بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

جزوه عایق‌ها و فشار قوی

مدرس: جناب آقای مهندس لطفی زاده

نیم سال اول ۹۳–۱۳۹۲

دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی شهر

دانشکده فنی و مهندسی

«بسم الله الرحمن الرحیم»

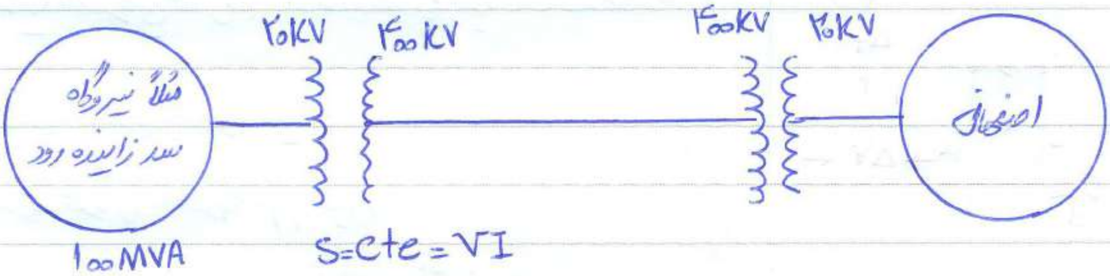
درس: عایق‌های فشار قوی

منبع: مهندسی پیشرفته فشار قوی (دکتر محسنی)

مدرس: جناب آقای مهندس لطفی زاده

جلسه‌ی اول ۹۲/۷/۴

فصل اول: دلایل ایجاد فشار قوی



$S = cte = VI$

$\Delta P = RI^2$

$V = 4.44\, N f A B_{max}$

$V = RI$

$S = cte = VI \Rightarrow if\ V\uparrow \Rightarrow I\downarrow \Rightarrow RI^2\downarrow \Rightarrow \Delta P\downarrow$

از 1kV تا 63kV ← فوق توزیع

از 132kV تا 400kV ← انتقال

220V و 380V ← توزیع

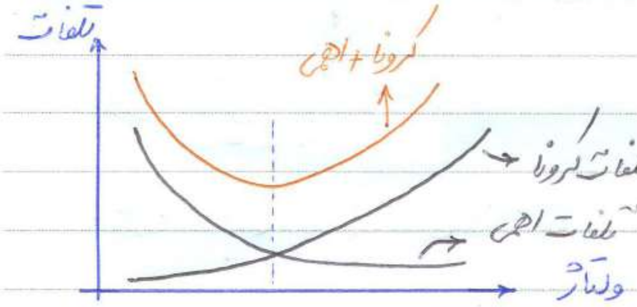
در کل از 1kV به بالا را فشار قوی می‌گویند. (نهایتاً تا 400kV داریم)

با افزایش ولتاژ خواهیم داشت:

① کاهش افت ولتاژ روی سطح سیم

② کاهش سطح مقطع سیم (دلیل اقتصادی)

$I = \int j\, ds \overset{\text{توزیع یکنواخت}}{=} j \int ds = jS \rightarrow I \propto$ سطح مقطع

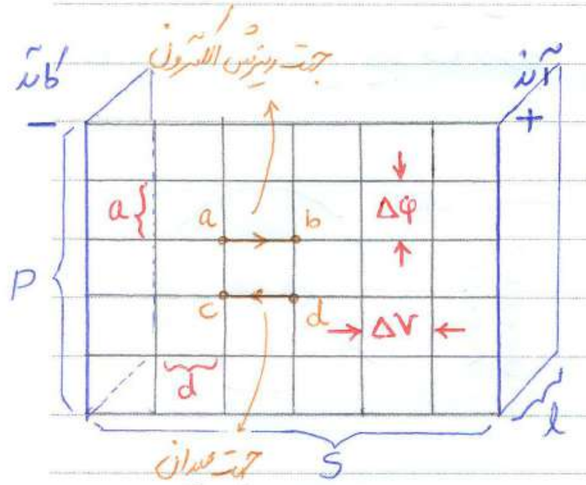


③ کاهش تلفات خط انتقال { تلفات کرونا / تلفات اهمی

④ راندمان خط بالا می رود.

جلسه‌ی دوم ۹۲/۷/۱۰

فصل دوم: آنالیز میدان‌های برداری



میدان الکتریکی همگن: شکل میدان بین صفحات خازن:

خطوط افقی: خطوط میدان

خطوط عمودی: خطوط هم پتانسیل

نکته: جهت ریزش الکترون و میدان 180° اختلاف دارد.

بین دو خط هم پتانسیل اختلاف پتانسیل وجود دارد.

$$\Delta\varphi = D.\overbrace{a.l}^{\text{مساحت}}$$

عمق

شار الکتریکی — چگالی شار الکتریکی

$$\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\ \frac{F}{m^2}$$

$$C_{abcd} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta V} = \frac{D.a.L}{E.d} = \frac{\overbrace{(\varepsilon \cancel{E})}^{D}.a.L}{\cancel{E}.d} = \varepsilon\frac{a}{d}L$$

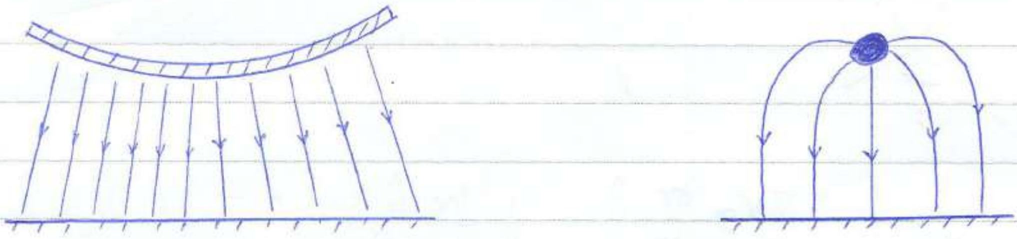
ظرفیت یک قطاع

$$\left.\begin{array}{l} V=\int E.dl \xrightarrow{\text{میدان یکنواخت}} V=E.L \\ D=\varepsilon E \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{C_{total} = \varepsilon\frac{P}{S}.L}$$

نکته: وقتی فاصله‌ی بین جوشن‌ها را کم کنیم یا مساحت جوشن‌ها بیشتر شود، ظرفیت خازن بالا می‌رود و برعکس.

شدت میدان الکتریکی غیر یکنواخت:

میدان ناشی از کابل یک میدان ناهمگن می‌باشد و ناهمگن‌تر از آن خطوط شبکه‌ی هوایی است.



محاسبات میدان الکتریکی:

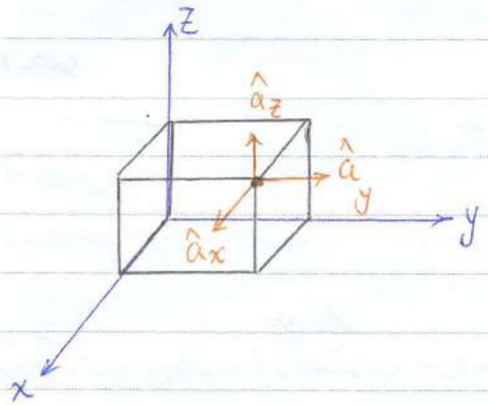
$$E = -\mathrm{grad}\, V = -\nabla V$$

$$\mathrm{div}\,\vec{D} = \rho \quad \text{یا} \quad \oint \vec{D}\cdot\vec{ds} = \varphi$$

$$\mathrm{div}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad \text{یا} \quad \underbrace{\oint E\cdot ds = \frac{\rho}{\varepsilon}}_{\text{قانون گاوس}}$$

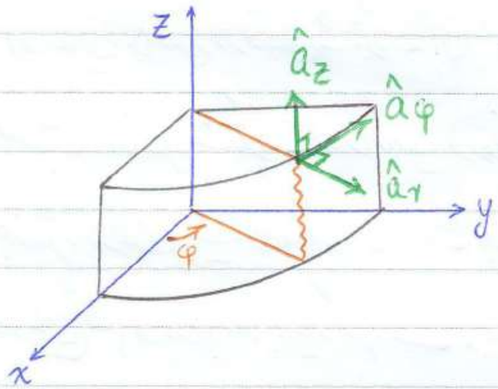
$$D = \varepsilon E$$

فرم میدان الکتریکی در مختصات قائم: $P(x, y, z)$



$$\Delta V = \frac{\partial v}{\partial x}\hat{a}_x + \frac{\partial v}{\partial y}\hat{a}_y + \frac{\partial v}{\partial z}\hat{a}_z$$

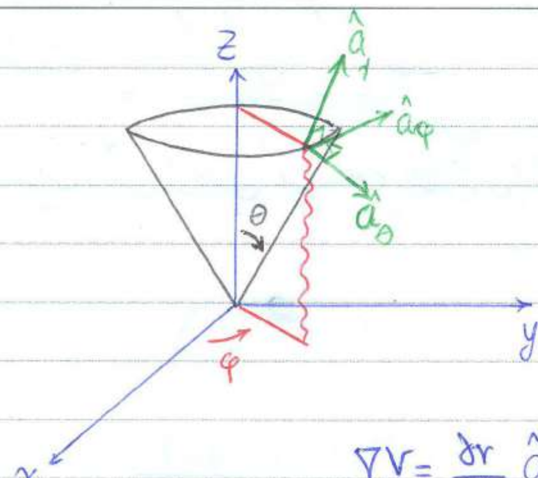
فرم میدان الکتریکی در مختصات استوانه‌ای: $P(r, \varphi, z)$



$$\nabla V = \frac{\partial v}{\partial r}\hat{a}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \varphi}\hat{a}_\varphi + \frac{\partial v}{\partial z}\hat{a}_z$$

جلسه‌ی سوم ۹۲/۷/۱۵

فرم میدان الکتریکی در مختصات کروی : $P(r, \theta, \varphi)$



$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial r}\hat{a}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\hat{a}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \varphi}\hat{a}_\varphi$$

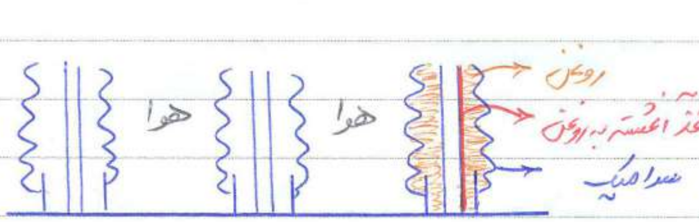
$$\mathrm{div}(\mathrm{grad}\, v) = \frac{-\rho}{\varepsilon}$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \frac{-\rho}{\varepsilon} \xleftarrow{\text{مختصات قائم}} \nabla^2 v = \frac{-\rho}{\varepsilon}$$ معادله‌ی پواسون

اگر تجمع بار نداشتیم $(\rho = 0)$ ← معادله لاپلاس $\nabla^2 v = 0 \xrightarrow{\text{قائم}}$ $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0$

عایق‌های بوشینگ ترانس :

۱- هوا
۲- سرامیک
۳- روغن
۴- کاغذ آغشته به روغن



اگر عایق ایده‌آل باشد، بار الکتریکی بین فصل مشترک‌ها جمع نمی‌شود و ما با معادله‌ی لاپلاس سروکار داریم. اما عایق واقعی در فصل مشترک آن بار الکتریکی جمع می‌شود. بین هوا و سرامیک بار الکتریکی کمتری نسبت به فصل مشترک سرامیک و روغن یا روغن و کاغذ آغشته به روغن جمع شده است؛ چون گاز جنبش مولکولی بیشتری دارد و ذرات باردار به مقدار کمتری جمع می‌شوند. این جنبش مولکولی در گاز زیاد، در مایع کم و در جامد بسیار کم است. پس جمع ذرات باردار در گاز خیلی کم، در مایع کم و در جامد زیاد است.

امّا ما می‌توانیم با تقریب از معادله‌ی لاپلاس استفاده کنیم. نکته‌ی دیگر آنکه برای جلوگیری از لغزش شارژها، مقره‌ها را مارپیچ می‌سازند تا طول مقره بیشتر شود.

فرم معادله‌ی لاپلاس در مختصات قائم:

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

فرم معادله‌ی لاپلاس در مختصات استوانه‌ای:

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

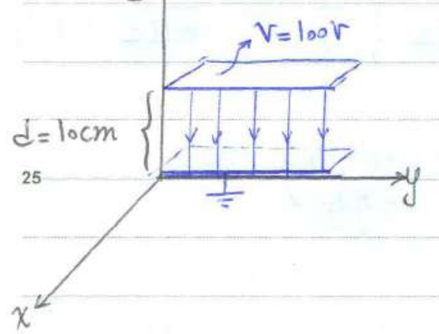
فرم معادله‌ی لاپلاس در مختصات کروی:

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial V}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\frac{\partial V}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} = 0$$

مثال) جوشن‌های خازن مسطح با فاصله‌ی d از یکدیگر قرار دارند و بین آن‌ها عایق مناسب وجود دارد. میدان الکتریکی بین دو صفحه به صورت همگن و خارج از آن به صورت ناهمگن است. با فرض این که بین فصل مشترک عایق‌ها بار الکتریکی موجود نباشد:

الف) رابطه‌ای جهت تحلیل مسئله به دست آورید.

ب) اگر $d=10cm$ ، نقطه‌ای با مقدار $Z=1cm$ و $V=100V$ فرض کنیم، پتانسیل نقطه‌ی مجهول را به دست آورید.



حل) الف) با استفاده از معادله‌ی لاپلاس در مختصات دکارتی (حجم: مکعب)

$$\cancel{\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}}^{0} + \cancel{\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}}^{0} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

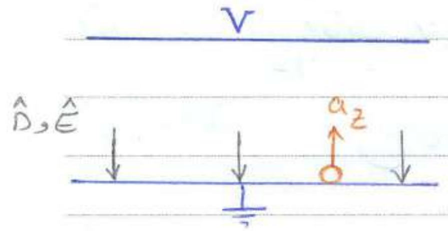
$$\rightarrow \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \rightarrow V = aZ + b$$

ب)

$$\left.\begin{array}{l} Z=0,\ V=0 \rightarrow b=0 \\ V=100,\ Z=10 \rightarrow a=10 \end{array}\right\} \Rightarrow V = 10Z$$

$$V\Big|_{Z=1cm} = 10\times 1 = 10\ (V)$$

محاسبه‌ی فرمول فیزیکی ظرفیت خازن با استفاده از شار الکتریکی:



$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \qquad C = \frac{Q}{V}$$

$$\oint \vec{D}\cdot\vec{ds} = Q \rightarrow \oint \vec{D}\cdot\vec{ds} = CV$$

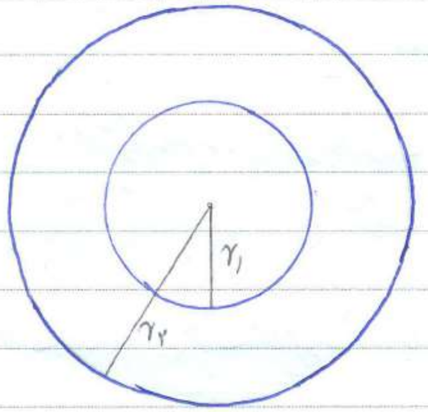
$$\oint \vec{D}\cdot\vec{ds} = \left(-\varepsilon \frac{V}{d}\hat{a}_z\right)\cdot\left(-A\hat{a}_z\right) = CV \rightarrow \varepsilon \frac{\cancel{V}}{d} A = C\cancel{V} \rightarrow C = \varepsilon \frac{A}{d}$$

$D = \varepsilon E$ و $E = \frac{V}{d}$

جلسه‌ی چهارم ۹۲,۷,۲۲

محاسبه‌ی میدان الکتریکی با روش کلاسیک:

محاسبه‌ی میدان بین دو کره‌ی هم مرکز:



$$D = \varepsilon E$$

$$D = \frac{Q}{4\pi r^2} \rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$$

$$V_{12} = \int_{r_1}^{r_2} \bar{E}\cdot d\bar{l} = \int_{r_1}^{r_2} \left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon r}\hat{a}_r\right)\cdot\left(dr\,\hat{a}_r\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\int_{r_1}^{r_2}\frac{1}{r^2}\,dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(-\frac{1}{r}\right)\Big|_{r_1}^{r_2}$$

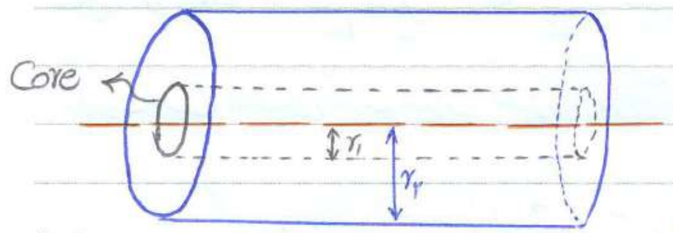
$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(-\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}\right) = E r^2\left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}\right)$$

$$\rightarrow E = \frac{V_{12}}{r^2\left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}\right)} \qquad \rightarrow \quad E_{max} = \frac{V_{12}}{r_1\left(\frac{r_2 - r_1}{r_2}\right)} = \frac{V_{12}}{r_1}\left(\frac{r_2}{r_2 - r_1}\right)$$

متغیر

شدت میدان در کره‌ی کوچکتر بیشتر است چون چگالی شار بیشتر می‌باشد.

محاسبه‌ی میدان الکتریکی در دو استوانه‌ی هم محور:



$$D=\frac{Q}{2\pi r l} \rightarrow E=\frac{Q}{2\pi\varepsilon r l}$$

امّا در آزمایشگاه ولتاژ را می‌توانیم اندازه بگیریم.

$$V_{12}=\int_{r_1}^{r_2}\vec{E}\cdot\vec{dl}=\int_{r_1}^{r_2}\frac{\vec{Q}}{2\pi\varepsilon r l}\cdot\vec{dr}=\frac{Q}{2\pi r l}\int_{r_1}^{r_2}\frac{1}{r}\underbrace{\hat{a}_r\cdot dr\,\hat{a}_r}_{1}$$

$$\rightarrow V_{12}=\frac{Q}{2\pi\varepsilon l}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r}=\underbrace{\frac{Q}{2\pi\varepsilon l}}_{Er}Ln\frac{r_2}{r_1}\rightarrow \boxed{V_{12}=\frac{Q}{2\pi\varepsilon l}Ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

$$\rightarrow V_{12}=E r\,Ln\frac{r_2}{r_1}\rightarrow \boxed{E=\frac{V_{12}}{r\,Ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}}$$

بیشترین مقدار میدان روی قسمت محور داخلی (r_1) است:

$$E_{max}=\frac{V_{12}}{r_1\,Ln\frac{r_2}{r_1}}$$

تکلیف: رابطه‌ی E_{max} در چه صورتی حداقل است؟ $(E_{max})_{min}=?$

محاسبه‌ی میدان با استفاده از قانون گاوس:

$$\oint\bar{E}\cdot\bar{ds}=\frac{\text{بار محصور در آن سطح بسته}}{\varepsilon}$$

با مشخص شدن توزیع بار در حالت‌های خاص می‌توان شدت میدان $(\vec{E})$ را مشخص نمود:

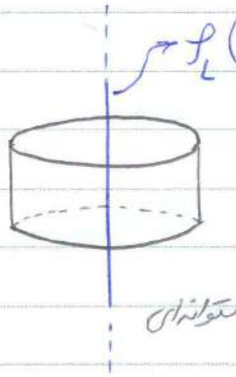
حالات خاص:

الف) شکل میدان را از قبل بدانیم.

ب) بتوانیم سطح بسته‌ی فرضی ای پیدا کنیم که روی آن سطح میدان $(\vec{E})$ و تغییرات سطح $(\vec{ds})$ با برهم عمود و یا باهم موازی باشند؛ که در صورت اول حاصلضرب برابر صفر است و در صورت دوم میدان باید مقدار ثابتی داشته باشد تا از آن بتوان انتگرال گیری کرد.

مثال) روی خط مستقیم طویلی بار الکتریکی با چگالی یکنواخت ρ_L برحسب $(\frac{C}{m})$ توزیع شده است.

مطلوب است محاسبه‌ی شدت میدان الکتریکی برای توزیع بار و با استفاده از مختصات استوانه‌ای.



۱) به علت اینکه طول سیم بی‌نهایت فرض شده است میدان حاصل تابعی از z نیست. ρ_L (کولن/متر)

۲) همچنین بار یکنواخت است؛ پس تابعی از φ هم نمی‌باشد چرا که روی دوایر با شعاع یکنواخت و با φ های یکسان قرار دارد.

⇐ ۳) پس میدان حاصل فقط تابع r است. $\vec{E} = E_r \hat{a}_r$

مختصات استوانه‌ای $\begin{cases} r \ ✓ \\ \varphi \ ✗ \\ z \ ✗ \end{cases}$

$$\oint \vec{E}\cdot \vec{ds} = \frac{\rho_L \cdot L}{\varepsilon} \rightarrow \int_{\text{بالا}} \vec{E}\cdot\vec{ds} + \int_{\text{پایین}} \vec{E}\cdot\vec{ds} + \int_{\text{جانب}} \vec{E}\cdot\vec{ds} = \frac{\rho_L \cdot L}{\varepsilon}$$

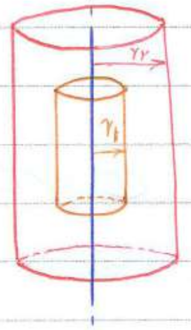
$$\rightarrow \int_{\text{بالا}} \underbrace{E_r \hat{a}_r\, ds\cdot(\hat{a}_z)}_{\text{صفر}} + \int_{\text{پایین}} \underbrace{E_r \hat{a}_r\, ds\cdot(-\hat{a}_z)}_{\text{صفر}} + \int_{\text{جانبی}} E_r \underbrace{\hat{a}_r\, ds\, \hat{a}_r}_{1} = \frac{\rho_L \cdot L}{\varepsilon}$$

$$\int_{\text{جانبی}} E_r \underbrace{\hat{a}_r\, ds\cdot\hat{a}_r}_{1} = E_r \int ds = E_r S = E_r(2\pi r l) = \frac{\rho_L \cdot L}{\varepsilon} \qquad \boxed{E_r = \frac{\rho_L}{2\pi r \varepsilon}}$$

$$V_{12} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E}\cdot\vec{dl} \rightarrow V_{12} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r}\right) dr$$

جلسه‌ی پنجم ۹۲/۷/۲۹

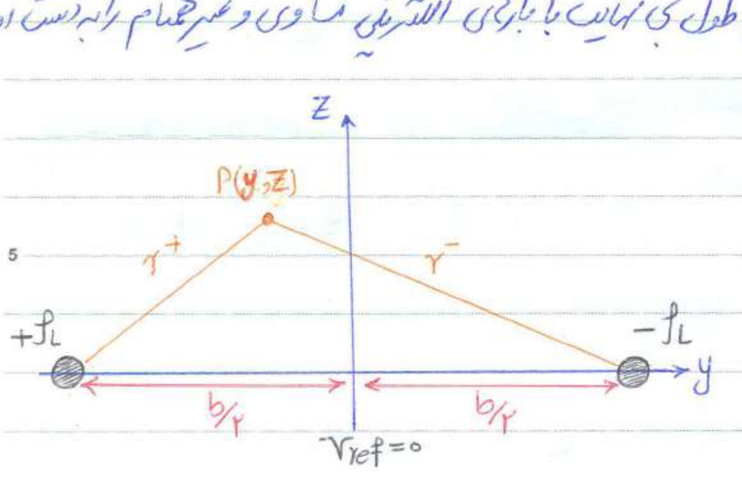
$$= \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon} \operatorname{Ln} r \Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon}(\operatorname{Ln} r_2 - \operatorname{Ln} r_1) = \frac{\rho_L}{\underbrace{2\pi\varepsilon}_{\varepsilon r}} \operatorname{Ln}\frac{r_2}{r_1}$$



$$\boxed{V_{12} = \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon} \operatorname{Ln}\frac{r_2}{r_1}}$$

مثال) میدان الکتریکی ما بین دو خط موازی به طول بی‌نهایت با بارهای الکتریکی مساوی و غیر همنام را به دست آورید.

از مثال قبل: $V_{12} = \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{r_2}{r_1}$



$$V^- = \frac{-\rho_L}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{b/2}{r^-} = \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r^-}{b/2}$$

$$V^+ = \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{b/2}{r^+}$$

$$V^+ + V^- = \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r^-}{b/2} + \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{b/2}{r^+} = \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0}\left(\ln\frac{r^-}{b/2} + \ln\frac{b/2}{r^+}\right)$$

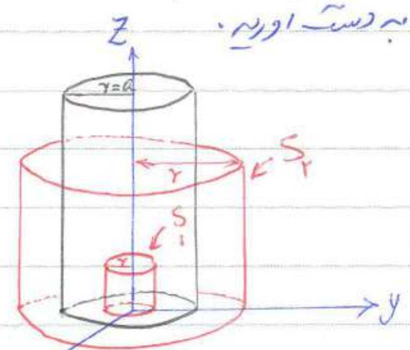
$$= \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{r^+}{b/2}\times\frac{b/2}{r^-}\right) \rightarrow \boxed{V^+ + V^- = \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r^-}{r^+}}$$

$$\frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{b/2}{r}\right)^2$$

تکلیف: همین مثال درصورتی که هر دو همنام باشند؟

مثال) بار الکتریکی با چگالی یکنواخت $\rho_s\ (\frac{C}{m^2})$ روی سطح استوانه‌ای در مختصات $r=a$ توزیع شده است.

شدت میدان الکتریکی در تمام نقاط فضا را با استفاده از قانون گاوس به دست آورید.



بار یکنواخت ← φ بی‌تأثیر
طول بی‌نهایت ← z بی‌تأثیر
$\Rightarrow \bar{E} = E_r\,\hat{a}_r$

ابتدا استوانه‌ای با شعاع $r<a$ (سطح S_1) را در نظر می‌گیریم:

$$\oint \bar{E}\cdot d\bar{s} = \frac{\text{بار}}{\varepsilon} = \int_{\text{پایین}} E_r \underbrace{\underbrace{\hat{a}_r \cdot}_{\text{صفر}} ds(-\hat{a}_z)}_{0} + \int_{\text{بالا}} E_r \underbrace{\underbrace{\hat{a}_r \cdot}_{\text{صفر}} ds(\hat{a}_z)}_{0} + \int_{\text{جانبی}} E_r \underbrace{\hat{a}_r\, ds\, \hat{a}_r}_{1} = \frac{0}{\varepsilon}$$

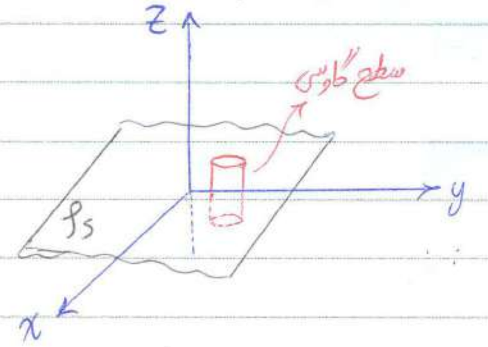
$$\to E_r S_{\text{جانبی}} = 0 \to \boxed{\bar{E}_r = 0 \quad r<a}$$

اکنون برای استوانه‌ای با شعاع $a<r$ (سطح S_2) محاسبات را انجام می‌دهیم.

$$\int_{\text{بالا}} E_r \underbrace{\hat{a}_r \cdot}_{\text{صفر}} ds(\hat{a}_z) + \int_{\text{پایین}} E_r \underbrace{\hat{a}_r \cdot}_{\text{صفر}} ds(-\hat{a}_z) + \int_{\text{جانبی}} E_r \underbrace{\hat{a}_r \cdot ds(\hat{a}_r)}_{1} = \frac{Q_{in}}{\varepsilon}$$

$$\to E_r \int ds = E_r(\cancel{2}\cancel{\pi} r \cancel{l}) = \frac{\rho_s(\cancel{2}\cancel{\pi} a \cancel{l})}{\varepsilon_0} \to \boxed{\bar{E}_{r \atop r>a} = \frac{a\rho_s}{r\varepsilon_0}\hat{a}_r}$$

مثال: روی صفحه‌ی $z=0$ بار الکتریکی با چگالی سطح ρ_s به طور یکنواخت توزیع شده است. شدت میدان الکتریکی را در تمام نقاط فضا حساب کنید.



$$\bar{E} = \begin{cases} E_z \hat{a}_z & z>0 \\ -E_z \hat{a}_z & z<0 \end{cases}$$

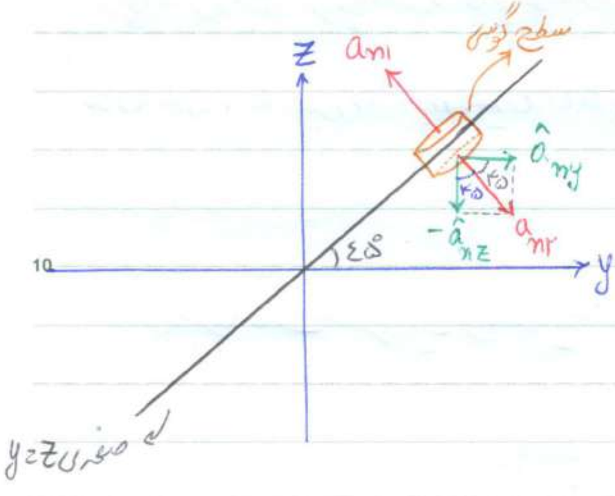
$$\oint \bar{E}\cdot d\bar{s} = \frac{\text{بار محصور در سطح بسته}}{\varepsilon} \to \int_{\text{بالا}} E_z \underbrace{(\hat{a}_z)\cdot ds(\hat{a}_z)}_{1} + \int_{\text{پایین}} -E_z \underbrace{(\hat{a}_z)\cdot ds(-\hat{a}_z)}_{1} + \int_{\text{جانبی}} E_z \underbrace{(\hat{a}_z)\cdot ds\hat{a}_r}_{\text{صفر}}$$

$$= 2\int E_z ds = 2E_z S_{\text{سطح مقطع}} = 2E_z(r^2\pi) = \frac{\rho_s(\pi r^2)}{\varepsilon}$$

$$\to E_z = \frac{\rho_s}{2\varepsilon} \to \bar{E} = \begin{cases} \frac{\rho_s}{2\varepsilon}\hat{a}_z \;; & z>0 \\ \frac{-\rho_s}{2\varepsilon}\hat{a}_z \;; & z<0 \end{cases}$$

جلسه‌ی ششم ۱/۸/۹۲

مثال) روی صفحه‌ی $y = z$ بار الکتریکی با چگالی $\rho_s = -3\left(\frac{c}{m^2}\right)$ به صورت یکنواخت توزیع شده است. شدت میدان الکتریکی در تمام نقاط فضا را محاسبه کنید. (طول صفحه را بی نهایت فرض کنید).



$$\hat{a}_{n2} = 1(\sin 45^\circ)(-\hat{a}_z) + 1(\cos 45^\circ)(\hat{a}_y) = \frac{-\sqrt{2}}{2}\hat{a}_z + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{a}_y$$

$$\hat{a}_{n1} = 1(\sin 45^\circ)(\hat{a}_z) + 1(\cos 45^\circ)(-\hat{a}_y) = \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{a}_z - \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{a}_y$$

$$\int(\bar{E}\cdot\hat{a}_{n1})\cdot(ds\cdot\hat{a}_{n1}) + \int(E\,\hat{a}_{n2})\cdot(ds\,\hat{a}_{n2}) = \frac{\rho_s(\pi r^2)}{\varepsilon} \rightarrow 2\int E\cdot ds = \frac{\rho_s(\pi r^2)}{\varepsilon}$$

$$\rightarrow 2E(\pi r^2) = \frac{\rho_s(\pi r^2)}{\varepsilon} \rightarrow E = \frac{\rho_s}{2\varepsilon} \quad , \quad \rho_s = -3\left(\frac{c}{m^2}\right)$$

$$\rightarrow \bar{E}_{\text{بالا}} = \frac{-3}{2\varepsilon}\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\hat{a}_y + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{a}_z\right)$$

$$\bar{E}_{\text{پایین}} = \frac{-3}{2\varepsilon}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{a}_y + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{a}_z\right)$$

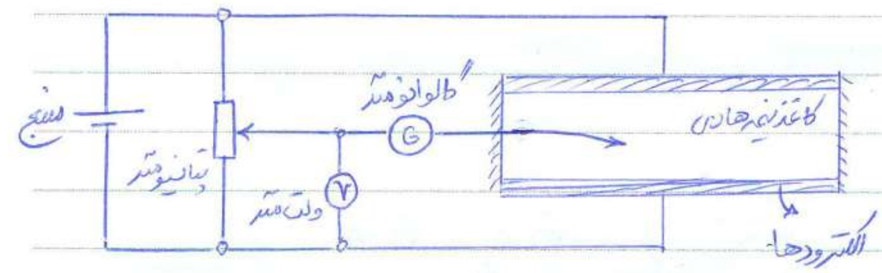
تکلیف: روی صفحه‌ی $y = -12$ بار الکتریکی ρ_{s_1} و روی صفحه‌ی $y = 8$ بار الکتریکی ρ_{s_2} به صورت یکنواخت توزیع شده است. شدت میدان الکتریکی کل در تمام نقاط فضا را پیدا کنید.

فصل سوم

محاسبه ی میدان الکتریکی با روش های عددی:

در سال های اخیر روش های متعددی برای حل معادلات دیفرانسیلی با مشتقات جزئی و از جمله معادلات لاپلاس و پواسن ابداع گردیده است. باید توجه داشت که حل معادلات دیفرانسیل پواسن تقریباً مشکل است و روش معمول عددی برای محاسبه ی میدان شامل روش تفاضل محدود (یا تفاضل متناهی)، روش بارهای فرضی و روش گوس سایدل مناسب است.

روش تجربی تانک الکترولیت و کاغذ نیمه هادی

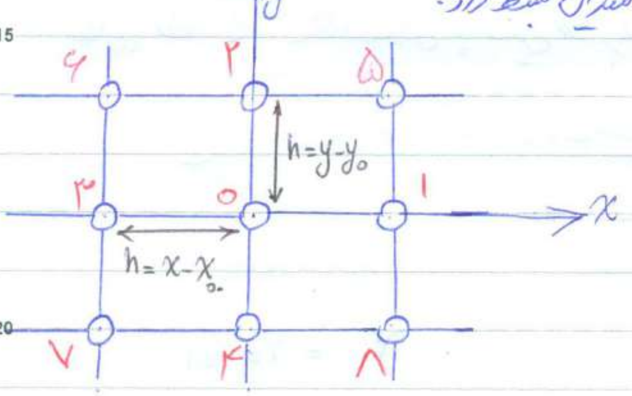


قبل از پیشرفت روش های عددی از تانک الکترولیت برای تعیین شکل میدان استفاده ی فراوانی شده است. برای این منظور یک ظرف نسبتاً بزرگی از جنس عایق تهیه و در آن الکترودها را قرار می دهیم. یک منبع ولتاژ به الکترودها اتصال و به کمک یک مقسم مقاومتی (پتانسیومتر) می توان هر پتانسیل دلخواه را برای اتصال از طریق گالوانومتر مهیا نمود. تانک الکترولیت به شبکه ی امپدانسی شباهت دارد که می تواند دوبعدی یا سه بعدی باشد. در مورد میدان های دوبعدی می توان از کاغذ نیمه هادی استفاده نمود. این کاغذ دارای قابلیت هدایت الکتریکی کوچک است. با استفاده از رنگ مخصوص می توان شکل الکترودها را بر روی کاغذ نیمه هادی رسم نمود. رنگ هادی را می توان از پودر فلز نقره تهیه نمود. اندازه گیری پتانسیل هر نقطه با تعیین خطوط هم پتانسیل بر روی کاغذ نیمه هادی به راحتی ممکن است.

روش‌های تفاضل متناهی (تفاضل محدود) Finite Difference Method

این روش ابتدا توسط "گاوس" شناخته شده است و "هولتزمن" به فاصله‌ی کمی از آن در سال ۱۸۹۲ مقاله‌ای در همین زمینه منتشر کرد. در شکل زیر یک شبکه‌ی منظم مربعی در صفحه‌ی xy نمایش داده شده است که در آن اضلاع مربع‌ها موازی با محورهای x و y رسم شده است و محل تلاقی خطوط افقی و عمودی گره‌ها را تشکیل داده‌اند که در هر محاسبه تنها ۵ گره از اهمیت ویژه برخوردارند:

گره‌ی اول: صفر (۰) نقطه‌ی مورد نظر است و چهار گره‌ی همسایه‌ی آن (۱،۲،۳،۴) که در اطراف نقطه‌ی صفر با فاصله‌ی h قرار دارند. از آنجا که پتانسیل در داخل میدان پیوسته است، می‌توان آن را با سری تیلور حول هر نقطه‌ی x و y از میدان بسط داد.



$$V(x,y) = V(x_0,y_0) + \frac{1}{1!}\left[(x-x_0)\frac{\partial V}{\partial x}(x_0,y_0) + (y-y_0)\frac{\partial V}{\partial y}(x_0,y_0)\right] +$$

$$\frac{1}{2!}\left[(x-x_0)^2\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}(x_0,y_0) + 2(x-x_0)(y-y_0)\frac{\partial^2 V}{\partial y\partial x}(x_0,y_0) + (y-y_0)^2\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}(x_0,y_0)\right] + \cdots$$

با استفاده از بسط تیلور برای نقاط ۱ تا ۴ می‌توان نوشت:

$$\nabla^2 V = V_{xx} + V_{yy} = \begin{cases} 0 & \text{معادله ی لاپلاس} \\ -\rho(x,y)/\varepsilon & \text{معادله ی پواسن} \end{cases}$$

صفحه ی ۴- ۱۸۹ فشارقوی
کتاب دکتر محسنی

Subject:
Year: Month: Day: ( ) page: ( )

$$V_1 = V(x_0,y_0) + h\frac{\partial v}{\partial x}(x,y) + 0 + \frac{1}{2}\left[h^2\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}(x,y) + 0 + 0\right] \qquad x-x_0=h,\ y-y_0=0$$

$$V_2 = V(x_0,y_0) + 0 + h\frac{\partial v}{\partial y}(x,y) + \frac{1}{2}\left[0+0+h^2\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}(x,y)\right] \qquad x-x_0=0,\ y-y_0=h$$

$$V_3 = V(x_0,y_0) - h\frac{\partial v}{\partial x}(x,y) + 0 + \frac{1}{2}\left[h^2\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}(x_0,y_0) + 0 + 0\right] \qquad x-x_0=-h,\ y-y_0=0$$

$$V_4 = V(x_0,y_0) + 0 - h\frac{\partial v}{\partial y}(x,y) + \frac{1}{2}\left[0+0+h^2\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}(x,y)\right] \qquad x-x_0=0,\ y-y_0=-h$$

با از جمع V_1 تا V_4 $\leftarrow$ $h^2\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + h^2\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0$

$$\Rightarrow \boxed{V_0 = V(x_0,y_0) = \frac{V_1+V_2+V_3+V_4}{4}}$$

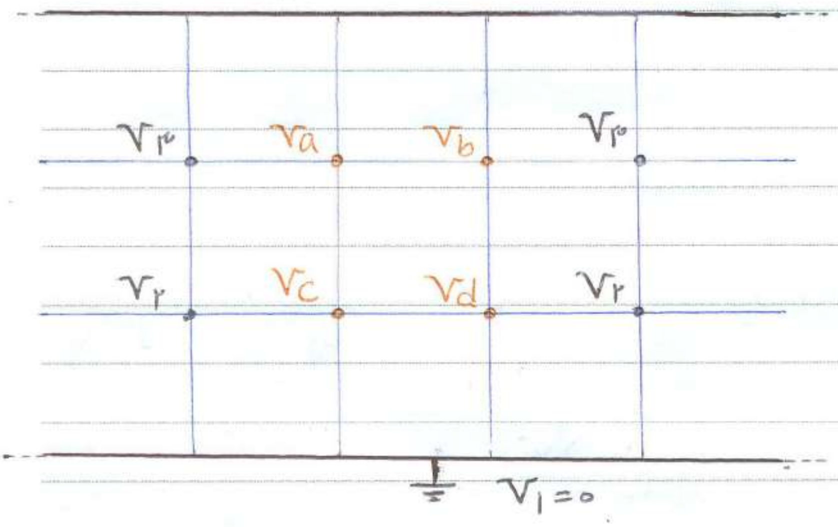
رابطه ی چهار گوش

"کتاب مهندسی فشارقوی دکتر محمدی ص ۲۸"

جلسه ی هفتم ۹۲/۸/۵

مثال) مطلوب است محاسبه ی پتانسیل الکتریکی در نقاط مجهول V_a ، V_b ، V_c و V_d بین دو الکترود خازنی مسطح درصورتی که محاسبات را در یک میدان همگن انجام دهیم.

$V_4 = 90\,(v)$



$V_3 = 60\,(v)$

$V_2 = 30\,(v)$

$V_1 = 0$

$$V_a = \tfrac{1}{4}(V_3 + V_b + V_4 + V_c) \qquad V_c = \tfrac{1}{4}(V_2 + V_d + V_a + V_1)$$

$$V_b = \tfrac{1}{4}(V_a + V_3 + V_4 + V_d) \qquad V_d = \tfrac{1}{4}(V_c + V_2 + V_b + V_0)$$

معلوم و مجهول را جدا می کنیم.

$$\left.\begin{array}{l} 4V_a - V_b - V_c + 0 = V_3 + V_4 \\ -V_a + 4V_b + 0 - V_d = V_3 + V_4 \\ -V_a + 0 + 4V_c - V_d = V_1 + V_2 \\ 0 - V_b - V_c + 4V_d = V_1 + V_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 4 \end{bmatrix}}_{A:\ \text{ماتریس ضرایب}} \underbrace{\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_d \end{bmatrix}}_{B:\ \text{مجهولات}} = \underbrace{\begin{bmatrix} V_3 + V_4 = 150 \\ V_3 + V_4 = 150 \\ V_1 + V_2 = 30 \\ V_1 + V_2 = 30 \end{bmatrix}}_{C:\ \text{معلومات}}$$

داریم: $A \times B = C \rightarrow B = A^{-1} \times C$

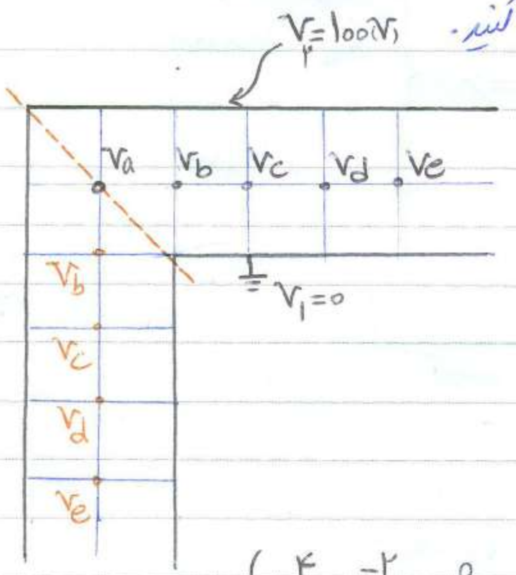
$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 150 \\ 150 \\ 30 \\ 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2917 & 0.0833 & 0.0833 & 0.0417 \\ 0.0833 & 0.2917 & 0.0417 & 0.0833 \\ 0.0833 & 0.0417 & 0.2917 & 0.0833 \\ 0.0417 & 0.0833 & 0.0833 & 0.2917 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 150 \\ 150 \\ 30 \\ 30 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow V_a = V_b = V_3 = 60\,(V)$$

$$V_c = V_d = V_2 = 30\,(V)$$

بدون حل به روش FDM هم می‌توانستیم بگوییم V_a و V_b و V_3 باهم برابرند؛ چون میدان همگن بود.

مثال) با توجه به اینکه پتانسیل نقطه‌ی V_e به واسطه‌ی همگن شدن میدان الکتریکی به ۵۰٪ میل می‌کند پتانسیل نقاط مجهول V_a، V_b، V_c و V_d را محاسبه کنید.



$$V_e = (100 - 0) \times 50\% = 50\,(V)$$

$$V_a = \frac{1}{4}(100 + 100 + 2V_b)$$

$$V_b = \frac{1}{4}(V_a + 100 + V_c + 0)$$

$$V_c = \frac{1}{4}(100 + V_b + V_d + 0)$$

$$V_d = \frac{1}{4}(V_c + 100 + \overset{50}{\cancel{V_e}} + 0)$$

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 200 \\ 100 \\ 100 \\ 150 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} V_a = 78.866\,(V) \\ V_b = 57.732\,(V) \\ V_c = 52.0619\,(V) \\ V_d = 50.5155\,(V) \end{cases}$$

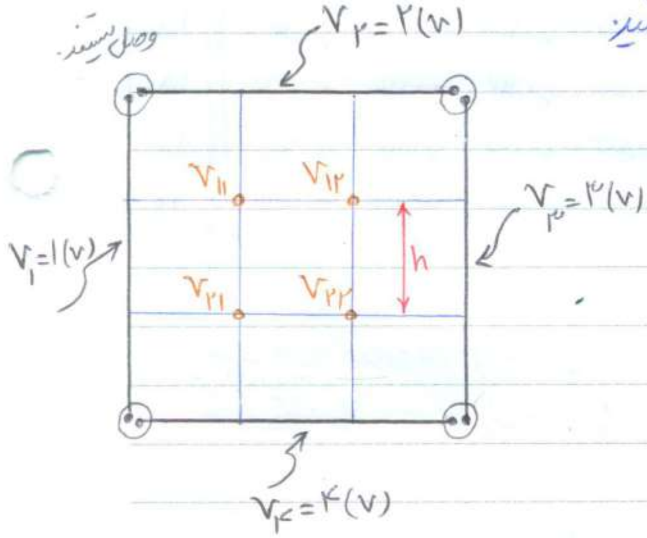
مثال) در شکل مقابل مطلوب است:

الف) محاسبه‌ی ۴ ناحیه‌ی پتانسیل مجهول V_{11} ، V_{12} ، V_{21} و V_{22} .

ب) با فرض $h=1cm$ ، شدت میدان هر ناحیه را به دست آورید.

ج) با داشتن ضریب نفوذپذیری $\varepsilon_r=2.2$ و $\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}$ ، $\overbrace{\text{چگالی شار}}^{D}$ هر ناحیه را حساب کنید.

د) با فرض $l=1cm$ بار الکتریکی هر ناحیه را حساب کنید.



حل - الف)

$$V_{11}=\frac{1}{4}\left(V_1+V_{12}+V_2+V_{21}\right)$$

$$V_{12}=\frac{1}{4}\left(V_{11}+V_3+V_2+V_{22}\right)$$

$$V_{21}=\frac{1}{4}\left(V_1+V_{22}+V_{11}+V_4\right)$$

$$V_{22}=\frac{1}{4}\left(V_{21}+V_3+V_{21}+V_4\right)$$

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} V_{11} \\ V_{12} \\ V_{21} \\ V_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} V_{11}=2(v) \\ V_{12}=2.5(v) \\ V_{21}=2.5(v) \\ V_{22}=3(v) \end{cases}$$

ب)

$$V=\int \vec{E}\cdot\vec{dl}=Ed \Rightarrow E=\frac{\text{اختلاف پتانسیل دو نقطه}}{\text{فاصله}}$$

$$E_1=\frac{V_2-V_{11}}{d}=\frac{2-2}{1}=0\left(\frac{V}{cm}\right) \qquad E_2=\frac{V_2-V_{12}}{d}=-0.5\left(\frac{V}{cm}\right)=-0.5\times10^{+2}\left(\frac{V}{m}\right)$$

$$E_3=\frac{V_3-V_{12}}{d}=\frac{3-2.5}{1}=0.5\left(\frac{V}{cm}\right) \qquad E_4=\frac{V_3-V_{22}}{d}=\frac{3-3}{1}=0\left(\frac{V}{cm}\right)$$

$$E_5=\frac{V_4-V_{22}}{d}=\frac{4-3}{1}=1\left(\frac{V}{cm}\right) \qquad E_6=\frac{V_4-V_{21}}{d}=\frac{4-2.5}{1}=1.5\left(\frac{V}{cm}\right)$$

$$E_7=\frac{V_1-V_{21}}{d}=\frac{1-2.5}{1}=-1.5\left(\frac{V}{cm}\right) \qquad E_8=\frac{V_1-V_{11}}{d}=\frac{1-2}{1}=-1\left(\frac{V}{cm}\right)$$

$D = \overset{\varepsilon}{\widetilde{\varepsilon_0 \varepsilon_r}} E$ (ج

$\Rightarrow D_1 = 0 \quad , \quad D_2 = 8.85\times10^{-12} \times 2.2 \times (-0.5\times10^{2}) = -9.735\times10^{-10} \left(\frac{C}{m^2}\right) = -9.735\times10^{-14} \left(\frac{C}{cm^2}\right)$

$D_3 = 8.85\times10^{-12} \times 2.2 \times (0.5\times10^{2}) = 9.735\times10^{-14} \left(\frac{C}{cm^2}\right)$

$D_4 = 0 \quad , \quad D_5 = 8.85\times10^{-12} \times 2.2 \times (1\times10^{2}) = 1.947\times10^{-9} \left(\frac{C}{m^2}\right) = 1.947\times10^{-13} \left(\frac{C}{cm^2}\right)$

$D_6 = 2.9205\times10^{-13} \left(\frac{C}{cm^2}\right) \quad , \quad D_7 = -2.9205\times10^{-13} \left(\frac{C}{cm^2}\right) \quad , \quad D_8 = -1.947\times10^{-13} \left(\frac{C}{cm^2}\right)$

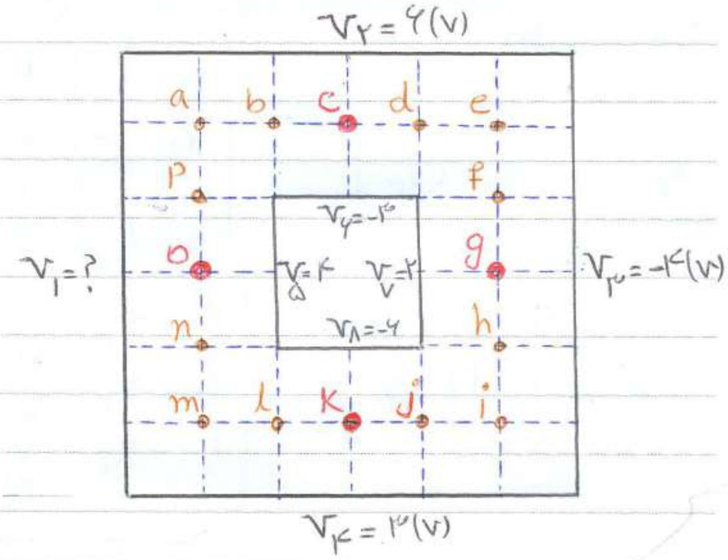
$Q = \int \bar{D} \cdot \bar{ds} \Rightarrow Q_1 = D_1 \cdot h \cdot l$ (د

$Q_1 = 0 \times 1cm \times 1cm = 0 \quad , \quad Q_2 = -9.735\times10^{-14} \left(\frac{C}{cm^2}\right) \times 1cm \times 1cm = -9.735\times10^{-14} C$

$Q_3 = D_3 \times 1cm \times 1cm = 9.735\times10^{-14} C \quad , \quad Q_4 = 0 \quad , \quad Q_5 = 1.947\times10^{-13} C$

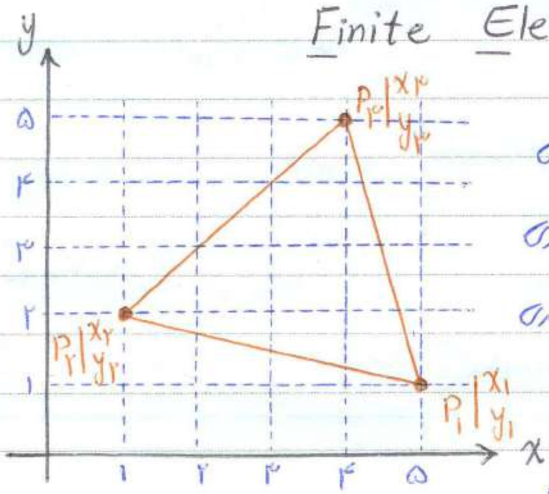
$Q_6 = 2.9205\times10^{-13} C \quad , \quad Q_7 = -2.9205\times10^{-13} C \quad , \quad Q_8 = -1.947\times10^{-13} C$

تکلیف: با استفاده از روش FDM درصورتی که نقاط c، g، k، o به واسطه‌ی همگن شدن رابطه‌ی میدان به سمت ۵۰٪ میل کند، ابتدا نقاط c، g، k و V_1 را محاسبه کرده و سپس ماتریسی با ابعاد ۱۲×۱۲ جهت نقاط مجهول به ترتیب حروف الفبای لاتین بنویسید.



جلسه‌ی هشتم ۹۲,۸,۸

روش اجزای محدود Finite Element Method



در این روش محدوده‌ی میدان مورد نظر با یک شبکه‌ی فرضی نشان داده می‌شود. این شبکه برای میدان‌های دوبعدی شامل مثلث‌های غیریکنواخت و برای میدان‌های سه بعدی به صورت چهاروجهی‌های غیرمنتظم می‌باشد.

این تقسیم بندی‌ها به ما نشان می‌دهد که فاصله‌ی گره‌ها را در شبکه متغیر انتخاب نماییم و در نتیجه می‌توان در نقاطی که شدت میدان زیاد است، سطح گره‌ها را کوچک و در نقاطی که تغییرات شدت میدان کم است، این سطوح را بزرگ انتخاب کنیم. در روش اجزای محدود از این اصل استفاده می‌شود که نحوه‌ی توزیع میدان الکتریکی با توجه به شرایط مرزی همواره به نحوی است که انرژی الکترواستاتیک ذخیره شده در میدان حداقل باشد. با توجه به این که در مورد میدان‌های دوبعدی ناحیه‌ی مورد بحث به مجموعه‌ای از مثلث‌های غیریکنواخت تقسیم می‌شود، مطابق شکل در هر جزء مثلث فرض می‌شود پتانسیل از رابطه‌ی زیر حاصل می‌گردد:

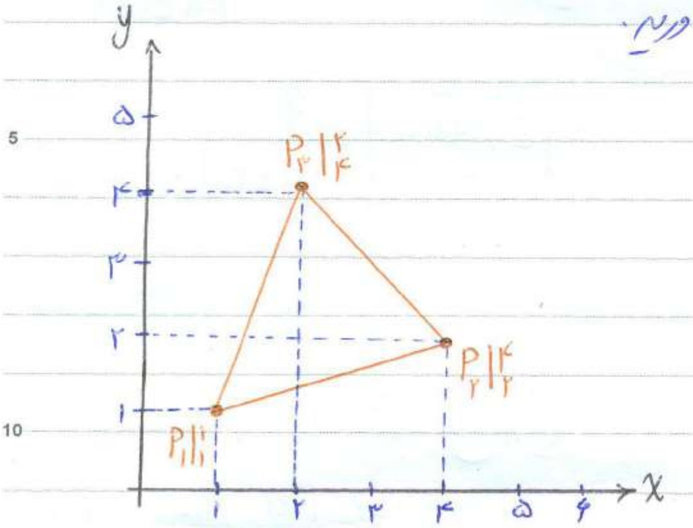
$$V = a + bx + cy$$

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= a + bx_1 + cy_1 \\ V_2 &= a + bx_2 + cy_2 \\ V_3 &= a + bx_3 + cy_3 \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}}$$

$$V(x,y) = \begin{bmatrix} 1 & x & y \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}}$$

مثال) یک جزء مثلث مطابق مختصات داده شده، گوشه‌ها و پتانسیل رئوس آن‌ها به صورت زیر می‌باشد.

پتانسیل V را در مختصات x و y به دست آوریم.



$V_1 = 11(v)$

$V_2 = 14(v)$

$V_3 = 20(v)$

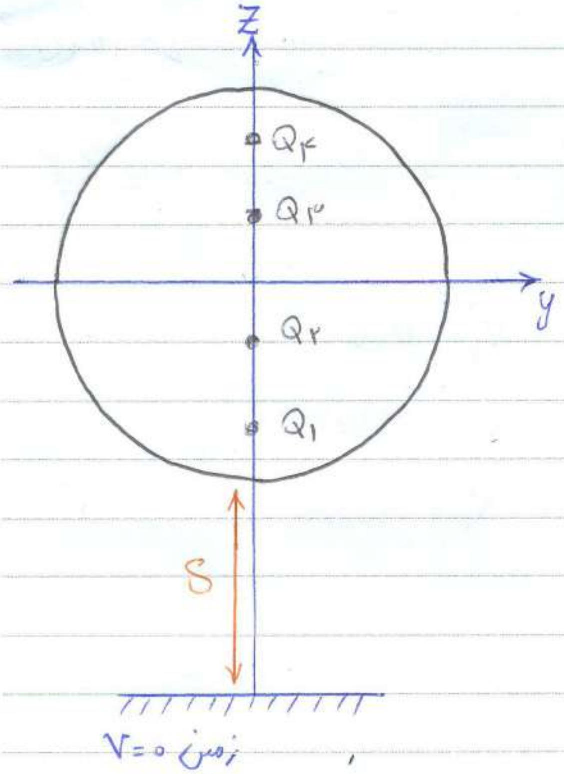
$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \Longrightarrow \begin{pmatrix} 11 \\ 14 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} 1 & x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.5 & -0.25 & -0.25 \\ -0.25 & 0.375 & -0.125 \\ -0.25 & -0.125 & 0.375 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11 \\ 14 \\ 20 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \boxed{V = 8 + 3y}$$

روش شبیه‌سازی بار Charge Simulation Method

سومین روش عددی که امروزه به صورت گسترده و موفق برای محاسبه‌ی میدان‌های الکتریکی به کار می‌رود روش شبیه‌سازی بار است. این روش براساس قوانین $V=PQ$ بنا گذارده شده است که در این رابطه: Q بار نقطه‌ای و $P = \frac{1}{4\pi\varepsilon d}$ می‌باشد.



$$F=\frac{qq'}{4\pi\varepsilon r^2} \xrightarrow{E=F/q} E=\frac{q}{4\pi\varepsilon r^2}$$

$$|V|=\int \bar{E}\cdot d\bar{l} = \left|\frac{q}{4\pi\varepsilon r}\right|$$

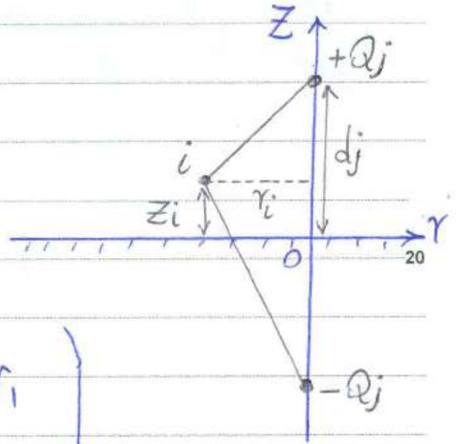
Z : فاصله‌ی نقطه‌ی همسان تا سطح زمین

d : فاصله‌ی Q تا سطح زمین

r : فاصله‌ی نقطه‌ی همسان تا محور Z

S : کمترین فاصله‌ی کره تا سطح زمین

اثرات متقابل بین نقاط به صورت یک ماتریس با ابعاد $m\times n$ برای ضریب P ظاهر می‌گردد و در ماتریس ستونی Q ضرب می‌شود و به پتانسیل تبدیل خواهد شد.

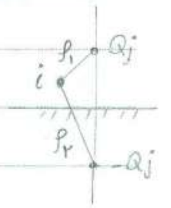


$$\begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdots & \cdots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \cdots & \cdots & P_{2n} \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ P_{i1} & P_{i2} & \cdots & P_{ij} & P_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ P_{n1} & P_{n2} & \cdots & P_{nj} & P_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{pmatrix}$$

با حل این دستگاه معادلات ⟵ مقادیر Q_1 تا Q_n به دست می‌آید.

$$\boxed{V_i=\sum_{j=1}^{n} P_{ij}Q_j = Q_1P_{i1}+Q_2P_{i2}+\cdots+Q_nP_{in}}$$

$$V_{ij}=\frac{Q_j}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{\rho_1}-\frac{1}{\rho_2}\right)$$



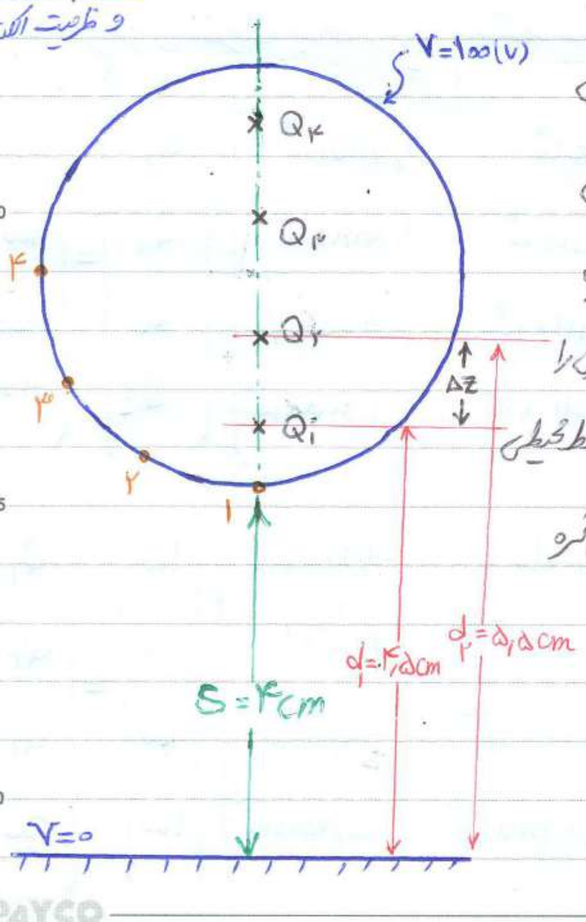
$$P_{ij}=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\left[\frac{1}{\sqrt{r_i^2+(d_j-z_i)^2}}-\frac{1}{\sqrt{r_i^2+(d_j+z_i)^2}}\right]$$

حداکثر شدت میدان برای $Z=S$ می باشد:

$$E_{max}=\left|-\sum_{j=1}^{n}\frac{Q_j}{4\pi\varepsilon}\left[\frac{1}{(d_j-S)^2}+\frac{1}{(d_j+S)^2}\right]\right|$$

$$C=\sum_{1}^{4}\frac{Q_j}{V}$$

مثال) قطبی گوی شکل را در هوا در نظر بگیرید که دارای شعاع $r=2cm$ و در فاصله‌ی $S=4cm$ از صفحه‌ای با پتانسیل $V=0$ واقع شده است. پتانسیل گوی $V=100$ فرض شده است. حداکثر شدت میدان را بدست آورید و ظرفیت الکتریکی



حل) در داخل گوی بر روی محور عمودی ۴ بار الکتریکی نقطه‌ای شکل در نظر می‌گیریم. فاصله‌ی بارهای الکتریکی از یکدیگر مساوی و برابر $\Delta Z=1cm$ می‌باشد. از آنجا که تعداد بارهای الکتریکی کم انتخاب شده است، نقاط انتخاب شده روی سطح گوی را در نیم کره‌ی پایین قرار می‌دهیم تا حداقل در این نیم کره خط محیطی دقیقی داشته باشیم. نقاط قرار گرفته روی خط محیطی کره دارای مختصات زیر می‌باشد:

$r_1 = 0$	$Z_1 = 4\,cm$	$d_1 = 4.5\,cm$
$r_2 = 2 \times \sin 30^\circ = 1\,cm$	$Z_2 = 4 + (2 - 2\cos 30^\circ) = 4.268\,cm$	$d_2 = 5.5\,cm$
$r_3 = 2 \times \sin 60^\circ = \sqrt{3} = 1.732\,cm$	$Z_3 = 4 + (2 - 2\cos 60^\circ) = 5\,cm$	$d_3 = 6.5\,cm$
$r_4 = 2\,cm$	$Z_4 = 4 + 2 = 6\,cm$	$d_4 = 7.5\,cm$

با مفروضات بالا ضریب بار الکتریکی:

$$P_{42} = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r 4\pi}\left(\frac{1}{\sqrt{r_4^2 + (d_2 - Z_4)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r_4^2 + (d_2 + Z_4)^2}}\right)$$

تبدیل از cm به m

$$= \frac{1}{8.85 \times 10^{-12} \times 4 \times \pi}\left[\frac{1}{\sqrt{2^2 + (5.5 - 6)^2}} - \frac{1}{\sqrt{2^2 + (5.5 + 6)^2}}\right] = 3.591 \times 10^{9} \times 10^{2} = 3.591 \times 10^{11}$$

با در نظر گرفتن ضرایب بار الکتریکی، دستگاه معادلات زیر به دست می‌آید:

$$\begin{pmatrix} 1.692\times10^{12} & 5.048\times10^{11} & 2.74\times10^{11} & 1.787\times10^{11} \\ 7.744\times10^{11} & 4.757\times10^{11} & 2.848\times10^{11} & 1.898\times10^{11} \\ 4.057\times10^{11} & 4.143\times10^{11} & 3.1512\times10^{11} & 2.244\times10^{11} \\ 2.755\times10^{11} & 3.591\times10^{11} & 3.6513\times10^{11} & 9.938\times10^{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 100 \\ 100 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1.384\times10^{-12} & -2.17\times10^{-12} & 9.48\times10^{-13} & -1.632\times10^{-13} \\ -8.42\times10^{-12} & 3.151\times10^{-11} & -3.045\times10^{-11} & 8.013\times10^{-12} \\ 2.50\times10^{-11} & -1.099\times10^{-10} & 1.401\times10^{-10} & -5.12\times10^{-11} \\ 2.21\times10^{-11} & 10\times10^{-10} & -1.378\times10^{-10} & 5.741\times10^{-10} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 100 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \end{pmatrix}$$

$$Q_1 = -۲,۳۶ \times ۱۰^{-۱۳}\ (c) \qquad Q_۳ = ۳,۹۹ \times ۱۰^{-۱۰}\ (c)$$

$$Q_۲ = ۶,۵۶ \times ۱۰^{-۱۱}\ (c) \qquad Q_۴ = -۲,۳۶ \times ۱۰^{-۱۰}\ (c)$$

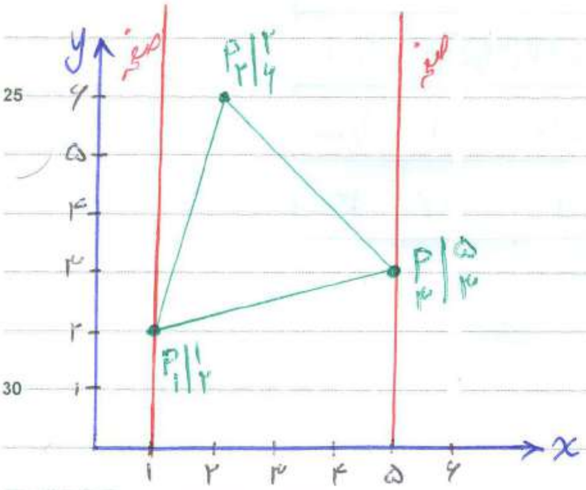
$$E_{max} = \left| -\sum_{j=1}^{n} \frac{Q_j}{۴\pi\varepsilon}\left[\frac{1}{(d_j-s)^۲}+\frac{1}{(d_j+s)^۲}\right]\right|$$

$$E_{max} = \left| -\left\{ \left[\frac{-۲,۳۶\times۱۰^{-۱۳}}{۴\pi\times۸,۸۵\times۱۰^{-۱۲}}\times\left(\frac{1}{(۴,۵-۴)^۲}+\frac{1}{(۴,۵+۴)^۲}\right)\right] + \left[\frac{۶,۵۶\times۱۰^{-۱۱}}{۴\pi\times۸,۸۵\times۱۰^{-۱۲}}\times\left(\frac{1}{(۵,۵-۴)^۲}+\frac{1}{(۵,۵+۴)^۲}\right)\right] + \left[\frac{۳,۹۹\times۱۰^{-۱۰}}{۴\pi\times۸,۸۵\times۱۰^{-۱۲}}\left(\frac{1}{(۶,۵-۴)^۲}+\frac{1}{(۶,۵+۴)^۲}\right)\right] + \left[\frac{-۲,۳۶\times۱۰^{-۱۰}}{۴\pi\times۸,۸۵\times۱۰^{-۱۲}}\left(\frac{1}{(۷,۵-۴)^۲}+\frac{1}{(۷,۵+۴)^۲}\right)\right] \right\}\right|$$

$$E_{max} = \left| -۶۷,۴۹\ (\tfrac{v}{cm}) \right| = ۶۷,۴۹\ \frac{v}{cm}$$

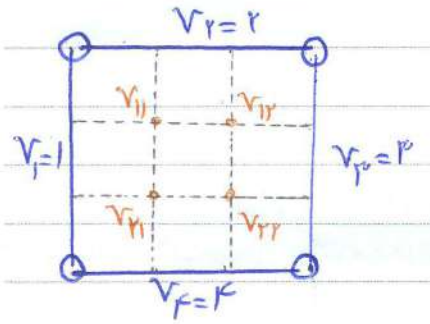
$$C = \sum_{j=۴}^{۴} \frac{Q_j}{V} = \frac{-۲,۳۶\times۱۰^{-۱۳} + ۶,۵۶\times۱۰^{-۱۱} + ۳,۹۹\times۱۰^{-۱۰} - ۲,۳۶\times۱۰^{-۱۰}}{۱۰۰} = ۲,۲۸۴\ (PF)$$

تکلیف: با توجه به مکان قرار گرفتن P_1 ، $P_۲$ و $P_۳$ در مختصات شکل زیر و این که دو صفحه‌ی بردار به موازات محور عمودی به ترتیب صفحه‌ی سمت راست به میزان ۲۰- ولت و صفحه‌ی سمت چپ ۱۵۰ ولت قرار دارد، با فرض این که میدان بین دو صفحه همگن باشد ابتدا ولتاژ $P_۲$ را بیابید و سپس معادله‌ی پتانسیل را از طریق ماتریس‌های مربوطه محاسبه کنید.



روش گاوس سایدل معمولی:

در این روش معادلات را مطابق با روش FDM می‌نویسیم و در مرحله‌ی اول مقادیر مجهول را که در معادله ظاهر گردیده‌اند را صفر قرار داده و جواب مرحله‌ی قبل به عنوان مقدار اولیه‌ی بعد مورد استفاده قرار می‌گیرد.



$$V_{11} = \frac{1}{4}\left(V_1 + V_{12} + V_2 + V_{21}\right)$$

$$V_{12} = \frac{1}{4}\left(V_{11} + V_3 + V_2 + V_{22}\right)$$

$$V_{21} = \frac{1}{4}\left(V_1 + V_{22} + V_{11} + V_4\right)$$

$$V_{22} = \frac{1}{4}\left(V_{21} + V_3 + V_{12} + V_4\right)$$

مقادیر مجهول را صفر می‌دهیم (مرحله‌ی اول)

جواب‌ها را در مرحله‌ی بعدی می‌گذاریم (مرحله‌ی دوم)

$$V_{11} = 0 \rightarrow V_{11\,new} = \frac{1}{4}\left(V_1 + V_{12} + V_2 + V_{21}\right) = \frac{1}{4}(1+0+2+0) = \frac{3}{4}$$

$$V_{12} = 0 \rightarrow V_{12\,new} = \frac{1}{4}\left(V_{11} + V_3 + V_2 + V_{22}\right) = \frac{1}{4}(0+3+2+0) = \frac{5}{4}$$

$$V_{21} = 0 \rightarrow V_{21\,new} = \frac{1}{4}\left(V_1 + V_{22} + V_{11} + V_4\right) = \frac{1}{4}(1+0+0+4) = \frac{5}{4}$$

$$V_{22} = 0 \rightarrow V_{22\,new} = \frac{1}{4}\left(V_{21} + V_3 + V_{12} + V_4\right) = \frac{1}{4}(0+3+0+4) = \frac{7}{4}$$

مرحله / ولتاژ	۰	۱	۵	۱۰	۲۰	۳۳
V_{11}	۰	۰٫۷۵	۱٫۹۲۱	۱٫۹۹۷	۱٫۹۹۹	۲
V_{12}	۰	۱٫۲۵	۲٫۴۲۱	۲٫۴۹۷	۲٫۴۹۹	۲٫۵
V_{21}	۰	۱٫۲۵	۲٫۴۲۱	۲٫۴۹۷	۲٫۴۹۹	۲٫۵
V_{22}	۰	۱٫۷۵	۲٫۹۲۱	۲٫۹۲۱	۲٫۹۹۷	۳

جلسه‌ی دهم ۹۲/۸/۱۵

روش گاوس سایدل سریع:

در این روش در مرحله‌ی اول مقادیر مجهول که در معادله ظاهر شده‌اند را صفر قرار داده و هر کدام از معادلات که به جواب رسیده‌اند در مراحل بعدی در معادله مورد استفاده قرار می‌گیرد. به این ترتیب فاصله‌ی مراحل کمتر شده و معادله زودتر به جواب نهایی می‌رسد.

$$V_{11_{new}} = \frac{1}{4}\left(V_1 + V_{12} + V_2 + V_{21}\right) = \frac{1}{4}\left(1+0+2+0\right) = \frac{3}{4} = 0.75$$

$$V_{12_{new}} = \frac{1}{4}\left(V_{11} + V_3 + V_2 + V_{22}\right) = \frac{1}{4}\left(0.75+3+2+0\right) = 1.4375$$

$$V_{21_{new}} = \frac{1}{4}\left(V_1 + V_{22} + V_{11} + V_4\right) = \frac{1}{4}\left(1+0+0.75+4\right) = 1.4375$$

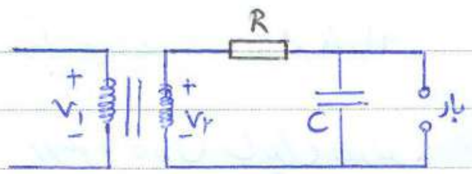
$$V_{22_{new}} = \frac{1}{4}\left(V_{21} + V_3 + V_{12} + V_4\right) = \frac{1}{4}\left(1.4375+3+1.4375+4\right) = 2.4687$$

مرحله / ولتاژ	۰	۱	۵	۱۰	۱۵	۱۷
V_{11}	۰	۰٫۷۵	۱٫۹۹۱	۱٫۹۹۹	۱٫۹۹۹	۲
V_{12}	۰	۱٫۴۳۷۵	۲٫۴۹۵	۲٫۴۹۹	۲٫۴۹۹	۲٫۵
V_{21}	۰	۱٫۴۳۷۵	۲٫۴۹۵	۲٫۴۹۹	۲٫۴۹۹	۲٫۵
V_{22}	۰	۲٫۴۶۸۷	۲٫۹۹۷	۲٫۹۹۹	۲٫۹۹۹	۳

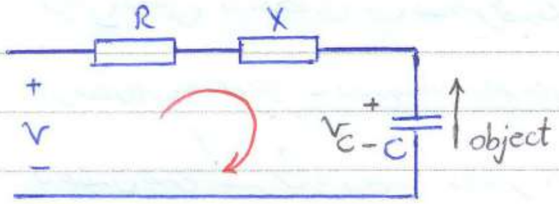
فصل: تولید ولتاژهای بالا در ac:

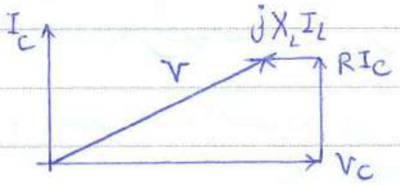
انواع ولتاژ: DC، AC

روش‌های تولید ولتاژ بالا در ac:
- تولید ولتاژ متناوب با استفاده از ترانسفورماتور و مدار رزونانسی
- ترانسفورماتور با بار خازنی به عنوان object (در خروجی مصرف کننده)
- با استفاده از سری کردن ترانسفورماتورها



R جریان خازن را محدود می‌کند.

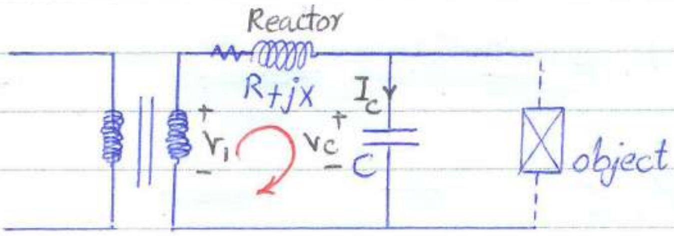




$$V = RI_C + jX_L I_L + V_C$$

چون در این حالت جریان در حد میلی آمپر می‌باشد، پس حالت تلف خودنمایی نمی‌کند. (خودنمایی تلف در جریان‌های زیاد است)

مدار تشدید شده با استفاده از راکتور:



وظیفه‌ی راکتور تنظیم ولتاژ است.

$$\begin{cases} V_R = RI \\ V_C = \dfrac{I_C}{j\omega C} \Rightarrow I_C = j\omega C\, V_C \end{cases}$$

$$KVL:\ \bar{V}_1 = \bar{V}_R + \bar{V}_L + \bar{V}_C = R\bar{I}_C + j\omega L \bar{I}_L + \bar{V}_C$$

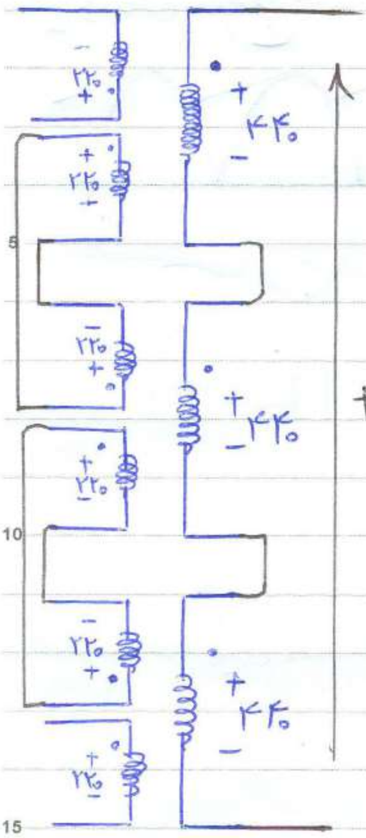
$$= R(j\omega C V_C) + j\omega L(j\omega C V_C) + V_C$$

$$\rightarrow \bar{V}_1 = V_C(1 - \omega^2 LC + jR\omega C) \rightarrow V_C = \frac{V_1}{1 - \omega^2 LC + jR\omega C}$$

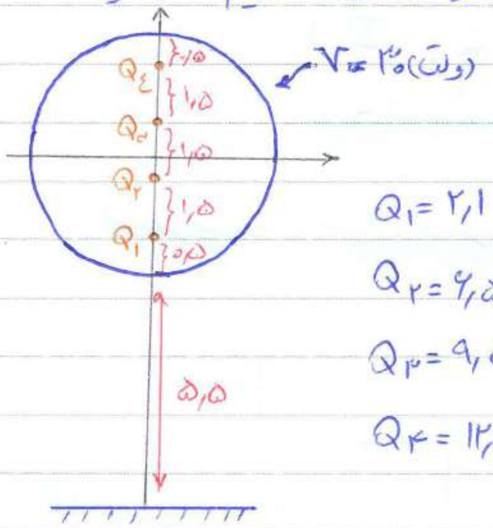
در حالت رزونانس: $X_L = X_C \rightarrow \omega L = \dfrac{1}{\omega C} \Rightarrow LC\omega^2 = 1$

$$V_C = \frac{V_1}{jR\omega C} = \frac{\overbrace{j\omega L}^{Q}\, V_1}{R} \rightarrow \begin{cases} V_C = V_1 Q \\ Q = \dfrac{X_L}{R} \end{cases}$$

تولید ولتاژ متناوب بالا توسط سری کردن ترانس:



تکلیف: با داده‌های مقابل، ظرفیت (کاپاسیتی) گوی را نسبت به زمین به همراه شدت میدان ماکزیمم محاسبه کنید.



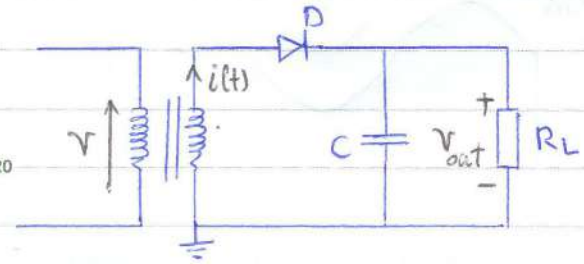
$Q_1 = 2.1\ PC$

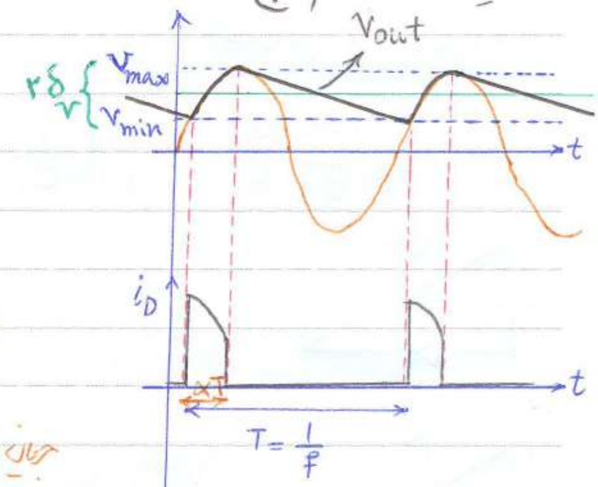
$Q_2 = 6.5\ PC$

$Q_3 = 9.5\ PC$

$Q_4 = 12.5\ PC$

تولید ولتاژ بالا در DC
یکسوکننده‌ی نیم موج





$$V = \frac{1}{T}\int_0^T v(t)\,dt$$

$$\delta_V = 0.5\,(V_{max} - V_{min}) \rightarrow V_{max} - V_{min} = 2\delta_V$$

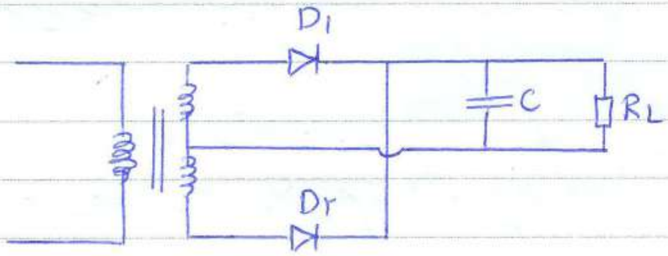
$$\Delta Q = \int_{\alpha T} i(t)\,dt = \int_{T} i_L(t)\,dt = IT$$

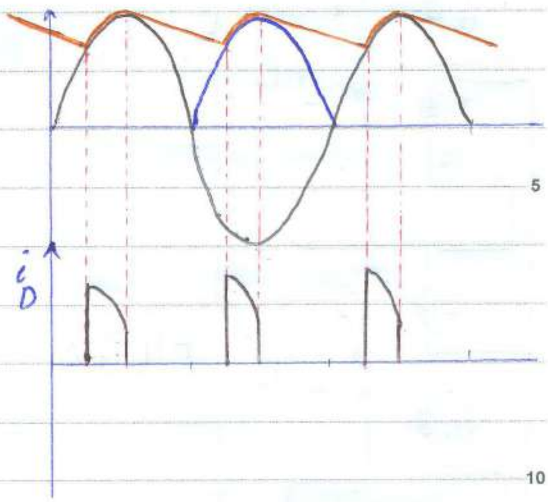
دوره تناوب
جریان خازن ثابت

$$Q = CV \Rightarrow Q = 2C\delta_V = IT \Rightarrow \boxed{\delta_V = \frac{I}{2fC}}$$

$\tau = RC$ خازن ↑ ⇐ V_0 صاف‌تر

یکسوکننده ی تمام موج :



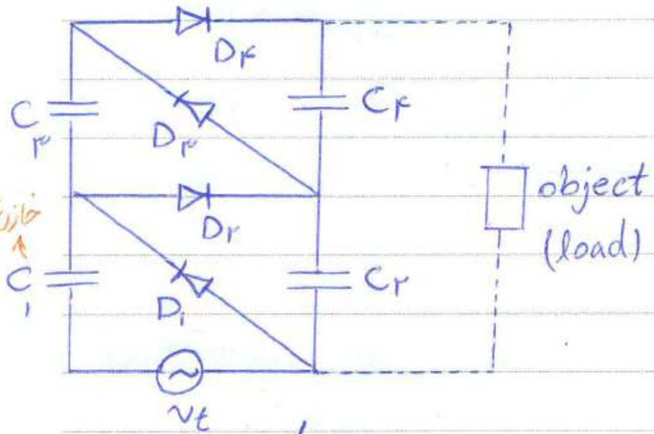


ریپل نصف شد.

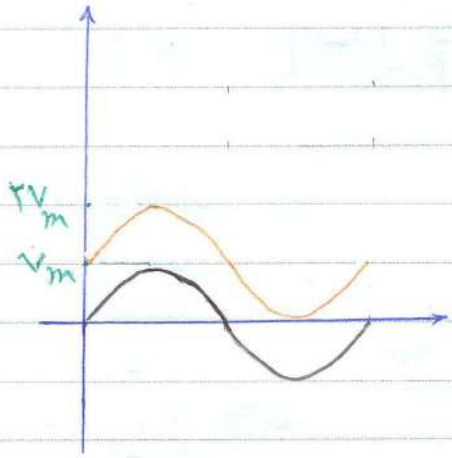
$$\boxed{\delta_V = \frac{I}{fC}}$$

از نظر اقتصادی مقرون به صرفه تر است.

مدارات دو طبقه ی ولتاژ DC :



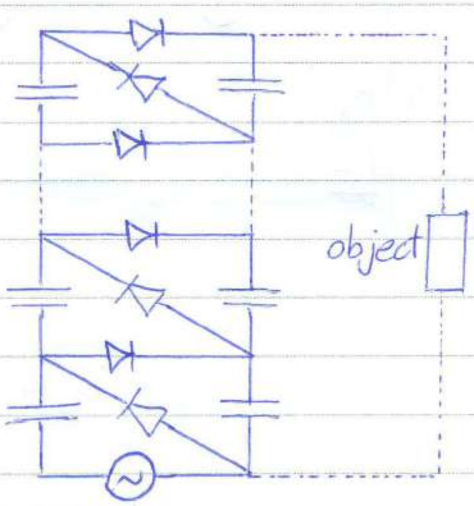
خازن ها در جهت منبع هستند.

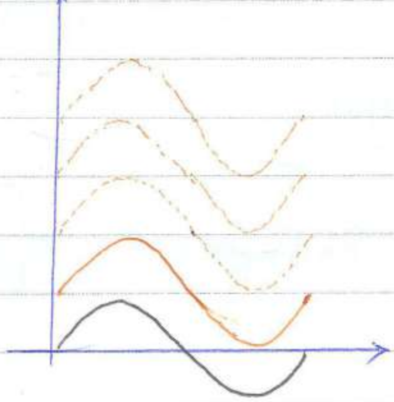


« مدار دو برابر کننده ی ولتاژ »

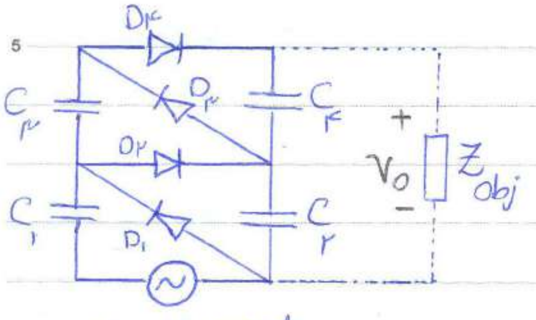
$$\delta_V = \frac{I}{2f}\sum_{C=1}^{n}\frac{i}{C_i} = \frac{I}{2f}\left(\frac{1}{C_1}+\frac{2}{C_2}+\dots+\frac{n}{C_n}\right) \rightarrow \delta_V = \frac{I}{fC}\left[\frac{n(n+1)}{4}\right]$$

مدار والتن (مدار چند طبقه ی ولتاژ) :





مثال) ولتاژ ورودی یک سیستم AC (یک والتی) برابر ۳۰KV می باشد. چنانچه دو طبقه از این پل داشته باشیم، با داده های زیر تغییرات ولتاژ بر حسب درصد را به دست آوریم.



$v_t = v_m \cos\omega t$

$f = 50\,Hz$

$n = 2$

$V_{in} = 30\,KV\ rms$

$Z_{obj} = 50 - j100\ (M\Omega)$

$C_2 = C_4 = 15\,nF$

$\delta_v\% = ?$

$$Z_{obj} = 111.8 \angle -63.43 \times 10^{6}\ (\Omega)$$

$$V_0 = 2nV_m = 2\times 2\times 30\sqrt{2} = 169.7\ (KV)$$

$$I = \frac{169.7\times 10^{3}}{111.8\times 10^{6}} = 1.517\times 10^{-3}\,A = 1.517\ (mA)$$

راه اول: $\delta_v = \frac{I}{2f}\sum \frac{i}{C_i} = \frac{1.517\times 10^{-3}}{2\times 50}\left(\frac{1}{15\times 10^{-9}} + \frac{2}{15\times 10^{-9}}\right) = 3035\ (V)$

راه دوم: $\delta_v = \frac{I}{fC}\left[\frac{n(n+1)}{4}\right] = \frac{1.517\times 10^{-3}}{50\times 15\times 10^{-9}}\left(\frac{2(2+1)}{4}\right) = 3035\ (V)$

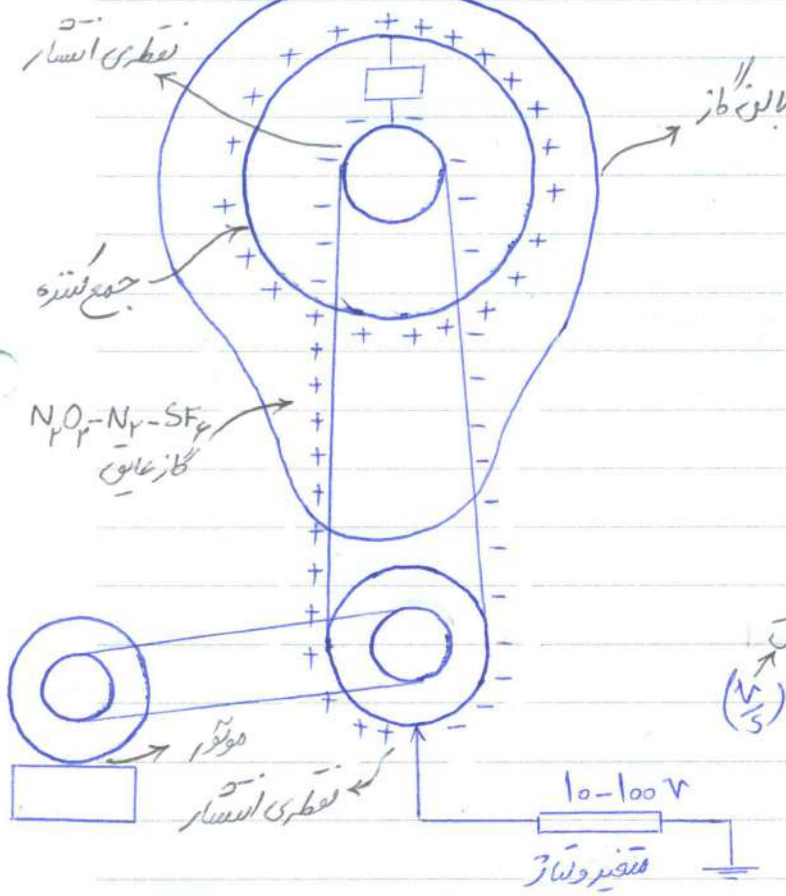
$$\delta_v\% = \frac{\delta v}{V_0}\times 100 = \frac{3035}{169.7\times 10^{3}} = 1.788$$

جلسه ی دوازدهم ۹۲/۸/۲۰

تولید ولتاژ DC توسط مبدل واندوگراف (ژنراتور الکترواستاتیک)
Van de graaff DC Voltage Generator

بارهای الکتریکی در این ژنراتور تحت میدان الکتریکی جابجا می شوند. مکانیزم جابجایی به صورت مکانیکی انجام می گیرد. بار الکتریکی توسط تخلیه ی کرونا و یا تماس مستقیم صورت می گیرد. با حرکت فیزیکی تسمه بار به ترمینال High Voltage منتقل می گردد. سرعت موتور به میزان ۱۵ تا ۳۰ متر بر ثانیه می رسد.

و همچنین تغییرات ولتاژ نسبت به زمان عملاً می‌تواند به مقدار $1MV/s$ برسد. بزرگترین ژنراتور الکترواستاتیک ۲۵MV است که در آزمایشگاه ملی تگزیس نگهداری می‌شود. از عیوب این مولد ولتاژ DC محدود بودن جریان خروجی آن است.



I : جریان (A)

b : عرض تسمه (m)

V : سرعت تسمه (m/s)

Q : بار ذخیره شده (C)

C : ظرفیت الکترود (F)

$\frac{dv}{dt}$ آهنگ افزایش ولتاژ (نرخ افزایش ولتاژ) (V/s) ولت

S : چگالی بار الکتریکی (C/m^2) یا (As/m)

$$V=\frac{Q}{C} \qquad I=S\underset{\text{سرعت}}{u}b$$

$$I=C\frac{dv}{dt} \qquad S=\varepsilon_0\varepsilon_r E$$

مثال) عرض تسمه‌ی یک ژنراتور الکترواستاتیک به میزان 1 متر می‌باشد و با سرعت $20 m/s$ و با چگالی بار S با شدت میدان الکتریکی $23 \frac{KV}{cm}$ درون گازی با ضریب نفوذپذیری ε_r جابجا می‌شود. چنانچه ژنراتور مذکور با ظرفیت ۱۸pF و نرخ افزایش ولتاژی برابر ۲ مگاولت بر ثانیه داشته باشد، مقدار ضریب نفوذپذیری نسبی ε_r را محاسبه کنید.

$E = 23\,\frac{kV}{cm}$, $\frac{dv}{dt} = 0.3\,\frac{MV}{s}$, $C = 1.8\times10^{-9}F$

نکته: $[\varepsilon_r] =$ نداره

$U = 20\,\frac{m}{s}$, $\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}$, $b = 1m$

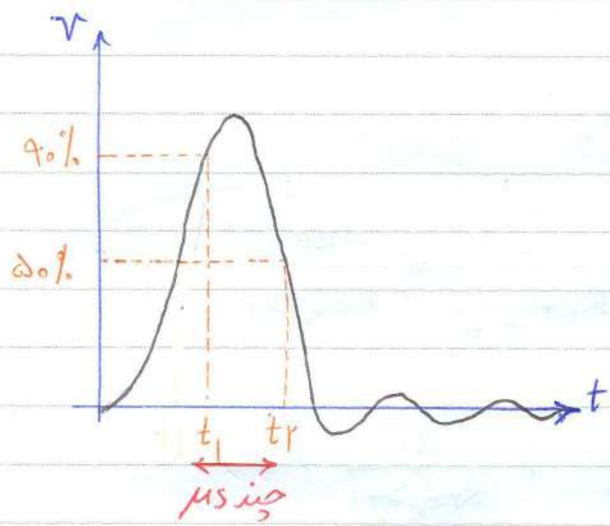
حل)

$$I = C\frac{dv}{dt} = 1.8\times10^{-9}\times0.3\times10^{6} = 0.54\times10^{-3} = 540\,\mu A$$

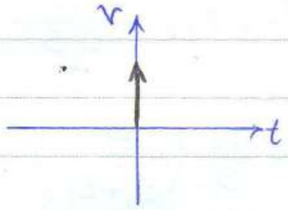
$$\underset{\text{سرعت}}{I = SUb} \rightarrow S = \frac{I}{Ub} = \frac{5.4\times10^{-4}}{20\times1} = 2.7\times10^{-5}\left(\frac{C}{m^2}\right)$$

$$S = \varepsilon_0\varepsilon_r E \rightarrow \varepsilon_r = \frac{S}{\varepsilon_0 E} = \frac{2.7\times10^{-5}}{23\times10^{5}\times8.85\times10^{-12}} = 1.326 \rightarrow \boxed{\varepsilon_r = 1.326}$$

ولتاژ ضربه یا Impulse :



$$\text{ضربه ی ایده آل}\begin{cases} t=0 & \infty \\ t\neq0 & 0 \end{cases}$$



t_1: front time زمان پیشانی موج

t_2: tail time زمان پشت موج

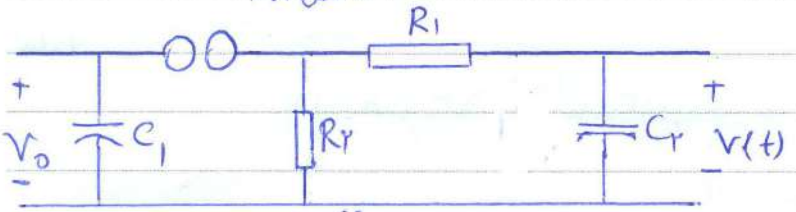
وقتی روی ولتاژ ۲۳۰kV کلید زنی می شود، ولتاژ هنگام کلید زنی حدود ۱۰۰۰kV می شود. که باید عایق تحمل این ولتاژ را داشته باشد.

معمولاً در کلید زنی، ولتاژ ۲ تا ۳ و یا ۴ برابر ولتاژ پیک به صورت لحظه ای افزایش می یابد. به همین دلیل در ولتاژهای زیر ۳۰۰kV چون ولتاژ صاعقه از کلید زنی بیشتر می باشد، از صاعقه برای تست استفاده می شود اما در ولتاژهای بالای ۳۰۰kV ولتاژ کلید زنی از صاعقه بیشتر است، پس از کلید زنی استفاده می کنیم.

شکل "a"

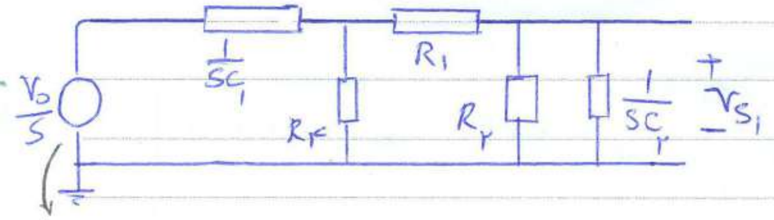
ولتاژ ضربه:
- صاعقه: جریان، ولتاژ
- کلیدزنی: جریان، ولتاژ

مولد ولتاژ ضربه



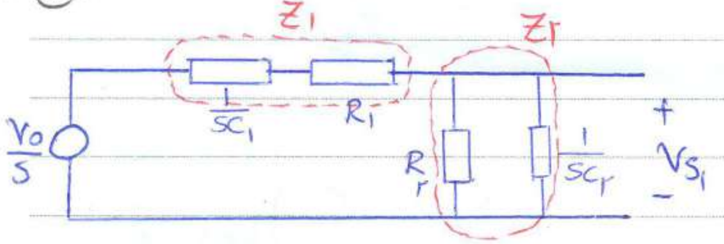
شکل "b"

برای حل مسئله به حوزه‌ی فرکانس برده می‌شود.



R_1 و R_2 زمان‌های t_1 و t_2 را تعیین می‌کنند.

خازن را با منبع مدل می‌کنیم.



$$Z_1=\frac{1}{SC_1}+R_1=\frac{R_1C_1S+1}{C_1S}\quad,\quad Z_2=\frac{R_2\times\frac{1}{C_2S}}{R_2+\frac{1}{C_2S}}=\frac{R_2}{R_2C_2S+1}$$

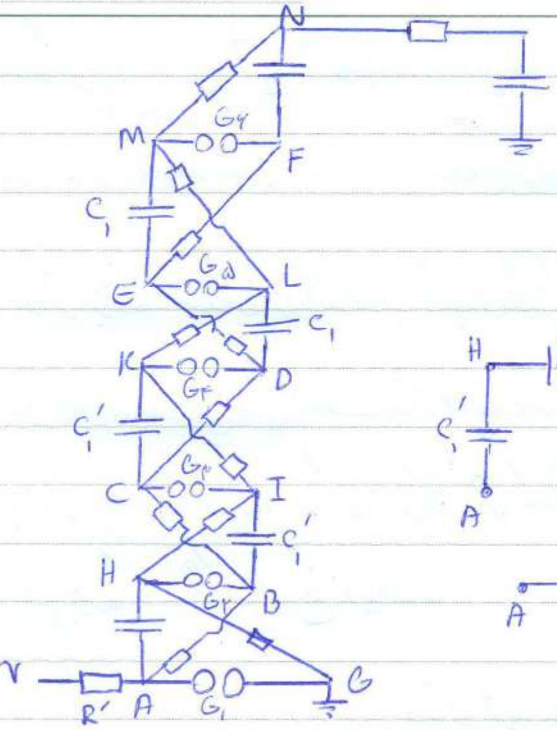
$$V(S)=\frac{V_0}{S}\left(\frac{Z_2}{Z_1+Z_2}\right)=\frac{V_0}{S}\left(\frac{R_2/R_2C_2S+1}{\frac{1+R_1C_1S}{C_1S}+\frac{R_2}{R_2C_2S+1}}\right)$$

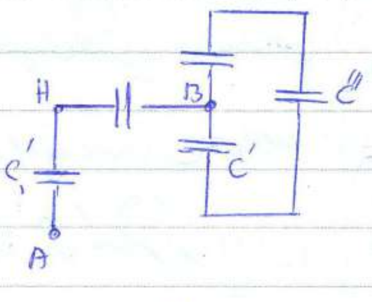
$$\rightarrow V(S)=\frac{V_0}{S}\left(\frac{\frac{R_2}{R_2C_2S+1}}{\frac{R_2C_2S+R_1R_2C_1C_2S^2+R_2C_1S}{C_1S(R_2C_2S+1)}}\right)=\frac{V_0}{V_S}\left(\frac{R_2C_1S}{R_1R_2C_1C_2S^2+R_1C_1S+R_2C_1S+R_2C_2S+1}\right)$$

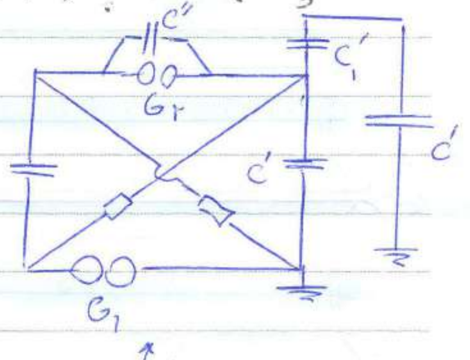
$$\rightarrow V_S=\frac{V_0}{R_1C_2}\left[\frac{R_1R_2C_1C_2}{R_1R_2C_1C_2\left(S^2+\left(\frac{1}{R_2C_2}+\frac{1}{R_1C_2}+\frac{1}{R_1C_1}\right)S+\frac{1}{R_1R_2C_1C_2}\right)}\right]$$

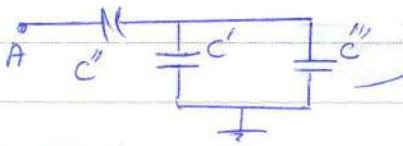
جلسه‌ی سیزدهم ۹۲/۸/۲۷

مدار چند طبقه‌ی ضربه (مارکس)



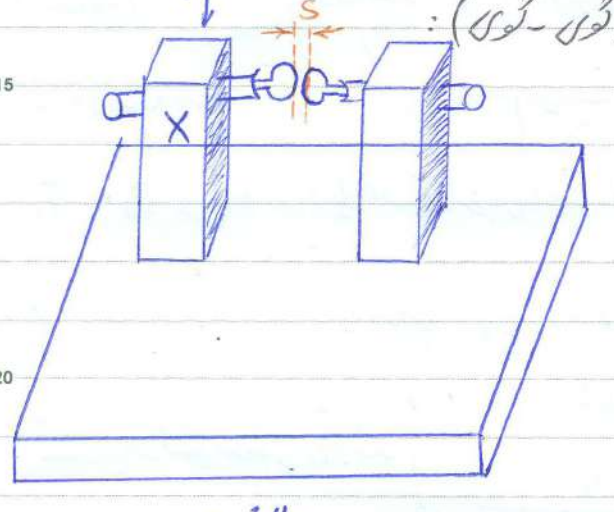




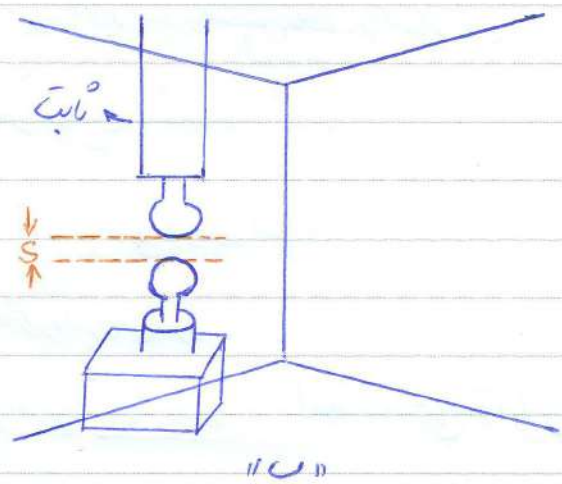


اندازه‌گیری ولتاژ بالا :

اندازه‌گیری ولتاژ بالا توسط الکترودهای کروی (گوی - گوی) :



«الف»



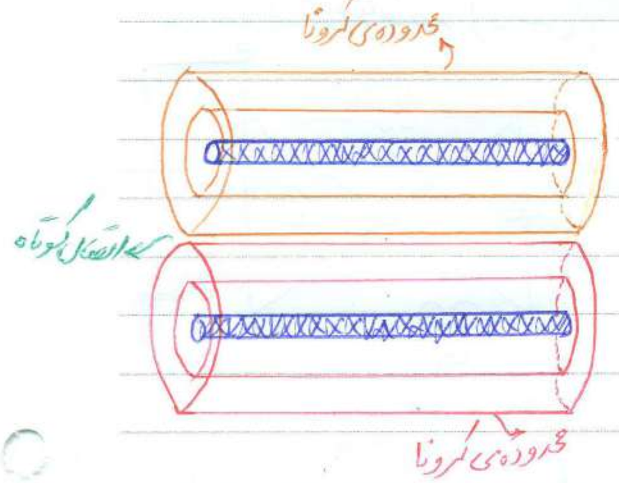
«ب»

الکترودهای کروی بر اساس یونیزاسیون (بهمن الکترونی) عمل می‌کنند.

الکترودهای کروی در دو حالت افقی و عمودی می‌توانند ولتاژهای AC و DC و impulse را اندازه‌گیری کنند.

با ایجاد جرقه روی گوی‌ها، ولتاژ اعمالی و با موتور محرکه‌ی گوی‌ها قطع شده و با اندازه‌گیری فاصله می‌توانیم بین فاصله و ولتاژ رابطه برقرار کنیم. هر چقدر میدان الکتریکی همگن‌تر باشد، رابطه‌ی بین ولتاژ و فاصله خطی‌تر است. در این حالت سطح کره‌ها باید کاملاً صیقلی باشد و محدوده‌ی جرقه نباید با آلودگی‌های

مانند گریس و ... پوشیده شده باشد و باید عاری از هرگونه گرد و غبار باشد. (در غیر این صورت ممکن است مقاومت گریس از هوا کمتر باشد و زودتر قوس الکتریکی اتفاق بیافتد.)



در اثر برخورد محدوده‌ی کرونای دو سیم، تخلیه‌ی الکتریکی ناقص (منطقه‌ای) و یا تخلیه‌ی الکتریکی کامل (شکست ولتاژ / اتصال کوتاه) رخ می‌دهد: با افزایش ولتاژ محدوده‌ی کرونا بزرگتر شده که اگر کرونای دو سیم با هم برخورد کنند شکست رخ می‌دهد.

در دو شکل قبل (شکل الف و ب) ولتاژ کره‌ها را افزایش می‌دهیم تا بین دو کره جرقه زده شود؛ سپس با استفاده از جدول، ولتاژ را اندازه می‌گیریم. (جدول بر اساس فاصله‌ی بین دو کره، حجم کره‌ها و ... تنظیم شده است.)

و یا می‌توان در ولتاژ ثابت، دو کره را به هم نزدیک کرده تا جرقه ایجاد شود و سپس فاصله را اندازه می‌گیریم.

T_0، P_0 و H_0 در محیط استاندارد می‌باشد. (صفر اندیس استاندارد است.)

T_*، P_* و H_* در محیط موجود می‌باشد. (* اندیس محیط موجود است.)

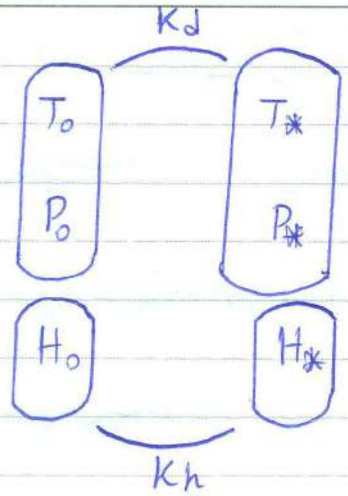
فشار در دو محیط مد نظر می‌باشد:
- باز: که با بارومتر اندازه‌گیری می‌شود.
- بسته، با مانومتر اندازه‌گیری می‌شود. (مثلاً فشار چرخ اتومبیل یا زودپز)

$$P = 1\,atm = 76\,cmHg = 10.3\,mH_2O = 14.7\,PSi = 1\,Kg/m^2 = 1.02\,Pa = 1013\,mbar$$

$$= 10^5\,Pas = 101.3\,KPas = 760\,mmHg = 760\,torr$$

H رطوبت:
- رطوبت نسبی 60%
- رطوبت مطلق $11\,g/m^3$

اگر در هر متر مکعب از هوای خشک، 11 گرم رطوبت وجود داشته باشد؛ این هوا مطلوب است.



K_d و K_h ضرایب تصحیح هستند.

$$K_d = \frac{(273+T_0)}{(273+T_*)} \cdot \left(\frac{P_*}{P_0}\right)$$

الکترودها با میدان الکتریکی نسبتاً یکنواخت:

$E_c = 24{,}36 \ \frac{kV}{cm}$ در شرایط استاندارد

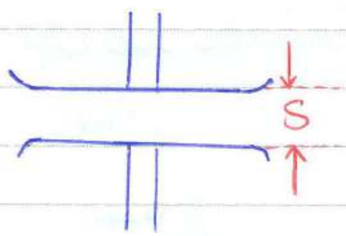
$B = 6{,}72 \ \frac{kV}{cm}$ در شرایط استاندارد

$\delta = K_d$ ضریب فشار و درجه حرارت

$T_0 = 20^\circ C$ درجه حرارت محیط استاندارد

T_* درجه حرارت محیط موجود

$P_0 = 1\,atm$ فشار هوای محیط استاندارد



S : فاصله‌ی الکترودها

$$\boxed{V_b = E_c(\delta \times S) + B\sqrt{\delta \times S}}$$

جلسه‌ی چهاردهم ۹۲/۸/۲۹

الکترودها با پروفیل روگوسکی (Rogwski) بهترین نوع میدان الکتریکی تقریباً یکنواخت را تولید می‌کنند که در صورت نداشتن مشکل عدم دقت و ظرافت در نگهداری از ولت متر و خراش خوردگی قطعات، از این ولت متر می‌توان به عنوان بهترین ولت مترهای فشار قوی استفاده کرد. و چنین ولت متری قادر به سنجش کلیه‌ی ولتاژهای ac و dc و impulse می‌باشد.

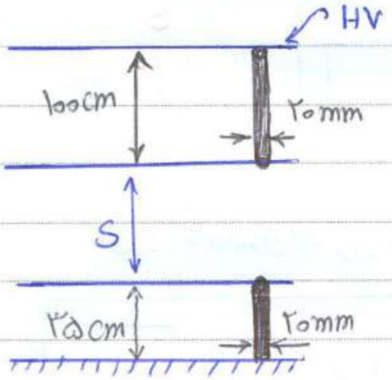
مثال) اگر در یک ولت متر فشار قوی، فاصله‌ی الکترودها از یکدیگر 1cm و دمای محیط $20^\circ C$ و فشار محیط برابر 1atm باشد، این ولت متر چه ولتاژی را اندازه‌گیری می‌کند؟

$$\left.\begin{array}{l} V_b = E_c(\delta\times S)+B\sqrt{\delta\times S} \\ K_d = \frac{273+20}{273+20}\times\frac{1atm}{1atm}=1 \end{array}\right\} \Rightarrow V_b = 24.36\times(1\times1)+6.72\times\sqrt{1\times1}=31.08\ KV$$

ولت مترهای DC :

الکترودهای اندازه‌گیری میله‌ای :

از چنین الکترودهایی قبلاً جهت اندازه‌گیری ولتاژ ضربه استفاده می‌شد ولی به دلیل خاصیت پراکندگی خازنی زیاد، بهتر است از این ولت متر جهت سنجش ولتاژ DC استفاده کرد.



S : فاصله‌ی بین دو الکترود

h : رطوبت هوا

δ : ضریب فشار و درجه حرارت

$$\left.\begin{array}{l} A=20KV \text{ ثابت A برای پلاریته‌ی مثبت} \\ A=15KV \text{ ثابت A برای پلاریته‌ی منفی} \end{array}\right\}$$

$$\boxed{V_b = \delta(A+BS)\sqrt[4]{5.1\times10^{-2}(h+8.65)}}$$

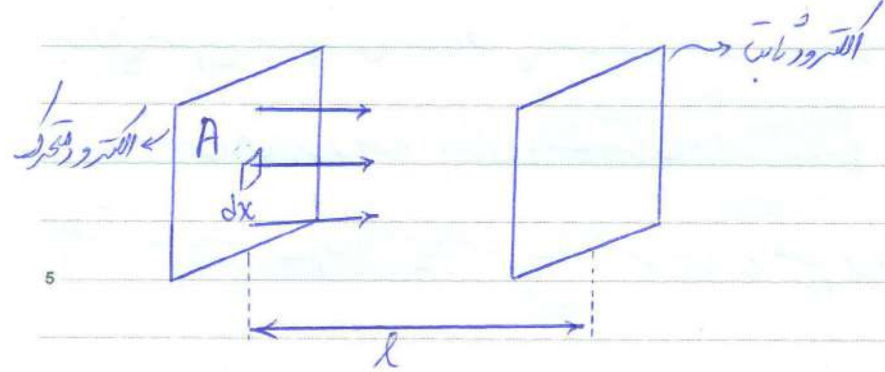
$B=5.1\frac{KV}{cm}$

مثال) چنانچه در یک ولت متر DC یک ولتاژ اعمالی مثبت ($A=20$) در دمای $33^\circ C$ و فشار $630\ mmHg$ و رطوبت $8\ g/m^3$ (h) به دو سر الکترود با فاصله‌ی 2cm ($S=2cm$) اعمال شود، ولتاژ اندازه‌گیری شده توسط ولت متر DC چقدر است؟

$$\delta = K_d = \frac{(273+20)^\circ k}{(273+33)^\circ k}\times\frac{630\ mmHg}{760\ mmHg} = 0.7937$$

$$V_b = 0.7937\left(20+(5.1\times2)\right)\times\sqrt[4]{5.1\times10^{-2}(8+8.65)} = 23.01\ KV$$

ولت متر الکترو استاتیک



$$dw_{e1} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 A\,dx$$ برای هر جزء حجم $A\,dx$

$$F = -\frac{dw_{e1}}{dx}$$: نیروی حاصل از این انرژی در تغییر x است

$$|F| = \frac{1}{2}\varepsilon_0 A E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 A \frac{V^2}{l^2}$$

$$\underbrace{j}_{\text{ضریب اینرسی متحرک}} \frac{d^2\theta}{dt^2} + \underbrace{D}_{\text{ضریب دمپینگ}} \frac{d\theta}{dt} + \underbrace{S}_{\text{ضریب فنر}}\theta = \overbrace{KI}^{\text{گشتاور متحرک}}$$

J : ضریب اینرسی متحرک
D : ضریب دمپینگ
S : ضریب فنر
KI : گشتاور متحرک

$$\theta = \frac{1}{S}KI \qquad \theta = \frac{1}{S}\frac{1}{T}\int_0^T KI(t)\,dI$$

اگر انحراف با جریان DC صورت پذیرد، مقدار انحراف، میزان متوسط گشتاور یا نیرو را نشان می دهد.

$$|F| = -\frac{d}{dx}w_{e1} \rightarrow |F| = \frac{1}{2}AE^2\varepsilon_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt = \frac{1}{2}\varepsilon_0\frac{A}{l^2}\frac{1}{T}\times\int_0^T V^2(t)\,dt$$

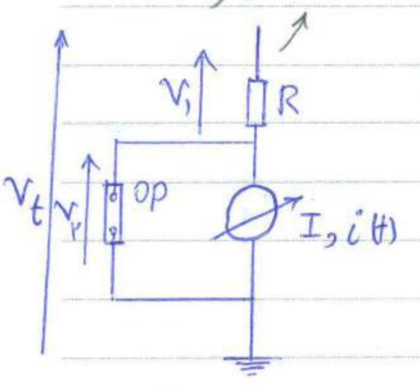
$$\rightarrow \boxed{|F| = \frac{1}{2}\varepsilon_0\frac{A}{l^2}\left(V_{rms}\right)^2}$$

لورد کلوین ولت متر الکترو استاتیک را مبنای اصول اندازه گیری پیشنهاد کرده است که اگر میدان الکتریکی به واسطه ی ولتاژ (V) مابین یک زوج الکترود مسطح موازی اعمال شده باشد، نیروی وارد بر سطح A را با گرفتن مشتق از انرژی الکتریکی ذخیره شده در میدان نسبت به جهت x می توان محاسبه نمود.

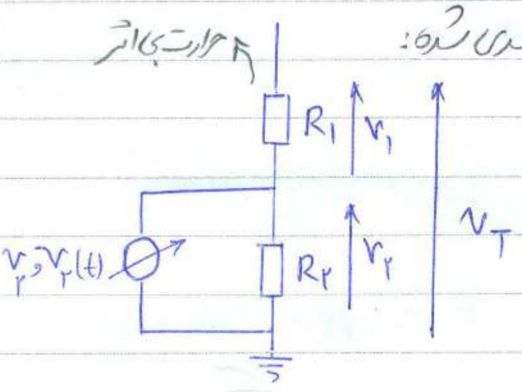
به دلیل عدم نیاز به افزایش سری ولت متر به عنوان ولت متر مستقیم در آزمایشگاه و کارهای دقیق مورد استفاده قرار می‌گیرد و معمولاً به عنوان ولت متر AC استفاده می‌گردد. ولی به دلیل کم بودن مکانیزم عمل با استفاده از یک سیستم تقویت این حساسیت را افزایش می‌دهیم و ظرفیت چنین ولت متری در حد PF می‌باشد.

جلسه‌ی پانزدهم ۹۲/۹/۴

ولت متر با مقاومت سری شده:



"a"



"b"

$v(t) = R\,i(t)$

$V = RI$ باید کم باشد ← هزینه بالا

$R = R_0(1+\alpha\Delta T)$

$v(t) = V_2(t)\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)$

$V = V_2\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)$

$V_2 = \left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)V_t \rightarrow V_T = \frac{R_1+R_2}{R_2}V_2$

شکل "a" ساده‌تر از شکل "b" می‌باشد ولی شکل "b" اندازه‌گیری دقیق‌تری دارد. با وجود هارمونیک و درجه حرارت در شکل "a" مقاومت تغییر می‌کند: $R=R_0(1+\alpha\Delta T)$

و چون جنس R و گالوانومتر متفاوت است، دارای تغییرات با دو نرخ متفاوت هستند و این باعث خطا می‌شود.

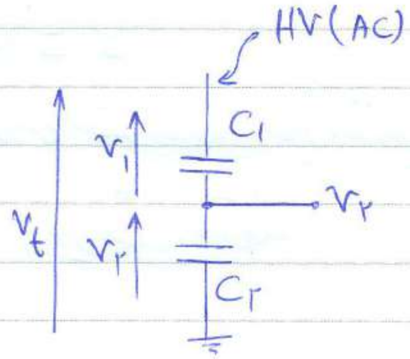
ولی در شکل "b" دو مقاومت R_1 و R_2 هم جنس هستند که این مزیت شکل "b" است.

حال اگر خواستیم شکل a را به سمت خطی بودن پیش ببریم، باید R را از جنسی انتخاب کنیم که ضریب α کمتری داشته باشد که طبیعتاً قیمت سیستم افزایش می‌یابد که مقرون به صرفه نیست.

مقسم‌های ولتاژ

۱- مقسم ولتاژ خازنی :

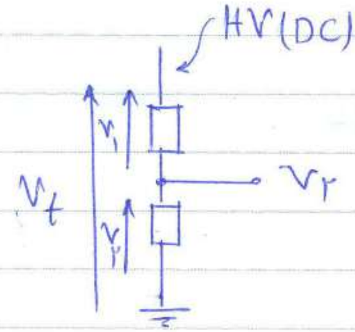
جهت سنجش ولتاژ AC



$$\frac{V_2}{V_t} = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

۲- مقسم ولتاژ مقاومتی

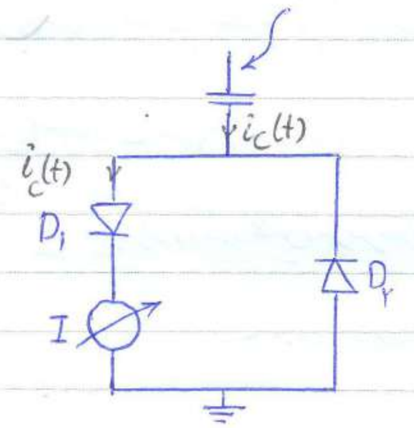
جهت سنجش ولتاژ DC

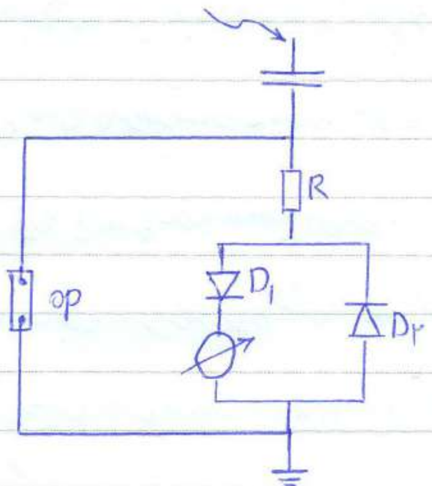


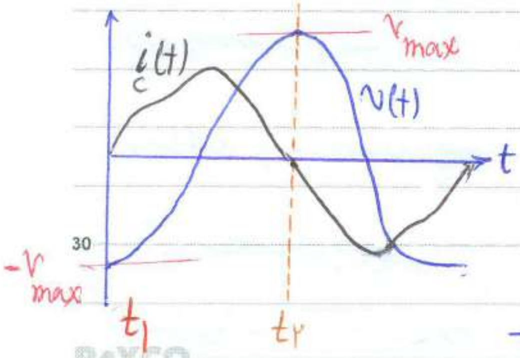
$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_t$$

اندازه‌گیری ولتاژ بالا در AC :

اندازه‌گیری مقدار ماکزیمم با استفاده از روش Chubb-fortesque (چاب فورتسکیو)







: Op-Over Voltage Protection

$$i_c(t) = C\frac{dv}{dt}$$

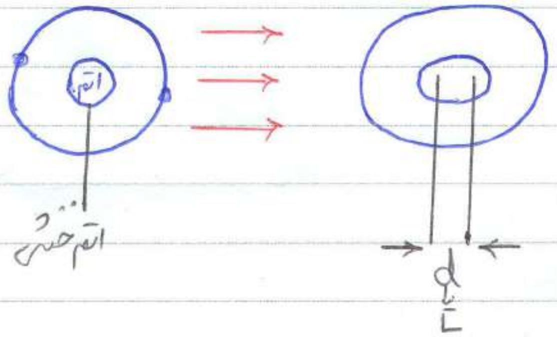
$$I = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_2} i_c(t)\,dt = \frac{C}{T}\int_{t_1}^{t_2} dv = \frac{C}{T}\left(V_{max} - (-V_{max})\right)$$

$$\rightarrow I = Cf\,V_{pp} = 2Cf\,V_{max} \rightarrow \boxed{V_{max} = \frac{I}{2Cf}}$$

فیزیک عایق‌ها:

بررسی حضور ماده در میدان مغناطیسی

پلاریزه شدن عایق‌ها:



$P = qd$

$M = QL$

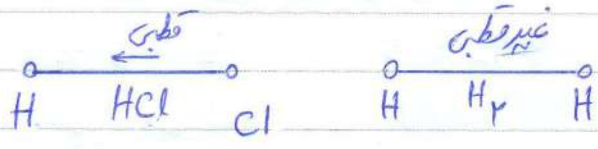
ممان دایپل

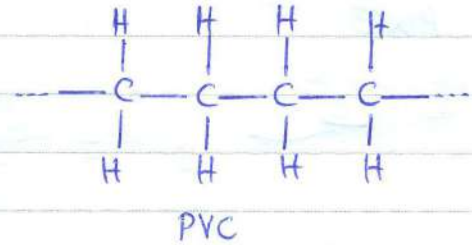
در عایق‌های الکتریکی بارهای مثبت و منفی وجود دارد ولی این بارها آزاد نیستند و در اتم‌های مولکول‌های مواد عایق مجموع بارهای الکتریکی صفر است؛ لذا بارهای مثبت و منفی نمی‌توانند خود را آزاد کنند و در اثر میدان الکتریکی خارجی بارهای مثبت و منفی اتم‌ها یا مولکول‌ها می‌توانند در جای خود یک حرکت الاستیکی انجام دهند و با از بین رفتن میدان به حالت قبل خود باز می‌گردد. این عمل بسته به جنس عایق می‌تواند متفاوت باشد. حرکت الاستیکی بارهای الکتریکی غیرآزاد در ماده عایق بر اثر میدان الکتریکی پلاریزاسیون یا قطبی شدن نامیده می‌شود.

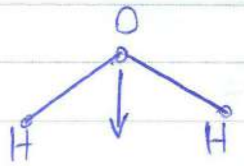
برخی از اجسام به صورت ذاتی مولکول‌هایشان پلاریزه می‌باشد و برخی دیگر مولکول‌های خنثی دارند. از اجسامی که مولکول‌هایشان به صورت ذاتی پلاریزه هستند برخی در حالت عادی آرایش خاصی ندارند و با اعمال میدان آرایش می‌یابند و برخی پلاریزه و هم جهت می‌باشند و دائماً تولید میدان الکتریکی می‌کنند. به این اجسام فرو الکترولیت می‌گویند.

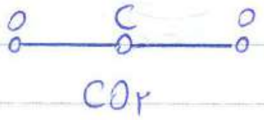
از نمونه‌های این اجسام می‌توان تیتانات باریم را نام برد.

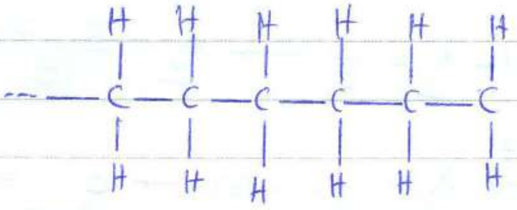
نکته: M (ممان دایپل) حاصله هر کدام از این دایپل‌های حاصله در اتم‌ها تشکیل یک میدان نیروی خواهند داد که میدان اصلی را تضعیف خواهد کرد.

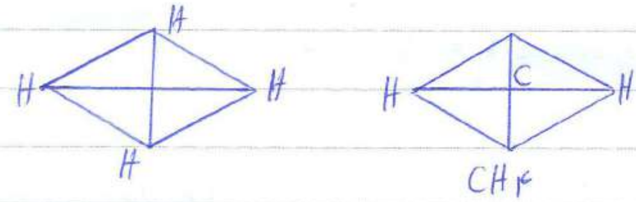












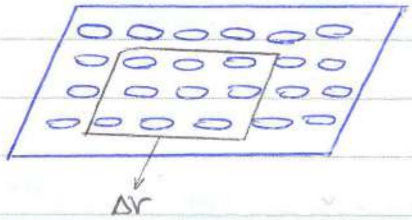
$P = qd$

PE : پلی اتیلن

جلسه ی شانزدهم ۹۲,۹,۶

بردار پلاریزاسیون

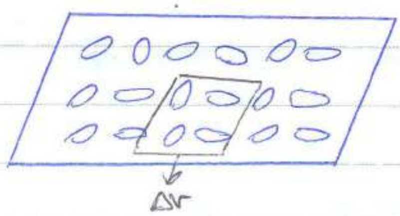
الف) بردار پلاریزاسیون یکنواخت



$$\vec{P} = \sum \vec{P_i} = N\vec{P}$$

N : تعداد مولکول ها در واحد حجم

ب) پلاریزاسیون غیر یکنواخت



$$\vec{P} = \lim \frac{\sum_{i=1}^{N} \vec{P_i}}{\Delta V}$$

$\Delta V \to 0$

اجسام ایزوتروپیک خطی : (همان پلاریزاسیون یکنواخت)

جسمی را خطی گویند که میدان ناشی از پلاریزاسیون آن هم جهت با میدان الکتریکی داخل جسم باشد.

روابط حالت دی الکتریک عایق و پلاریزاسیون:

$\vec{P} \propto \vec{E}$

احساسی که پلاریزاسیون در اثر آن به وجود می آید (مثل هوا: $P \simeq 0$)،

$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$ → ضریب حساسیت الکتریکی

χ_e تقریباً صفر دارند ($\chi_{e_{\text{هوا}}} \simeq 0$)

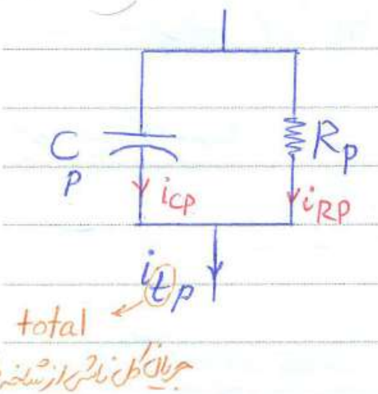
$D = \varepsilon_0 E + P$

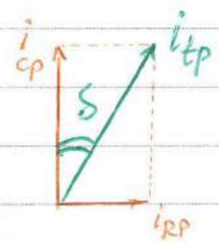
$D = \varepsilon_0 E + \varepsilon_0 \chi_e E \rightarrow D = \varepsilon_0 E \underbrace{(1+\chi_e)}_{\varepsilon_r} \rightarrow \varepsilon_r = 1 + \chi_e$

$1 + \chi_e = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \rightarrow \chi_e = \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon_0}$

(مثال) $\chi_e = 0/00059 \rightarrow \varepsilon_{r,air} = 1 + 0/00059 = 1/00059$

مدار معادل موازی:





i_{RP}: جریان هدایتی (نشتی)

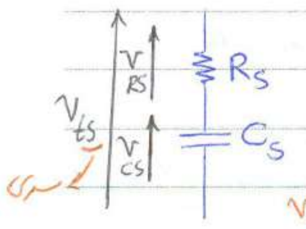
i_{cp}: جریان پلاریزاسیون عایق (جابجایی)

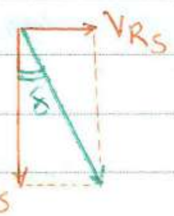
موازی: Parallel

نکته: در ذات عایق است ولی را می توان بهبود بخشید.

$$D = tg\delta = \frac{i_{RP}}{i_{cp}} = \frac{\int J\, ds}{C_p \omega V_c} = \frac{\sigma \frac{V_c}{l} S}{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{l} \omega V_c} \Rightarrow \boxed{D = tg\delta = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r}}$$

مدار معادل سری:





$$D = tg\delta = \frac{V_{RS}}{V_{CS}} = \frac{R_S I}{\frac{1}{C_S \omega} I}$$

$$\boxed{D = tg\delta = R\omega C}$$

نکته: اگر جریان فقط جریان خازنی باشد عایق ایده آل است. در مدار معادل موازی باید $R=\infty$ و در مدار معادل سری باید $R=0$ باشد. در واقع جریان نشتی باید صفر باشد تا عایق ایده آل داشته باشیم.

مثال) دو عایق با مشخصات زیر مفروض است؛ از نظر کیفیت و میزان تلفات عایقی، آن‌ها را مقایسه کنید.

$$I = \begin{cases} \varepsilon_{r_1} = 3 \\ tg\delta_1 = 0.001 \end{cases} \qquad II \begin{cases} \varepsilon_{r_2} = 5 \\ tg\delta_2 = 0.01 \end{cases}$$

$\varepsilon_{r_1} tg\delta_1 = 0.003 \rightarrow$ عایق I بهتر است

$\varepsilon_{r_2} tg\delta_2 = 0.05$

جلسه‌ی هفدهم ۹۳/۹/۱۱

فصل ششم (شکست در عایق‌های گازی):

طبق قانون بویل ماریوت $\rightarrow PV = cte = C$ ثابت

طبق قانون لوساک $\rightarrow \frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0} \rightarrow \frac{V}{V_0} = \frac{273+\theta}{273}$

$$PV_0 = C_0 \Rightarrow P.V = \left(\frac{C_0}{T_0}\right) T$$

$$PV = RT$$

$$\frac{n}{V} = \frac{N}{N_0} \Rightarrow \frac{n}{V} = \frac{P}{RT} \Rightarrow P = N\left(\frac{R}{N_0}\right) T \Rightarrow \boxed{P = N.K.T}$$

$R = 8.314 \left(\frac{j}{mol\,k}\right)$ ثابت گازها $R = \frac{C_0}{T_0}$

$N_0 = 6.02 \times 10^{23}$ تعداد ذره در حجم V_0 (عدد آووگادرو) ، $K = 1.3804 \times 10^{-23} \left(\frac{\text{تعداد}}{mol}\right)$ ثابت بولتزمن

یک مول: مقدار ماده‌ای است که تعداد موجودات بنیادی در آن برابر با تعداد اتم‌های کربن با ظرفیت ۱۲ می‌باشد.

سرعت متوسط مولکول: عبارت است از مقدار متوسط سرعت مولکولی در شرایط استاندارد $760\,mmHg$ و $20^\circ C$ که با $\bar{u}$ نمایش داده می‌شود و واحد آن $\frac{m}{s}$ است.

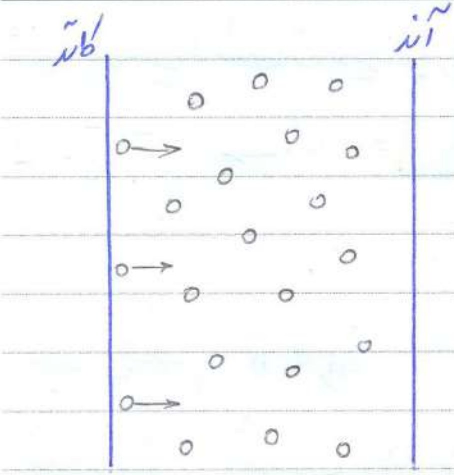
چند مثال:

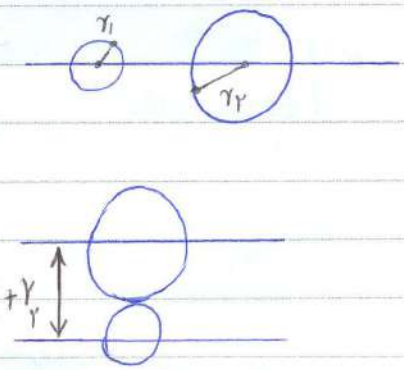
$\bar{u}_{air} = 470 \left(\frac{m}{sec}\right) \qquad \bar{u}_{SF_6} = 199 \left(\frac{m}{sec}\right)$

$\bar{u}_{ar} = 441 \left(\frac{m}{sec}\right) \qquad \bar{u}_{H_2} = 1760 \left(\frac{m}{sec}\right)$

نکته: هرچه جنبش مولکولی کم؛ عایق دیرتر شکسته می‌شود.

مسیر آزاد متوسط : $(\bar{\lambda})$





N : چگالی ذرات حجم واحد

سطح برخورد $= \pi(r_1+r_2)^2$

سطح برخورد در حجم واحد $= N\pi$
یا سطح مؤثر برخورد

$$dn = -n(x)\, N\pi\, (r_1+r_2)^2\, dx \rightarrow \int_{x_0=0}^{x=x} \frac{dn(x)}{n(x)} = \int_{x_0=0}^{x=x} -N\pi(r_1+r_2)^2\, dx$$

$$\mathrm{Ln}\, n(x) - \mathrm{Ln}\, n(x_0) = -N\pi(r_1+r_2)\, x \rightarrow \frac{n(x)}{n_0} = e^{-N\pi(r_1+r_2)^2 x}$$

$$n(x) = n_0 e^{-N\pi(r_1+r_2) x}$$

مسیر آزاد فاصله ای است که مولکول ها بین دو برخورد طی می کنند

و یک برخورد هنگامی صورت می گیرد که مراکز دو ذره به فاصله r_1+r_2 از هم قرار بگیرند.

احتمال وجود مسیر آزادی به طول x برابر است با احتمال برخوردهای انجام گرفته در فاصله ی بین x و $x+dx$.

مسیر آزاد متوسط $\bar{\lambda}$ معادل $\bar{x}$ به این نحو حاصل می گردد: با مشتق گیری از معادله ی $n(x) = n_0 e^{-N\pi(r_1+r_2)^2 x}$ که مشتق آن را با $f(x)$ نمایش می دهیم:

$$f(x) = \frac{dn(x)}{dx} = -N\pi(r_1+r_2)^2 e^{-N\pi(r_1+r_2)^2 x}$$

احتمال برخورد در فاصله‌ی بین x و $(x+dx)$ میانگین مسیر آزاد این ناحیه نامیده می‌شود.

$$\text{مسیر متوسط}\ \bar{\lambda} = \bar{x} = \int_{x=0}^{x=\infty} x.f(x)\,dx = \int_0^\infty \underbrace{-x}_{u}\, N\pi(r_1+r_2)^2\, \underbrace{e^{-N\pi(r_1+r_2)^2 x}\, dx}_{dv}$$

$$\begin{cases} u = x \rightarrow du = dx \\ dv = e^{-N\pi(r_1+r_2)^2 x}\,dx \rightarrow v = \dfrac{-1}{N\pi(r_1+r_2)^2} e^{-N\pi(r_1+r_2)^2 x} \end{cases}$$

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

$$\rightarrow \bar{\lambda} = -N\pi(r_1+r_2)^2 \left[\frac{-x}{N\pi(r_1+r_2)^2} e^{-N\pi(r_1+r_2)^2 x} + \int \frac{1}{N\pi(r_1+r_2)^2} e^{-N\pi(r_1+r_2)^2 x}\,dx\right]$$

$$\bar{\lambda} = \left(x\frac{N\pi(r_1+r_2)^2}{N\pi(r_1+r_2)^2} e^{-N\pi(r_1+r_2)^2 x} + \frac{N\pi(r_1+r_2)}{N\pi(r_1+r_2)}\right)\int_0^\infty e^{-N\pi(r_1+r_2)^2 x}\,dx$$

$$\bar{\lambda} = \left[x e^{-N\pi(r_1+r_2)^2 x} - \frac{1}{N\pi(r_1+r_2)^2} e^{-N\pi(r_1+r_2)^2 x}\right]_0^\infty$$

$$\bar{\lambda} = 0 - 0 - 0 + \frac{1}{N\pi(r_1+r_2)^2}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{N\pi(r_1+r_2)^2} \rightarrow \bar{\lambda} = \frac{1}{N\delta_i} \rightarrow \boxed{\delta_i = \frac{1}{N\bar{\lambda}}}$$

جلسه‌ی هجدهم ۹۲/۹/۱۳

از بحث فوق نتیجه می‌شود که تعداد ذرات موجود در ذرات گاز (مسیر آزاد میانگین) دو عامل اساسی، یونیزاسیون و تخریب و ترکیب مجدد در گازها می‌باشد. عدد مسیر آزاد متوسط جهت بعضی گازها در شرایط $T = ۲۵°C$ و $P = ۷۶۰\,mmHg$ به این قرار است:

$\bar{\lambda}_{H_2} = 11.77 \times 10^{-8} m$ $\bar{\lambda}_{N_2} = 6.28 \times 10^{-8} m$

$\bar{\lambda}_{O_2} = 6.79 \times 10^{-8} m$ $\bar{\lambda}_{CO_2} = 4.19 \times 10^{-8} m$

هر قدر قطر مولکولی بیشتر باشد، احتمال برخورد بیشتر می‌شود و مقدار فاصله‌ی مسیر آزاد کمتر.

به عنوان مثال قطر H_2 از O_2 کمتر است در نتیجه با توجه به معادله‌ی $P = N.K.T$ تعداد ذرات در واحد حجم برابر است با: $\boxed{N = \frac{P}{KT}}$

و از طرفی $\bar{\lambda} = \frac{1}{\delta_i . N}$ در نتیجه: $\boxed{N = \frac{1}{\delta_i . \bar{\lambda}}}$

می‌توان نتیجه گرفت که مسیر آزاد میانگین با دما نسبت مستقیم و با فشار نسبت معکوس دارد.

$$\frac{P}{K.T} = \frac{1}{\bar{\lambda}.\delta i} \rightarrow \bar{\lambda} = \frac{KT}{P \delta i}$$

$$\bar{\lambda}(\gamma, T) = \lambda_0 \frac{P_0}{P_*} . \frac{T_*}{T_0}$$

این رابطه نشان می‌دهد که اگر T و P تغییر کند، مسیر آزاد متوسط تغییر خواهد کرد و با توجه به این رابطه می‌توان نتیجه گرفت نسبت سرعت متوسط گاز به مسیر آزاد متوسط، تعداد متوسط برخورد در یک ثانیه را نتیجه می‌دهد. معکوس این نسبت را می‌توان زمان برخورد بین دو ذره نامید.

متوسط سرعت مولکولی

تعداد برخورد ذرات $\nu = \frac{\bar{u}}{\bar{\lambda}}$ $\left(\frac{\text{برخورد}}{sec}\right)$

مسیر آزاد متوسط

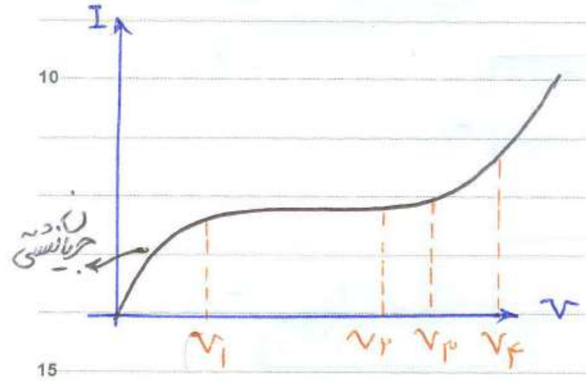
$$\Delta t = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{u}} = \frac{1}{\nu} (sec)$$

مثال) سرعت متوسط گاز مورد نظر برابر $500\,m/s$ و مسیر آزاد متوسط آن برابر با $10^{-7}\,m$ می باشد.
تعداد متوسط برخورد ذرات در مدت یک ثانیه و زمان برخورد ذرات را محاسبه کنید.

تعداد برخورد ذرات در یک ثانیه: $\nu = \frac{u}{\lambda} = \frac{500}{10^{-7}} = 0{,}5\times10^{10}\left(\frac{\text{برخورد}}{sec}\right)$

زمان برخورد دو ذره: $\Delta t = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{0{,}5\times10^{10}} = 2\times10^{-10} = 0{,}2\ n\sec$

بهمن الکترونی:

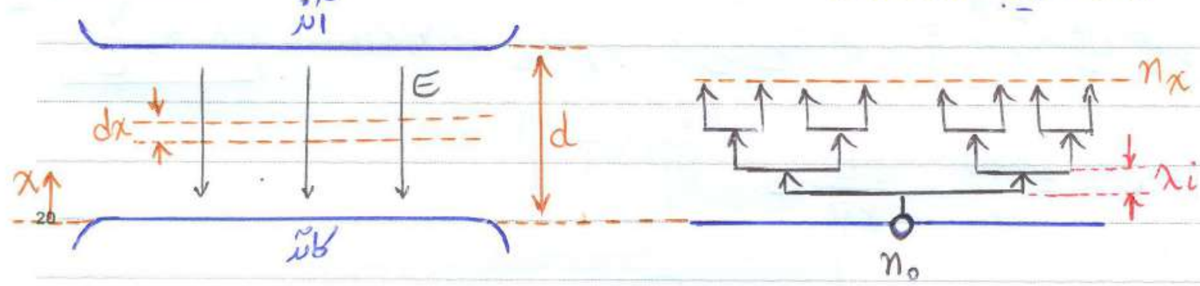


$dn = n\alpha\, dx$

$n = n_0 e^{\alpha d}$

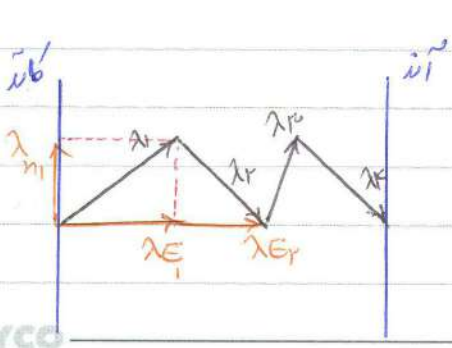
$i = i_0 e^{\alpha d}$

towsend ضریب : α



(a) (b)

رفتار $e^{\alpha d}$ مانند بهمن الکترونی از کاتد به آند می باشد. در واقع بهمن الکترونی در میدان یکنواخت با رفتار $e^{\alpha d}$ مواجه خواهد بود. رشد بهمن الکترونی (افزایش جریان) باعث تغییر فرآیند $I=I_0 e^{\alpha d}$ به $I=I_0 e^{K}$ خواهد بود که ذرات $K=\frac{x}{\lambda_i}$.



V: سرعت رانده شدن الکترون:

مؤلفه افقی اهمیت دارد.

(ص 39-6 فشار قوی دکتر محسنی)

$$I = I_0 e^{\frac{x}{\lambda_i}}$$

داشتیم : $n(x) = n_0 e^{-N\pi(r_1+r_2)^2 x}$

$$\frac{\bar{V}}{\bar{\lambda}} = \frac{V}{\bar{\lambda} E} \qquad \bar{\lambda} = \frac{1}{N\pi(r_1+r_2)^2}$$

بنابراین می توان نتیجه گرفت :

$n(x) = e^{-x/\lambda}$ که با میدان $f'(x) = \dfrac{n(x)}{n_0} = e^{-\left(\frac{\lambda_i}{\lambda}\right)}$ به دست می آید.

و با مشتق گیری از آن به ضرایب اولیه ی townsend می رسیم $(\lambda_i = x)$ و با توجه به $\dfrac{\bar{V}}{\bar{\lambda}} = \dfrac{V}{\bar{\lambda} E}$ خواهیم داشت :

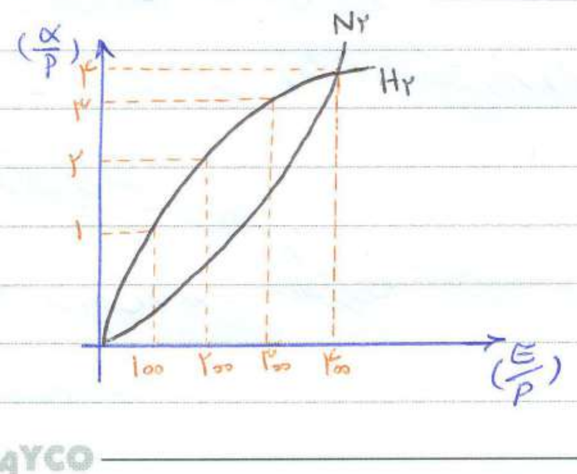
$$\frac{df'(x)}{dx} = \alpha = \frac{1}{\bar{\lambda}} e^{-\left(\frac{\lambda_i}{\lambda}\right)} \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{1}{\bar{\lambda} E} e^{-\frac{\lambda_I}{\bar{\lambda} E}}} \quad \mathrm{I}$$

$$N = \frac{P}{K\pi} \Rightarrow N = \frac{1}{\bar{\lambda}\delta_i} \Rightarrow \frac{P}{KT} = \frac{1}{\bar{\lambda}\delta_i} \Rightarrow \boxed{\bar{\lambda} = \frac{KT}{P\delta_0}} \quad \mathrm{II}$$

که در آن V_i پتانسیل لازم جهت یونیزاسیون گاز و E شدت میدان الکتریکی است. $\boxed{\lambda_i = \frac{V_i}{E}}$ III

$$\left.\begin{array}{l}\mathrm{I}\\ \mathrm{II}\\ \mathrm{III}\end{array}\right\} \Rightarrow \alpha = \frac{df'(x)}{dx} = \frac{P\delta_i}{K\pi} e^{-\left(\frac{V_i}{E}\right)\left(\frac{P\delta_i}{KT}\right)}$$

رابطه ی بین میدان و یونیزاسیون در گاز : $\boxed{\dfrac{\alpha}{P} = \dfrac{\delta_i}{KT} e^{-\left[\left(\frac{\delta_i}{KT}\right)\frac{V_i}{(E/P)}\right]}}$



جلسه‌ی نوزدهم ۹۲/۹/۱۸

د) یونیزاسیون: به علت تشکیل یون منفی از طریق اتصال الکترون به اتم و رسیدن به حالت پایدار باعث می‌گردد که ترمزی در ناحیه‌ی یونیزاسیون ایجاد شده باشد. چنین گازهایی که این قابلیت را دارند، الکترونگاتیو خوانده می‌شوند. فلئور، کلر، ید با فقدان یک الکترون و اکسیژن و گوگرد با فقدان دو الکترون از این دسته هستند.

مکانیزم شکست towsend با در نظر گرفتن رفتار یونیزاسیون:

$$dn = n\alpha\, dx$$

$$dn_a = -nq\, dx$$

$$dn^{-1} = dn_i + dn_a = n(\alpha - q)\, dx$$

$$n = n_0 e^{(\alpha-q)x}$$

$$dn = nq\,dx = ne^{(\alpha-q)x} q\,dx = nqe^{(\alpha-q)x}\, dx$$

$$\bar{n} = \frac{nq}{\alpha-q} e^{(\alpha-q)x} \Big|_{x=0}^{x=x} = \frac{nq}{\alpha-q} e^{(\alpha-q)x} - \frac{nq}{\alpha-q} = \frac{nq}{\alpha-q}\left(e^{(\alpha-q)x} - 1\right)$$

$$\bar{n} + n = \frac{nq}{\alpha-q} e^{(\alpha-q)x} - \frac{nq}{\alpha-q} + ne^{(\alpha-q)x}$$

$$\frac{\bar{n}+n}{n_0} = e^{(\alpha-q)d}\left[\frac{q}{\alpha-q} + 1\right] - \frac{q}{\alpha-q} = e^{(\alpha-q)d}\left[\frac{q+\alpha-q}{\alpha-q}\right] - \frac{q}{\alpha-q}$$

$$\frac{\bar{n}+n}{n_0} = e^{(\alpha-q)d} - \frac{q}{\alpha-q}$$

$$\boxed{\frac{I}{I_0} = \frac{\alpha}{\alpha-q} e^{(\alpha-q)d} - \frac{q}{\alpha-q}} \qquad q = 0 \rightarrow i = i_0 e^{+\alpha d}$$

ضریب ثانوی towsend :

$$n = (n_0 + n^+)\, e^{\alpha d}$$

$$n^+ = \gamma \left[n - (n_0 + n^+) \right]$$

$$n_0 + n^+ = \frac{n}{e^{\alpha d}} \Rightarrow n^+ = \frac{n - n_0 e^{\alpha d}}{e^{\alpha d}}$$

$$n^+ = \gamma \left[n - \left(\frac{n}{e^{\alpha d}} \right) \right]$$

$$\frac{n - n_0 e^{\alpha d}}{e^{\alpha d}} = \gamma \left[n - \left(\frac{n}{e^{\alpha d}} \right) \right]$$

$$n - n_0 e^{\alpha d} + n\gamma = n_0 e^{\alpha d} \Rightarrow n\left(1 - \gamma e^{\alpha d} + \gamma\right) = n_0 e^{\alpha d}$$

$$\boxed{n = \frac{n_0 e^{\alpha d}}{1 - \gamma\left(e^{\alpha d} - 1\right)}}$$

شرط شکست ← مخرج $= 0 \rightarrow \gamma\left(e^{\alpha d} - 1\right) = 1$

$$e^{\alpha d} - 1 = \frac{1}{\gamma} \rightarrow e^{\alpha d} = \left(\frac{1}{\gamma} + 1\right) \rightarrow \alpha d = \ln\left(\frac{1}{\gamma} + 1\right) = cte$$

$$\boxed{I = I_0 \frac{e^{\alpha d}}{1 - \gamma\left(e^{\alpha d} - 1\right)}}$$