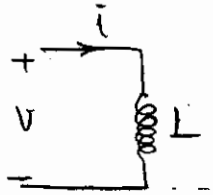
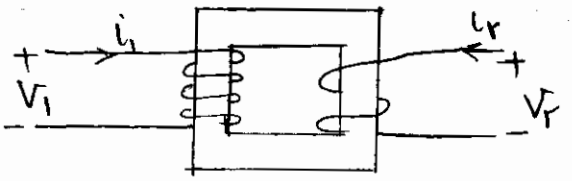
ترانسفورماتور ایده‌آل:

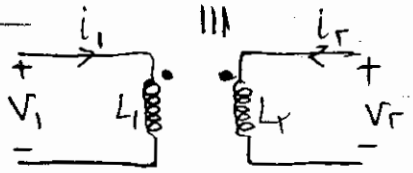


$$V = L\frac{di}{dt}$$

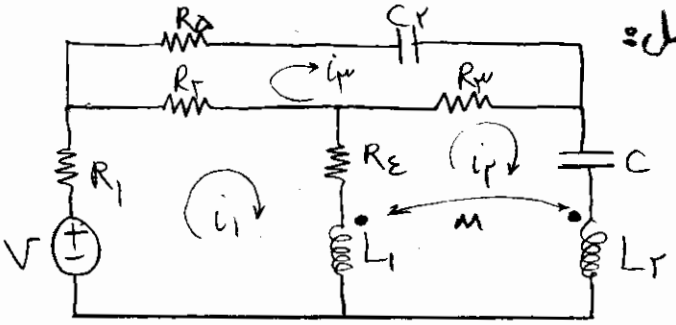
خاصیت القای متقابل



$$V_1 = L_1\frac{di_1}{dt} + M\frac{di_2}{dt}$$
$$V_2 = L_2\frac{di_2}{dt} + M\frac{di_1}{dt}$$



مثال از نوشتن معادلات انتگرال دیفرانسیل:

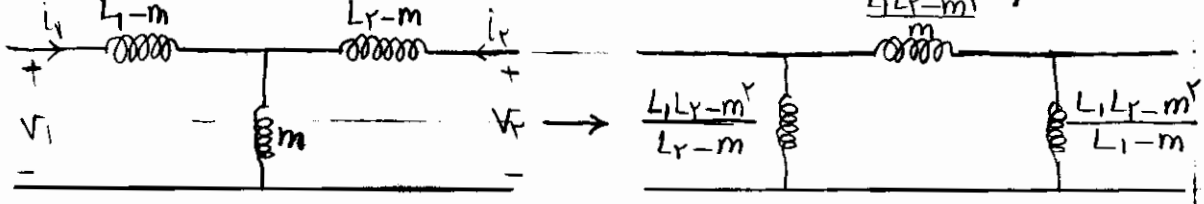


$$V = R_1 i_1 + R_2(i_1 - i_3) + R_4(i_1 - i_2) + L_1\frac{d}{dt}(i_1 - i_2) + M\frac{di_2}{dt}$$

$$0 = L_1\frac{d}{dt}(i_2 - i_1) + R_4(i_2 - i_1) + R_3(i_2 - i_3) + \frac{1}{C_1}\int i_2\,dt + L_2\frac{di_2}{dt} - M\frac{di_2}{dt} - M\frac{d}{dt}(i_2 - i_1)$$

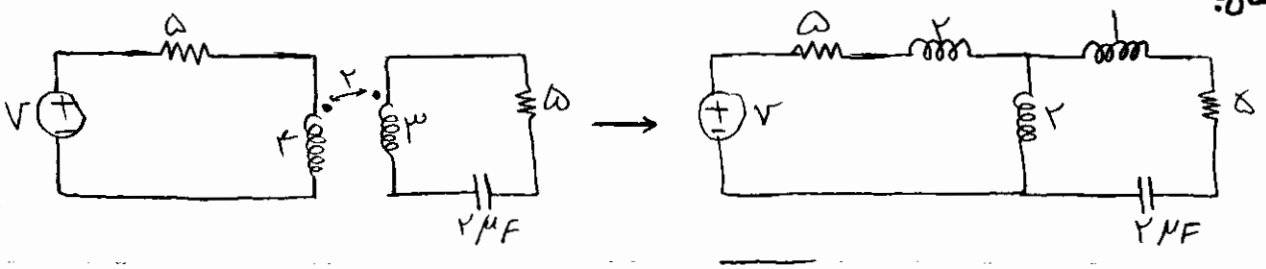
$$0 = R_5 i_3 + \frac{1}{C_2}\int i_3\,dt + R_3(i_3 - i_2) + R_2(i_3 - i_1)$$

مدارهای هم ارز:



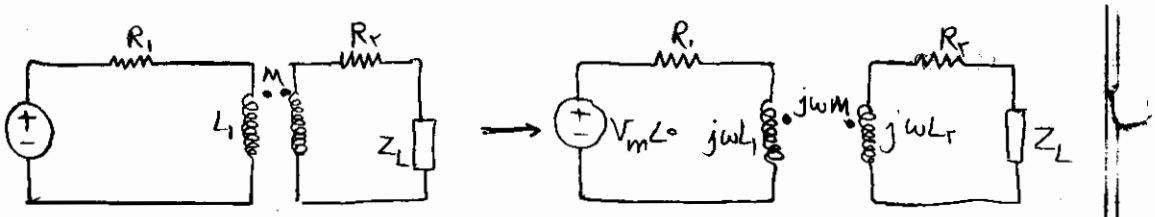
$$V_1 = (L_1 - m)\frac{di_1}{dt} + m\frac{d(i_1 + i_2)}{dt} = L_1\frac{di_1}{dt} + m\frac{di_2}{dt}$$

مثال:



ترانسفورماتور:

شامل الف- غیرایده آل ب- ایده آل

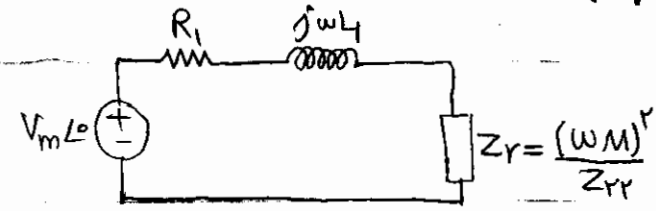


در تحلیل مدارهای شامل ترانسفورماتور به چند فرم می توان عمل کرد:

۱- روش کلی:

$$\begin{cases} V_m\angle 0 = R_1 I_1 + jwL_1 I_1 - jwM I_2 \\ 0 = jwL I_2 + R_2 I_2 + Z_L \cdot I_2 - jwM I_1 \end{cases}$$

۲- استفاده از مدل امپدانس بازگشتی (Z_r)

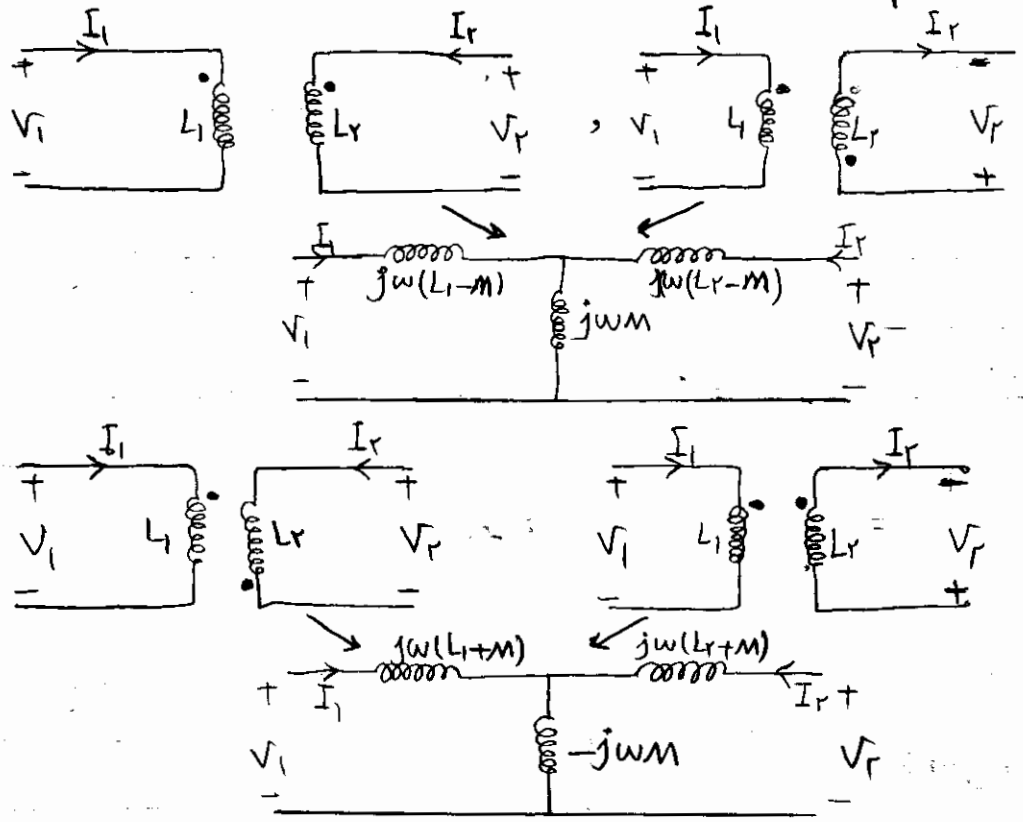


$$Z_{22} = R_2 + jwL_2 + Z_L$$

۳- استفاده از مدارهای هم ارز

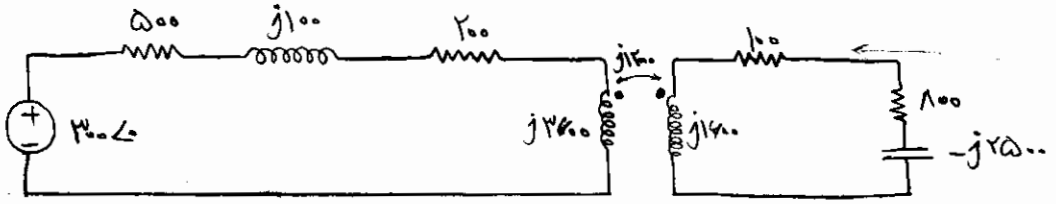
الف- استفاده از منابع وابسته

ب - استفاده از هم‌ارز T:

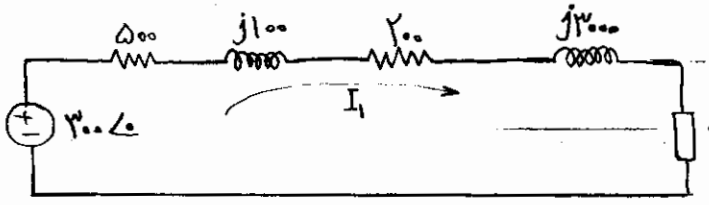


ج - هم‌ارز π : از روی تبدیل ستاره - مثلث از قسمت بالا بوجودی آید.

مثال عددی:

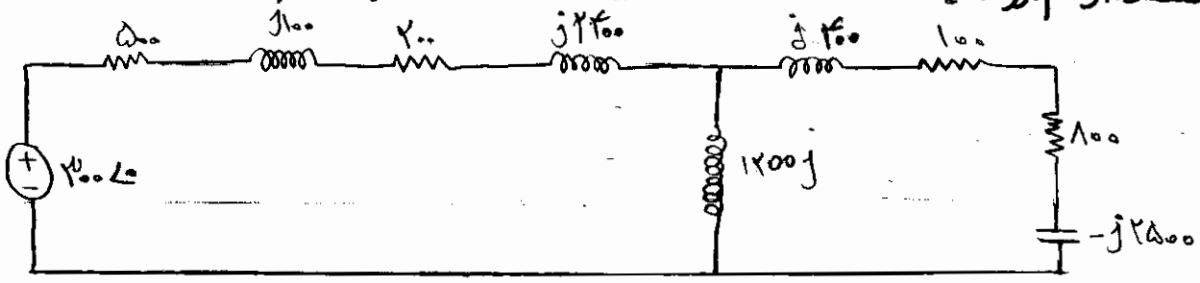


استفاده از فرمول Z_2 :



$$Z_2 = \frac{(1200)^2}{900 - j900} = 800 + j800$$

استفاده از هم‌ارز T :



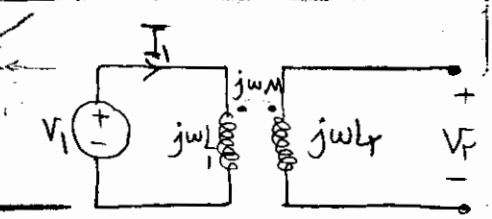
ترانسفورماتور ایده آل:

فرضیات: ۱- ترانسفورماتور تلفات ندارد $(R_1 = R_2 = 0)$

۲- $L_1 = L_2 = \infty$

۳- ضریب تزویج برابر ۱ است. $K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = 1 \rightarrow M = \sqrt{L_1 L_2}$

ثابت می‌شود با شرایط فوق (در ترانس ایده آل): $\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$

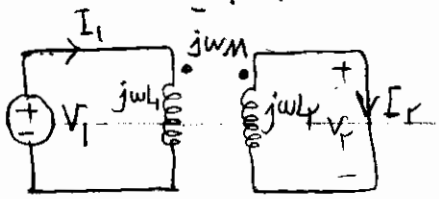


$$\begin{cases} V_2 = jwMI_1 \\ V_1 = jwL_1 I_1 \end{cases} \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{M}{L_1} = \frac{\sqrt{L_1 L_2}}{L_1}$$

$$\rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

$$\begin{cases} L_1 = \rho N_1^2 \\ L_2 = \rho N_2^2 \end{cases} \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

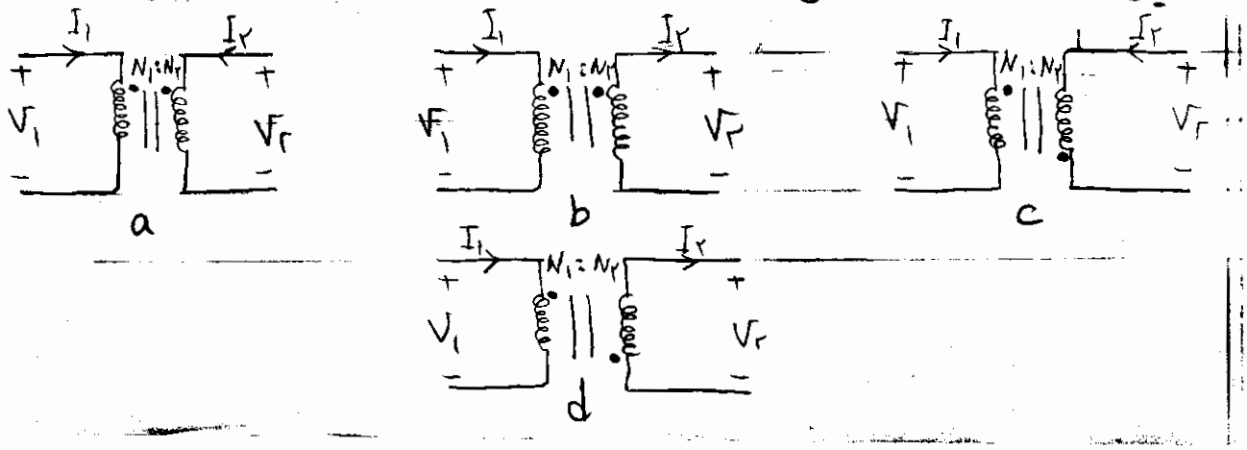
برای اثبات رابطه جریان:



$$V_2 = jwMI_1 - jwL_2 I_2 = 0$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{L_2}{M} = \frac{L_2}{\sqrt{L_1 L_2}} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \frac{N_2}{N_1}$$

تحلیل مدار با ترانس ایده آل:



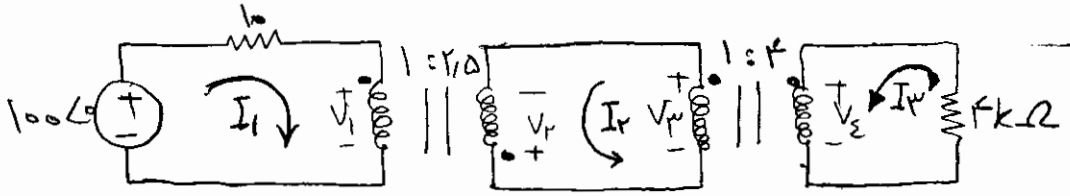
a) $\frac{V_1}{V_2} = -\frac{N_1}{N_2}$, $\frac{I_1}{I_2} = -\frac{N_2}{N_1}$

b) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$, $\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$

c) $\frac{V_1}{V_2} = -\frac{N_1}{N_2}$, $\frac{I_1}{I_2} = +\frac{N_2}{N_1}$

d) $\frac{V_1}{V_2} = -\frac{N_1}{N_2}$, $\frac{I_1}{I_2} = \frac{-N_2}{N_1}$

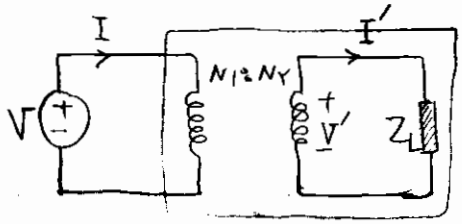
مثال:

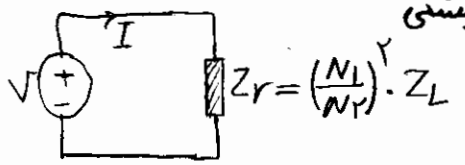


الف: راه کلی

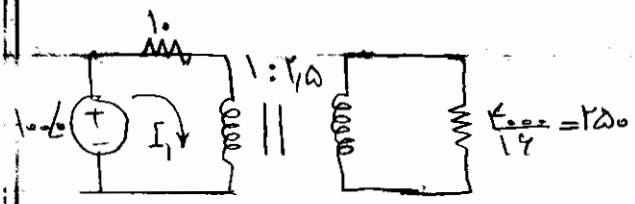
$$\begin{cases} 100\angle 0 = 10 I_1 + V_1 \\ V_2 + V_3 = 0 \\ V_4 + 4000\, I_3 = 0 \end{cases} , \quad \begin{cases} \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2.5} , \ \frac{I_1}{I_2} = 2.5 \\ \frac{V_3}{V_4} = \frac{1}{4} , \ \frac{I_3}{I_4} = 4 \end{cases}$$

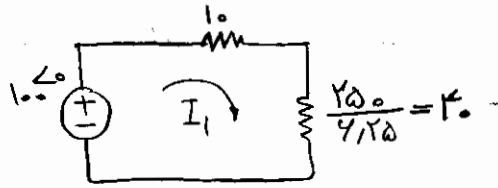
ب- امپدانس برگشتی





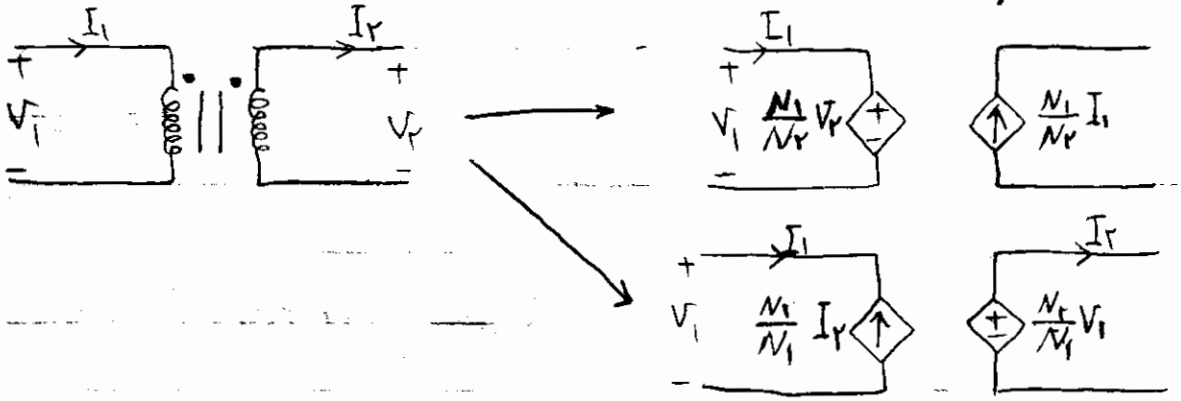
$$Z_r = \frac{V}{I} = \frac{\frac{N_1}{N_2} \cdot V'}{\frac{N_2}{N_1} \cdot I'} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \cdot Z_L$$



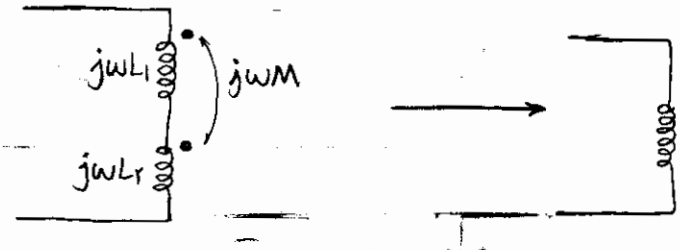


$$\rightarrow \quad I_1 = 2\angle 0 \ , \ V_1 = 8\angle 0$$

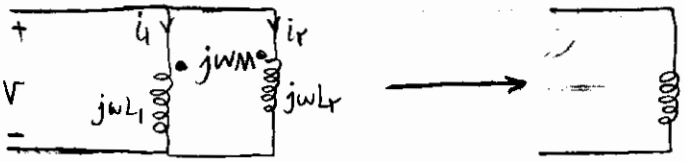
ج- مدارهای همراز با استفاده از منابع وابسته:



امپدانس معادل برای سلفهای سری و موازی تزویج شده :

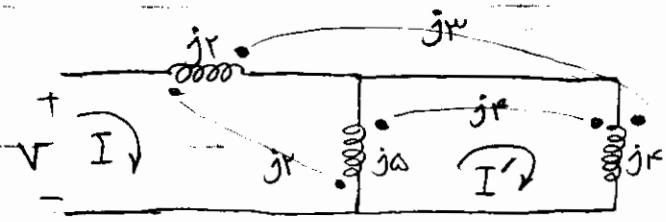


$$L_{eq} = L_1 + L_2 \pm 2M$$



$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \mp \frac{2}{M}$$

حالت سری ـ موازی :



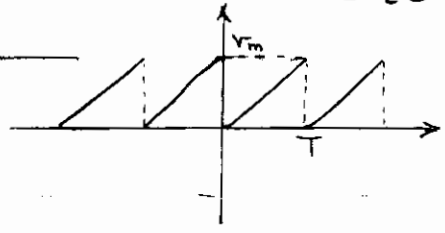
$$\begin{cases} V = j2 \times I + j5(I - I') \mp j3 I' - j2(I - I') - j2 I + j4 I' \\ 0 = j5(I' - I) - j4 I' + j2 I - j4 I' - j3 I - j5(I' - I) \end{cases}$$

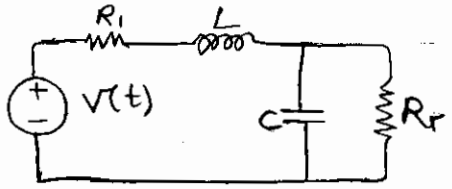
در دو معادلهٔ بالا I' را حذف کرده و Z_{eq} را از رابطهٔ زیر بدست می‌آوریم :

$$Z_{eq} = \frac{V}{I}$$

سری فوریه و کاربرد آن در تحلیل مدارهای الکتریکی :

مدارهایی هستند که با منابع متناوب غیرسینوسی تحریک می‌شوند





سری فوریه : اگر تابع $F(t)$ { در مدار منظور $V(t)$ یا $i(t)$ } دارای شرایط زیر باشد