تبدیل لاپلاس وکاربرد آن در تحلیل مدارهای الکتریکی :

تبدیل لاپلاس : اگر $f(t)$ یک تابع پیوستهٔ قطعه‌ای در فاصلهٔ صفر تا بینهایت باشد، (فرض بر این است که $f(t)$ قبل از صفر، صفر است) و از مرتبهٔ نمایی باشد در آن صورت تبدیل لاپلاس آن به فرم زیر قابل محاسبه است

$$F(s) \triangleq \int_0^\infty f(t)\, e^{-st}\, dt$$

تابع $f(t)$ را از مرتبهٔ نمایی نامند درصورتی که یک مقدار مثبت $\sigma > 0$ وجود داشته باشد به طوری که

$$\lim_{t\to\infty} |f(t)| e^{-\sigma t} = 0$$

نکته ۱ : این شرط ، شرط کافی است .

نکته ۲ : این شرط بسیار ضعیف‌تر از شرط دیریکله در تبدیل فوریه است .

مثال : تابع $f(t) = e^{4t}$ شرط دیریکله را ندارد ولی شرط داشتن تبدیل لاپلاس را دارد. مثلاً

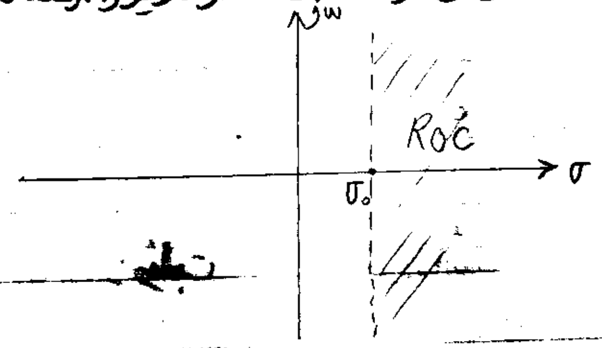
به ازای $\sigma = 5$:
$$\lim_{t\to\infty} e^{4t} \cdot e^{-5t} = 0$$

نتیجه : تعداد زیادی از توابع هستند که برای آنها نمی‌توان تبدیل فوریه تعریف کرد ولی تبدیل لاپلاس دارند. به همین دلیل تبدیل لاپلاس ابزاری قویتر در تحلیل مسائل مهندسی از جمله حل مدارهای الکتریکی است. دلیل دیگر این است که تبدیل لاپلاس در تحلیل مسائلی که شرط اولیه دارند کارا است درصورتی که تبدیل فوریه چنین قدرتی ندارد .

ناحیهٔ همگرائی [ROC] Region of Convergence :

اگر σ_0 کوچکترین مقداری باشد که به ازاء آن شرط $\lim_{t\to\infty} |f(t)|\, e^{-\sigma_0 t}$ برقرار باشد در آن صورت ناحیه‌ای در صفحهٔ s که شرط زیر را ارضاء کند ناحیه همگرائی نامند :

$$Re\{s\} > \sigma_0$$



نکته: ناحیهٔ ROC درحین محاسبهٔ انتگرال لاپلاس تعیین می‌شود.

مثال:

$$f(t) = e^{-2t}$$

$$F(S) = \int_0^{\infty} f(t)\, e^{-st} dt = \int_0^{\infty} e^{-2t} . e^{-st} dt = \int_0^{\infty} e^{-(s+2)t} dt = \frac{1}{-(2+S)} e^{-(2+S)} \Big|_0^{+\infty}$$

$$= \frac{1}{-(2+S)} e^{-[(2+\sigma)+j\omega]t} \Big|_0^{+\infty} = \frac{1}{-(2+S)} e^{-(2+\sigma)t} . e^{-j\omega t} \Big|_0^{+\infty} = \frac{1}{2+S}$$

به شرط اینکه $\sigma+2>0$ یا $Re\{s\} > -2$.

مثال۲:

$$f(t) = 1$$

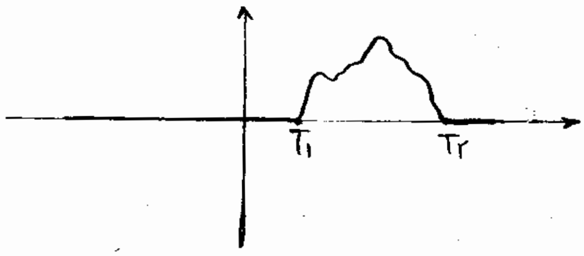
$$F(S) = \int_0^{\infty} e^{-st} dt = \frac{-1}{s} e^{-st} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{s}$$

به شرط اینکه $Re\{s\} > 0$

چند نکته:

۱ـ ROC همیشه به صورت نوارهای موازی محور $j\omega$ است.

۲- اگر تابع محدود باشد ، ROC آن به صورت تمام صفحهٔ s است.



۳- ناحیهٔ همگرایی تابع ضربه کل صفحهٔ s است.

$$f(t) = \delta(t)$$

$$F(s) = \int_{0}^{+\infty} \delta(t) e^{-st} dt = 1$$

جدول تبدیل لاپلاس:

$f(t)$	$F(s)$	ROC
$\delta(t)$	1	تمام صفحهٔ s
1	$\frac{1}{s}$	$Re\{s\}>0$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	〃
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$	$Re\{s\}>-a$
$t^n e^{-at}$	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$	〃
$\sin\omega_0 t$	$\frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}$	$Re\{s\}>0$
$\cos\omega_0 t$	$\frac{s}{s^2+\omega_0^2}$	〃
$e^{-at}\sin\omega_0 t$	$\frac{\omega_0}{(s+a)^2+\omega_0^2}$	$Re\{s\}>-a$
$e^{-at}\cos\omega_0 t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega_0^2}$	〃
$e^{-at}\left[a_1\cos\omega_0 t + \frac{a_0 - a a_1}{\omega_0}\sin\omega_0 t\right]$	$\frac{a_1 s + a_0}{(s+a)^2+\omega_0^2}$	〃

خواص تبدیل لاپلاس:

$f(t)$	$F(s)$
$f_1(t)$	$F_1(s)$
$f_2(t)$	$F_2(s)$
$f(t)=af_1(t)+bf_2(t)$	$F(s)=aF_1(s)+bF_2(s)$
$f(t-a).u(t-a)$	$e^{-as}F(s)$
$e^{-at}.f(t)$	$F(s+a)$
$f(at)$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}F(\frac{s}{a})$
$\frac{df(t)}{dt}$	$sF(s)-f(0)$
$\int_0^t f(\tau)d\tau$	$\frac{1}{s}F(s)$
$-tf(t)$	$dF(s)/ds$
$f(t)/t$	$\int_s^\infty F(u)du$
$d^nf(t)/dt^n$	$s^nF(s)-s^{n-1}f(0)-s^{n-2}f'(0)-\cdots-f^{(n-1)}(0)$
$\iint\overset{n\text{ بار}}{\cdots}\int f(\tau)d\tau$	$F(s)/s^n$
$\lim\limits_{t\to+\infty} f(t)$	$\lim\limits_{s\to 0} sF(s)$
$\lim\limits_{t\to 0^+} f(t)$	$\lim\limits_{s\to\infty} sF(s)$

$$\int_{-\infty}^{t} f(t)dt \longleftrightarrow \frac{F(s)}{s}+\frac{f^{-1}(0)}{s}\ ,\quad f^{-1}(0)=\int_{-\infty}^{0} f(t)dt$$

مثال برای قضیهٔ مقدار اولیه و مقدار نهایی:

$$f(t)=e^{-at}\cos\omega_0 t$$

$$f(0^+)=1 \qquad , \qquad F(s)=\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega_0^2}$$

$$f(\infty)=0$$

$$f(0^+)=\lim_{s\to\infty} sF(s)=\lim_{s\to\infty}\frac{s(s+a)}{(s+a)^2+\omega_0^2}=1$$

$$f(\infty)=\lim_{s\to 0} sF(s)=\lim_{s\to 0}\frac{s(s+a)}{(s+a)^2+\omega_0^2}=0$$

عکس تبدیل لاپلاس:

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty}F(s)e^{st}ds$$

$F(S)$ عموماً کسری گویا از s است.

$$F(S)=\frac{b_0+b_1s+b_2s^2+\cdots+b_ms^m}{a_0+a_1s+a_2s^2+\cdots+a_Ns^N}$$

راه کوتاه‌تر این است که کسر را تجزیه کنیم و از جدول استفاده کنیم. اولین قدم در راه تجزیه کسر محاسبهٔ ریشه‌های مخرج است.

حالت الف: ریشه‌ها حقیقی و مجزا هستند.

$$F(S)=\frac{b_0+b_1s+\cdots+b_ms^m}{(S+\alpha_1)(S+\alpha_2)\cdots(S+\alpha_N)}$$

$$\longrightarrow F(S)=\frac{A_1}{S+\alpha_1}+\frac{A_2}{S+\alpha_2}+\cdots+\frac{A_N}{S+\alpha_N}$$

$$,\quad f(t)=A_1e^{-\alpha_1t}+A_2e^{-\alpha_2t}+\cdots+A_Ne^{-\alpha_Nt}$$

$$,\quad A_i=(S+\alpha_i)F(S)\Big|_{S=-\alpha_i}$$ یا $$A_i=\frac{b_0+b_1s+\cdots+b_ms^m}{\frac{d}{ds}\left[a_0+a_1s+\cdots+a_Ns^N\right]}\Bigg|_{s=-\alpha_i}$$

حالت ب: ریشهٔ مزدوج داشته باشیم

$$F(s)=\frac{(S-1)(S+2)}{(S+3)(S^2+2S+2)}\quad,\quad S_{1,2}=-1\pm j$$

$$\longrightarrow F(S)=\frac{A_1}{S+3}+\frac{A_2}{S+1+j}+\frac{A_3}{S+1-j}$$

$$A_1=\frac{(S-1)(S+2)}{S^2+2S+2}\Bigg|_{S=-3}=0.8$$

$$A_2=\frac{(S-1)(S+2)}{(S+3)(S+1-j)}\Bigg|_{S=-1-j}=\frac{\sqrt{2}}{2}\angle 82^\circ$$

$$A_3=\qquad\qquad=\frac{\sqrt{2}}{2}\angle -82^\circ$$

$$\longrightarrow f(t) = 0.8\,e^{-3t} + \underbrace{\frac{\sqrt{2}}{2}\,e^{j82^\circ}}_{A_2} \cdot e^{-\overbrace{(1+j)}^{\alpha_2}t} + \underbrace{\frac{\sqrt{2}}{2}\,e^{-j82^\circ}}_{A_3} \cdot e^{-\overbrace{(1-j)}^{\alpha_3}t}$$

$$= 0.8e^{-3t} + \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-t}\Big[\underbrace{e^{-j(t-82^\circ)} + e^{+j(t-82^\circ)}}_{2\cos(t-82^\circ)}\Big]$$

$$= 0.8\,e^{-3t} + \sqrt{2}\cos(t-82^\circ)\,e^{-t}$$

راه دوم:

$$F(s) = \frac{0.8}{s+3} + \frac{\frac{1}{5}s - \frac{6}{5}}{s^2+2s+2} = \frac{0.8}{s+3} + \frac{\frac{1}{5}s - \frac{6}{5}}{(s+1)^2+1} \qquad \begin{matrix} \omega_0 = 1 \\ a = 1 \\ a_0 = -\frac{6}{5} \\ a_1 = \frac{1}{5} \end{matrix}$$

$$= 0.8e^{-3t} + \frac{1}{5}e^{-t}\left[\cos t - 7\sin t\right]$$

حالت ج : ریشهٔ تکراری داشته باشیم:

$$F(s) = \frac{1}{s^3(s+1)}$$

$$F(s) = \frac{A_1}{s+\alpha_1} + \frac{A_2}{(s+\alpha_1)^2} + \dots + \frac{A_p}{(s+\alpha_1)^p} + \frac{A_{p+1}}{s+\alpha_2} + \dots$$

درمحاسبهٔ ریشه‌های غیرتکراری مثل حالت الف عمل می‌کنیم.

$$A_i\ (1 \leq i \leq p) = \frac{1}{(p-i)!} \cdot \frac{d^{p-i}}{ds^{p-i}} (s+\alpha_1)^p F(s)\Big|_{s=-\alpha_i}$$

درمثال بالا:

$$F(s) = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s^2} + \frac{A_3}{s^3} + \frac{A_4}{s+1}$$

$$A_4 = \frac{1}{s^3}\Big|_{s=-1} = -1$$

$$A_3 = \frac{1}{s+1}\Big|_{s=0} = 1$$

$$A_2 = \frac{1}{(3-2)!}\frac{d}{ds}\left[\frac{1}{s+1}\right]\Big|_{s=0} = \frac{-1}{(s+1)^2}\Big|_{s=0} = -1$$

$$A_1 = \frac{1}{(3-1)!}\frac{d^2}{ds^2}\left[\frac{1}{s+1}\right]\Big|_{s=0} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{(s+1)^3} = 1$$

کاربرد تبدیل لاپلاس در تحلیل مدارهای الکتریکی :

تحلیل مدارهای الکتریکی $\longrightarrow$ حل معادلهٔ دیفرانسیل . تبدیل لاپلاس ابزار خوبی است در حل معادلات دیفرانسیل و درنتیجه تحلیل مدارهای الکتریکی.

درمقایسه تبدیل لاپلاس (یک طرفه) و تبدیل فوریه در تحلیل مدارهای الکتریکی

۱- تبدیل لاپلاس توابع زیادی را شامل می شود.

۲- تبدیل لاپلاس به خوبی از حل مسائل با شرایط اولیه برمی آید.

۳- تحلیل مدارها $\longrightarrow$ حالتی که منبع از $\infty-$ تعریف شده است.

$\swarrow$ حالتی که منبع از صفر به بعد تعریف شده است.

الگوریتم کار :

الف - روش کلی :

۱- معادلات دیفرانسیل مربوط به مدار را می نویسیم. (KVL , KCL) .

۲- از طرفین معادلات تبدیل لاپلاس می گیریم.

$$\left.\begin{matrix} i(t) \\ v(t) \end{matrix}\right\} f(t) \longleftrightarrow F(s)$$

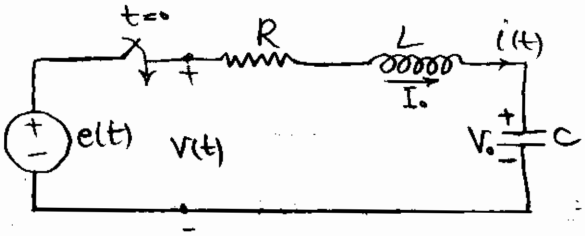
$$\frac{df(t)}{dt} \longleftrightarrow SF(s) - f(0)$$

$$\int_{-\infty}^{t} f(t)dt \longleftrightarrow \frac{F(s)}{s} + \frac{f^{-1}(0)}{s} \quad , \quad f^{-1}(0) = \int_{-\infty}^{0} f(t)dt$$

۳ـ متغیر دلخواه را در حوزهٔ لاپلاس محاسبه می‌کنیم.

۴ـ عکس تبدیل لاپلاس را می‌گیریم.

مثال:



$$V(t) = e(t) \cdot u(t)$$

$$V(t) = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)\,dt$$

$$V(S) = R\,I(s) + L\left[s\,I(s) - I_0\right] + \frac{1}{CS}I(s) + \frac{V_0}{S}$$

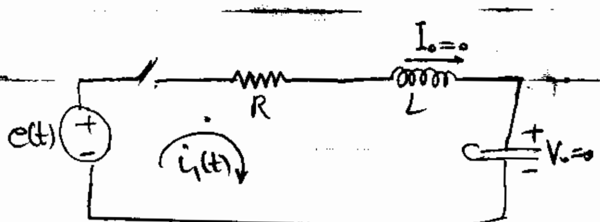
$$\longrightarrow I(s) = \overbrace{\frac{V(s)}{R + LS + \frac{1}{CS}}}^{\text{پاسخ حالت صفر}} + \overbrace{\frac{LI_0 - \frac{V_0}{S}}{R + LS + \frac{1}{CS}}}^{\text{پاسخ ورودی صفر}}$$

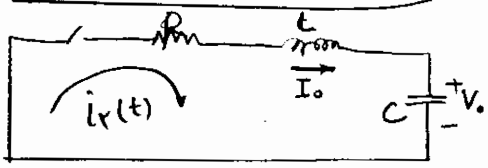
نکتهٔ مهم: تبدیل لاپلاس مسئله جواب خصوصی و جواب همگن را یکباره بالهم می‌دهد.

در حل معادلات دیفرانسیل در حوزهٔ زمان:
۱ـ جواب خصوصی
۲ـ جواب همگن
۳ـ پیدا کردن ضرائب با استفاده از شرایط اولیه.

تبدیل لاپلاس همهٔ این مراحل را در دل خود دارد.

در مثال قبل





$$i(t) = i_1(t) + i_2(t)$$

پاسخ حالت صفر به ازاء ورودی

پاسخ ورودی صفر به ازاء شرایط اولیه

ـ درمثال قبل اگر: $R=6\,\Omega$, $L=1\ H$, $C=0.04\ F$, $e(t)=4\ v$

$V_0=1\ v$, $I_0=5\ A$

پاسخ حالت صفر، پاسخ ورودی صفر و پاسخ کامل را پیدا کنید؟

$$\text{پاسخ حالت صفر} = \frac{\frac{4}{s}}{6+s+\frac{25}{s}} = \frac{4}{s^2+6s+25} = \frac{4}{(s+3)^2+4^2}$$

$$\longrightarrow \quad i_1(t) = e^{-3t}\sin 4t$$

$$I_2(s) = \frac{5-\frac{1}{s}}{6+s+\frac{25}{s}} = \frac{5s-1}{s^2+6s+25} = \frac{5(s+3)-4(4)}{(s+3)^2+4^2} = 5\,\frac{s+3}{(s+3)^2+4^2}$$

$$+\,4\,\frac{4}{(s+3)^2+4^2}$$

$$\longrightarrow \quad i_2(t) = 5e^{-3t}\cos 4t - 4e^{-3t}\sin 4t$$

$$\longrightarrow \quad i(t) = i_1(t) + i_2(t) = 5e^{-3t}\cos 4t - 3e^{-3t}\sin 4t$$

ب ـ روش عملیاتی:

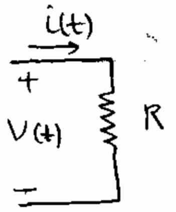
۱ـ به جای منابع تبدیل لاپلاس آنها را به جای سلف و خازن و مقاومت نیز معادل آنها را در حوزه s جایگزین می‌کنیم.

۲ـ معادلات مربوط را در حوزه s می‌نویسیم (kvl, kcl)

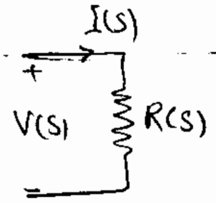
۳ـ متغیر دلخواه را محاسبه می‌کنیم ۴ـ عکس تبدیل لاپلاس می‌گیریم.

توضیح قدم ۱:

مقاومت:

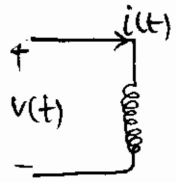


$$V(t)=R.i(t)$$



$$V(S)=R.I(S)$$

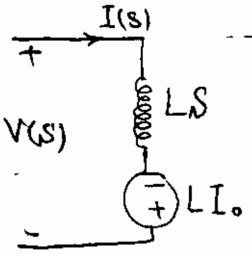
سلف:

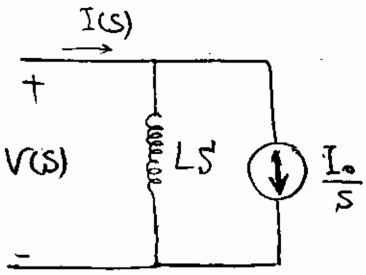


$$V(t)=L\frac{di}{dt}$$

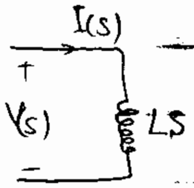
$$V(S)=L\left[SI(S)-I_0\right]$$

$$V(S)=LSI(S)-LI_0$$

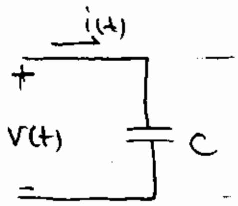




اگر شرط اولیه نداشته باشیم: $I_0=0$



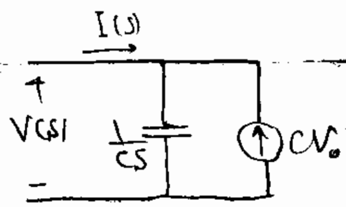
خازن:



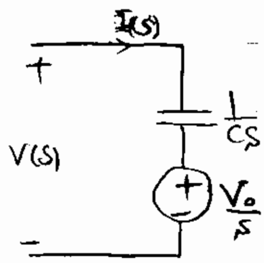
$$i(t)=\frac{c\,dv(t)}{dt}$$

$$I(S)=C\left[SV(S)-V_0\right]$$

$$I(S)=CSV(S)-CV_0$$



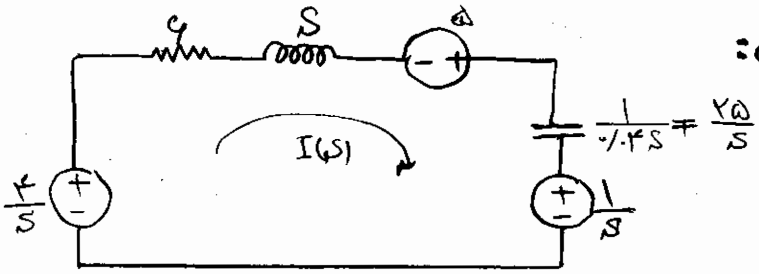
$$V(S)=\frac{1}{CS}I(S)+\frac{V_0}{S}$$



نکته: اگر بخواهیم مسئله را از روش KVL حل کنیم بهتر است از معادلهای ولتاژی سلف و خازن

و اگر بخواهیم از روش KCL حل کنیم بهتر است از معادلهای جریانی سلف و خازن استفاده کنیم.

حل مثال قبل با استفاده از این روش:

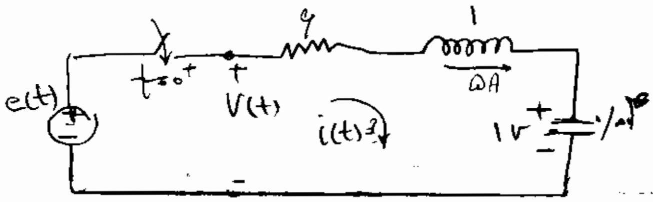


$$I(s) = \frac{3/s + 5}{6 + s + \frac{25}{s}} = \frac{5s+3}{s^2+6s+25} = \frac{5(s+3) - 3(4)}{(s+3)^2+4^2}$$

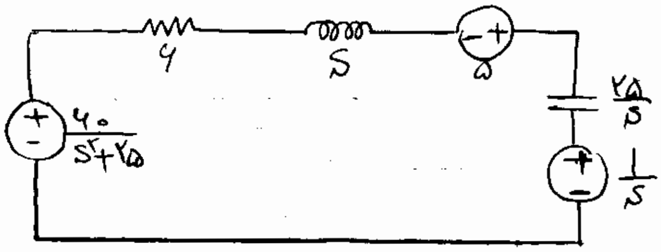
$$\longrightarrow\ i(t) = 5e^{-3t}\cos 4t + e^{-3t}\sin 4t$$

مثال ۲: همان مثال قبلی است وقتی که

$$e(t) = 12\sin 5t$$



$$V(t) = 12\sin 5t \cdot u(t) \longleftrightarrow V(s) = \frac{60}{s^2+25}$$



$$I(s) = \underbrace{\frac{\frac{60}{s^2+25}}{6+s+\frac{25}{s}}}_{i_1(t)\ \text{پاسخ حالت صفر}} + \underbrace{\frac{5-\frac{1}{s}}{6+s+\frac{25}{s}}}_{i_2(t)\ \text{پاسخ ورودی صفر}}$$

$$i_2(t) = 5e^{-3t}\cos 4t - 4e^{-3t}\sin 4t$$

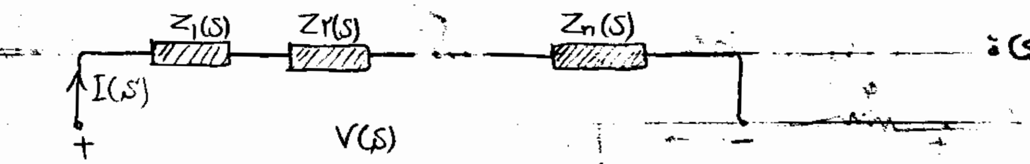
$$I_1(s) = \frac{60s}{(s^2+25)(s^2+6s+25)} = \frac{\overset{4\times 2.5}{-10}}{(s+3)^2+4^2} + \frac{\overset{2\times 5}{10}}{s^2+25}$$

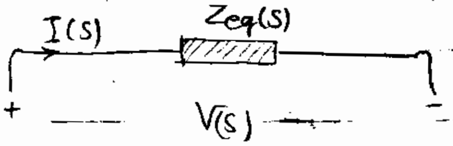
$$i_1(t) = -2.5e^{-3t}\sin 4t + 2\sin 5t$$

$$\longrightarrow i(t) = \underbrace{5e^{-3t}\cos 4t - 6{,}5\, e^{-3t}\sin 4t}_{\text{جواب همگن}} + \underbrace{2\sin 5t}_{\text{جواب خصوصی}}$$

نکته: اگر شرط اولیهٔ سلف و خازن صفر باشد و یا اینکه اثر آنها را به صورت منبع ولتاژ و یا جریان در نظر گرفته باشیم همان قوانینی که در بحث مقاومتهای سری و موازی برقرار بود در امپدانسهای مختلط نیز برقرار است.

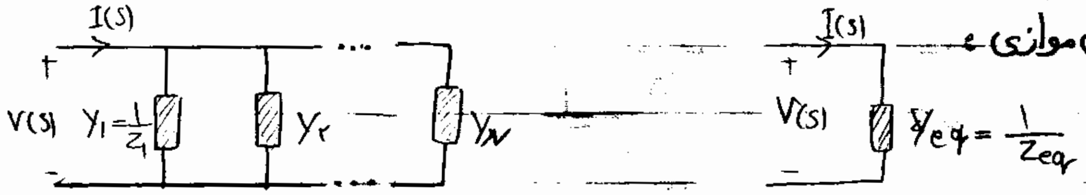
امپدانسهای سری:





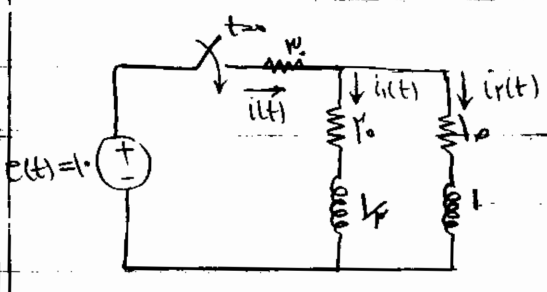
$$Z_{eq} = Z_1 + Z_2 + \cdots + Z_n$$

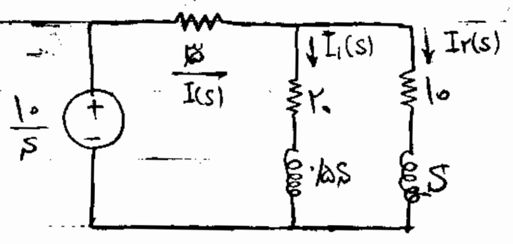
امپدانسهای موازی:



$$Y_{eq} = Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n$$

مثال:





$$I(s) = \frac{10/s}{30 + \frac{(20+0.5s)(10+s)}{30+1.5s}} = \frac{30s+800}{s(s^2+130s+2200)} = \frac{30s+800}{s(s+20)(s+110)}$$

$$= \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s+20} + \frac{A_3}{s+110}$$

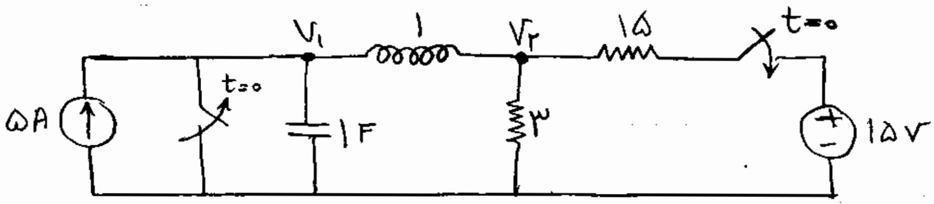
$$\longrightarrow \quad i(t) = A_1 + A_2 e^{-2t} + A_3 e^{-110t}$$

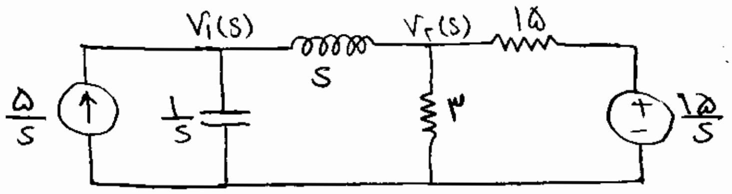
$$I_1(s) = I(s) \cdot \frac{10 + s}{30 + 1.5s} \quad \longrightarrow \quad i_1(t) =$$

$$I_2(s) = I(s) \cdot \frac{20 + 0.5s}{30 + 1.5s} \quad \longrightarrow \quad i_2(t) =$$

چند مثال دیگر از کاربرد تبدیل لاپلاس در تحلیل مدارهای الکتریکی :

مثال ۱:





$$\begin{cases} \dfrac{5}{s} = \dfrac{V_1(s)}{1/s} + \dfrac{V_1 - V_2}{s} \\ 0 = \dfrac{V_2 - 15/s}{15} + \dfrac{V_2}{3} + \dfrac{V_2 - V_1}{s} \end{cases}$$

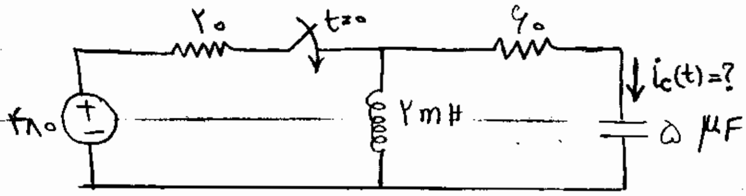
$$\longrightarrow \begin{cases} (s^2+1)V_1 - V_2 = 5 \\ (6s+15)V_2 - 15V_1 = 15 \end{cases} \longrightarrow \quad V_1 = \frac{5(s+3)}{s(s+2)(s+0.5)}$$

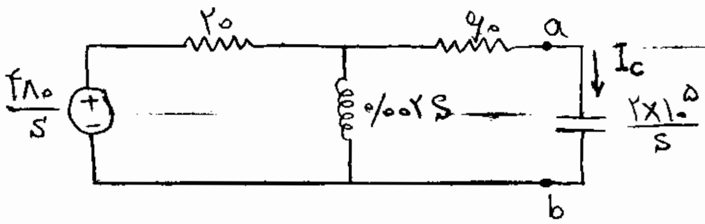
$$V_2 = \frac{2.5\,(s^2+6)}{s(s+2)(s+0.5)}$$

$$\longrightarrow \quad V_1 = \left[15 - \frac{50}{3}e^{-0.5t} + \frac{5}{3}e^{-2t}\right]u(t)$$

$$V_2 = \left[15 - \frac{125}{6}e^{-0.5t} + \frac{25}{3}e^{-2t}\right]u(t)$$

مثال ۲:



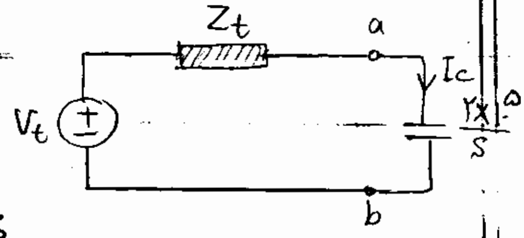


مسئله را با این شکل حل می‌کنیم ابتدا معادل تونن را از دو نقطهٔ a و b محاسبه نموده و سپس

جریان I_c را می‌یابیم:

$$\longrightarrow V_t = \frac{\frac{480}{S} \times 0.002S}{20 + 0.002S} = \frac{480}{S+10^4}$$

$$Z_t = 60 + \frac{20 \times 0.002S}{20 + 0.002S} = \frac{80[S+7500]}{S+10^4}$$

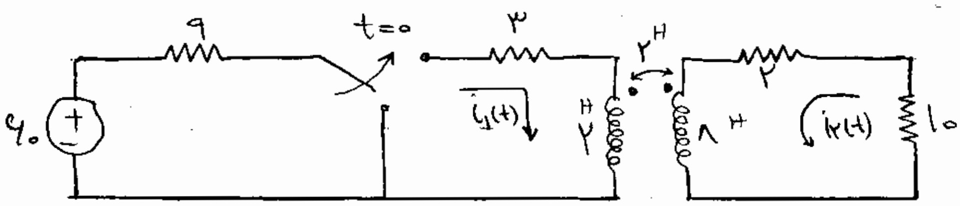


$$\longrightarrow I_c(S) = \frac{\frac{480}{S+10^4}}{\frac{80(S+7500)}{S+10^4} + \frac{2\times10^5}{S}} = \frac{6S}{S^2+10000S+25\times10^6}$$

$$= \frac{6S}{(S+5000)^2} = \frac{-30000}{(S+5000)^2} + \frac{6}{S+5000}$$

$$\longrightarrow I_c(t) = -30000\,t\,e^{-5000t} + 6e^{-5000t}$$

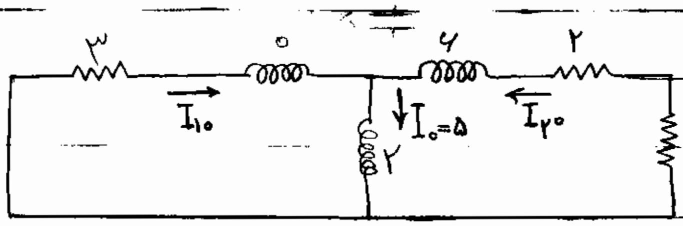
مثال ۳:



راه‌های مختلف برای تحلیل مدار:

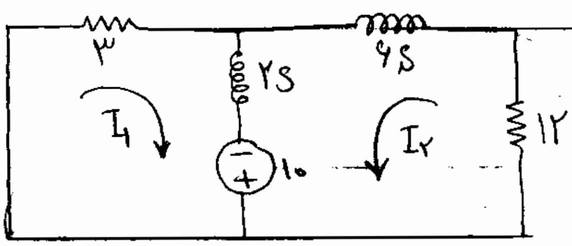
۱ـ نوشتن معادلات در حوزهٔ زمان و سپس استفاده از تبدیل لاپلاس در حل معادلات.

۲ـ استفاده از مدارهای هم‌ارز در از بین بردن تزویج مغناطیسی.



$I_1(0) = 5A$

$I_2(0) = 0$



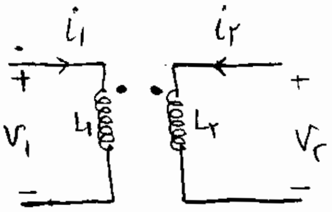
$$\begin{cases}(3+2S)\,I_1+2S\,I_2=10\\ 2S\,I_1+(12+8S)\,I_2=10\end{cases}\longrightarrow I_2=\frac{2.5}{(S+1)(S+3)}$$

$$\longrightarrow i_2(S)=\frac{1.25}{S+1}-\frac{1.25}{S+3}$$

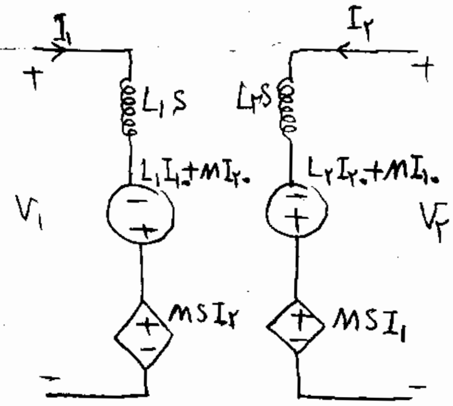
$$\longrightarrow i_2(t)=1.25\left[e^{-t}-e^{-3t}\right]u(t)$$

-۳

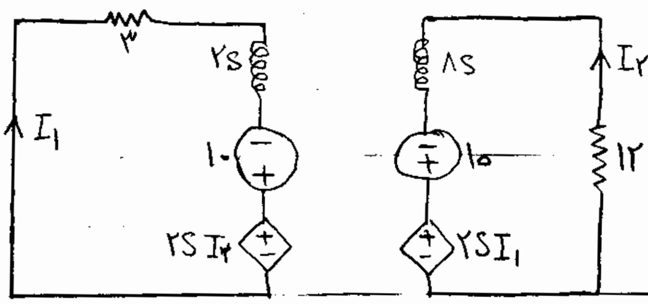
$$\begin{cases}V_1=L_1(SI_1-I_{10})\cancel{+M(SI_2-I_{20})}\\ V_2=L_2(SI_2-I_{20})+M(SI_1-I_{10})\end{cases}$$



$$\longrightarrow\begin{cases}V_1=L_1SI_1-(LI_{10}+MI_{20})+MSI_2\\ V_2=\end{cases}$$



$\longrightarrow$



تابع ضربه در مدار:

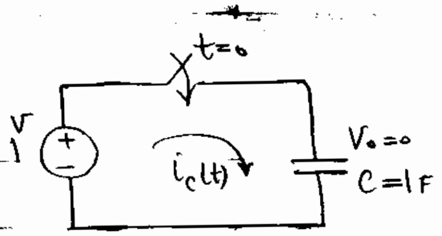
دو حالت قابل بررسی است: ۱- منبع تحریک کننده (شامل) تابع ضربه است.

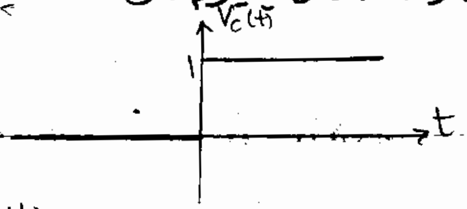
۲- منبع شامل تابع ضربه نیست ولی تابع ضربه در کلید زنی ایجاد می‌شود.

ابتدا حالت دوم را بررسی می کنیم :

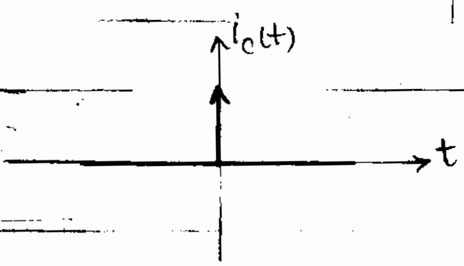
مواقعی که این حالت بوجود می آید که سلف به اجبار جریان خود را تغییر پله ای بدهد و خازن ولتاژ خود را به اجبار تغییر پله ای دهد .

مثال ۱ :

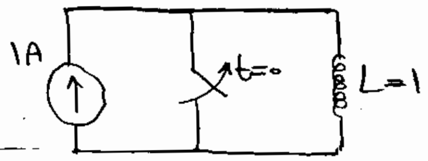


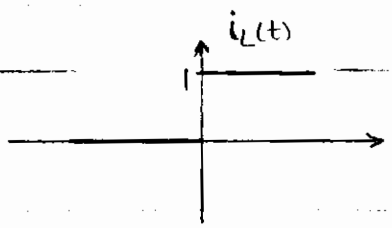


$$i_c(t) = C\frac{dV_c}{dt} = \delta(t)$$



مثال ۲ :

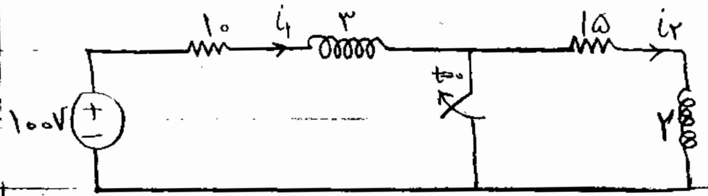




$$V(t) = L\frac{di}{dt}$$

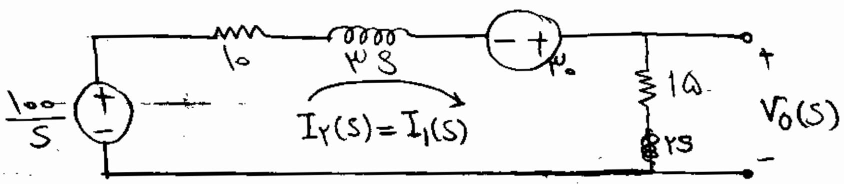
$$V_L(t) = \delta(t)$$

مثال ۳ :



$I_1(0) = 10$

$I_2(0) = 0$



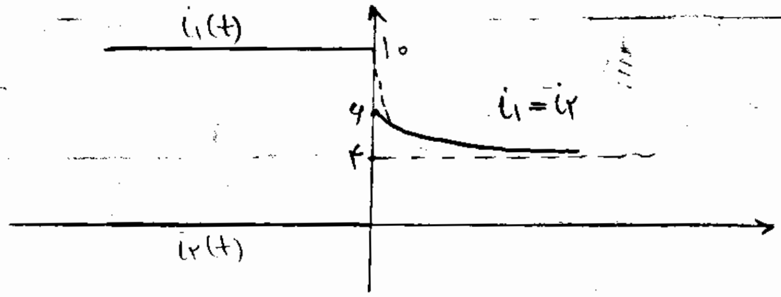
استفاده از تبدیل لاپلاس این مزیت مهم را دارد که اتفاق افتادن تابع ضربه را به خوبی پیش بینی و محاسبه می کند .

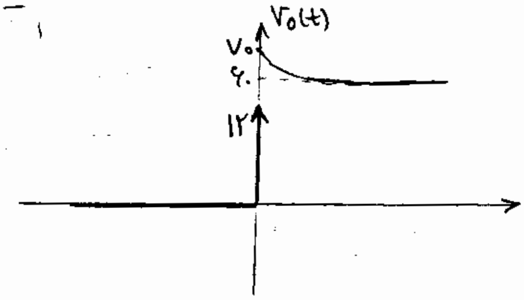
$$\rightarrow \quad V_0(s) = \frac{15+2s}{25+5s}\left[\frac{100}{s}+30\right]$$

$$\rightarrow \quad V_0 = \frac{12(s+7.5)}{s+5} + \frac{40(s+7.5)}{s(s+5)} = 12 + \frac{60}{s} + \frac{10}{s+5}$$

$$\rightarrow \quad v_0(t) = 12\delta(t) + \left[60 + 10e^{-5t}\right]u(t)$$

$$\rightarrow \quad i_1(t) = i_2(t) = (4+2e^{-5t})\,u(t)$$





درحالت ۲ ممکن است منبع شامل تابع ضربه باشد :