www.Endbook.net

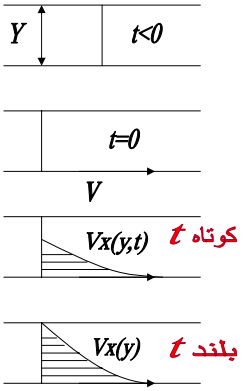
بخش اول

ویسکوزیته

- ویسکوزیته کمیتي است که بیانگر مقاومت در برابر جریان یافتن است.

- **قانون ویسکوزیته نیوتن (انتقال اندازه حرکت مولکولي)**

(جریان آرام است)

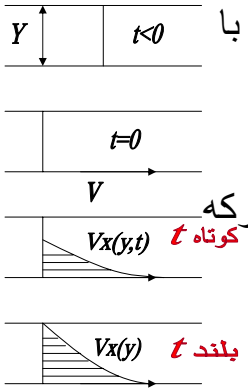


$$\frac{F}{A} = \mu \frac{V}{Y} \longrightarrow \tau_{yx} = -\mu \frac{dv_x}{dy}$$

www.Endbook.net

- سيال در كنار جداره در حال حركت مقداري مومنتوم مي گيرد و به همين ترتيب مقداري مومنتوم به سيال كنار خود مي دهد. بنابراين در حقيقت τ_{yx} شار مومنتوم در جهت x است كه در جهت y منتقل مي شود.
- مي توان گفت اندازه حركت از قسمت با سرعت بالا به بخش با سرعت كمتر سرازير مي شود.

بنابراين گراديان سرعت، نيروي محركه است براي انتقال اندازه حركت.



ويسكوزيته سينماتيك

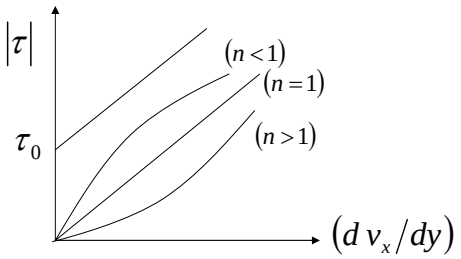
به طور كلي:

$$\nu = \mu / \rho$$

$$\tau_{yx} = -\mu \left| \frac{dv_x}{dy} \right|^{n-1} \left(\frac{dv_x}{dy} \right)$$

$$|\tau| = \mu \left| \frac{dv_x}{dy} \right|^{n}$$

www.Endbook.net



مثال براي

بينگهام : گل حفاري – فاضلاب انساني

شبه پلاستيک : محلولهاي پليمري و ديگر مولکول هاي بزرگ

منبسط شونده : سوسپانسيون نشاسته –سيليکات پتاسيم و شن

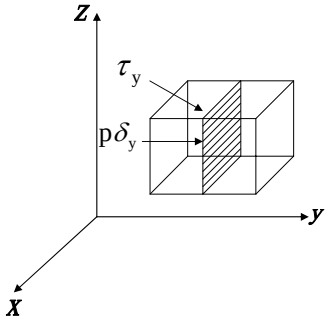
نيوتني : آب – هوا - روغن

- **کلي کردن قانون ويسکوزيته نيوتن**

در قسمت قبل فقط v_x را داشتيم و شرايط ss و فقط هم تابع y بود. حالا مي خواهيم رابطه کلي را به دست بياوريم که به قانون نيوتن ساده شود:

$v_x(x,y,z,t)$ $v_z(x,y,z,t)$ $v_y(x,y,z,t)$

اگر اين المان را نصف کنيم بايد به دو نيرو غلبه کنيم:



$P\,\delta_y$ فشار

τ_y تنش برشی

www.Endbook.net

- نيروي فشاري وقتي سيال ساكن است هم وجود دارد ولي تنش برشي فقط وقتي سيال حركت مي كند وجود دارد.

مولفه هاي τ_y عبارتند از: τ_{yx} τ_{yy} τ_{yz}

به طور كلي تنش وارد بر هر سطح عبارت است از:

$$\pi_{ij} = p\delta_{ij} + \tau_{ij} \qquad i = x, y, z$$

π_{ij} نيروي در جهت j بر واحد سطح عمود بر جهت i كه نشان مي دهد سيال در x_i كمتر به سيال در x_i بيشتر نيرو وارد مي كند.

π_{ij} شار اندازه حركت در جهت j كه در جهت مثبت i انتقال مي يابد، يعني از x_i كمتر به x_i بيشتر.

بردار نيرو بر واحد سطح	مولفه هاي نيروها			جهت
	مولفه x	مولفه y	مولفه z	
$\pi_x = p\delta_x + \tau_x$	$\pi_{xx} = p + \tau_{xx}$	$\pi_{xy} = \tau_{xy}$	$\pi_{xz} = \tau_{xz}$	x
$\pi_y = p\delta_y + \tau_y$	$\pi_{yx} = \tau_{yx}$	$\pi_{yy} = p + \tau_{yy}$	$\pi_{yz} = \tau_{yz}$	y
$\pi_z = p\delta_z + \tau_z$	$\pi_{zx} = \tau_{zx}$	$\pi_{zy} = \tau_{zy}$	$\pi_{zz} = p + \tau_{zz}$	z

اينها مولفه هاي تانسور تنش هستند.

مي توان نشان داد:

$$\tau_{ij} = -\mu\left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j}\right) + \left(\frac{2}{3}\mu - k\right)\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\right)\delta_{ij}$$

www.Endbook.net

به صورت تانسوري - برداري:

$$\tau = -\mu\left(\nabla v + (\nabla v)'\right) + \left(\frac{2}{3}\mu - k\right)(\nabla . v)\delta$$

اين معادله كلي شده قانون ويسكوزيته نيوتن است.

k ضريب دوم ويسكوزيته است. البته دانستن آن لازم هم نيست. اگر سيال گاز باشد $k=0$ است و اگر سيال ∇ حاصل 0 باشد است.

وابستگي ويسكوزيته به دما و فشار

- الف) ويسكوزيته گاز خالص در فشار كم

روش حالات متناظر (ارائه شده توسط لوكاس)

$$\mu\zeta = \left[0.807\ T_r^{0.618} - 0.357\exp\left(-0.449\ T_r\right) + 0.340\ \exp\left(-4.058\ T_r\right) + 0.018\right] F_P^\circ\ F_Q^\circ$$

$$\zeta = 0.176\left(\frac{T_c}{M^3 P_c^4}\right)^{\frac{1}{6}}$$

$$\mu_r = 52.46\ \frac{\mu^2 P_c}{T_c^2}$$

$$F_P^\circ = 1 \qquad 0 \le \mu_r < 0.022$$

$$F_P^\circ = 1 + 30.55(0.292 - Z_c)^{1.72} \qquad 0.022 \le \mu_r < 0.075$$

$$F_P^\circ = 1 + 30.55(0.292 - Z_c)^{1.72}\left|0.96 + 0.1(T_r - 0.7)\right| \qquad 0.075 \le \mu_r$$

www.Endbook.net

F_Q° فقط براي گازهاي H_2 ، D_2 ، He است:

$$F_Q^\circ = 1.22\ Q^{0.15}\left\{1+0.00385\left[(T_r-12)^2\right]^{1/M}\ \mathrm{sgn}(T_r-12)\right\}$$

$$Q(He)=1.38 \quad , \quad Q(H_2)=0.76 \quad , \quad Q(D_2)=0.52$$

$$T_c = k$$

$$M = g/mol$$

$$P_c = Bar$$

$$\mu = \mu P$$

ب) ويسكوزيته مخلوط گازي در فشار كم

روش لوكاس:

$$T_{Cm} = \sum y_i T_{Ci}$$

$$P_{Cm} = RT_{Cm}\frac{\sum y_i Z_{Ci}}{\sum y_i V_{Ci}}$$

$$M_m = \sum y_i M_i$$

$$F_{Pm}^\circ = \sum y_i F_{Pi}^\circ$$

$$F_{Qm}^\circ = \left(\sum y_i F_{Qi}^\circ\right) A$$

$$A = 1 + 0.07\left(\frac{M_H}{M_L}\right)^{0.87} y_H$$

اگر $y_H < 0.05$ و $M_H/M_L \geq 9$ و $M_L \geq 0.7$

در غير اين صورت $A=1$

L= سبكترين سازنده سنگينترين

www.Endbook.net

ب- ویسکوزیته

روش ریشنبرگ Reichenberg :

$$\frac{\mu}{\mu_0} = 1 + Q\frac{AP_r^{3/2}}{BP_r + \left(1 + CP_r^D\right)^{-1}}$$

$$A = \frac{\alpha_1}{T_r}\exp\left(\alpha_2 T_r^{\ a}\right) \qquad B = A\left(\beta_1 T_r - \beta_2\right)$$

$$C = \frac{\gamma_1}{T_r}\exp\left(\gamma_2 T_r^{C}\right) \qquad D = \frac{\delta_1}{T_r}\exp\left(\delta_2 T_r^{d}\right)$$

$\alpha_1 = 1.9824\times10^{-3}$ $\alpha_2 = 5.2683$ $a = -0.5767$

$\beta_1 = 1.6552$ $\beta_2 = 1.2760$

$\gamma_1 = 0.1319$ $\gamma_2 = 3.7035$ $c = -79.8678$

$\delta_1 = 2.9496$ $\delta_2 = 2.9190$ $d = -16.6169$

$Q = 1 - 5.655\mu_r$

$Q = 1$ **براي مواد غير قطبی**

ت- اثر فشار بر ویسکوزیته مایعات

روش لوکاس:

$$\frac{\mu}{\mu_{SL}} = \frac{1 + D\left(\Delta P_r / 2.118\right)^8}{1 + C\omega\Delta P_r}$$

$\mu_{SL} =$ ویسکوزیته مایع اشباع در فشار P_{vp}

$\Delta P_r = \left(P - P_{vp}\right)/P_c$

$\omega =$ ضریب بي مرکزي *acentric factor*

$$A = 0.9991 - \left[4.674\times10^{-4}/\left(1.0523\ T_r^{-0.03877} - 1.0513\right)\right]$$

$$D = \left[0.3257/\left(1.0039 - T_r^{2.573}\right)^{0.2906}\right] - 0.2086$$

$$C = -0.07921 + 2.1616\ T_r - 13.4040\ T_r^2 + 44.1706\ T_r^3$$
$$- 84.829\ T_r^4 + 96.1209\ T_r^5 - 59.8127\ T_r^6 + 15.6719\ T_r^7$$

www.Endbook.net

ب- اثر دما بر ویسکوزیته مایعات

معادله Andrade

$$\ln \mu = A + \frac{B}{T}$$

معادله Vogel

$$\ln \mu = A + \frac{B}{T + C}$$

ج- تخمین ویسکوزیته در دماي کم $T_r<0.75$

روش Przezdziecki and Sridher

$$\mu_L = \frac{V_0}{E(V - V_0)}$$

$V = {}^{cm^3}/_{mol}$

$$E = -1.12 + \frac{V_c}{12.94 + 0.1M - 0.23P_c + 0.0424T_f - 11.58(T_f/T_c)}$$

$$V_0 = 0.0085\omega T_c - 2.02 + \frac{V_m}{0.342(T_f/T_c) + 0.894}$$

$T_c = k$

$P_c = Bar$

$V_c = {}^{cm^3}/_{mol}$

$M = {}^{g}/_{mol}$

$T_f = k$

$\omega =$ ضریب بی مرکزی

$V_m = {}^{cm^3}/_{mol}$

www.Endbook.net

ج- تخمين ويسكوزيته در دماي زياد $0.76<T_r<0.98$

روش Letsou & stiel

$$\mu\xi = (\mu\xi)^{(0)} + \omega(\mu\xi)^{(1)}$$

$$(\mu\xi)^{(0)} = 10^{-3}\left(2.648 - 3.725\ T_r + 1.309\ T_r^2\right)$$

$$(\mu\xi)^{(1)} = 10^{-3}\left(7.425 + 13.39\ T_r + 5.933\ T_r^2\right)$$

خ- ويسكوزيته سوسپانسيون

معادله انشتين

$$\frac{\mu_{eff}}{\mu_0} = 1 + \frac{5}{2}\phi$$

معادله موني

$$\frac{\mu_{eff}}{\mu_0} = \exp\left(\frac{\frac{5}{2}\phi}{1-(\phi/\phi_0)}\right)$$

ϕ_0= ثابت تجربی بين 0.74 تا 0.52 متناظر با نسبت حجمي ذرات وقتي كه كاملا به هم چسبيده باشند.

معادله گراهام

$$\frac{\mu_{eff}}{\mu_0} = 1 + \frac{5}{2}\phi + \frac{9}{4}\left(\frac{1}{\psi\left(1+\frac{1}{2}\psi\right)(1+\psi)^2}\right)$$

$$\psi = 2\left[\left(1-\sqrt[3]{\phi/\phi_{\max}}\right)/\sqrt[3]{\phi/\phi_{\max}}\right]$$

ϕ_{max}= 0.61 براي ذرات كروي

www.Endbook.net

- ويسكوزيته امولسيون

معادله تيلور

$$\frac{\mu_{eff}}{\mu_0} = 1 + \left(\frac{\mu_0 + \frac{5}{2}\mu_1}{\mu_0 + \mu_1} \right) \phi$$

μ_0 = ويسكوزيته امولسيون كننده

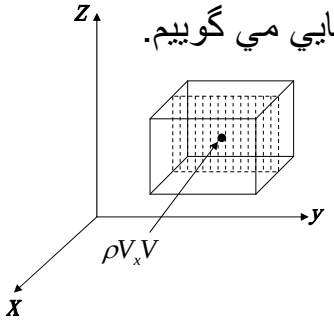
μ_1 = ويسكوزيته امولسيون شونده

ϕ = نسبت حجمي ماده امولسيون شونده

انتقال مومنتوم جابجايي

تا بحال در مورد انتقال اندازه حركت مولكولي صحبت مي كرديم و π_{ij} را معرفي كرديم.

اندازه حركت مي تواند از طريق توده سيال نيز منتقل شود، كه به آن انتقال اندازه حركت جابجايي مي گوييم.



- سطح واحد است.

- شدت جريان حجمي عبوري از سطح x– : V_x

- اندازه حركت سيال در واحد حجم: ρV

www.Endbook.net

- شار اندازه حرکت منتقل شده در جهت x : $\rho V_x V$

و به همين ترتيب در جهت هاي ديگر

- هريک از اين بردارها هم مولفه هايي در جهت x, y, z دارند.

مثلا $\rho V_x V_y$ عبارت است از شار اندازه حرکت جابجايي در جهت y که در جهت سطح عمود بر x انتشار مي يابد(منتقل مي شود) و متناظر با τ_{xy} مي شود.

- همه اين اندازه حرکت ها را مي توان به صورت زير نشان داد:

$$\rho VV = \left(\delta_i \rho V_i\right) V$$
$$= \left(\delta_i \rho V_i\right)\left(\delta_j V_j\right)$$
$$= \delta_i \delta_j \rho V_i V_j$$

- بنابراين ρVV يک تانسور مرتبه دوم است. چون به دو جهت براي آن احتياج داريم.

تانسور شار اندازه حرکت

جهت عمود بر	شار اندازه حرکت	مولفه هاي شار اندازه حرکت جابجايي صفحه		
	از ميان صفحه	در جهت x	در جهت y	در جهت z
x	$\rho V_x V$	$\rho V_x V_x$	$\rho V_x V_y$	$\rho V_x V_z$
y	$\rho V_y V$	$\rho V_y V_x$	$\rho V_y V_y$	$\rho V_y V_z$
z	$\rho V_z V$	$\rho V_z V_x$	$\rho V_z V_y$	$\rho V_z V_z$

www.Endbook.net

- به طور كلي شار اندازه حركت جابجايي از ميان يک صفحه دلخواه مي شود: $[n.\rho VV]$

- شار اندازه حركت مركب از تركيب شار اندازه حركت مولكولي و جابجايي حاصل مي گردد:

$$\phi = \pi + \rho VV = p\delta + \tau + \rho VV$$

مثلا:

$$\phi_{xx} = \pi_{xx} + \rho V_x V_x = p + \tau_{xx} + \rho V_x V_x$$

$$\phi_{xy} = \pi_{xy} + \rho V_x V_y = \tau_{xy} + \rho V_x V_y$$

علامت هاي مختلف مورد استفاده در شار اندازه حركت:

معني	علامت
تانسور شار اندازه حركت جابجايي	ρVV
تانسور شار اندازه حركت ويسكوز	τ
تانسور شار اندازه حركت مولكولي	$\pi = p\delta + \tau$
تانسور شار اندازه حركت مركب	$\phi = \pi + \rho VV$