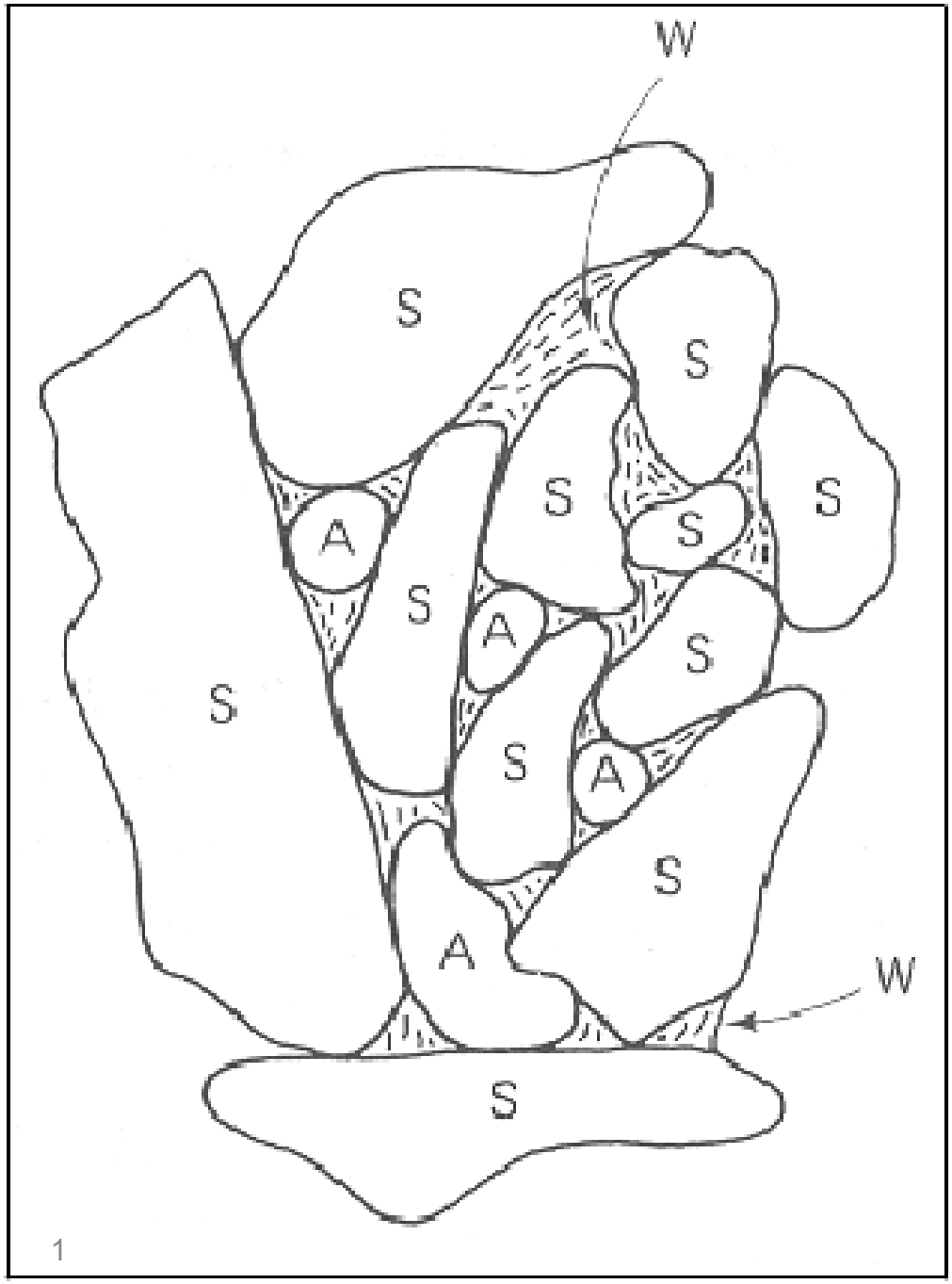


روابط فازي

1- درصد تخلخل: نسبت حجمي فضاي غير جامد به حجم كل

$$n = \frac{V_v}{V_t}$$

2- نسبت يا ضريب پوكي: حجم غير جامد به حجم جامد

$$e = \frac{V_v}{V_s}$$

3- درصد اشباع: حجم آب به حجم حفرات

$$S = \frac{V_w}{V_v}$$

4- آب محتوي: وزن آب به وزن قسمت جامد

$$W = \frac{W_w}{W_s}$$

5- وزن حجمي خشک: نسبت وزن سنگ خشک به حجم كل سنگ

$$\gamma_{dry} = \frac{W_{dry}}{V_t}$$

6- وزن حجمي تر يا طبيعي: نسبت وزن سنگ طبيعي به حجم كل سنگ

$$\gamma_t = \frac{W_t}{V_t}$$

7- وزن حجمي اشباع: نسبت وزن سنگ اشباع به حجم كل سنگ

$$\gamma_{sat} = \frac{W_{sat}}{V_t}$$

8- وزن حجمي دانه هاي جامد: نسبت وزن دانه هاي جامد سنگ به حجم دانه هاي سنگ

$$\gamma_s = \frac{W_s}{V_s}$$

9- وزن مخصوص ظاهري يا چگالي نسبي: وزن حجمي طبيعي سنگ به وزن حجمي آب

$$G = \frac{\gamma_t}{\gamma_w}$$

10- وزن مخصوص يا چگالي دانه هاي جامد: وزن حجمي دانه هاي جامد سنگ به وزن حجمي آب

$$G_s = \frac{\gamma_s}{\gamma_w}$$

اگر سنگ از چند كاني تشكيل شده باشد:

$$G_s = \sum_{i=1}^{n} G_{s_i} V_i$$

V_i درصد حجمي كاني iام مي باشد.

روابط فازي:

11) $n = \frac{e}{1+e}$

12) $e = \frac{n}{1-n}$

13) $e = \frac{\gamma_w}{\gamma_{dry}} . G_s - 1$

14) $\gamma_{dry} = \frac{\gamma_t}{1+w}$

15) $G_s . w = s . e$

16) $\gamma_t = \frac{1+w}{1+e} G_s . \gamma_w$

17) $n = \frac{\gamma_{sat} - \gamma_d}{\gamma_w}$

و در صورتیکه سنگ اشباع باشد:

16) $n = \frac{wG_s}{1+wG_s}$

1- نمونه اي از يک سنگ رسوبي اشباع شده با رطوبتي معادل 15% وجود دارد. چنانچه چگالي ذرات جامد سنگ برابر با 2/72 باشد مطلوبست نسبت پوک ، درصد تخلخل و وزن حجمي اشباع ؟

W=15%

G_s=2.72

S=1

γ_w=9.8 KN/m^3

e,n,γ_s=?

$$G_s.w = s.e$$

$$2.72 \times 0.15 = 1 \times e \rightarrow e = 0.408$$

$$n = \frac{e}{1+e} = \frac{0.408}{1+0.408} = 29\%$$

$$\gamma_s = \gamma_t = \frac{1+w}{1+e} G_s.\gamma_w$$

$$= \frac{1+0.15}{1+0.408} \times 2.72 \times 9.8 = 21.76 \frac{KN}{m^3}$$

2- مطلوبست محاسبه آب محتوي ماسه سنگي با تخلخل 20% كه از 80% دانه هاي كوارتز و 20% دانه هاي پيريت تشكيل شده و اشباع مي باشد. وزن مخصوص دانه هاي كوارتز 2/65 و پيريت 5 مي باشد.

$G_{sQ}=2.65$

$V_Q=80\%$

$G_{sP}=5$

$V_P=20\%$

$n=20\%$

$S=1$

$W=?$

$$G_s = \sum_{i=1}^{n} G_{s_i} V_i = 2.65 \times 0.8 + 5 \times 0.2 = 3.12$$

$$e = \frac{n}{1-n} = \frac{0.2}{1-0.2} = 0.25$$

$$G_s . w = s . e \rightarrow w = \frac{s . e}{G_s} = \frac{1 \times 0.25}{3.12} = 0.08$$

$$= 8\%$$

3- یک قطعه خاک رس در حالت طبیعي داراي وزن 18/309lb و حجم $0/15ft^3$ مي باشد. چنانچه آب محتوي 13/4% و چگالي متوسط ذرات خاک 2/65 باشد. مطلوبست وزن حجمي تر ، وزن حجمي خشک ، نسبت پوک و تخلخل ؟

W_t=18.309 lb

V_t=0.15 ft_3

W=13.4%

G_s=2.65

γ_w=62.4 lb/ft^3

γ_t, γ_{dry} ,e, n=?

$$\gamma_t = \frac{W_t}{V_t} = \frac{18.309}{0.15} = 122.06 \frac{lb}{ft^3}$$

$$\gamma_{dry} = \frac{\gamma_t}{1+w} = \frac{122.06}{1+0.134} = 107.63 \frac{lb}{ft^3}$$

$$e = \frac{\gamma_w}{\gamma_{dry}} . G_s - 1 = \frac{62.4}{107.63} \times 2.65 - 1 = 0.53$$

$$n = \frac{e}{1+e} = \frac{0.53}{1+0.53} = 35\%$$

4- نمونه اي از يک سنگ اشباع به حجم $100cm^3$ و وزن $175gr$ در دست است. وزن نمونه بعد از دو ساعت قرار گرفتن در دماي 105^oc برابر با $120gr$ شده است. مطلوبست تعيين آب محتوي ، نسبت پوک و چگالي متوسط ذرات جامد؟

$V=100cm^3$

$W_{sat}=175gr$

$W_{dry}=120gr$

W, e, G_s=?

$$W_w = W_{sat} - W_{dry} = 175 - 120 = 55gr$$

$$W = \frac{W_w}{W_s} = \frac{55gr}{120gr} = 0.45$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{55gr}{1gr/cm^3} = 55cm^3$$

$$V_s = V_t - V_w = 100 - 55 = 45cm^3$$

$$e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{55}{45} = 1.2$$

$$G_s.w = s.e \rightarrow G_s = \frac{s.e}{W} = \frac{1 \times 1.2}{0.45} = 2.6$$

5- وزن حجمي خشک واشباع شده يک نمونه سنگ به ترتيب برابر با 2/2 و 2/4grf/cm^3 مي باشد. مقدار تخلخل اين سنگ را بدست آوريد؟

روش اول:

γ_{sat}=2.4 grf/cm^3

γ_d=2.2 grf/cm^3

n=?

$$V_t = 1cm^3 \, , \gamma_d = \frac{W_d}{V_t} \rightarrow 2.2 = \frac{W_d}{1} \rightarrow W_d = 2.2gr$$

$$\gamma_{sat} = 2.4 \, , \gamma_{sat} = \frac{W_{sat}}{V_t} \rightarrow 2.4 = \frac{W_{sat}}{1} \rightarrow W_{sat} = 2.4gr$$

$$W_w = W_{sat} - W_d = 2.4 - 2.2 = 0.2gr$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{0.2gr}{\frac{1gr}{cm^3}} = 0.2cm^3$$

$$n = \frac{V_v}{V_t} = \frac{0.2cm^3}{1cm^3} = 0.2 = 20\%$$

روش دوم:

$$n = \frac{\gamma_{sat} - \gamma_d}{\gamma_w} = \frac{2.4 - 2.2}{1} = 0.2 = 20\%$$

6- اگر یک نمونه طبیعي با رطوبت 20% داراي چگالي دانه هاي 2/5 باشد ، وزن حجمي طبیعي ، خشک و اشباع آن را در حالتي که تخلخل آن برابر با 50% باشد ، بدست آورید.

$$e = \frac{n}{1-n} = \frac{0.5}{1-0.5} = 1$$

W=0.2

G_s=2.5

n=0.5

$\gamma_t, \gamma_d, \gamma_{sat}$=?

$$\gamma_t = \frac{1+w}{1+e} G_s \cdot \gamma_w = \frac{1+0.2}{1+1} \times 2.5 \times 10$$

$$= 15 \frac{KN}{m^3}$$

$$\gamma_d = \frac{1+w}{1+e} G_s \cdot \gamma_w = \frac{1+0}{1+1} \times 2.5 \times 10$$

$$= 12.5 \frac{KN}{m^3}$$

$$s = 1 \rightarrow \gamma_t = \gamma_{sat}$$

$$G_s.w = s.e \rightarrow w = \frac{s.e}{G_s} = \frac{1 \times 1}{2.5} = 0.4$$

$$\gamma_{sat} = \frac{1+w}{1+e} G_s.\gamma_w = \frac{1+0.4}{1+1} \times 2.5 \times 10$$
$$= 17.5 \frac{KN}{m^3}$$

7- جرم طبيعي يک نمونه استوانه اي از سنگ به حجم 270cm3 برابر با 750gr است. در صورتيکه جرم خشک و اشباع نمونه به ترتيب برابر با 730 و 800gr باشد، چگالي دانه هاي جامد اين نمونه چقدر خواهد بود؟

V_t=270 cm^3

W_t=750 gr

W_s=730 gr

W_{sat}=800 gr

G_s=?

$$W_w = W_{sat} - W_s = 800 - 730 = 70gr$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow V_w = \frac{m}{\rho} = \frac{70gr}{\frac{1gr}{cm^3}} = 70cm^3$$

$$V_s = V_t - V_w = 270 - 70 = 200cm^3$$

$$\gamma_s = \frac{W_s}{V_s} = \frac{730gr}{200cm^3} = 3.65\frac{gr}{cm^3}$$

$$G_s = \frac{\gamma_s}{\gamma_w} = \frac{3.65}{1} = 3.65$$

8- اگر چگالي دانه هاي سنگي برابر 2/5 ، مقدار آب سنگ 10% و نسبت پوكي 2/5% باشد ، وزن مخصوص خشک و درجه اشباع چقدر است ؟

G_s =2.5

W=0.1

e=0.25

S, γ_d =?

$$G_s.w = s.e \rightarrow s = \frac{G_s.w}{e} = \frac{2.5 \times 0.1}{0.25} = 1$$

$$\gamma_d = \frac{G_s.\gamma_w}{1+e} = \frac{2.5 \times 10}{1+0.25} = 20\,\frac{KN}{m^3}$$

تمرین- وزن مخصوص خشک سنگي $18KN/m^3$ است. اگر Gs آن برابر با 2/7 باشد، میزان رطوبت سنگ در حالت اشباع چند درصد است؟ (وزن مخصوص آب را $10KN/m^3$ بگیرید.)

γ_d =18 KN/m^3

G_s =2.7

S=1

W=?

1) $\gamma_d = \frac{W_s}{V_t}$, $V_t = 1 \rightarrow W_s = 18KN$

$G_s = \frac{\gamma_s}{\gamma_w} \rightarrow \gamma_s = 27\frac{KN}{m^3}$

$\gamma_s = \frac{W_s}{V_s} \rightarrow V_s = \frac{W_s}{\gamma_s} = \frac{18}{27} = 0.66 \quad m^3$

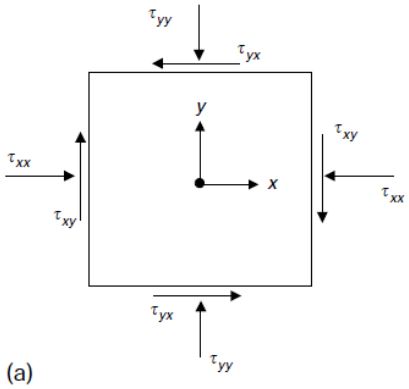
$V_t = V_s + V_w \rightarrow V_w = 1 - 0.66 = 0.33 \quad m^3$

$\gamma_w = \frac{W_w}{V_w} \rightarrow W_w = 0.33 \times 10 = 3.33KN$

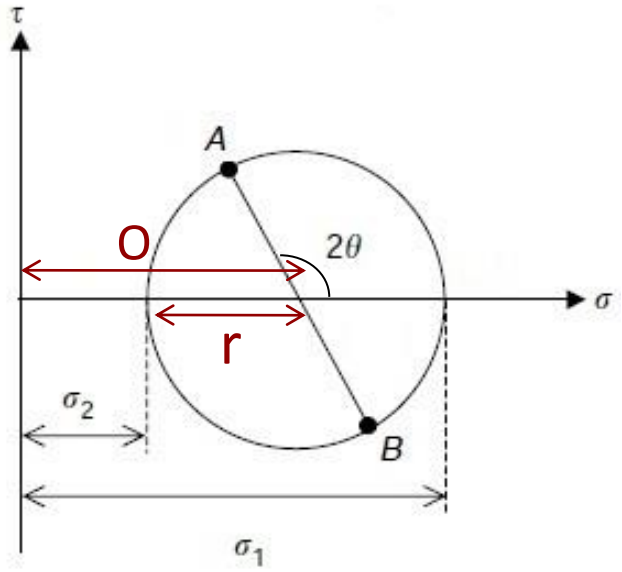
$W = \frac{W_w}{W_s} = \frac{3.33}{18} = 18.5\%$

2) $e = \frac{\gamma_w}{\gamma_{dry}}.G_s - 1 = \frac{10}{18} \times 2.7 - 1 = 0.5$ $\quad G_s.w = s.e \rightarrow w = \frac{s.e}{G_s} = \frac{1 \times 0.5}{2.7} = 0.185$

رسم دایره موهر:



$$A = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \sigma_y \\ -\tau_{xy} \end{bmatrix}$$



$$O = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$r = \sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + {\tau_{xy}}^2}$$

$$\sigma_{1,2} = O \pm r \qquad {\tau_{xy}}_{max} = r$$

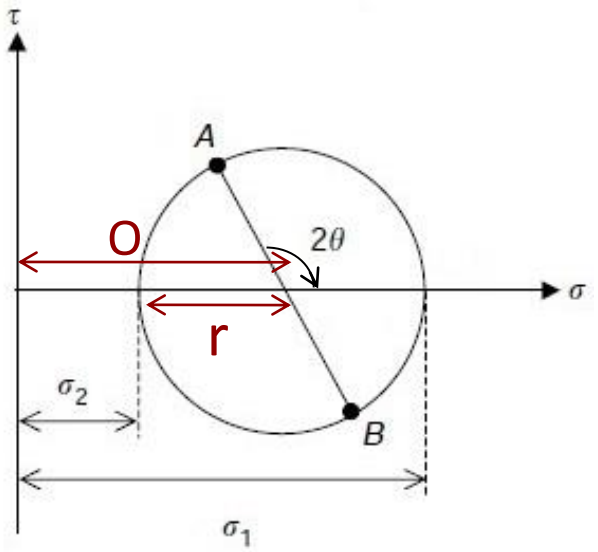
مقدار تنش هاي اصلي:

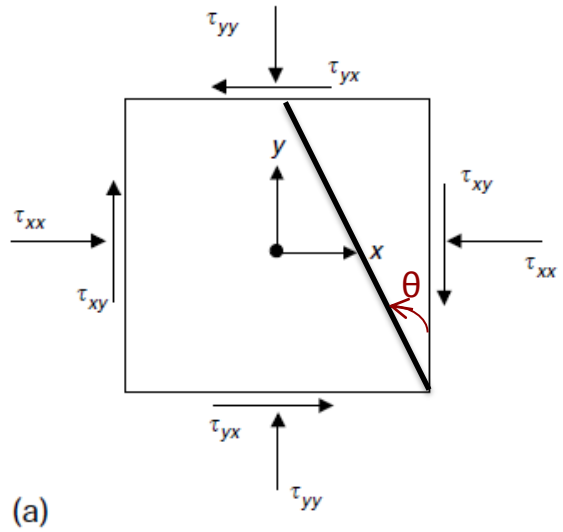
$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + {\tau_{xy}}^2}$$

زاويه صفحه اي كه در جسم تنش هاس اصلي بوجود مي آيد:

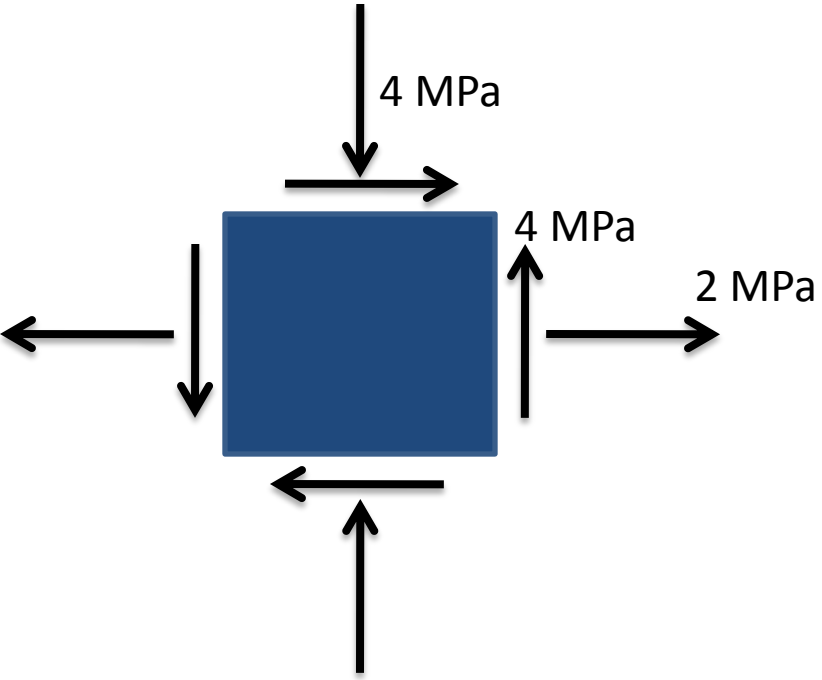
$$\theta = \frac{1}{2} arctan \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

زاويه θ در جسم نصف زاويه موجود در دايره موهر است و جهت آن در جسم در خلاف جهت عقربه ساعت و در دايره موهر در جهت عقربه هاي ساعت مثبت مي باشد.





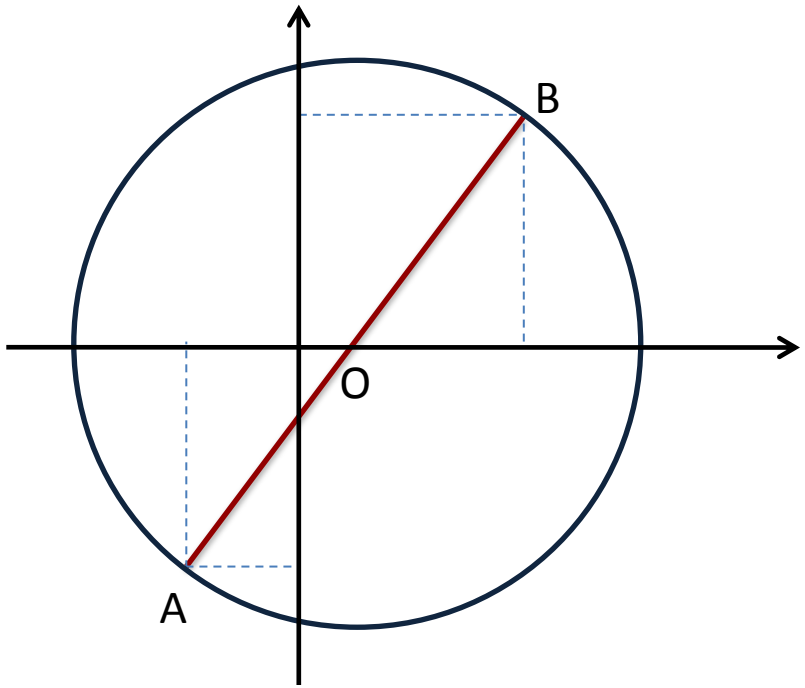
تنش هاي موجود در جسمي به شكل زير است0 دايره موهر مربوط به آن را رسم نموده ، مقدار و جهت تنش هاي اصلي را بدست آوريد.



σ_x=-2 MPa

σ_y=+4 MPa

τ_{xy}=-4 MPa



$$A = \begin{bmatrix} \sigma_x = -2 \\ \tau_{xy} = -4 \end{bmatrix}$$

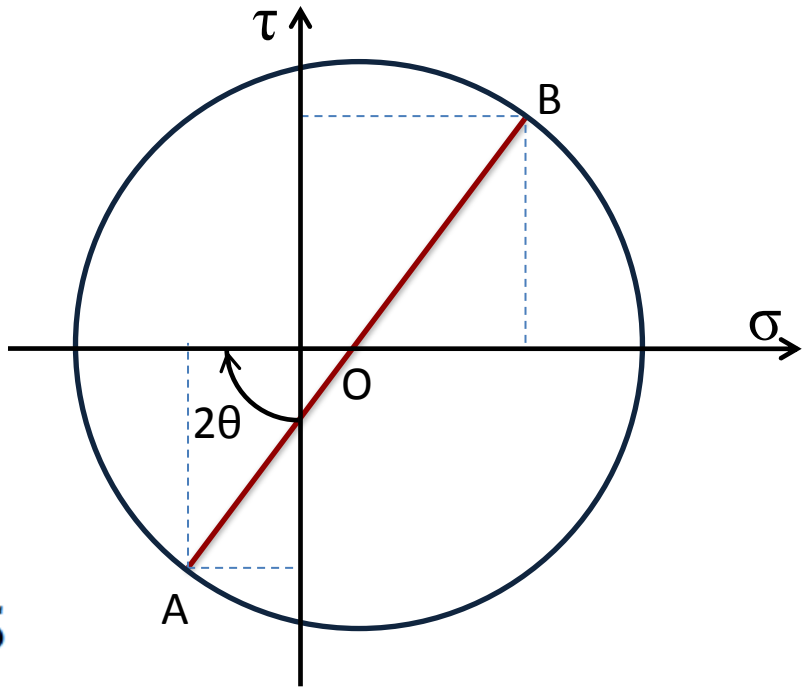
$$B = \begin{bmatrix} \sigma_y = +4 \\ \tau_{xy} = +4 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{1,2} = O \pm r$$

$$O = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{-2+4}{2} = 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$r = \sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + {\tau_{xy}}^2}$$

$$= \sqrt{(\frac{-2-4}{2})^2 + (-4)^2} = 5$$

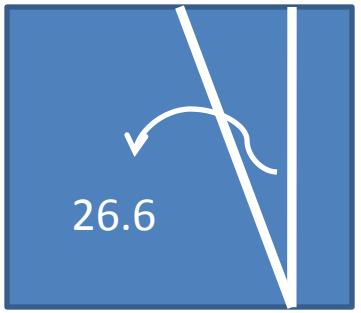


$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + {\tau_{xy}}^2}$$

$$= +1 \pm 5 \quad \rightarrow \sigma_1 = 6\,, \sigma_2 = -4$$

$$\theta = \frac{1}{2} arctan \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{1}{2} arctan \frac{2 \times -4}{-2-4} \rightarrow \theta$$

$$= 26.6$$



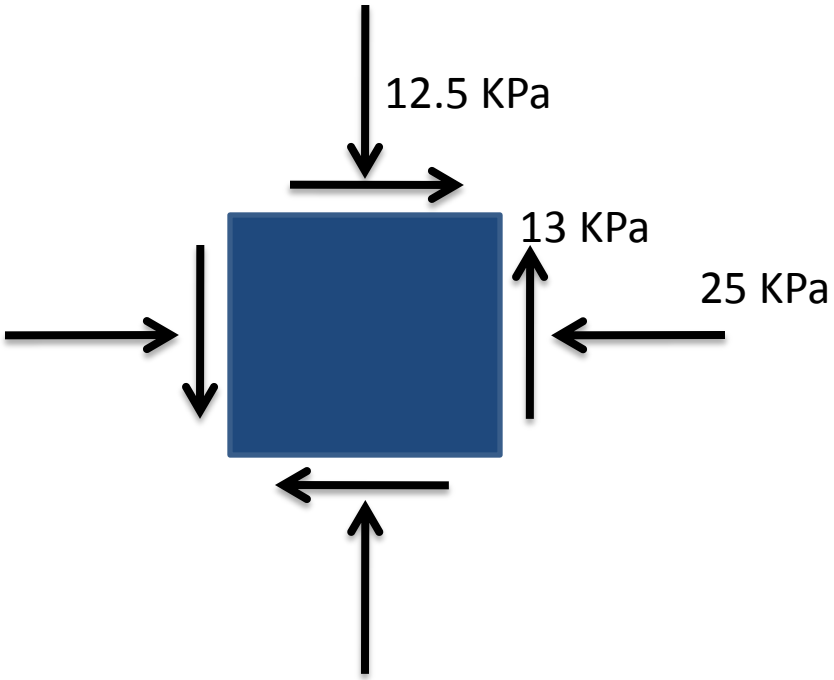
براي حالت تنش زير مقدار و جهت تنش هاي اصلي را بدست آوريد.

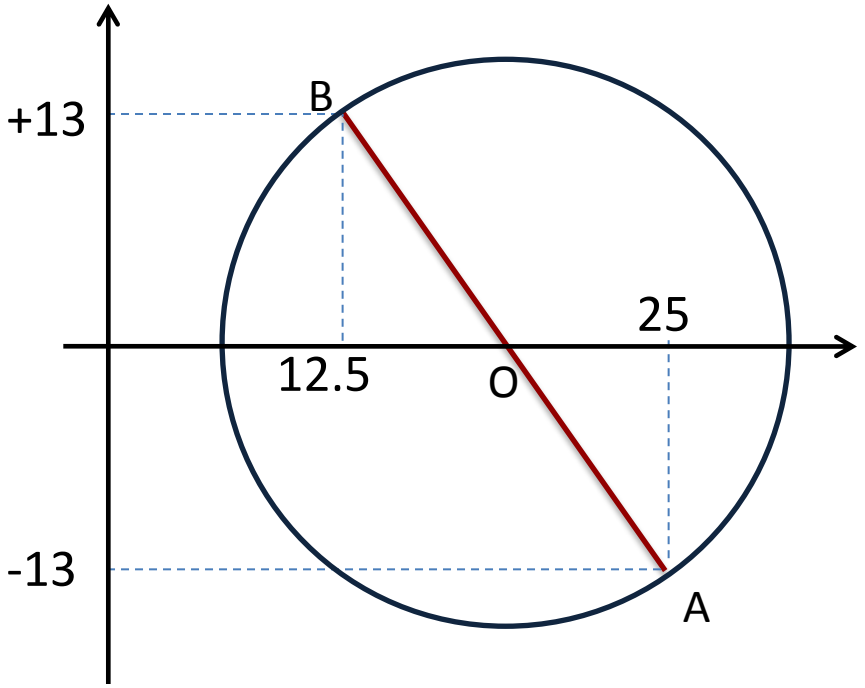
σ_x=+25 KPa

σ_y=+12.5 KPa

τ_{xy}=-13 KPa

$$A=\begin{bmatrix}25\\-13\end{bmatrix} \quad B=\begin{bmatrix}12.5\\13\end{bmatrix} \quad O=\begin{bmatrix}\frac{25+12.5}{2}=18.75\\0\end{bmatrix}$$





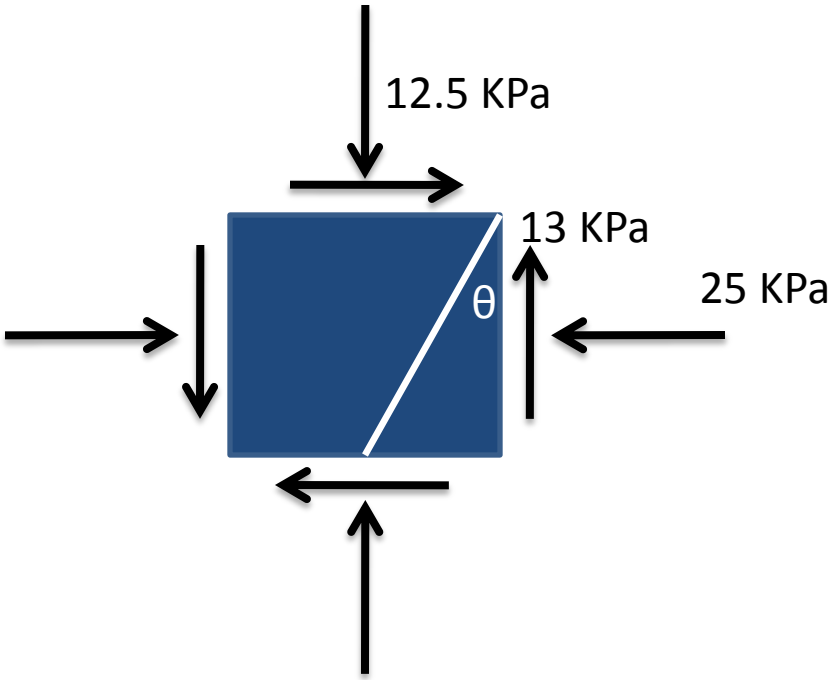
$$r=\sqrt{(\frac{25-12.5}{2})^2+13^2}=14.42KN$$

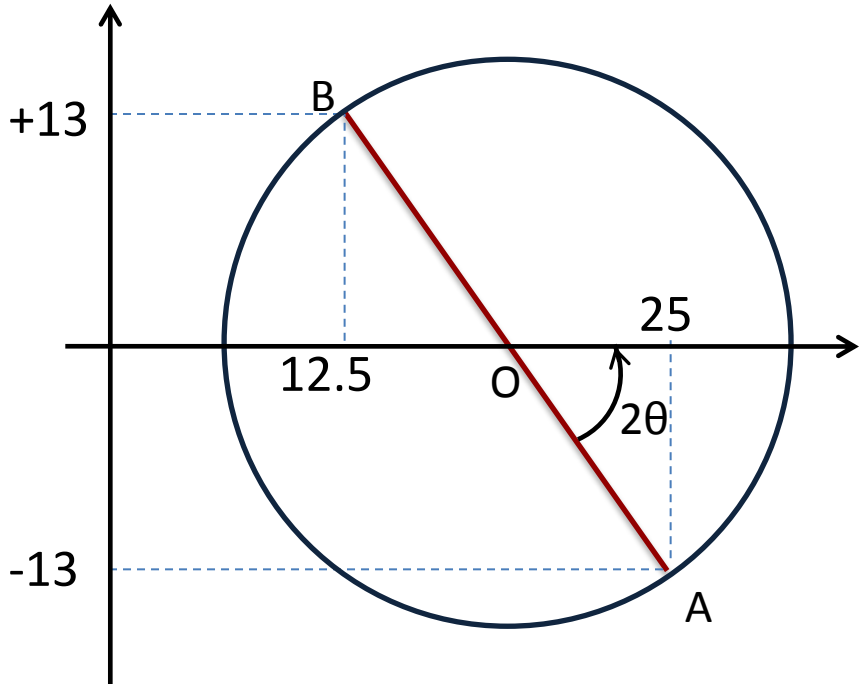
$$\sigma_1=18.75+14.42=33.17KN$$

$$\sigma_2=18.75-14.42=4.33KN$$

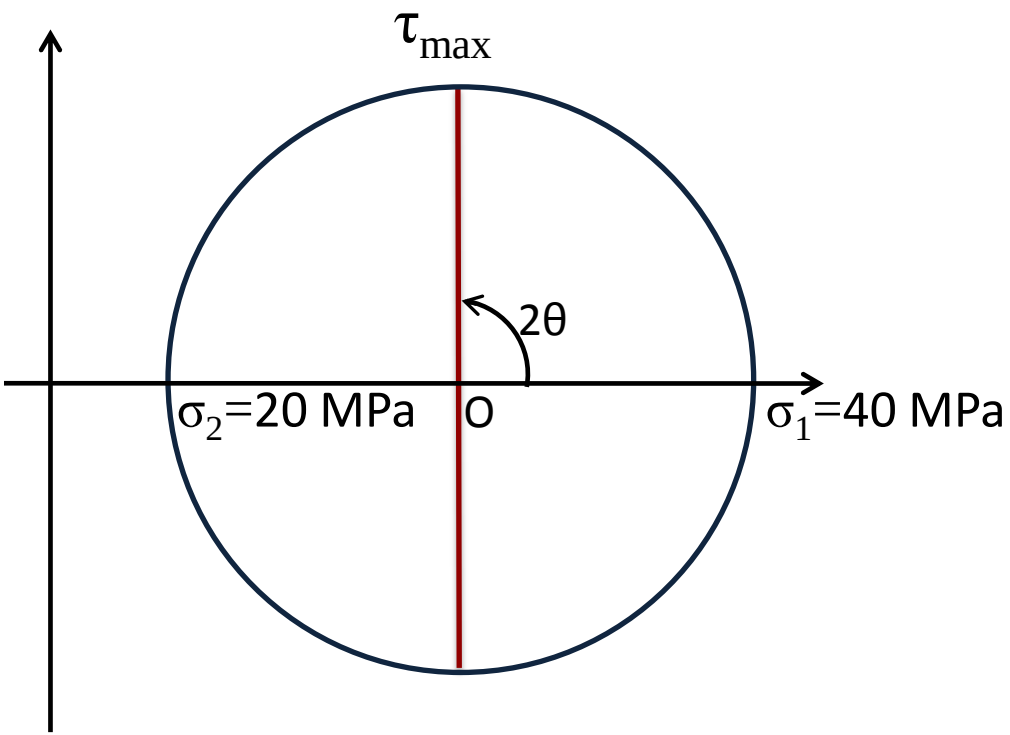
$$\tau_{\max}=14.42KN$$

$$\theta=\frac{1}{2}\arctan\frac{2\times-13}{25-12.5}=-32.16$$





وضعيت تنش هاي اصلي توسط دايره موهر نشان داده شده است. ميزان تنش برشي ماكزيمم و جهت آن را نسبت به صفحه اصلي را بدست آوريد.

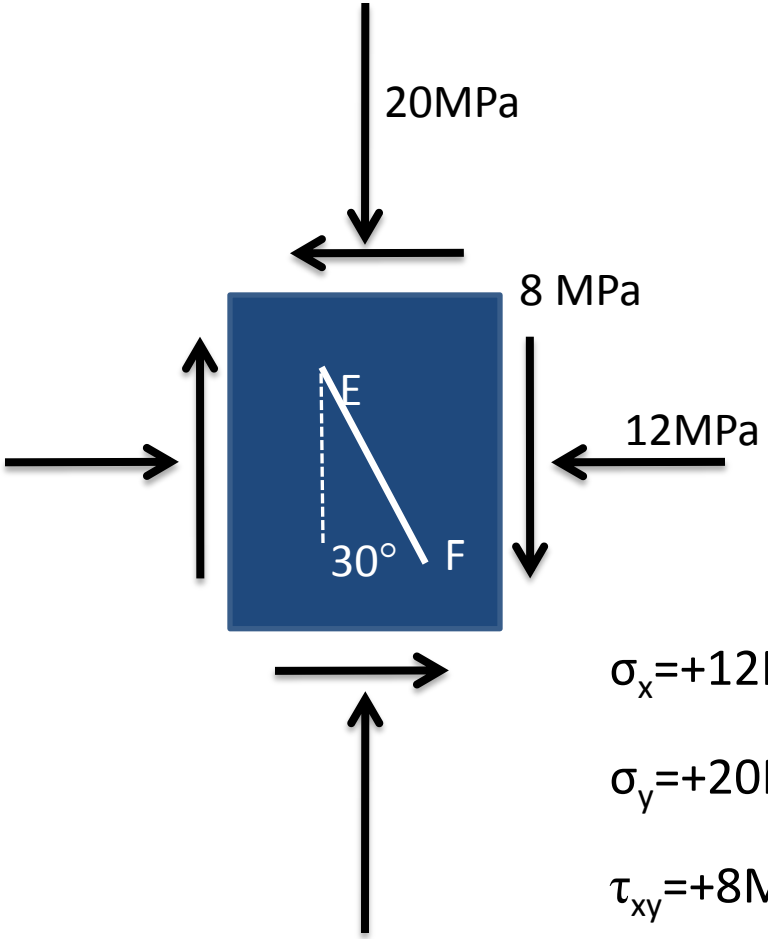


$$r = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = 10$$

$$\tau_{\max} = 10MPa$$

$$\theta = 45^\circ$$

یک المان سنگي مطابق شکل زیر مفروض است. تنش هاي قائم و برشي روي صفحه EF نشان داده شده را بدست آورید.



صفحه مورد نظر در خلاف جهت عقربه ساعت و به اندازه 30 درجه چرخیده است. در نتیجه مقدار آن مثبت است.

σ_x=+12MPa

σ_y=+20MPa

τ_{xy}=+8MPa

θ=+30°

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta$$

$$\sigma_{x'} = \frac{12 + 20}{2} + \frac{12 - 20}{2}\cos 60 + \tau_{xy}\sin 60 = 21MPa$$

$$\sigma_{y'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta - \tau_{xy}\sin 2\theta$$

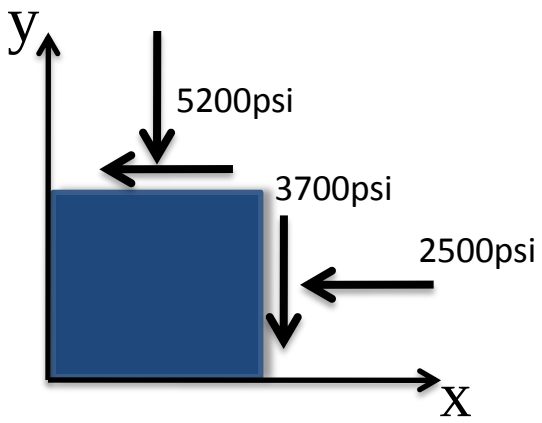
$$\sigma_{y'} = \frac{12 + 20}{2} - \frac{12 - 20}{2}\cos 60 - \tau_{xy}\sin 60 =$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta$$

$$\tau_{xy} = -\frac{12 - 20}{2}\sin 60 + 8\cos 60 = 7.4MPa$$

با داشتن تنش هاي زير مقادير تنش هاي σ_1 ، σ_2 و σ_3 را بدست آوريد.

σ_x=2500, σ_y=5200, σ_z=400, τ_{xy}=3700, τ_{xz}=0, τ_{yz}=0 psi



حل: در صفحه اي كه σ_z اثر مي كند تنش برشي وجود ندارد ، بنابراين يک صفحه اصلي است.

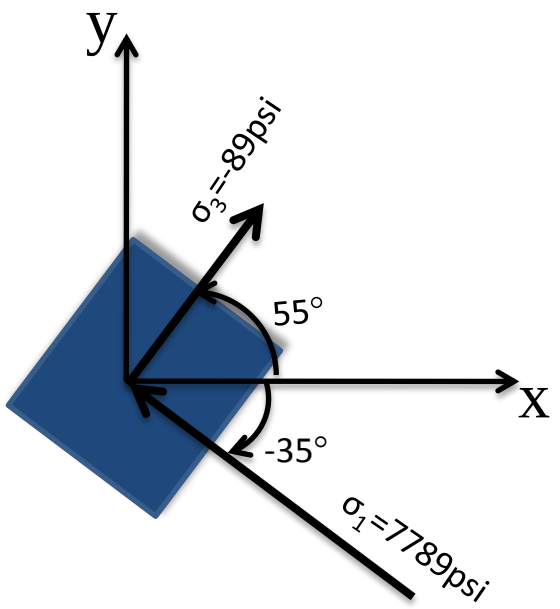
بنابراين σ_z يک تنش اصلي است.

$$\begin{Bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\end{Bmatrix} = \frac{2500+5200}{2} \pm \sqrt{(\frac{2500-5200}{2})^2 + 3700^2} = 3850 \pm 3939$$

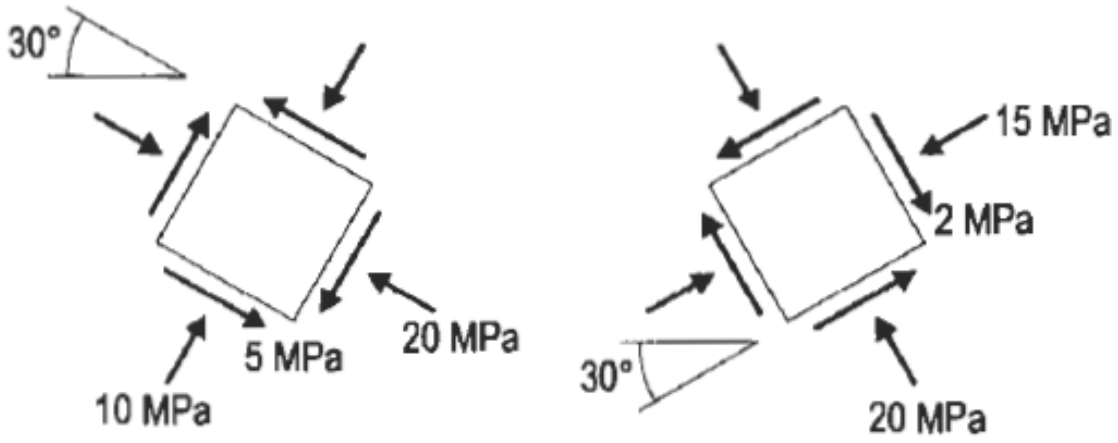
$$\rightarrow \sigma_1 = 7789\,psi, \sigma_2 = -89\,psi$$

از آنجاییکه تنش اصلي σ_z یک تنش اصلي با مقدار 400psi است و بین دو مقدار 7789 و 89- قرار دارد بنابراین σ_z تنش اصلي σ_2 مي باشد و مقدار 89- تنش اصلي σ_3 است.

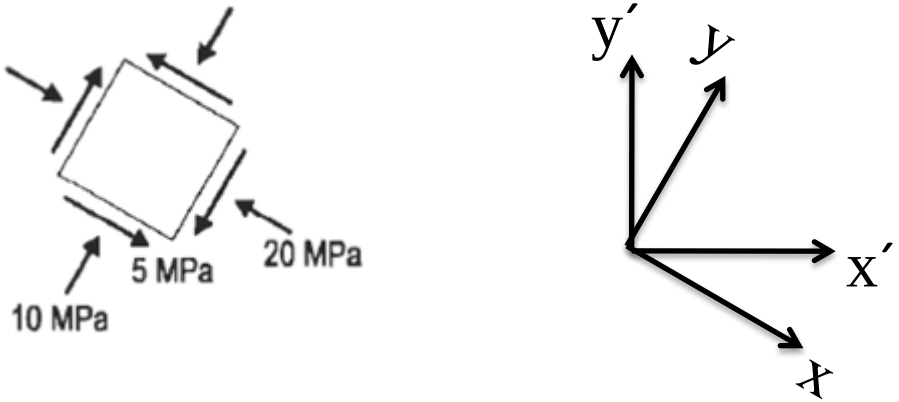
$$\theta = \frac{1}{2}\arctan\frac{2\times 3700}{2500-5200} = -35^\circ\, or\, +55^\circ$$



دو ميدان تنش زير را با هم جمع كنيد و تنش هاي اصلي و جهت ميدان تنش منتجه را بدست آوريد.



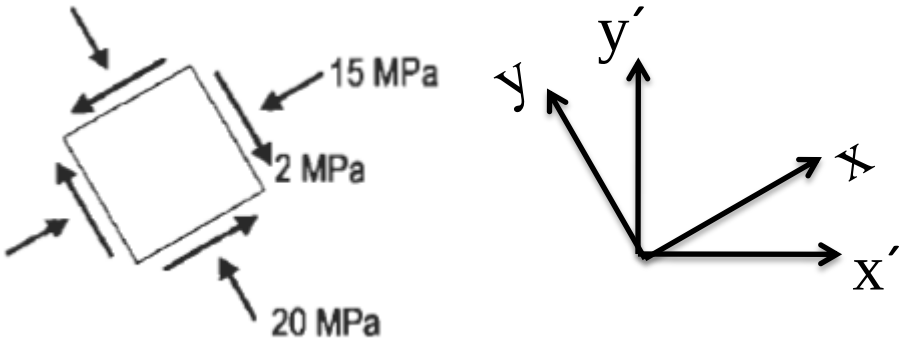
حل: ميدان تنش اول را به اندازه 30 درجه در خلاف جهت عقربه هاي ساعت مي چرخانيم تا تنش هاي σ'_x و σ'_y و τ'_{xy} با توجه به شكل زير بدست آيند.



مقادیر جهت یافته به شکل زیر هستند.

$$\begin{bmatrix} 21.83 & -1.83 \\ -1.83 & 8.17 \end{bmatrix}$$

میدان تنش دوم را به اندازه 30 درجه در جهت عقربه هاي ساعت مي چرخانيم تا تنش هاي σ'_x و σ'_y و τ'_{xy} با توجه به شکل زیر بدست آیند.



مقادیر جهت یافته به شکل زیر هستند.

$$\begin{bmatrix} 14.52 & -1.17 \\ -1.17 & 20.48 \end{bmatrix}$$

حال دو ميدان تنش را با هم جمع مي كنيم:

$$\begin{bmatrix} 21.83 & -1.83 \\ -1.83 & 8.17 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 14.52 & -1.17 \\ -1.17 & 20.48 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36.35 & -3.00 \\ -3.00 & 28.65 \end{bmatrix}$$

با استفاده از روابط ذكر شده مي توان تنش هاي اصلي و جهات آنها را بدست آورد.

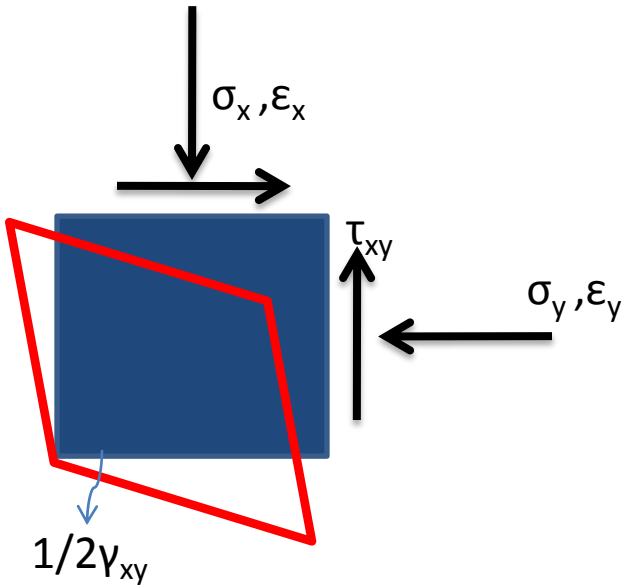
$$\rightarrow \sigma_1 = 37.38MPa, \sigma_2 = 27.62MPa, \theta = 18.9^\circ$$

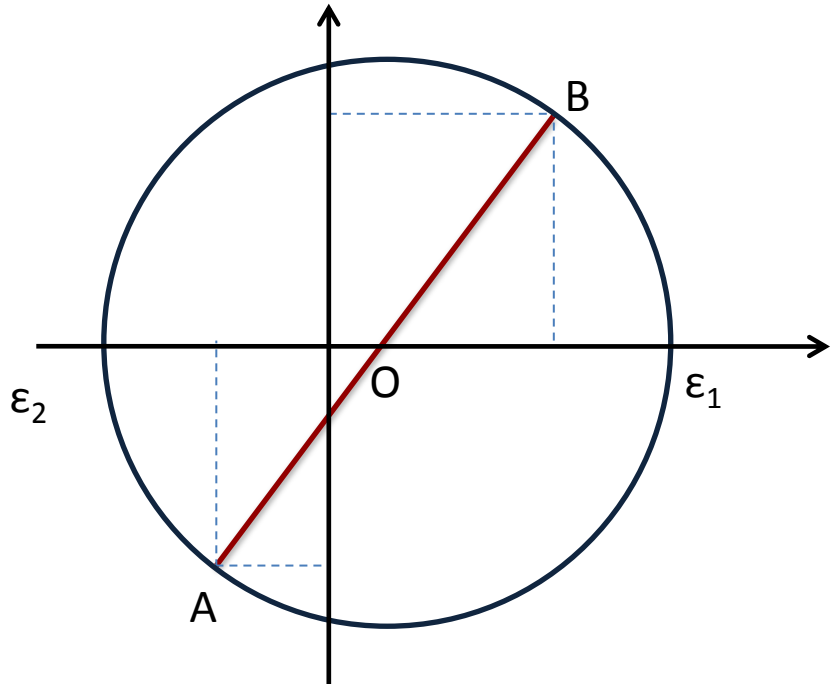
کرنش

در تمامي فرمولهاي تنش به جاي σ_x ، σ_y و τ_{xy} مقادير ε_x ، ε_y و $1/2\gamma_{xy}$ قرار مي دهيم.

کرنشهاي نرمال ε_x ، ε_y اگر کاهش طول را نشان دهد مثبت است.

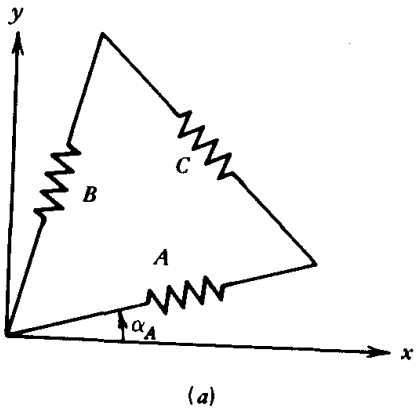
کرنش برشي اگر افزايش در زاويه قائمه را نشان دهد مثبت است.



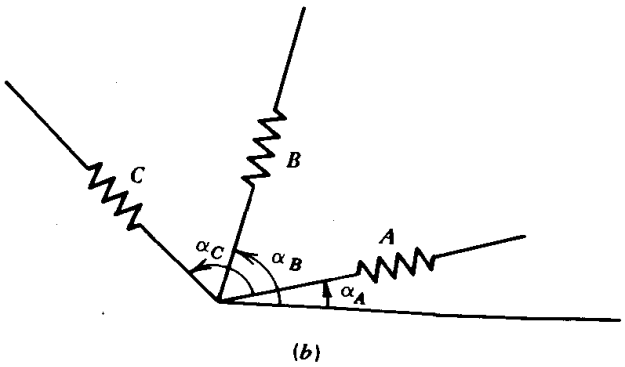


کرنش سنج هاي گل سرخي

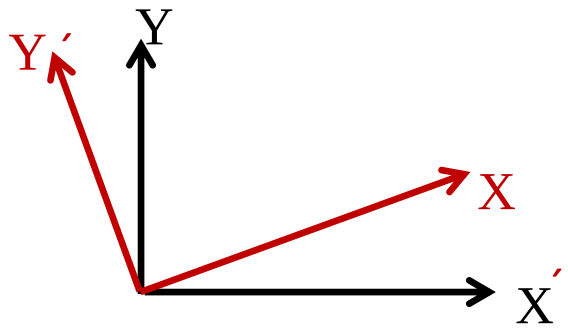
اين کرنش سنج ها مجموعه اي از 3 کرنش سنج با جهات مشخص α_A ، α_B و α_C مانند شکل زير مي باشد. وقتي حالت کرنش نسبت به محورهاي X و Y داده شده باشدکرنش نرمال در جهتي که با X زاويه α مي سازد از رابطه زير بدست مي آيد.



(a)



(b)



$$\varepsilon_{x'} = (\cos^2\alpha \quad \sin^2\alpha \quad \frac{1}{2}\sin 2\alpha)\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \gamma_{xy}\end{Bmatrix}$$

استفاده از فرمول قبل در کرنش سنج هاي گل سرخي رابطه زير را نتيجه مي دهد. در نتيجه مي توان مقادير کرنش هاي ε_x ، ε_y و γ_{xy} را بدست آورد.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_A \\ \varepsilon_B \\ \varepsilon_C \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2\alpha_A & \sin^2\alpha_A & \frac{1}{2}\sin 2\alpha_A \\ \cos^2\alpha_B & \sin^2\alpha_B & \frac{1}{2}\sin 2\alpha_B \\ \cos^2\alpha_C & \sin^2\alpha_C & \frac{1}{2}\sin 2\alpha_C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

کرنش هاي قرائت شده از 3 کرنش سنج که در جهات 0 ، 30 و 60 درجه در ديواره تونل نصب شده ند مطابق زير مي باشد. مطلوبست الف)تعيين کرنش هاي اصلي ب) تعيين جهات اصلي کرنش

$\varepsilon_0=-2\times10^{-3}$ $\varepsilon_{30}=1.3\times10^{-3}$ $\varepsilon_{60}=2.5\times10^{-3}$ E=2.5GPa ν=0.3

$$\begin{Bmatrix}-2\\1.3\\2.5\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0.75 & 0.25 & 0.433\\0.25 & 0.75 & 0.433\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\\varepsilon_y\\\gamma_{xy}\end{Bmatrix}$$

$$\varepsilon_x=-2\times10^{-3}$$

$$\varepsilon_y=0.4\times10^{-3}$$

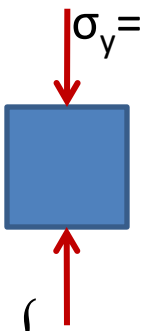
$$\gamma_{xy}=6.28\times10^{-3}$$

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}}$$

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{-2 + 0.4}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(-2 - 0.4)^2 + 6.28} = -0.8 \pm 3.36 = \begin{vmatrix} 2.56 \times 10^{-3} \\ -4.16 \times 10^{-3} \end{vmatrix}$$

$$\theta = \frac{1}{2}\arctan\frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} = \frac{1}{2}\arctan\frac{6.28}{-2 - .4} = -34.5$$

در یک آزمایش فشاري تک محوره بر روي سنگي با رفتار الاستیک خطي تنش محوري در نقطه شکست برابر با 50MPa مي باشد. اگر نسبت پواسون برابر با 0/25 و مدول الاستیسیته برابر با 10GPa باشدکرنشهاي جانبي ε1 و کرنش حجمي Δ در لحظه شکست را بدست آورید.



$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left\{\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)\right\} = \frac{1}{10^9 * 10}\left\{0 - 0.25(50\times10^6 + 0)\right\} = -1.25\times10^{-3}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left\{\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)\right\} = \frac{1}{10^9 * 10}\left\{50\times10^6 - 0.25(0 + 0)\right\} = 5\times10^{-3}$$

$$\Delta = \varepsilon_y + 2\varepsilon_x = 5\times10^{-2} + 2(-1.25\times10^{-3}) = 2.5\times10^{-3}$$

در یک آزمایش فشاري تک محوره مقدار مقاومت فشاري آن برابر 50MPa بدست آمده است. رفتار سنگ الاستیک خطي مي باشد و کرنشهاي قائم و جانبي به ترتیب برابر با $1*10^{-3}$ و $0.3*10^{-3}$ بدست آمده است. حال اگر این سنگ تحت تنش هاي صفحه اي σ_x=40MPa و σ_y=30MPa قرار گیرد مقادیر کرنش ها در جهات σ_x و σ_y و عمود بر آن را بدست آورید.

$$\nu = -\frac{0.3\times10^{-3}}{1\times10^{-3}} = 0.3 \qquad \sigma = E\varepsilon \rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{50}{1\times10^{-3}} = 50GPa$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) = \frac{1}{50\times10^3}(40 - 0.3\times30) =$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) = \frac{1}{50\times10^3}(30 - 0.3\times40) =$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) = -\frac{0.3}{50\times10^3}(40 + 30) =$$

نمونه اي از يک سنگ آهک به شکل استوانه اي و با نسبت l/d=3 تحت بار 10 تن ، 1 ميليمتر تغييرشکل مي دهد. اگر قطر نمونه 100mm باشد ، ضريب صلبيت نمونه چند کيلوگرم بر سانتيمتر است.

$$K = \frac{F}{\Delta l} = \frac{10 \times 1000 kg}{\frac{1}{10} cm} = 10^5 \frac{kg}{cm}$$

براي مطالعه رفتار تراکمي سنگها پس از نقطه مقاومت نهايي بايد صلبيت يا سختي (stiffness) دستگاه از صلبيت نمونه بيشتر باشد.

نتايج آزمايشگاهي بر روي 3 نمونه نشان داده است كه مقاومت اوج و پسماند به ترتيب در نمونه اول برابر 40 و 30MPa در نمونه دوم 30 و 20MPa و در نمونه سوم 20 و 10MPa مي باشد.

در مورد شكنندگي نمونه ها بحث كنيد.

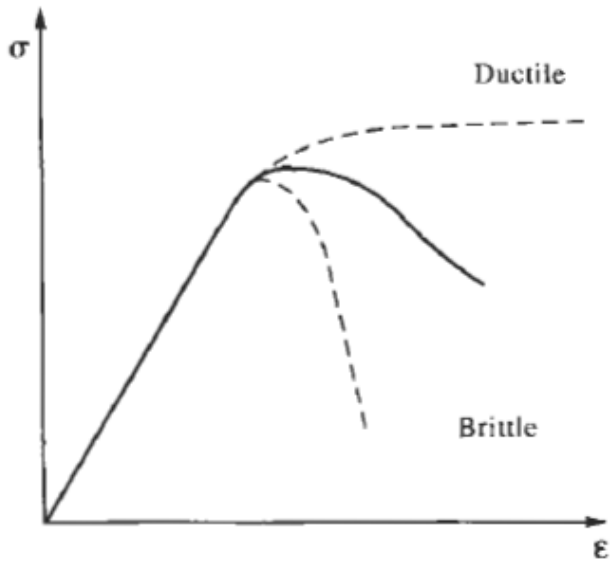
هر چه اين مقدار بيشتر باشد نمونه تردتر است.

$$\text{تردي يا شكنندگي} = \frac{\text{مقاومت باقيمانده-مقاومت اوج}}{\text{مقاومت اوج}}$$

$$\text{تردي نمونه 1} = \left|\frac{40-30}{40}\right| = \frac{1}{4}$$

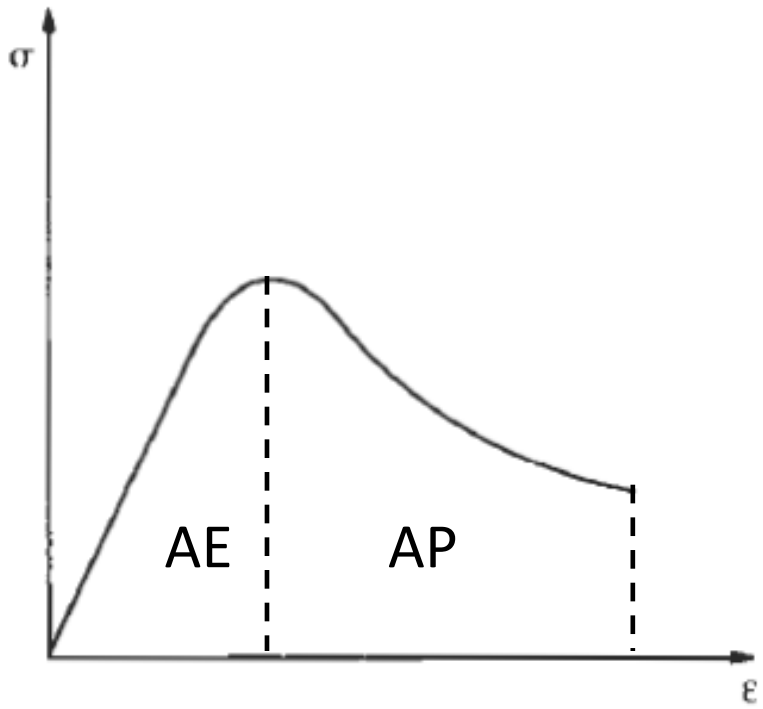
$$\text{تردي نمونه 2} = \left|\frac{30-20}{30}\right| = \frac{1}{3}$$

$$\text{تردي نمونه 3} = \left|\frac{20-10}{20}\right| = \frac{1}{2}$$



اگر نمودار مقاومت فشاري تک محوره سنگي در دسترس باشد با توجه به آن مي توان تردي يا شکنندگي را بدست آورد.

$$B = \frac{AE}{AE + AP}$$



که در آن:

B: تردي

AE: انرژي قبل از پيک

AP: انرژي بعد از پيک

انرژي برابر است با مساحت زير نمودار

یک نمونه سنگي به قطر 50 mm تحت آزمایش بار نقطه اي قرار مي گیرد. اگر نیروي وارده بین دو فک 0/02MN باشدمقاومت فشاري نمونه سنگي چقدر است ؟

چون در سوال طول نمونه داده نشده بنابراین آزمایش به صورت قطري انجام شده است.

$$D_e^2 = D^2$$

$$I_s = \frac{P}{D_e^2} = \frac{0.02 \times 10^6 N}{50^2 mm^2} = 8MPa$$

$$\sigma_c = 24 I_{s(50)} = 24 \times 8 = 192MPa$$

در یک آزمایش برزیلي که بر روي یک نمونه سنگي با شعاع 25mm و نسبت طول به قطر 1 صورت گرفته در زمان گسیختگي بار متوسط 75KN بدست آمده است. مقاومت فشاري تک محوره سنگ چقدر است.(π=3)

$$\sigma_t = \frac{2P}{\pi Dt} = \frac{2 \times 75 \times 1000N}{3 \times 50 \times 50mm^2} = 20MPa$$

$$\sigma_c = 10\sigma_t = 10 \times 20 = 200MPa$$

RQD:

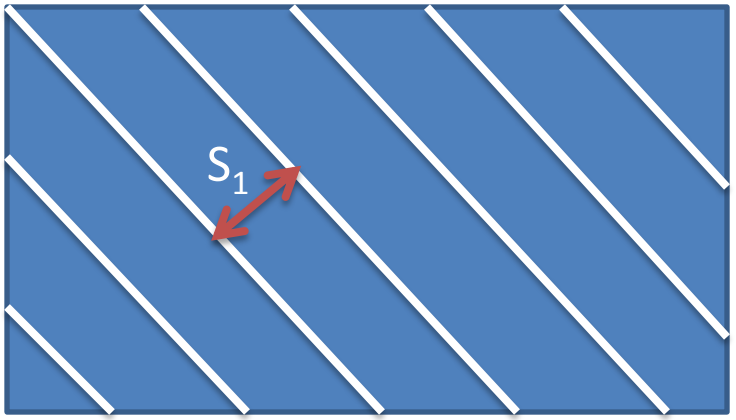
$$\text{RQD=Rock Quality Designation} = \frac{\text{مجموع طول مغزه هاي بزرگتر از } 10\text{cm}}{\text{طول كل حفاري}} * 100$$

مقدار RQD بين صفر تا 100 مي باشد و توده سنگ را به 5 دسته تقسيم مي كند.

$$RQD = 115 - 3.3J_v$$

$$J_v = \sum \frac{1}{S_i} = \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} + \ldots$$

$$S_i = \frac{1}{\lambda_i}$$



S_i: متوسط فاصله داري دسته درزه iام

λ_i: چگالي دسته درزه iام (تعداد درزه در متر)

درصد مغزه بازيابي شده (CR):

$$\text{CR=Core Recovery} = \frac{\text{مجموع طول مغزه ها}}{\text{طول كل حفاري}} * 100$$

در یک حفاري اکتشافي طول مغزه هاي بدست آمده به شرح زیر است. اگر طول حفاري 1/8 متر باشد با توجه به RQD توده سنگ در چه رده اي قرار مي گیرد. درصد مغزه بازیابي شده را بدست آورید.

طول مغزه ها بر حسب cm: 10 ، 15 ، 9 ، 5 ، 20 ، 30 ، 11 ، 20 ، 10 ، 1 ، 4 ، 6

$$RQD = \frac{10+15+20+30+11+20+10}{1.8\times100} = 0.64 = 64\%$$

توده سنگ در رده متوسط قرار مي گیرد.

$$CR = \frac{10+15+9+5+20+30+11+20+10+1+4+6}{1.8\times100} = 0.78 = 78\%$$

تعداد 3 دسته درزه در منطقه اي كه قرار است تونلي حفر شود وجود دارد. در دسته درزه اول تعداد 8 درزه در هر متر ، در دسته درزه دوم تعداد 5 درزه در هر متر و در دسته درزه سوم تعداد 2 درزه در هر متر وجود دارد. RQD سنگ مذبور چقدر است.

$$J_v = \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 8 + 5 + 2 = 15$$

$$RQD = 115 - 3.3J_v = 115 - 3.3 \times 15 = 65.5\%$$

در صورتیکه در مثال قبل مقاومت فشاري تک محوره سنگ برابر با 70MPa ، فاصله داري درزه ها برابر با 0/07 متر ، سطح درزه ها اندکي هوازده و عرض درزه ها کمتر از 1mm ، وضعيت آب زيرزميني مرطوب ، شيب درزه ها بين 20 تا 45 درجه و امتداد آنها موازي با محور تونل باشد ، مقدار RMR_{basic} و RMR را بدست آوريد.

RMR_{basic}=وضعيت آب زيرزميني+وضعيت درزه ها+فاصله داري درزه ها+RQD+امتياز مقاومت فشاري تک محوره

$$RMR_{basic} = 7 + 13 + 9 + 20 + 7 = 56$$

RMR=RMR_{basic}+امتياز جهتداري درزه ها

$$RMR = 56 - 5 = 51$$

رده بندي Q:

$$Q = \frac{RQD}{J_n} \times \frac{J_r}{J_a} \times \frac{J_w}{SRF}$$

RQD/Jn: اندازه بلوک- نشان دهنده ساختار كلي توده سنگ است.

Jr/Ja: معرف مقاومت برشي بين بلوک هاي سنگي است.

Jw/SRF: نشان دهنده تنش هاي فعال در منطقه است.

Jw: نشان دهنده كاهش فشار آب و SRF دلالت بر سست شدگي در مناطق حاوي رس ، تنش در سنگهاي محكم و تنش در مناطق فشارنده و آماسي است.

مقدار Q بين 0/001 تا 1000 مي باشد و توده سنگ را به 9 دسته يا كلاس تقسيم مي كند.

در یک توده سنگ در محل تقاطع دو تونل عمود بر هم پارامترهاي رده بندي Q به صورت زیر بدست آمده است. مقدار Q چقدر است؟

RQD=8%, Jn=4, Jr=3, Ja=4, Jw=0.2, SRF=1

$$Q = \frac{10}{4/3} \times \frac{3}{4} \times \frac{0.2}{1} = 0.125$$

نمونه هايي با قطر 200mm از نوعي سنگ آهک درست شده است. مقاومت فشاري تک محوره نمونه هاي مذبور 150 Mpa بدست آمده است. اگر قطر نمونه هاي مذبور 50 mm مي بود مقاومت آن چقدر مي شد؟

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{c(50)}} = (\frac{50}{d})^{0.18}$$

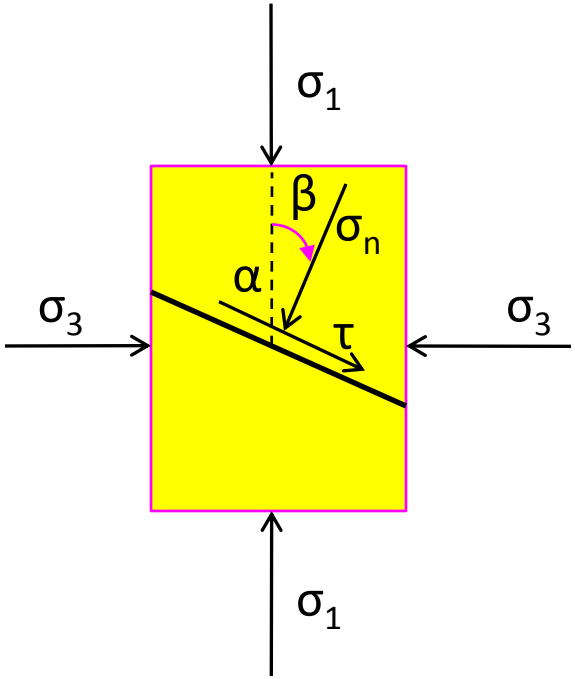
$$\frac{150}{\sigma_{c(50)}} = (\frac{50}{200})^{0.18} \rightarrow \sigma_c = 192.5MPa$$

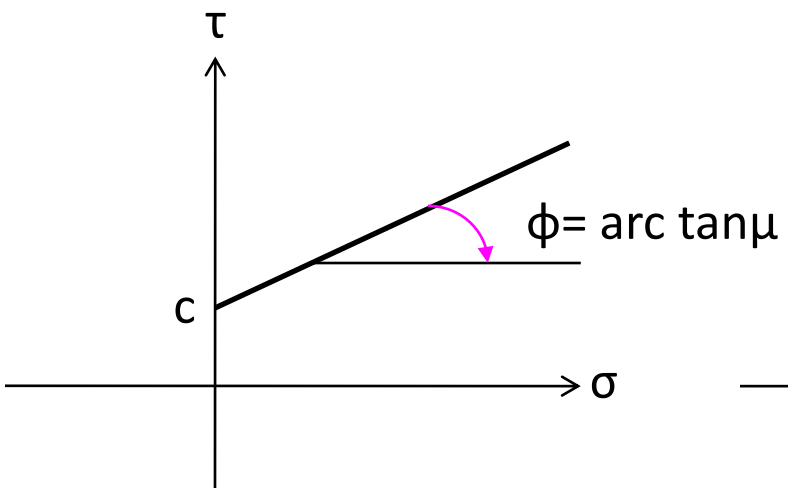
معيارهاي شكست

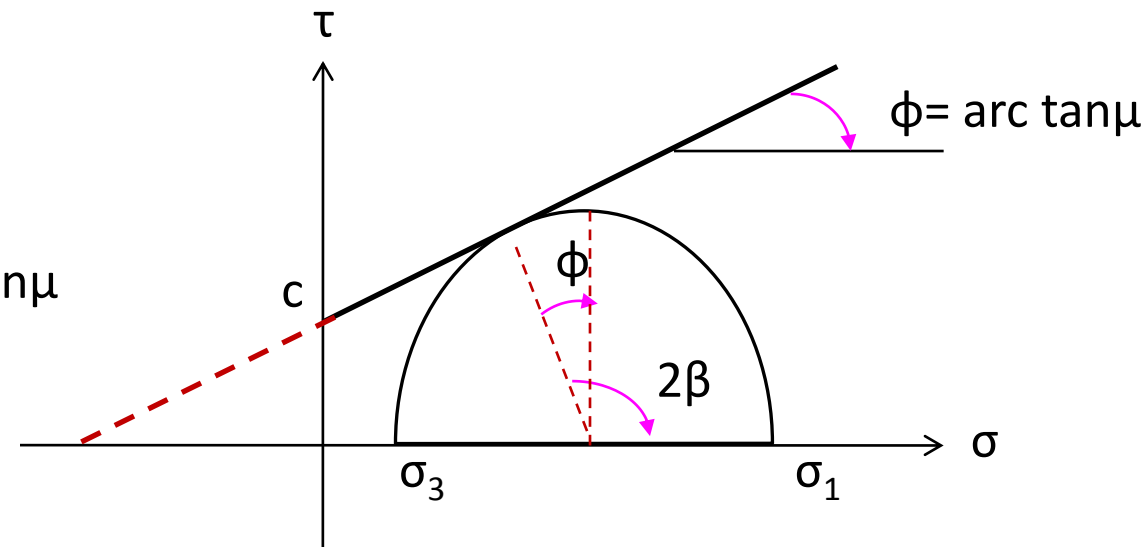
معيار كولمب

$$\tau = C + \mu\sigma_n$$

$$\mu = \tan\phi$$







معيار كولمب بر حسب تنشهاي اصلي

$$\sigma_1 = \sigma_c + q\sigma_3$$

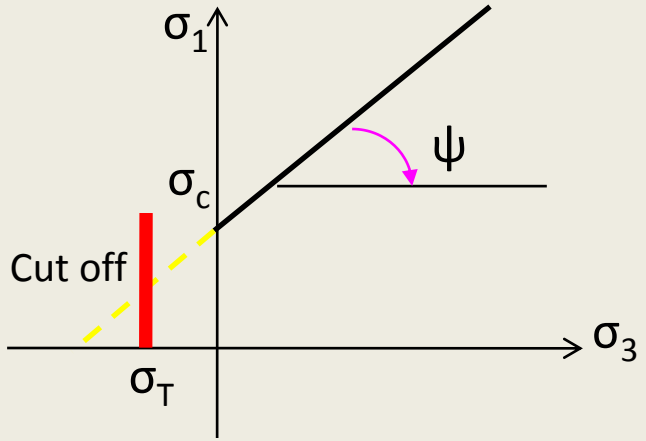
$$q = \tan\psi = \frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}$$

$$q = \tan^2\beta$$

$$\sigma_c = 2C\sqrt{q} = 2C\tan(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2})$$

$$\beta = \frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}$$



1- مقاومت تراكمي تک محوره نوعي سنگ 40 Mpa مي باشد. در صورتيكه زاويه صفحه شكست نمونه نسبت به امتداد تنش اصلي بزرگ 30 درجه باشد ، معيار شكست سنگ فوق را نوشته و مقاومت اين سنگ را در حالتي كه فشار جانبي آن 5MPa باشد بدست آوريد.

σ_c=40 MPa

α=30°

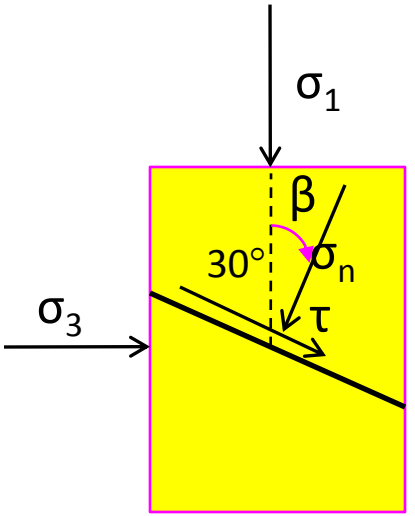
β=90-30=60°

σ_3=5 MPa

$$\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \rightarrow 60 = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \rightarrow \phi = 30^{\circ}$$

$$q = \frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi} = \frac{1+\sin 30}{1-\sin 30} = \frac{1.5}{0.5} = 3$$

$$\sigma_1 = \sigma_c + q\sigma_3 \rightarrow \sigma_1 = 40 + 3\times 5 = 55MPa$$



2- نتايج آزمايشات كششي و تراكمي كه بر روي يک سنگ انجام شده مطابق زير است.

σ_3	-20	0	10	50	100	MPa
σ_1	0	200	395	1180	2180	MPa

معيار شكست خطي سنگ را بدست آوريد و تعيين كنيد آيا سنگ قادر به تحمل ميدان تنش 3 محوره زير مي باشد يا نه ؟

معيار كولمب در تنش هاي كششي صادق نيست بنابراين 20- حذف مي شود.

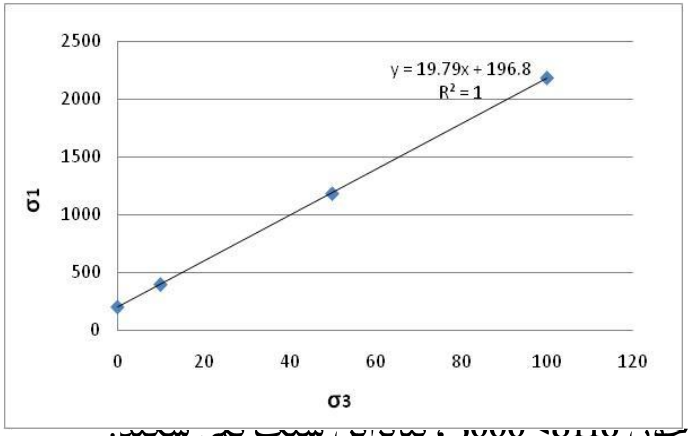
$$\sigma_1 = 3000MPa$$

$$\sigma_2 = 750MPa$$

$$\sigma_3 = 400MPa$$

$$\sigma_1 = \sigma_c + q\sigma_3$$

$$\rightarrow \sigma_1 = 196.8 + 19.8\sigma_3$$



$$\sigma_3 = 400MPa$$

$$\rightarrow \sigma_1 = 196.8 + 19.8 \times 400 = 8116MPa$$

چون 8116 > 3000 ، بنابراين سنگ نمي شكند.