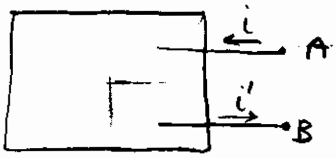
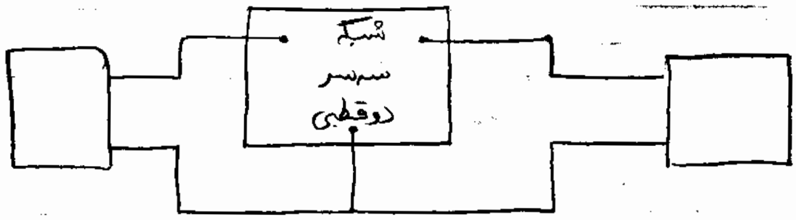
دوقطبی: یادآوری بحث معادل تونن

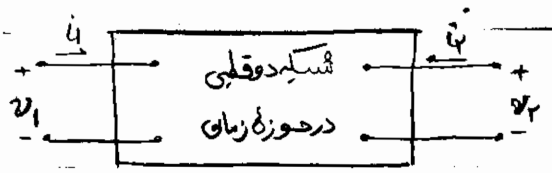


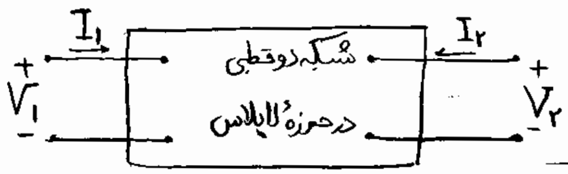
$i = i'$

نکته: شبکهٔ دوقطبی ممکن است از مدار سه سر ناشی شود.



بحث ما در فصل دوقطبی ها روی مداری به شکل زیر است





در تحلیل مدارهای دوقطبی دو متغیر را مستقل و دو متغیر را وابسته در نظر می گیرند.

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}\cdot I_1 + Z_{12}\cdot I_2 \\ V_2 = Z_{21}\cdot I_1 + Z_{22}\cdot I_2 \end{cases}$$

مدل امپدانسی

$$\begin{cases} I_1 = y_{11}\cdot V_1 + y_{12}\cdot V_2 \\ I_2 = y_{21}\cdot V_1 + y_{22}\cdot V_2 \end{cases}$$

مدل ادمیتانسی

به طور کلی به دو مدل بالا، مدل ایمیتانسی گویند.

مدلهای انتقالی:

مدل a:

$$\begin{cases} V_1 = a_{11}\cdot V_2 - a_{12} I_2 \\ I_1 = a_{21}\cdot V_2 - a_{22} I_2 \end{cases}$$

مدل b:

$$\begin{cases} V_2 = b_{11} V_1 - b_{12} I_1 \\ I_2 = b_{21} V_1 - b_{22} I_1 \end{cases}$$

مدلهای هیبرید:

$$\begin{cases} I_1 = g_{11} V_1 + g_{12} I_2 \\ V_2 = g_{21} V_1 + g_{22} I_2 \end{cases}$$

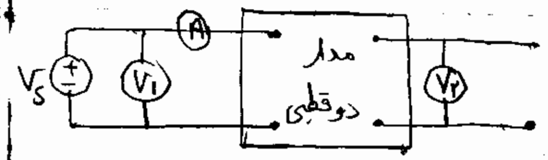
$$\begin{cases} V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2 \\ I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2 \end{cases}$$

نحوهٔ محاسبهٔ ضرائب :

۱- ضرائب مدل امپدانسی

الف : راه آزمایش : برای محاسبهٔ پارامترهای مدل امپدانسی دو آزمایش به شکل زیر لازم است

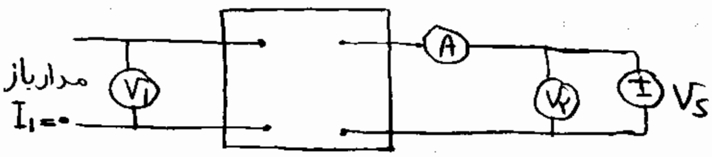
الف ۱ :



مدار باز $I_2 = 0$

$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1}\bigg|_{I_2=0} \quad , \quad Z_{21} = \frac{V_2}{I_1}\bigg|_{I_2=0}$$

الف ۲ :



$$Z_{12} = \frac{V_1}{I_2}\bigg|_{I_1=0} \quad , \quad Z_{22} = \frac{V_2}{I_2}\bigg|_{I_1=0}$$

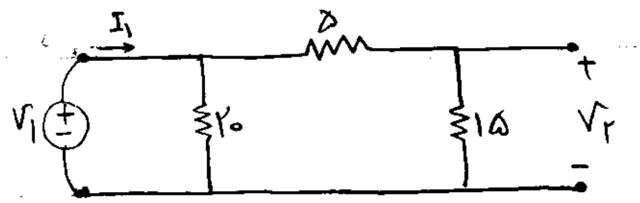
ب : راه محاسبه : با استفاده از روابط بالا می توانیم به جای آزمایش از محاسبه استفاده کنیم :

۲- ضرائب مدل ادمیتانسی

$$Y_{11} = \frac{I_1}{V_1}\bigg|_{V_2=0} \quad , \quad Y_{21} = \frac{I_2}{V_1}\bigg|_{V_2=0}$$

$$Y_{12} = \frac{I_1}{V_2}\bigg|_{V_1=0} \quad , \quad Y_{22} = \frac{I_2}{V_2}\bigg|_{V_1=0}$$

مثال : پارامترهای مدل امپدانسی دوقطبی زیر را محاسبه کنید



$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1}\Big|_{I_2=0} = 10 \quad , \quad Z_{21} = \frac{V_2}{I_1}\Big|_{I_2=0} = 7.5$$

$$Z_{12} = 7.5 \quad , \quad Z_{22} = \frac{15 \times 25}{15+25} = 9.375$$

تبدیل پارامترها به یکدیگر:

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \\ I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \end{cases} \longrightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$\longrightarrow V_1 = \frac{\begin{vmatrix} I_1 & Y_{12} \\ I_2 & Y_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{vmatrix}} = \frac{Y_{22}I_1 - Y_{12}I_2}{\underbrace{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}_{\Delta Y}}$$

$$\longrightarrow \begin{cases} V_1 = \frac{Y_{22}}{\Delta Y} I_1 + \left(\frac{-Y_{12}}{\Delta Y}\right) I_2 \\ V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \end{cases} \longrightarrow Z_{11} = \frac{Y_{22}}{\Delta Y} \quad , \quad Z_{12} = \frac{-Y_{12}}{\Delta Y}$$

مثال ۲: وقتی طرف دوم باز است محاسبات زیر را انجام شده است:

$$V_1 = 150 \cos 4000t \quad , \quad V_2 = 100 \cos(4000t + 15^\circ)$$

$$i_1 = 25 \cos(4000t - 45^\circ) \quad , \quad i_2 = 0$$

حال طرف دوم را اتصال کوتاه کردیم:

$$V_1 = 10 \cos 4000t \quad , \quad V_2 = 0$$

$$i_1 = 1.5 \cos(4000t + 30^\circ) \quad , \quad i_2 = 0.25 (4000t + 15^\circ)$$

در آزمایش $I_2=0$ داریم:

$$\begin{cases} V_1 = 150\angle 0 \\ I_1 = 25\angle -45^\circ \\ V_2 = 100\angle 15 \end{cases}$$

در آزمایش $V_2=0$ داریم:

$$\begin{cases} V_1 = 30\angle 0 \\ I_1 = 1.5\angle 30 \\ I_2 = 0.25\angle 150 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_1 = a_{11}V_2 - a_{12}I_2 \\ I_1 = a_{21}V_2 - a_{22}I_2 \end{cases} \longrightarrow \quad a_{11} = \frac{V_1}{V_2}\Big|_{I_2=0} \quad a_{12} = \frac{-V_1}{I_2}\Big|_{V_2=0} \quad a_{21} = \frac{I_1}{V_2}\Big|_{I_2=0} \quad a_{22} = \frac{-I_1}{I_2}\Big|_{V_2=0}$$

$$\longrightarrow a_{11} = \frac{150\angle 0}{100\angle 15} = 1.5\angle -15 \quad , \quad a_{21} = \frac{25\angle -45^\circ}{100\angle 15} = 0.25\angle -60^\circ$$

$$a_{12} = 120\angle 30 \quad , \quad a_{22} = 6\angle 60^\circ$$

اگر صورت مساله پارامترهای h را خواسته باشد با استفاده از جدول داریم:

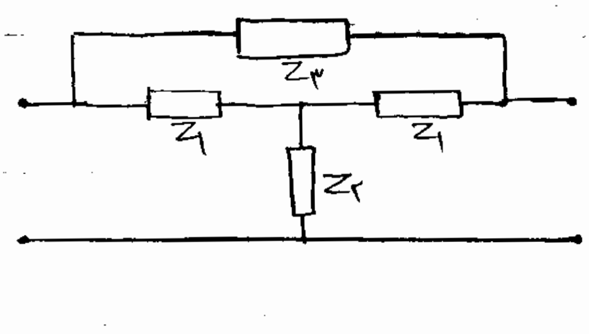
$$h_{11} = \frac{a_{12}}{a_{22}} \quad , \quad h_{12} = \frac{\Delta a}{a_{22}} \quad , \quad h_{21} = \frac{-1}{a_{22}} \quad , \quad h_{22} = \frac{a_{21}}{a_{22}}$$

در مدارهای هم‌پاسخ داریم:

$$\begin{cases} Z_{12} = Z_{21} \\ Y_{12} = Y_{21} \end{cases}$$

$$\begin{cases} h_{12} = -h_{21} \\ g_{12} = -g_{21} \end{cases} \qquad \begin{cases} \Delta a = 1 \\ \Delta b = 1 \end{cases}$$

مدارهای متقارن:



علاوه بر روابط مدارهای هم پاسخ :

$$\begin{cases} z_{11} = z_{22} \\ y_{11} = y_{22} \end{cases}$$

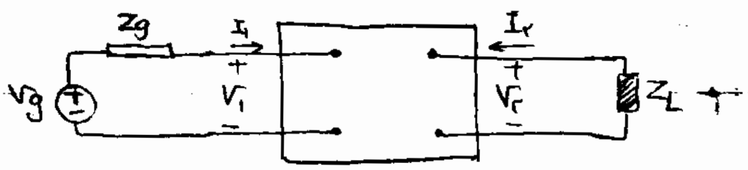
$$\begin{cases} a_{11} = a_{22} \\ b_{11} = b_{22} \end{cases} \qquad \begin{cases} \Delta h = 1 \\ \Delta g = 1 \end{cases}$$

دوقطبی ها ← بخش اول : تعریف و نحوهٔ محاسبهٔ پارامترها و تبدیل آنها به یکدیگر

← بخش دوم : استفاده از پارامترها در مدار ← تحلیل مدارهای واسطهٔ دوقطبی

← اتصال دوقطبی ها.

تحلیل مدارهای واسطهٔ دوقطبی :



$$\begin{cases} V_1 = V_g - Z_g I_1 \\ V_2 = -Z_L \cdot I_2 \end{cases} , \quad \begin{cases} V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \end{cases}$$

براساس این ۴ معادله هر مجهولی قابل محاسبه است. پارامترهایی معمولاً مد نظر هستند:

۱- امپدانس ورودی $\frac{V_1}{I_1}$ ۲- I_2 ۳- بهرهٔ جریان $\frac{I_2}{I_1}$

۴- بهرهٔ ولتاژ $\frac{V_2}{V_1}$ ۵- بهرهٔ ولتاژ $\frac{V_2}{V_g}$ ۶- معادل تونن از دید سرهای دوم

مدل امپدانسی بالا می تواند با هر کدام از مدلهای اشاره شدهٔ دوقطبی : مدل y، مدل h، مدل g

مدل α ، مدل b جایگزین شود.

مثال : محاسبهٔ امپدانس ورودی Z_{in} براساس مدل امپدانسی.

$$\rightarrow -Z_L \cdot I_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \longrightarrow -Z_{21} I_1 = (Z_L + Z_{22}) I_2$$

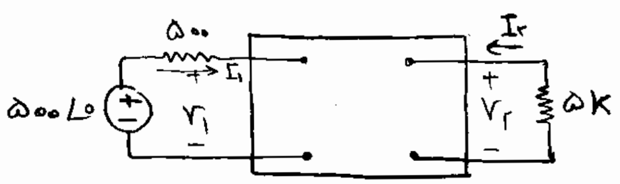
$$\longrightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{-Z_{21}}{Z_L + Z_{22}}$$

$$V_1 = Z_{11} I_1 - \frac{Z_{21} Z_{12} I_1}{Z_L + Z_{22}} \longrightarrow Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = Z_{11} - \frac{Z_{21} Z_{12}}{Z_L + Z_{22}}$$

$$\xrightarrow{\text{به همین ترتیب}} I_2 = \frac{-Z_{21} \cdot V_g}{(Z_{11}+Z_g)(Z_{22}+Z_L) - Z_{12} Z_{21}}$$

$$, \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_{21} Z_L}{Z_{11} Z_L + \Delta Z} \qquad , \quad \Delta Z = Z_{11} Z_{22} - Z_{21} Z_{12}$$

$$\frac{V_2}{V_g} = \frac{Z_{21} Z_L}{(Z_{11}+Z_g)(Z_{22}+Z_L) - Z_{12} Z_{21}} \qquad , \quad \begin{cases} V_t = \dfrac{Z_{21}}{Z_{11}+Z_g} V_g \\ Z_t = Z_{22} - \dfrac{Z_{12} Z_{21}}{Z_{11}+Z_g} \end{cases}$$



مثال : $b_{11} = -20 \qquad b_{12} = -3000$

$b_{21} = -0.002 \qquad b_{22} = -0.2$

الف - محاسبهٔ V_2 ب - توان مصرفی در بار 5K ج - به جای بار چه امپدانسی بگذاریم تا حداکثر توان منتقل شود

$$\longrightarrow \begin{cases} V_1 = 500\angle 0 - 500 I_1 \\ V_2 = -5000 I_2 \end{cases} , \quad \begin{cases} V_2 = -20 V_1 + 3000 I_1 \\ I_2 = -0.002 V_1 + 0.2 I_1 \end{cases}$$

$$\longrightarrow \frac{V_2}{V_g} = \frac{\Delta b \cdot Z_L}{b_{12} + b_{11} Z_g + b_{22} Z_L + b_{21} Z_g Z_L}$$

$$\Delta b = b_{11} b_{22} - b_{21} \cdot b_{12} = -2$$

$$\longrightarrow \frac{V_2}{V_g} = \frac{10}{19}$$

$$\longrightarrow V_2 = \frac{10}{19} \times 500\angle 0 = 263{,}16$$

$$\text{توان تحویلی به } 5^{K\Omega} = \frac{|۲۴۳,۱۶|^{۲}}{۲\times ۵۰۰۰} = ۶,۹۳ \quad \text{وات}$$

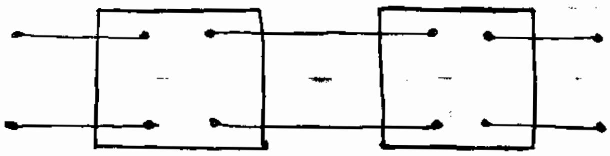
$$Z_t = \frac{b_{11}Z_g + b_{12}}{b_{21}Z_g + b_{22}} = ۱۰۸۳۳,۳۳$$

$$Z_L \ (\text{برای انتقال بیشترین توان}) = ۱۰۸۳۳,۳۳$$

اتصال دوقطبی‌ها :

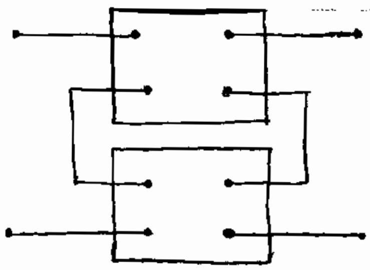
الف : اتصال زنجیره‌ای

(پارامتر a)



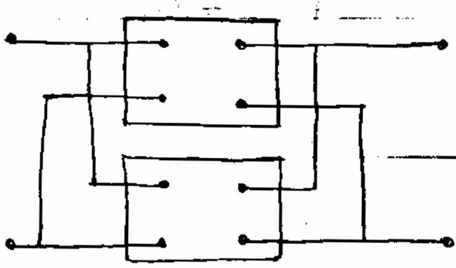
ب : اتصال متوالی

(پارامتر z)



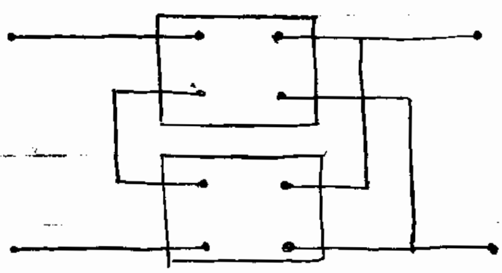
ج : اتصال موازی :

(پارامتر y)



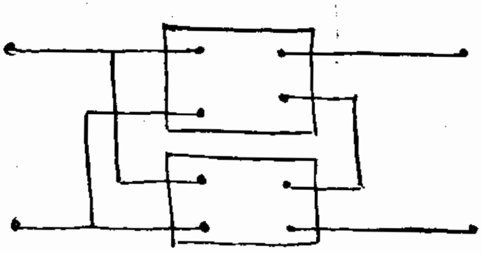
د : اتصال متوالی-موازی

(پارامتر h)



ه : اتصال موازی-متوالی

(پارامتر g)



مدل زنجیره‌ای :

$$\begin{cases} V'_1 = a'_{11} V'_2 - a'_{12} I'_2 \\ I'_1 = a'_{21} V'_2 - a'_{22} I'_2 \end{cases} , \quad \begin{cases} V''_1 = a''_{11} V''_2 - a''_{12} I''_2 \\ I''_1 = a''_{21} V''_2 - a''_{22} I''_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_1 = a_{11} V_2 - a_{12} I_2 \\ I_1 = a_{21} V_2 - a_{22} I_2 \end{cases} , \quad \begin{matrix} V_1 = V'_1 \\ I_1 = I'_1 \end{matrix} , \quad \begin{matrix} V_2 = V''_2 \\ I_2 = I''_2 \end{matrix} , \quad \begin{matrix} V'_2 = V''_1 \\ I'_2 = -I''_1 \end{matrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a'_{11} & -a'_{12} \\ a'_{21} & -a'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V'_2 \\ I'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a'_{11} & a'_{12} \\ a'_{21} & a'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V'_2 \\ -I'_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a'_{11} & a'_{12} \\ a'_{21} & a'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a''_{11} & -a''_{12} \\ a''_{21} & -a''_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V''_2 \\ I''_2 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overbrace{a'_{11} a''_{11} + a'_{12} a''_{21}}^{a_{11}} & \overbrace{-(a'_{11} a''_{12} + a'_{12} a''_{22})}^{a_{12}} \\ \underbrace{a'_{21} a''_{11} + a'_{22} a''_{21}}_{a_{21}} & \underbrace{-(a'_{21} a''_{12} + a'_{22} a''_{22})}_{a_{22}} \end{bmatrix}$$

اتصال متوالی :

$$\begin{bmatrix} V'_1 \\ V'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_{11} & Z'_{12} \\ Z'_{21} & Z'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I'_1 \\ I'_2 \end{bmatrix} , \quad \begin{bmatrix} V''_1 \\ V''_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z''_{11} & Z''_{12} \\ Z''_{21} & Z''_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I''_1 \\ I''_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V'_1 + V''_1 \\ V'_2 + V''_2 \end{bmatrix} , \quad \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I'_1 \\ I'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I''_1 \\ I''_2 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_{11} + Z''_{11} & Z'_{12} + Z''_{12} \\ Z'_{21} + Z''_{21} & Z'_{22} + Z''_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

اتصال موازی :

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y'_{11} + Y''_{11} & Y'_{12} + Y''_{12} \\ Y'_{21} + Y''_{21} & Y'_{22} + Y''_{22} \end{bmatrix}$$

تمرین: با رابطه‌ها، اتصال موازی متوالی و متوالی موازی را محاسبه کنید.

دوقطبی معادل

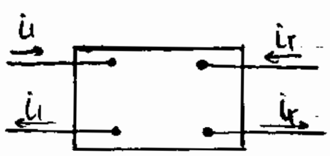
نکته مهم: در اتصال دوقطبی ها در هرکدام از حالتهای فوق باید مواظب باشیم که رابطهٔ دوقطبی های استفاده شده بهم نخورد.

دوقطبی (ادامهٔ بحث):

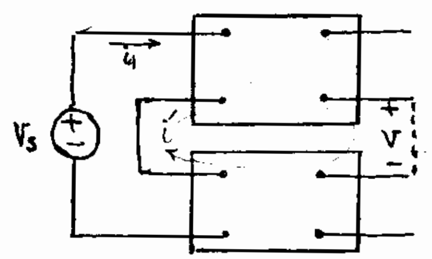
مطالب باقیمانده ۱- شرط اتصال دوقطبی‌ها ۲- معادلات دوقطبی‌ها وقتی در داخل منبع مستقل داریم ۳- مدارهای معادل ۴- دوقطبی غیرخطی.

۱- شرط اتصال دوقطبی‌ها: درصورتی می‌توانیم دو دوقطبی را به شکل (متوالی - موازی - متوالی، موازی - موازی، متوالی) متصل کنیم که هرکدام از دوقطبی‌ها، دوقطبی باقی بماند.

یادآوری:



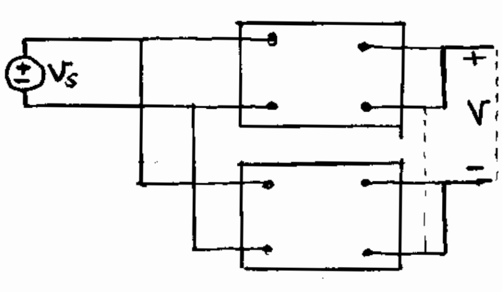
مثال:



$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1}\Big|_{I_2=0}$$

اگر $V \neq 0$ باشد دوقطبی‌های بالا قابل اتصال به صورت متوالی و موازی متوالی نیستند

مثال:



$$Y_{11} = \frac{I_1}{V_1}\Big|_{V_2=0}$$

۳- اگر $V \neq 0$ باشد قطب دوم را نمی توانیم به شکل موازی وصل کنیم.

۲- اگر در دوقطبی منبع مستقل داشته باشیم:

درحالت قبل (وقتی منبع مستقل نداشتیم):

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \end{cases}$$

$$, \quad Z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0} \quad , \quad \dots$$

ولی وقتی منبع مستقل داشته باشیم مدل امپدانسی به شکل زیر در می آید:

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 + V_{1oc} \\ V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 + V_{2oc} \end{cases} \quad , \quad V_{1oc} = V_1 \Big|_{\substack{I_1=0 \\ I_2=0}} \quad , \quad V_{2oc} = V_2 \Big|_{\substack{I_1=0 \\ I_2=0}}$$

$$, \quad Z_{11} = \left.\frac{V_1 - V_{1oc}}{I_1}\right|_{I_2=0} \quad \text{یا} \quad Z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0}$$

تمام منابع داخلی غیر فعال هستند.

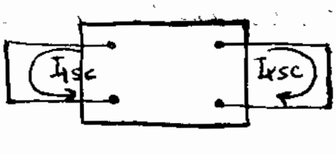
مدل ادمیتانسی

الف: وقتی منبع مستقل درون دوقطبی نداریم:

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 \\ I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 \end{cases}$$

ب: وقتی منبع مستقل درون دوقطبی داشته باشیم:

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 - I_{1sc} \\ I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 - I_{2sc} \end{cases} \quad , \quad I_{1sc} = I_1 \Big|_{\substack{V_1=0 \\ V_2=0}} \quad , \quad I_{2sc} = I_2 \Big|_{\substack{V_1=0 \\ V_2=0}}$$



$$, \quad Y_{11} = \left.\frac{I_1 + I_{1sc}}{V_1}\right|_{V_2=0} \quad \text{یا} \quad Y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0}$$

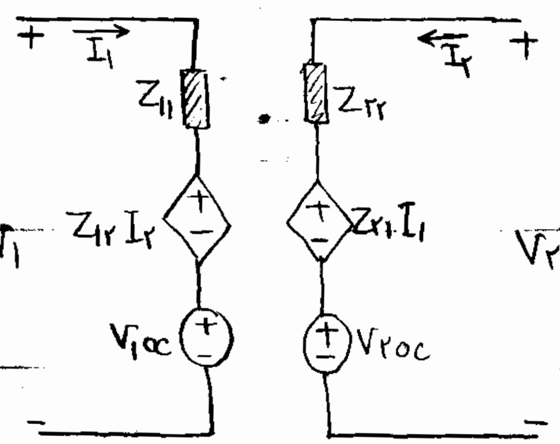
و تمام منابع داخلی غیرفعال هستند.

تمرین: روابط مابقی پارامترهای مدل امپدانسی را و ادمیتانسی را و همچنین کلیه پارامترهای مدل‌های h و g و a, b را وقتی منبع مستقل داریم را بنویسید.

۳- مدار معادل برای مدلهای مختلف:

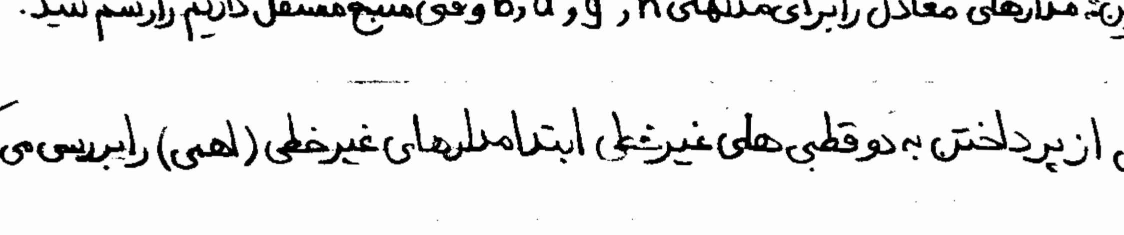
مثال۱:

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 + V_{1oc} \\ V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 + V_{2oc} \end{cases}$$



مثال۲:

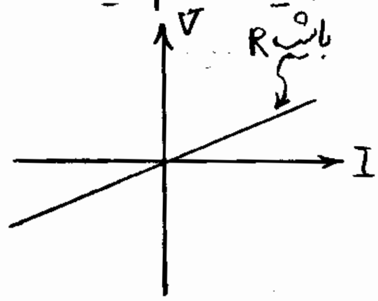
$$\begin{cases} I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 + I_{1sc} \\ I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 + I_{2sc} \end{cases}$$



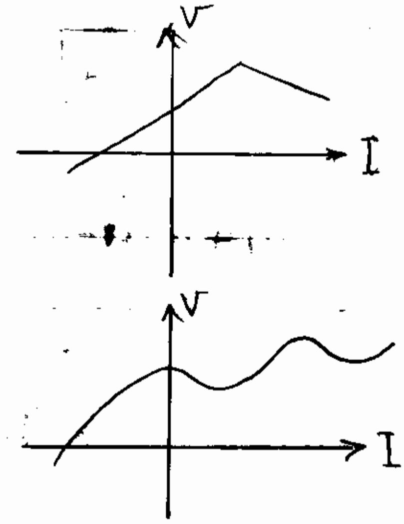
تمرین: مدارهای معادل را برای مدلهای h و g و a, b وقتی منبع مستقل داریم را رسم کنید.

قبل از پرداختن به دوقطبی‌های غیرخطی ابتدا مدارهای غیرخطی (اهمی) را بررسی می‌کنیم.

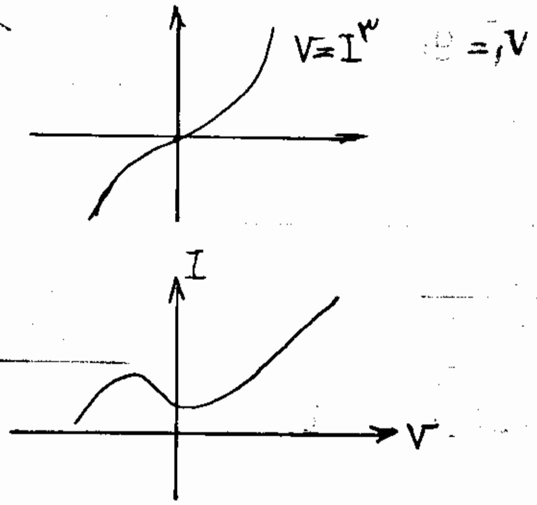
مقاومت خطی: در مقاومت خطی رابطه ولتاژ و جریان به فرم زیر است: $V = R \cdot i$



چند مثال از مقاومت غیرخطی:

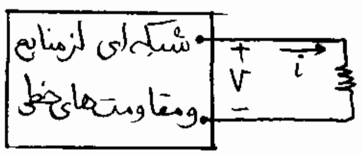


مقاومت غیرخطی کنترل شده با جریان



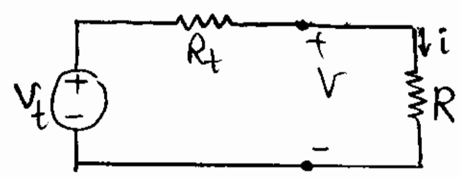
مقاومت غیرخطی کنترل شده با ولتاژ

اگر فقط یک عنصر غیرخطی داشته باشیم:



$V=g(i)$

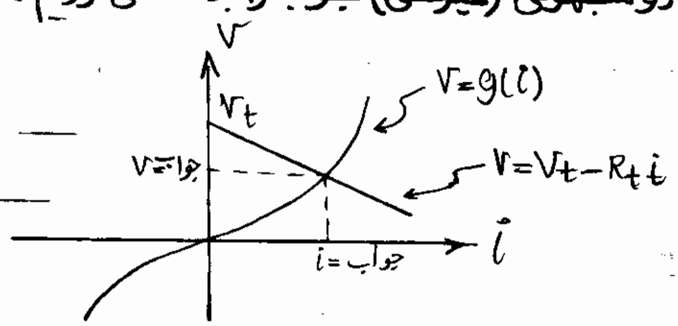
روش کار: ابتدا معادل تونن را از دو سر مقاومت غیرخطی محاسبه می‌کنیم.



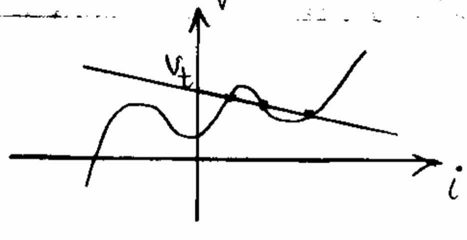
$$\begin{cases} V = V_t - R_t i \\ V = g(i) \end{cases}$$

وسپس با حل دستگاه دو معادله دو مجهولی (غیرخطی) جواب را بدست می‌آوریم:

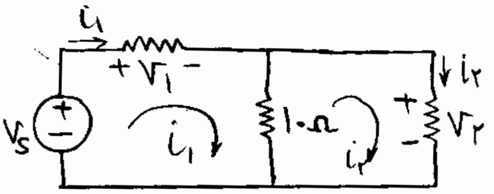
روش کار از طریق ترسیم:



نکته: ممکن است در این حالت به چند جواب برسیم



اگر در مدار چند عنصر غیرخطی داشته باشیم:



$$V_1 = g_1(i_1)$$
$$V_2 = g_2(i_2)$$

$$\begin{cases} V_s = g_1(i_1) + 10(i_1 - i_2) \\ 0 = 10(i_2 - i_1) + g_2(i_2) \end{cases}$$

در این حالت با نوشتن معادلات (KVL و یا KCL) به یک دستگاه معادلات غیرخطی می‌رسیم که این دستگاه معادلات از روش عددی (کامپیوتر) قابل حل هستند.

روش نیوتن-رافسن برای حل یک دستگاه n معادله n مجهولی غیرخطی:

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \end{cases} \qquad \underline{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} f_1(\underline{X}) \\ f_2(\underline{X}) \\ \vdots \\ f_n(\underline{X}) \end{bmatrix}$$

الگوریتم:

۰- ابتدا یک حدس اولیه می‌زنیم $\underline{X}^0$

۱- در تکرار k ام داریم: $F^k = F(\underline{X}^{k-1})$

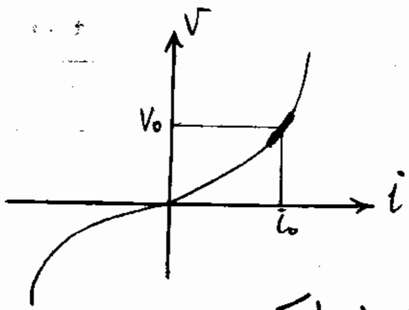
۲- ماتریس ژاکوبین را به شکل زیر محاسبه می‌کنیم:

$$J^k = \left.\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & & & \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \cdots & & \end{bmatrix}\right|_{\underline{X} = \underline{X}^{k-1}}$$

۳- $\underline{X}^k = \underline{X}^{k-1} - (J_k)^{-1} F_k$

۴- اگر $\varepsilon > \| X^k - X^{k-1} \|$ توقف می‌کنیم در غیر این صورت به ۱ برمی‌گردیم.

خطی کردن:



فرضیات لازم برای اینکه بتوانیم رابطه‌ای غیرخطی را خطی کنیم:

۱- مدار عموماً حول یک نقطهٔ خاص (نقطهٔ کار) کار می‌کند.

۲- تغییرات حول نقطهٔ کار کم است یا: $|i_1 - i_0|$ کوچک است.

$V = g(i)$, $V_0 = g(i_0)$

$$\longrightarrow \quad V = g(i_0) + (i - i_0)\frac{dg}{di}\Big|_{i=i_0} + \underbrace{\cancel{(i-i_0)^2 \frac{d^2 g}{di^2}\Big|_{i=i_0} + \cdots}}_{\text{برای تغییرات کوچک، صرف‌نظر می‌کنیم}}$$

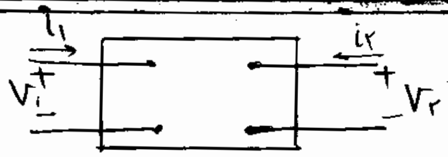
$$\longrightarrow \quad \underbrace{V - V_0}_{\Delta V} = \underbrace{(i - i_0)}_{\Delta i} . R \quad , \quad R = \frac{dg}{di}\Big|_{i=i_0}$$

$$\longrightarrow \quad \Delta V = R . \Delta i$$

مثال: مقاومت غیرخطی مقابل را با یک مقاومت خطی حول نقطهٔ $i_0 = 0$ خطی کنید. $V = \sin(i)$

$\Delta V = R \Delta i \longrightarrow R = \cos i \big|_{i=0} = 1 \longrightarrow$ 1Ω

دوقطبی غیرخطی :



$$\begin{cases} V_1 = f_1(i_1 , i_2) \\ V_2 = f_2(i_1 , i_2) \end{cases}$$

مثال
$$\begin{cases} V_1 = i_1^2 + e^{i_2} \\ V_2 = i_1^3 + i_2 \end{cases}$$

عموماً در تحلیل مدارهایی که شامل دوقطبی غیرخطی هستند از تکنیک خطی‌سازی استفاده می‌شود.

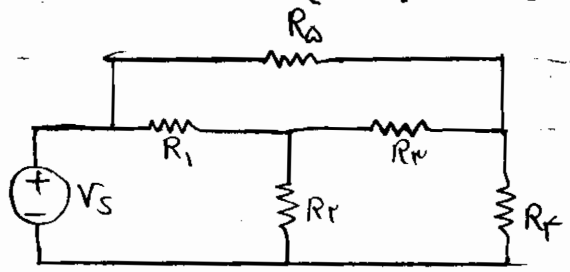
$$\begin{cases} \Delta V_1 = Z_{11} \Delta i_1 + Z_{12} \Delta i_2 \\ \Delta V_2 = Z_{21} \Delta i_1 + Z_{22} \Delta i_2 \end{cases} , \quad Z_{11} = \frac{\partial f_1}{\partial i_1}\Big|_{i_1 = i_{10}}$$

$$Z_{12} = \frac{\partial f_1}{\partial i_2}\Big|_{i_2 = i_{20}}$$

$$Z_{21} = \frac{\partial f_2}{\partial i_1}\Big|_{i_2 = i_{10}}$$

$$Z_{22} = \frac{\partial f_2}{\partial i_2}\Big|_{i_1 = i_{20}}$$

چند قضیه در مورد مدارهای صرفاً اهمی (فصل ۱۸ کتاب چیه‌دار):



$R_i > 0$

توان کل مصرفی مدار
$$P_t = \sum_{k=1}^{b} R_k \cdot j_k^2 = [j_1 \ j_2 \ \cdots \ j_b] \begin{bmatrix} R_1 & & & \\ & R_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & R_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_1 \\ j_2 \\ \vdots \\ j_b \end{bmatrix}$$

$$= \underline{J}^T \cdot R_b \cdot \underline{J}$$

قضیه: توان کل مصرفی در یک مدار صرفاً اهمی پسیو:

$$P_t = \underline{I}^T . R . \underline{I} \quad , \quad \underline{I} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_l \end{bmatrix} , \quad R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots \\ R_{21} & \ddots & \\ & & R_{ll} \end{bmatrix}$$

، R_{ii} : جمع مقاومتهای حلقهٔ iام R_{ij} : ± مقاومتهای مشترک حلقهٔ iام و jام

قضیه ۲ : اگر $P_t = I^T R I$ را نسبت به I حداقل کنیم مقدار I که P_t را حداقل می‌کند همان جواب مسئله است.

قضیه ۳ : اگر مداری شامل مقاومت داشته باشیم که فقط با منبع ولتاژ V_s تغذیه شوند حال اگر ولتاژی را به دلخواه بین دو گره انتخاب کنیم در آن صورت : $|V| \leqslant |V_s|$

قضیه ۴ : اگر مداری شامل مقاومت داشته باشیم که فقط با منبع جریان i_s تغذیه می‌شود حال اگر جریان شاخهٔ kام را J_k بنامیم $|J_k| \leqslant |i_s|$

آنالیز حساسیت در مدارهای الکتریکی :

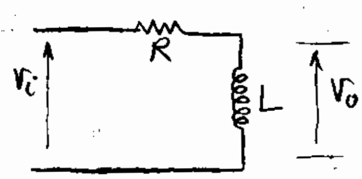
در مدارهای الکتریکی مثل بسیاری از سیستم‌های دیگر تغییراتی در پارامترها وجود دارد :

عامل تغییرات : ۱- خطای ساخت در تولید ۲- شرایط محیطی ۳- کارکرد

آنالیز حساسیت : تابع تبدیل یک سیستم چه مقدار نسبت به تغییرات یک پارامتر خاص (K) حساس است؟

$$S_K^G = ?$$

مثال :



$$G(s) = \frac{LS}{R+LS}$$

$$S_R^G = ?$$