{s=-2-j} = \frac{1-i}{-2i} = \frac{1}{2}(1+i)$$

$$\Longrightarrow f_{(t)} = \left(\frac{1}{2}(1-i)\,e^{(-2+i)t} + \frac{1}{2}(1+i)\,e^{(-2-i)t}\right)u_{(t)}$$

ما مطمئن هستیم که پس از $e^{i\theta} = cis\theta$ استفاده کنیم تمام i ها در جواب حذف می‌شوند

$$\Rightarrow f_{(t)} = \frac{1}{2}e^{-2t}\left[(1-i)(\cos t + i\sin t) + (1+i)(\cos t - i\sin t)\right]$$

$$f_{(t)} = \frac{1}{2}e^{-2t}\left[\cos t + i\sin t - i\cos t + \sin t + \cos t - i\sin t + i\cos t + \sin t\right]$$

$$f_{(t)} = e^{-2t}(\cos t + \sin t)$$

حوزهٔ زمان	حوزهٔ لاپلاس
معادلهٔ دیفرانسیل →	معادلهٔ جبری
	↓
پاسخ در حوزهٔ زمان ←	حل و تعیین پاسخ

Subject:
Year. Month. Date. ( )

قضیهٔ مقدار اولیه:

$$\lim_{s \to \infty} sF(s) = f(0)$$

(قضیهٔ مقدار نهایی - با یک سری فرض)

$$\lim_{s \to 0} sF(s) = f(\infty)$$

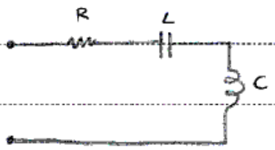
جلسهٔ هفتم (تدریس یار):

"به نام خدا"

* در سیستمهای LTI اگر ورودی دارای فرکانسهای ω_1 تا ω_n داشته باشد خروجی نمی‌تواند فرکانسی غیر از فرکانس‌های ورودی داشته باشد.

• محاسبه k و Q و ω_0 برای یک مدار تشدید سری:

امپدانس دیده شده را حساب می‌کنیم

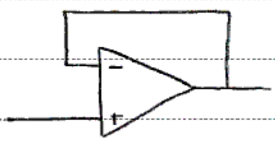


$$Z = R + \frac{1}{i\omega C} + i\omega L$$

$$\frac{1}{H(\omega)} = \frac{R\omega C + i[\omega^2 LC - 1]}{\omega C}$$

$$\Rightarrow H(\omega) = \frac{1}{Z} = \frac{\omega C}{R\omega C + i[\omega^2 LC - 1]} = \frac{1/R}{1 + iQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

$$\Rightarrow k = \frac{1}{R} \quad , \quad Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \quad , \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

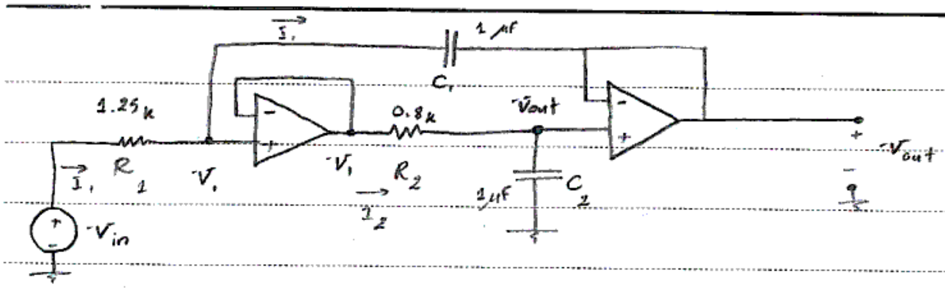


Buffer → کار تطبیق
امپدانس ؟؟؟

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

سؤال ۲ تمرین



$$I_1 = \frac{V_{in} - V_1}{R_1} \quad , \quad I_1 = \frac{V_1 - V_{out}}{\frac{1}{i\omega C}}$$

$$I_2 = \frac{V_1 - V_{out}}{R_2} \quad , \quad I_2 = \frac{V_{out}}{\frac{1}{i\omega C_2}}$$

$$\xrightarrow[\text{روابط}]{\text{با جایگذاری}} \frac{V_{out}}{V_{in}} = H(\omega) = \frac{1}{1 + i\omega C_2 R_2 - \omega^2 R_1 R_2 C^2} \Rightarrow H(\omega) = \frac{1}{(1-\omega)^2 + i\,0.8\omega}$$

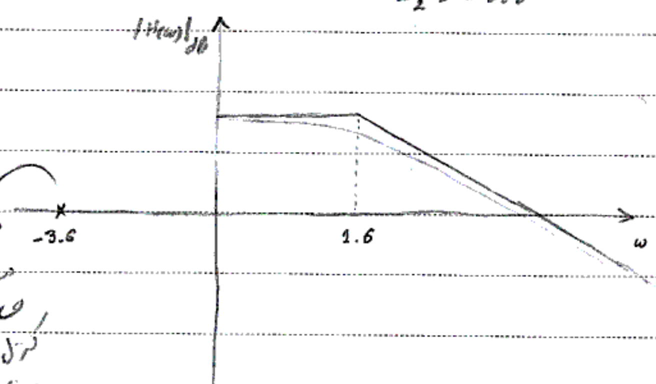
← چگونه قطب ها را پیدا کنیم؟؟؟ دو راه:

۱. استفاده از Laplace ← تجزیه به صورت $(1+a_1 s)(1+a_2 s)$ در می‌آید

۲. استفاده از تعریف فرکانس قطع

$$\frac{1}{\sqrt{(1-\omega^2)^2 + 0.8^2\omega^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \xrightarrow[\text{تقریبا}]{\text{حل}} \omega_1 = 1.6$$

$$\omega_2 = -3.8$$

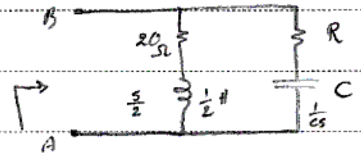


← مثل یک فیلتر پایین گذر عمل می‌کند

فرکانسهای منفی در نمودار Bode حساب نمی‌شوند. در کنترل سیستم از آنها برای پایداری سیستم استفاده می‌شود

PAPCO

در مدار شکل مقابل R و C را به گونه‌ای تعیین کنید تا امپدانس دیده شده از دو سر A و B مستقل از فرکانس باشد



$$Z_{(s)} = (20 + 0.5s) \parallel (R + \frac{1}{cs})$$

$$Z = \frac{(20 + 0.5s)(R + \frac{1}{cs})}{20 + R + s(0.5 + \frac{1}{c})}$$

$$= \frac{(20 - 0.5s)(sRC + 1)}{sC\,(20 + 0.5s) + sRC + 1}$$

$$= \frac{(0.5 + 20RC)s + 0.5RCs^2 + 20}{0.5Cs^2 + (20C + RC)s + 1} \Longrightarrow (s = j\omega)$$ برای اینکه مستقل از w باشد

باید به صورت ضریبی از دوتایی باشد:

$$\frac{ax^2 + bx + c}{dx^2 + ex + f} = k \Longrightarrow \frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$

$$\Longrightarrow \frac{0.5RC}{0.5C} = \frac{20}{1} \Longrightarrow R = 20\Omega \Longrightarrow C = \frac{1}{800}$$

اگر بخواهیم مداری را با تبدیل لاپلاس تحلیل کنیم:

۱- به جای L ← SL قرار دهیم

۲- به جای C ← $\frac{1}{SC}$

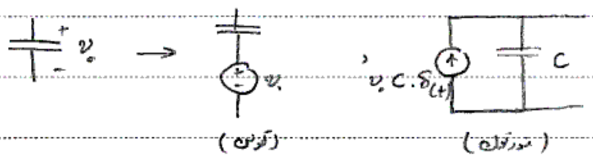
۳- همه‌ی منابع مدار را به حوزه لاپلاس می‌بریم.

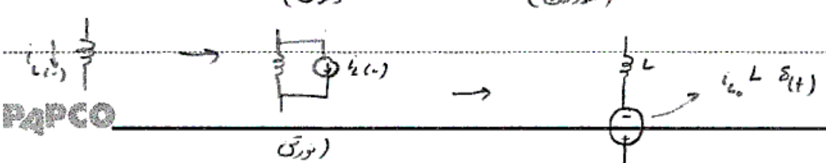
$\mathcal{L}[\delta(t)] = 1$

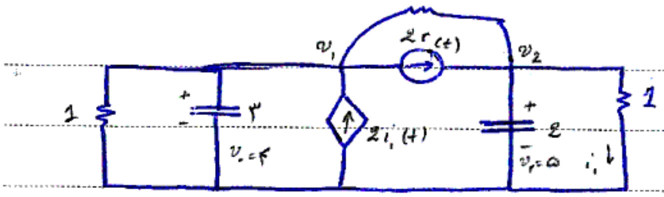
$\mathcal{L}[u(t)] = \frac{1}{s}$

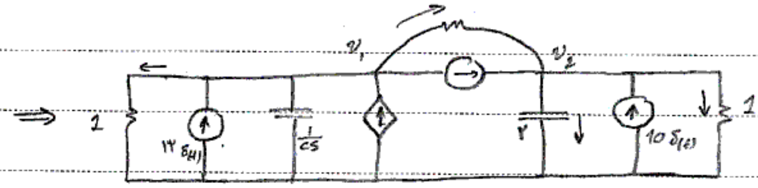
$\mathcal{L}[r(t)] = \frac{1}{s^2}$

۴- اگر سلف و خازن شرایط اولیه داشته باشند به جای آن‌ها مدار معادل قرار داده و سلف و خازن بدون شرایط اولیه در محاسبات وارد کنید.









گره v_1 : KCL

$$\begin{cases} \dfrac{v_1}{1} + \dfrac{v_1}{(3s)^{-1}} + \dfrac{v_1 - v_2}{1} + \dfrac{2}{s^2} = 12 + 2I_1 \\[2ex] \dfrac{v_1 - v_2}{1} + \dfrac{2}{s^2} + 10 = \dfrac{v_2}{\frac{1}{2s}} + I_1 \\[2ex] I_1 = \dfrac{v_2}{1} \end{cases}$$

گره v_2 :

ساده کردن $\Longrightarrow$

پاسخ ورودی صفر

$$\begin{cases} v_1(2+3s) - 3v_2 = \dfrac{-2}{s} + 12 \\[2ex] -v_1 + v_2(2s+2) = \dfrac{2}{s^2} + 10 \end{cases} \Longrightarrow \begin{array}{l} v_1 = F(s) \longrightarrow \text{پاسخ کامل} \\ v_2 = G(s) \end{array}$$

پاسخ حالت صفر

حوزه معادلات دیفرانسیل $\longrightarrow$ پاسخ کامل = پاسخ گذرا + پاسخ خصوصی

حوزه لاپلاس $\longrightarrow$ پاسخ کامل = پاسخ حالت صفر + پاسخ ورودی صفر

"بنام خدا"

جلسه بیست و پنج:

قضیه مقدار اولیه: برای هر مدار LTI اگر تبدیل لاپلاس وجود داشته باشد آنگاه:

$$\lim_{s \to \infty} sF(s) = \lim_{p \to 0^-} f(p)$$

اثبات:

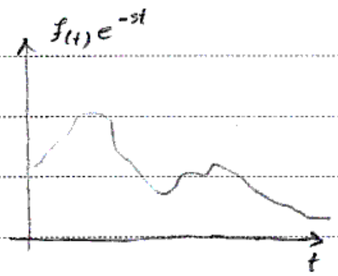
$$\Rightarrow \lim_{s\to\infty} s\int_{0}^{\infty} f(t)e^{-st}\,dt \xrightarrow[\text{انتگرال}]{\text{وجود}} \lim_{s\to\infty}\int f(t)\,se^{-st}\,dt$$

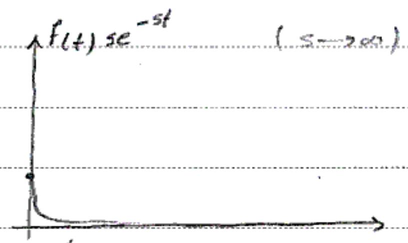
باید همگرا - صفر باشد تا این انتگرال وجود داشته باشد

$$\approx \lim_{s\to\infty} f(0^-)\int se^{-st}\,dt = \lim_{s\to\infty} f(0^-)\left[-e^{-st}\right]_{0^-}^{\infty}$$

$$= \lim_{s\to\infty} f(0^-)\left[0-(-1)\right] = f(0^-)$$

توجیه ریاضی:





در تمامی نقاط صفر می‌شود (پالاترها را حذف می‌کند) به جز در $t=0$

$$F(s) = k\,\frac{\prod_{m}(s-z_i)}{\prod_{n}(s-p_i)}$$

شرایط مناسب بودن: $m<n$

۱- $m>n$ ← $\lim_{s\to\infty} sF(s) = \infty$ (کراندار نیست)

$\xRightarrow{\text{موارد اولیه}}$ $f(0^-)\to\infty$ (اصلاً جالب نیست)

در پاسخ زمانی هم علاوه $\delta(t)$، $\frac{d\delta}{dt}$، ... وجود دارد، که نتیجه می‌دهد $f(0^-)$ معلوم نیست و به سمت ∞ میل می‌کند

۲- اگر $n=m$ ← $f(0^-)\to\infty$

در پاسخ زمانی یک $\delta(t)$ خواهیم داشت که نتیجه می‌دهد $f(0^-)\to\infty$

۳- اگر $m<n$ ← آنگاه $\lim_{s\to\infty} sF(s) = \underbrace{k}_{m=n-1}$ یا $\underbrace{0}_{m<n-1}$

فرم کلی پاسخ زمانی:

$$f(t) = \sum_{j=1}^{n} A_j e^{p_j t} \Longrightarrow f(0) = \sum_{j=1}^{n} A_j = \underbrace{k}_{m=n-1} \text{ یا } \underbrace{0}_{m<n-1}$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

کاربرد قضیهٔ مقدار اولیه ← از روی پاسخ زمانی تشخیص دهیم در دسته ۱ و ۲ یا ۳ قرار دارد

قضیهٔ مقدار نهایی: اگر تبدیل لاپلاس حال مدار LTI موجود باشد و هم قطبهای [illegible]

$\forall i : \text{Real}\{P_i\} < 0 \implies$

حتی صفر هم نه

$$\lim_{s \to 0} sF(s) = \lim_{t \to \infty} f(t) \equiv f(\infty)$$

اثبات:

$$\frac{df}{dt} \xrightarrow{\mathcal{L}} sF(s) - f(0^-)$$

$$\implies \lim_{s \to 0} sF(s) = \lim_{s \to 0} \left[\int_{0}^{\infty} \frac{df}{dt} e^{-st} dt + f(0^-) \right]$$

$$\lim_{s \to 0} \int_{0^-}^{\infty} \frac{df}{dt} e^{-st} dt \simeq \lim_{s \to 0} \int_{0}^{\infty} \frac{df}{dt} dt$$

(با توجه به شرط قضیه نوشتیم)

$$\simeq \lim f(\infty) - f(0)$$

$$\implies \lim_{s \to 0} f(\infty) - f(0) + f(0) = f(\infty)$$

فرض کنیم که:

$$f(t) = \sin\omega t \implies F(s) = \frac{\omega}{s^2+\omega^2}$$

$$\lim_{s \to 0} sF(s) = \lim_{s \to 0} \frac{s\omega}{s^2+\omega^2} = 0 \quad , \quad \lim_{t \to \infty} \sin\omega t = ???$$

نوسان می‌کند

قضیهٔ مقدار نهایی حال اینجا برای $f(t) = \sin\omega t$ صادق نیست زیرا Real{قطب} برابر صفر است

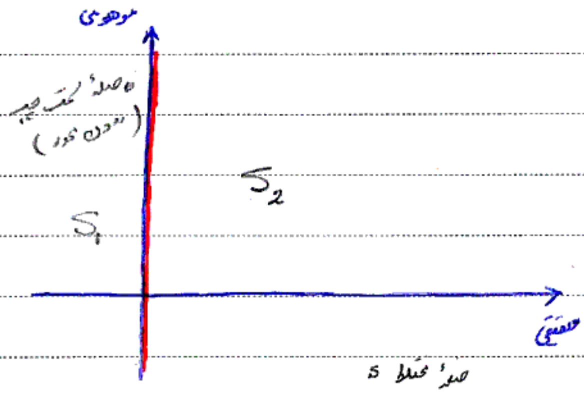
تعریف: یک مدار یا شبکه پایدار است اگر یک عدد حقیقی m یافت شود به گونه‌ای که:

$\exists m \in R \; : \; |h(t)| < m$

$$H(s) = \frac{\prod_{i=1}^{m} (s-z_i)}{\prod_{j=1}^{n} (s-P_i)} \Rightarrow h(t) = \sum_{i=1}^{n} A_j e^{P_j t}$$

$$|h(t)| < M \Rightarrow \left| \sum_{i=1}^{n} A_j e^{P_j t} \right| < M \Longrightarrow \forall j : Real\{P_j\} \leq 0$$

[illegible] کراندار می‌شود



اگر قطب‌ها همگی در ناحیهٔ S_1 قرار گیرند مدار پایدار بوده و $f(\infty)$ هم تعریف شده است

اگر قطبی (یا حتی اگر دوتا از آنها) به شرط مزدوج بودن [illegible] مدار پایدار است ولی $f(\infty)$ ندارد. همهٔ جملات دیگر میرا می‌شوند (اگر در ناحیهٔ S_1 باشند)

کافی است تنها یک قطب در S_2 باشد یا مدار پایدار نباشد و قضیهٔ مقدار نهایی قابل اعمال نیست.
یا حقیقی یا دوتا مزدوج

$$as^3+bs^2+cs+d$$
$$\pm\frac{d}{a}\ ,\ \pm 1$$
این اعداد را امتحان کنید

Subject:
Year. Month. Date. ( )

جلسه هشتم (تدریس یار):

$$F(s)=\frac{5s-1}{s^3-3s-2} \Longrightarrow F(s)=\frac{5s-1}{(s+1)^2[s-2]}=\frac{5(s+1)-6}{(s+1)^2(s-2)}$$

$$s+1=s' \Longrightarrow f(t)=e^{-t}h(t)$$

$$H(s)=\frac{5s-6}{s^2(s-3)} \Longrightarrow K(s)=\frac{5s-6}{s(s-3)}\ ;\ h(t)=\int k(t)\,dt$$

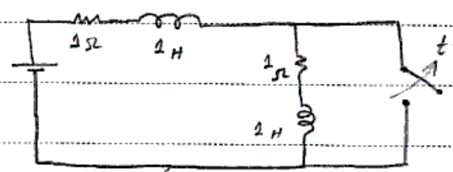
$$\xrightarrow{\text{تفکیک}} k(s)=\frac{2}{s}+\frac{3}{s-3} \Longrightarrow k(t)=2u(t)+3e^{3t}$$

$$\Longrightarrow h(t)=2t+e^{3t}-1=\int_0^t \left(2u(t)+3e^{3t}\right)dt$$

$$\Longrightarrow f(t)=2te^{-t}+e^{+2t}-e^{-t}$$

$$F(s)=\frac{1}{s^3+3s^2+4s+2}=\frac{1}{(s+1)(s^2+2s+2)}=\frac{1}{(s+1)[(s+1)^2+1]} \Longrightarrow H(s)=\frac{1}{s(s^2+1)}$$

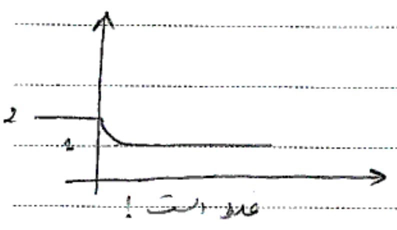
$$G(s)=\frac{1}{s^2+1} \Longrightarrow g(t)=\sin t \Longrightarrow h(t)=-\cos t+1 \Longrightarrow f(t)=-e^{-t}(\cos t-1)$$

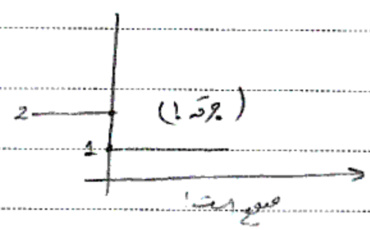


۱ـ منبع ولتاژ یا جریان ضربه داشته باشد

۲ـ دو یا چند سلف سری و دو یا چند خازن موازی باشد

در این دو حالت متغیرهای 0^- و 0^+ با هم برابر نخواهند بود. و در حال در نظر گرفتن 0^- باید 0^+ را در نظر گرفت. در مدار فوق:





بقای شار

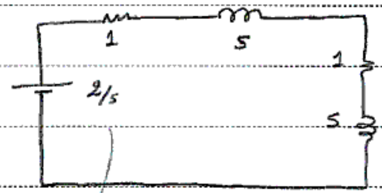
$$i_L(0^+)=? \Longrightarrow i_L(0^-)\times \underset{=1}{L}=L_{eq}\times i_L(0^+) \Longrightarrow 2\times 1=2\times i_{(0^+)}$$

$\varphi=IL \rightarrow$ شار سلف

$$\Longrightarrow i_{(0^+)}=1_A$$

$q=CV$ بار خازن

استفاده از حوزه‌ی لاپلاس برای حل مسئله:

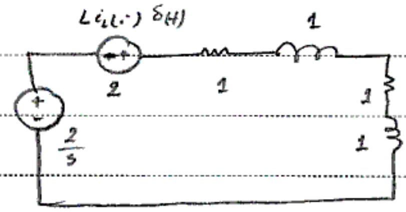


$$\underset{t\to\infty}{u(t)} \equiv D.C$$

* لاپلاس برای ضربه مناسب است.

هر تغییر در لحظه‌ی $t=t_0$ باعث می‌شود که در $t=t_0$ برای اجزای L جدید اضافه شده‌اند (یا کم شده‌اند) یک منبع $u(t)$ خواهد بود تا شرایط جدید پدید آید.

معادل $\Longrightarrow$



KVL: $-\frac{2}{s} - 2 + I + sI + I + sI = 0$

$$\Longrightarrow I = \frac{1+\frac{1}{s}}{1+s} = \frac{1}{s} \Longrightarrow i(t) = u(t)$$

چون منبع u از تحلیل حوزه‌ی مدار داشتیم.

$$V_{L(s)} = -2 + I_{(s)} = -1$$

$$\Longrightarrow v_L(t) = -\delta(t)$$

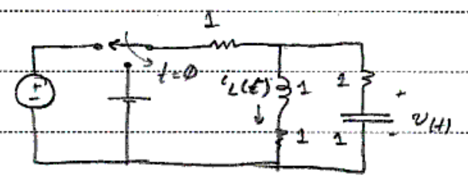
* نکته: ضربه پاسخ خصوصی تولید نمی‌کند!

$$\text{differential equation} = f(t) + \delta(t)$$

$f(t)$: پاسخ خصوصی ظاهر می‌کند

$\delta(t)$: پاسخ خصوصی تولید نمی‌کند

سوال ۶:



پس از حل حالت دائمی sin

$v_{c(0^-)} = A\cos(\omega t+\theta_c)$

$i_{L(0^-)} = B\cos(\omega t+\theta_L)$

چون کلید در $t=0$ بسته می‌شود

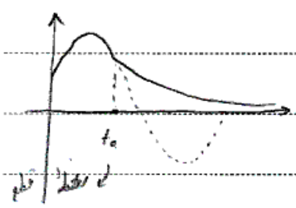
$i_L(0^-) = i_L(0^+)$ و $v_c(0^+) \neq v_c(0^-)$

پس

$v_{c(0^+)} = A\cos\theta_c$

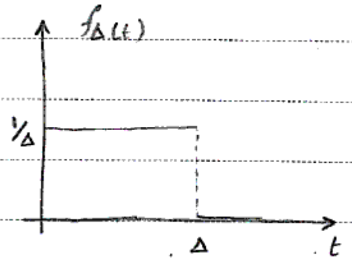
$i_L(0^+) = B\cos\theta_L$

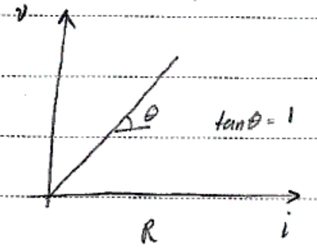
با این شرایط اولیه چه در حوزه‌ی لاپلاس و زمان حل می‌کنیم

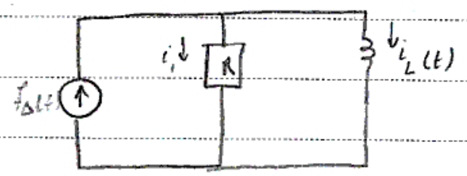


جلسه نهم (تدریس‌یار):

مسئله اول:







$$i_1 = \frac{L\frac{di}{dt}}{R} = L\frac{di}{dt}\frac{1}{R} = \frac{1}{R}\frac{di}{dt}$$

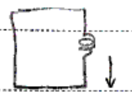
$$\Rightarrow \quad i_1 + i_L = f_\Delta(t)$$

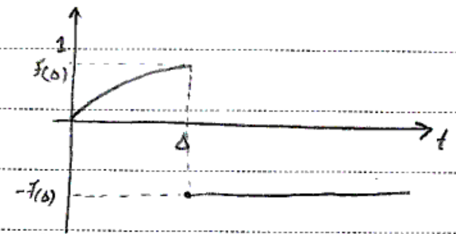
$$\Rightarrow \quad \frac{1}{R}\frac{di_L}{dt} + i_L = f_\Delta(t)$$

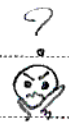
$$\xRightarrow{i>0} R = 1 \quad \Rightarrow \quad i_L = \frac{1}{\Delta}(1-e^{-t}) \qquad \boxed{t<\Delta}$$

برای $t>\Delta$: چون $f_\Delta(t)$ صفر می‌شود منبع جریان باز شده ← جهت جریان سلف عکس می‌شود.

طبق مشخصهٔ مقاومت در جریان منفی مقاومت مقدار صفر دارد یعنی اتصال کوتاه:

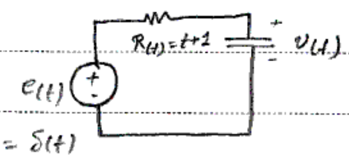






اگر در سر سلف کلید ناگهانی عوض شود (ضربه ایجاد شود) ولتاژش عکس می‌شود

مسئله دوم: پاسخ ضربه مدار به ورودی بالا خروجی $v(t)$ چیست؟



$$\delta(t) = R(t)\frac{dv}{dt} + v(t)$$

$$\Rightarrow \quad \delta(t) = (t+1)\frac{dv}{dt} + v(t)$$

$$\delta(t) = \frac{d}{dt}\left[(t+1)v(t)\right]$$

چون علّی
اولیه نداریم

$$\int_0^t \delta(t)\,dt = \int_0^t \frac{d}{dt}\left[(t+1)v(t)\right] \Rightarrow v(t) = \frac{1}{t+1}u(t)$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

حل با لاپلاس: $1 = sV - v'_{(0)} + \frac{d}{ds}(sV - v_{(0)}) + V$

$1 = sV + 2V$

$\Rightarrow V = \frac{1}{s+2} \Rightarrow v = e^{-2t}$?

چطوری شد؟

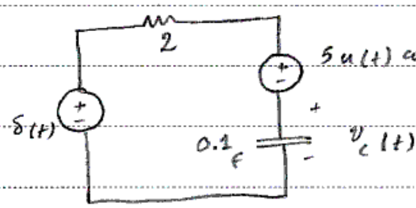
* نکته:

$\int_{0^-}^{0^+} dv_c(t) = v_c(0^+) - v_c(0^-) = A$ → $=0$ → پیوسته ; → $\neq 0$ → جهش

$\int_{0^-}^{0^+} v_c(t)\,dt = 0$

مسئله سوم:

$\Delta v_c(0) = v_c(0^+) - v_c(0^-) = ?$



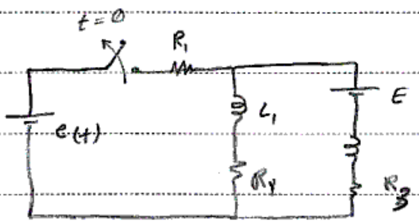
اگر بشکنی معادله دیفرانسیل و انتگرال بگیری در بازه ای که خواسته شده.

KVL: $-\delta(t) + (0.1\frac{dv}{dt})\times 2 + 5u(t)\cos t + v_c(t) = 0$

$\int \Rightarrow -\int_{0^-}^{0^+}\delta(t)\,dt + 0.1\times 2\int_{0^-}^{0^+}\frac{dv}{dt}\,dt + \int_{0^-}^{0^+}\cos t\, u(t)\,dt + \int_{0^-}^{0^+} v_c(t)\,dt = 0$

$\Rightarrow -1 + 0.2(\text{جواب}) = 0 \Rightarrow v_c(0^+) - v(0^-) = 5$

مسئله چهارم:



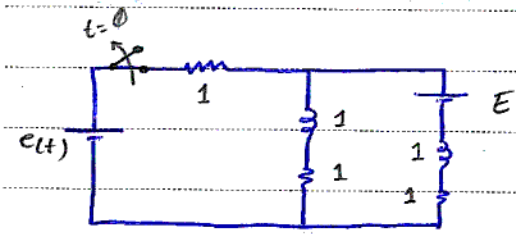
مقدار E را طوری تعیین کنید که هنگام باز شدن کلید جرقه نزند.

شرط جرقه نزدن:

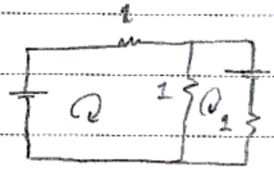
$i_{L_1}(0) = -i_{L_2}(0)$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

با مقادیر معادل



با حالت ⟹ جریان اولیه



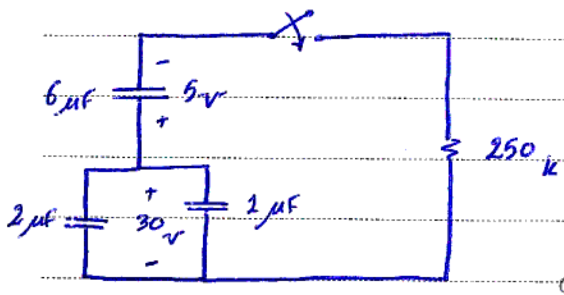
$$\left.\begin{aligned} &2 - I_1 - (I_1 + I_2) = 0 \\ &-i_1 + E + i_2 = 0 \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \begin{cases} i_1 = \dfrac{2+E}{3} \\ i_2 = \dfrac{2-2E}{3} \end{cases}$$

شرایط اولیه مدار

برای آنکه زمانی که کلید باز می‌شود ضربه نداشته باشیم (یعنی در مدار کلید δ (ضربه) ایجاد نشود) باید در دو شاخه KCL برقرار باشد. یعنی $i_1(0) = -i_2(0)$

$$\Longrightarrow \frac{2+E}{3} = \frac{2E-2}{3} \Longrightarrow E = 4_V$$

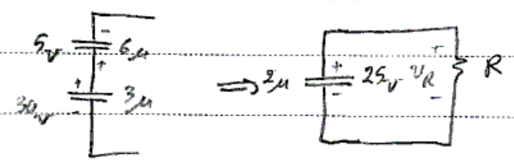
مسئله پنجم:

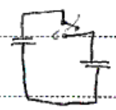


خازن‌ها دارای شرایط اولیه داده شده هستند. در $t=0$ کلید بسته می‌شود چه کسری از انرژی خازن‌ها در مقاومت تلف می‌شود؟

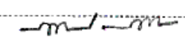
در اینجا نیازی به استفاده از قانون بقای بار نیست چون خازن‌ها موازی هم نمی‌شوند.

مدار معادل با حالت انرژی تلف شده در R





← نقض KVL



← نقض KCL

$$\Longrightarrow v_R = 25\, e^{-2t} \longrightarrow P(t) = \frac{v^2}{R} = 25 \times 10^{-4}\, e^{-4t}$$

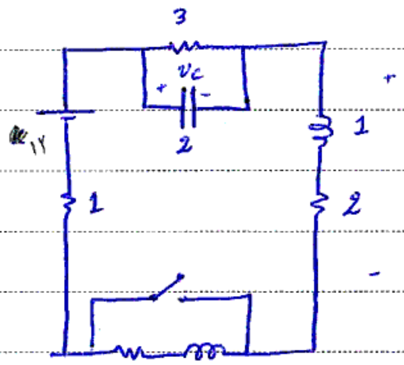
$$W = \int_0^{\infty} P(t)\, dt = \frac{25}{4} \times 10^{-4}\, j \longrightarrow$$ انرژی تلف شده در مقاومت

$$\sum \frac{1}{2} C_i V_i^2 = \frac{57}{4} \times 10^{-4}\, j \Longrightarrow$$ درصد تلف $= \frac{25}{57} = 43.9\%$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

مسئلهٔ ششم: کلید S به مدت طولانی باز بوده و $i_L(0)=1_A$ و $v_C(0)=3_V$ در $t=0$ کلید را می‌بندیم. مطلوب است $\frac{de(0^+)}{dt}$ و $e(0^+)$.



$$12\,u(t) = v_c(t) + e(t) + i_L(t) \qquad \text{I}$$

$$t=0 \Rightarrow 12 = v_c(0^+) + e(0^+) + i_L(0^+)$$

$$e(t) \Rightarrow e(0^+) = 8\,V$$

$$2\frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{3} = i_L \Big|_{t=0} \Rightarrow \frac{dv_c}{dt}\Big|_{t=0} = \text{معلوم}$$

$$e(t) = L\frac{di}{dt} + 2i \Big|_{t=0} \Rightarrow \frac{di}{dt}\Big|_{t=0} = \text{معلوم}$$

$$\text{I} \;)\; \frac{d}{dt} \Rightarrow 0 = \frac{dv_c}{dt} + \frac{de}{dt} + \frac{di}{dt}\Big|_{t=0}$$

$$\frac{de(0^+)}{dt} = -6\ V/s$$