SUBJECT: 1 فصل اول
Year ( ) Month ( ) Date ( )

دکتر هدتنی

کتاب :

دکتر جبه دار ــ جلد ۲ ی

تجزیه اصولی مدارهای الکتریکی (دکتر هدتنی) ← ۴ فصل (مراجع ...)

1952 – 2010

IEEE → on circuits & systems 1, 2

IET circuits &

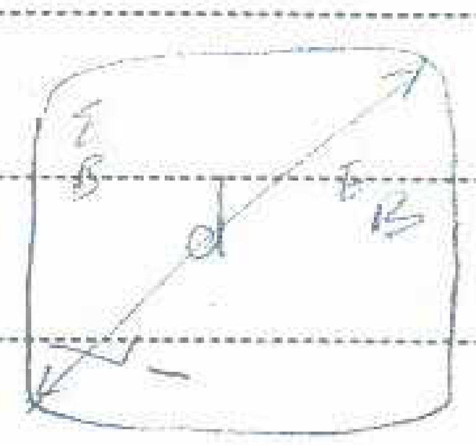
→ journal of circuit theory and applications.

* IEEE → on → Education

حل تمرین (مهم)
تکالیف (")
میان ترم
پایان ترم

* اصلی

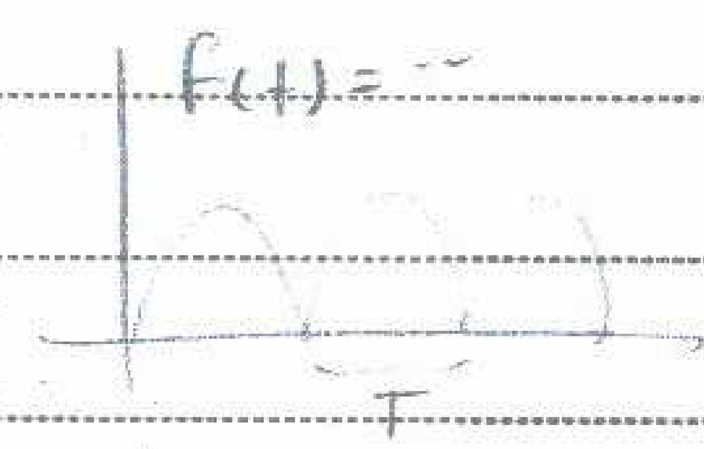
فصل اول : آشنایی با تجزیه مدارهای الکتریکی



$$\tau = \frac{d}{c} << T = 1/f$$

منبع انرژی

مدار الکتریکی فشرده

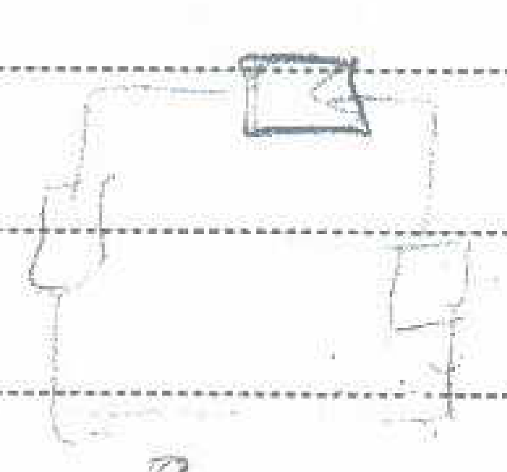


E B اجاع ← بزارند

E (زمان، مکان)

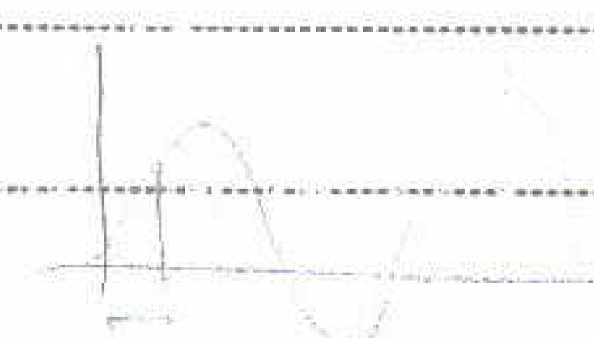
B (" ، زمان)

$\oint_S E \cdot ds$ $\oint E \cdot dl$



در ترازوی؟ بسیار کم

بی ارزش !



STAEDTLER®

www. iran-ieee .com

مدار فشرده ـ مکان

SUBJECT:

Year ( ) Month ( ) Date (

$T = \frac{d}{c} << T = 1/F$ مدار الکتریکی (فشرده)

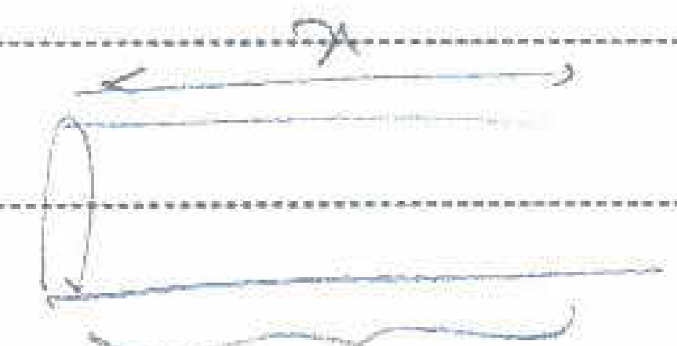
ازنظر $F\lambda \approx c \Rightarrow F \approx \frac{c}{\lambda}$

$\frac{d}{c} << \frac{1}{F} = \frac{\lambda}{c} \Rightarrow \boxed{d << \lambda}$

$d = 2^{m}$ $c = 3\times10^{8}\ m/s$ $f = 10^{7}\ Hz$

$\Rightarrow T = \frac{d}{c} = \frac{2}{3\times10^{8}} = 6.6\times10^{-9}$, $T = \frac{1}{F} = 10^{-7}$ فشرده ✓

تقریب (مقدار...)



$E(\cancel{x}, t)$

$B(\cancel{x}, t)$

$? 10^{-10}$

اصل فیزیکی : فشرده بودن مدار؟

$\oint B \cdot dl = \mu_0 i$

سیر

نظریه مبتنی بر اصل .

کمیت های B ، E $\xrightarrow{\text{اصل فشرده سازی}}$ متغیرهای، جریان الکتریکی، ولتاژ یا اختلاف پتانسیل، بار الکتریکی

(ش ۲)

1) $\oint E \cdot ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ 2) $\oint E \cdot dl = \dots$

دیگه شار الکتریکی لازم نیست

$+ \int (\ ) ds$: ... شار

قوانین E ، B $\xrightarrow{\text{اصل فشرده سازی}}$ قوانین ولتاژ و جریان کیرشهف

STAEDTLER®

www.iran-ieee.com

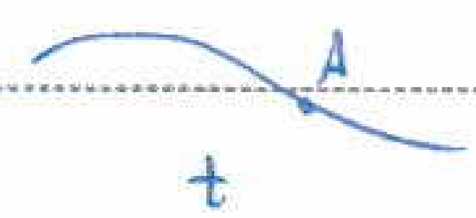
SUBJECT: ۲

Year ( ) Month ( ) Date ( )

تعریف بار الکتریکی: در ذرات بنیادی ماده ... با مثبت و منفی

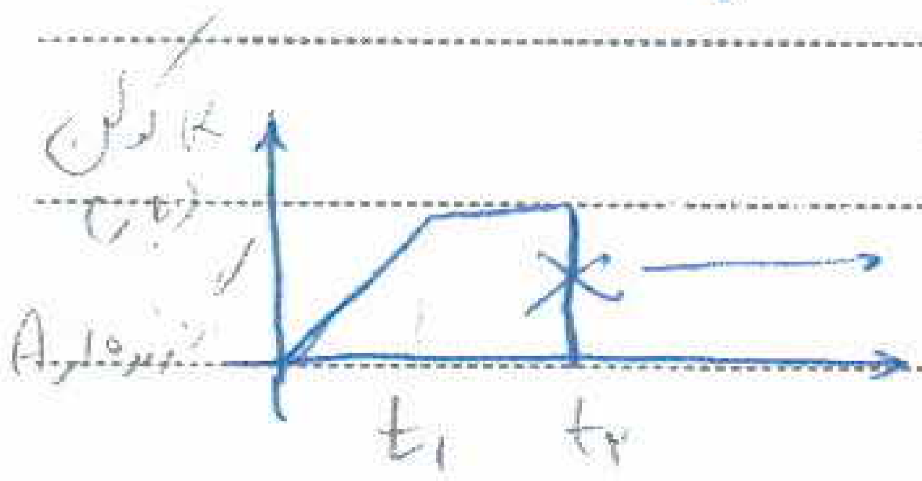
$- > +$ $+ > -$

اصل بقای بار الکتریکی: هرگونه تغییر بار یعنی انتقال



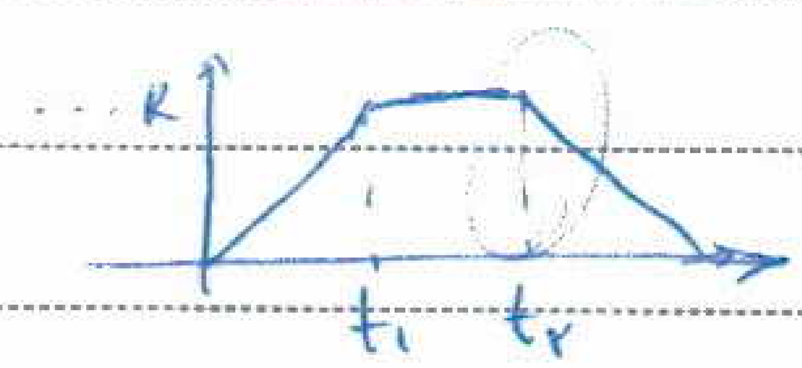
$q_e = 1.6 \times 10^{-19} C$ $Q = \pm ne$

پیوسته ...



انتقال بار زمان می‌برد.

→ تغییرات X چون با اصل بقای بار در تناقض می‌شود.



تعریف جریان الکتریکی:

تعداد بار در واحد زمان را جریان گویند ...

$i(t) \triangleq \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t}$ یا $i(t) \triangleq \frac{dq}{dt}$ (آمپر)

(آمپر) ? $\frac{1}{1.6 \times 10^{-19}} = \dots \; (6.25 \times 10^{18}, \dots) \equiv 1A$

$i > 0$ $i < 0$ $i = 0$!

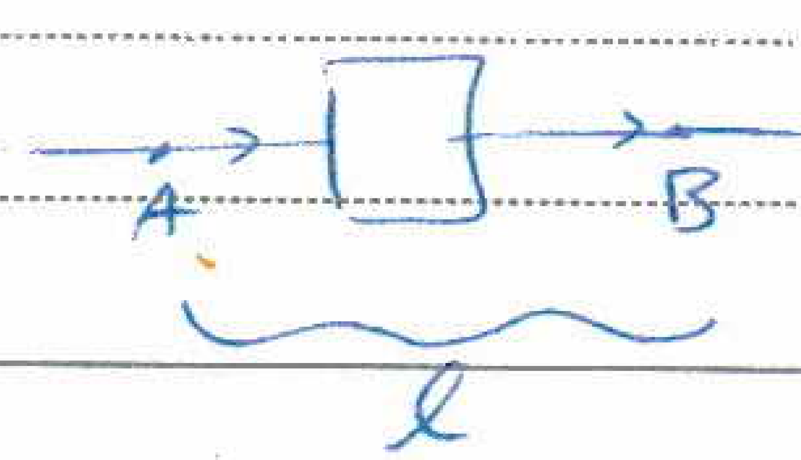
جهت i که ...

قرارداد: جهت i جهت حرکت بارهای مثبت

اصل بقای بار ← جهت i می‌شود جهت حرکت بارهای منفی باشد.

۸ — مسیر در نقطه‌ای مدار که جریان ورودی یکی برابر جریان خروجی دیگری باشد

تعریف شاخه



STAEDTLER®

www.iran-ieee.com

SUBJECT:

Year ( ) Month ( ) Date (

اثبات.

$i_A(t) \overset{*}{=} K\cos\omega t$ ← جواب‌هایی در ریاضی

$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

برای Cos, Sin

$i_B(t) = K\cos(\omega(t - l/c))$

می‌توان نوشته شود

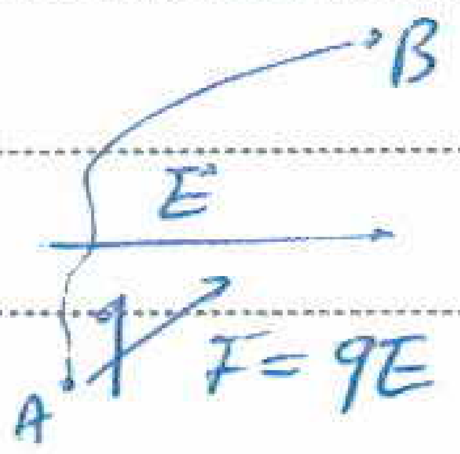
$$= K\cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi}{T}\frac{l}{c}\right) \approx K\cos\omega t$$

?

$$\frac{l}{c} \ll T \Rightarrow \frac{l}{c}\times\frac{1}{T} \ll 1$$

تعریف شاخه‌ی مدار...

- ولتاژ یا اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ی A, B از مدار.



$F = qE \rightarrow$ کار انرژی...

$w = \int^{E} F \cdot dl$ (یادآوری)

$$v_{AB}^{(E)} \triangleq \text{کار یا انرژی لازم برای انتقال } q=1 \text{ از } A \text{ تا } B = \int_A^B E\cdot dl$$

$\xrightarrow{\text{ریاضی}} v_{AB} = -v_{BA}$

$v_{AB} > 0$ گرفتن...

$v_{BA} < 0$ شاخه‌ی AB به بقیه مدار انرژی می‌دهد

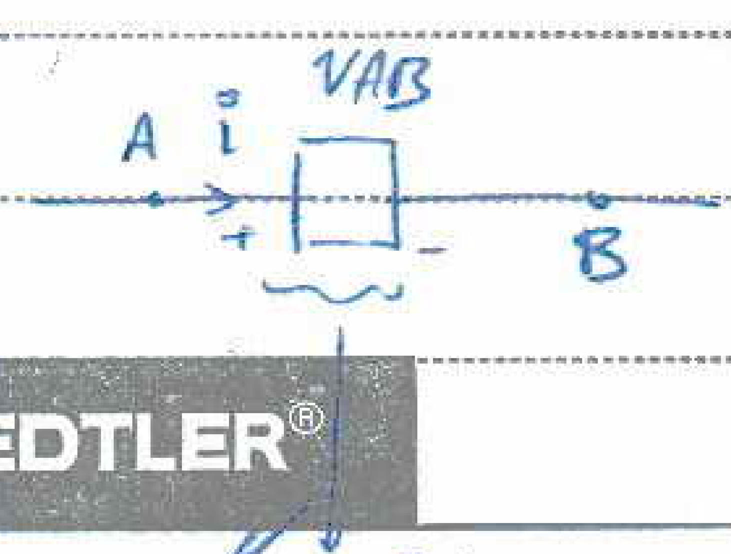
$v_{AB} = 0$

$v_{AB} < 0$ / شاخه‌ی AB از بقیه مدار انرژی می‌گیرد.

چرا بقیه مدار با بعداً... خارج مسیر تبادل انرژی ندارد؟ چون اگر داشت $i_A \neq i_B$

در مدارهای الکتریکی نشت بار و جریان نداریم.

قرارداد.



انرژی می‌گیرد؟

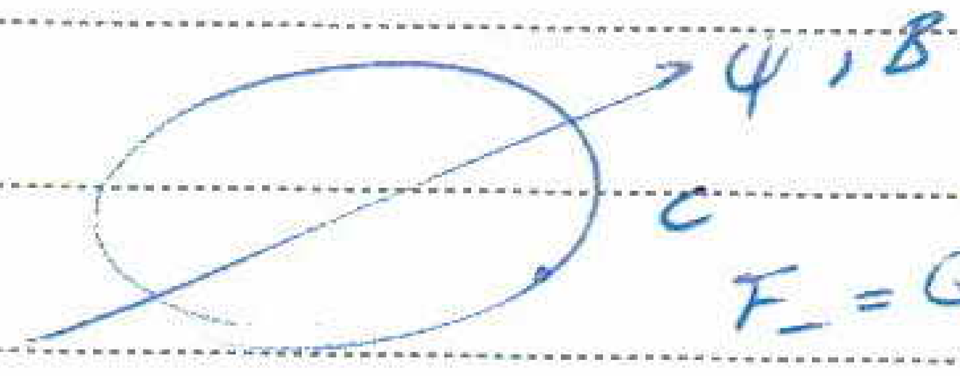
STAEDTLER®

www. iran-ieee .com

۴- شار مغناطیسی

هر میدان برداری مثلاً E و B قانون $\oint \underline{B}.\underline{ds} = 0$

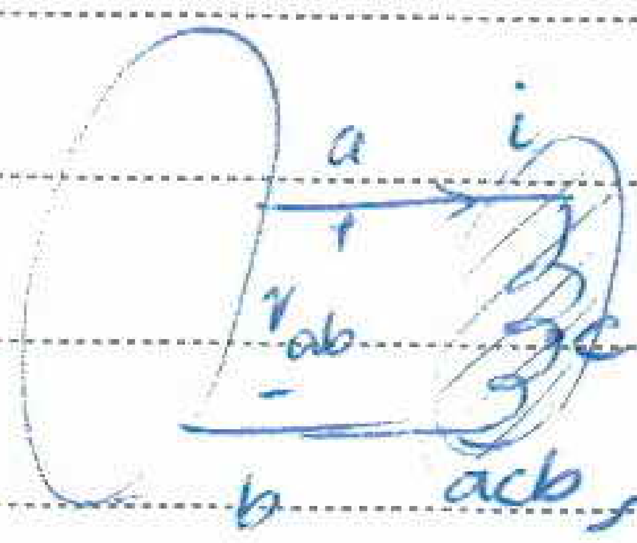
$\psi = \int \underline{B}.\underline{ds}$ (وبر)



نتیجه مداری قانون فاراده

$\underline{F} = Q\underline{E}$ B و E

حلقه در مسیر c $\oint E.dl = -\frac{d\psi}{dt}$

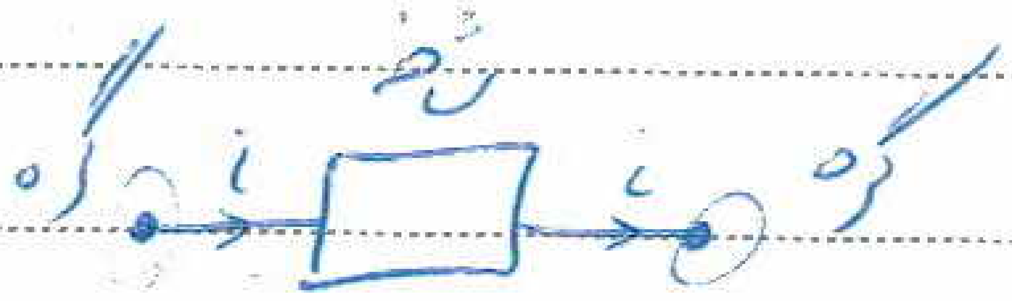


$\oint_c E.dl = \frac{-d\psi}{dt}$

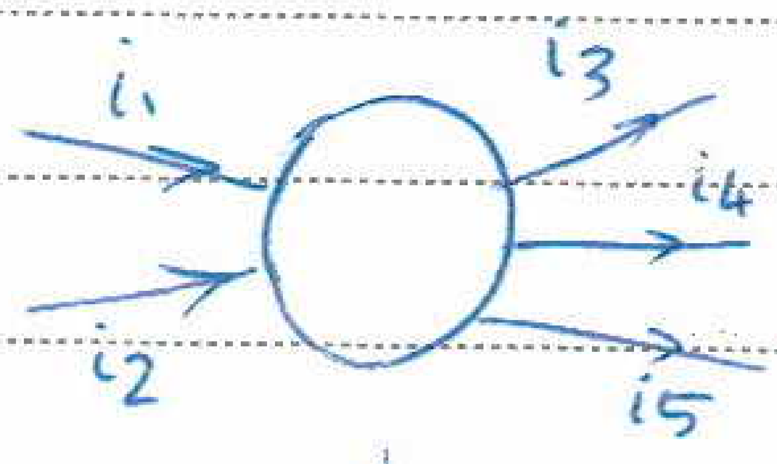
مسیر acb $\underline{E}.\underline{d} + \int_b^a \underline{E}.dl = -\frac{d\psi}{dt}$

$\underline{E} = 0$ رسانا (...)

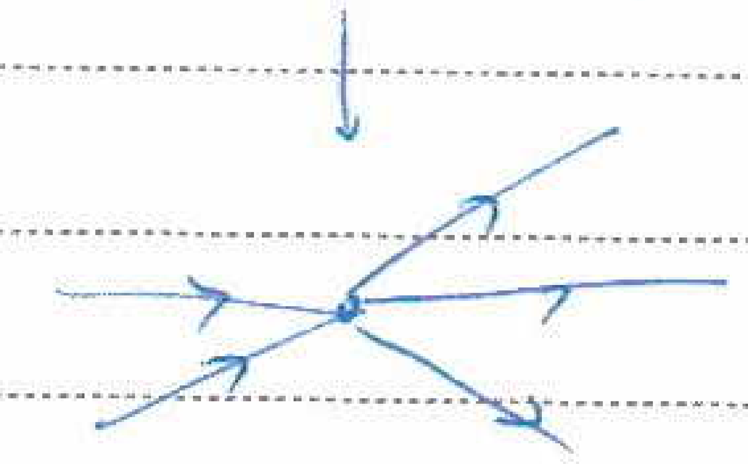
$0 + (-\int_a^b E.dl) = -\frac{d\psi}{dt} \Rightarrow ?\ v_? = \frac{d\psi}{dt}$



۱) قانون جریان کیرشهف ( ) :



چون مبادله‌ی انرژی فقط از طریق سیم‌هاست

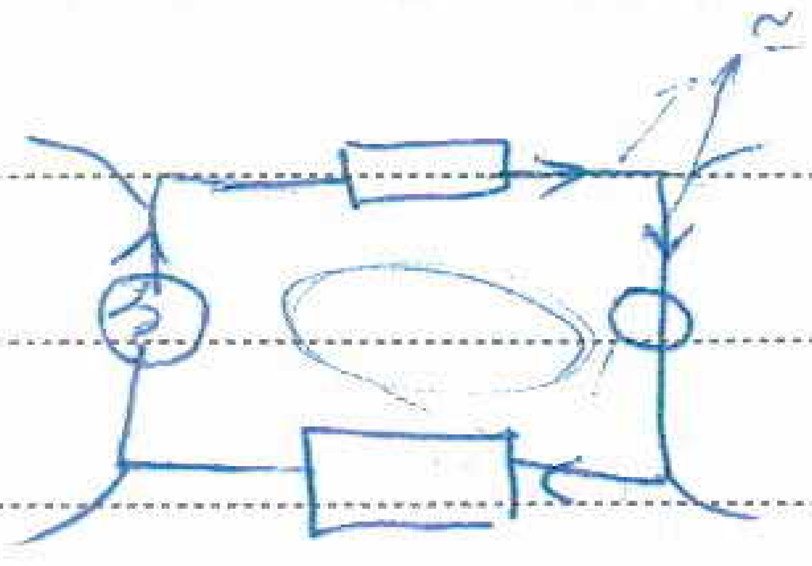


۲)

مسیر بسته: رسیدن به نقطه شروع (دوباره) (زودتر از اینکه مسیر عینی ×)

www. iran-ieee .com

≈ خنثی ⇐   یا اگر ...



$x = K\cos\omega t$

$x' = -K\omega\sin\omega t$

$\omega \rightarrow 2\pi f$

φ

$$\frac{d\varphi}{dt} \approx 0$$

جمع اختلاف پتانسیل ها در هر مسیر بسته ≈ 0 KVL

حل یک مسئله ی مداری : Q, v, i, φ

مجموعه ی $\{x_1, x_2, \dots, x_l\}$ وابسته ی خطی / مستقل خطی $\Longleftrightarrow$ هر زیر مجموعه ای آن مستقل ...

یعنی وابسته!

$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_lx_l = 0$

$a_1 = \dots = a_l = 0$ $a_2x_2 = -(\quad)$

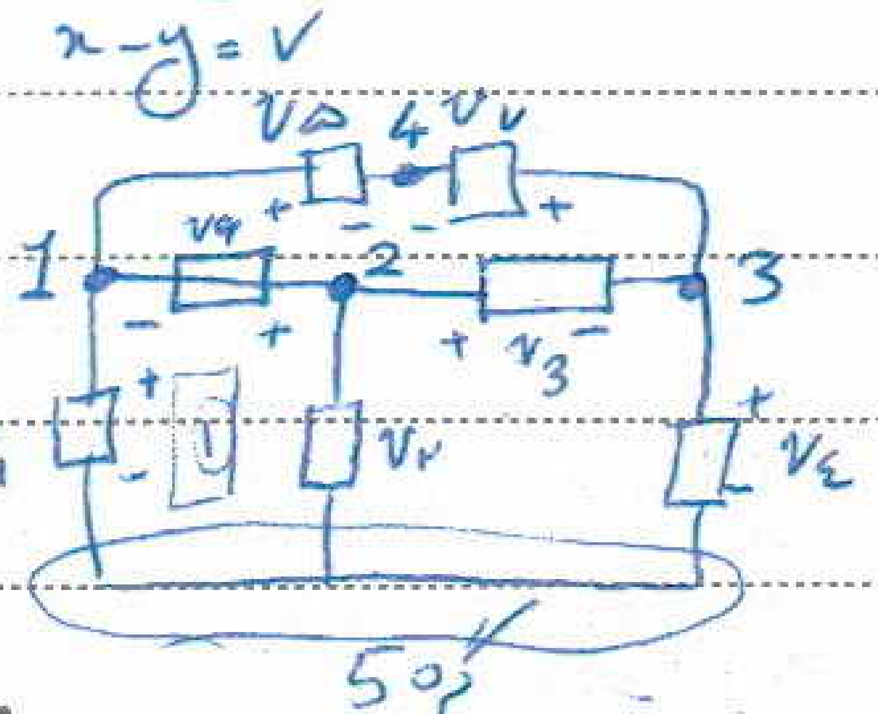
$x_2 = -\frac{1}{a_2}(\dots)$ معادله ای که وابسته ی خطی، مستقل خطی

$\begin{cases} 2x+3y=7 \\ 4x+6y=12 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x-y=2 \\ x+y=7 \end{cases}$ but $\begin{cases} \text{—} \\ \text{—} \\ \text{—} \end{cases}$

$=0$ دترمینان $\neq 0$

مستقل ... ؟!

$\begin{cases} 3x-2y+7t=2 \\ z-2x+y=0 \\ x-y=7 \end{cases}$ اگر معادلات جبری جوابی از هم داشته باشند (مستقل اند؟) (نسبت؟)



مسیر ① KVL : $-v_1 - v_6 - v_2 = 0$ سه تا وابسته اند

مسیر ② : $v_2 + v_3 + v_4 = 0$ وابسته اند

مسیر ③ : $v_2 + v_6 + v_5 - v_7 + v_4 = 0$ این ۵ تا وابسته اند

مسیر ④ : $-v_1 + v_5 - v_7 + v_4 = 0$

معادله ی مستقل ... ؟ ← لزوماً نیست

۹۳۸۳۰۳۶۸۸۰

Zarrin Barg
www iran-ieee .com

سپس بررسی اندازش ها ! اینکه کدام معادله جمله ی جدید دارد.

(جمله ی جدید باشد از بقیه به دست می آید)

✓ این سه 3 معادله یگانه نیست می تواند ۳ معادله ی دیگر باشد ولی کدام راحت تر است ؟

(3 یگانه هست ولی انواع ۳ ها نه)

$\{v_1, \ldots, v_7\}$

$\{i_1, \ldots, i_7\}$

✓ ولتاژ های یک مسیر به هم وابسته اند (یعنی KVL : وابستگی ولتاژ ها به هم)

همه ... !؟ اندازه گیری _ محدودیت

✓ برای این ۳ معادله با ۷ مجهول یعنی ۴ ولتاژ اختیاری داریم یعنی ۴ ولتاژ مستقل از هم داریم.
(۴ تا به هم وابسته نیستند)

✗؟ برای انتخاب این ۴ ولتاژ اختیاری چون می دانیم در مسیر بسته ولتاژ ها وابسته اند ... ⟵ ...

۴ ولتاژ $\{v_5, v_7, v_3, v_2\}$

$\{v_6, v_2, v_3, v_4\}$

ا لزاما نیست

✓ در این شکل خیلی ساده به ۱۲۵ تا ولتاژ ها تایی فوق را می توان انتخاب کرد.

i اتصال باز

شاخه ی باز

i اتصال کوتاه

$v=0$

(1 گره)

KCL 1 در گره : $i_1 + i_3 - i_4 = 0$

" 2 " : $i_6 + i_3 - i_2 = 0$

" 3 " : $+i_7 + i_2 - i_3 = 0$

" 4 " : $-i_5 - i_7 = 0$

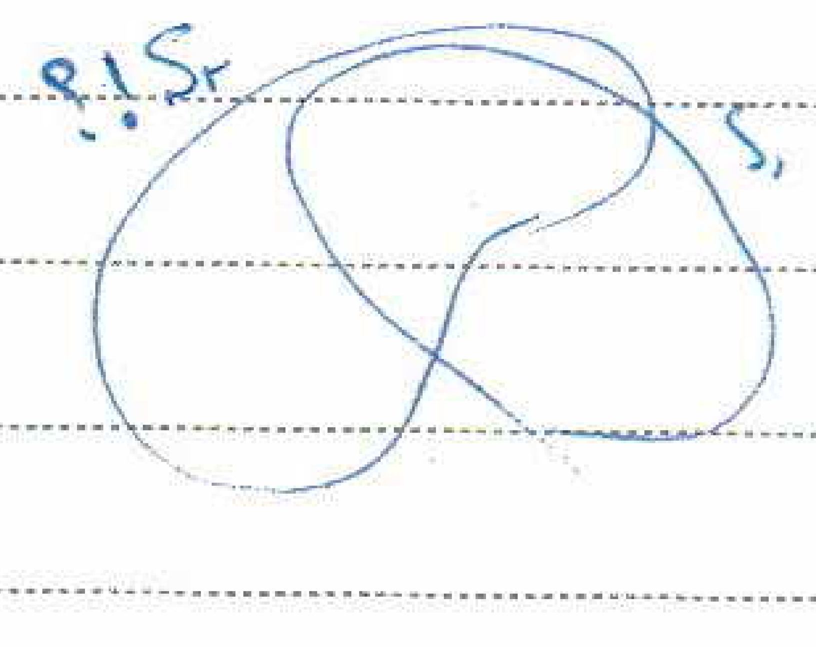
" 5 " : $-i_2 + i_3 + i_1 = 0$

S_1 :

S_2 : $i_1 - i_4 - i_7 = 0$

۴ معادله KCL مستقل از هم

یگانه نیست



n گره ⟸ n-1 معادله KCL مستقل

تشکیل سطح نمی دهند ؟ v_2, v_4, v_3 ✓

✗ v_1, v_2, v_3

Subject:

Year. Month. Date. ( )

✓ نوشتن KCL برای گره‌ها همواره موجب ساده شدن نمی‌شود ولی KCL نوشتن برای سطح‌ها ...

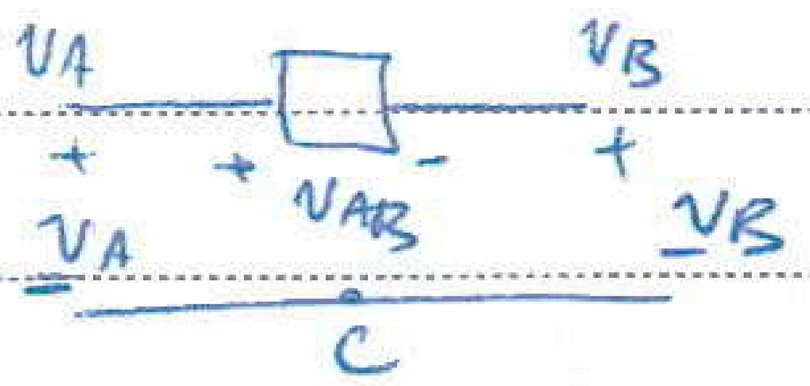
✓ هفت معادله و ۱۴ مجهول داریم + ✓ هفت محدودیت دیگر مربوط به شاخه‌ها و المان آنها ... (هفت رابطه‌ی المان)

انواع المان‌های مداری

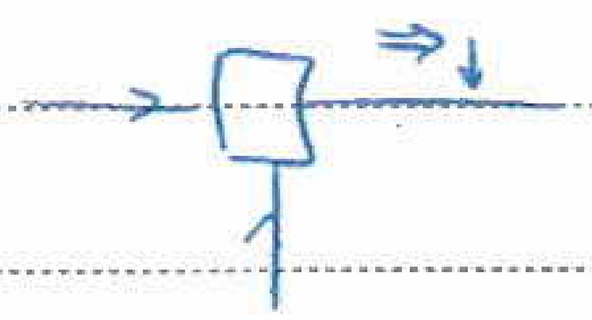
توصیف مداری المان‌ها (شناخت‌های مداری از محیط‌های فیزیکی):

v, i, φ, Q $\cancel{A} v_{AB} = 25 - 15 = 15 - 5 = 10 - 0 = 10$

✓ انتخاب مرجع: (هر گره دلخواه) زمین (صفر ولتاژ)



$v_{AB} = v_{A(C)} - v_{B(C)}$



اگر n سر باشد: باید n-1 اندازه‌گیری کنیم (المان)

$i = \frac{dQ}{dt}$ $\cancel{\frac{dQ}{dt}}$ → یکی قانون و یکی تعریف

$v = \frac{d\varphi}{dt}$

~~یکی قانون~~

~~یکی تعریف~~

شناخته‌های دوطیتی با ۴ تا مورد: (طبیعت المان)

$v - i$

$\cancel{i - Q}$ → مشتق و انتگرال

$Q - v$

$Q - \varphi$

$\cancel{v - \varphi}$ → کنار می‌روند چون قانون هستند و چیز تازه‌ای نمی‌دهند

$\varphi - i$

← نام‌گذاری المان‌ها

المان ایده‌آل: المانی که با دو کمیت اصلی (مستقل از هم) فوق توصیف شود + بدون مشتق و انتگرال

$\boxed{v - i}$ → مقاومت ایده‌آل (به هر کمیتی که v به i مربوط شود می‌گوییم)

$Q - v$ → خازن ایده‌آل $Q - \varphi$ مقاومت محافظه (memrestor)

$\varphi - i$ → سلف ایده‌آل

Zarrin Barg

+ تمرین

www.iranieee.com

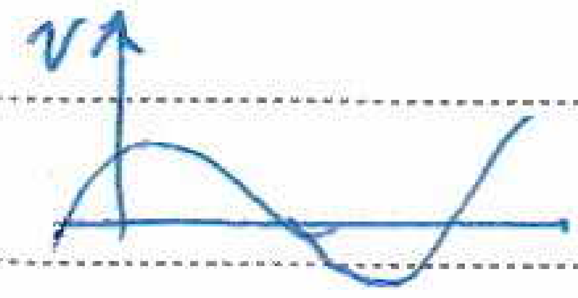
Subject: ۵

Year. Month. Date. ( )

 $\psi = \tanh i$ ⇒ سلف ایده‌آل △

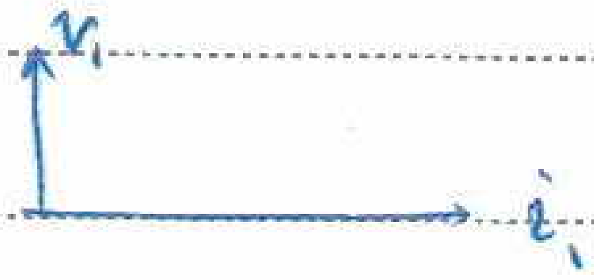
 $v = 2i + 3\frac{di}{dt}$ چون مشتق دارد ← △ مقاومت ایده‌آل نیست

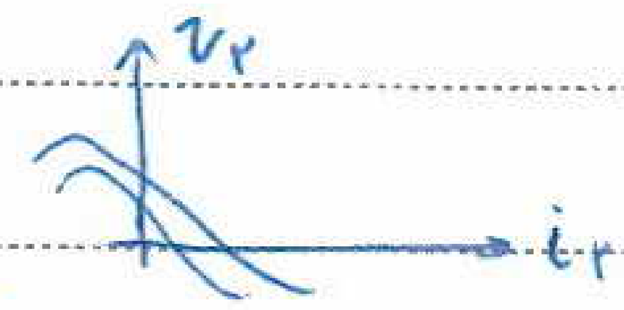
$Q = \sqrt{1+v^2}$



 ⇒ ۳ سر (دو رابطه)

(چون دو جریان و دو ولتاژ)

△  



⇒ v-i مقاومت

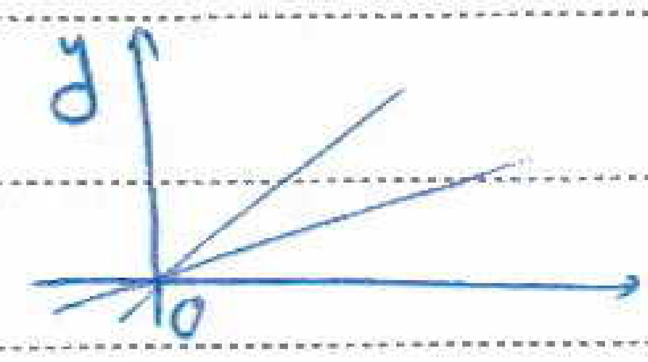
△  $\begin{cases} \psi_1 = i_1 + 3i_2 \\ \psi_2 = 2i_1 + i_3 \end{cases}$ سلف ایده‌آل

△ $v = 2i + \psi$ ⇒ $\frac{d\psi}{dt} = 2i + \psi$ ⟶ ایده‌آل نیست (مشتق دارد)

Subject:
Year. Month. Date. ( )

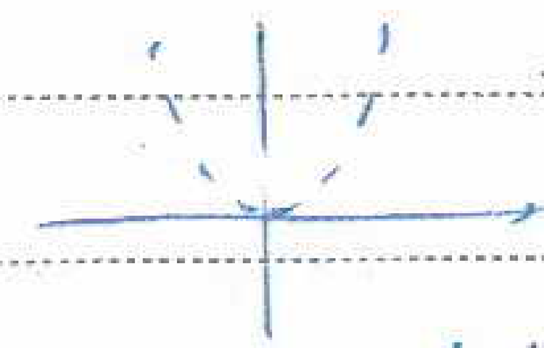
آشنایی بیشتر با المان‌های مدار:

المان‌های دوسر (و بیشتر از دو سر) { خطی - غیرخطی ، متغیر با زمان - نامتغیر با زمان



المان خطی: (گذر از ۰) خطوط راست

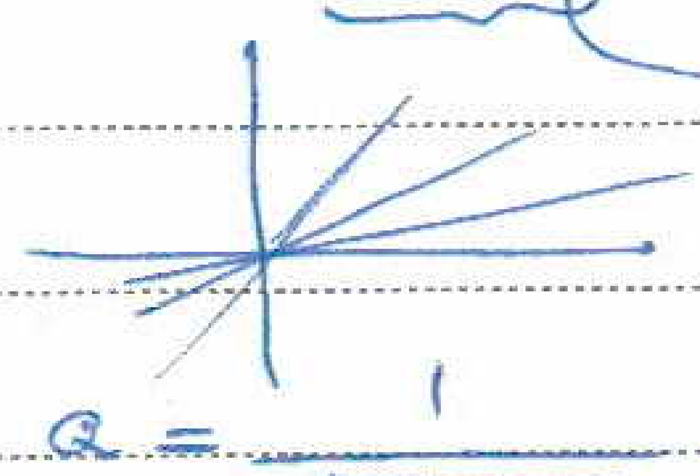
الف) $v = i^2$ مقاومت



→ المان غیرخطی

ب) $\varphi = \tanh i$ غیرخطی

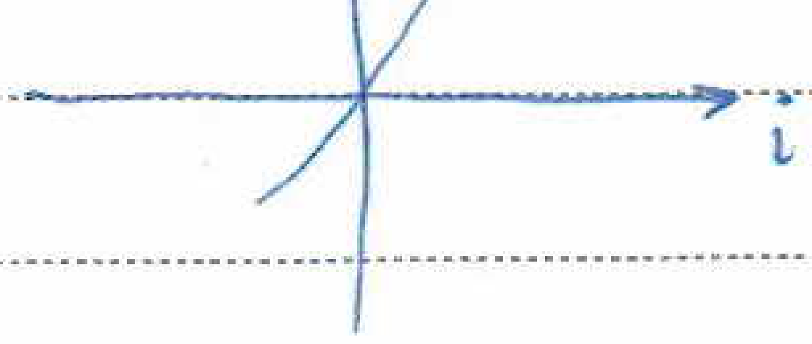
ج) $v = \underbrace{(1+\cos 2t)}_{\text{متغیر با زمان}} i$ خطی*



د) $Q = \frac{1}{\sqrt{1+3v}}$ خازن غیرخطی

ه) $\varphi = i^2 + i + 2$ غیرخطی

و)



ز) $\begin{cases} \varphi_1 = 2i_1 + 8i_2 \\ \varphi_2 = i_1 + 4i_2 \end{cases}$ ⟹ روابط پس سه سر ...*

*book

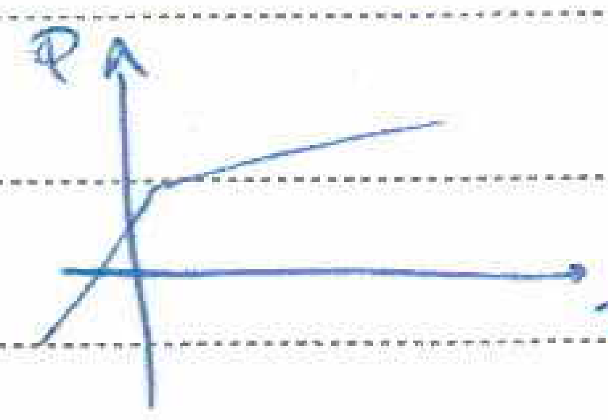
... ⟸ غیرخطی / نامتغیر با زمان

برای المان سه سر:

اگر در ما دو تا $i_1 = 0$ یا $i_2 = 0$ ... باشه خط راست

گذرنده از مرکز نشوند ...؟

ج)



مقاومت غیرخطی

چون ...

✓ متغیر با زمان - نامتغیر با زمان

!book

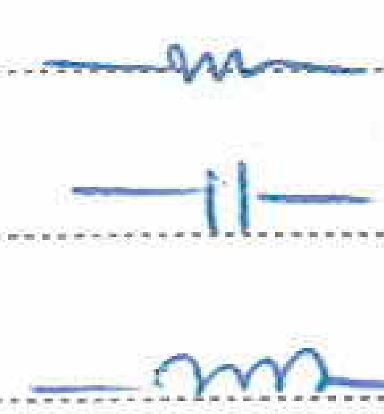
* رفتاری که بیان شده برای فاصله زمانی محدود است.

✓ (صرف نظر از عدم قطعیت؟)

▲ v, i, t

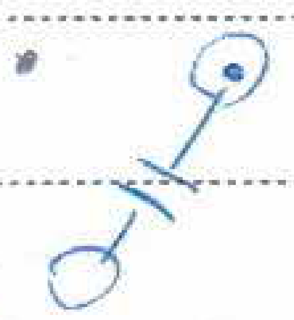
▲ $v = i^2$ t ندارد پس نامتغیر با زمان است.

تذکر: مقاومت دوسر:
خازن دوسر:
سلف دوسر:

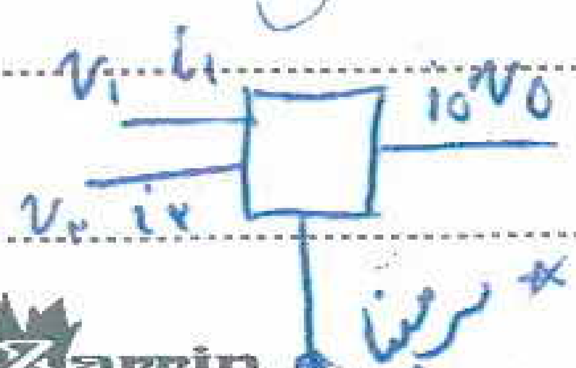


مقاومت سه سر
// چهارسر

*خازن بیش از دو سر ساخته نمی‌شود چون رفتار آنها با خازن دوسر مشخص می‌شود.



→ عملاً دوسر



✓ اسم این المان؟

از روی توصیف (فقط) تشخیص دهید.

* سرچینا

چه قدر بلد است می‌گه؟!

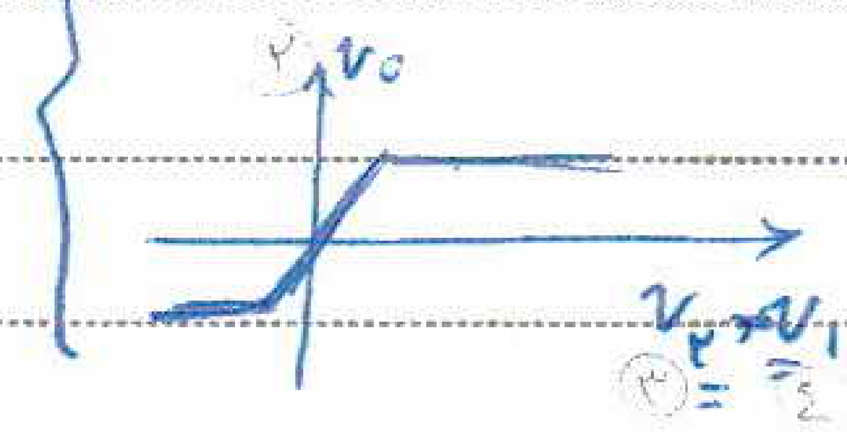
SUBJECT: ۶

Year ( ) Month ( ) Date ( )

book

درصد ...

$i_1 = i_2 = 0$ (۲)



(توصیف المان)

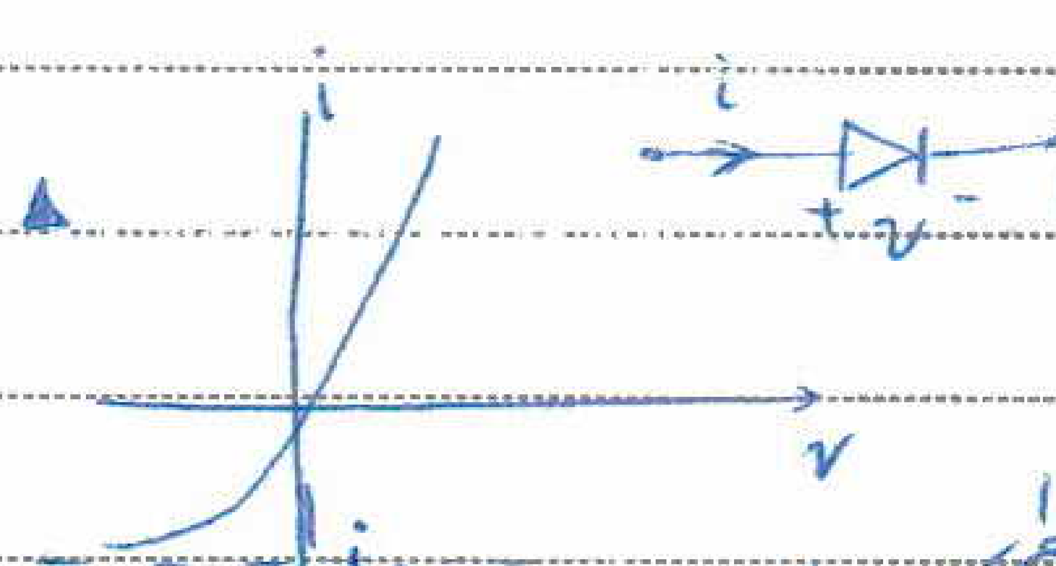
★ خطی: اگر توصیف ریاضی نوشته باشد همه درجه اول باشند.

★ درجه ی xy^{23} برابر چه است

? book ...

المان فوق غیرخطی است چون ...

و نامتغیر با زمان

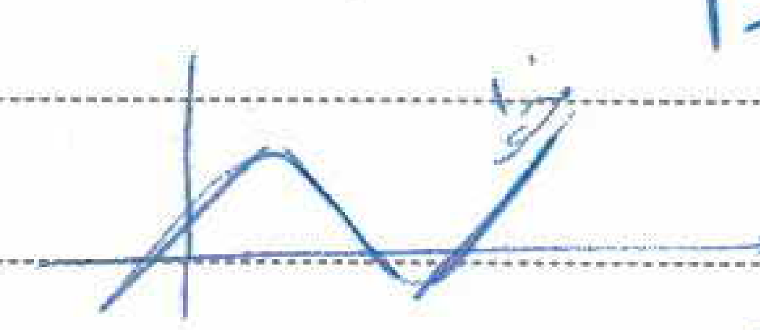


(دیود ایده آل)

غیرخطی

$\Rightarrow i = I_0(e^{kv} - 1)$

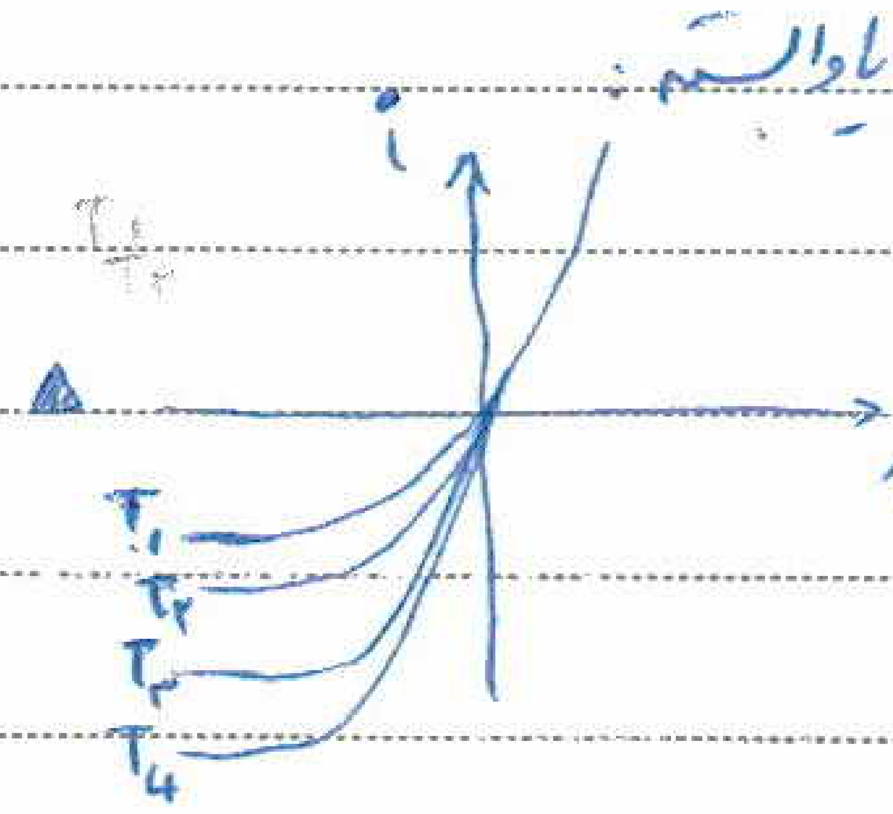
✓ ممکن است تقریب بزنیم ولی اگر آ در آزمایشگاه نمودار



داریم نه رابطه ی ریاضی:

پس توصیف با شکل و تقریب داریم

✓ المان کنترل شده یا وابسته:



غیرخطی و +

(نه الزاماً خطرناک نمودار!)

+ چون یک i و یک v دارد دو سرایست (برای المان)

توجه کنید که چند v_1، v_2 ... دارد

+ این المان i-v دارد پس مقاومت است

علاوه بر i و v دما هم برای آن اثر دارد یعنی مشخصه آن را با دما عوض می کند.

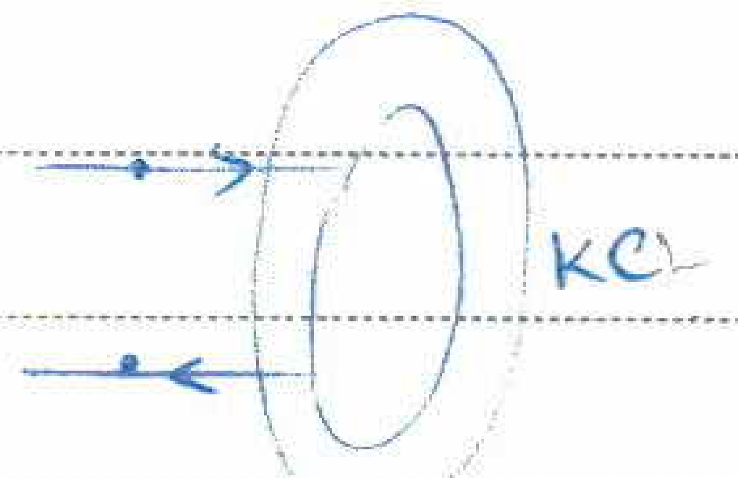
$i = Ie^{-\frac{v}{T}}$ کنترل شده با دما

(v, i, T)

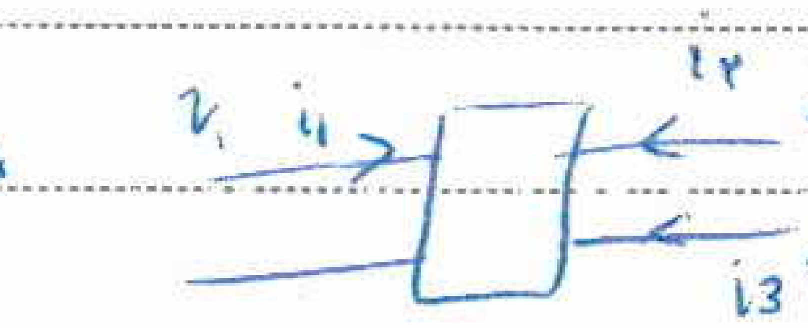
قطب (تعریف)

book = جریان نقطه دیگر

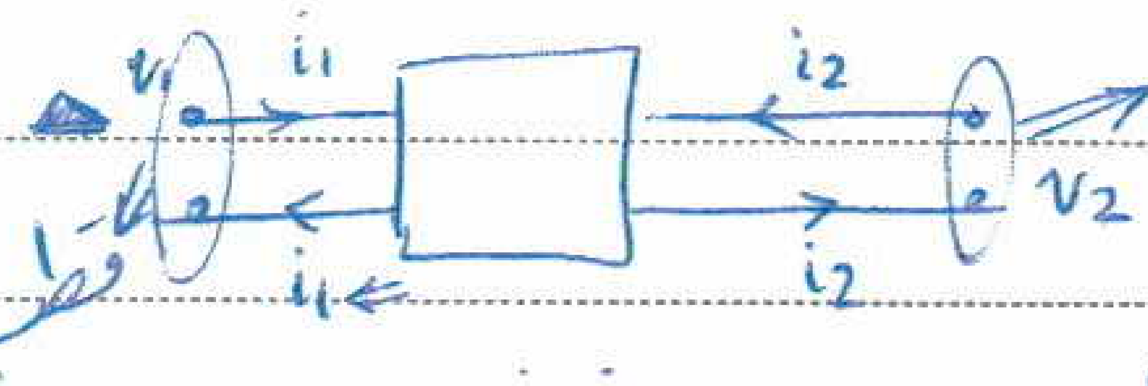
هر زوج سرا از مدار که جریانی که از یک نقطه



KCL ⇒ قطب



★ v_1, v_2, v_3 / i_1, i_2, i_3 ← سه رابطه



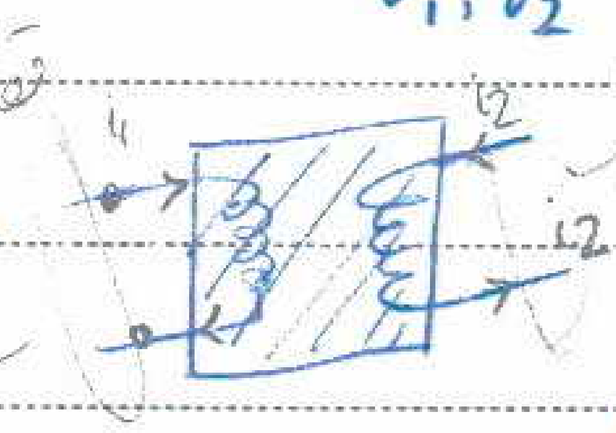
قطب

قطب

★ دو رابطه

i_1, i_2

v_1, v_2



✓ توصیف المان با توجه به اینکه از داخل

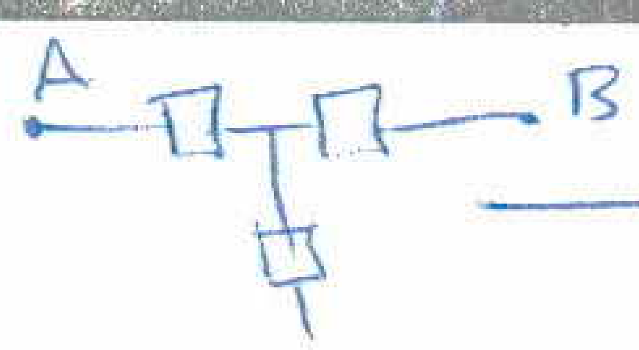
با بیرون (نه درون) کاری

نداریم (!!!!)

این المان چیست؟ ولی می دانیم دو قطبی

ادامه

STAEDTLER®

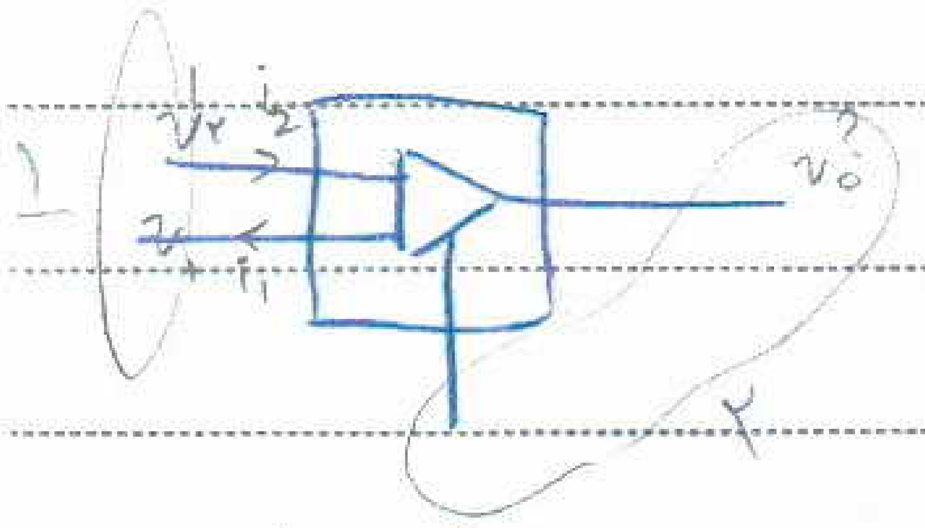


توجه با توجه به تعریف شاخه بین A و B شاخه نیست

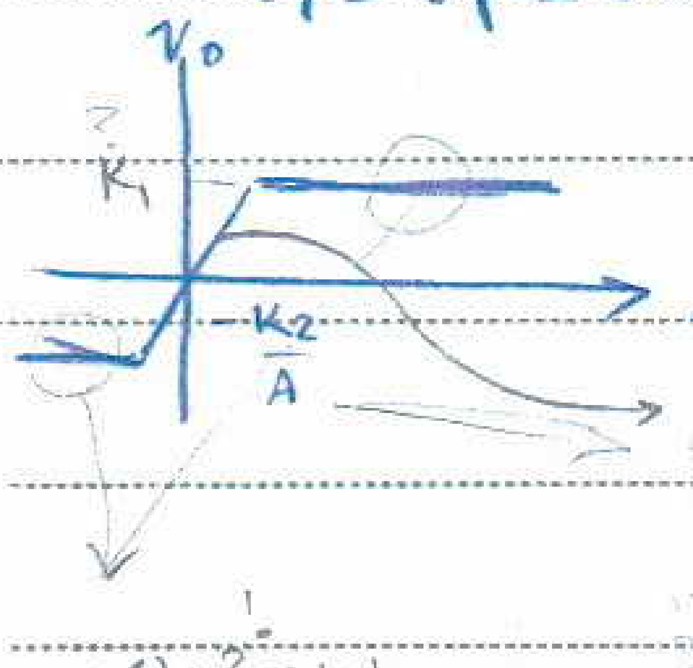
www. iran-ieee .com

SUBJECT:

Year (　　) Month (　　) Date (



$i_1 = i_2 = 0 \Longrightarrow$ ایزوله کردن دو دوجا که از هم جریان نکشند.



$v_0 = A(v_2 - v_1)$

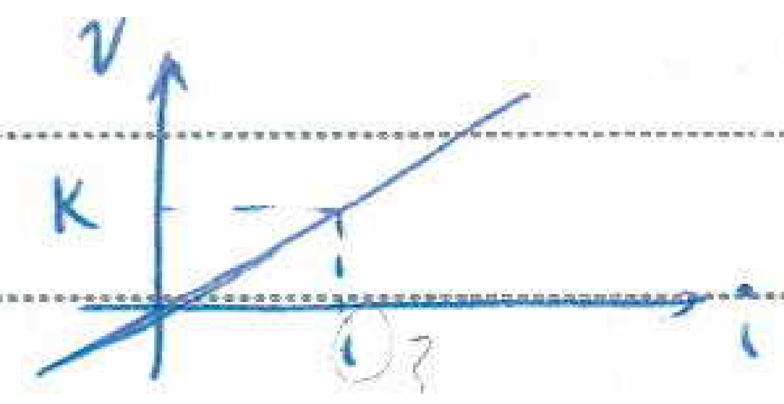
جمع و برابر کردن

دادن مربعی

رابطه‌ی ولتاژ جریان المان‌ها:

خطی و نامتغیر با زمان LTI

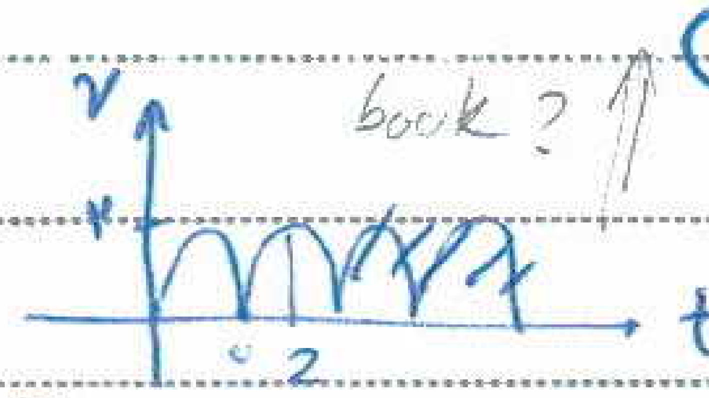
۱) مقاومت LTI



$v(t) = Ri(t)$ یا $i(t) = Gv(t)$

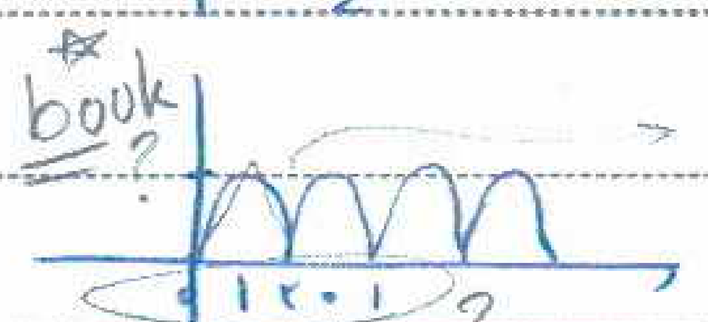
که $G = 1/R$

مقاومت LTI پدیده‌ای را تغییر نمی‌دهد: (معادله‌ی انرژی ...)

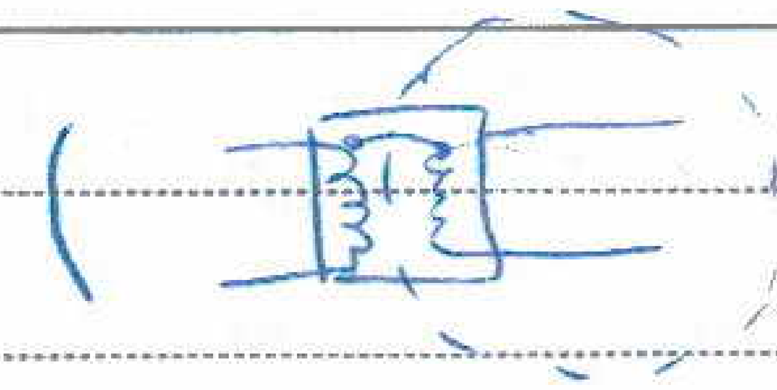


book ?

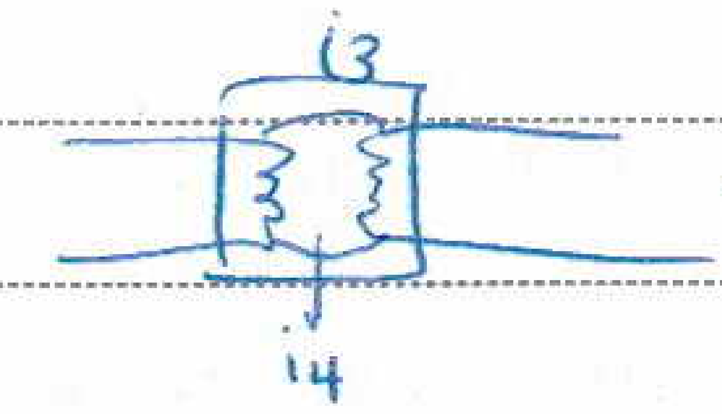
$R = 2\Omega$



book ?



باز هم دو قطبی هستند؟



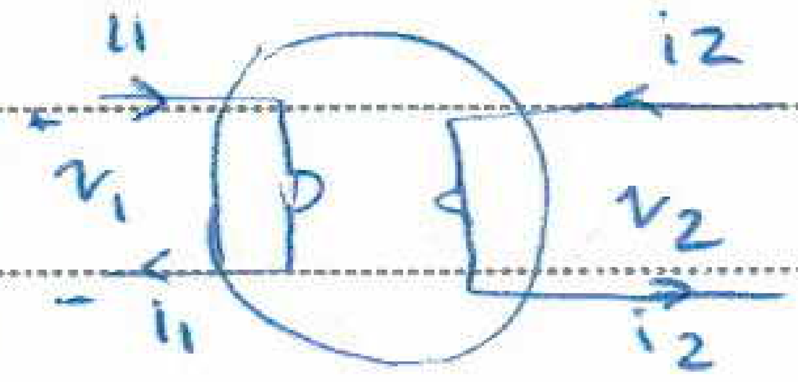
نمی‌توانیم دو قطبی هست بدانیم!

$$\begin{cases} v_1 = n v_2 \\ i_2 = -n i_1 \end{cases}$$

درجه اول

درجه اول $\Longrightarrow$

ادامه: ۱- مقاومت دو قطبی ثابت = نامتغیر با زمان ...



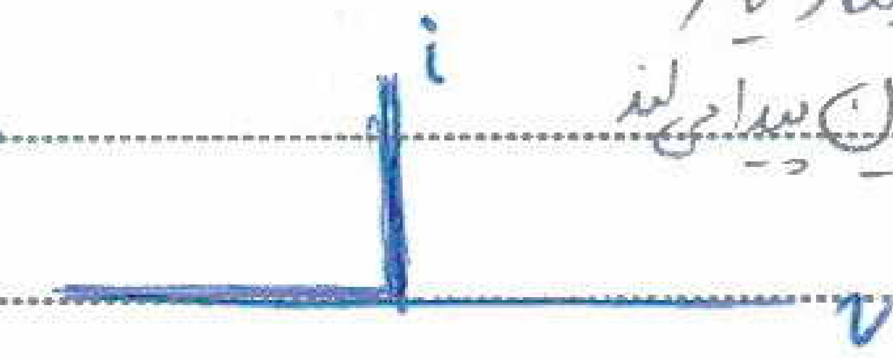
$$\begin{cases} i_1 = G v_2 \\ i_2 = -G v_1 \end{cases}$$

ثابت

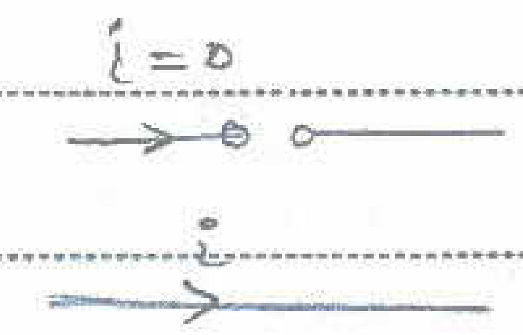
چون گفته‌ایم ثابت یعنی به t بستگی ندارد: نامتغیر با زمان

+ ...

جریان را به ولتاژ یا ولتاژ را به جریان تبدیل می‌کند ...



$$\begin{cases} i = 0 \\ v = 0 \end{cases} \Longrightarrow$$



کلید ایده‌آل (که مقاومت ایده‌آل است)

با یقینی مدار به این المان می‌گویند یک بار وکیل بسته شود!!!

برای مثال قبل که $\begin{cases} v_1 = n v_2 \\ i_2 = -n i_1 \end{cases}$ یعنی ...

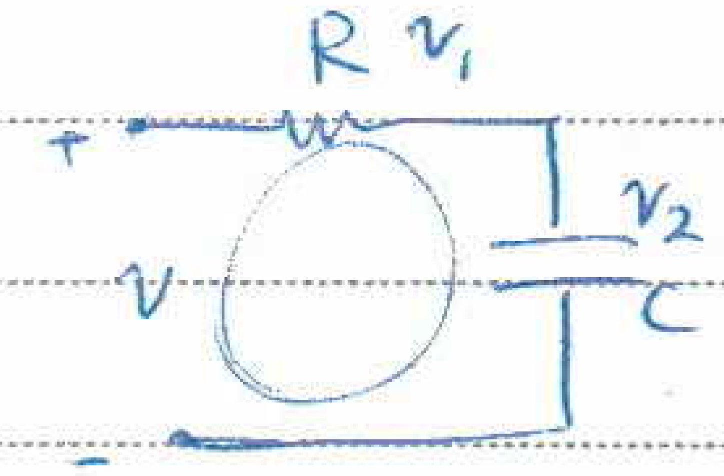
برای $\begin{cases} i_1 = G v_2 \\ i_2 = -G v_1 \end{cases}$ تبدیل انرژی پتانسیل و ... برهم (کار پیچیده‌ای دارد)

STAEDTLER

www.iran-ieee.com

SUBJECT: V

Year ( ) Month ( ) Date ( )



✓ ΔV با اعمال سریع v داریم:

ولتاژ دو سر خازن سریع تغییر می کند ولی C نه !!!

$$v = v_1 + v_2$$

$$\Delta v = \Delta v_1 + \cancel{\Delta v_2}$$
0

b. $v_1 = \Delta i$

0 $\Delta v_1 = \Delta\Delta i \qquad \Delta i = \frac{\Delta v_1}{\Delta}$

▲ در خازن ها ی قدرت ← بزرگ ولی ... چرا؟

$$x = A\sin\omega t$$

$$x' = A\omega\cos\omega t \quad , \quad i = C\frac{dv_c}{dt}$$

$i_2 = Cx$

پس در فرکانس های بالا C ها کوچک اند ولی ...

$$i = C\frac{dv_c}{dt} \Rightarrow dv_c = \frac{1}{C} i_c\, dt$$

انتگرال نسبت به t → مدارهای قبلی، مدار جدید: $-\infty$ t_0 t

قبل روشن شدن خازن در مدار

$$v_c(t) - v_c(-\infty) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_c\, dt$$

خازنی که هنوز کار نکرده $v_c(-\infty) = 0$

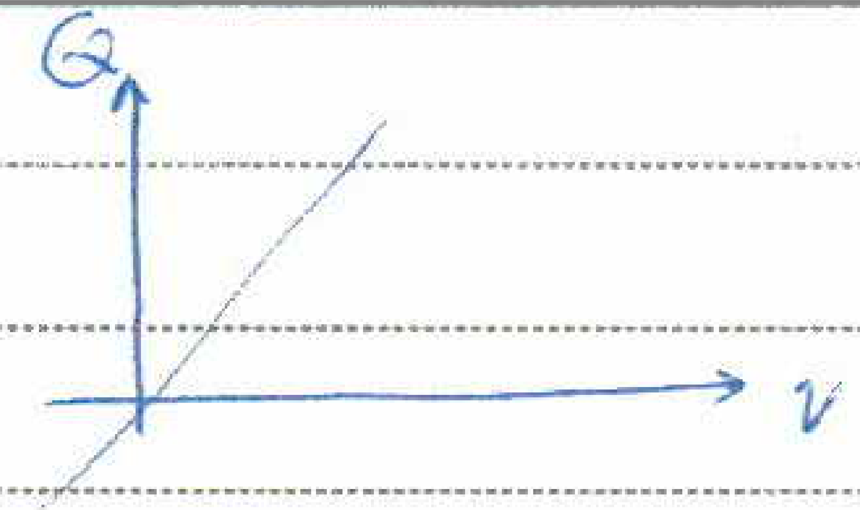
$$v_c(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_c\, dt \longrightarrow ? \Rightarrow$$ کار فیزیکی دارد

برطرف کردن این اشکال

$$v_c(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t_0} i_c\, dt + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} \underbrace{i_c}_{\text{مدار جدید}}\, dt$$

نمی دونیم ولی ...

خازن LTI



$$Q(t) = C\,V(t)$$
کولن ، فاراد ، ولت

book

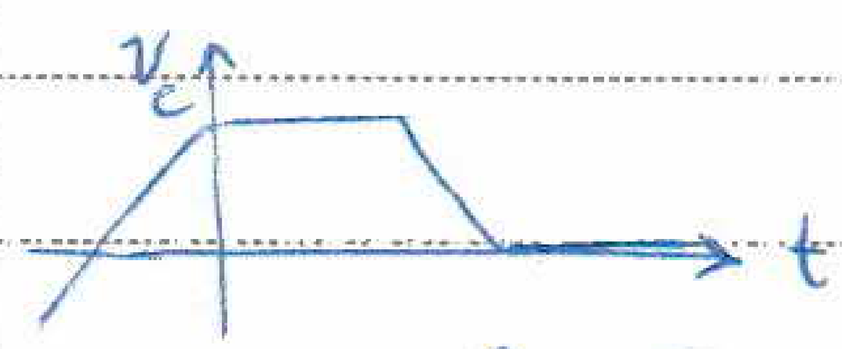
$C = \varepsilon_0 ? \frac{S}{d}$ $\qquad \varepsilon_0 \sim 10^{-12}$

book ?..

$$i_c = \frac{d}{dt}(C v_c) = C\frac{dv_c}{dt}$$

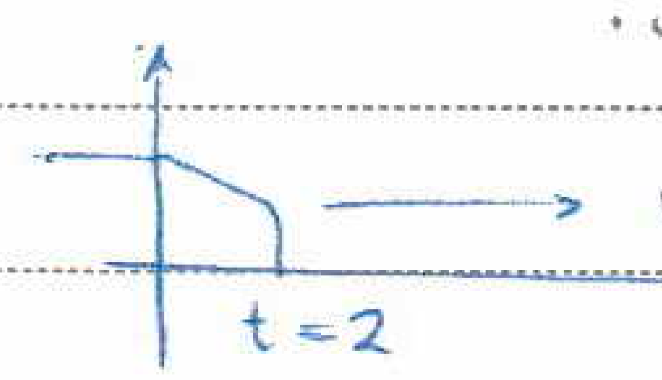
خازن مشتق گرفته پس کار سلف برای ما می کند —

(مقاومت این کار را (مشتق یا انتگرال گیری) نمی کند)



✓ ولتاژ خازن نباید تغییر آنی داشته باشد چون در این صورت Q باید تغییر آنی داشته باشد که نمی شود ...

خازن هم المان انرژی دار است.



→ مشتق $= -\infty$

⇓

غیر ممکن ...

★ خازن اجازه ی تغییر آنی ولتاژ را به تمام المان های موازی با خودش نمی دهد. ← وجه حفاظتی

گاهی این تغییر آنی باعث صدمه دیدن المان می شود.

SUBJECT:

Year ( ) Month ( ) Date (

$$v_c(t) = v_c(t_0) + \frac{1}{c}\int_{t_0}^{t} i_c\,dt$$

از گذشته چی در خودش نگه داشته (Q)

در زمان t_0 پس:

ولتاژ اولیه ی خازن

خازن:

★۱. المان ذخیره کننده (چون در خودش بار ذخیره می کند

پس انرژی ذخیره می کند)

✓ کل کار خازن: ذخیره کردن انرژی

★۲. المان با حافظه (چون به گذشته اش بستگی دارد)

(غیر از بار و انرژی: عوض شدن ... ? تغییر عایق پولاریزه !!!

← حافظه دارد. ...)

تحویل جلسه ۶۴ و ص ۶۵ . ص ۶۲ و ۶۳ و

تمرین ۶-۱

(شنبه)

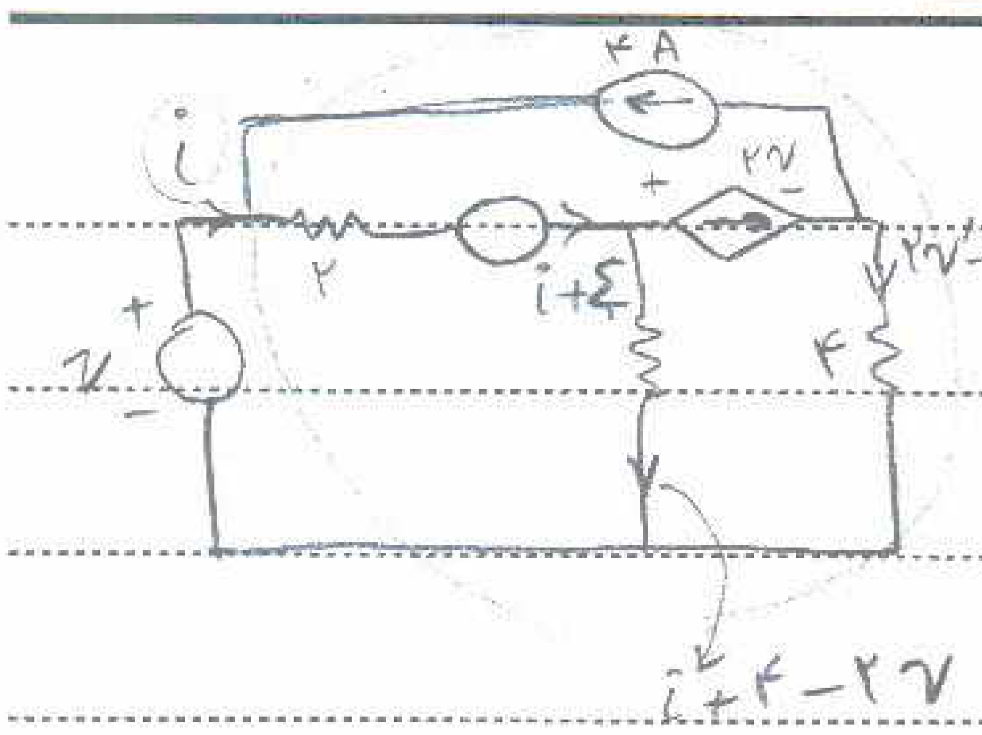
✓ بعد اتمام هر فصل کوئیز (از ۲۰ نمره ۵)

STAEDTLER®

quiz: گاهی

www.iran-ieee.com

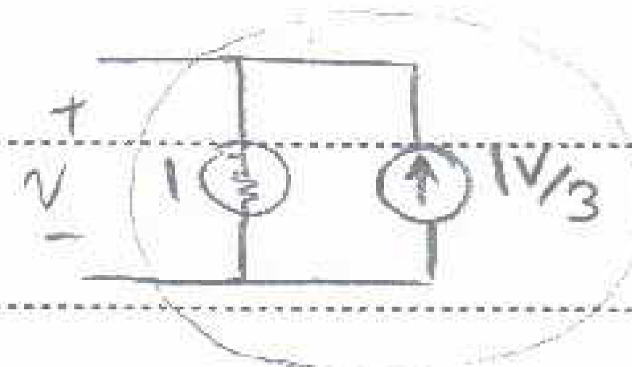
جزوه

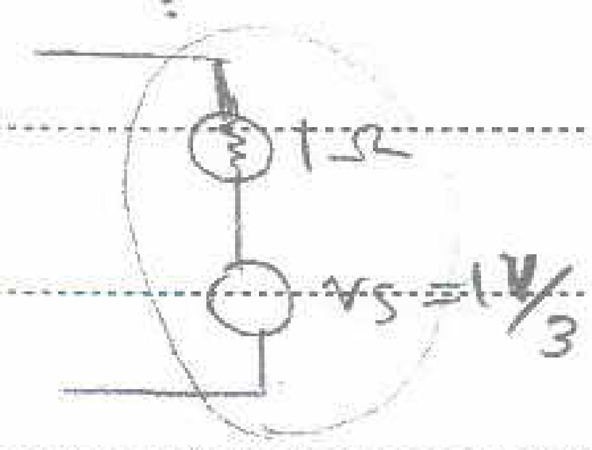


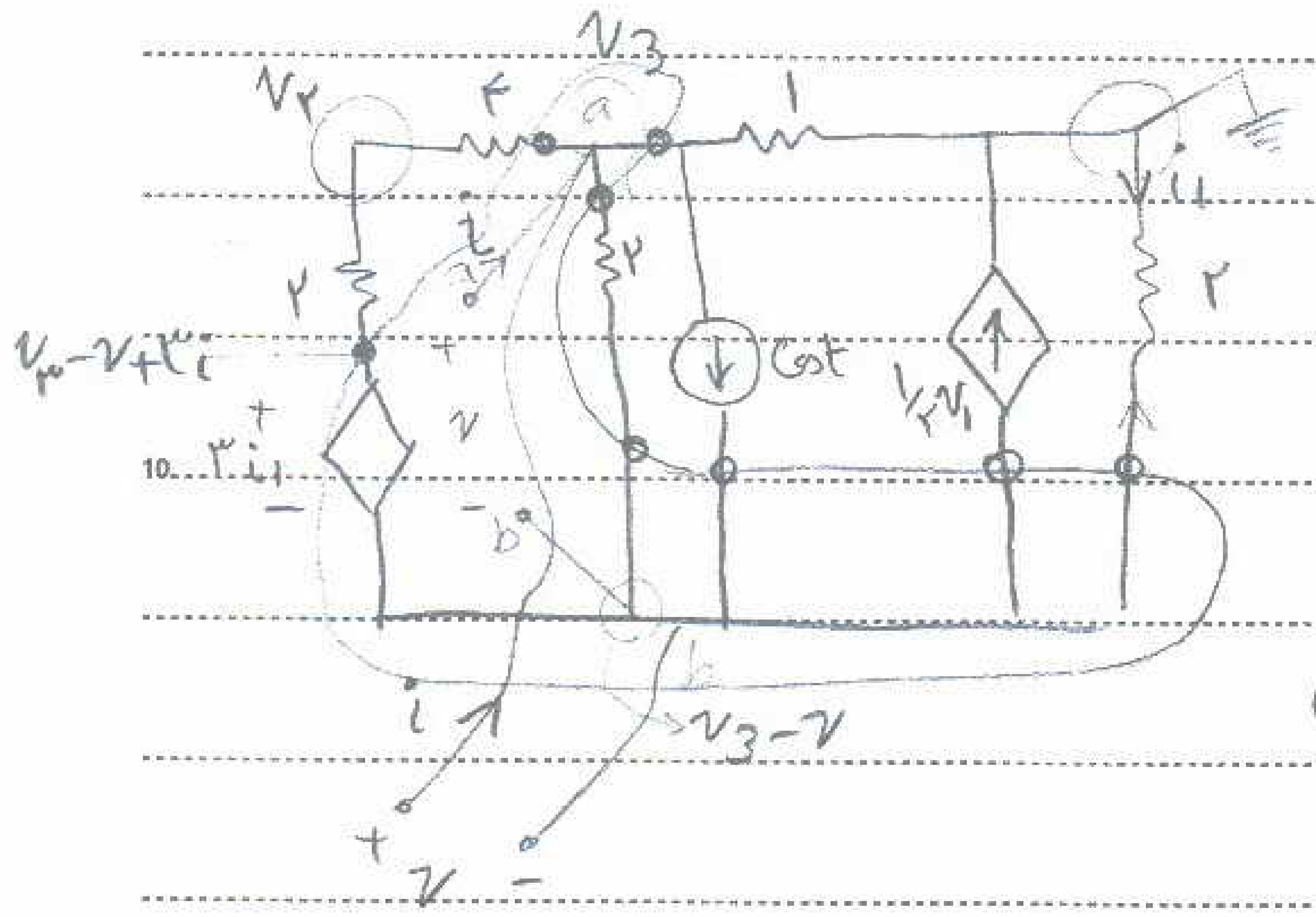
KVL: $-v+2(i+4)+5+1(i+4-2v)=0$

رابطه تعادلی مدار: $(-3v+3i+17=0)$ $\begin{cases} i=v-17/3 & (1) \\ v=i+17/3 \end{cases}$

(1) $i=v-17/3$







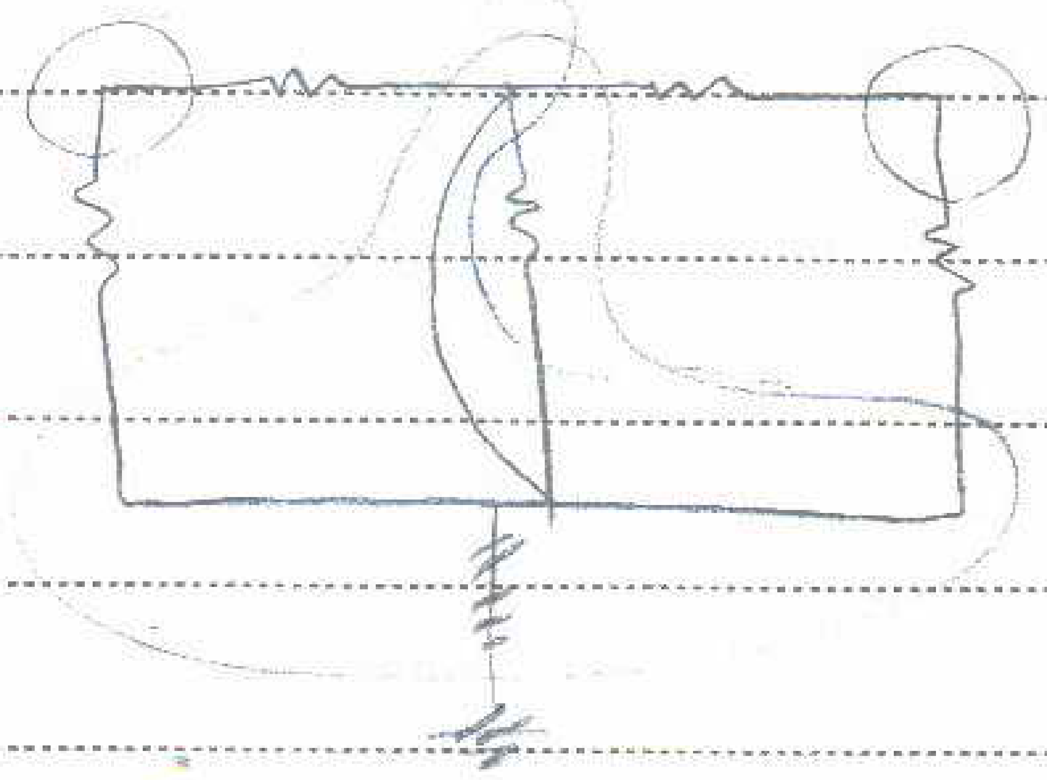
☆ روابط تعادلی از یک (یا دو) قطب معنی دارد.

(تغییر قطب ← تغییر رابطه تعادلی)

گره‌ی سری شده

☆ نوشتن v تمام گره‌ها براساس مجهول‌های اساسی و... a, b

v بعدی: سطح بسته کا‌ها را قطع کرده (انتقال شکل مش در شکل اصلی)



$n=3 \Rightarrow$ 2 مجهول اساسی (v_2, v_3)

KCL: $\frac{v_2-v_3}{4}+\frac{v_2-(v_3-v+3i_1)}{2}=0$

$v_2-v_3+2v_2-2v_3+2v-6i_1=0 \quad (1)$

KCL: $\frac{(v_3-v)-0}{2}+\frac{1}{2}v_1+\frac{v_3-0}{1}+\frac{v_3-v_2}{4}+\frac{(v_3-v+3i_1)-v_2}{2}=0$

$\Rightarrow 2v_3-2v+2v_1+4v_3+v_3-v_2+2v_3-2v+6i-2v_2=0 \xrightarrow{(2)} 9v_3+2v_1-4v-3v_2+6i=0$

(☆ حذف مجهول‌های غیر از v_2, v_3)

در مدار: $\begin{cases} i_1=\frac{0-(v_3-v)}{2}=-v_3/2+v/2 \\ v_1=v_2-v_3 \end{cases}$

$\begin{cases} -3v_3+3v_2+2v-2(-v_3/2+v/2)=0 \\ 9v_3-4v-3v_2+2(v_2-v_3)+6(-v_3/2+v/2)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3v_2-v=0 \Rightarrow v_2=v/3 \\ 4v_3-v_2-v=0 \quad \text{(دوم)} \end{cases}$

$\xrightarrow{v_2 \text{ در دوم}} 4v_3-v/3-v=0 \Rightarrow v_3=v/3$

Zarrin Barg
www.iran-ieee.com

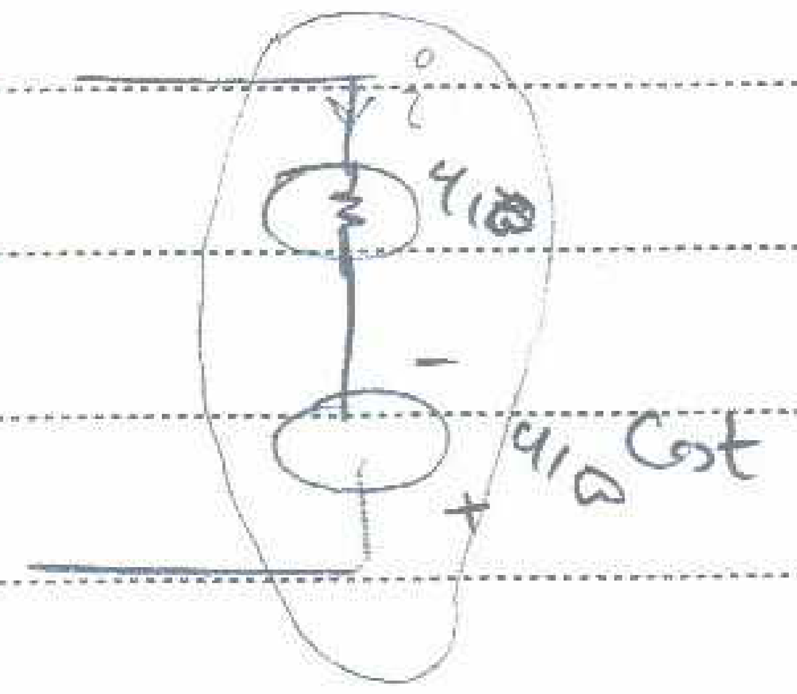
Subject:
Year. Month. Date. ( )

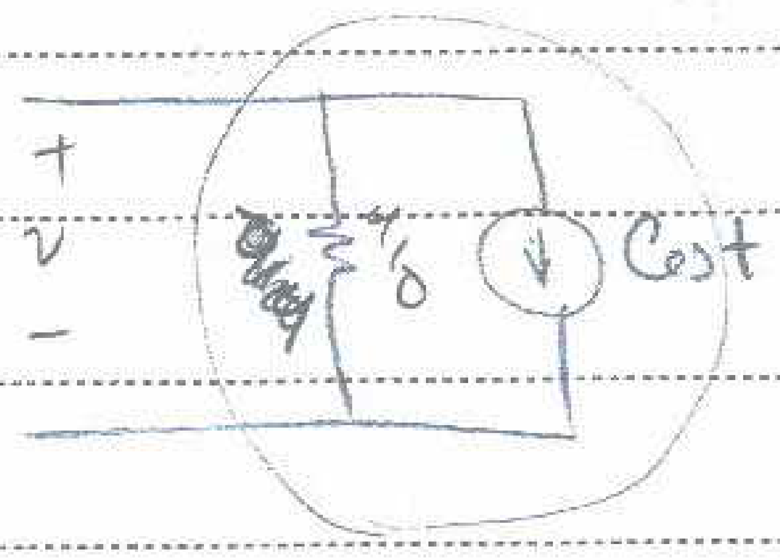
$v = 2\left(-\cos t - v_3 + i + \frac{v_2 - v_3}{4}\right) \Rightarrow v = 2\left(-\cos t - v/3 + i + \frac{1}{4}(0)\right)$

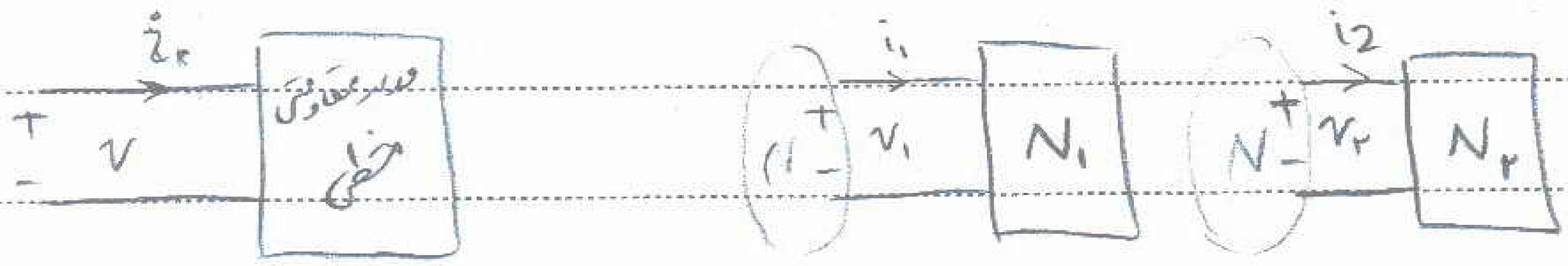
$5/3\, v = -2\cos t + 2i \Rightarrow \boxed{v = -6/5 \cos t + 6/5\, i}$

از این قطب فقط یک منبع مستقل داریم.

$v = -6/5 \cos t + 6/5\, i \rightarrow i = 5/6\, v + \cos t$





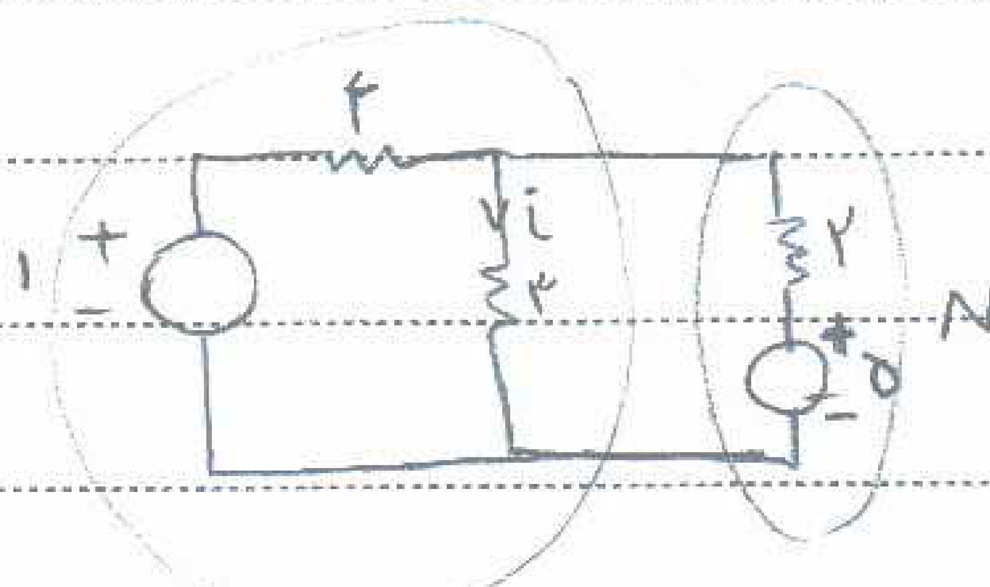


$av + bi + c = 0$ $\qquad a_1v_1 + b_1i_1 + c_1 = 0$ $\qquad a_2v_2 + b_2i_2 + c_2 = 0$

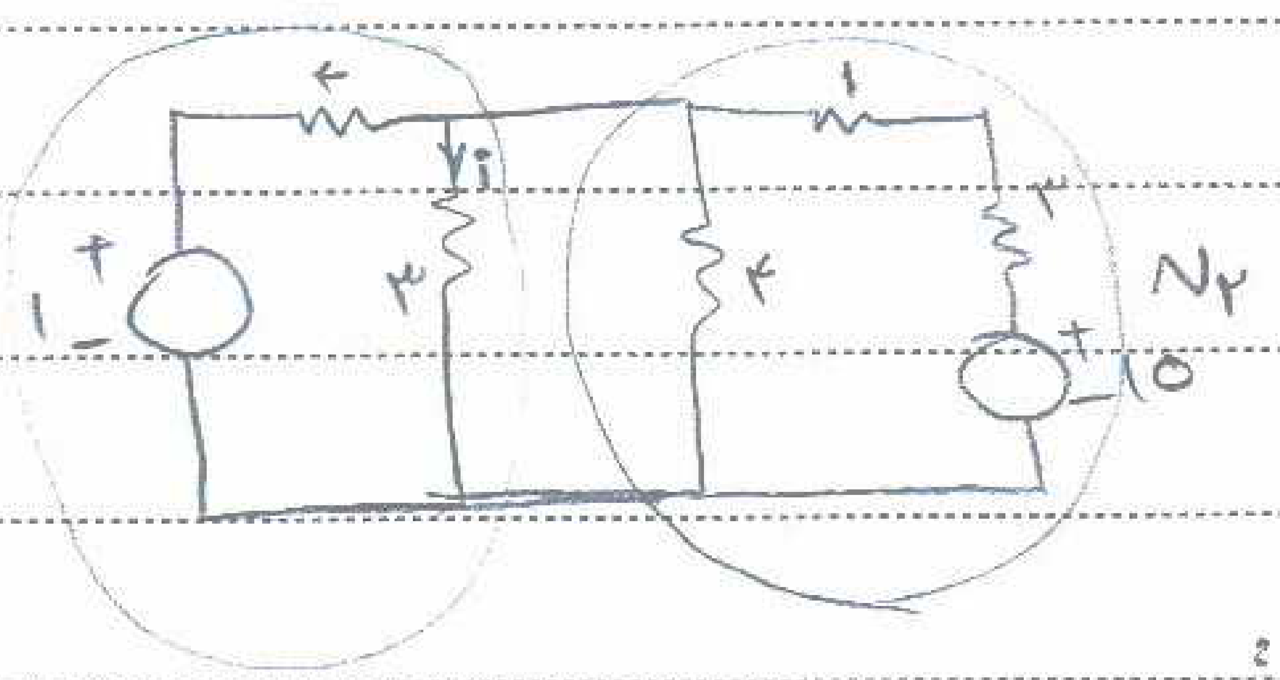
★ N_1 و N_2 معادل اند اگر رابطه‌ی تعادلی یکی باشند. (برای N فرقی نمی‌کند که با N_1 یا N_2 کار کند)

★ معادل بودن از نگاه بیرونی N (نه نگاه درونی ...)

معادل بودن بین دو مدار تعریف می‌شود.



N_1 و N_2 معادل اند ← v و i هر دو یکسان می‌شود (می‌شود)



← مجموعه: مدارها $A \times B$

رابطه هم ارزی ... ← ★ معادل بودن یک رابطه‌ی هم ارزی است:

(A با A معادل است، اگر A با B معادل باشد، آنگاه B با A معادل باشد، اگر A با B، B با C معادل باشند A با C معادل باشد)

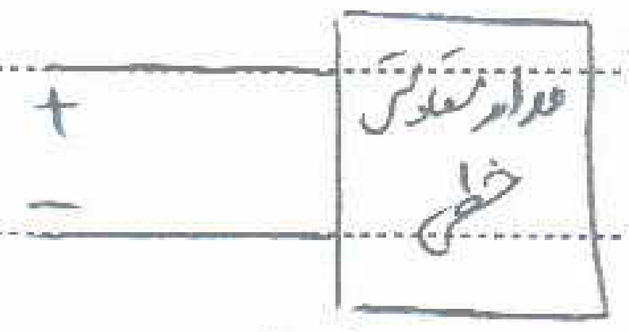
نحوه تشخیص معادل بودن دو مدار: پیدا کردن رابطه تعادلی در دو مدار (یکی شدن a, b, c)

Zarrin Barg
iran-ieee.com

Subject: ۲

Year. Month. Date. ( )

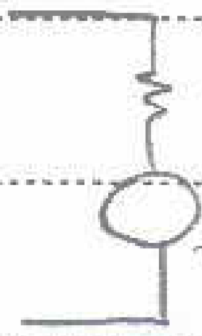
- ۲ بنظر می‌آید تعداد مدارهای معادل نامتناهی باشد ...



$av+bi+c=0$

(معادل تونن)

$a\neq 0 \equiv$

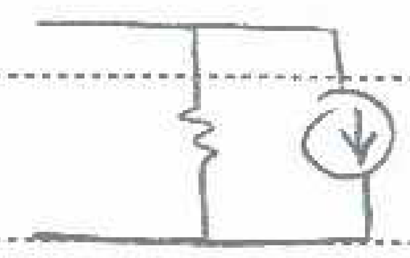


$v+\frac{b}{a}i+\frac{c}{a}=0 \xRightarrow{\div a} v=-\frac{b}{a}i-\frac{c}{a}$

R_N

v_{th} یا v_{eq}

$b\neq 0 \equiv$

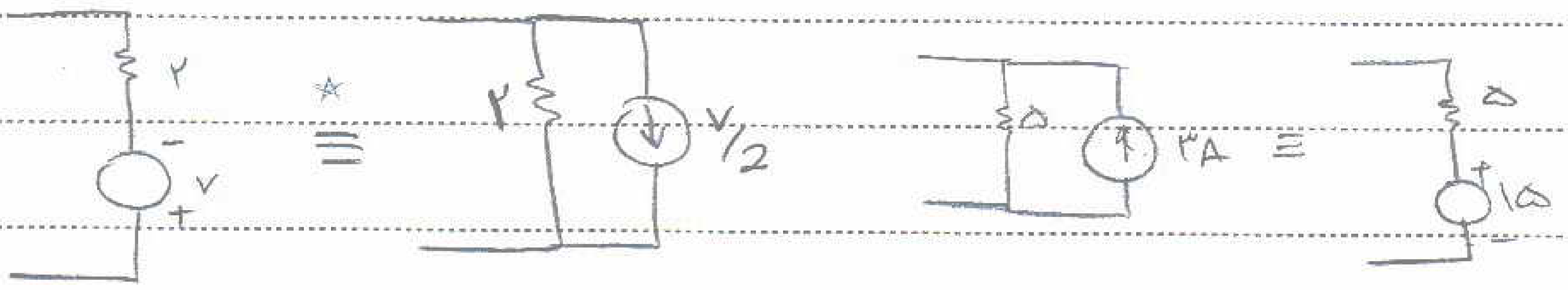


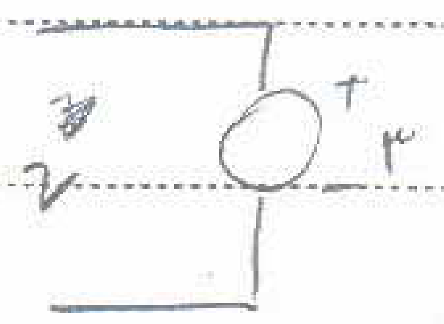
$\div b \Rightarrow i=-\frac{c}{b}-\frac{a}{b}v$

$\frac{1}{R_T}$

معادل (نورتون)

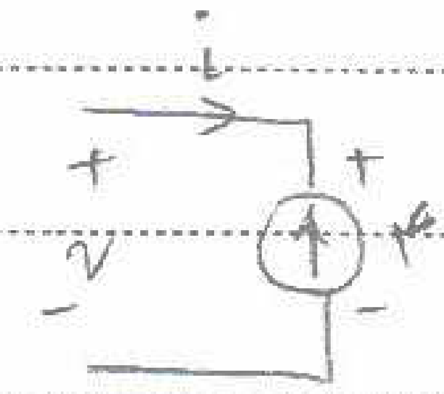
$R_{th}=R_N=R_T$ درصورت وجود هردو



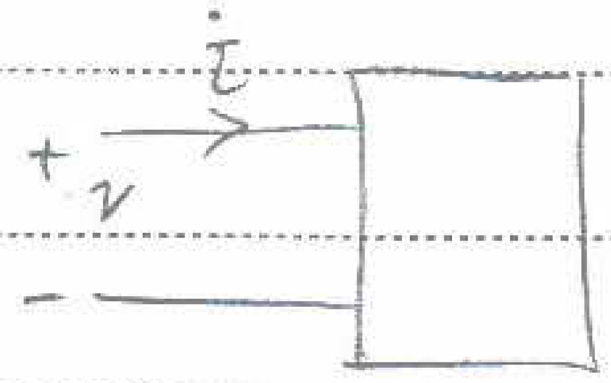


$\rightarrow v=3$

$v-3=0$ نورتن ندارد



$i=4 \rightarrow i-4=0$ تونن ندارد



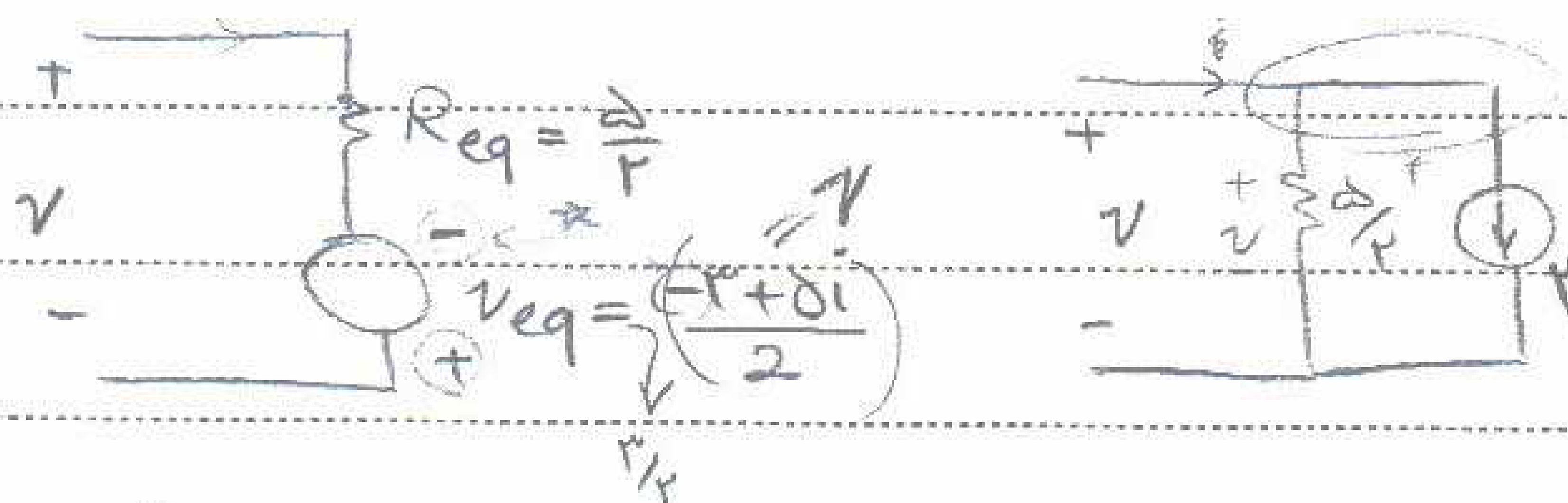
الف) $2v-5i+3=0$

ب) $v-2i=0$

ج) $5v-2=0$

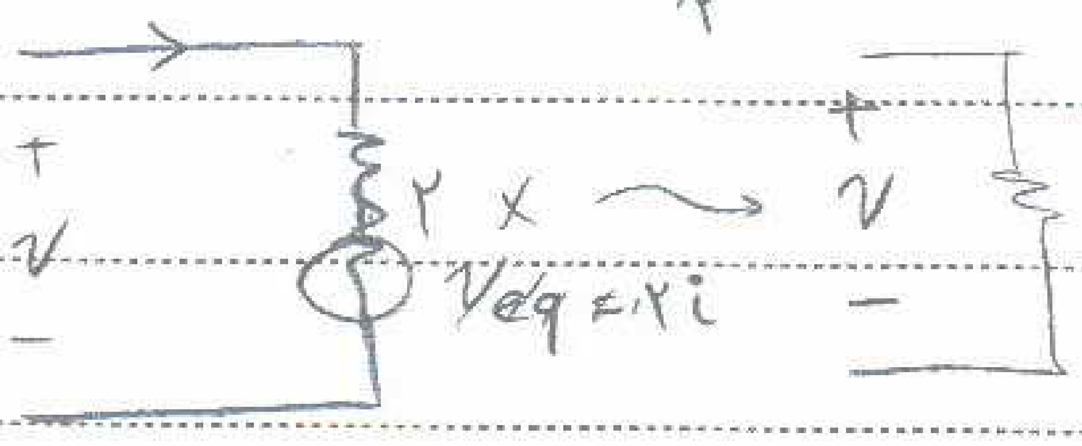
د) $4i+\frac{v}{7}=0$

الف)



$i=\frac{3+2v}{5}=\frac{2}{5}v+\frac{3}{5}$

ب)



معادل مقاومتی است، $c=0$ می‌شود

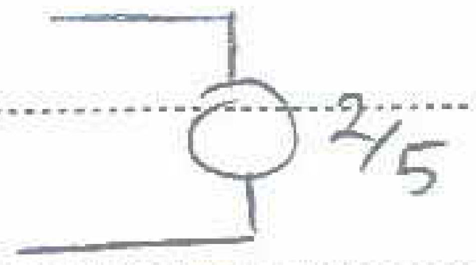
منبع $\equiv c$

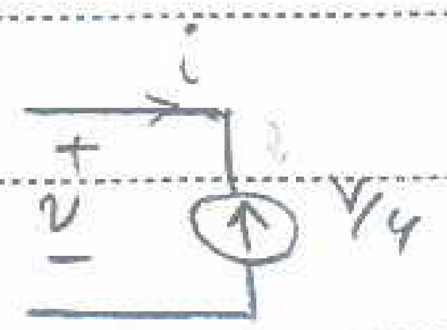
☆ اگر c نباشد یعنی v ضریبی از i است (و منبع مستقل نداریم)

Zarrin Barg

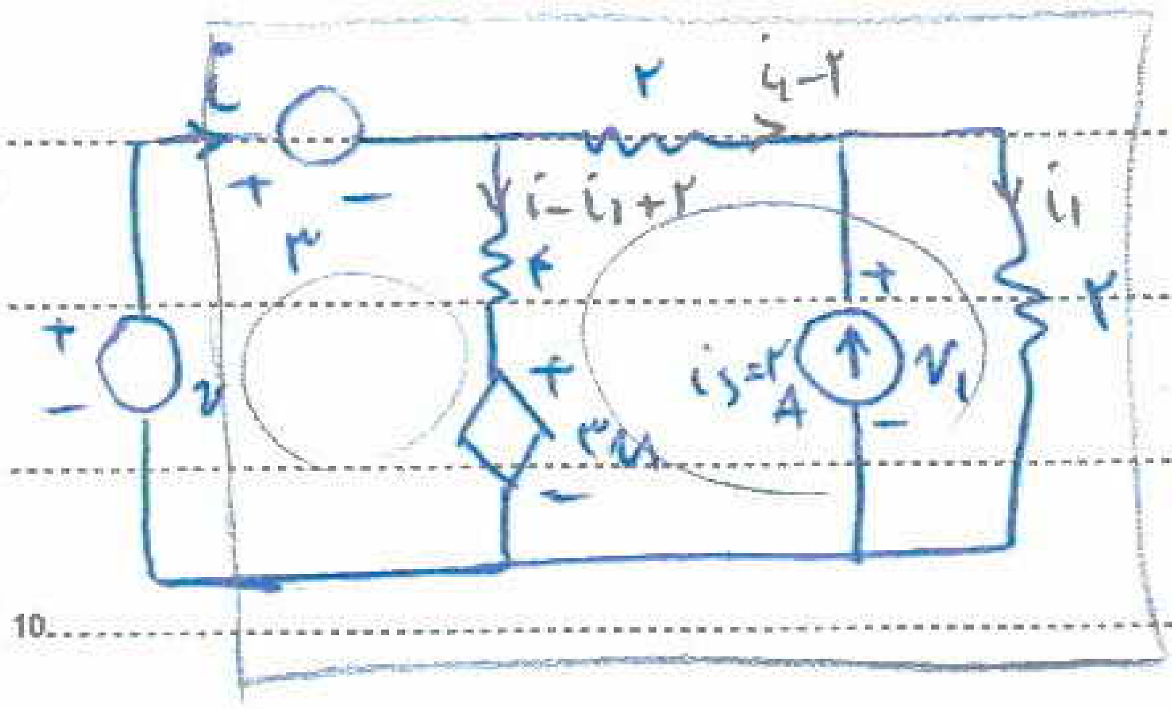
www.iran-ieee.com

Subject:
Year. Month. Date. ( )

ج) $v = 2/5$  ، معادل نورتون ندارد $b=0$

د) $i = -V/4$  معادله تونن ندارد $a=0$

تا * جمع آثار: ص ۱۱۹ و ۱۲۰ + ۱۲۶، ۱۲۷ (فقط ۱۷-۱۹) ← سه‌شنبه



✓ ساده‌ترین و عمومی‌ترین روش یعنی رابطه تعادلی ...

✓ با تحلیل اساسی روی بخش‌هایی از شکل اساسی انتخاب شده نه مثلاً روی شاخه‌ام ازراست که جریان معلوم دارد در شکل اساسی x.

KVL: $-v+3+4(i-i_1+2)+3v_1=0 \rightarrow -v+11+4i-4i_1+3v_1=0$

KVL: $-3v_1-4(i-i_1+2)+2(i_1-2)+2i_1=0 \rightarrow -3v_1-4i+8i_1-12=0$

$v_1=2i_1$ برای حذف v_1 و i_1 سه رابطه باید داشته باشیم:

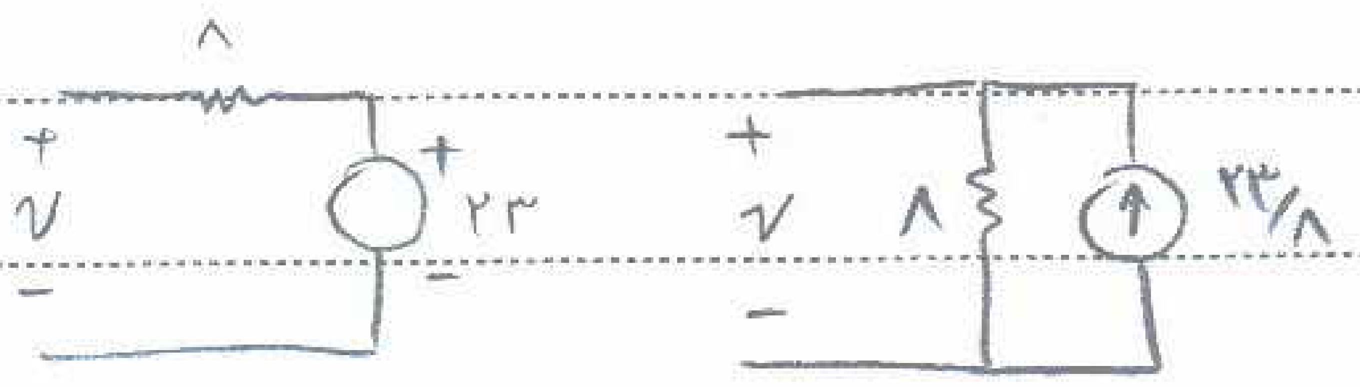
$v_1=2i_1 \Rightarrow \begin{cases} -v+11+4i-4i_1+6i_1=0 \rightarrow -v+11+4i+2i_1=0 \quad (1) \\ \dots \rightarrow 2i_1-4i-12=0 \Rightarrow i_1=2i+6 \end{cases}$

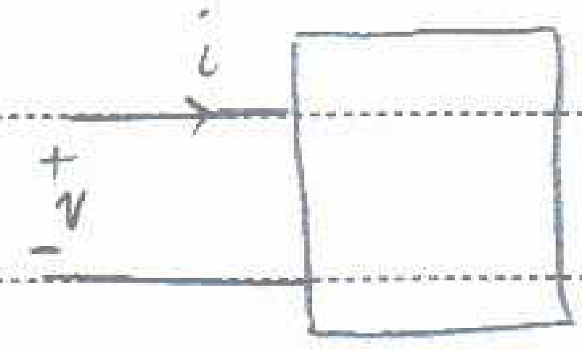
i_1 اضافه‌ست و برای حذف آن دو رابطه نیاز داریم (که داریم ...)

$\xrightarrow{(1) \text{ در } i_1}$ $-v+11+4i+4i+12=0$

$-v+8i+23=0 \Rightarrow \boxed{v=8i+23}$

معادله تعادلی:



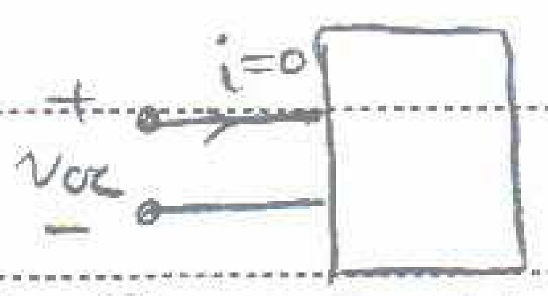
 :

منبع ولتاژ معادل:

$av+bi+c=0$

$bi=0 \rightarrow b=0$ × ، $\boxed{i=0}$ ✓ ← مربوط به داخل مدار است، $b=0$ ✗

برای $i=0$:



تونن؟ $v_{eq}: v_{th} \leftarrow v_{oc}$

open circuit (اتصال باز)

Zarrin Barg

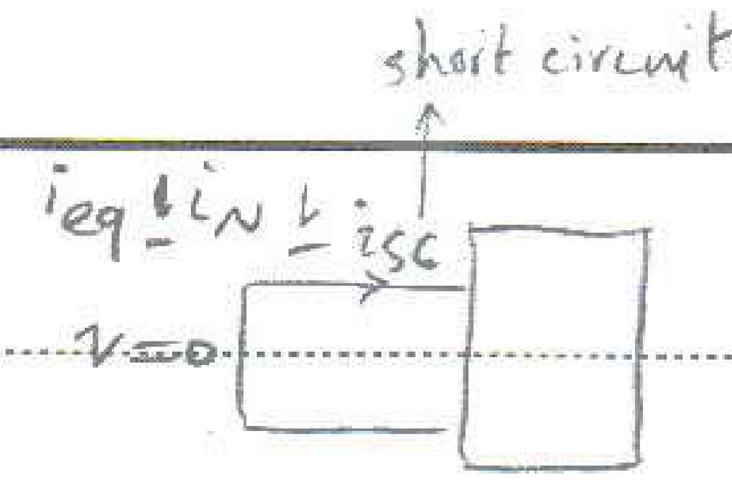
سه‌شنبه ← گروه ۴ + quiz، ۹۴-۹۵ ؟ ۱۰؟

www.iran-ieee.com

Subject: ۳

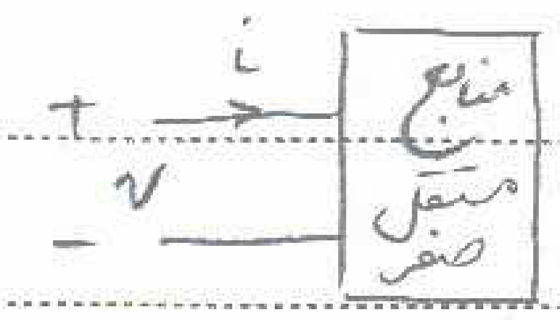
Year. Month. Date. ( )

منبع جریان معادل

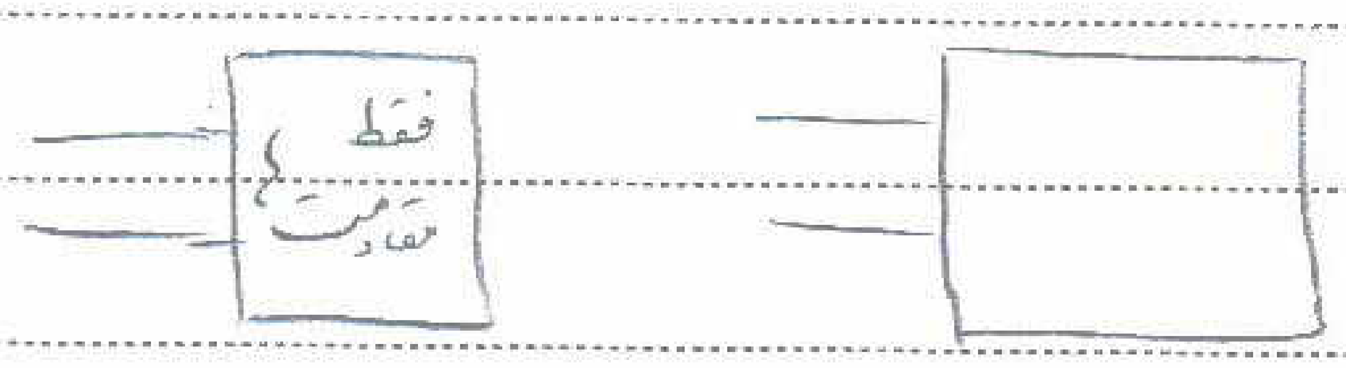


مقاومت معادل

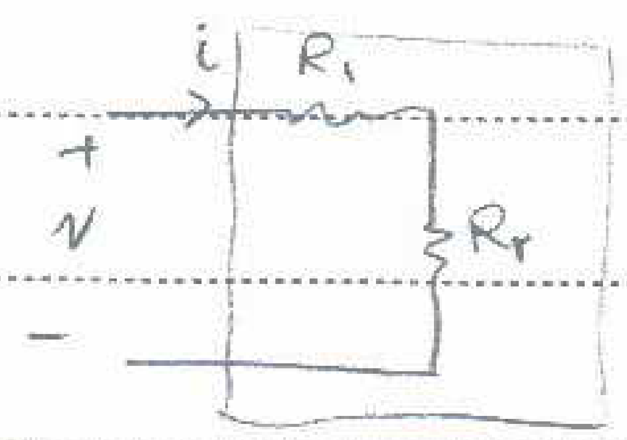
$v = R_{eq}\, i$



★ دستگاه ممتنع : $v = 0$ → فقط منبع ولتاژ گرفتیم ولی منبع جریان بوده → دوباره حل کنید.



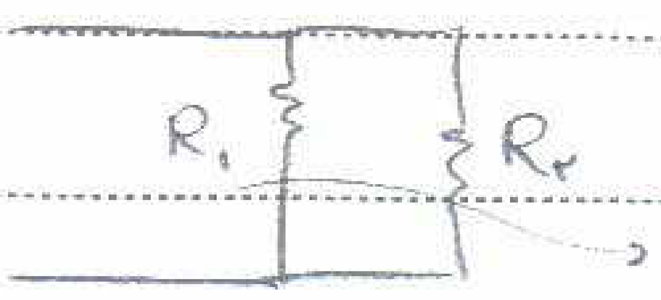
اتصال مقاومت ها : سری موازی / ستاره مثلث



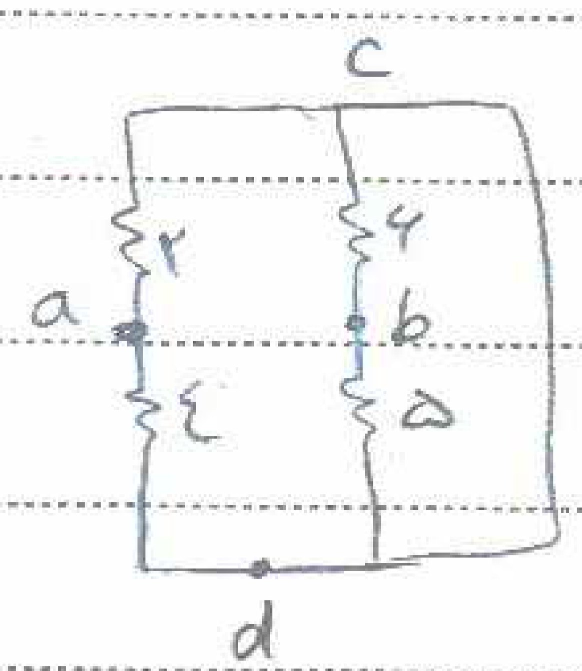
$\equiv$ $R_{eq} = R_1 + R_2$

$v = i(R_{eq})$

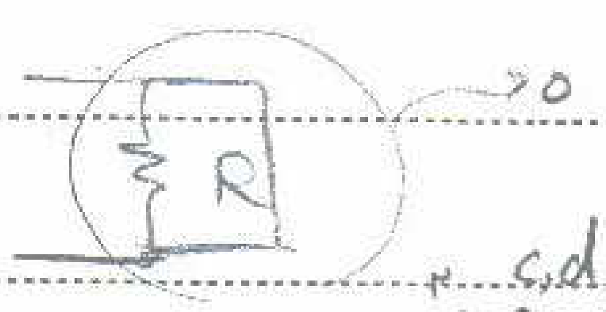
$v = (R_1 + R_2)\, i$ اثبات برابری رابطه تعادلی



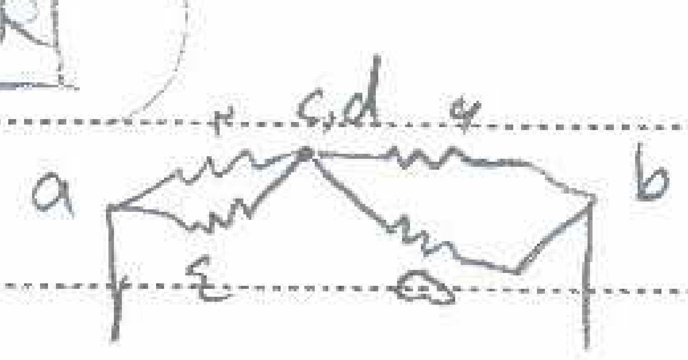
$\dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$



c,d : $\equiv$ ★



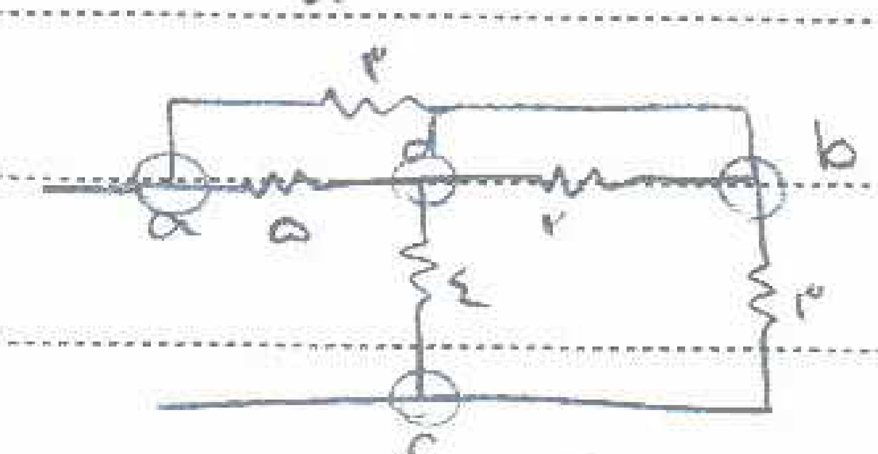
a,b : ۶||۵ ، ۲||۴



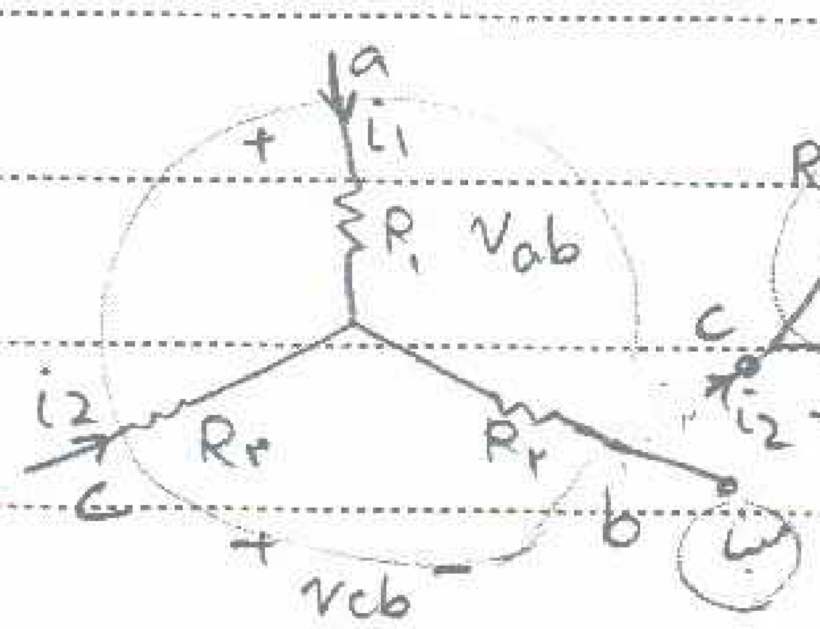
$R_{eq} = ۴||۲ + ۶||۵ = \ldots$

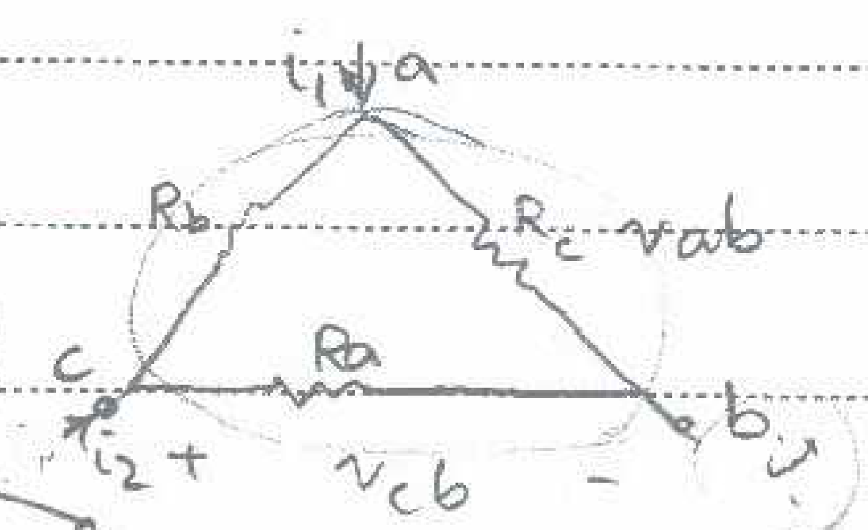
سری :

موازی :



★ خروج سه تایی ...





$R_1 = \dfrac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$ $\qquad R_a = \dfrac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}{R_1}$

$R_2 = \dfrac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}$ $\qquad R_b = \dfrac{---}{R_2}$

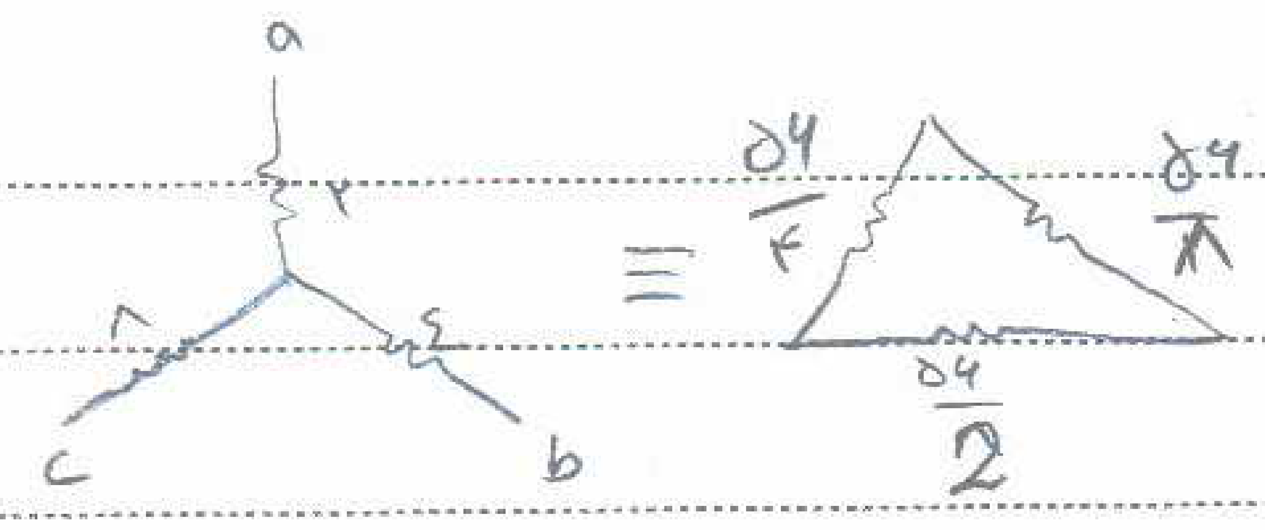
$R_3 = \dfrac{R_b R_c}{---}$ $\qquad R_c = \dfrac{---}{R_3}$

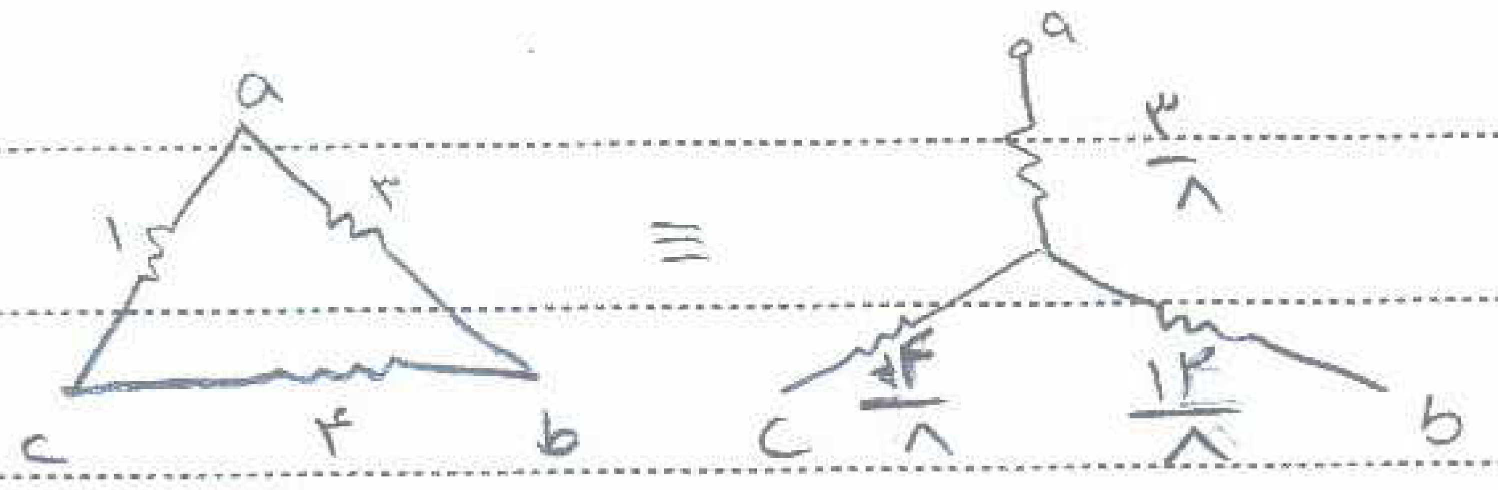
Zarrin Barg

www.iran-ieee.com

مثال:

$2\times8+2\times4+4\times8=56$

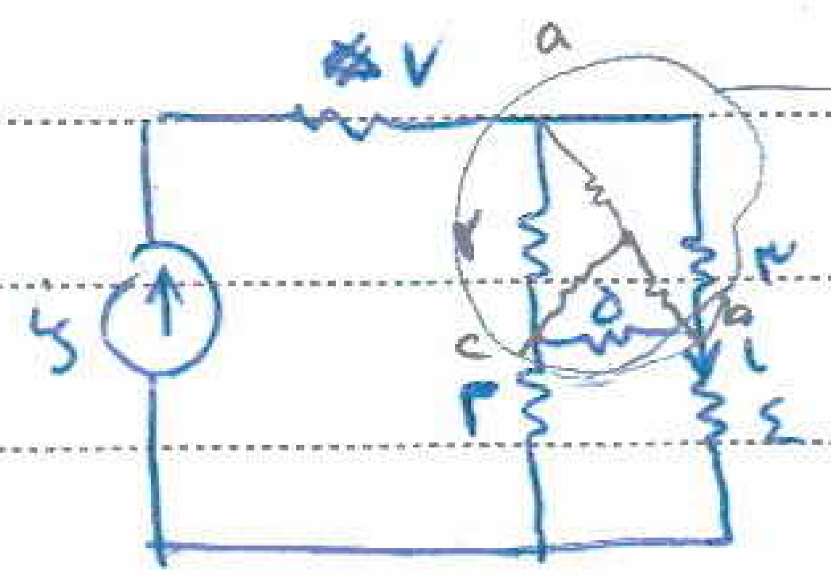


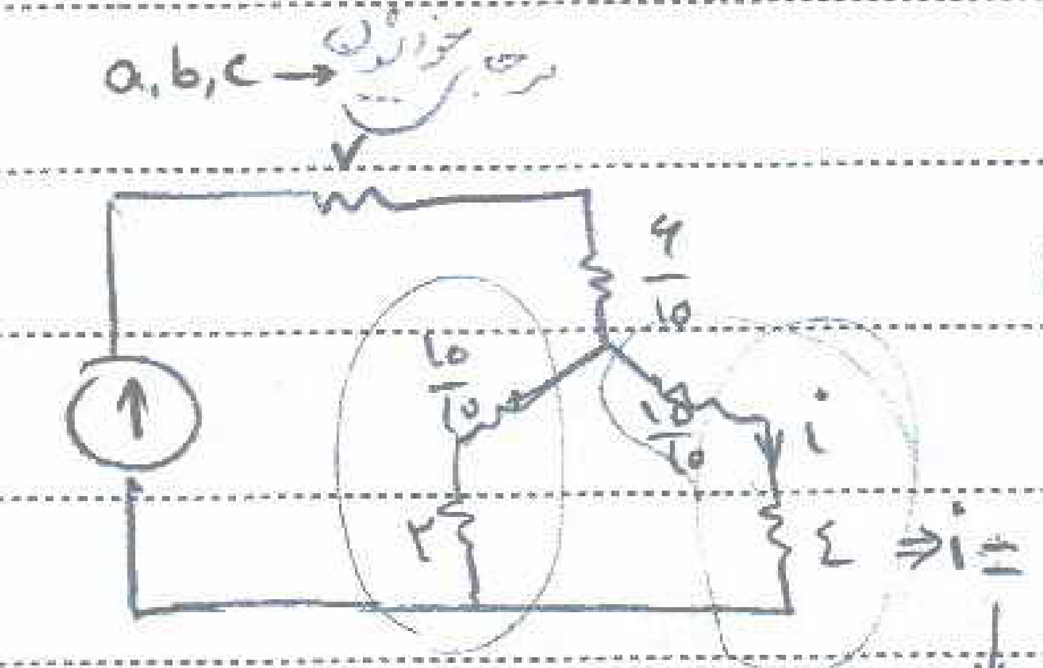


مثال:

مثلث به ستاره

a,b,c → رئوس مثلث



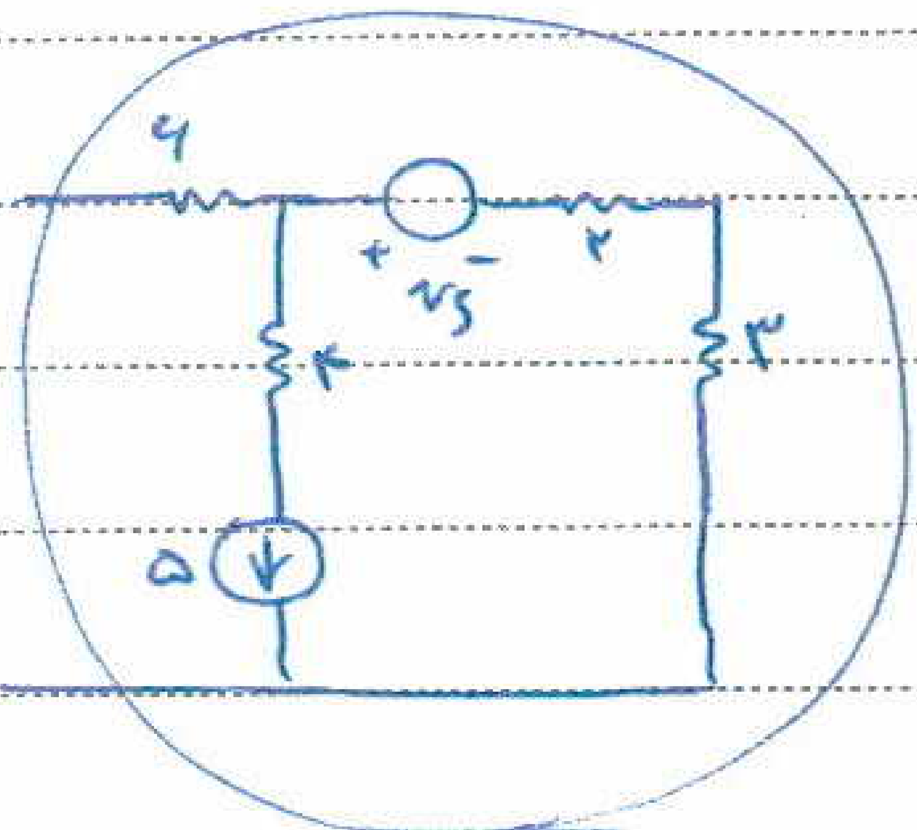


$Req_1 = 7 + 6/15 + 3 \parallel 5{,}5$

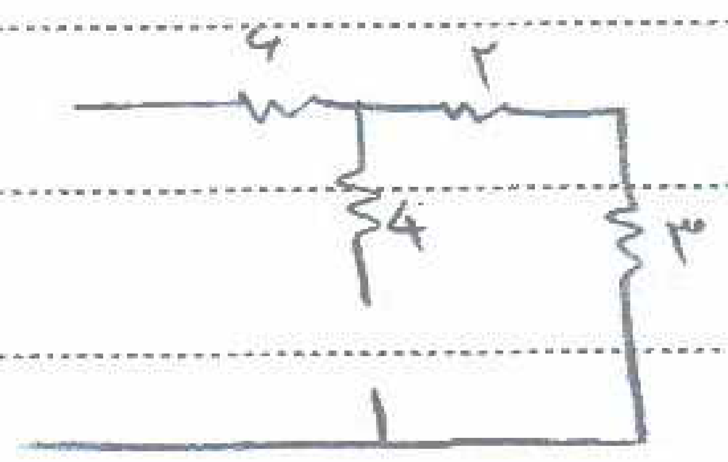
$= 7 + 0{,}6 + \frac{16{,}5}{8{,}5}\ \ 33/17$

$= 7 + 3/5 + 33/17$

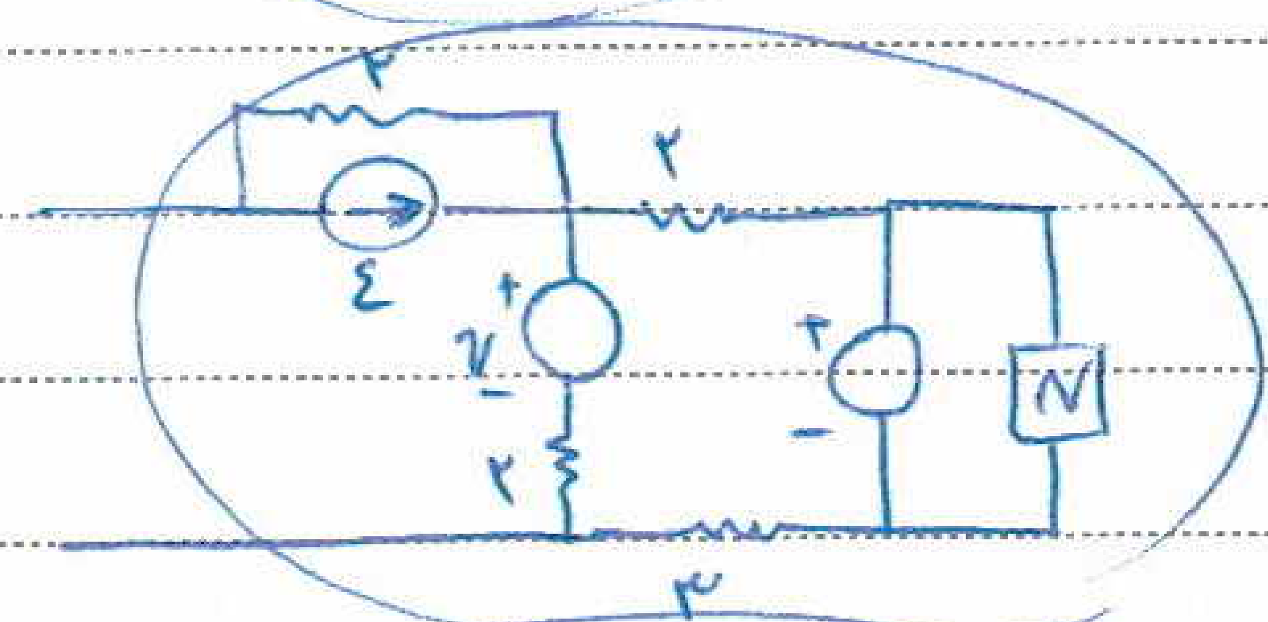
$\Rightarrow i = \frac{3\, i_s}{3+5{,}5}$

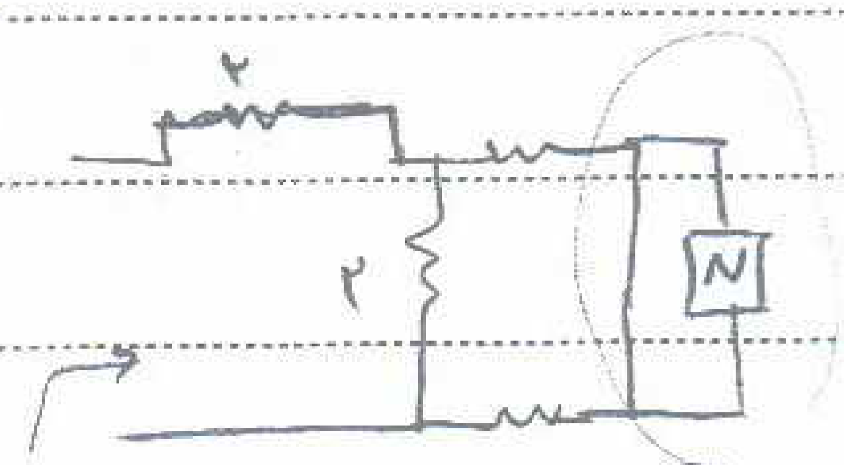


* مقاومت معادل تونن: منابع مستقل را صفر کنید.

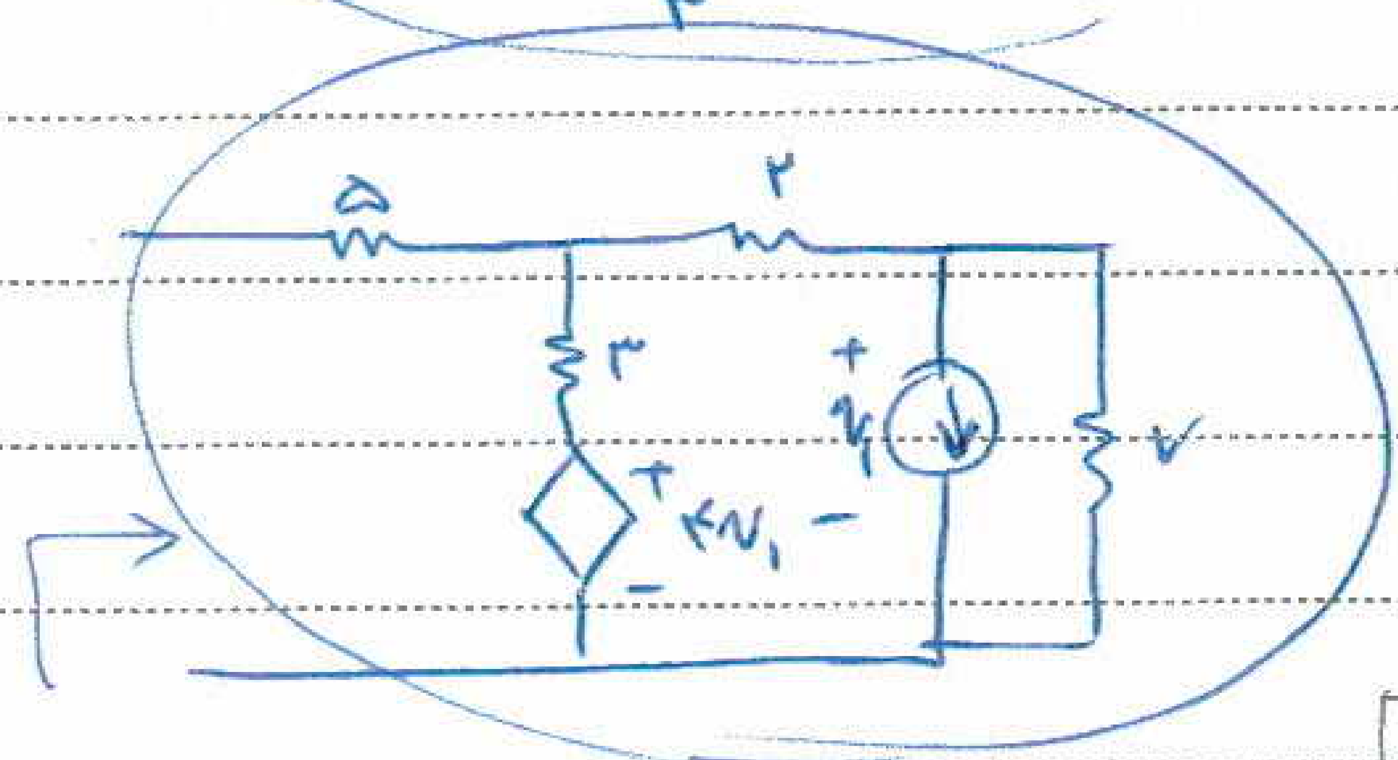


$Req = 3+2+6$



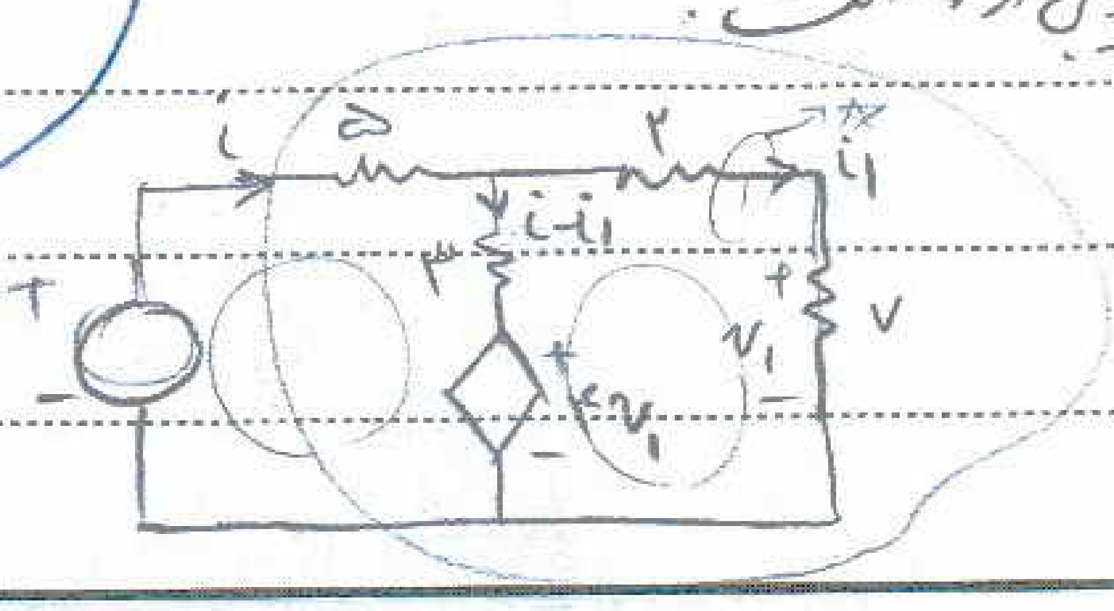


$Req = 2 + 2 \parallel 5 =$



* درصورت وجود منبع وابسته باید از راه حل عمومی حل کرد.

می‌دانیم $av+bi+\cancel{c}=0$ پس i ضریبی از v است.



$v = (\ \ )\, i$

ص ۱۶۵ تحویل ۲-۲۶

Subject: ۴

Year. Month. Date. ( )

حل مثال های: (۲-۴۴) تا (۲-۳۴)

سه شنبه ۱۴/۲ (پیش میان ترم) ← ۲ فصل اول

KVL: $-v+5i+2(i-i_1)+4v_1=0$

KVL: $9i_1-4v_1-3(i-i_1)=0$

$v_1=7i_1$

$-v+7i-2i_1+4v_1=0$

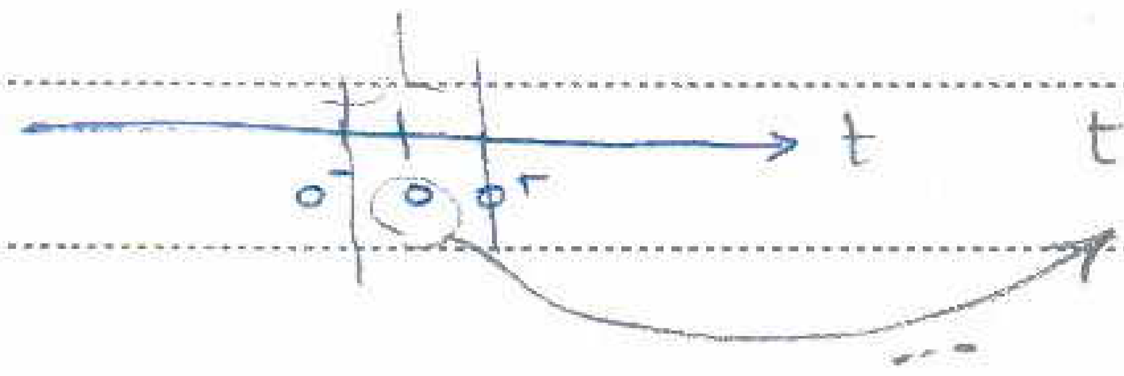
$12i_1-28i_1-3i=0 \rightarrow -16i_1-3i=0 \qquad i_1=-3/16\, i$

$-v+7i-2i_1+28i_1=0 \rightarrow -v+7i+26i_1$

$\boxed{v=i\,\frac{56-39}{8}}$

مدار خطی و نامتغیر با زمان

R, L, C, k ...



$t'=t-t_0$

مدارهای معادله دیفرانسیل درجه n با ضرایب ثابت

برچسب

$a_n y^{(n)}+a_{n-1}y^{(n-1)}+\cdots+a_0 y(t)=f(t) \quad ; \quad t>0^-$

مدار

منابع مستقل

شرایط اولیه

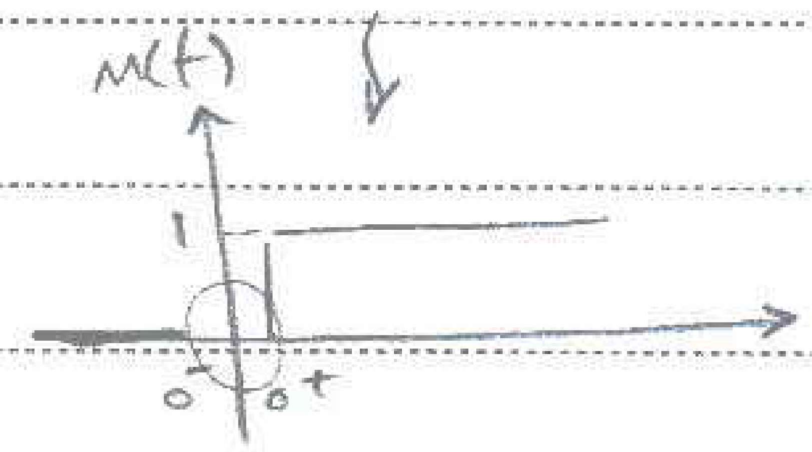
$y(0^+), y'(0^+), \ldots$ n شرط اولیه ی لازم ؟

$y(0^-), y'(0^-), \ldots, y^{(n-1)}(0^-)$: n شرط اولیه ی معلوم در مدار

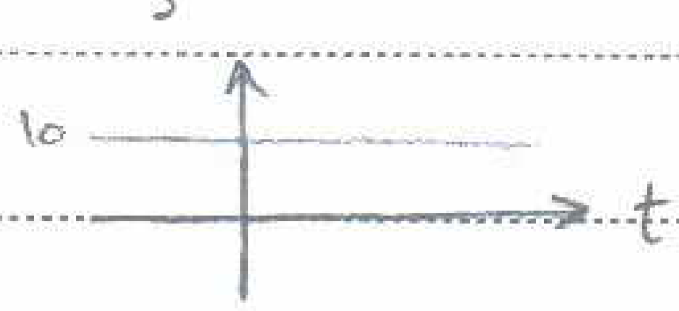
فصل سوم: مدارهای غیر مقاومتی

تابع پله: $u(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t\geq 0^+\end{cases}$

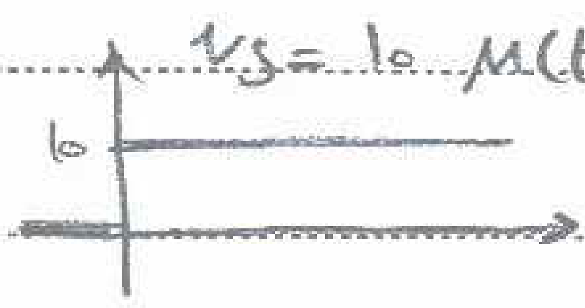
برای بیان ریاضی { ناپیوستگی / لحظه شروع به کار منابع



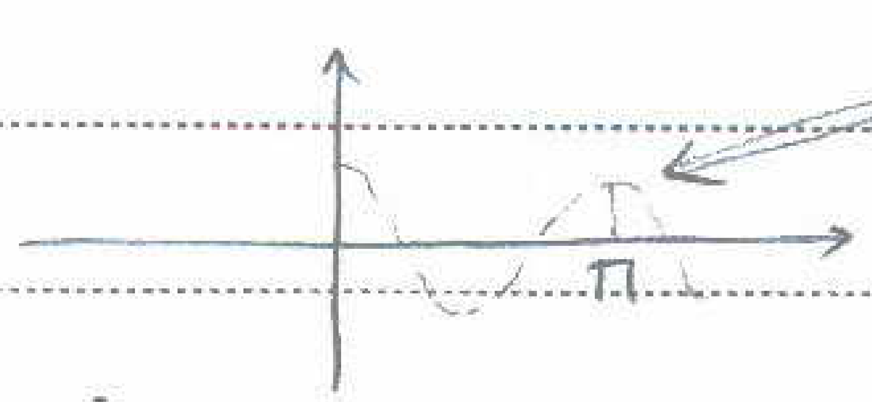
$v_s=10$



$v_s=10\,u(t)$



$i_s=\cos 2t \qquad \omega=2=2\pi/T \qquad T=\pi$



$i_s=\cos 2t\; u(t-1)$

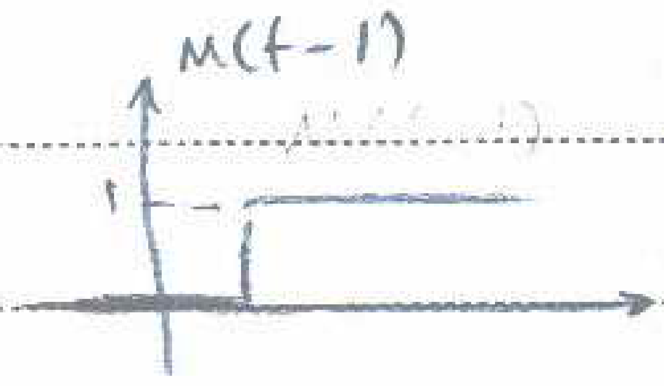
*

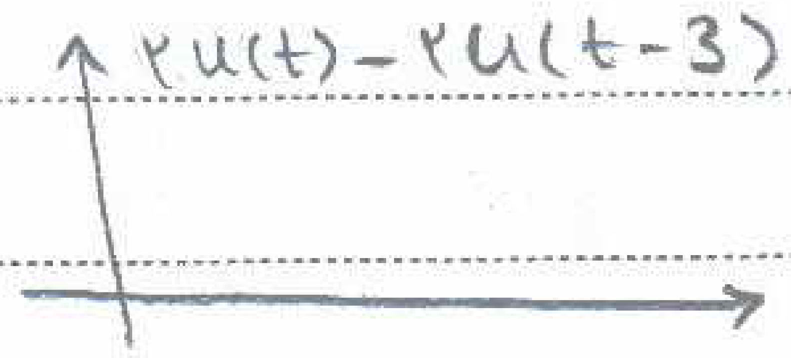
Zarrin Barg
www.iran-ieee.com

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$f(t)\ ,\ f(t-a)\ ,\ f(t+a)$ *



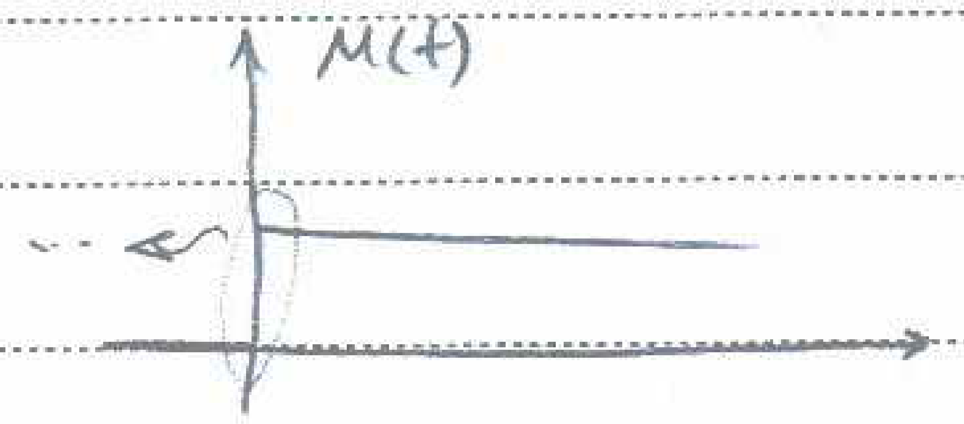


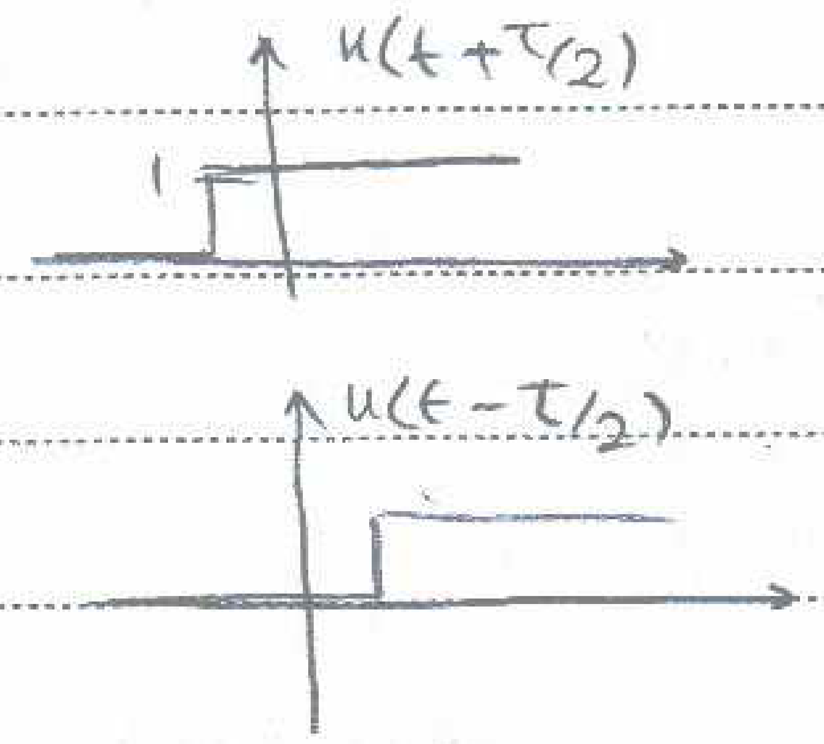
, ...

انتگرال و مشتق تابع پله .

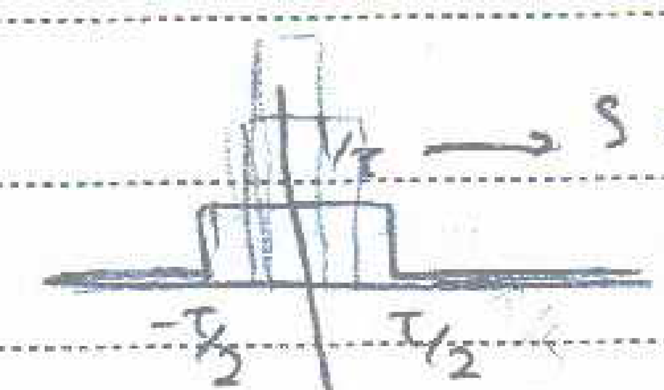
کتاب

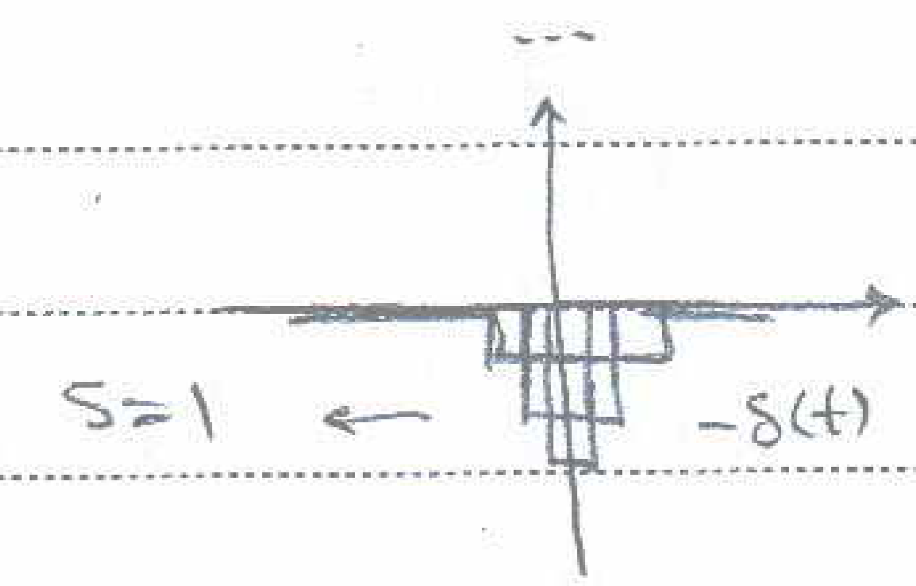
$$\frac{du(t)}{dt} =$$





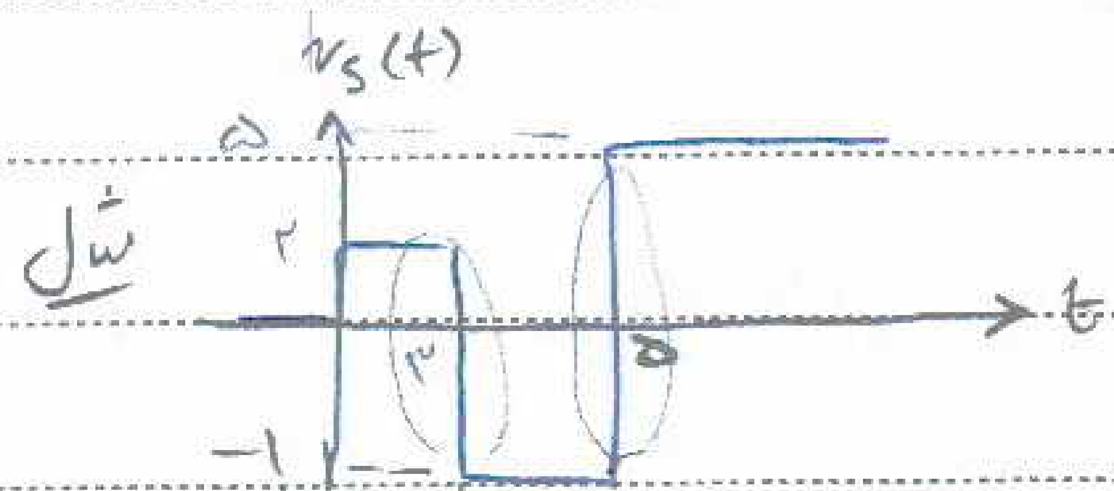
$\Rightarrow$

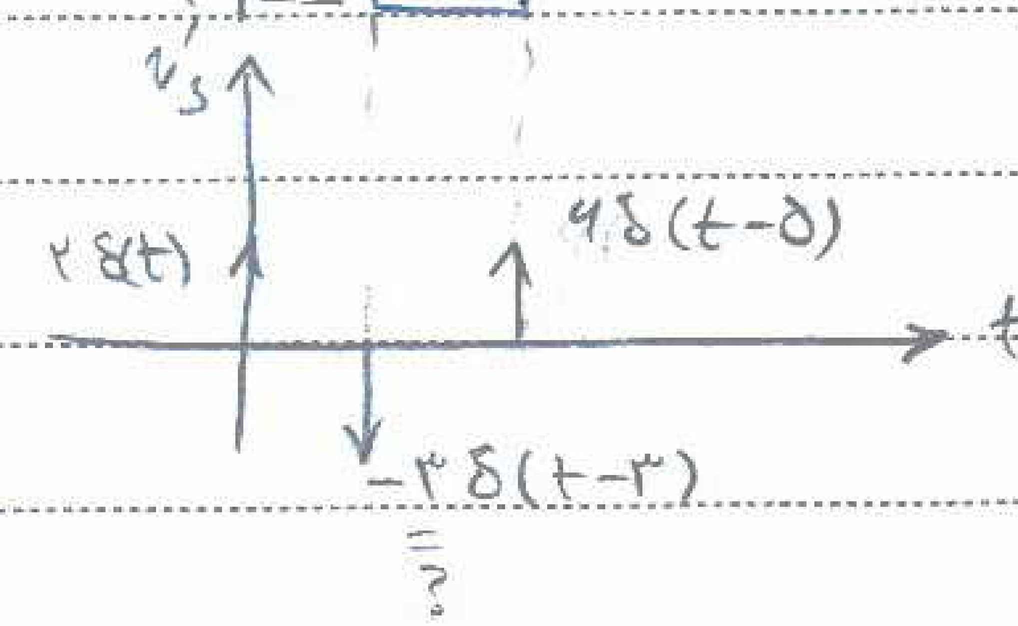




مثال

سطح زیر؟





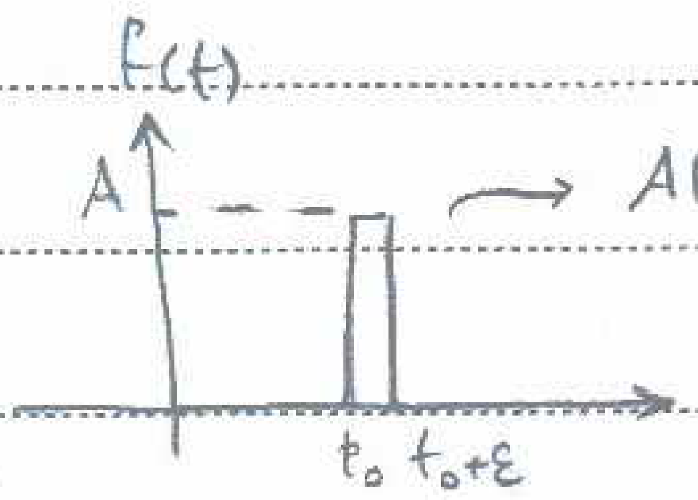
$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases}$$

$$\int_{0^-}^{0^+} \delta(t)\,dt = 1$$

$$5\delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases}$$

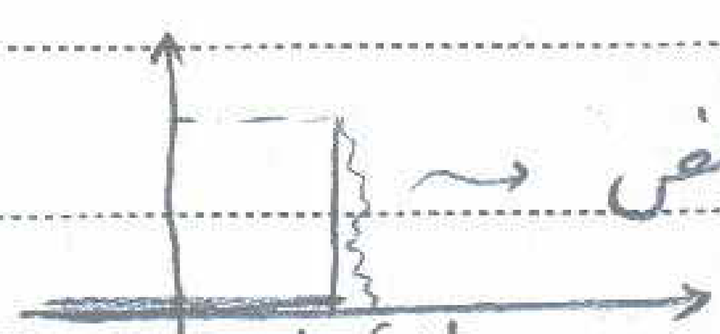
$$\int_{0^-}^{0^+} 5\delta(t)\,dt = 5$$

پالس ε : !!! *



$\longrightarrow A\big(u(t-t_0)-u(t-t_0-\varepsilon)\big) = f(t)$ ①

$$= \frac{A\varepsilon\big(u(t-t_0)-u(t-t_0-\varepsilon)\big)}{\varepsilon} \underset{\varepsilon\to0}{\approx} A\varepsilon\,\delta(t-t_0)$$



$\longrightarrow$ پالس نامشخص

* تابع ضربه مدل ریاضی پالس ε است . $\leftarrow$ * ضربه زدن / ایجاد یک پالس ... (آذرخش)

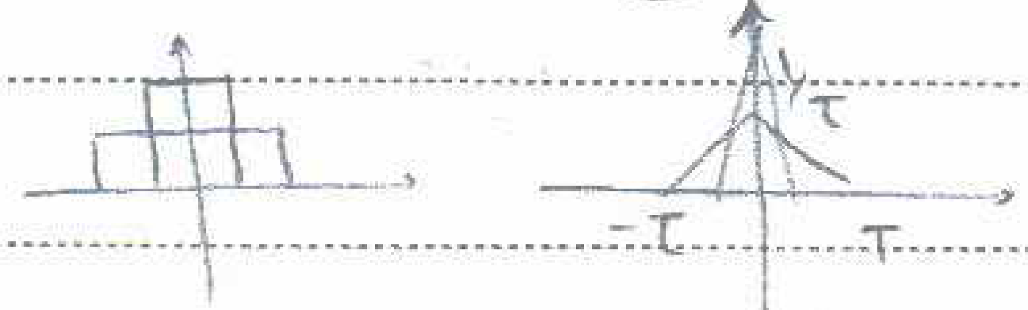
Subject: ۵
Year. Month. Date. ( )

در صورت ضربه زدن و دیدن همان پالس ⇐ مدار مقاومتی خطی ...

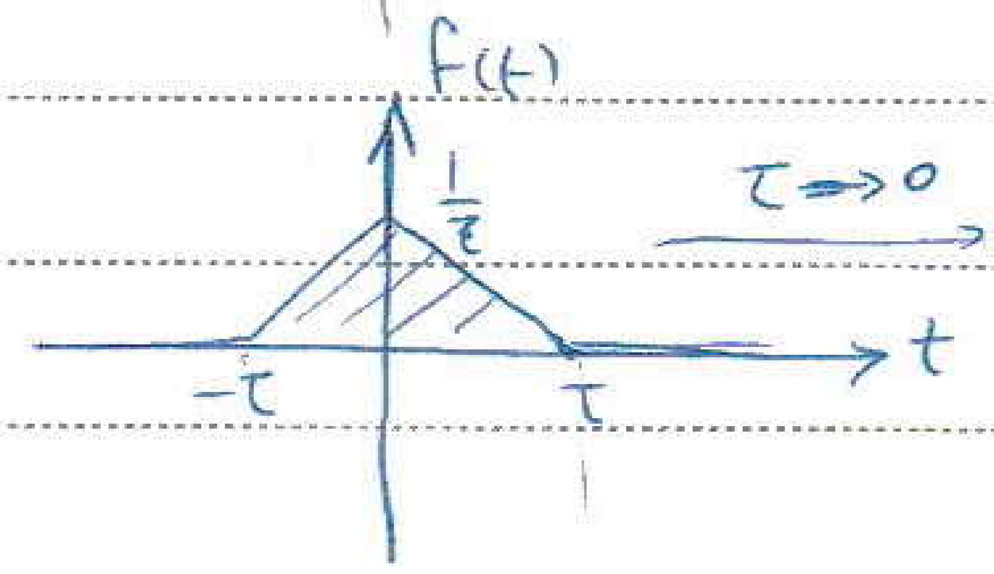
(دامنه و کوتاه)

استفاده از تابع ضربه برای بیان وجود و عدم وجود فیزیکی یا عدم وجود آن ...

$\delta(t)$ شبیه هر دنباله‌ای از توابع به سطح زیر آن ۱ باشد

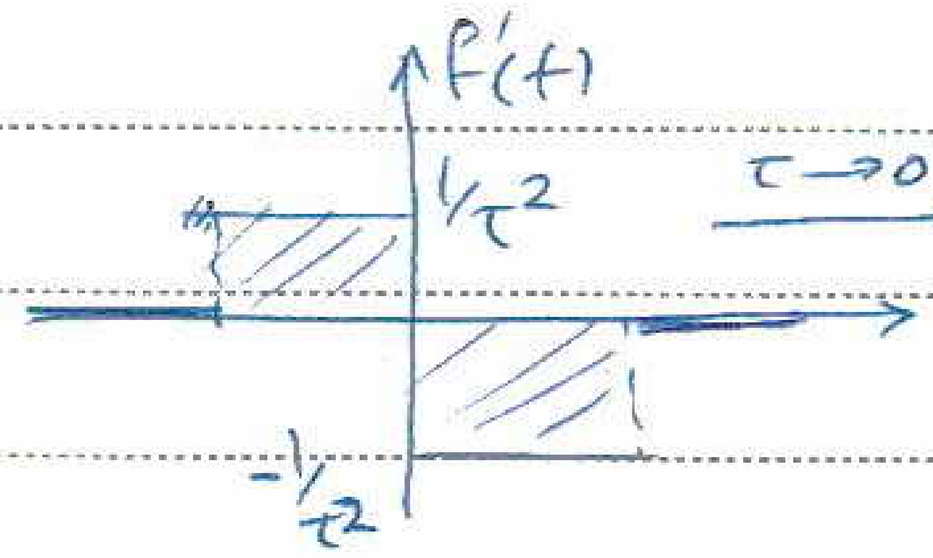


$\frac{d\,\delta(t)}{dt} = ?$

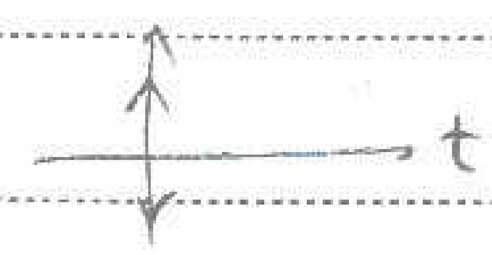


$\xrightarrow{\tau \to 0} \delta(t)$

$\int_{0^-}^{0^+} \delta(t)\,dt = 1$



$\xrightarrow{\tau \to 0} \delta'(t)$



$\int_{0^-}^{0^+} \delta'(t)\,dt = 0$

$\int_{0^-}^{0^+} \delta'(t)\,dt = \delta(0^+) - \delta(0^-) = 0 - 0 = 0$

$$\delta'(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \pm\infty & t = 0 \end{cases}$$

$\delta''(t) = \frac{d}{dt}\delta'(t) = \frac{d^2}{dt^2} u(t)$

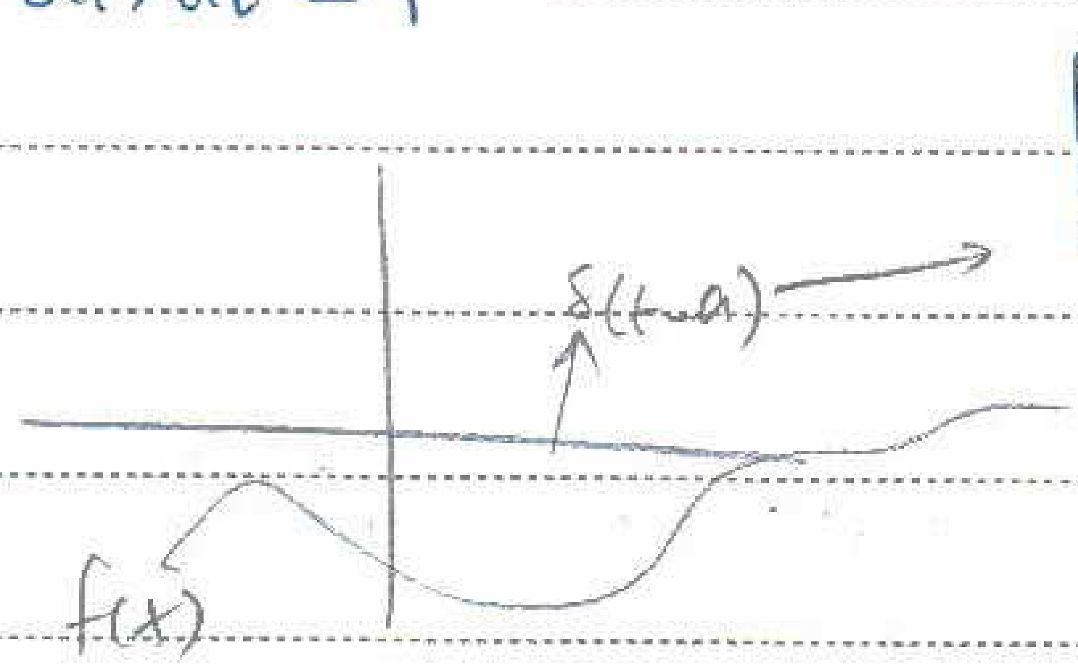
☆ $\delta(0^-) = \delta(0^+) = 0$

$\int_{0^-}^{0^+} \delta(t)\,dt = 1$

چرا؟!

$$f(t)\cdot\delta(t-a) = \begin{cases} 0, & t \neq a \\ \infty, & t = a \end{cases} = f(a)\,\delta(t-a)$$

$\int \overbrace{f(t)\,\delta(t-a)}^{f(a)\delta(t-a)}\,dt = f(a)\int \delta(t-a)\,dt = f(a)$



Subject:
Year. Month. Date. ( )

ص ۲۲۶ سوال ۳-۳ الف
+ ص ۲۴۲ مسئله ۳-۱، ۳-۲، ۳-۴

$f(t)\,\delta'(t-a) \neq f(a)\,\delta'(t-a) \xrightarrow{\text{چون}} f(t)\,\frac{d}{dt}\delta(t-a)$ ... رفع ابهام و ...

+ ص ۲۱۳ مسئله ۲-۵۶، ۲-۵۷، ۲-۵۸

نحوه نوشتن جواب کامل یک معادله دیفرانسیل.

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \cdots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = f(t), \quad t>0^-$$

$$y(t) = y_h(t) + y_p(t)$$

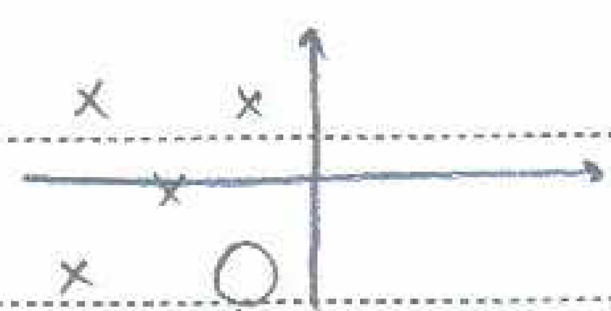
$$a_n y_h^{(n)}(t) + \cdots + a_0 y_h(t) = 0 \implies y_h(t) = A e^{st}, \quad A \neq 0, \quad e^{st} \neq 0$$

$$\xrightarrow{y_h(t)} a_n A s^n e^{st} + \cdots + a_0 A e^{st} = 0$$

معادله درجه n: $\underbrace{a_n s^n + a_n s^{n-1} + \cdots + a_0 = 0}_{\text{معادله مشخصه ولتاژ یا جریان } y(t)} \longrightarrow s_1, \ldots, s_n$ جواب

$s_i = \sigma_i + j\omega_1$, $s_i^* = \sigma_i - j\omega_1$ ★-1

$a_0, a_1, \ldots, a_n$ مقادیر حقیقی هستند چون به ... بستگی دارند.



★ اگر s_i باشد مزدوج آن هم باید باشد (اثبات می‌شود ...) پس:

ویژگی فرکانس‌های طبیعی چون ضرایب حقیقی اند.

نمی‌تواند مجموعه جواب معادله مشخصه باشد چون (s_i^* را ندارد)

$$y_h(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} + \cdots + A_n e^{s_n t}$$

▲ $n=2 \longrightarrow s_1, s_2$

- $s_1 = s_2$ (مضاعف) $\longrightarrow y_h(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 t e^{s_1 t}$
- s_1, s_2 هردو حقیقی $\longrightarrow y_h(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$
- $s_1 = \sigma + j\omega$, $s_2 = \sigma - j\omega$ $\longrightarrow y_h = A_1 e^{(\sigma + j\omega)t} + A_2 e^{(\sigma - j\omega)t}$

$$= e^{\sigma t}(C_1 \cos\omega t + C_2 \sin\omega t)$$

$$= \ldots \text{[illegible]}$$

★ به s_1, s_2 فرکانس‌ها هم می‌گوییم چون قسمت موهومی آنها بیانگر f هستند.

Zarrin Barg
www.iran-ieee.com

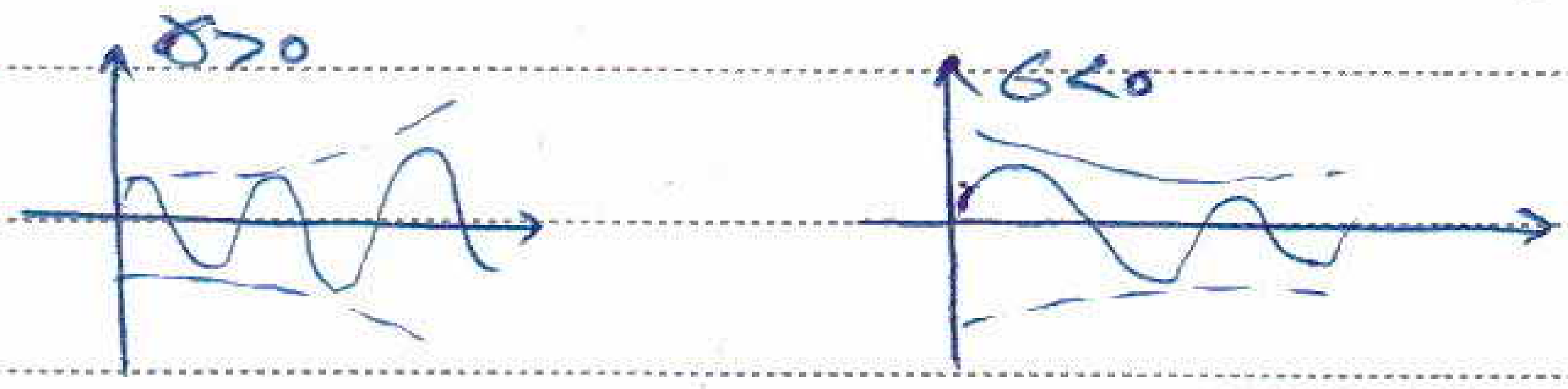
Subject: ۶

Year. Month. Date. ( )

ادامه $\dots = e^{\sigma t}\sqrt{C_1^2+C_2^2}\,\cos(\omega t-\theta) \qquad \theta = tg^{-1}\left(\frac{C_2}{C_1}\right)$

$= e^{\sigma t}\sqrt{C_1^2+C_2^2}\,\sin(\omega t+\varphi)$

▲ $y_h = e^{\sigma t}(C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t) = e^{\sigma t}\cdot A\cos(\omega t+\theta)$



▲ $v'' + 5v' + 3v = 0$

$s^2 + 5s + 3 = 0 \longrightarrow s = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2} \qquad v_h = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} = \dots$

▲ $i''' + 3i'' + 4i' + 2i = 0$

$s^3 + 3s^2 + 4s + 2 = 0 \qquad (s+1)(s^2+2s+2) = 0 \Longrightarrow s_1 = -1$

$s^2+2s+2=0 \rightarrow s_2, s_3 = -1 \pm j(1)$ ω

$\Longrightarrow i_h(t) = A_1 e^{-t} + e^{-t}(A_2\cos 1t + A_3\sin 1t)$

▲ $s^2(s+1)(s^2+3s+2)(s^2+4) = 0$

$s_1 = s_2 = 0$

$s_3 = -1$

$\begin{cases} s_4 = -1 \\ s_5 = -2 \end{cases}$

$s_{6,7} = \pm j\times 2$

$y_h(t) = A_1 + A_2 t + A_3 e^{-t} + A_4 t e^{-t} + A_5 e^{-2t} + 1(A_6\cos 2t + A_7\sin 2t)$

همین اولی

★۱ $y_h(t)$ ← (شرایط اولیه) ★۲ سوختن مدار بدون شرایط اولیه (منابع مستقل) : کی در حال افزایش شن $A_2 t$ الا با افزایش t ...

بدون $y_p(t)$

ثابت

▲ $y_h = A_1 + A_2 e^{t} + \underbrace{e^{-2t}(A_3\cos\omega t + A_4\sin\omega t)}_{\text{میرا}}$

(نامعقول) افزایش سریع

Subject:
Year. Month. Date. ( )

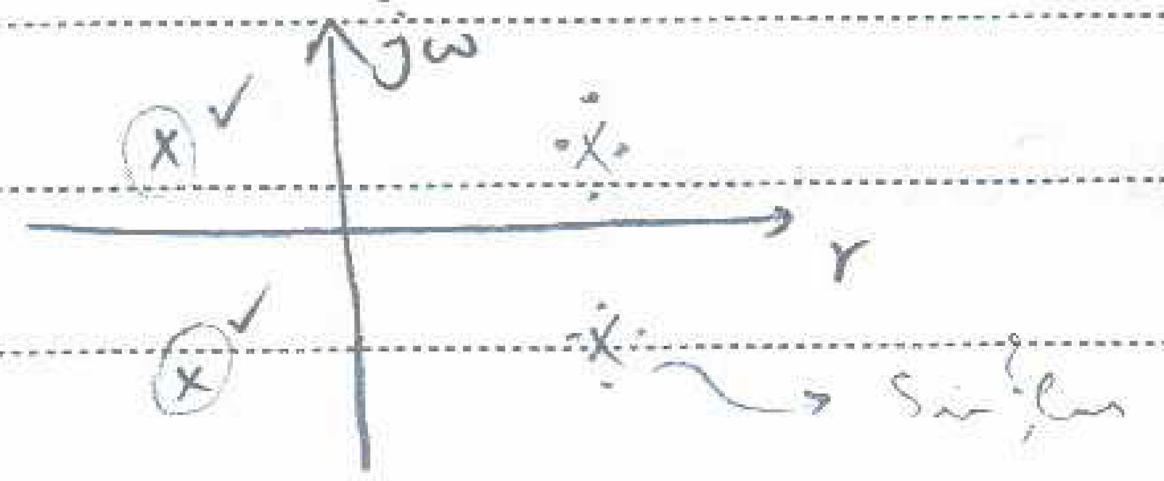
* s حقیقی ← از بین بردن زودگذشته ⇒ زود تحویل گرفتن بیرونی ؟
مضاعف ⇒ $\dots xt$ ⟵ خراب ...
مختلط s ← نوسان

$\begin{cases} s_1 = -2 \\ s_2 = -1 \end{cases}$ $\quad y_h = A_1 e^{-t} + A_2 e^{-2t}$ ⟶ زودتر از پایینی از بین می‌رود.

* (اول عبارت e^{-3t} بعد e^{-2t} بعد e^{-t}

$\begin{cases} s_1 = -1/2 \\ s_2 = -3 \end{cases}$ $\quad y_h = A_1 e^{-1/2t} + A_2 e^{-3t}$

(پس اول مدار بالا ...



* نوسان می‌کند ولی روی محور نیست
?

جواب خصوصی : $y_p = ?$

$a_n y^{(n)} + \dots + a_0 y(t) = f(t)$

$f(t) = K e^{\beta t} u(t)$

* $e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$

$j^2 = -1$

$f(t) = \cos 2t\, u(t) = \mathrm{Re}(e^{j2t} u(t))$

$f(t) = 5u(t) = 5 e^{0t} u(t)$

$f(t) = 2e^{-2t} u(t)$

$f(t) = 1/2 \sin 4t\, u(t) = \mathrm{Im}(1/2\, e^{j4t} u(t))$

$$y_p = \frac{K e^{\beta t}}{(a_n \beta^n + \dots + a_0 \beta) \neq 0}$$

$v'' + 3v' + 4v(t) = 2e^{-t} u(t) + 5u(t)$

$s^2 + 3\cancel{s} + 4 = 0$

$$s_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-16}}{2} = \frac{-3 \pm j\sqrt{7}}{2}$$

$$v(t) = v_h + v_p = e^{-3/2t}\left(A_1 \cos\frac{\sqrt{7}}{2}t + A_2 \sin\frac{\sqrt{7}}{2}t\right) + \frac{2e^{-t}}{2} + 5\,\frac{e^{0t}}{4}$$

$3i'' + 4i' + 2i = \cos t\, u(t) + 3e^{-2t} u(t)$

$3s^2 + 4s + 2 = 0 \qquad s_{1,2} = \frac{-2}{3} \pm j\sqrt{2}/3$

$$i(t) = i_h + i_p = e^{-2/3t}\left(A_1 \cos\sqrt{2}/3\, t + A_2 \sin\sqrt{2}/3\, t\right) + \mathrm{Re}\left(\frac{e^{jt}}{3j^2 + 4j + 2}\right) + \frac{3e^{-2t}}{12 - 8 + 2}$$

Zarrin Barg
www.iran-ieee.com

Subject: V

Year. Month. Date. ( )

$$\frac{e^{jt}}{-1+4j} = \frac{e^{jt}}{\sqrt{17}\, e^{j(\pi - tg^{-1}4)}} = \frac{1}{\sqrt{17}}\, e^{j(t-\pi+tg^{-1}(4))}$$

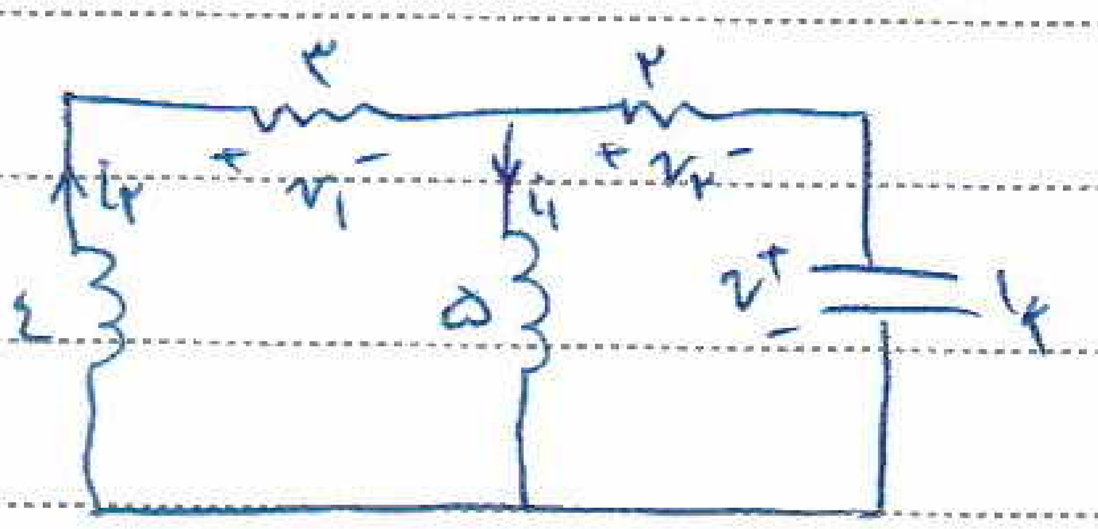
$$\Rightarrow i(t) = e^{-\frac{2t}{3}}(\quad) + \frac{1}{\sqrt{17}}\cos(t-\pi+tg^{-1}4) + \frac{1}{2}e^{-2t}$$

روش جبری حل کامل معادله :

$$\begin{cases} a_n y^{(n)} + \dots + a_0 y(t) = f(t) \\ \text{معلوم} \quad y(0^-), y'(0^-), \dots, y^{(n-1)}(0^-) \end{cases}$$

$y(t) = ? \quad t > 0^-$

$$y(t) = \begin{cases} y(0^-), & t = 0^- \\ ? & 0^- < t < 0^+ \\ ? & t \geq 0^+ \end{cases} \Big\} \; t > 0^- \longrightarrow$$



$i_1(0^-) = 2$

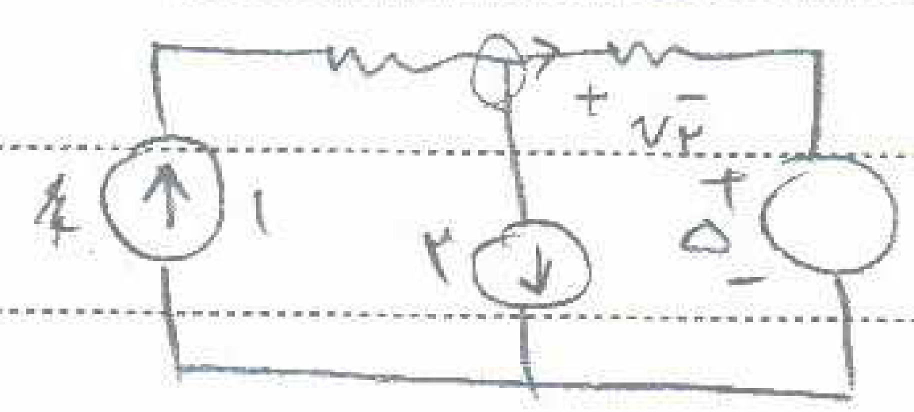
$i_2(0^-) = 1$

$v(0^-) = 5v$

$v_2(0^-) = ? \; -2$

$\downarrow$

حل مدار در یک لحظه :



حالت اول) $y(t)$ شامل $\delta(t)$ یا مشتقات نیست

$$y(t) = \begin{cases} y(0^-) & t = 0^- \\ 0 & 0^- < t < 0^+ \\ y_h + y_p & t \geq 0^+ \end{cases}$$

مثال ۱۵ـ ۱۶ـ ۱۷ کتاب

حالت دوم) $y(t)$ شامل $\delta(t)$ و مشتقات است.

$$y(t) = \begin{cases} y(0^-) & t = 0^- \\ ? & 0^- < t < 0^+ \\ ? & t \geq 0^+ \end{cases}$$

مثال ۱۸ کتاب

www. iran-ieee .com

Subject:
Year. Month. Date. ( )

▲ معادلات زیر از کدام حالت هستند؟ الف)

$$\begin{cases} \overset{u(t)}{3i''} + \overset{tu(t)}{5i'} + \overset{t^2u(t)}{i} = 2e^{t}u(t) + \cos t\, u(t) \\ i(0^-) = 1, \quad i'(0^-) = 2 \end{cases}$$

★ برای تشخیص حالت توجه به $f(t)$ در $0^- < t < 0^+$

★ $3i''$ ــ $u(t)$ دارد چون اگر نابا نامی داشتند در راست معادله مشتقات $u(t)$ با لا بودکه نیست

i و i' ها ($tu(t)$، $t^2u(t)$) ← پیوسته پس

$$i'(0^+) = 2$$

$$i(0^+) = 1$$

ب)
$$\begin{cases} \overset{\delta(t)}{v''} + \overset{u(t)}{5v'} + \overset{tu(t)}{8v} = 3\delta(t) + 5e^{-3t}u(t) \\ v(0^-) = 1 \quad v'(0^-) = 3 \end{cases} \Longrightarrow v(0^+) = 2 \quad v'(0^+) = ?$$

ج)
$$\begin{cases} \overset{\delta'}{i''} + \overset{\delta(t)}{5i'} + \overset{u(t)}{3i} = \delta'(t) + 3u(t) \\ \ldots \end{cases}$$

★ (دومی δ ... بیش ...)

د)
$$\overset{\delta''}{5v''} + \overset{\delta'}{3v} + \overset{\delta(t)}{7v} = 2\delta''(t)$$

★▲
$$\begin{cases} \overset{\delta'}{v''} + \overset{\delta^2}{3v'} + 4v(t) = 2\delta'(t) + 3e^{-t}\overset{u(t)}{u(t)} \\ v(0^-) = 0, \quad v'(0^-) = -1 \end{cases}$$

$$v(t) = \begin{cases} v(0^-) = 0 & t = 0^- \\ 0 & 0^- < t < 0^+ \\ ? & t \geq 0 \end{cases}$$

★ در 0^- تا 0^+ تغییر سریع ندارد ...
(تغییرات سریع از صفر + شروع می‌شود)

$$v = v_h + v_p$$

برای تعیین $v(0^+)$ و $v'(0^+)$:

$$\int_{0^-}^{0^+}\int_{0^-}^{t} \quad v(0^+) - v(0^-) + 3(0) + 0 = 2 + 0$$

$$v(0^+) = v(0^-) + 2 = 0 + 2 = 2$$

$$\int_{0^-}^{0^+} \quad v'(0^+) - v'(0^-) + 3(\overset{2}{v(0^+) - v(0^-)}) + 0 \Rightarrow v'(0^+) - v'(0^-) - 6 = -1 - 6 = -7$$

حالا می‌رسیم به $v_h + v_p$ ⟶ $s^2 + 3s + 4 = 0$ $\quad s_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm j\frac{\sqrt{7}}{2} \xrightarrow{t \geq 0^+} v = e^{-\frac{3}{2}t}\left(A_1\cos\frac{\sqrt{7}}{2}t + A_2\sin\frac{\sqrt{7}}{2}t\right)$

$$+ 0 + 3e^{-t}/2$$

Zarrin Barg
www.iran-ieee.com

$\Rightarrow v(0^+) = 2 = A_1 + 3/2 \Rightarrow A_1 = 2 - 3/2 = 1/2$

$v'(0^+) = -7 = -3/2\, A_1 + \sqrt{7}/2\, A_2 \Rightarrow A_2 = \frac{2}{\sqrt{7}}\left(\frac{-9}{2}\right)$

.۲

$$\star\ \Delta \begin{cases} \overset{\delta''}{2i''} + \overset{\delta'(t)}{5i'} + \overset{\delta(t)}{3i} = 4\delta(t) - \delta''(t) + 5\cos t\, u(t) \\ i(0^-) = i'(0^-) = 0 \end{cases}$$

$$i(t) = \begin{cases} i(0^-) = 0 & t = 0^- \\ ? = -\frac{1}{2}\delta(t) & 0^- < t < 0^+ \longrightarrow \text{δ(t) در این فاصله تغییر سریع دارد} \\ ? = y_p + y_h & t \geq 0^+ \end{cases}$$

$0^- < t \leq 0^+ \qquad 2i'' + 5i' + 3i = 3\delta(t) - \delta''(t) + 5$

تفاضل با ارکان معادله

$$\begin{cases} i'' = A\delta''(t) + B\delta'(t) + C\delta(t) + Du(t) + i''(0^-) \\ i' = A\delta'(t) + B\delta(t) + Cu(t) + 0 + i'(0^-) \\ i = A\delta(t) + Bu(t) + 0 + i(0^-) \end{cases}$$

$i''(0^+) = D + i''(0^-)$

$i''(0^+) - i''(0^-) = D$

$\int_{0^-}^{0^+} i''(t)\,dt = i'(0^+) - i'(0^-)$,

$2A = -1 \longrightarrow A = -1/2$

$2B + 5A = 0 \Rightarrow B = 5/4$

$2C + 5B + 3A = 4 \Rightarrow C = \frac{1}{2}\ \frac{16+6-25}{4}$

$0^- < t < 0^+ \ :\ i = \frac{-1}{2}\delta(t)$, $\quad i(0^+) = B + \cancel{i(0^-)} = 5/4$

$i'(0^+) = C + \cancel{i'(0^-)} = -7/8$

$2s^2 + 5s + 3 = 0 \Rightarrow s_{1,2} = -3/2\ ,\ -1$

$t \geq 0^+ :\ i = A_1 e^{-t} + A_2 e^{-3/2 t} + \mathrm{Re}\left(\frac{5e^{jt}}{2j^2 + 5j + 3}\right) = A_1 e^{-t} + A_2 e^{-3/2 t} + \frac{5}{\sqrt{26}}\cos(t - tg^{-1}5)$

$(1 + j5 = \dots)$

$$\begin{cases} i(0^+) = 5/4 = A_1 + A_2 + \frac{5}{\sqrt{26}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\underbrace{1+tg^2}_{=26}}} = A_1 + A_2 + 5/26 \\ i'(0^+) = -7/8 = -A_1 - 3/2\, A_2 + \frac{5}{\sqrt{26}}\ \frac{5}{\sqrt{26}} = -A_1 - 3/2\, A_2 + 25/26 \end{cases}$$

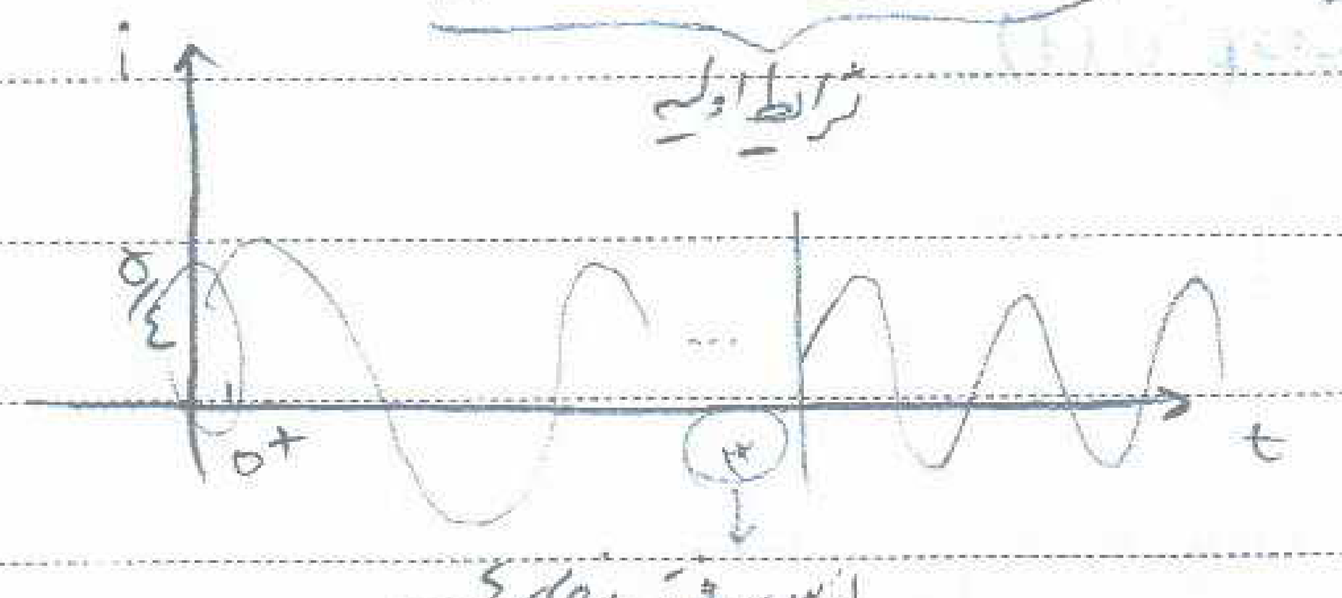
اول مشتق گیری قرار دادن $t = 0^+$

Zarrin Barg
www. iran-ieee .com

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$\Rightarrow A_1 = {}^{16}/_{13} \quad , \quad A_2 = {}^{-9}/_{52}$

$t \geq 0^+: \quad i = \underbrace{\frac{16}{13} e^{-t} + \frac{-9}{52} e^{-3/2\, t}}_{\text{شرایط اولیه}} + \underbrace{\frac{5}{\sqrt{26}} \cos(t - tg^{-1} 5)}_{\text{منبع}}$



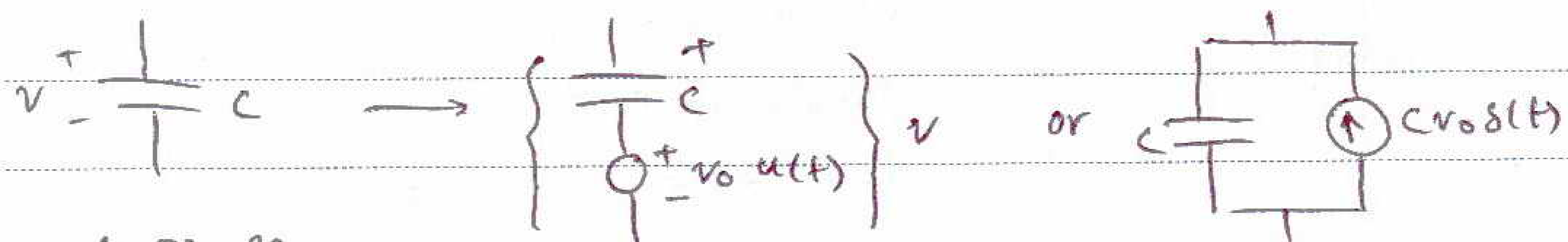
✓ از ابتدای فصل ۳ تا صفحه ۳۰٤ : حل عمومی مدار {

$$y(t) = \begin{cases} y(0^-) & t = 0^- \\ ? & 0^- < t < 0^+ \\ ? & t \geq 0^+ \end{cases}$$

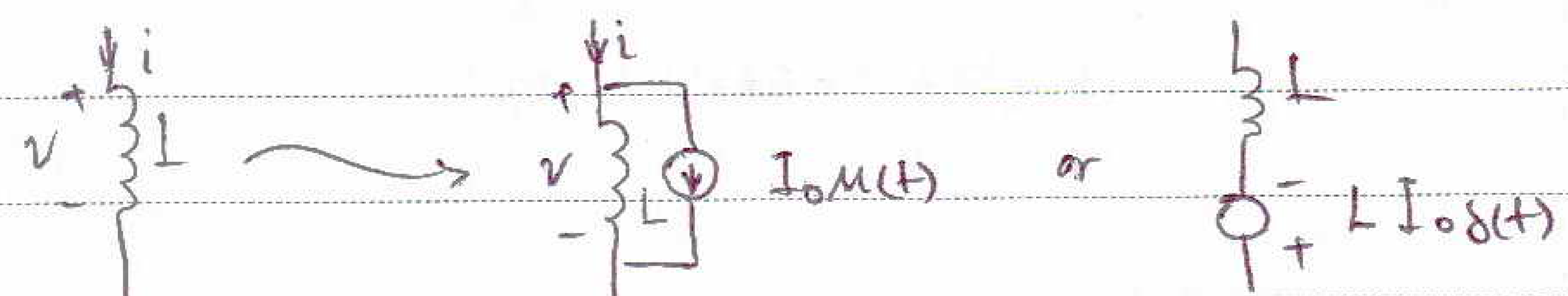
(با تشکیل معادله دیفرانسیل)

(۱) روش آرام کردن مدار: ازاول شرایط اولیه را در مدار می گذاریم و یک مدار معادل برای $t > 0^-$ تشکیل می دهیم.

$y(t) = ? \quad t > 0^-$



$v(0^-) = v_0$



$i(t) = I_0 + {}^1/_C \int_{0^-}^{t} v\,dt$

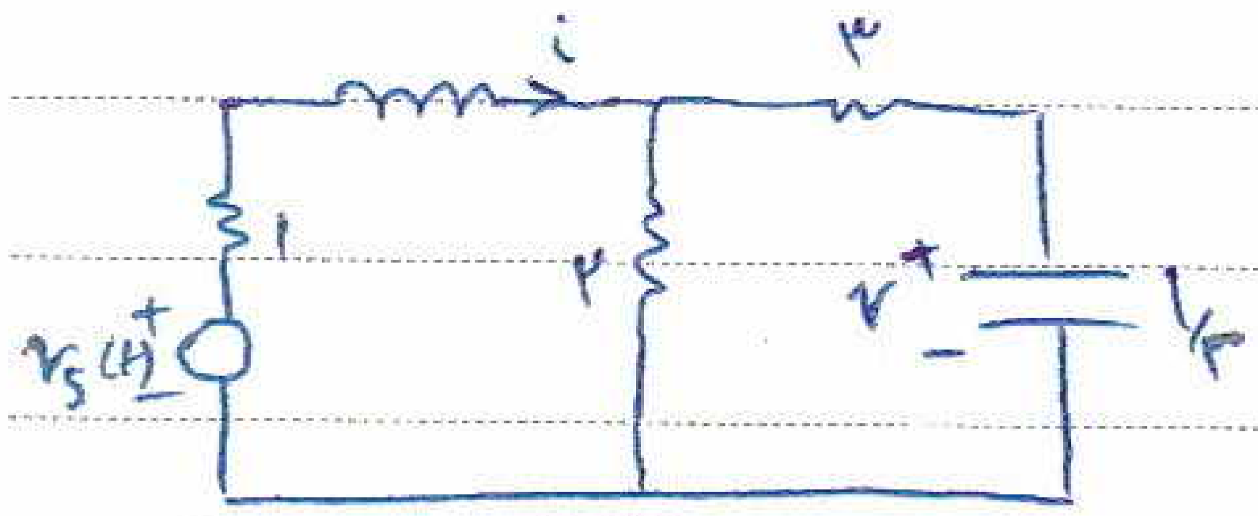
✓ ۳۰٤ تا ۳۳۲ : ورودی 0^+ دار، ضرایب ثابت، مداری درجه اول (بدون نوشتن معادله دیفرانسیل)

✓ ۳۹۲ تا ۳۹۶ : پاسخ ضربه (+ انتگرال کانولوشن)

ترکیب خطی + : $\boxed{\;}$ ← معادل خطی — اعمال منابع مستقل ...

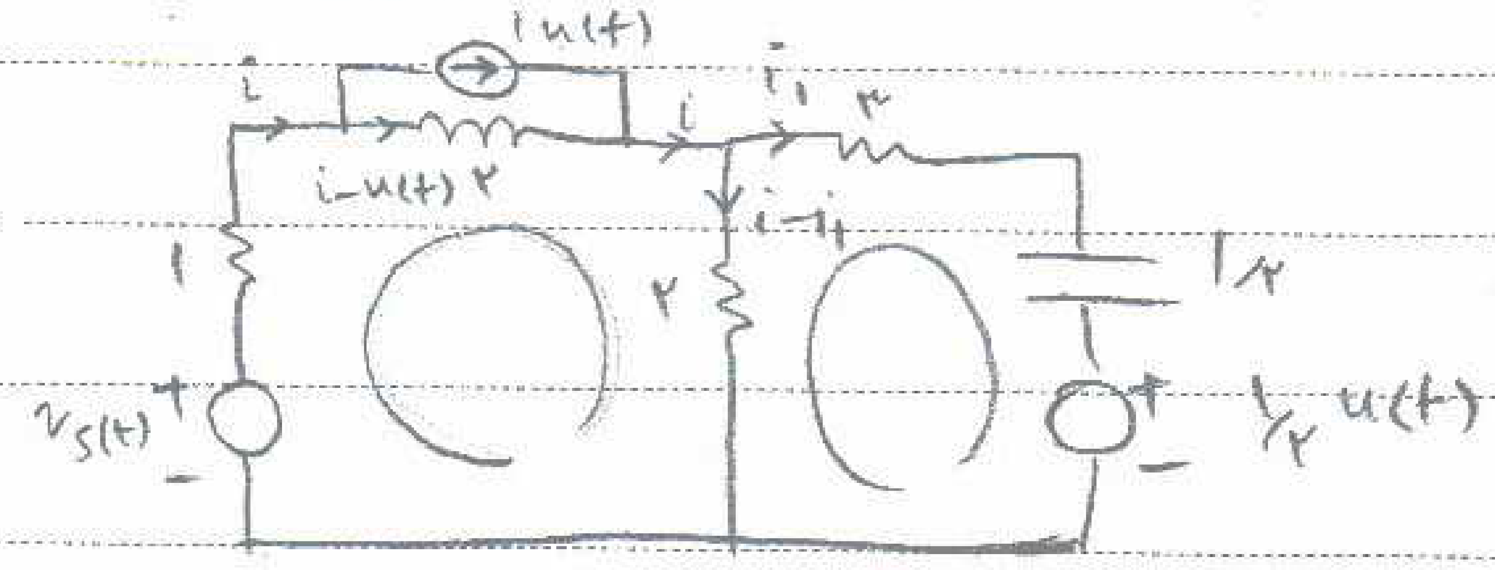
$L, C + \leftarrow \boxed{\;} : (\int, f')$

Zarrin Barg
www.iran-ieee.com



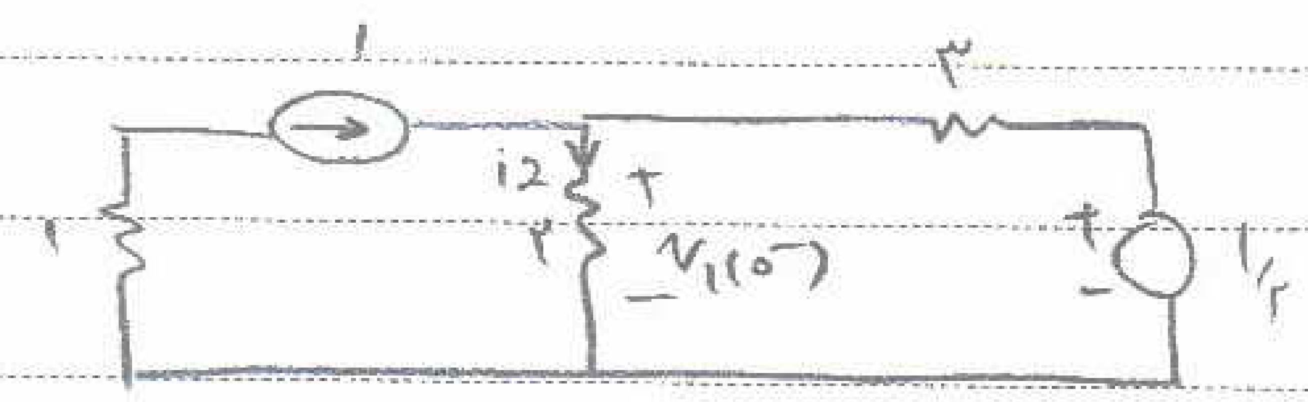
مثال. $v_s = u(t)$, $i(t) = ?$; $t > 0^-$

$$\begin{cases} i(0^-) = 1 \\ v(0^-) = 1/2 \end{cases}$$



$t > 0^-$

اگر این را خواسته بود: $v_1(0^-) = ?$



$(t = 0^-)$

$2i_2 - 1/2 - 3(1 - i_2) = 0$

$i_2 = 0/7\,A$

$\Rightarrow v_1(0^-) = 2 \times 0/7 = 1/4$

$t > 0^-$ KVL: $-v_s + 1i + 2(\underbrace{i' - \delta(t)}) + 2(i - i_1) = 0 \rightarrow 3i + 2i' - 2i_1 = 2\delta(t) + v_s$ (1)

KVL: $-2(i - i_1) + 3i_1 + \dfrac{1}{1/2}\displaystyle\int_{0^-}^{t} i_1\,dt + 1/2\,u(t) = 0$

$$-2i + 5i_1 + 2\int i_1\,dt = -1/2\,u(t) \quad (2)$$

(1): $i_1 = \frac{3}{2}i + i' - \delta(t) - 1/2\,v_s \xrightarrow{\text{(2) در } i_1} -2i + \frac{15}{2}i + 5i' - 5\delta(t) - 5/2\,v_s$

$+2\int\left(3/2\,i + i' - \delta(t) - 1/2\,v_s\right) = -1/2\,u(t)$

مشتق گیری $\Rightarrow$ $-2i' + 15/2\,i' + 5i'' - 5\delta'(t) - 5/2\,v_s' + 3i + 2i' - 2\delta(t) - v_s = -1/2\,\delta(t)$

$$\begin{cases} 5i'' + 15/2\,i' + 3i = 5\delta'(t) + 3/2\,\delta(t) + \boxed{v_s + 5/2\,v_s'} \xrightarrow{v_s = u(t)} = u(t) + 5/2\,\delta(t) \\ i(0^-) = i'(0^-) = 0 \longrightarrow \ldots \text{ چون مدار را آرام کردیم} \end{cases}$$

(★ اگر سلف و خازن نبود ضریبی از v_s می بود ← حل قبل)

۲ تا سلف و خازن ← حداکثر ۲ تا مشتق (درجه مشتق ۲) ...

www. iran-ieee .com

Subject:

Year. Month. Date. ( )

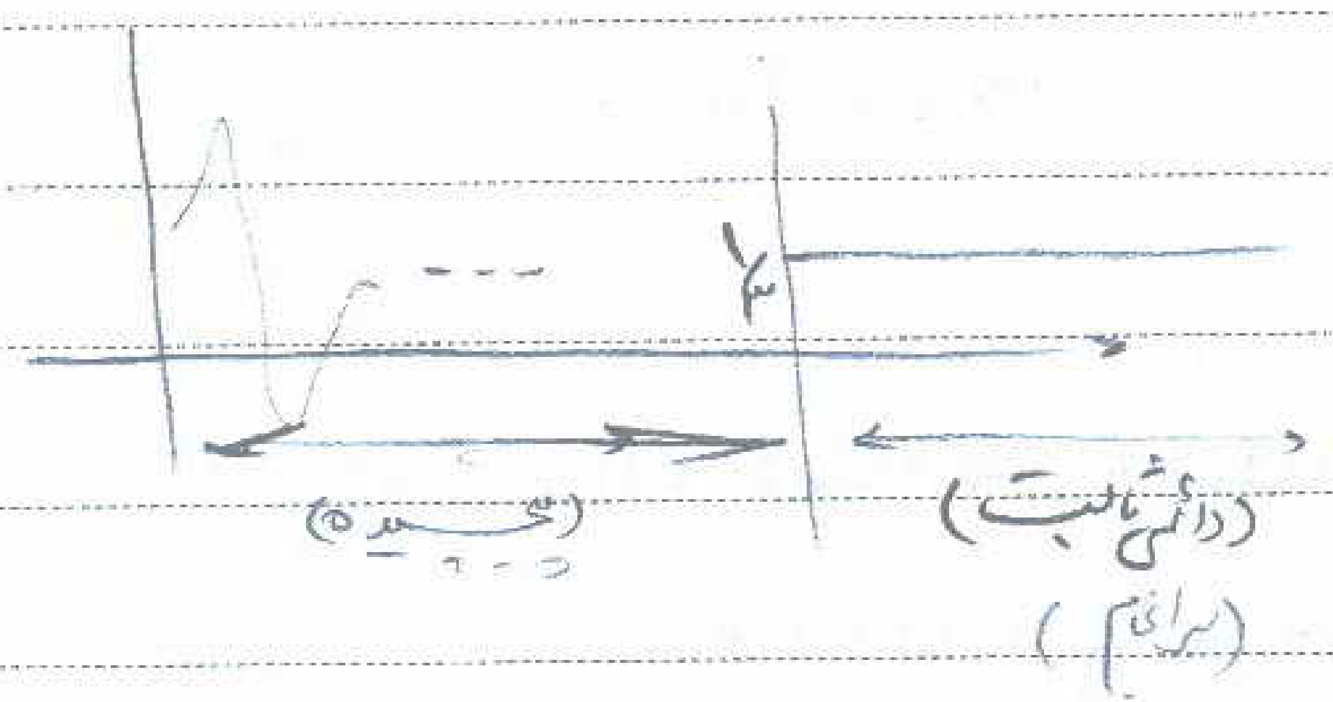
$$\Rightarrow \begin{cases} 5i'' + \frac{15}{2} i' + 3i = 5\delta'(t) + \frac{4}{5}\delta(t) + u(t) \\ i(0^-) = i'(0^-) = 0 \end{cases}$$

در مدار $i(t) = \begin{cases} i(0^-) = 1 & t = 0^- \\ 0 & 0^- < t < 0^+ \\ ? & t \geq 0^+ \end{cases}$; $t > 0^-$

$$5s^2 + \frac{15}{2} s + 3 = 0 \Rightarrow s_{1,2} = -\frac{3}{4} \pm j\frac{\sqrt{15}}{20}$$

$$i(t) = \underbrace{e^{-\frac{3}{4}t}\left(A_1 \cos\frac{\sqrt{15}}{20}t + A_2 \sin\frac{\sqrt{15}}{20}t\right)}_{0} + \frac{1e^{0t}}{3}$$

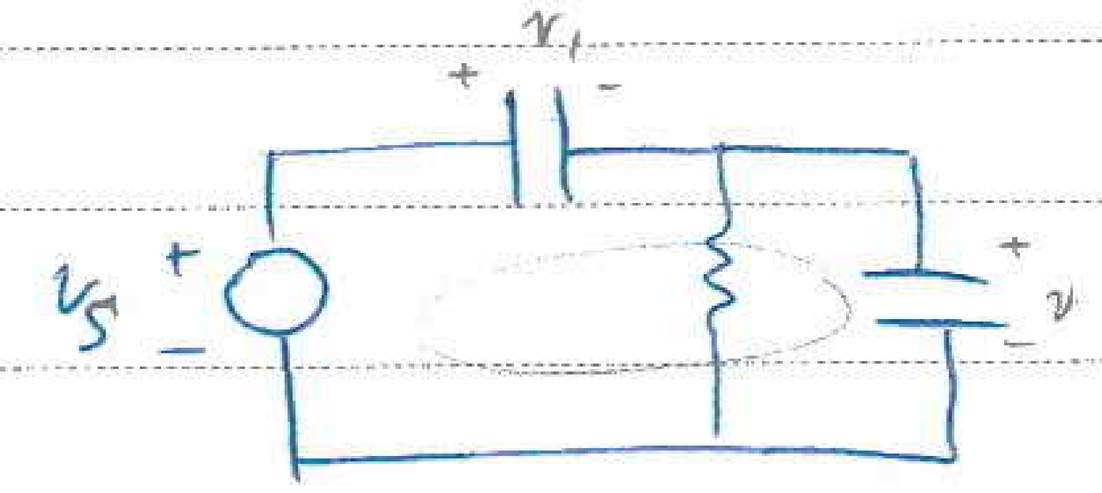
$$\rightarrow 5i'(0^+) + \frac{15}{2} i(0^+) = 4 \Rightarrow i'(0^+) = \cdots$$



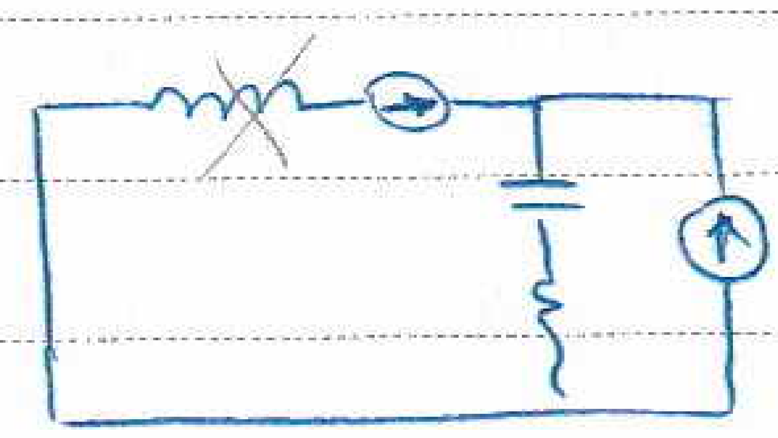
تحویلی ص ۲۶۰ ۳-۱۳ ، ۳-۱۵ ، ص ۳۰۰ : ۳-۲۸ ، ۳-۳۱ ، ۳-۲۹

Subject: 15
Year. Month. Date. ( )

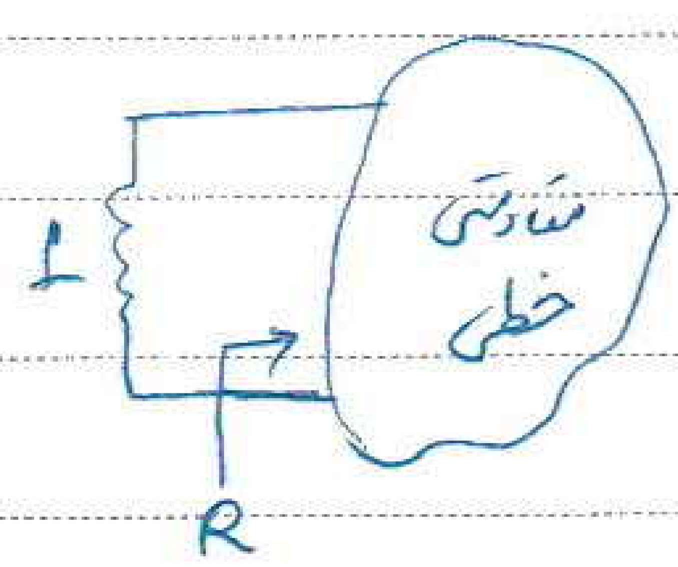
مدار درجه اول   یک شرط اولیه



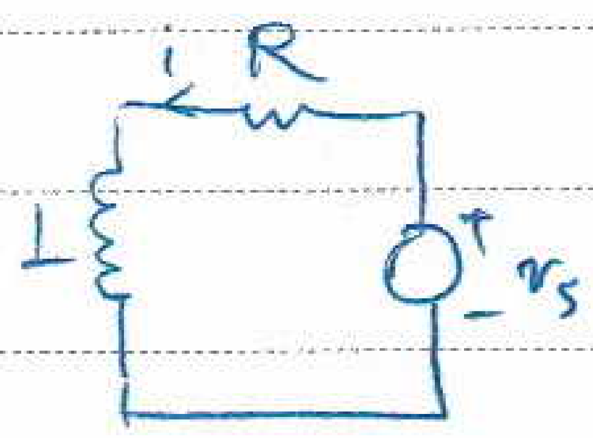
درجه اول   درجه اول



مدار درجه اول با یک سلف (یا یک خازن)   مدار درجه اول یک فرکانس طبیعی

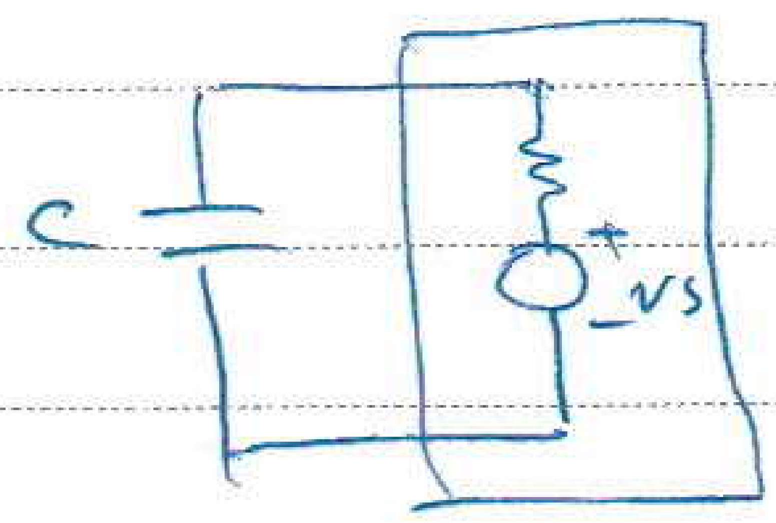


$\rightarrow$



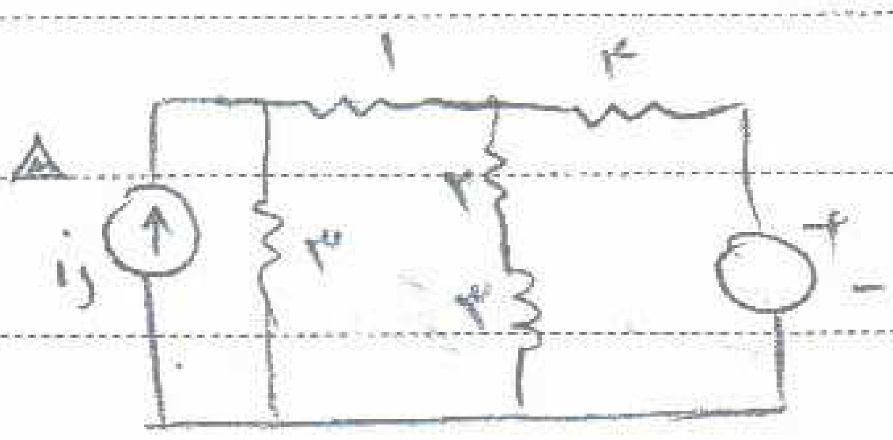
$$Ri + Li' = v_s$$

$$Ls + R = 0 \Rightarrow s = \frac{-R}{L}$$

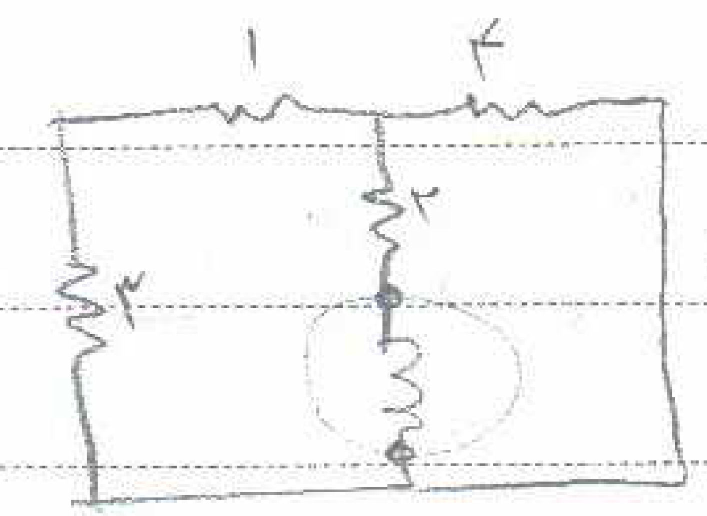


$$Ri + \frac{1}{C}\int i\,dt = v_s$$

$$Ri' + \frac{1}{C} i = v_s \Rightarrow Rs + \frac{1}{C} = 0 \qquad s = -\frac{1}{RC}$$



$$s = -\frac{R}{L} = -\frac{4}{3} \longleftarrow$$



مدار درجه اول با یک سلف یا یک خازن ، $s<0$ ، با منابع ثابت :

$$y = y_h + y_p \qquad y = Ae^{st} + B$$

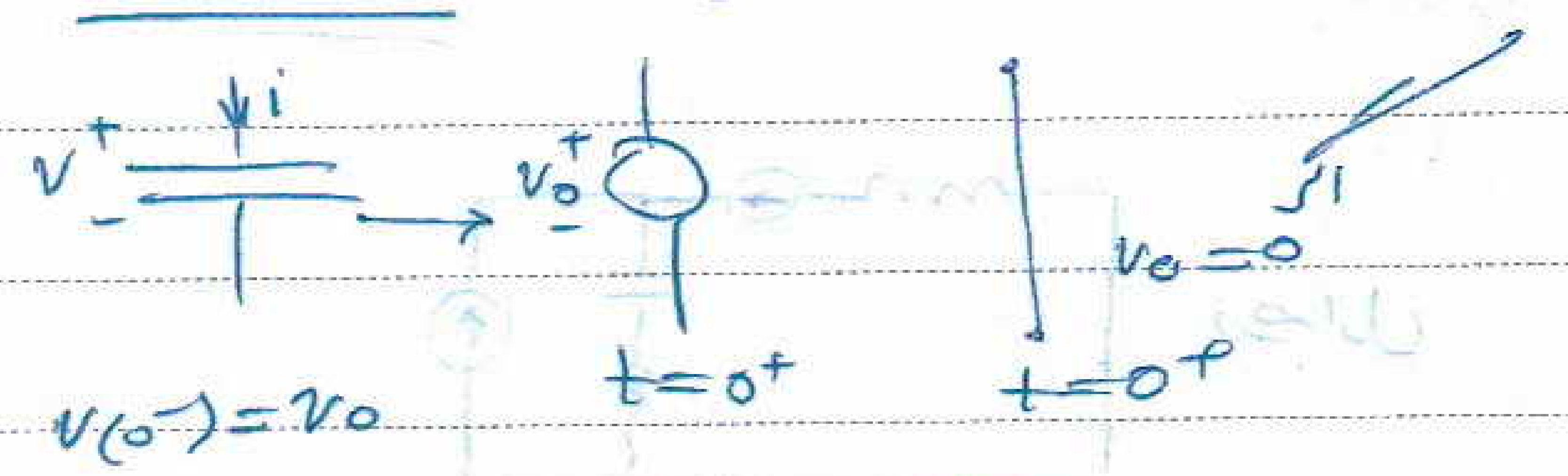
$$\left.\begin{array}{l} y(0^+) = A + B \longrightarrow A = -B + y(0^+) \\ y(\infty) = 0 + B \end{array}\right\} A = y(\infty) - y(0^+)$$

$$\Rightarrow y(t) = (-y(\infty) + y(0^+))e^{st} + y(\infty) \qquad t \geq 0^+$$

$$y(0^+), y(\infty) = ? \swarrow$$

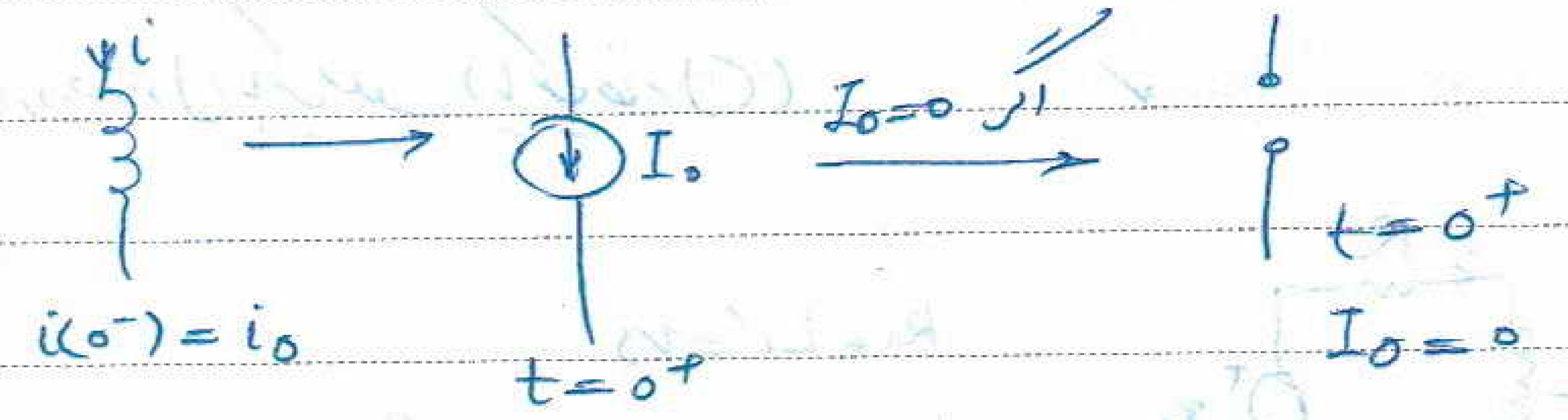
Zarrin Barg
www.iran-ieee.com

$y(0^+)$ ها



$v(0^-) = v_0$

اگر $v_0 = 0$

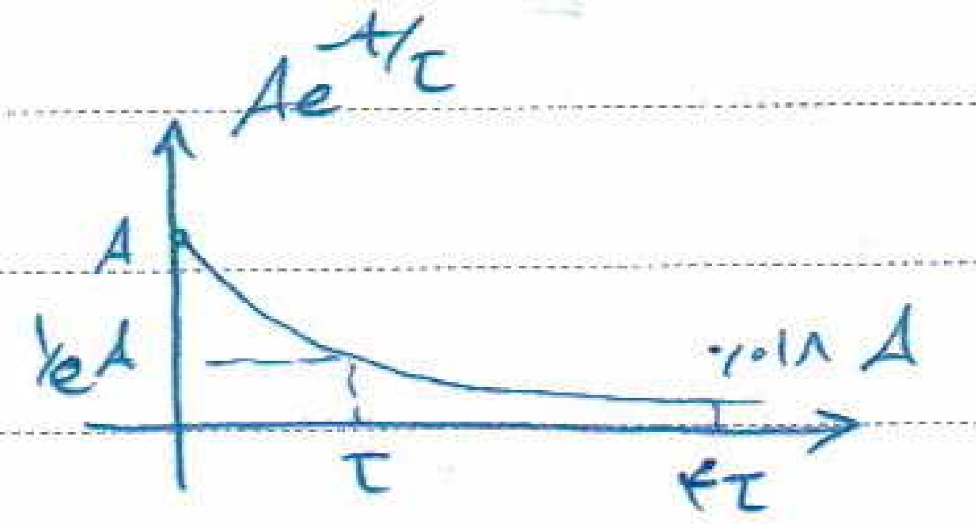


$i(0^-) = i_0$

اگر $I_0 = 0$

$I_0 = 0$

$y(\infty)$



▲ $Ae^{-\frac{3}{5}t} \longrightarrow 4\tau = 20/3$

▲ $s = -3 \quad e^{st} = e^{-3t} \longrightarrow 4\tau = 4/3$

مدت زمان طولانی $\longrightarrow$ مدت زمان ۴τ یا ۵τ $\qquad (\tau = \frac{1}{s})$

(معادل درصد اول)

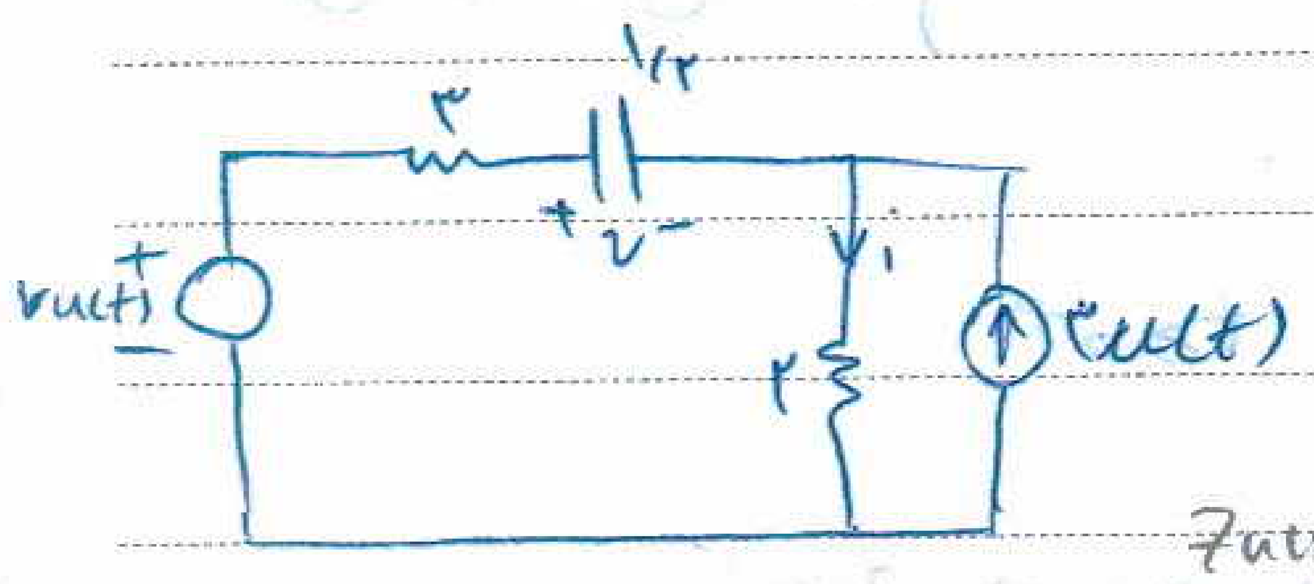
✓ برای $s \nless 0$ مدت زمان طولانی معنی دارد که ... (منفی بودن قسمت حقیقی s)

مدت زمان طولانی : $t \longrightarrow \infty$

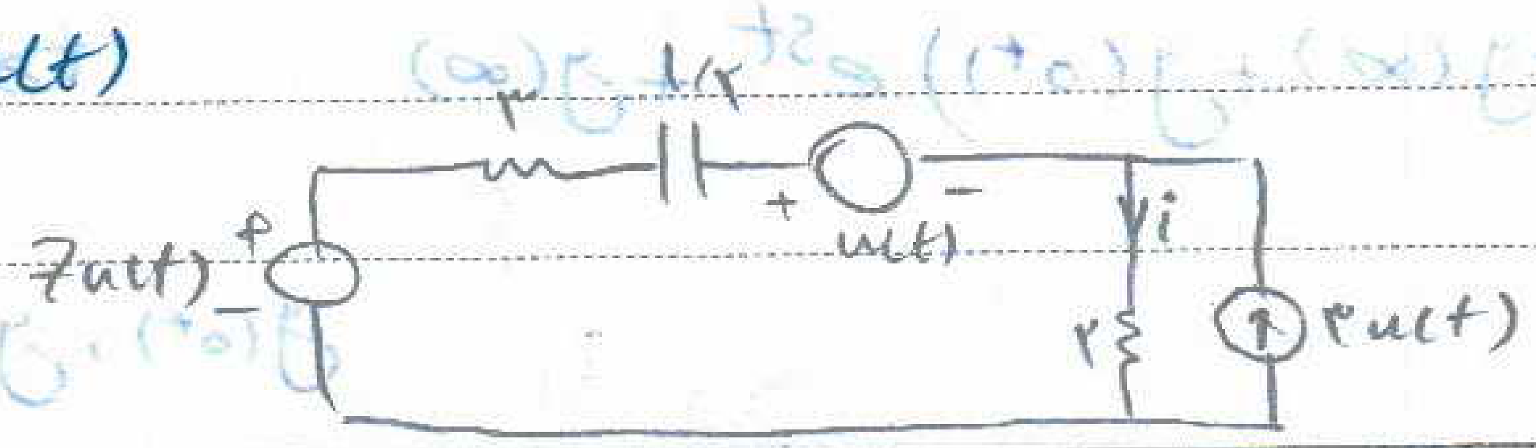
$i = C\frac{dv}{dt} = 0$

$v_L = L\frac{di}{dt} = 0$

مثال. $v(0^-) = 1 \qquad i(t) = ? \qquad t \geq 0^+$



[illegible]

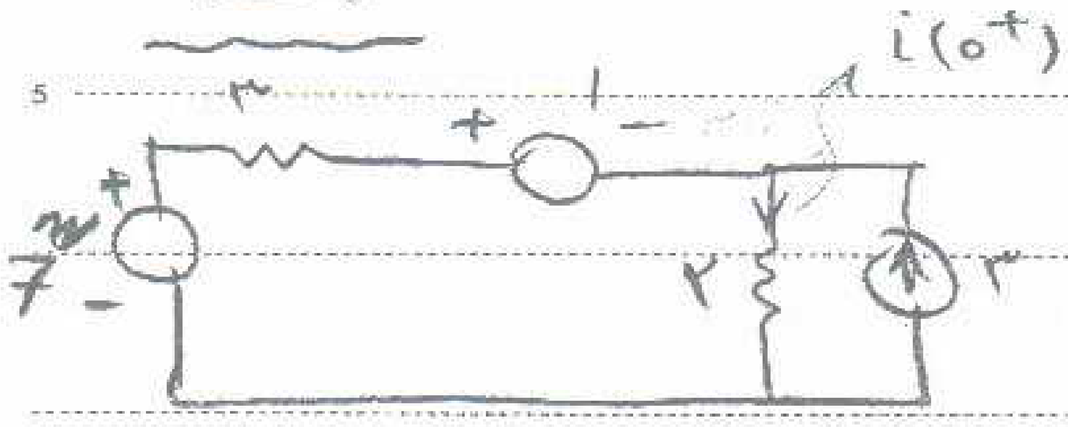


$t > 0^-$

$i(t) = (i(0^+) - i(\infty))\, e^{-t/\tau} + i(\infty)$ $\quad s = -1/RC \quad \tau = RC$ sec (۲۱

$\tau = \boxed{5} \times 1$ ← ... صفر کردن منابع (R معادل)

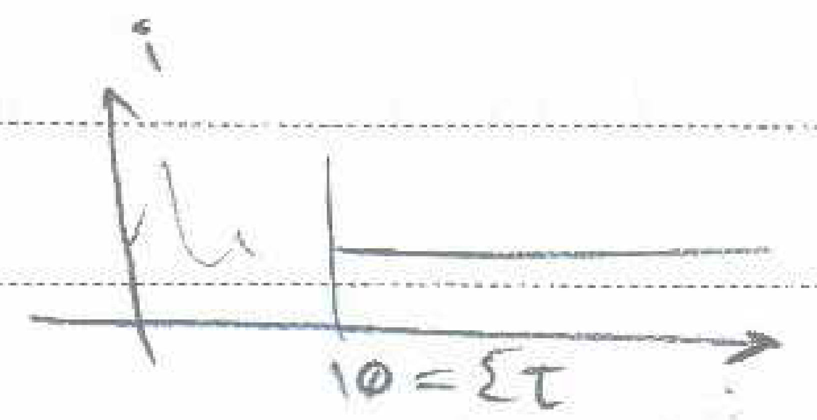
$t = 0^+$



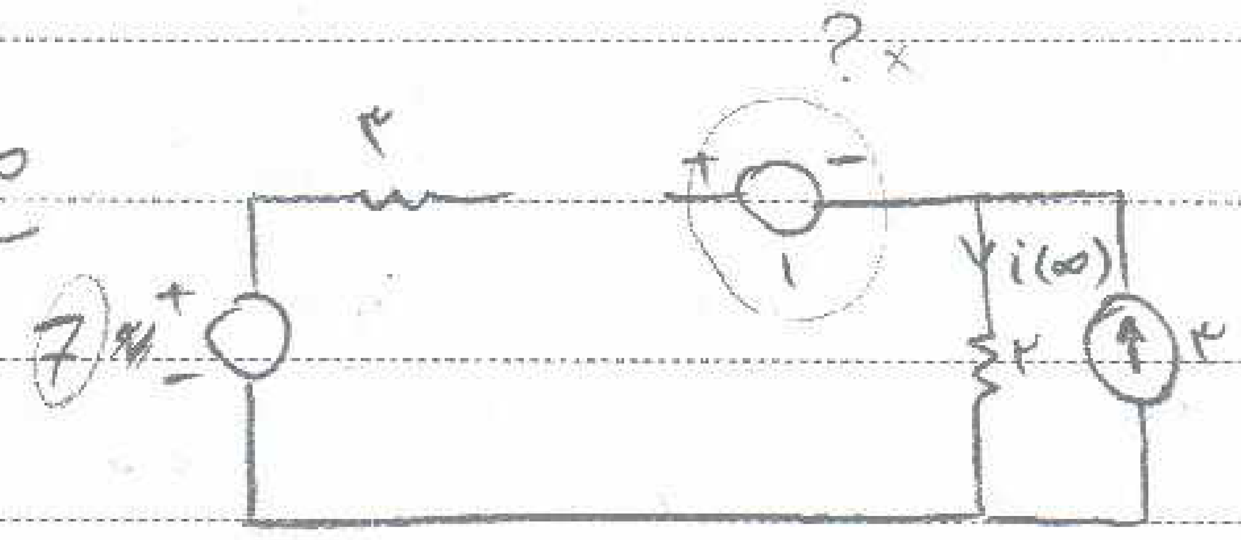
جمع آثار یا KVL...

$i(0^+) = \frac{7-1}{5} + 3 \times 3/5$

$i(0^+) = 6/5 + 9/5 = 3A$



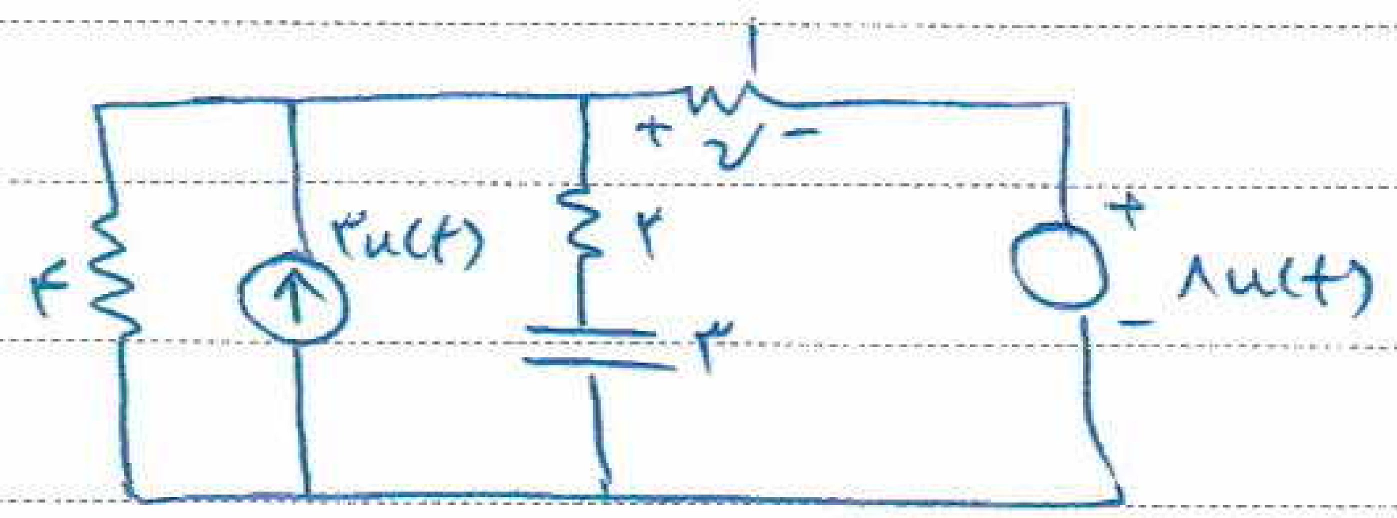
$t \to \infty$



$i(\infty) = 3$

$\Rightarrow i(t) = (3-3)\, e^{-t/2.5} + 3 = 3 \quad (t \geq 0^+)$

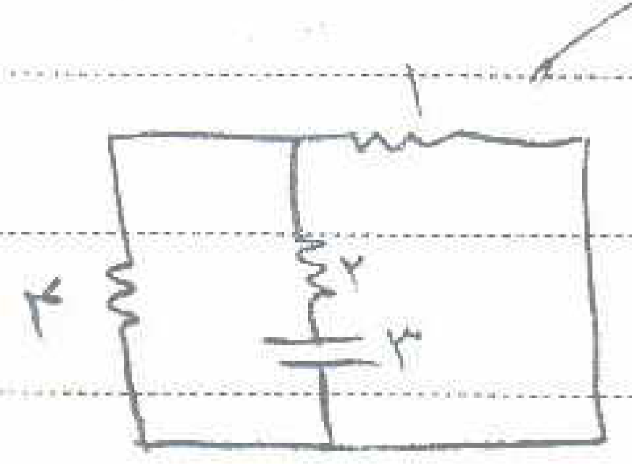
مثال.



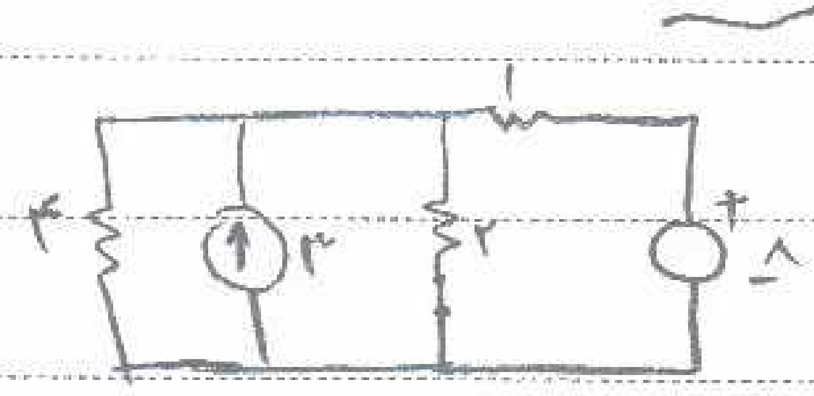
$v(t) = ? \quad t \geq 0^+$

خازن بدون ولتاژ اولیه

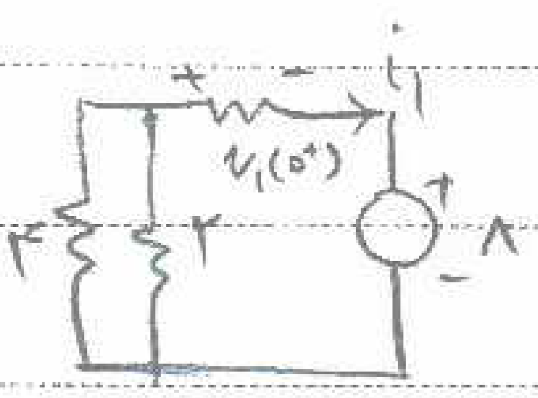
$v(t) = (v(0^+) - v(\infty))\, e^{-t/\tau} + v(\infty)$ $\quad \tau = RC = (2 + 1 \| 4) \times 3 = 8.4$ sec



$t = 0^+$



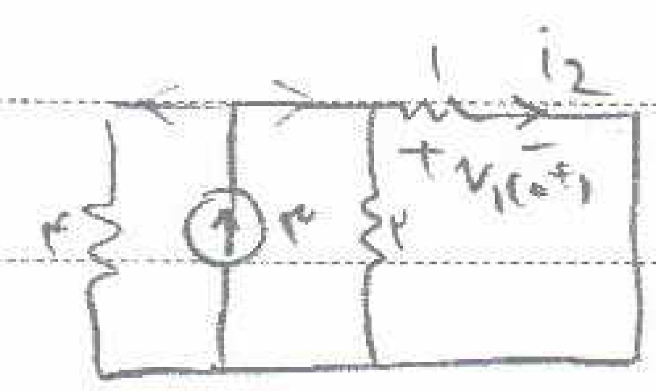
جمع آثار →



+ ...

$v_1(0^+) = 1 \times i_1(0^+) = 1 \times \frac{8}{1 + 2 \| 4} = 24/7$

... +



$v_2(0^+) = 1 \times i_2 = 3 \times \frac{4}{4 + 2/3} \times 2/3$

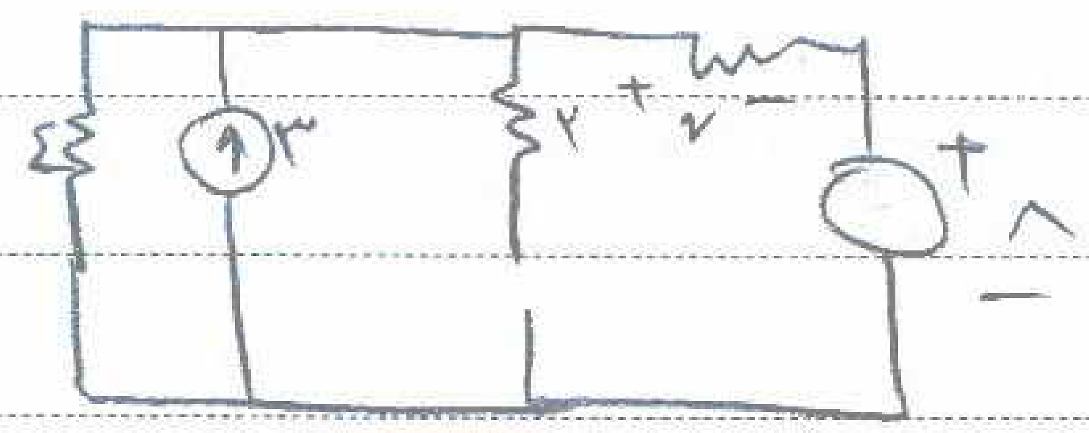
$= 12/7$

$v(0^+) = 36/7$

Zarrin Barg
www. iran-ieee .com

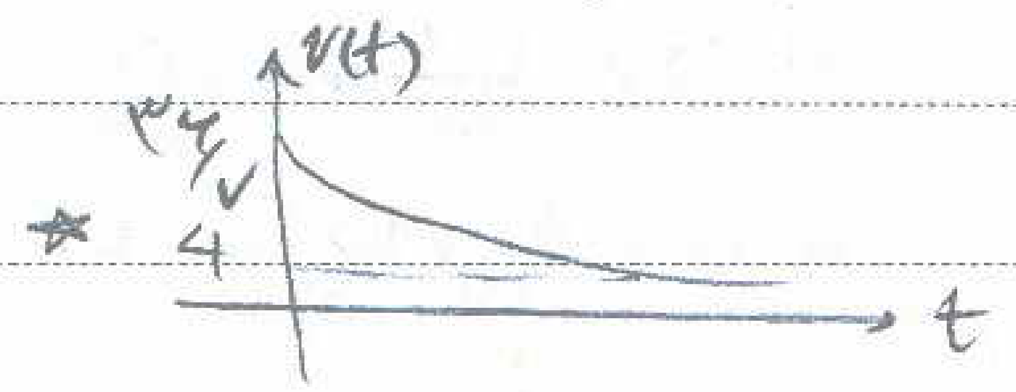
Subject:
Year. Month. Date. ( )

$t \to \infty$

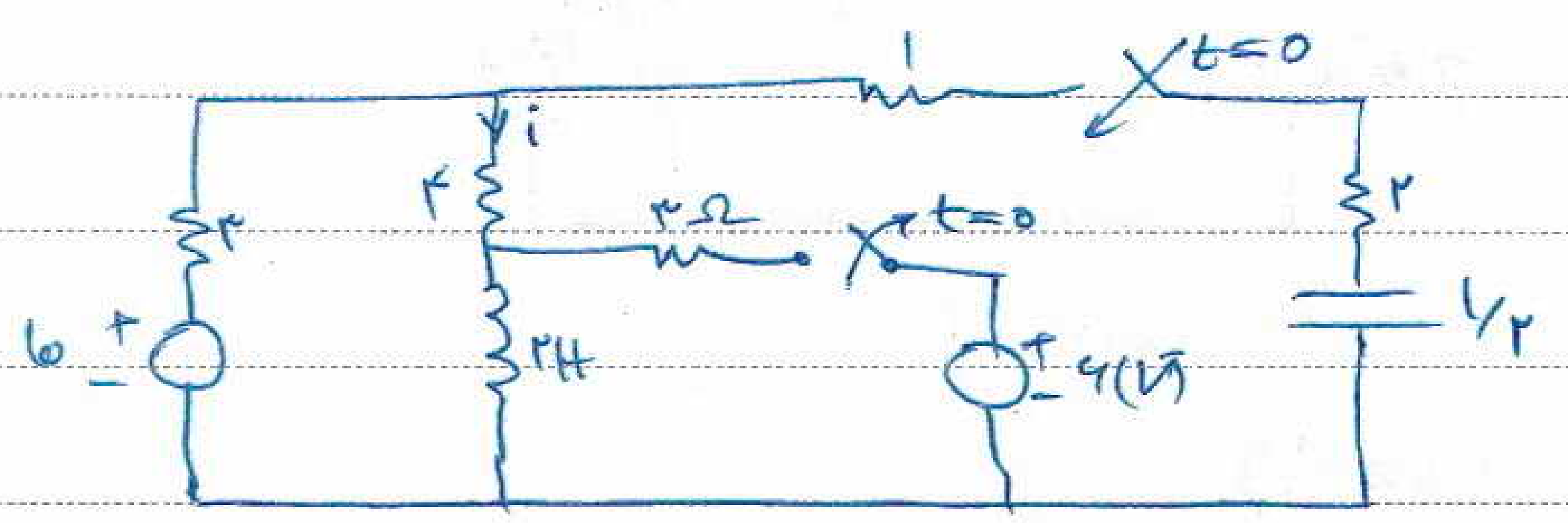


$v(\infty)=\frac{8}{1+4}+3\times\frac{4}{5}=4$

$\Rightarrow v(t)=\left(\frac{36}{7}-4\right)e^{-t/\frac{4}{5}}+4=\frac{8}{7}e^{-\frac{5}{4}t}+4$



▲ مدار در $t<0$ زیاد کار کرده است، کلیدها در $t=0$ زده می‌شوند.

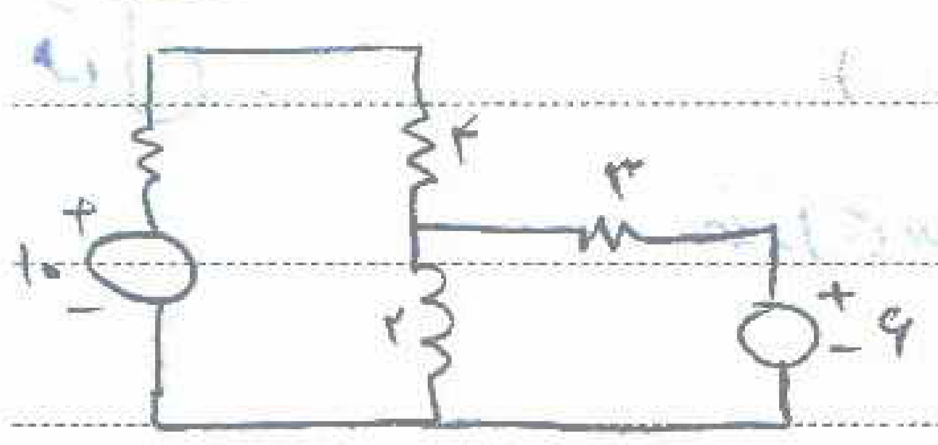


$i(t)=?$ $\quad i(t=0^-)=?$

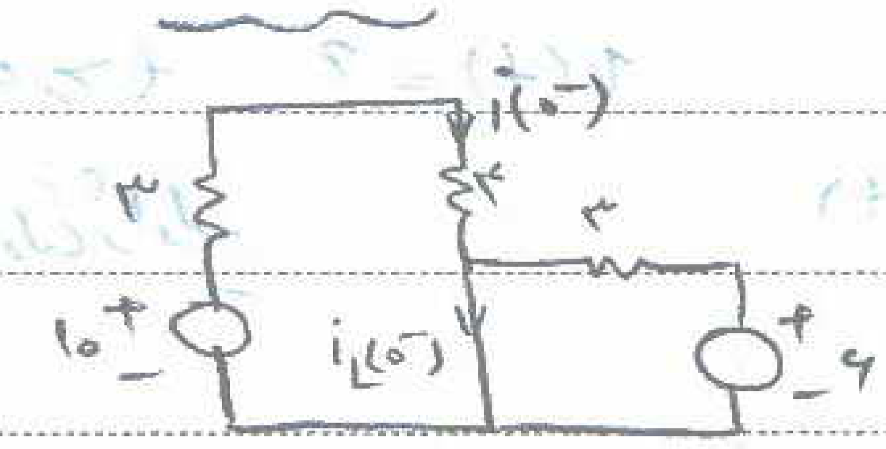
$\downarrow$

$t\geq 0^+$

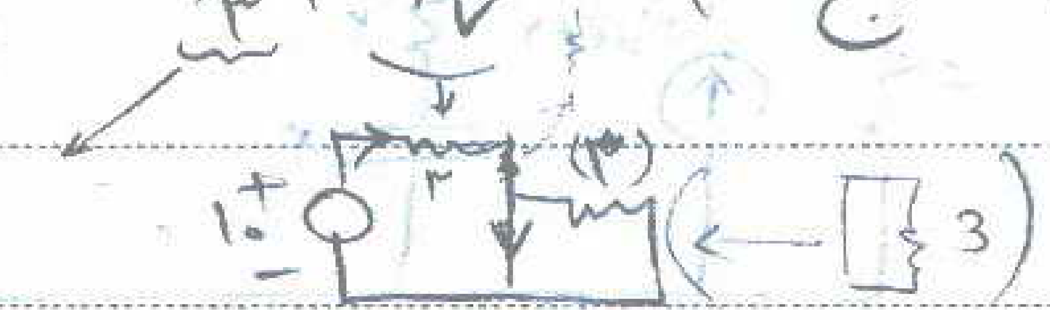
$t<0$



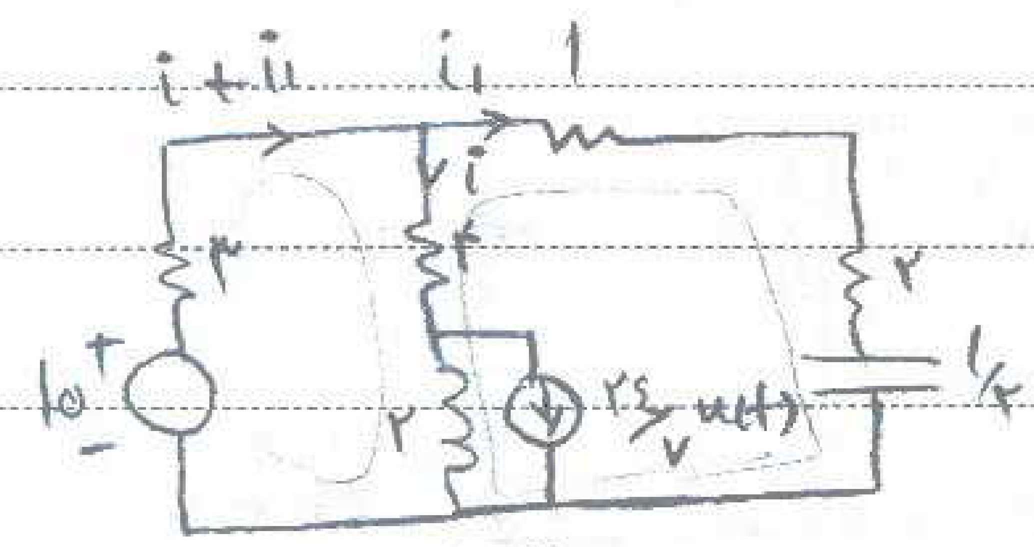
$t=0^-$



$i_L(0^-)=\frac{6}{3}+\frac{10}{7}$ (جمع آثار)



(جمع آثار) $i(0^-)=0+\frac{10}{7}$



(*)

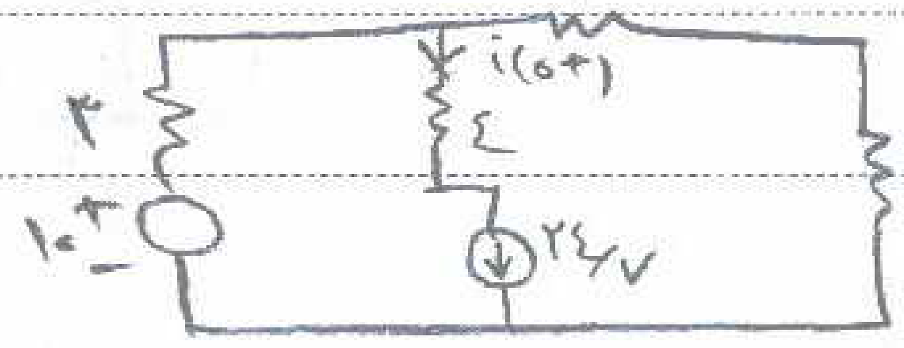
$\begin{cases} t\geq 0^+ \\ i(t)=? \end{cases}$

✓ معادله درجه دوم است ← تشکیل معادله دیفرانسیل (i)

(KVL ... , ...) ← محاسبه ذهنی ×

$\begin{cases} i(0^+)=? \\ i(\infty)=? \end{cases} \longrightarrow$ محاسبه ذهنی ✓ :

$t=0^+$

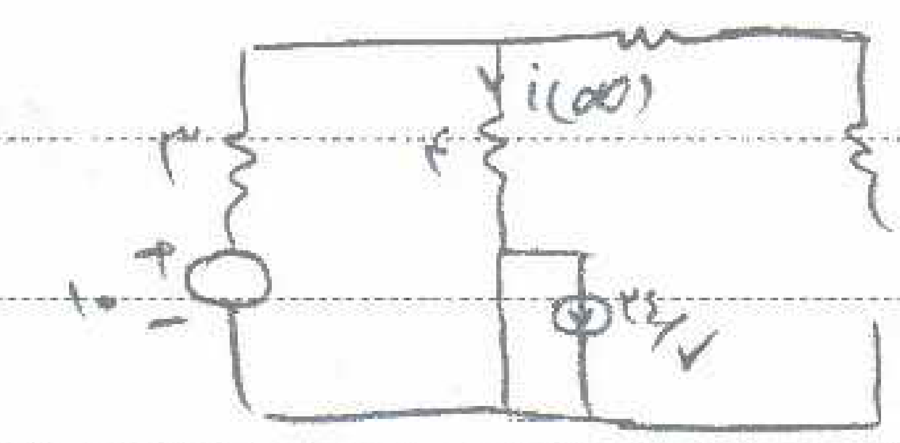


$\Rightarrow i(0^+)=\frac{24}{7(81)}$

cte

* منبع (*) ثابت اندیس:

$t \to \infty$

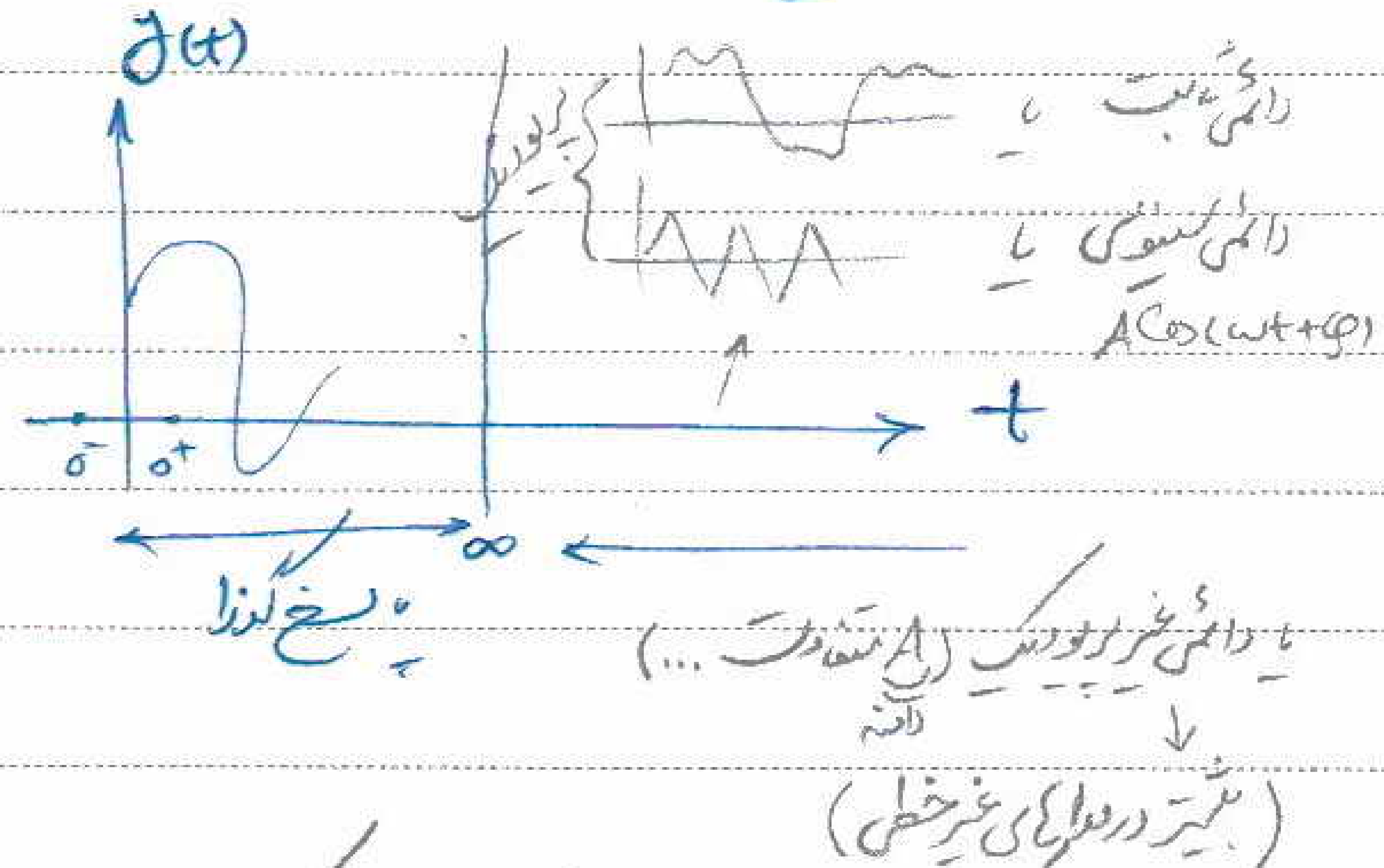


$\Rightarrow i(\infty) = 4$

+ پاسخ ضربه (درس داده نشد.)

فصل چهارم :

✓ مدت زمان طولانی برای معادله با بیشتر از درجه اول = ۴ برابر بیشترین τ.



$S_1 = -2 < 0 \quad S_2, S_3 = -1/3 \pm 2j$

$y = A_1 e^{-2t} + e^{-\frac{1}{3}t}(A_2 \cos 2t + A_3 \sin 2t)$

$\tau = 1/2 \quad \tau = 3$

⇐ مدت زمان طولانی y = ۱۲s

✓ فرکانس مدار را طبیعت مدار تعیین می کند!!! ۵ اعمال برق شهر ω مدار = ω برق شهر ، A و φ تغییر می کند.

مدار دائمی سینوسی . (تعریف : همه ولتاژ ها و جریان ها سینوسی شوند با یک ω ؟ ولی با A و φ متفاوت)

✓ برای اینکه مدار سینوسی شود : $Re(S_i) < 0$ و داریم :

$$y(t)\Big|_{t \to \infty} = y_p^{(0^+)} = \begin{cases} \text{ثابت} & \text{منبع ثابت} \\ \text{سینوسی} & \text{منبع سینوسی} \end{cases}$$

$x(t) = X\cos(\omega t + \varphi) \longrightarrow$ سه ویژگی دارد که تفاوت در φ و X است.

$= Re(Xe^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t})$

$x(t)$ فازور $= \underline{X} = Xe^{j\varphi}$

Zarrin Barg
www.iran-ieee.com

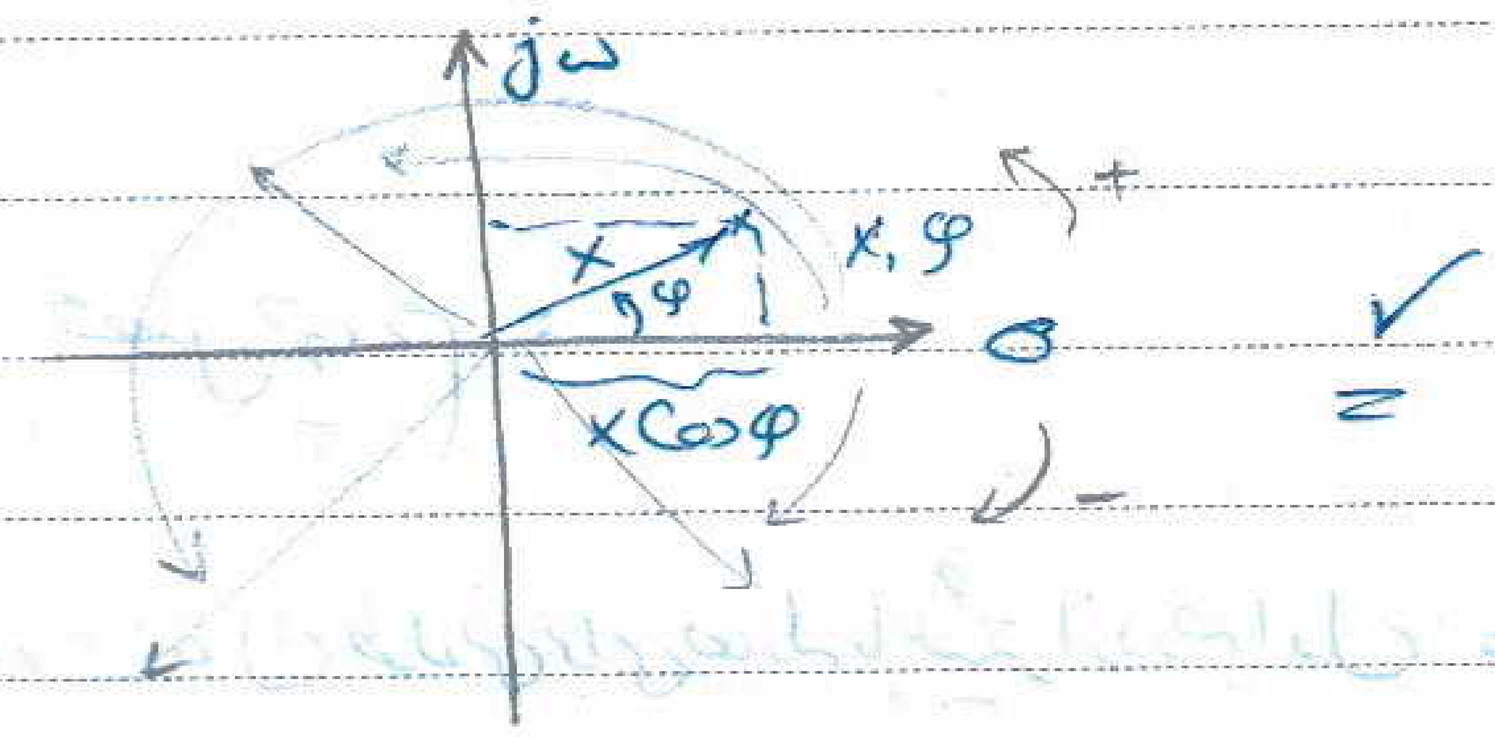
Subject:
Year. Month. Date. ( )

تبدیل فازوری :

$$x(t)=X\cos(\omega t+\varphi) \xrightleftharpoons{\omega} \underline{X}=Xe^{j\varphi}$$

△ $v(t)=3\cos(2t+10^\circ) \Longrightarrow \underline{V}=3e^{j10^\circ}$

△ $i(t)=-1/2\cos(10\pi t-80^\circ) \Longrightarrow \underline{I}=-1/2\,e^{-j80^\circ}$



△ $i_1(t)=\sin\pi t \longrightarrow \underline{I}=1e^{-j\pi/2}=-j$

$= 1\cos(\pi t-\pi/2)$

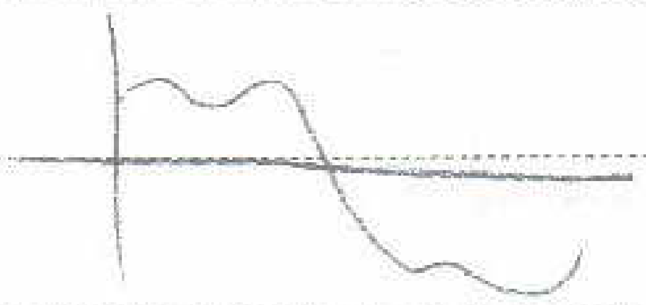
△ $\begin{cases}\underline{I}=3e^{j20^\circ}\\ \omega=2\pi\end{cases} \Longrightarrow i(t)=3\cos(2\pi t+20^\circ)$

△ $\begin{cases}\underline{V}=3+j2=\sqrt{13}\,e^{j\,tg^{-1}2/3}\\ \omega=10\end{cases} \Longrightarrow v(t)=\sqrt{13}\cos(10t+tg^{-1}(2/3))$

Zarrin Barg
www.iran-ieee.com

▲ $y(t) = 2\cos \pi t + \frac{1}{2}\sin(\pi t - 60^\circ)$ $\quad \underline{Y} = 2e^{0j} + \frac{1}{2}e^{-60j} = 2 - \frac{1}{2}\cos 60 + \frac{1}{2}j\sin 60$

△ $v(t) = 3\cos(2t - 20) + \sin(t + 30)$ $\quad \omega_1 \neq \omega_2$



△ $i(t) = \cos\sqrt{2}t + \sin t$

$T_1 = \sqrt{2}\pi \quad T_2 = 2\pi \quad \frac{T_1}{T_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

▲ $x(t) = X\cos(\omega t + \varphi) = Re(Xe^{j\varphi}e^{j\omega t}) \quad \frac{dx}{dt} = Re(Xe^{j\varphi}\, j\omega\, e^{j\omega t})$

△ $v(t) = Ri(t) \quad \underline{V} = R\,\underline{I}$ $\quad \underline{I}$, $+\ \underline{V}\ -$

امپدانس مقاومت

امپدانس خازن

△ i, $+\ v\ -$ $\quad i = C\,dv/dt \quad \underline{I} = Cj\omega\underline{V} \quad \underline{V} = -j\frac{1}{C\omega}\underline{I}$

$V = \frac{1}{C\omega} I$

$\Omega = X_C$ راکتانس خازن

$\angle\underline{V} = -90^\circ + \angle\underline{I}$

جریان خازن ۹۰° از ولتاژ آن جلوتر است. (حرکت بر سر تغییر v)

$\underline{I}$, $-j\frac{1}{C\omega}$, $+\ \underline{V}\ -$ $\qquad \underline{I}$, $(1/C\omega\ \Omega) \Rightarrow \ldots$, $+\ \underline{V}\ -$

(امپدانس سلف)

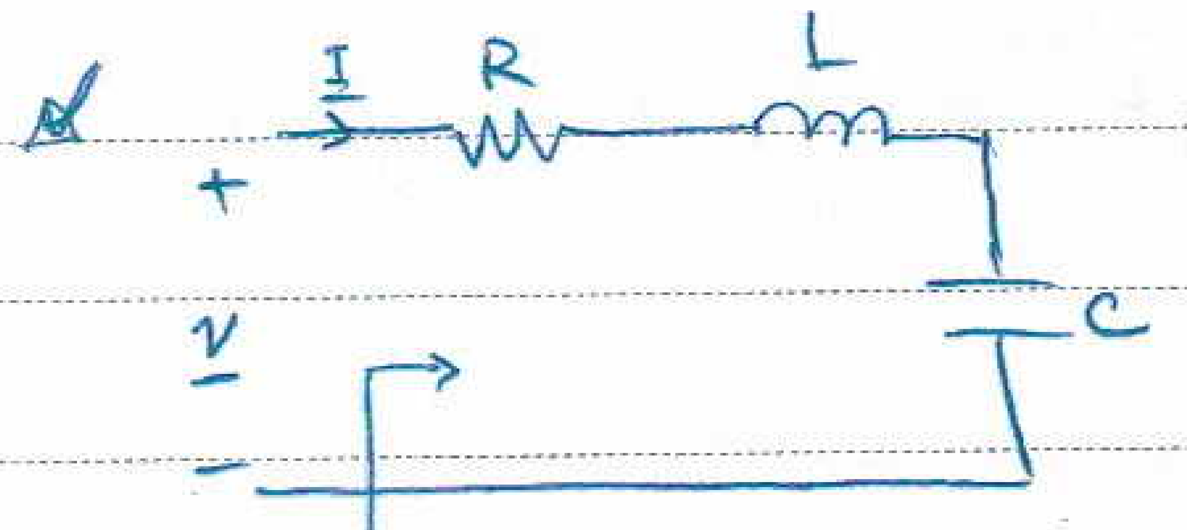
△ L, i, $+\ v\ -$ $\quad v = L\frac{di}{dt} \Rightarrow \underline{V} = jL\omega\,\underline{I}$

$V = L\omega I\ ,\ X_L = L\omega\ \Omega$ (راکتانس سلف)

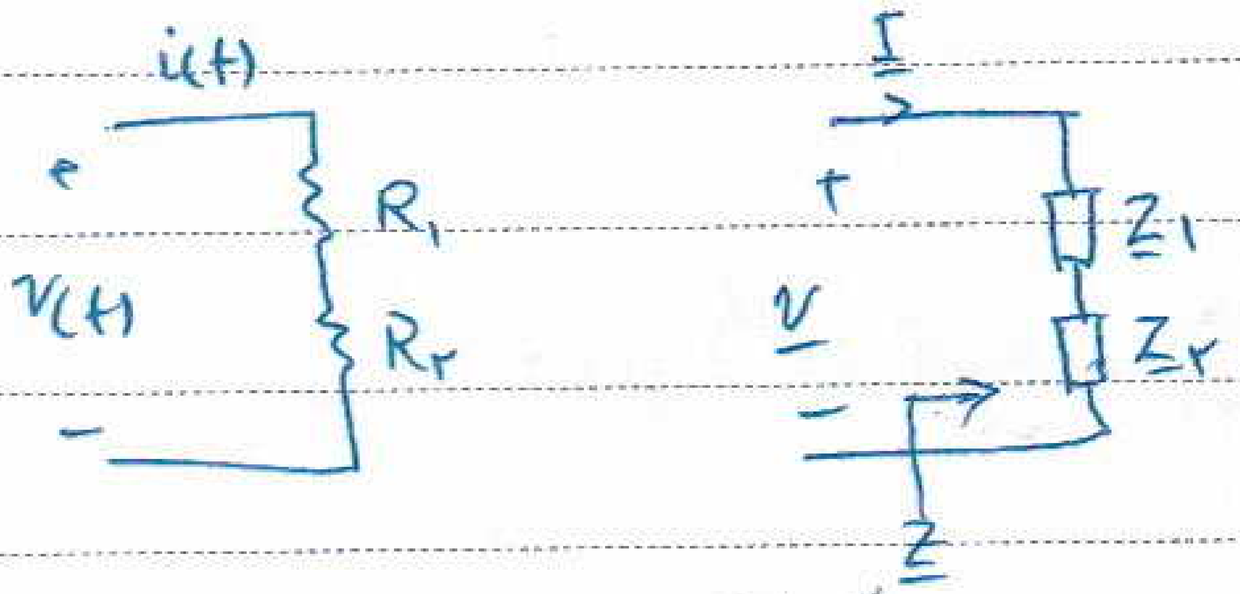
$\angle\underline{V} = 90 + \angle\underline{I}$ $\qquad \underline{I}$, $jL\omega$, $+\ \underline{V}\ -$

✓ امپدانس $\underline{Z} = \frac{\underline{V}}{\underline{I}} \qquad Z = \frac{V}{I}\ \Omega \qquad \angle\underline{Z} = \angle\underline{V} - \angle\underline{I} = \theta$

Zarrin Barg
www.iran-ieee.com



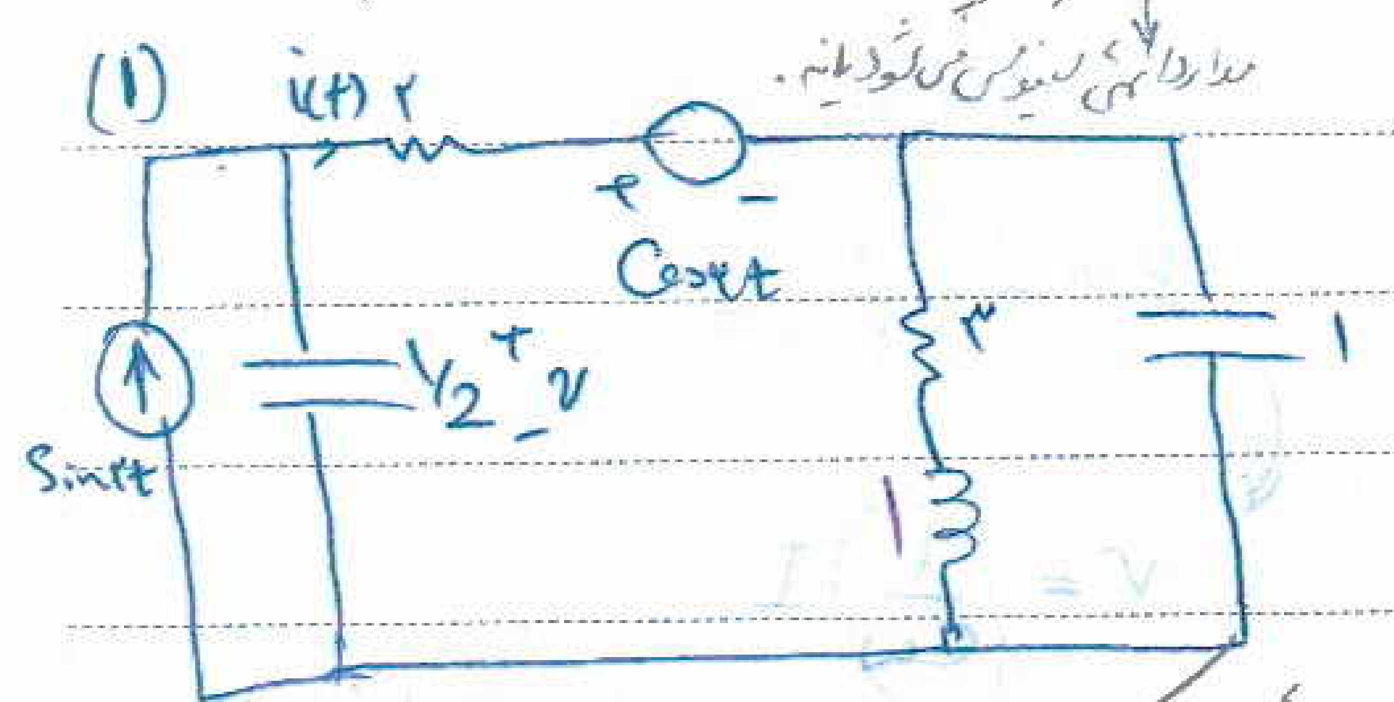
$$\underline{Z} = R + jL\omega + \left(-j\frac{1}{C\omega}\right) = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$$



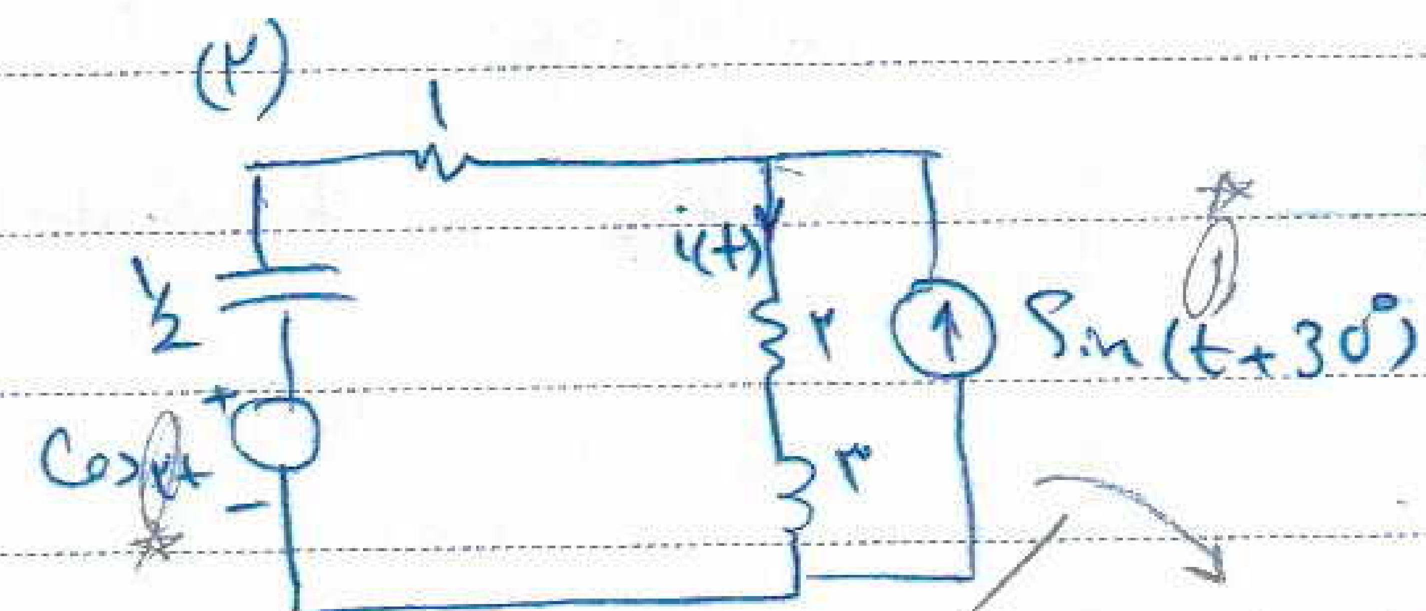
$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 \longrightarrow (\text{* برای اندازه}) \longrightarrow |\underline{Z}_1 \pm \underline{Z}_2| \le |\underline{Z}_1| + |\underline{Z}_2|$$

میدان اعداد مختلط مرتب نیست (نمی توان گفت $\underline{Z}_1 < \underline{Z}_2$)

مدار دارای سینوسی می شود بنابراین



مثال

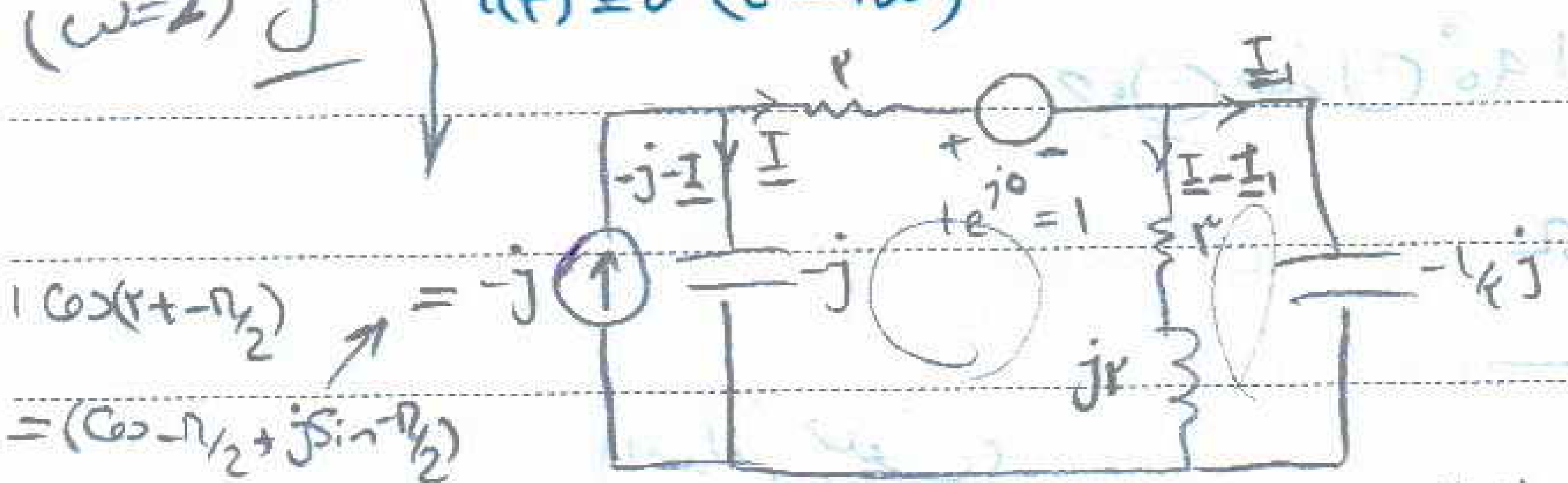


(دارای پریودیک ساده (سینوسی)) — $\omega_1 \neq \ldots$ — دارای غیر سینوسی (پریودیک)

حل $(\omega = 2)$

$i(t) = ?\ (t \to \infty)$

$1\cos(2t - \pi/2) = (\cos -\pi/2 + j\sin -\pi/2) = -j$



(شدیم)

$$\text{KVL}: -(-j(-j - \underline{I})) + 2\underline{I} + 1 + 3(\underline{I} - \underline{I}_1) + j2(\underline{I} - \underline{I}_1) = 0$$

$$\Rightarrow \underline{I}(5+j) + \underline{I}_1(-3-j2) = -2 \quad (1)$$

$$\text{KVL}: 3(\underline{I} - \underline{I}_1) + j2(\underline{I} - \underline{I}_1) - \left(-j\tfrac{1}{4}\underline{I}_1\right) = 0$$

$$\underline{I}(3+j2) + \underline{I}_1\left(-3-j\tfrac{3}{2}\right) = 0 \quad (2)$$

اگر دترمینان ماتریس ضرایب صفر شد: مدار دارای سینوسی نخواهد

$$\underline{I} = \frac{\begin{vmatrix} -2 & -3-j2 \\ 0 & -3-j\frac{3}{2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5+j & -3-j2 \\ 3+j2 & -3-j\frac{3}{2} \end{vmatrix} \neq 0 \ldots} = \frac{6(1+j\frac{1}{2})}{-15+\frac{3}{2}+j(-\frac{15}{2}-3)+9-4+j12}$$

$$= \frac{6(1+j\frac{1}{2})}{-\frac{17}{2}+j\frac{3}{2}} = \frac{12(1+\frac{j}{2})}{-17+j3} =$$

$$= \frac{12 \times \frac{\sqrt{5}}{2}\, e^{j\,tg^{-1}\frac{1}{2}}}{\sqrt{298}\, e^{-j\,tg^{-1}\frac{3}{17}}} = 6\sqrt{\frac{5}{298}}\, e^{j\left(tg^{-1}\frac{1}{2} + tg^{-1}\frac{3}{17}\right)}$$

Zarrin Barg
www.iran-ieee.com

Subject: ۱۴
Year. Month. Date. ( )

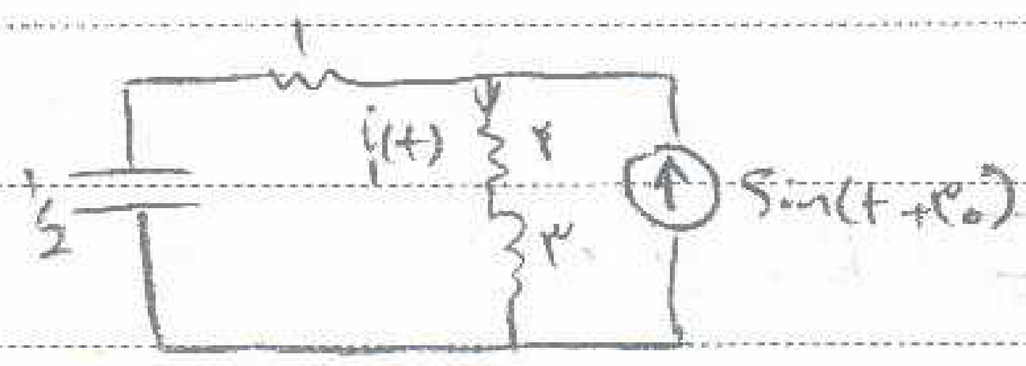
$$\underline{I} = 6\sqrt{\frac{5}{398}}\, e^{j(tg^{-1}1/2 + tg^{-1}3/17)} \Rightarrow \underset{(t\to\infty)}{i(t)} = 6\sqrt{\frac{5}{398}}\, Cos(2t + tg^{-1}1/2 + tg^{-1}3/17 - 180)$$

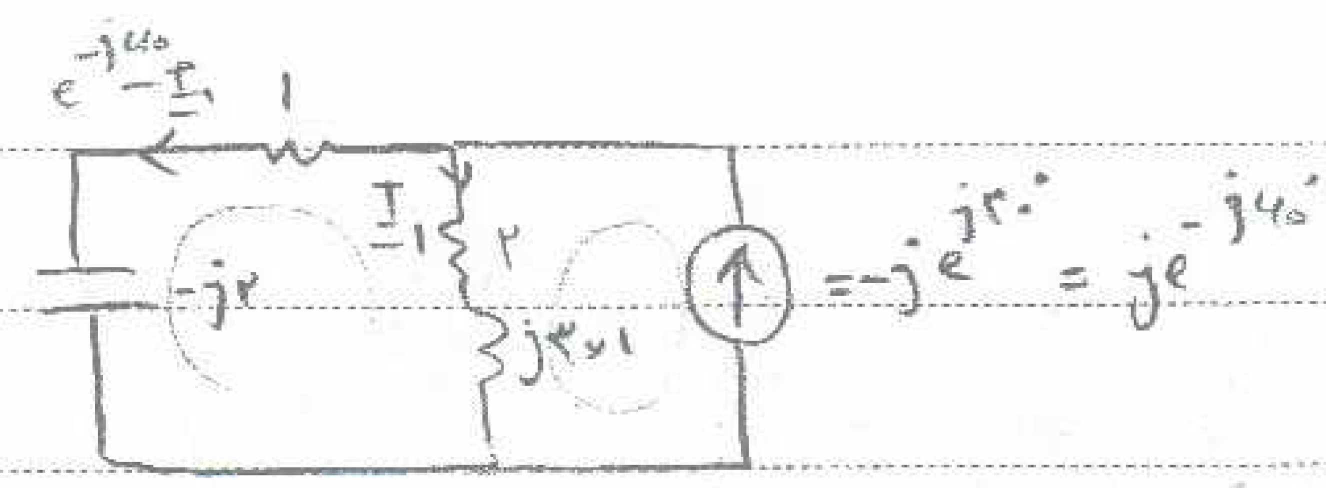
$$\underline{V} = -j(-j - \underline{I}) = -1 + j\underline{I}_2 = -1 + jIe^{j\varphi} = -1 + Ie^{j(\varphi+90)} = -1 + I\,Cos(\varphi+90) + jI\,Sin(\varphi+90)$$

$$= V\,Cos(2t+\beta)$$

(۲) $\underset{t\to\infty}{i(t)} = ? = \underset{t\to\infty}{i_1(t)} + \underset{t\to\infty}{i_2(t)}$

$\omega = 1$





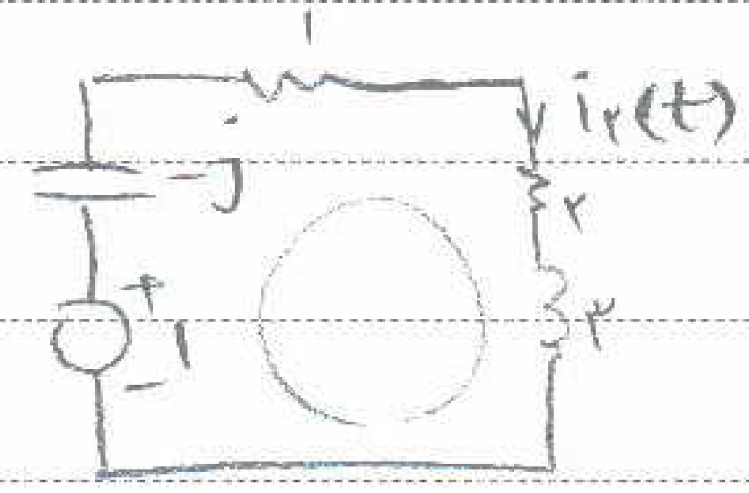
$$KVL:\ 1(e^{-j60} - \underline{I}_1) + (-j2)(e^{-j60} - \underline{I}_1) - j3\times\underline{I}_1 - 2\underline{I}_1 = 0$$

$$\underline{I}_1(-1 + j2 - j3 - 2) = -e^{-j60} + j2e^{-j60} \longrightarrow \underline{I}_1 = \frac{e^{-j60}(j2-1)}{-3-j} = \frac{e^{-j60}\sqrt{5}\,e^{j(180 - tg^{-1}2)}}{-\sqrt{10}\,e^{j\,tg^{-1}1/3}}$$

$$\underline{I}_1 = -\sqrt{\frac{1}{2}}\, e^{-j60^\circ} . e^{j(180 - tg^{-1}2 - tg^{-1}1/3)} = \frac{\sqrt{2}}{2}\, e^{-j60}\, e^{-j\,tg^{-1}2 - j\,tg^{-1}1/3}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\, e^{-j141.43^\circ} \qquad \underset{t\to\infty}{i_1(t)} = \frac{\sqrt{2}}{2}\, Cos(1t - 141.43^\circ)$$

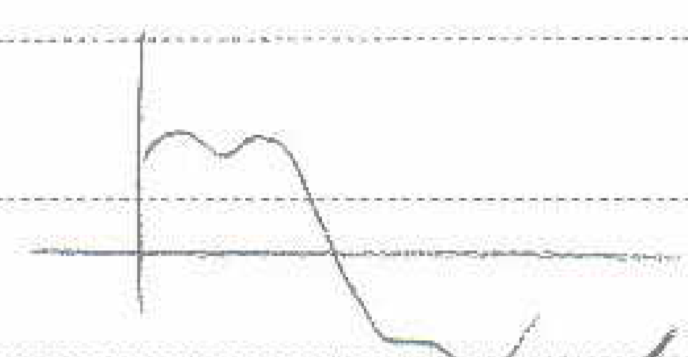
$\omega = 2$ $\quad \underset{t\to\infty}{i_2(t)} = \dots Cos(2t + \dots)$



$$\underline{I}_2 = \frac{1}{1+2+j6-j} = \frac{1}{3+j5} = \frac{1}{\sqrt{34}\, e^{j\,tg^{-1}5/3}}$$

$$= \frac{e^{-j\,tg^{-1}5/3}}{\sqrt{34}} \Longrightarrow \underset{t\to\infty}{i_2(t)} = \frac{1}{\sqrt{34}}\, Cos(2t - 59.03^\circ)$$

$$\Rightarrow i(t) = i_1(t) + i_2(t) = \dots$$



✓ اگر ER را زیاد کنیم ... دامنه کم می‌شود

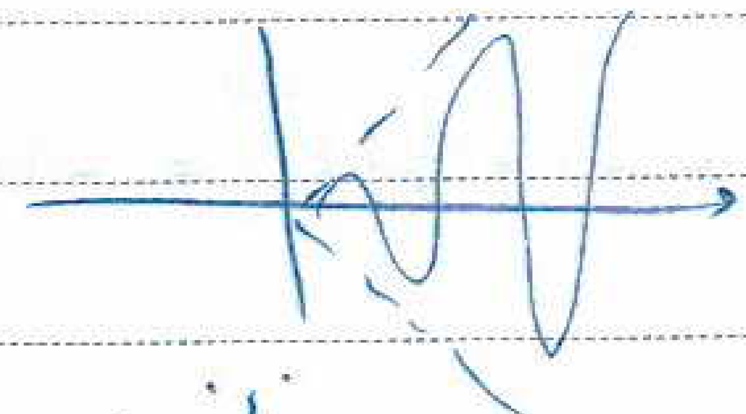
✓ اگر R نداشته باشیم

iran-ieee.com

Subject:
Year. Month. Date. ( )

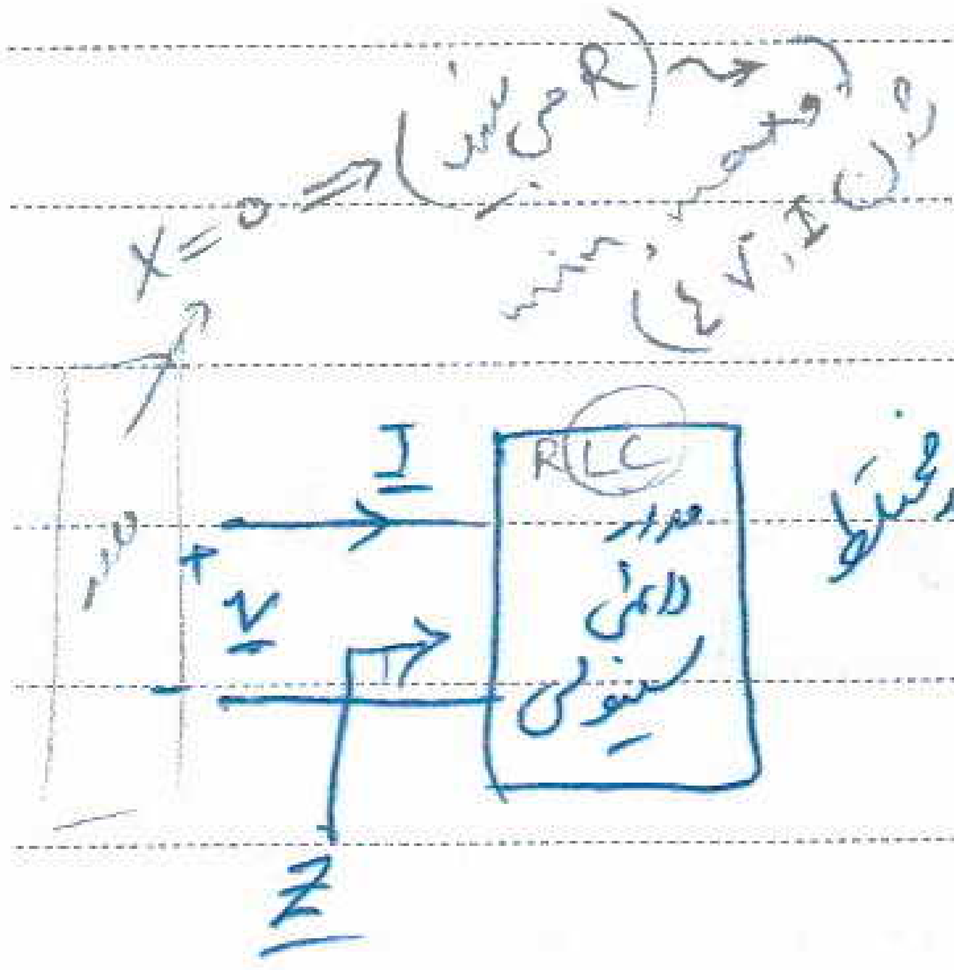
$i'' + 4i = \cos 2t \qquad s^2 + 4 = 0 \qquad s = \pm j2$

$t\cos 2t$



(تزریق همان فرکانس پا به این مدار ⟵ رزونانس)

✓ تشدید در وضعیت دائمی سینوسی



یک مدار مختلط

$Z = \frac{V}{I}$

راکتانس

$Z = R + jX \rightarrow X = 0$

$Z = R$

V و I هم‌فاز

✓ سلف و خازن‌ها باعث ایجاد اختلاف فاز می‌شوند ولی اگر $X = 0$ (اثر سلف و خازن‌ها با هم صفر شود ...)

Zarrin Barg
www.iran-ieee.com

توان درحالت دائمی سینوسی .

فصل اول: $p(t) = v \cdot i = dw/dt$

$$P = \lim \frac{1}{\tau}\int_{-\tau/2}^{\tau/2} vi\,dt \xlongequal{p(t+T)=p(t)} \int_{0}^{\tau} vi\,dt$$

$v(t) = V_m\cos(\omega t+\varphi_v) \longrightarrow \underline{V} = V_m e^{j\varphi_v}$

$i(t) = I_m\cos(\omega t+\varphi_i) \longrightarrow \underline{I} = I_m e^{j\varphi_i}$

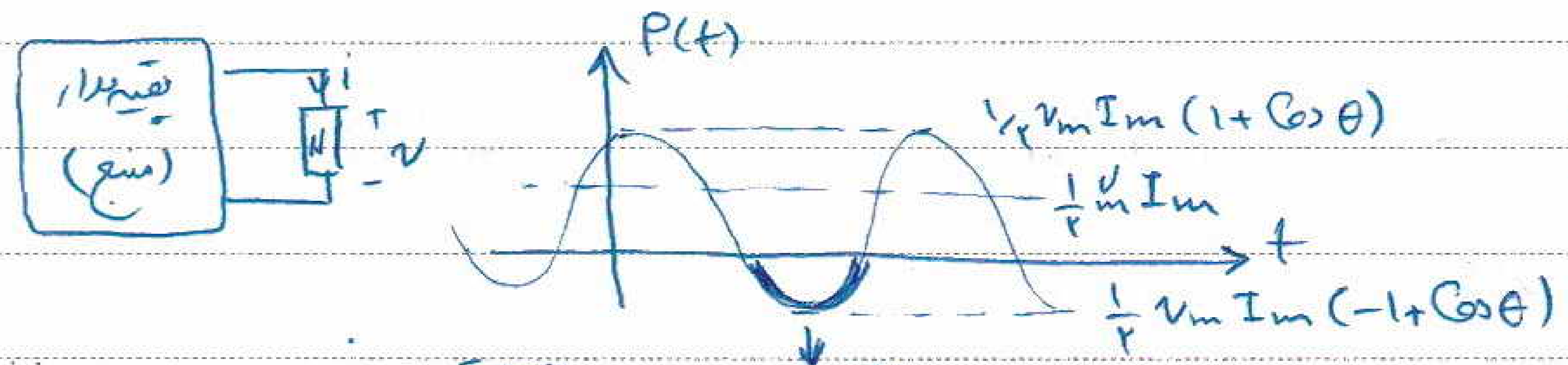
اختلاف فاز ولتاژ و جریان $= \varphi_i - \varphi_v = \theta$

پریود توان

$* P(t+T/2) = P(t)$

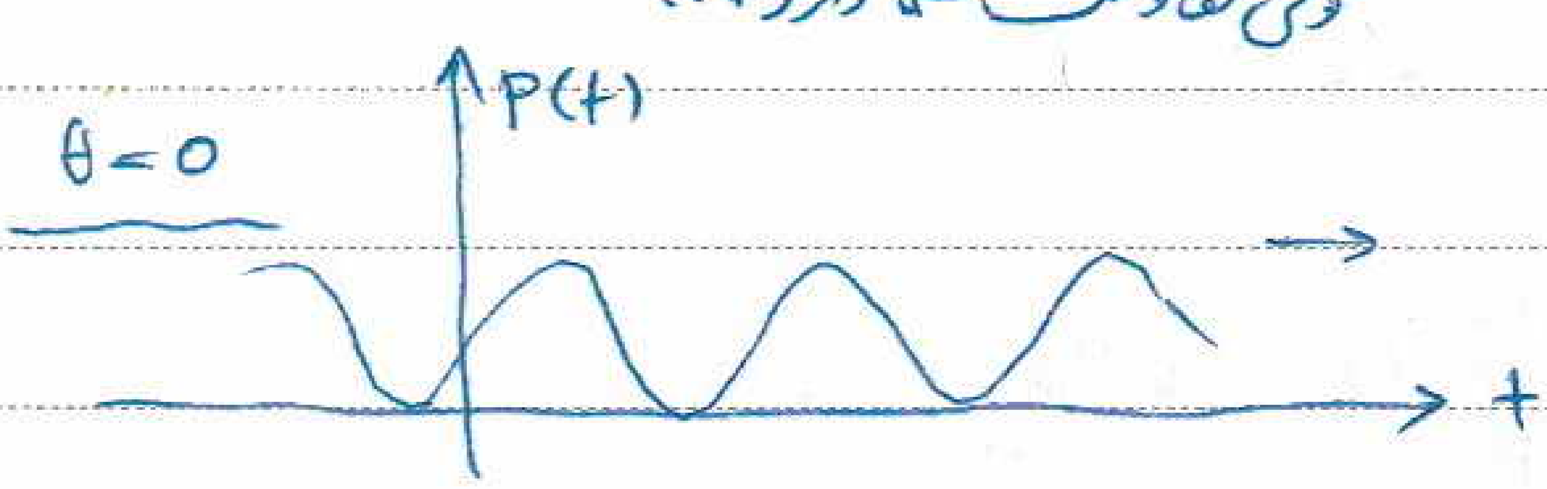
توان $p(t) = V_m\cos(\omega t+\varphi_v)\, I_m\cos(\omega t+\varphi_i) = \frac{1}{2}V_m I_m\cos(\varphi_i-\varphi_v) + \frac{1}{2}V_m I_m\cos(2\omega t+\varphi_i+\varphi_v)$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

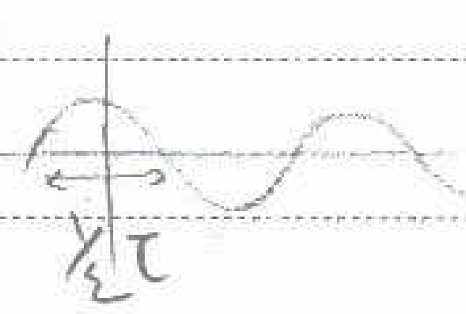


$\theta \neq 0$

انرژی می‌دهد پس N فقط مقاومتی نیست (سلف و خازن دارد)
ولی مقاومت حتماً دارد ...



(N فقط مقاومتی)



* در $\theta = \pi/2$ دیگر فاصله زمانی هر قدر انرژی بگیرد در همان فاصله‌ی زمانی بعدی انرژی را می‌دهد.

سلف خازن

$\rightarrow P = \frac{1}{2}V_m I_m\cos\theta + 0 \quad (W) \longrightarrow$ توان متوسط یا توان حقیقی

R: $P = \frac{1}{2}V_m I_m = \frac{1}{2}R I_m^2 = \frac{1}{2}\frac{V_m^2}{R}$

سلف و خازن $P = 0 \quad (\theta = \pi/2)$

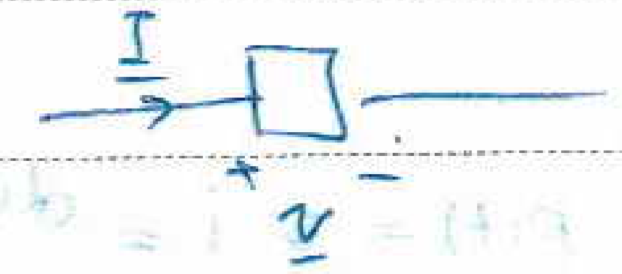
$Z = R + jX \xrightarrow{?} p = \frac{1}{2}R I_m^2$

Subject:
Year. Month. Date.

می‌خوام که با ولت آمپر مختلط متفاوت باشه.

$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos\theta$ (وات) = ولت آمپر — توان حقیقی

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$



$Q_r \triangleq \frac{1}{2} V_m I_m \sin\theta$ — توان راکتیو

(ولت آمپر راکتیو VAR)

△ $\Rightarrow$ { Q_r سلف $\longrightarrow$? ; Q_r خازن $\longrightarrow$? }

★ Q_r را تعریف کردیم ... معنی فیزیکی ندارد. (با ±۹۰ آن)

Q_r مثبت باشد: توان راکتیو مصرف می‌کند

Q_r منفی باشد: 〃 〃 تولید می‌شود.

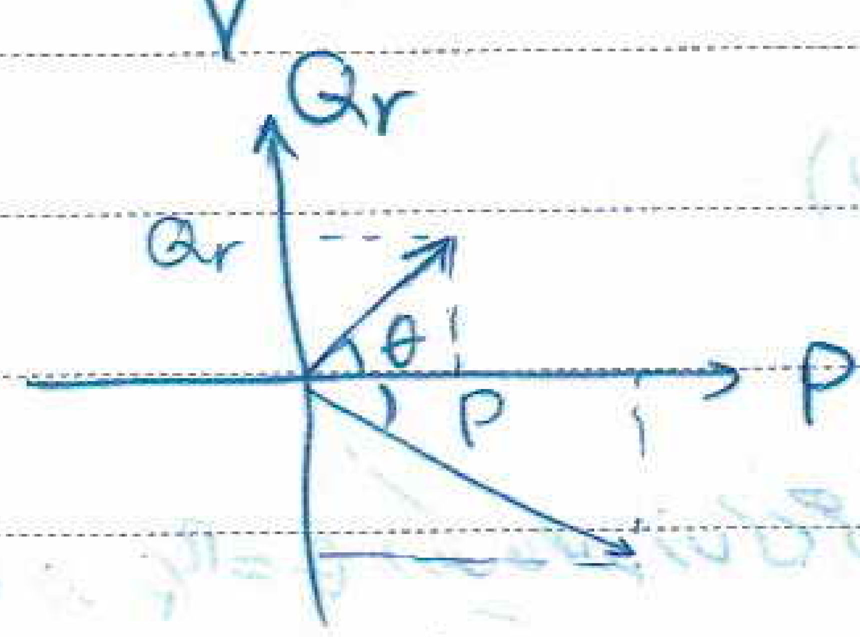
Q_r صفر باشد: هر توان راکتیو به آن داده شود بر می‌گرداند.

$\underline{S} \triangleq P + jQ_r \Rightarrow S = \sqrt{P^2 + Q_r^2}$ — توان مختلط

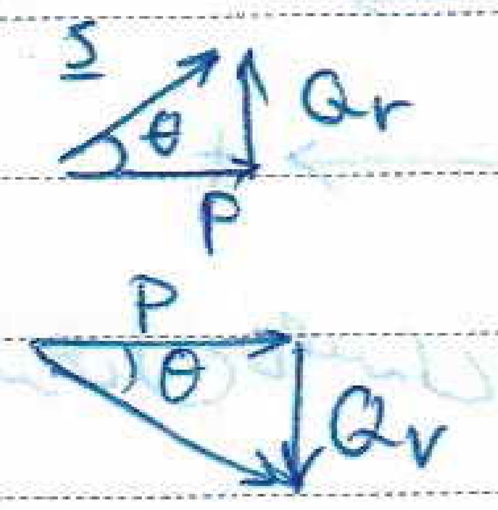
(ولت آمپر)

★ برای $Z = R + jX$: $-\pi/2 < \theta < \pi/2$

$0 \le \cos\theta \le 1$



$\longrightarrow$



مثلث توان

✓ هرچه زاویه کمتر باشد Q_r به سمت صفر (مقاومتی شدن) میل می‌کند.

✓ $\cos\theta$ مصارف صنعتی ۰٫۶، ۰٫۷ ... است چون جریان زیادی می‌کشند.

به بیشتر کردن $\cos\theta$، بیشتر کردن ضریب توان می‌گوییم. یا اصلاح ضریب توان

$\cos\theta$ = ضریب توان حقیقی $\rightarrow$ P.F

$\sin\theta$ = ضریب توان راکتیو

P.F: power factor.

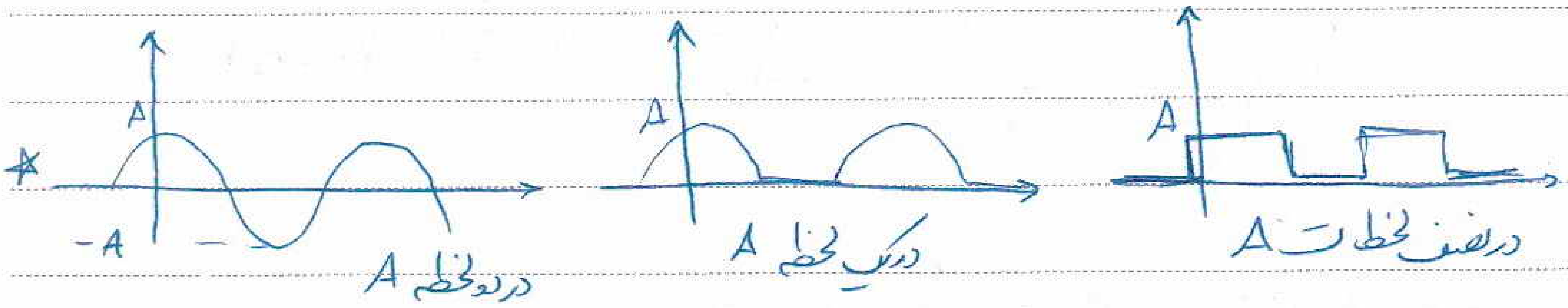
Zarrin Barg
www.iran-ieee.com

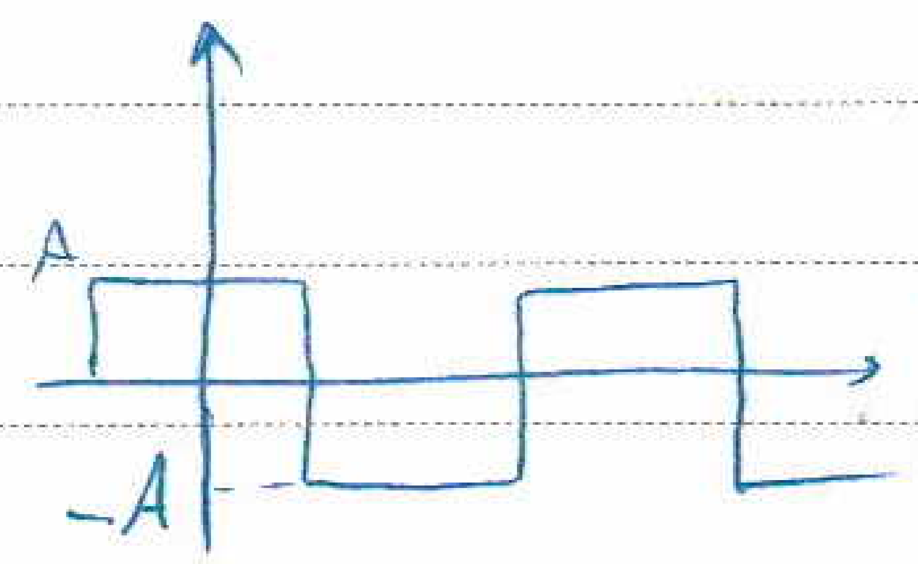
انتقال توان max : واصلاح ضریب توان

تعریف : مقدار موثر یک تابع پریودیک ← $F_e = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)\,dt}$ = مقدار موثر تابع $f(t)$: $f(t+T) = f(t)$

جذر متوسط مجذور $f(t)$

root of mean of square → rms





→ A در تمام لحظات

بالا rms = ...

(مقدار موثر شکل زیر بیشتر است ...)

$v = V_m \cos(\omega t + \varphi)$

$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$

$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos\theta = V_e I_e \cos\theta$ ($V_m = \sqrt{2}V_e$, $I_m = \sqrt{2}I_e$)

$Q_r = V_e I_e \sin\theta$

✓ ولت متر ها بعضی max سنج و بعضی موثر سنج اند!

$\underline{S} = P + jQ_r = V_e I_e \cos\theta + jV_e I_e \sin\theta$

$\underline{S} = V_e I_e e^{j\theta} = V_e I_e e^{j(\varphi_v - \varphi_i)} = V_e e^{j\varphi_v} \cdot I_e e^{-j\varphi_i}$

$\underline{S} = \underline{V}_e \underline{I}_e^*$ $\qquad \underline{S} = \frac{1}{2}\underline{V}\,\underline{I}^*$

→ یا $\underline{S} = \frac{P}{\cos\theta} e^{j\theta}$

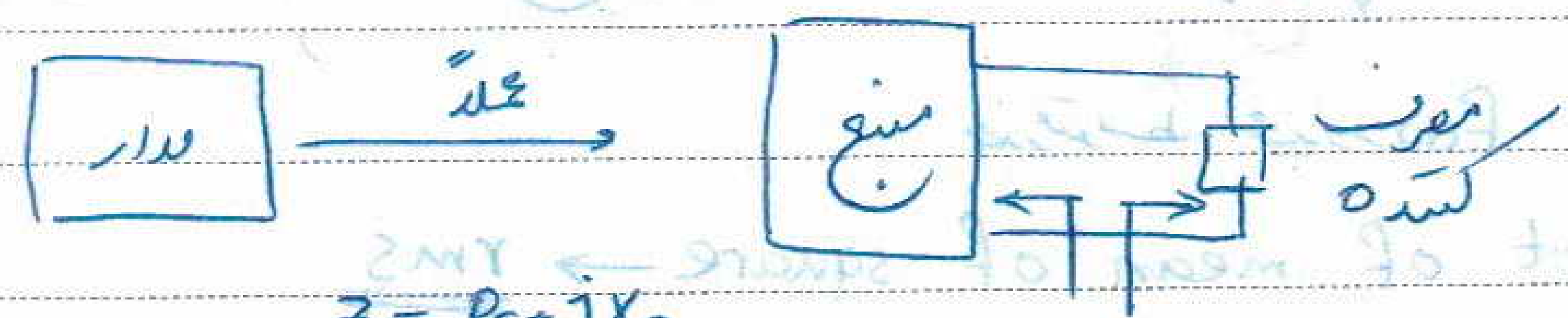
Subject:

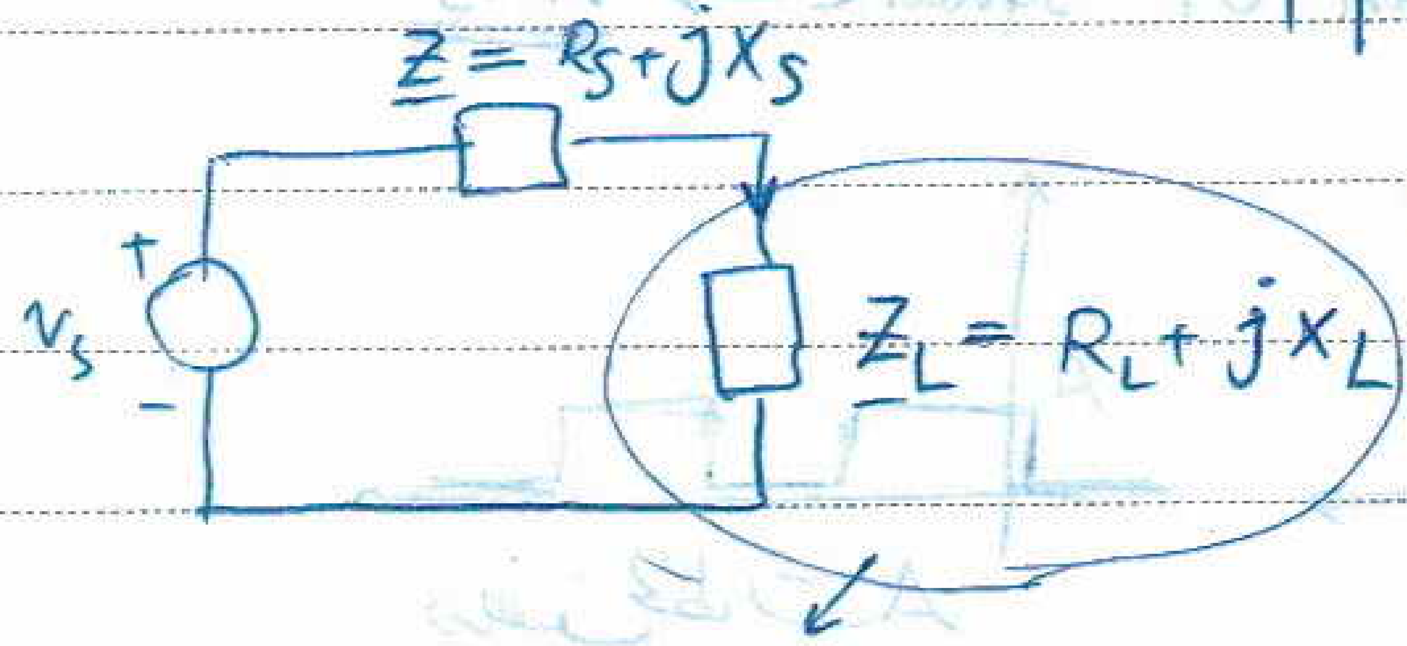
Year.　　Month.　　Date.　( )

۱۱ ام میان ترم

اصلاح ضریب توان

تضمین انتقال توان Max





$$\underline{I} = \frac{v_s}{\underline{Z}_s + \underline{Z}_L} = \frac{v_s}{(R_s+R_L)+j(X_s+X_L)}$$

$$P = \frac{1}{2} R_L |\underline{I}|^2 = \frac{1}{2} R_L \frac{v_s^2}{(R_s+R_L)^2+(X_s+X_L)^2}$$

$$\frac{\partial P}{\partial X_L} = 0 \longrightarrow X_L = -X_s$$

$$\longrightarrow \underline{Z}_L = R_L + jX_L = R_s - jX_s$$

$$\frac{\partial P}{\partial R_L} = 0 \longrightarrow R_L = R_s$$

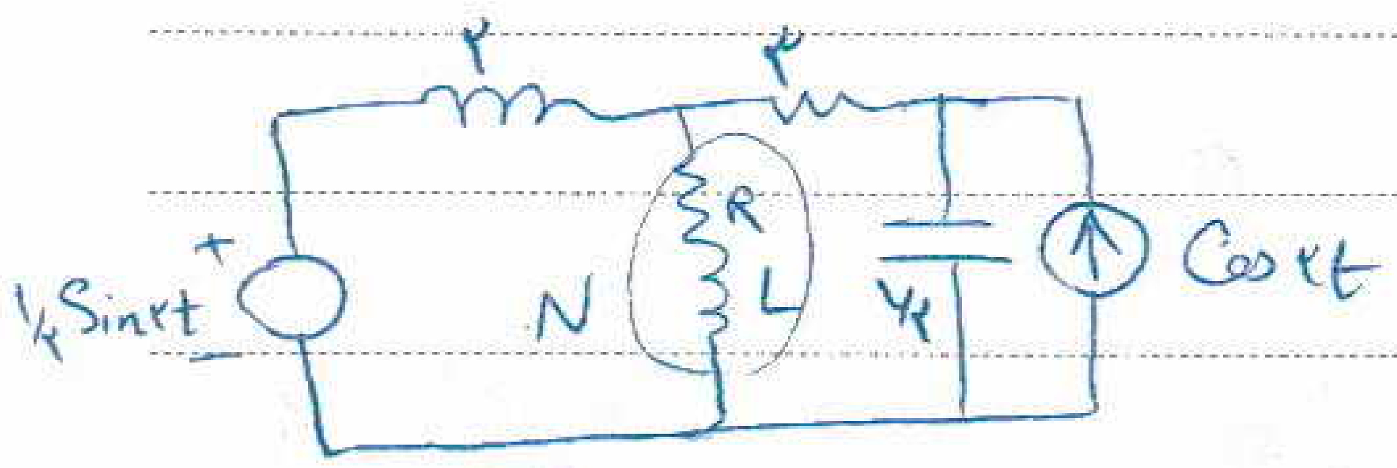
$$\underline{Z}_L = \underline{Z}_s^*$$

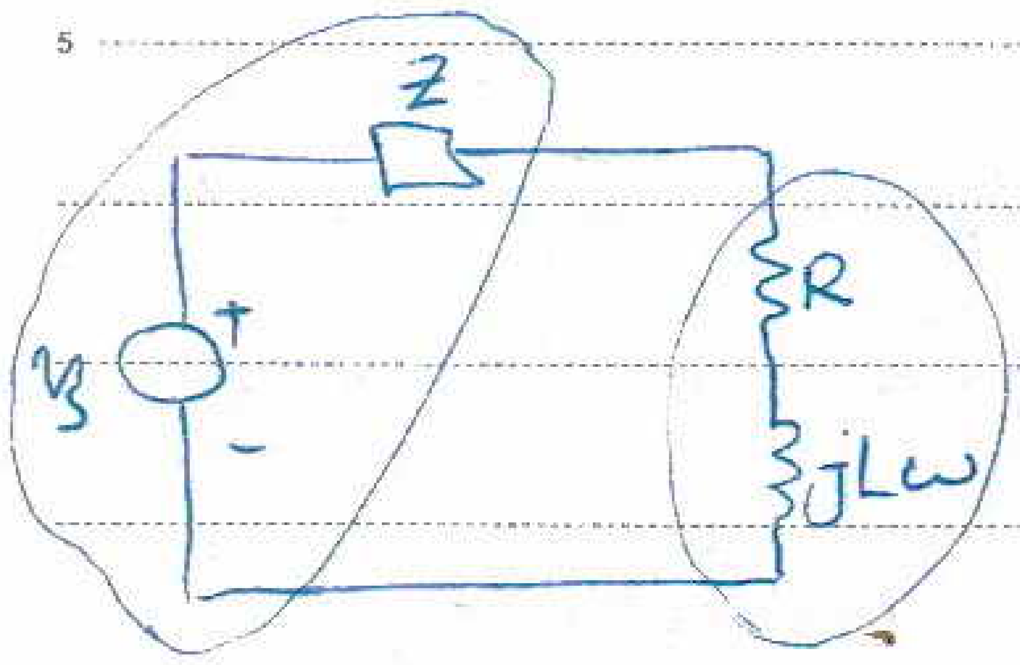
$$P_{max} = \frac{1}{2} R_L \times \frac{v_s^2}{(2R_s)^2+0} = \frac{v_s^2}{8R_L}$$

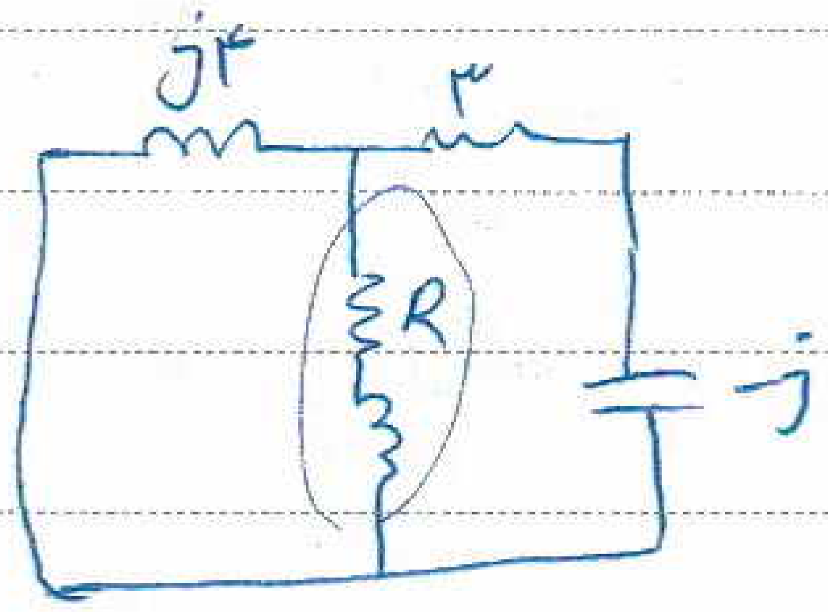
www. iran-ieee .com

قضیه انتقال توان ماکزیمم: $Z_L = Z_s^*$

مثال: (توان N، max) $\leftarrow R, L = ?$ $\quad \omega = 2$







$$Z_s = (3+(-j))\,||\,j4 = \frac{j4(3-j)}{j4+3-j} = \frac{j4(3-j)}{3(1+j)}$$

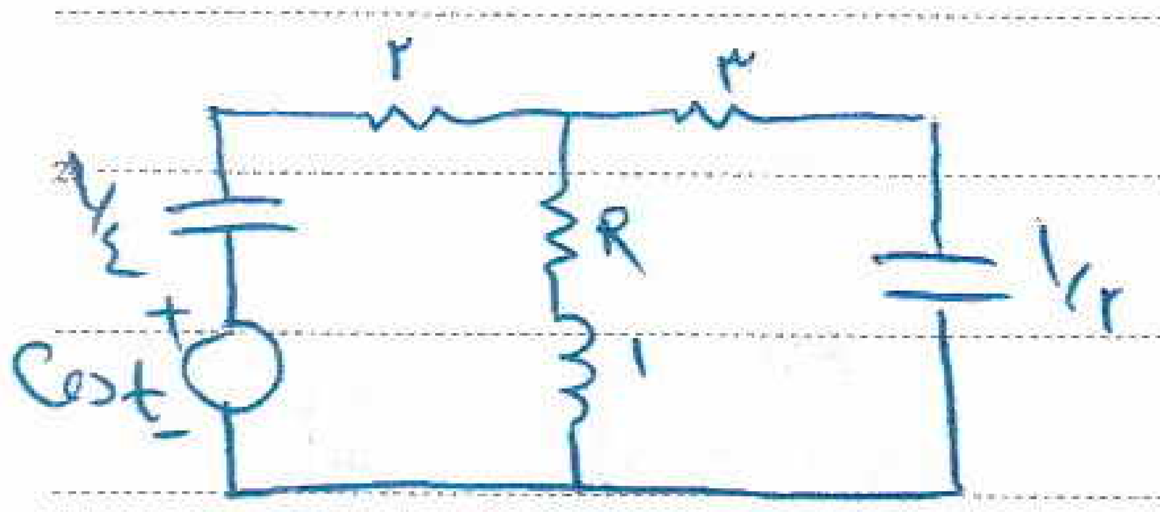
$$R + jL\omega = Z_s^* = \frac{-j4(3+j)}{3(1-j)} = \frac{-j4(3+j)(1+j)}{3\times 2} = \frac{-j4(2+j4)}{3\times 2}$$

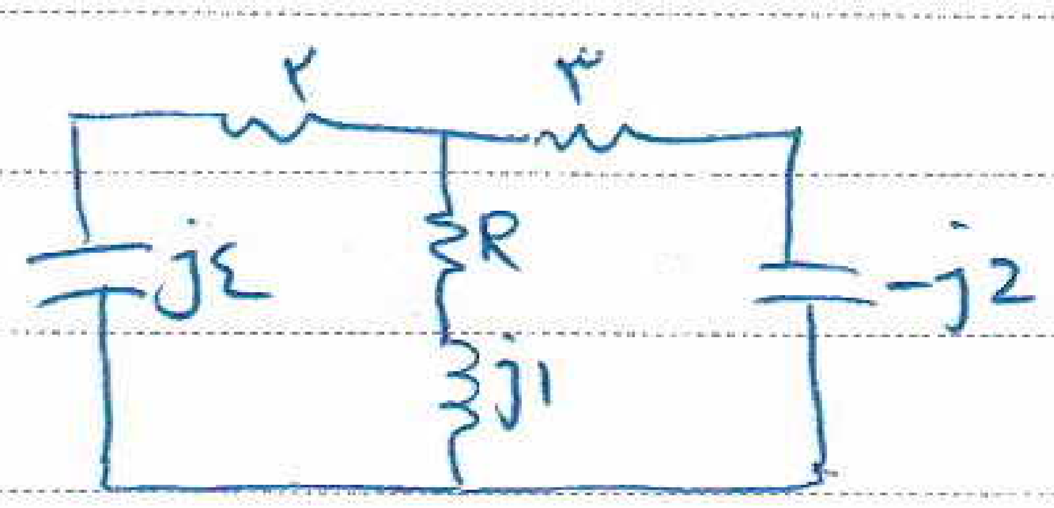
$$R + jL\times 2 = -j\,4/3 + 8/3 \qquad R = 8/3 \qquad jL\times 2 = -j\,4/3 \Rightarrow L = -1/3$$

$Z_s = R_s + X_s$

$$P = \frac{1}{2} R I^2 = \frac{1}{2} R \frac{v_s^2}{(R_s+R)^2 + X_s^2} \qquad \frac{dP}{dR} = 0 \Rightarrow R = \sqrt{R_s^2 + X_s^2}$$

مثال ۲:





$(\omega = 1)$

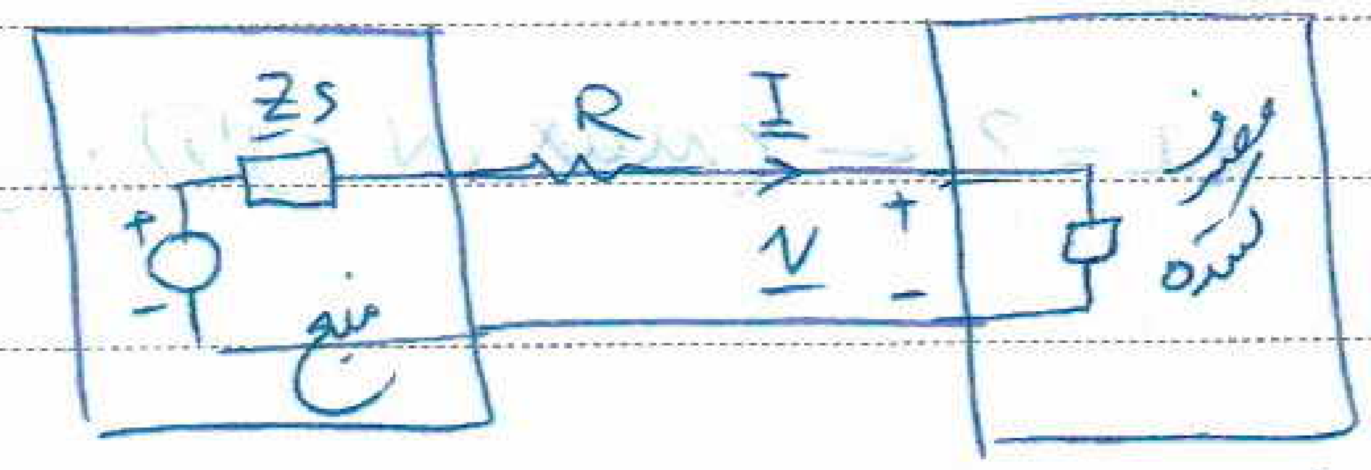
$$R = \left| j1 + \underbrace{(3-j2)\,||\,(2-j4)} \right|$$

$$\frac{(3-j2)(2-j4)}{3-j2+2-j4} = \frac{(3-j2)(2-j4)}{5-j6}$$

$$\Rightarrow R = \left| \frac{j5+6+6-8+j(-16)}{5-j6} \right| = \frac{\sqrt{16+121}}{\sqrt{25+36}}$$

book

α اصلاح ضریب توان :



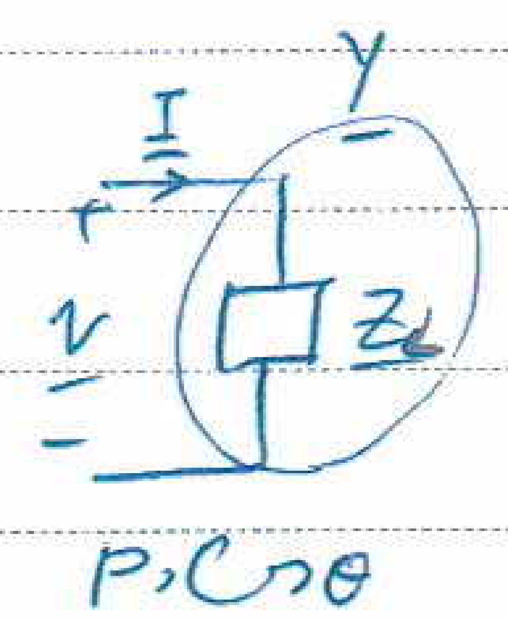
$p = V_e I_e \cos\theta$

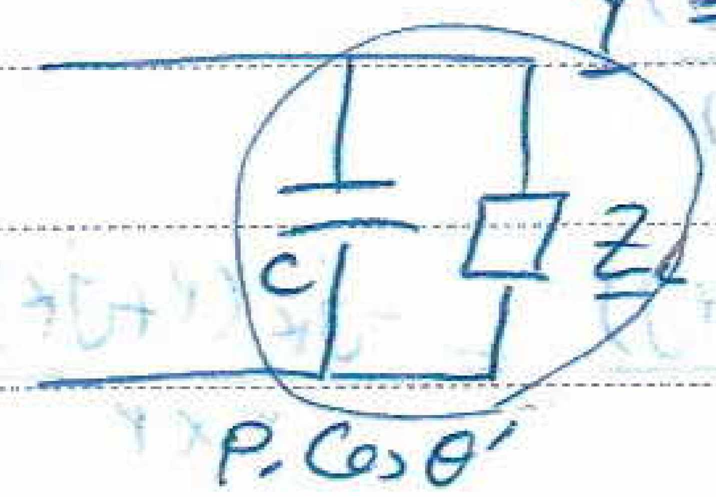
$\frac{P}{V_e} = I_e \cos\theta$ ثابت ...

V_e برق شهر ثابته

P و V_e ثابت ... پس باید I_e یا $\cos\theta$ تغییر کند. و با کاهش $\cos$ ، مصرف کننده جریان بیشتری می کشد.

اصلاح ضریب توان : زیاد کردن $\cos\theta$





$Y' = \underbrace{Y_L + jC\omega}_{G + jB}$

چرا خازن ؟ $C = ?$

$Z = \frac{V}{I} = R + jX \longrightarrow Z = V/I$

$Z_c = -j(C\omega)^{-1} \Rightarrow -jC\omega = Y_c$

$Y = \frac{1}{Z} = \frac{I}{V} = \frac{1}{R + jX} = \overbrace{\frac{R}{R^2 + X^2}}^{G} - j\frac{X}{R^2 + X^2}$

$Z_L = jL\omega \quad Y_L = -j\frac{1}{L\omega}$

$Z_L = R \longrightarrow Y = 1/R$

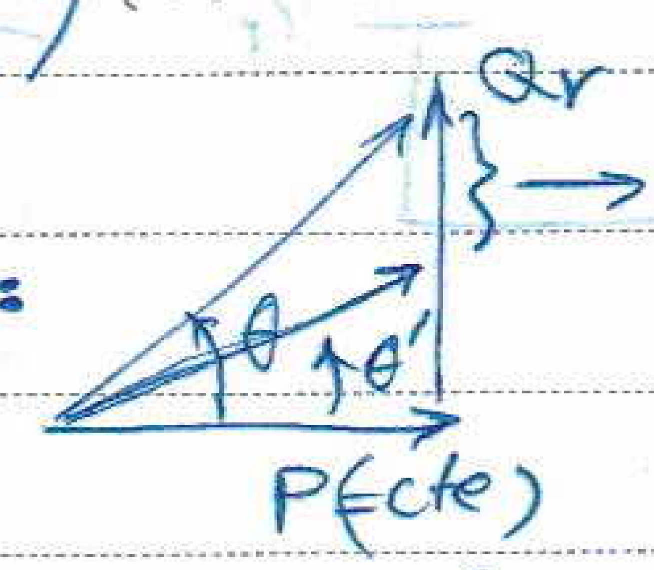
$Y = G + jB \longrightarrow Y = I/V$

$I = YV$ Admittance

($Y = 5 - j2$ سلفی ، $Z = 5 - j2$ خازنی) !!?

$Z_L = R + jX$, $Y_L = G + j\boxed{B}$ سلفی ؟

or :

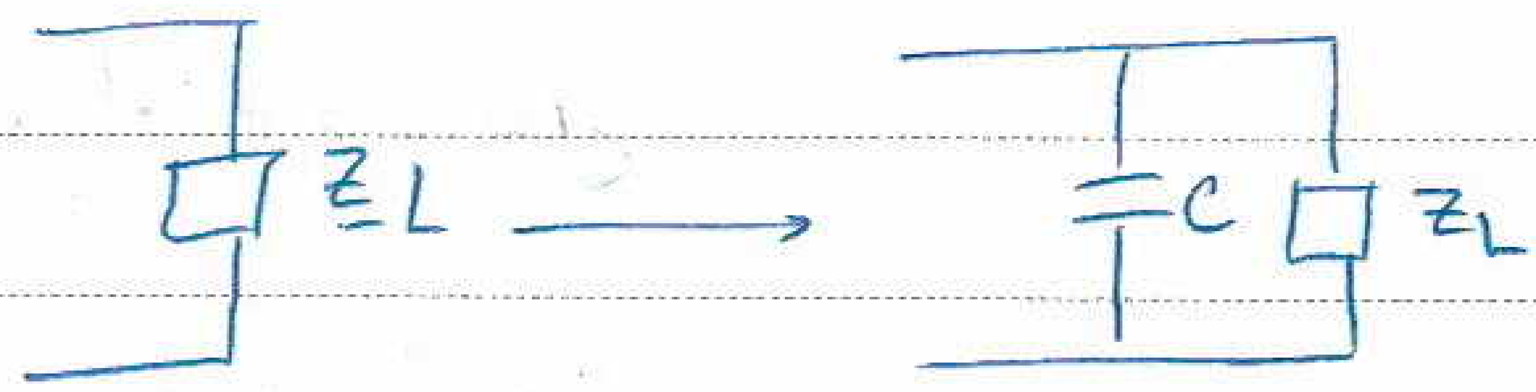


$\rightarrow Q < 0$ خازن

اضافه کردن امپدانس خازنی اگر خازنی بود اضافه کردن سلفی ... !

Subject: ۱۸

Year. Month. Date. ( )



چه خازنی؟

معلوم $P, \cos\theta \longrightarrow P, \cos\theta'$

$$\underline{S} = \underline{V_e}\,\underline{I_e}^* = $$
$$= V_e I_e e^{j\theta} = \frac{P}{\cos\theta} e^{j\theta}$$

$$\underline{S} = {}^{P}/_{\cos\theta}\, e^{j\theta}$$

$$\underline{S}' = \frac{P}{\cos\theta'} e^{j\theta'} = \underline{S} + \underline{S}_c$$

$$\frac{P}{\cos\theta'} e^{j\theta'} = \frac{P}{\cos\theta} e^{j\theta} - \underbrace{jc\omega V_e^2}\ \ \ldots$$

$$\underline{I_c} = jc\omega \underline{V_e}$$
$$\underline{S} = \underline{V_e}\,\underline{I_e}^* = \underline{V_e}(-jc\omega \underline{X_c}^*)$$
$$= -jc\omega V_e^2$$

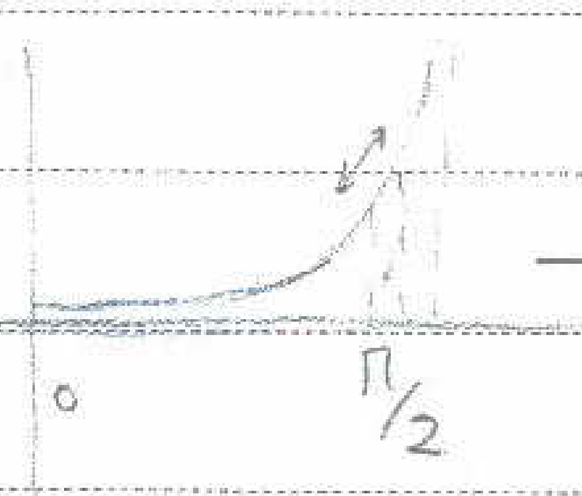
$$\ldots\ \frac{P}{\cos\theta'}(\cos\theta' + j\sin\theta') = \frac{P}{\cos\theta}(\cos\theta + j\sin\theta) - jc\omega V_e^2$$

$$\cancel{P} + jP\,tg\theta' = \cancel{P} + jP\,tg\theta - jc\omega V_e^2 \Rightarrow \boxed{c\omega = \frac{P(tg\theta - tg\theta')}{V_e^2}}$$

زیاد کردن $\cos\theta'$ ، کم کردن $tg\theta'$

در فرکانس های پایین خازن بزرگ (خراب می‌شه) و در فرکانس های بالا خازن کوچک استفاده می‌کنیم.

ولی اگر $\cos\theta'$ را ۱ کنیم C … پس $\cos\theta'$ را به ۱ نزدیک می‌کنیم!



★ تغییرات نزدیک $\cos\theta' = 1 \longrightarrow$ خیلی زیاد می‌شود...

ضریب توان کم ← برگشت دادن انرژی و کاهش راندمان
جریان کشیدن زیاد مصرف کننده

Zarrin Barg
www.iran-ieee.com

فصل اول تمام فصل

فصل دوم: غیرخطی نیست

فصل سوم: روش عمومی حل مدار هست. حل مدار در 0^+، دائمی ثابت، مدار درجه اول هست.

(پاسخ ضربه و انتگرال کانولوشن ← حذف)

فصل چهارم: حل مدارهای دائمی سینوسی، فازوری و اعداد مختلط (+امپدانس)، محاسبه‌ی توان هر المانی (لحظه‌ای و متوسط)، توان مختلط و حقیقی و ...، قضیه انتقال توان max، اصلاح توان (با اصطلاحاتش)، تعریف تشدید (همان مقدار گفته شده)

امتحان پایانی: (3 ساعت)

(۷۵h ۲ شنبه) ۲٤ ۲۸ ٤ ل ← ۸×۰/۵

Zarrin Barg
www. iran-ieee .com