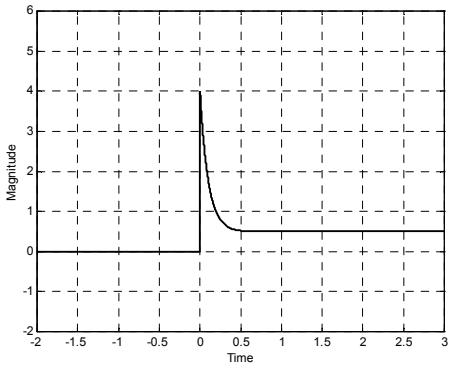
(۲۰ نمره) ۱- پاسخ سیستم LTI با تابع تبدیل $H(s)$ به ورودی پله واحد: $x(t)=u(t)$ به صورت شکل زیر است:



در صورتی که بدانیم سیستم تنها یک قطب در ۱۰- دارد:

الف- علی بودن و پایداری سیستم را بررسی کنید.

ب- با فرض برقرار بودن شرایط قضیه مقدار اولیه و مقدار نهایی، تابع تبدیل سیستم $H(s)$ و معادله دیفرانسیل توصیف کننده سیستم را به دست آورید.

ج- نمودار قطب و صفر سیستم و ناحیه همگرایی آنرا در صفحه S مشخص نمایید.

د- نمودار دامنه و فاز پاسخ فرکانسی سیستم (نمودار بود) را رسم نمایید. با توجه به نمودار پاسخ فرکانسی عملکرد فیلتری سیستم را توضیح دهید.

ه- پاسخ سیستم به ورودی $x(t)=3\cos(10t)+2+3\sin(400t)$ را به دست آورید.

(۱۵ نمره) ۲- رابطه تفاضلی زیر برای یک سیستم علی LTI داده شده است:

$$y[n]+\beta y[n-2]=x[n]+\alpha x[n-1]$$

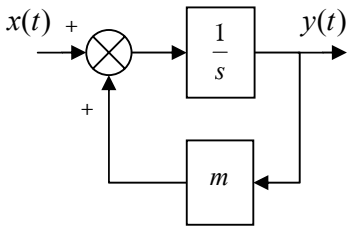
الف- تابع سیستم (تبدیل z) را به دست آورید.

ب- نمودار قطب و صفر سیستم و ناحیه همگرایی را در صفحه z رسم نمایید.

ج- برای چه مقادیری از α, β برای سیستم پاسخ فرکانسی به دست می آید؟

د- با فرض وجود پاسخ فرکانسی، پاسخ سیستم به ورودی $x[n]=2+\cos(\omega_0 n)$ را به صورت پارامتری به دست آورید.

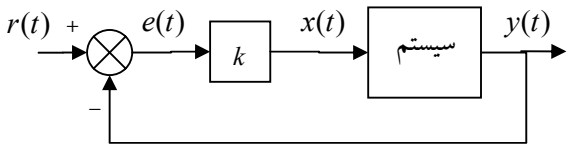
(۱۵ نمره) ۳- شکل زیر نمودار بلوکی یک سیستم LTI علی را نشان می دهد:



الف- تابع تبدیل و معادله دیفرانسیل سیستم را مشخص نمایید.

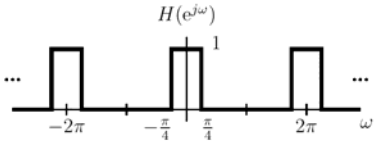
ب- نمودار قطب و صفرها و ناحیه همگرایی را در صفحه S رسم کنید. به ازاء چه مقادیری از m سیستم پایدار است؟

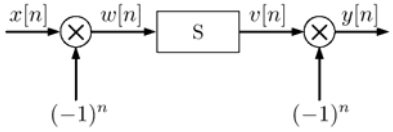
ج- فرض کنید سیستم بالا به صورت نشان داده شده در نمودار بلوکی زیر، در یک سیستم با بازخور (فیدبک) اتصال یافته باشد.



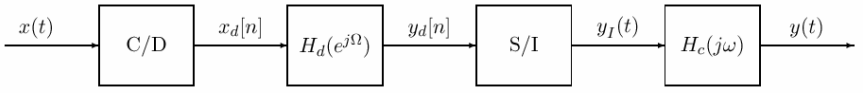
با فرض پایداری سیستم، مقدار خطای ماندگار سیستم $E_{ss} = \lim_{t \to \infty} e(t)$ به ازاء $r(t) = u(t)$ به دست آورید. برای کاهش آن چه پیشنهادی دارید؟

(۱۰ نمره) ۴- با توجه به سیستم زمان گسسته نشان داده شده در زیر، با فرض اینکه زیر سیستم S دارای پاسخ فرکانسی $H(e^{j\omega})$ و سیگنال $x[n] = \cos(\pi n)$ باشد، طیف سیگنالهای $x[n]$، $w[n]$، $v[n]$ و $y[n]$ را به دقت رسم کنید.





(۱۰ نمره) ۵- با توجه به سیستم نشان داده شده در زیر:



که در آن، C/D تبدیل کننده زمان پیوسته به زمان گسسته است به نحوی که: $x_d[n] = x(nT)$، $H_d(e^{j\Omega})$ پاسخ فرکانسی سیستم LTI زمان گسسته، S/I تبدیل کننده نمونه ها به قطار ضربه است به نحوی که: $y_I(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} y_d[k]\delta(t-kT)$ و $H_c(j\omega)$ فیلتر پایین گذر ایده آل با پاسخ فرکانسی $H_c(j\omega) = \begin{cases} a, & |\omega| < W \\ 0, & |\omega| > W \end{cases}$ است.

در صورتی که برای همه فرکانسها $H_d(e^{j\Omega}) = 1$ باشد، فرکانس نمونه برداری $\omega_s = \frac{2\pi}{T}$ ، a و W را به گونه ای تعیین کنید که سیگنال خروجی سیستم $y(t)$، دقیقاً برابر سیگنال ورودی $x(t) = \frac{\sin(2\pi t)}{\pi t} + \cos(\frac{\pi}{2}t)$ باشد. برای انتخابهای خود دلایل لازم را ذکر نمایید.