

فصل اول

مقدمه ای بر سیستم های قدرت

۱-۱ تاریخچه توسعه صنعت برق جهان

- قبل از قرن نوزدهم وسایلی مانند شمع و چربیها منابع تامین روشنایی بودند.
- در اواسط قرن نوزدهم استفاده از چراغ گازی بسیار رایج بود ولی ایمنی زیادی نداشت.
- تحولات در زمینه تولید الکتریسیته توسط فاراده و هائری و تحولات در زمینه استفاده از الکتریسیته بصورت لامپهای التهابی توسط ادیسون انجام شد.
- سال ۱۸۸۰ شرکت روشنایی پرل استریت Pearl Street Illumination Company در منهاتان نیویورک توسط ادیسون تاسیس شد و تولید برق الکتریکی جریان مستقیم (DC) با استفاده از دیناموترهای DC و موتورهای بخار انتقال با کابلهای زیرزمینی مصرف روشنایی بارهای اطراف را تامین نمود که در طی ۸ سال بهره برداری فقط ۳ ساعت خاموشی داشت.
- سیستم پرل استریت ادیسون با برق DC کار می کرد.
- بعد از پروژه آبشار نیاگارا صنعت برق منحصراً از برق AC استفاده می کند.
- پس از آن رشد سریع شرکتهای روشنایی محلی در اروپا و امریکا بوقوع پیوست.
- اختراع موتور القایی جریان متناوب (AC) در اواخر قرن نوزدهم انجام شد.
- سال ۱۸۸۵ اولین سیستم توزیع جریان متناوب برای بار مصرفی ۱۵۰ لامپ توسط جرج وستینگهاوس اجرا گردید.
- سال ۱۸۹۰ اولین خط انتقال AC تکفاز بطول ۲۱ کیلومتر مورد بهره برداری قرار گرفت.
- ایده های تئوری و عملی برای جایگزین شدن جریان متناوب سه فاز AC بجای سیستم تولید DC طرح گردید.
- سال ۱۸۹۶ طرح سیستم الکتریکی AC سه فاز ۲۵ هرتز برای انجام پروژه تولید و انتقال برق از آبشار نیاگارا به بوفالو نیویورک برنده شد.

- تولید توربین های بخار با سرعت زیاد لزوم افزایش فرکانس و استاندارد کردن فرکانس سیستم های قدرت را مطرح کرد (۶۰-۵۰ هرتز).

- با استاندارد کردن فرکانس، قابلیت وصل سیستمهای قدرت کوچک تر به همدیگر و بوجود آمدن سیستم های قدرت پیوسته و بزرگ تر شد.

- اجزای تشکیل دهنده سیستم های قدرت نظیر ژنراتورها و ترانسفورماتورها و افزایش قدرت نامی و ولتاژ آنها سیر تکاملی خود را می پیمود.

- در سال ۱۸۹۰ (در آمریکا) ولتاژ خطوط انتقال 3.3 KV بود که تا سال ۱۹۶۹ ولتاژ خطوط انتقال 765 KV افزایش یافت.

- در سال ۱۹۸۲ ظرفیت کل نصب شده (در آمریکا) 600 GW بود که بطور متوسط متوسط 2.5 KW برای هر نفر تقسیم می شود. هر شخص قوی بنیه تقریباً یکصد وات توان ماهیچه ای دارد، پس برای هر نفر قدرت ۲۵ کارگر در خانه فراهم می شد.

- تا سال ۱۹۱۷ بهره برداری از سیستم های قدرت بصورت واحدهای مستقل و جدا از هم انجام می شد. وجود تقاضای مصرف زیاد انرژی الکتریکی و نیاز به داشتن قابلیت اطمینان زیاد باعث بهم پیوستن سیستم های قدرت الکتریکی مجاور و توسعه سیستم ها گردید.

۱۹۶۰ تا ۱۹۸۰ سیستمهای فشار قوی جریان مستقیم HVDC در نقاط مختلف دنیا ساخته شدند که در خطوط خیلی بلند مزایای زیادی دارند.

جمعیت در حال افزایش ← افزایش استفاده از کابلهای زیر زمینی ← گران هستند و جریان نشستی خازنی بالادر جریانهای AC برای مسافتهای طولانی دارند.

سیستم DC معایب بالا را ندارد و انتخاب خوبی برای کابلهای زیرزمینی است ← استفاده از آن در انتقال زیر آبی نروژ-دانمارک

- سیستم های قدرت الکتریکی بهم پیوسته دارای مزایایی از قبیل مقرون به صرفه بودن از لحاظ اقتصادی هستند، زیرا ماشین های کمتری بعنوان رزرو برای ساعات پیک لازم می باشد.

- وقوع اتصال کوتاه و خطاهای دیگر که باعث بروز اختلال در سیستم می شوند جزو معایب این سیستم ها است که با استقرار رله ها و کلیدهای مناسب در محل اتصال ها می توان آنها را برطرف نمود.

۲-۱ تاریخچه صنعت برق ایران

اولین مبدل برق (دیزل ژنراتور) در سال ۱۲۸۳ هجری شمسی با قدرت 600 KW توسط حاج امین الضرب در خیابان چراغ برق تهران مورد بهره برداری قرار گرفت. پس از آن تا سال ۱۳۳۸ چند نیروگاه دیگر به ظرفیت های 1MW، 2MW، 6MW و 8MW اجرا گردید.

در ۱۳۳۸ برق آلتوم (نیروگاه طرشت) ساخته شد که به عنوان اساسی ترین منبع تولید برق در ایران مجموعاً 50MW برق تولید می کرد. این نیروگاه یک نیروگاه بخاری است که از ۴ ژنراتور 12.5 MW در آن استفاده می شود.

۱-۳ تاریخچه صنعت برق آذربایجان

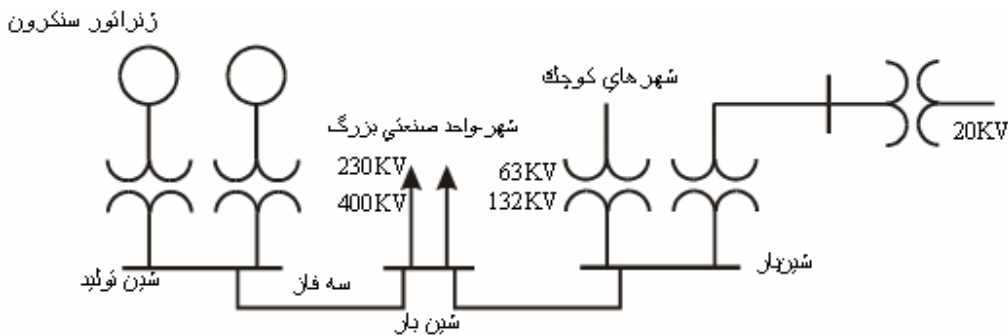
- ۱۲۸۱ هجری شمسی امتیاز تأسیس کارخانه برق تبریز از دولت توسط قاسم خان والی
- ۱۲۸۱ دایر نمودن اولین نیروگاه در تبریز
- ۱۲۸۵ تعطیل شدن نیروگاه بعلت شروع جنگ جهانی اول
- ۱۲۸۹ شروع بکار مجدد نیروگاه پس از خاتمه جنگ جهانی اول
- ۱۳۰۶ الی ۱۳۱۵ تغییرات مهمی در وضعیت تولید برق انجام نشد
- ۱۳۱۵ تأسیس شرکت سهامی روشنایی با ایجاد نیروگاهی به قدرت 810 KW
- تأسیس مؤسسات دیگر در گوشه و کنار شهر تبریز و مؤسسات مشابه دیگر در سایر شهرهای استان آذربایجان شرقی (مراغه) و آذربایجان غربی (ارومیه)
- ۱۳۴۵ تأسیس شرکت برق منطقه ای آذربایجان و اقدام به اداره مؤسسات فوق و بازسازی و نوسازی و مسئولیت تأمین برق شهرهای آذربایجان
- ساختار جدید شرکت برق منطقه ای آذربایجان عبارت است از:
 - شرکت توزیع نیروی برق استان آذربایجان شرقی
 - شرکت توزیع نیروی برق استان آذربایجان غربی
 - شرکت توزیع نیروی برق استان اردبیل
 - شرکت توزیع نیروی برق تبریز (و سایر شهرها)
 - شرکت مهندسی مشاور نیروی آذربایجان (منا)
 - شرکت مشاورین انفورماتیک نیرو (مانیر)
 - شرکت رفاه و پشتیبانی برق آذربایجان
 - شرکت مهندسی سازه های نیروی آذربایجان
- مجموعه تولید برق در آذربایجان در سال ۱۳۷۵ به حدود 5 GWH رسید که شامل تولید در نیروگاههای زیر بود:

نیروگاه تبریز (واحد بخار)	نیروگاه آبی سد ارس	نیروگاه دیزلی اردبیل
نیروگاه تبریز (واحد گازی)	نیروگاه آبی سد مهاباد	نیروگاه دیزلی پارس آباد
نیروگاه گازی صوفیان	نیروگاه آبی مغان	نیروگاه دیزلی سردشت
نیروگاه گازی ارومیه	نیروگاه بخاری بناب	نیروگاه سیکل ترکیبی خوی

- فروش انرژی الکتریکی به کشورهای همسایه (جمهوری آذربایجان و نخجوان-ترکیه-ارمنستان)
- شبکه انتقال در آذربایجان شامل ولتاژهای 400 KV (دو خط) و 230 KV (۱۴ خط) می باشد.
- شبکه توزیع در آذربایجان شامل ولتاژهای 132 KV (۵۲ خط) و 63 KV (۲۷ خط) می باشد.
- پستهای موجود 400 KV (۱ عدد)، 230 KV (۱۰ عدد)، 132 KV (۴۰ عدد) و 63 KV (۲۳ عدد) می باشد.

۴-۱ بخش های مختلف شبکه های قدرت

- ۱- تولید (Generation)
 - ۲- انتقال (Transmission)
 - ۳- توزیع (Distribution)
 - ۴- بار مصرفی (Load)
- منابع تولید ← سیستمها و شبکه های انتقال ← مراکز بار



شکل ۱-۱-۱ دیگرام کلی تک خطی سیستم های قدرت

۱-۴-۱ تولید

- ولتاژ تولید شده ژنراتورها برابر ۱۳/۸، ۲۴ و ۳۰ کیلوولت بوده و استاندارد مشخصی ندارند. حداکثر ولتاژ تولید شده ژنراتورها در ایران تا ۲۱ کیلوولت می باشد.
- ولتاژ ژنراتورها ← ترانسفورماتورهای افزایشنده ← تبدیل به ولتاژ بالا (به دلیل کم کردن جریان انتقالی کاهش تلفات سیستم انتقال و افزایش بهره انتقال قدرت)
- ولتاژهای استاندارد انتقال آمریکا:
- در ولتاژهای بالا (HV) ۱۱۵، ۱۳۸ و ۲۳۰ کیلوولت
- در ولتاژهای بسیار بالا (EHV) ۳۴۵، ۵۰۰، ۷۶۵، ۱۰۰۰ و ۱۵۰۰ کیلوولت
- ولتاژهای استاندارد انتقال ایران ۶۳، ۱۳۲، ۲۳۰ و ۴۰۰ کیلوولت هستند.

تجهيزات تولید انرژی:

ژنراتور سنکرون با حداکثر تولید برابر 1000 MW یا 1 GW

تنها عامل محدود کننده ژنراتورها چگالی جریان مجاز در هادیهای روتور و استاتور است.

فعالیت در جهت ماشینهای سنکرون همراه با ابر رساناها (ماشینهایی با درجه حرارت سیم بندیها در صفر

مطلق) ← افزایش قدرت ژنراتورها تا 5-6 GW

تولید برق توسط نیروگاه های مختلفی انجام می شود که عبارتند از:

۱- نیروگاه آبی (Hydraulic Power Plant)

در ایران دو نیروگاه آبی زیر مهم می باشند:

- نیروگاه کارون (سد شهید عباسپور) با ظرفیت تولید 1000MW

- نیروگاه دز (سد دز) با ظرفیت 500MW

یکی از مزایای نیروگاه های آبی این است که از هیچ سوختی جهت تولید برق استفاده نمی کنند. در نتیجه هیچ نوع آلودگی محیط زیست ایجاد نمی کنند. یکی از علل خاموشی های مربوط به نیروگاه های آبی عوامل جوی و کمبود بارندگی می باشد. در ایران نیروگاه سد دز بعنوان شین مرجع (Reference Bus) جهت محاسبات برق سراسری ایران در نظر گرفته می شود.

۲- نیروگاه بخار (عمده ترین و بیشترین نیروگاه های ایران) (Steam Power Plant)

نیروگاه های بخار به عنوان نیروگاه های پایه بوده و در آن از انرژی فسیلی مانند مازوت، نفت، گازوئیل و گاز به عنوان سوخت استفاده می شود. عمده سوخت فسیلی که در شبکه برق ایران مصرف می شود گاز و مازوت است. در نیروگاه بخار آب در دیگ بخار توسط سوخت آنقدر حرارت داده می شود تا به فاز بخار تبدیل شود. پس از آن بخار وارد توربین شده و با حرکت ژنراتور متصل به آن انرژی الکتریکی تولید می شود. یکی از علل خاموشی نیروگاههای بخار نرسیدن سوخت است.

نیروگاه بخار نکا ۴ عدد ژنراتور 440 MW دارد و مجموعاً $4 * 440 = 1760$ MW برق تولید می کند. از بزرگترین نیروگاه های کشور نیروگاه های رامین اهواز و شهید رجایی قزوین هستند. نیروگاه تبریز نیز دارای حداکثر ظرفیت $2 * 380 = 760$ MW است.

هرگاه نیروگاه تبریز با ظرفیت تولید تنظیم شده برابر با 700 MW در طول ماه باندازه ۳۰ روز تولید داشته باشد و برای هر کیلووات ساعت ۰/۲۶ لیتر مازوت مصرف شود، این نیروگاه در طول ماه چقدر مازوت مصرف می کند؟

انرژی که در عرض يك ماه توسط نیروگاه تولید می شود برابر است با

$$30 * 24 = 720 \text{ hour/month}$$

$$700 \text{ MW} * 720 = 504000 \text{ MWhour/month}$$

در اینصورت کل مازوت مصرفی در یکماه برابر است با

$$504000 * 1000 * 0.26 = 131040000 \text{ liter/month}$$

اگر فرض کنیم که ماشین های نفت کش قدرت حمل ۲۰۰۰۰ لیتر مازوت را داشته باشند خواهیم داشت

$$131040000 / 20000 = 6552 \text{ tankers/month}$$

$$6552 / 30 \approx 220 \text{ tankers/day}$$

یعنی ۶۵۵۲ تانکر ۲۰۰۰۰ لیتری در یک ماه یا روزی ۲۲۰ تانکر باید به نیروگاه برسد.

۳- نیروگاه گازی (Gas Power Plant)

سوخت مربوط به نیروگاه های گازی نیز همان مازوت است و از طریق عمل احتراق توربین را به حرکت در می آورد. تولید برق با نیروگاه های گازی مقرون به صرفه نیست و برای ۴ تا ۵ ساعت در روز استفاده می شود. ساخت آن حداکثر تا یک سال طول می کشد و حجم آنها نسبت به سایر نیروگاه های پایه کوچک تر است. نیروگاه های گازی جهت مصرف پیک برق مورد استفاده قرار می گیرد و به آنها نیروگاه های پیک نیز می گویند که وقتی مصرف برق به حداکثر می رسد وارد مدار می شوند. نیروگاه های پایه مانند نیروگاه آبی، بخار و هسته ای به نیروگاه های گفته می شود که در ۲۴ ساعت فعال باشند.

۴- نیروگاه اتمی یا هسته ای (Nuclear Power Plant)

نیروگاه های اتمی از نظر ساختار مثل نیروگاه های بخار هستند و تنها تفاوت در نوع سوخت آنها می باشد. در این نیروگاه ها از اورانیم غنی شده به عنوان سوخت استفاده می شود. آلودگی محیط زیست و مخالفت های عمومی مردم باعث طراحی نیروگاه های جدید با ترکیب هسته ای شده است.

۵- نیروگاه تلمبه ذخیره ای (Pomp Storage Power Plant)

نیروگاه های تلمبه ذخیره ای هم از نوع نیروگاه های پیک می باشند. از ساعت ۱۰-۱۱ تا ۶ صبح مصرف برق حداقل است. بنابراین در این زمان مخزن آب را توسط پمپاژ از آب سد پر می کنند و آب ذخیره می شود. بعد از ساعت ۸ شب که مصرف برق زیاد بوده و در اوج پیک بار است از آب مخزن برای تولید برق در نیروگاه استفاده می شود. این نیروگاه ها تا 1000MW برق تولید می کنند.

۶- نیروگاه جزر و مدی (Tidal Power Plant)

در نیروگاههای جزر و مدی توربین توسط تلمبه هایی که بوسیله جزر و مد و موج اقیانوسها تغییر می کنند حرکت می کند. این نیروگاهها دارای محدودیتهای جغرافیایی بوده و ژنراتورهای مربوط به آنها دارای طرح پیچیده و گران هستند.

۷- نیروگاه خورشیدی (Solar Power Plant)

نیروگاههای خورشیدی بدون مصرف سوخت و با استفاده از حرارت مستقیم خورشید کار می کنند. این نیروگاهها دارای ویژگیهای زیر می باشند:

- ساخت سلولهای فتوسل گران می باشد

- تولید الکتریسیته (روش مستقیم) بصورت ولتاژ DC می باشد

- تولید بخار آب (روش غیر مستقیم) و توربینی روش دیگر می باشد

- از روشهای دیگر تمرکز خورشید است

کوشش های زیادی برای بالا بردن بهره و کاهش قیمت مولدهای خورشیدی بعمل آمده است. در حالیکه دسترسی به منابع خورشیدی از نظر زمانی تناوبی نبوده و از ضعفهای عمده این نیروگاهها بشمار می رود. از طرف دیگر دسترسی به منابع خورشیدی تابع شرایط جوی است.

۸- نیروگاه بادی (Wind Power Plant)

این نیروگاهها دارای محدودیتهای جغرافیایی می باشند

۹- نیروگاه زمین حرارتی (Geothermal Power Plant)

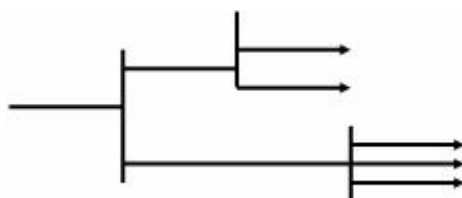
این نیروگاهها دارای محدودیتهای جغرافیایی می باشند

۱-۴-۲ انتقال

شبكة های انتقال انرژی از مسیرهای مختلف و با ترکیب های متقارن تشکیل یافته و دارای ساختار حلقوی می باشند. در ایران انتقال قدرت با ولتاژهای ۲۳۰ کیلوولت و ۴۰۰ کیلوولت انجام می گیرد. یکی از مسائل حائز اهمیت در ولتاژهای ۲۳۰ و ۴۰۰ کیلوولت وجود شارژ خازنی خط انتقال است. شارژ خازنی باعث افزایش ولتاژ می شود که باید این افزایش ولتاژ را مهار نمود.

۱-۴-۳ توزیع و فوق توزیع

این شبکه ها دارای ساختار شعاعی می باشند و انتقال انرژی در آنها در جهت مشخصی می باشد. ولتاژ انتقال در مجاورت بارها و توسط ترانسفورماتورهای کاهنده کاسته می شود و پس از آن به سمت شبکه های فوق توزیع و توزیع می رود. شبکه های توزیع در ایران در سطح ۶۳ کیلوولت و ۲۰ کیلوولت اجرا می شود. معمولاً شارژ خازنی در این دو سطح آنقدر کم است که حائز اهمیت نمی باشد.



شکل ۱-۲ شبکه های توزیع با ساختار شعاعی

۱-۴-۴ بار مصرفی

بارهای مصرفی به انواع خانگی/شهری، صنعتی، کشاورزی، روستایی و تجاری تقسیم می شوند.

۳۸۰ ولت سه فاز

۲۲۰ ولت تکفاز

۱-۵ ذخیره سازی انرژی

باتریهای DC با قدرت کم – تکنولوژی نتوانسته است وسیله ای برای ذخیره انرژی در قدرتهای بالا فراهم آورد. تأسیسات آبی با سیستم پمپاژ – از جمله تجهیزات الکتریکی-مکانیکی دو حالت ذخیره انرژی هستند.

$$W_{mf} \uparrow = \frac{1}{2} Li^2 \uparrow$$

سلفهای مغناطیسی ابر رسانا راه حل مناسب و ممکن برای ذخیره انرژی الکتریکی خالص هستند.

۱-۶ صرفه جویی در انرژی

تأکید بر حذف مصارف بیهوده روشنایی و موتورها – استفاده از سیستمهای گرمایش خانگی خورشیدی- آموزش مناسب مصرف کنندگان – اعمال روشهای مدیریت بار (سوق دادن تقاضای انرژی به ساعاتی غیر از ساعات حداکثر بار) – کاهش ظرفیت تولیدی شرکتهای برق

فصل دوم

مفاهیم اساسی در سیستم های قدرت

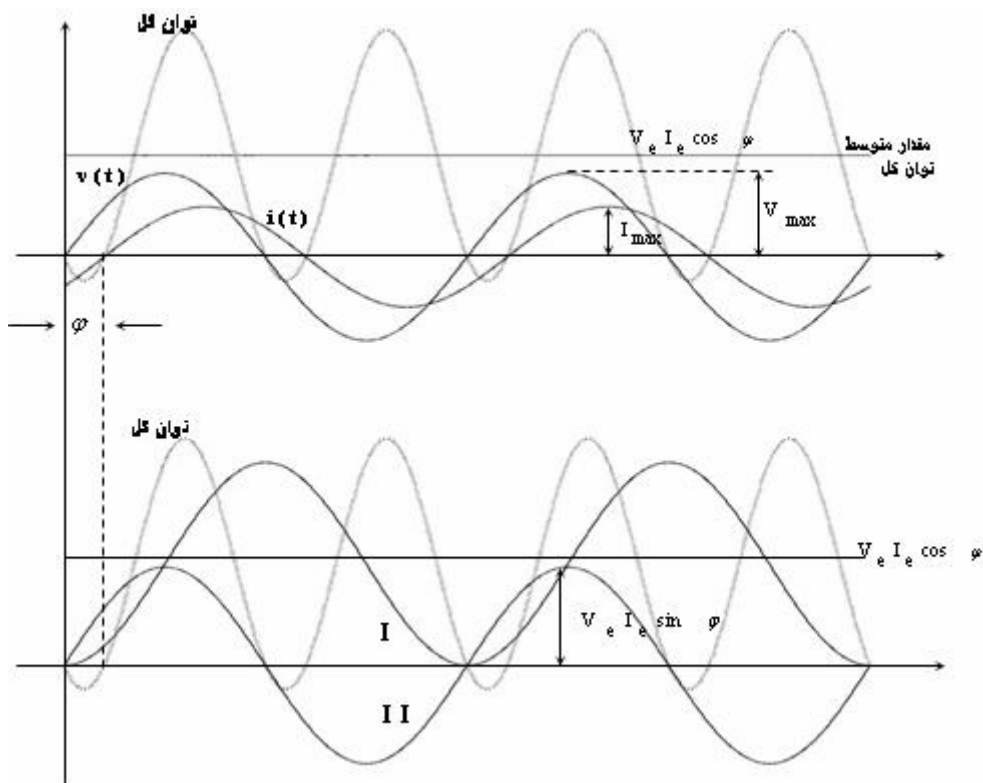
۱-۲ فازورهای الکتریکی

$$v(t) = V_{\max} \sin(\omega t)$$

$$i(t) = I_{\max} \sin(\omega t - \varphi)$$

φ ← زاویه اختلاف فاز

$\omega = 2\pi f$ ← فرکانس زاویه ای



شکل ۱-۲ شکل موجهای لحظه ای (زمانی) ولتاژ، جریان و توان (کل، حقیقی و واکنشی)

$$p(t) = v(t).i(t) = \text{توان کل}$$

$$i(t) = I_{\max} \sin(\omega t + \alpha)$$

$$e^{j(\omega t + \alpha)} = \cos(\omega t + \alpha) + j \sin(\omega t + \alpha)$$

$$i(t) = \text{Im} \{ I_{\max} e^{j(\omega t + \alpha)} \} = \text{Im} \{ I_{\max} e^{j\alpha} e^{j\omega t} \}$$

$$\bar{I} = I_{\max} e^{j\alpha} = I_{\max} \angle \alpha \Rightarrow i(t) = \text{Im} \{ \bar{I} e^{j\omega t} \}$$

$\bar{I} \leftarrow$ فازور جریان I

$$|I| = I_{\max} \quad I \text{ دامنه فازور واقعي} = \text{مقدار حداکثر جريان}$$

$$I = I_{\max}$$

$\angle I = \alpha$ زاویه فاز فازور جريان

در اکثر مراجع دامنه فازور قراردادی را مقدار مؤثر فرض می کنند، بنابراین داریم

$$\bar{I} = I \angle \alpha = I_{\text{eff}} \angle \alpha = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} \angle \alpha$$

$$\bar{I} = I \angle \alpha = I_e \angle \alpha = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \angle \alpha$$

بنابراین فرض همیشگی و قراردادی برای فازور جريان و بصورت مشابه برای تمام فازورها بصورت زیر خواهد بود

$$i(t) = \sqrt{2} \{ \bar{I} e^{j\omega t} \}$$

بنابراین رابطه توان کل برابر است با

$$p(t) = V_e I_e \cos \varphi - V_e I_e (\cos(2\omega t) \cos \varphi + \sin(2\omega t) \sin \varphi)$$

$$p(t) = V_e I_e \cos \varphi (1 - \cos(2\omega t)) - V_e I_e \sin(2\omega t) \sin \varphi$$

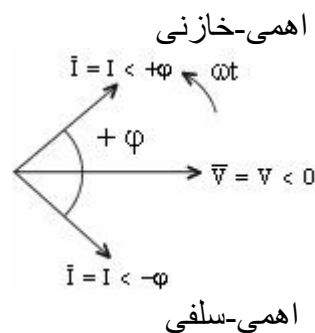
$$p(t) = P(1 - \cos(2\omega t)) - Q \sin(2\omega t)$$

$$P = V_e I_e \cos \varphi = VI \cos \varphi$$

$$Q = V_e I_e \sin \varphi = VI \sin \varphi$$

$P \leftarrow$ توان حقیقی (Real Power)

$Q \leftarrow$ توان واکنشی، غیر فعال، غیر حقیقی (Reactive Power)



شکل ۲-۲ دیاگرام دایره ای فازورهای ولتاژ و جريان در حالت های اهمی-سلفی و اهمی-خازنی

$$\varphi = \angle V - \angle I$$

زاویه اختلاف فاز مدار الکتریکی

$$\varphi = \angle V_{RL} - \angle I_{RL} = \varphi_{V-RL} - (-\varphi_{I-RL}) = 0 - \varphi_{I-RL} = \varphi_{I-RL}$$

زاویه اختلاف فاز مدار در حالت اهمی-سلفی

$$\varphi = \angle V_{RC} - \angle I_{RC} = \varphi_{V-RC} - (+\varphi_{I-RC}) = 0 - \varphi_{I-RC} = -\varphi_{I-RC}$$

زاویه اختلاف فاز مدار در حالت اهمی-خازنی

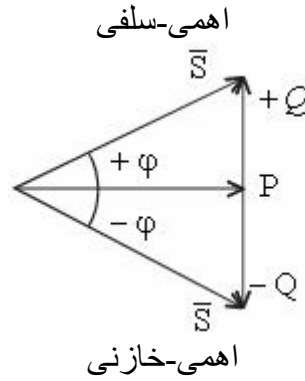
بنابراین با در نظر گرفتن اختلاف فاز مدار $\varphi = \angle V - \angle I$ در صورتی که $\varphi > 0$ مدار اهمی-سلفی و در حالت $\varphi < 0$ مدار اهمی-خازنی می باشد.

توان ظاهری:

$$\bar{S} = P + jQ = \bar{V}I^* = VI e^{j(\angle V - \angle I)} = VI e^{j\varphi}$$

$$S = |S| = VI$$

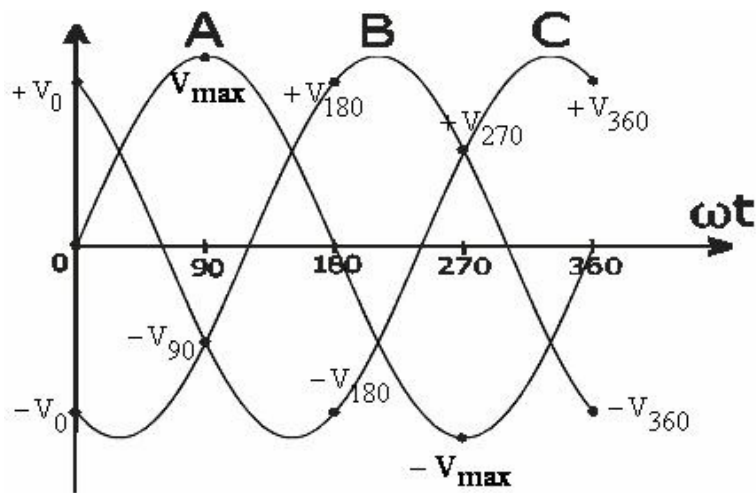
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$



شکل ۳-۲ مثلث توان در حالت‌های اهمی-سلفی و اهمی-خازنی

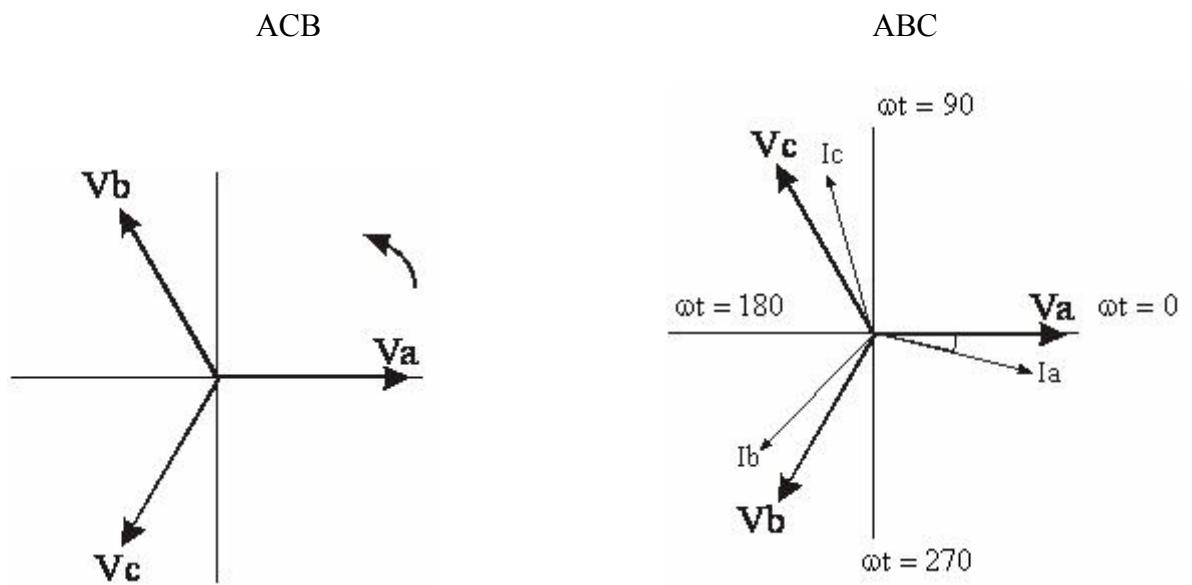
۲-۲ کمیت های سه فاز در سیستمهای قدرت

اگر سه سیم پیچ با ۱۲۰ درجه اختلاف روی یک روتور داشته باشیم با هر دور چرخش، سه فاز با ۱۲۰ درجه تأخیر نسبت به یکدیگر تولید می شود.



شکل ۴-۲ شکل موج لحظه ای (زمانی) ولتاژهای سه فاز

سیستمهای قدرت مدارهای سه فازی هستند که معمولاً بارهای سه فاز متقارن را تأمین می کنند. در نمایش سیستمهای قدرت دو نوع ترتیب فاز (Phase Sequence) بصورت مستقیم (ABC) و معکوس (ACB) وجود دارد. نمایش دیاگرام دایره ای ترتیب های مختلف سه فاز بصورت شکل ۵-۲ نشان داده می شوند.

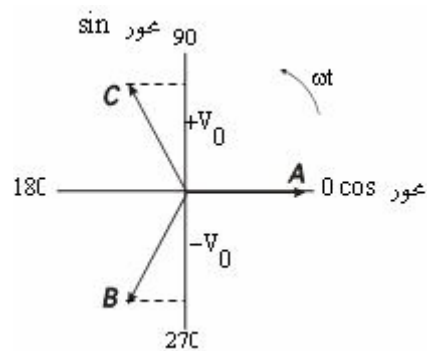


شکل ۵-۲ دیگرام دایره ای ولتاژهای سه فاز در ترتیب های فاز مختلف

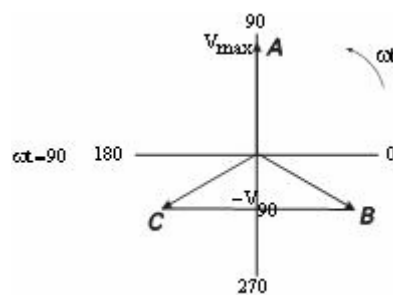
از دید حالت سینوسی $\sin(\omega t + \alpha)$

تصویر بر روی محور \sin :

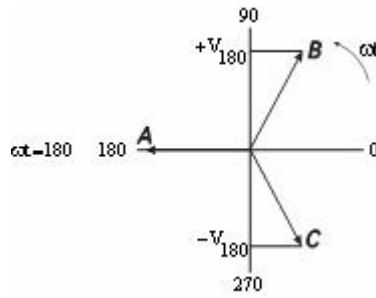
$$\alpha_A = 0 \quad \alpha_B = 120 \quad \alpha_C = 240$$



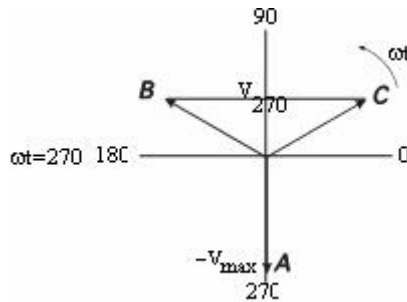
$$\omega t = 0, \quad \omega t = 360, \quad \bar{V}_A = 0, \quad \bar{V}_B = -V_0, \quad \bar{V}_C = +V_0$$



$$\omega t = 90, \quad \bar{V}_A = V_{\max}, \quad \bar{V}_B = -V_{90}, \quad \bar{V}_C = -V_{90}$$



$$\omega t = 180, \quad \bar{V}_A = 0, \quad \bar{V}_B = +V_{180}, \quad \bar{V}_C = -V_{180}$$



$$\omega t = 270, \quad \bar{V}_A = -V_{\max}, \quad \bar{V}_B = V_{270}, \quad \bar{V}_C = V_{270}$$

روابط ولتاژهای سه فاز زمانی و فازوری در نمایش ترتیب فاز مستقیم (ABC) بصورت زیر نشان داده می شوند.

$$v_A(t) = V_{\max A} \sin \omega t \quad \Rightarrow \quad \bar{V}_A = V_A \angle 0 = \frac{V_{\max A}}{\sqrt{2}} \angle 0$$

$$v_B(t) = V_{\max B} \sin(\omega t - 120) \quad \Rightarrow \quad \bar{V}_B = V_B \angle -120 = \frac{V_{\max B}}{\sqrt{2}} \angle -120$$

$$v_C(t) = V_{\max C} \sin(\omega t - 240) \quad \Rightarrow \quad \bar{V}_C = V_C \angle -240 = \frac{V_{\max C}}{\sqrt{2}} \angle -240$$

روابط ولتاژهای سه فاز زمانی و فازوری در نمایش ترتیب فاز مستقیم (ABC) با در نظر گرفتن زوایای فاز در جهت مخالف بصورت زیر نیز قابل نمایش می باشند.

$$v_A(t) = V_{\max A} \sin \omega t \quad \Rightarrow \quad \bar{V}_A = V_A \angle 0 = \frac{V_{\max A}}{\sqrt{2}} \angle 0$$

$$v_B(t) = V_{\max B} \sin(\omega t + 240) \quad \Rightarrow \quad \bar{V}_B = V_B \angle 240 = \frac{V_{\max B}}{\sqrt{2}} \angle 240$$

$$v_C(t) = V_{\max C} \sin(\omega t + 120) \quad \Rightarrow \quad \bar{V}_C = V_C \angle 120 = \frac{V_{\max C}}{\sqrt{2}} \angle 120$$

جریانهای سه فاز نیز با اختلاف فاز موجود در مدار بصورت اهمی-سلفی (پس فاز) یا اهمی-خازنی (پیش فاز) نسبت به ولتاژهای سه فاز محاسبه می شوند. برای جریانهای سه فاز در حالت اهمی-سلفی با مقدار زاویه فاز φ - برای جریان نسبت به ولتاژ (پس فاز بودن یا عقب بودن کمیت جریان نسبت به کمیت ولتاژ به اندازه φ) می توان نوشت.

$$i_A(t) = I_{\max A} \sin(\omega t - \varphi) \quad \Rightarrow \quad \bar{I}_A = I_A \angle 0 - \varphi = \frac{I_{\max A}}{\sqrt{2}} \angle 0 - \varphi$$

$$i_B(t) = I_{\max B} \sin(\omega t - 120 - \varphi) \quad \Rightarrow \quad \bar{I}_B = I_B \angle -120 - \varphi = \frac{I_{\max B}}{\sqrt{2}} \angle -120 - \varphi$$

$$i_C(t) = I_{\max C} \sin(\omega t - 240 - \varphi) \quad \Rightarrow \quad \bar{I}_C = I_C \angle -240 - \varphi = \frac{I_{\max C}}{\sqrt{2}} \angle -240 - \varphi$$

در اینصورت رابطه توان کل سه فاز بصورت زیر بیان می شود.

$$p_{3\phi} = v_A(t)i_A(t) + v_B(t)i_B(t) + v_C(t)i_C(t)$$

$$p_{3\phi}(P_{3\phi}, Q_{3\phi}) = p_A(P_A, Q_A) + p_B(P_B, Q_B) + p_C(P_C, Q_C)$$

$$\bar{S}_{3\phi} = P_{3\phi} + jQ_{3\phi} = (P_A + P_B + P_C) + j(Q_A + Q_B + Q_C)$$

بنابراین برای توانهای سه فاز حقیقی و واکنشی و توان ظاهری می توان نوشت

$$P_{3\phi} = V_A I_A \cos \varphi_A + V_B I_B \cos \varphi_B + V_C I_C \cos \varphi_C = 3VI \cos \varphi = 3P_{1\phi} \quad [\text{Watt}]$$

$$Q_{3\phi} = V_A I_A \sin \varphi_A + V_B I_B \sin \varphi_B + V_C I_C \sin \varphi_C = 3VI \sin \varphi = 3Q_{1\phi} \quad [\text{VAR}]$$

$$S_{3\phi} = |S_{3\phi}| = V_A I_A + V_B I_B + V_C I_C = 3VI = 3S_{1\phi} = 3|S_{1\phi}| \quad [\text{VA}]$$

روابط توانهای حقیقی و واکنشی سه فاز براساس روابط فاز P (فاز-زمین) و نیز روابط خط L (فاز-فاز) در اتصالهای ستاره Y و مثلث Δ بصورت زیر می باشد.
روابط فاز P (فاز-زمین)

$$P_{3\phi} = 3V_P I_P \cos \varphi = 3V_{P-N} I_{P-N} \cos \varphi_{P-N}$$

$$Q_{3\phi} = 3V_P I_P \sin \varphi = 3V_{P-N} I_{P-N} \sin \varphi_{P-N}$$

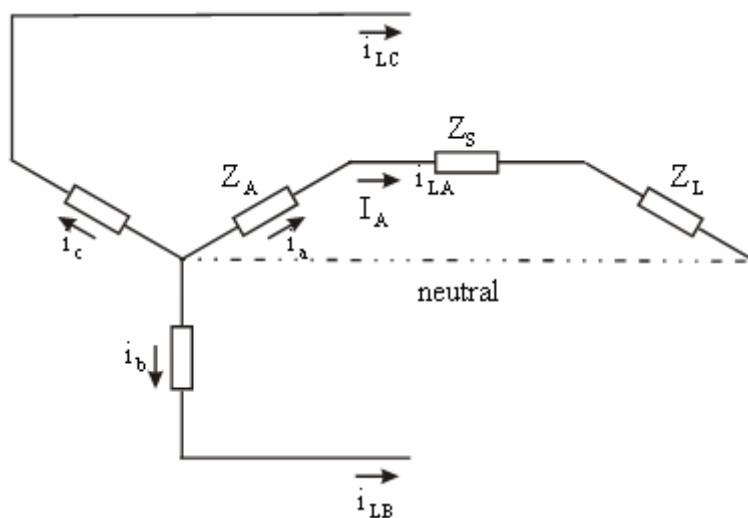
$$|S|_{3\phi} = 3V_P I_P = 3V_{P-N} I_{P-N}$$

روابط خط L (فاز-فاز)

$$P_{3\phi} = \sqrt{3}V_L I_L \cos \varphi = \sqrt{3}V_{P-P} I_{P-P} \cos \varphi_{P-N}$$

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3}V_L I_L \sin \varphi = \sqrt{3}V_{P-P} I_{P-P} \sin \varphi_{P-N}$$

$$|S|_{3\phi} = \sqrt{3}V_L I_L = \sqrt{3}V_{P-P} I_{P-P}$$



شکل ۶-۲ اتصال ستاره بار مصرفی و خط انتقال به شبکه قدرت

$$\bar{I}_A = \frac{\bar{V}_A}{\bar{Z}_A + \bar{Z}_S + \bar{Z}_L}$$

$$\bar{I}_B = \frac{\bar{V}_B}{\bar{Z}_B + \bar{Z}_S + \bar{Z}_L}$$

$$\bar{I}_C = \frac{\bar{V}_C}{\bar{Z}_C + \bar{Z}_S + \bar{Z}_L}$$

در اتصال ستاره جریان خط (ژنراتور، خط انتقال و بار مصرفی) با جریان فاز یکی است. اگر بیک ولتاژها از نظر کمیت یکی باشد و اختلاف فاز 120° درجه باشد مجموع سه ولتاژ برابر صفر می شود که در این صورت تقارن وجود دارد و سیستم متقارن می باشد، یعنی

$$V_A = V_B = V_C \Rightarrow$$

$$\bar{V}_A(t) + \bar{V}_B(t) + \bar{V}_C(t) = 0$$

$$V_A \sin \omega t + V_B \sin(\omega t - 120) + V_C \sin(\omega t + 120) =$$

$$V_A \sin \omega t + V_B \sin \omega t \cos 120 - V_B \cos \omega t \sin 120 + V_C \sin \omega t \cos 120 + V_C \cos \omega t \sin 120 =$$

$$V_A \sin \omega t + 2V_B \sin \omega t \cos 120 =$$

$$V_A \sin \omega t - V_B \sin \omega t = 0$$

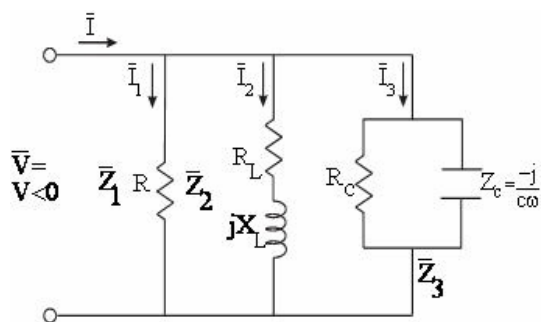
همواره در طراحی سعی بر این است که جریان عبوری از سیم خنثی Neutral برابر صفر باشد، یعنی سیستم حالت تقارن داشته باشد و این در حالتی است که بار مصرفی هر سه فاز نیز مشابه باشند.

$$\bar{I}_N = \bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C \Rightarrow \bar{I}_N = 0 \quad (\text{Symmetrical})$$

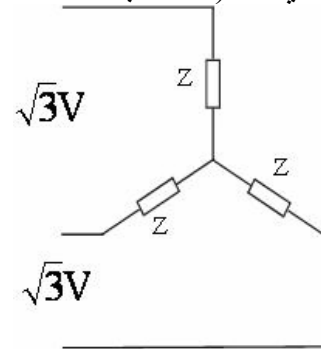
در حالت نامتقارن جریان سیم خنثی مخالف صفر می باشد.

$$\bar{I}_N \neq 0 \quad (\text{Nonsymmetrical})$$

مثال - بار سه فاز RLC بصورت ستاره به ولتاژ سه فاز $\sqrt{3}V$ وصل شده است. بار هر فاز بصورت زیر است. توانهای کل (ولت آمپر-اکتیو-ر اکتیو) را محاسبه کنید.



شکل (۱۳)



$$\bar{Z}_1 = R_1 = \frac{1}{\bar{Y}_1}$$

$$\bar{Z}_2 = R_L + jX_L = \frac{1}{\bar{Y}_2}$$

$$\bar{Y}_3 = \frac{1}{R_C} + \frac{1}{jX_C} = G_C + jC\omega = \frac{1}{\bar{Z}_3}$$

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3$$

$$\left\{ \bar{I}_1 = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_1} = \frac{V \angle 0}{R \angle 0} = \frac{V}{R} \angle 0 \Rightarrow \phi_1 = \angle \bar{Z}_1 = \angle \bar{V} - \angle \bar{I}_1 = 0 \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{I}_2 &= \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_2} = \frac{V\angle 0}{R_L + jX_L} = \frac{V\angle 0}{\sqrt{R_L^2 + X_L^2} \angle \tan^{-1} \frac{X_L}{R_L}} = \frac{V}{\sqrt{R_L^2 + X_L^2}} \angle -\tan^{-1} \frac{X_L}{R_L} \\ \varphi_2 &= \angle \bar{Z}_2 = \angle \bar{V} - \angle \bar{I}_2 = \tan^{-1} \frac{X_L}{R_L} > 0 \\ \bar{I}_3 &= \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_3} = \bar{V} \cdot \bar{Y}_3 = (V\angle 0) \left(\frac{1}{R_c} + \frac{1}{-jX_c} \right) = V \sqrt{\frac{1}{R_c^2} + \frac{1}{X_c^2}} \angle \tan^{-1} \frac{R_c}{X_c} \\ \varphi_3 &= \angle \bar{Z}_3 = \angle \bar{V} - \angle \bar{I}_3 = -\tan^{-1} \frac{R_c}{X_c} < 0 \end{aligned} \right.$$

توانهای جذب شده اکتیو (حقیقی) و راکتیو (واکنشی) بصورت زیر محاسبه می شوند.

$$\left\{ \begin{aligned} P_1 &= |V||I_1| \cos \varphi_1 = V \frac{V}{R} \cos 0 = \frac{V^2}{R} \text{ [W]} \\ Q_1 &= |V||I_1| \sin \varphi_1 = 0 \text{ [VAR]} \\ \bar{S}_1 &= P_1 + j0 \end{aligned} \right. \quad \text{مدار اهمی}$$

$$\left\{ \begin{aligned} P_2 &= |V||I_2| \cos \varphi_2 = V \frac{V}{\sqrt{R_L^2 + X_L^2}} \cos \varphi_2 > 0 \text{ [W]} \\ Q_2 &= |V||I_2| \sin \varphi_2 = V \frac{V}{\sqrt{R_L^2 + X_L^2}} \sin \varphi_2 > 0 \text{ [VAR]} \\ \bar{S}_2 &= P_2 + jQ_2 \end{aligned} \right. \quad \text{مدار اهمی-سلفی}$$

$$\left\{ \begin{aligned} P_3 &= |V||I_3| \cos \varphi_3 = V \left(V \sqrt{\frac{1}{R_c^2} + \frac{1}{X_c^2}} \right) \cos \varphi_3 > 0 \text{ [W]} \\ Q_3 &= |V||I_3| \sin \varphi_3 = V \left(V \sqrt{\frac{1}{R_c^2} + \frac{1}{X_c^2}} \right) \sin \varphi_3 < 0 \text{ [VAR]} \\ \bar{S}_3 &= P_3 + jQ_3 \end{aligned} \right. \quad \text{مدار اهمی-خازنی}$$

بنابراین مجموع توانهای کل مصرفی مدار الکتریکی برابر است با

$$\left\{ \begin{aligned} P_{Total,P} &= P_1 + P_2 + P_3 + \dots \\ Q_{Total,P} &= Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots \\ \bar{S}_{Total,P} &= P_{Total,P} + jQ_{Total,P} \\ P_{3\phi} &= 3P_{Total,P} \\ Q_{3\phi} &= 3Q_{Total,P} \\ \bar{S}_{3\phi} &= 3\bar{S}_{Total,P} \end{aligned} \right.$$

روش دیگر برای محاسبه توانهای کل مصرفی مدار الکتریکی بصورت زیر نیز انجام می شود.

$$\bar{Y} = \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Y}_3$$

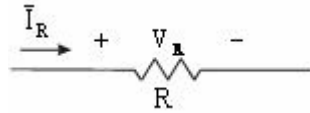
$$\bar{Z} = \bar{Z}_1 \parallel \bar{Z}_2 \parallel \bar{Z}_3 = \frac{1}{\bar{Y}}$$

$$\bar{I} = \bar{V} / \bar{Z} \rightarrow \varphi = \angle V - \angle I$$

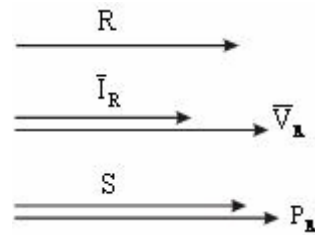
$$P_{Total,P} = |\bar{V}| |\bar{I}| \cos \varphi$$

$$Q_{Total,P} = |\bar{V}| |\bar{I}| \sin \varphi$$

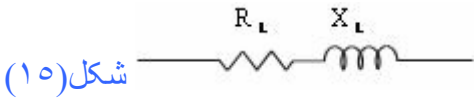
$$\bar{S}_{Total,P} = P_{Total,P} + jQ_{Total,P} = \bar{V} \cdot \bar{I}^*$$



شکل (۱۴)

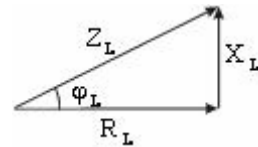


$$\bar{Z}_R = R + j0 = R \angle 0 \Rightarrow \varphi_R = 0 \Rightarrow Q_R = 0$$



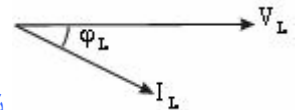
شکل (۱۶)

$$\bar{Z}_L = R_L + jX_L = R_L + jL\omega \quad \omega = 2\pi f \quad \varphi_L = + \tan^{-1} \frac{X_L}{R_L} > 0$$



$$\bar{I}_L = \frac{\bar{V}_L}{\bar{Z}_L} = \frac{V \angle 0}{\sqrt{R_L^2 + X_L^2} \angle \tan^{-1} \frac{X_L}{R_L}} = \frac{V}{\sqrt{R_L^2 + X_L^2}} \angle - \tan^{-1} \frac{X_L}{R_L}$$

$$\varphi_L = \angle V - \angle I > 0$$



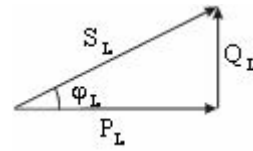
شکل (۱۷)

زاویه فاز جریان مدار سلفی - اهمی نسبت به فاز ولتاژ منفی است .
ضریب قدرت پس فاز است ($\cos \varphi > 0$) و نیز $\sin \varphi > 0$ پس مدار اهمی - سلفی قدرت راکتیو جذب می کند ($Q_L > 0$)

$$S_L = P_L + jQ_L$$

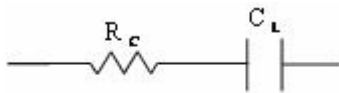
$$P_L = |\bar{V}_L| |\bar{I}_L| \cos \varphi_L > 0$$

$$Q_L = |\bar{V}_L| |\bar{I}_L| \sin \varphi_L > 0$$

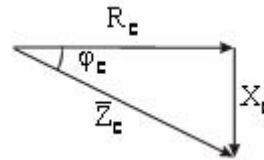


شکل (۱۸)

در مورد امدانس موارد فوق صحیح است .
اندازه و فاز ادمیتانس بر عکس حالت فوق است . ($\varphi'_L < 0$)



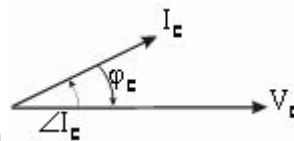
شکل (۱۹)



$$\bar{Z}_C = R_C - jX_C = R_C - j \frac{1}{C\omega} \quad \varphi_C = -\tan^{-1} \frac{1}{R_C C \omega} < 0$$

$$\bar{I}_C = \frac{\bar{V}_C}{\bar{Z}_C} = \frac{V \angle 0}{\sqrt{R_C^2 + X_C^2} \angle -\tan^{-1} \frac{1}{R_C C \omega}} = \frac{V}{\sqrt{R_C^2 + X_C^2}} \angle +\tan^{-1} \frac{1}{R_C C \omega}$$

$$\varphi_C = \angle V - \angle I < 0$$



شکل (۲۰)

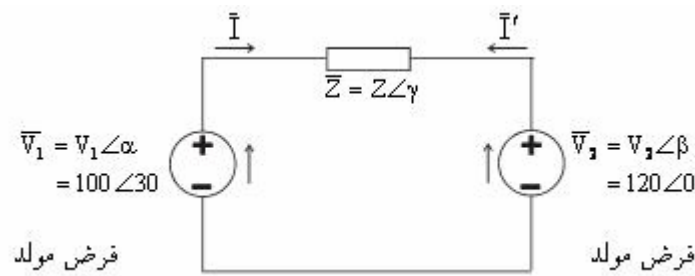
زاویه فاز جریان مدار خازنی - اهمی نسبت به فاز ولتاژ مثبت است .
ضریب قدرت پیش فاز است ($\cos \varphi > 0$ و نیز $\sin \varphi < 0$) پس مدار اهمی - خازنی قدرت را کتیو تولید می کند ($Q_C < 0$)

$$S_C = P_C + jQ_C$$

$$P_C = |\bar{V}_C| |\bar{I}_C| \cos \varphi_C > 0$$

$$Q_C = |\bar{V}_C| |\bar{I}_C| \sin \varphi_C < 0$$

مثال) مشخص نمائید که کدامیک از ماشینها بعنوان مولد(تولید کننده) و کدامیک بعنوان موتور(مصرف کننده) عمل می کنند



شکل (۲۱)

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}_1 - \bar{V}_2}{\bar{Z}} = \frac{V_1 \angle \alpha - V_2 \angle \beta}{Z \angle \gamma} = \frac{100 \angle 30^\circ - 120 \angle 0^\circ}{2 + j5} = \frac{100 \angle 30^\circ - 120 \angle 0^\circ}{5.38 \angle 68.2^\circ} = 11.18 \angle 55.5^\circ$$

از راه جمع آثار : $\bar{I} = \bar{I}_1 - \bar{I}_2 = (18.58 \angle -38.2^\circ) - (22.30 \angle -68.2^\circ) = 11.18 \angle 55.5^\circ$

$$\bar{I}' = \frac{\bar{V}_2 - \bar{V}_1}{\bar{Z}} = 11.18 \angle -124.45^\circ$$

توان جذب شده توسط بار

$$\bar{S}_Z = +(\bar{V}_1 - \bar{V}_2) \bar{I}^* = -(\bar{V}_1 - \bar{V}_2) \bar{I}'^* = 249.65 + j624.17$$

فرض مولد :

$$\bar{S}_1 = +\bar{V}_1 \bar{I}^* = -\bar{V}_1 \bar{I}'^* = 1009 - j481 \quad VA$$

ماشین (۱) در حالت ژنراتوری است → فرض صحیح است $P_1 > 0$

در حالت خازنی $Q_1 < 0$

قدرت راکتیو منبع (۱) به عنوان ژنراتور منفی است لذا توان راکتیو (خازنی) مصرف می کند.
در صورتیکه قدرت راکتیو منبع (۱) به عنوان ژنراتور مثبت باشد در آنصورت توان راکتیو (سلفی) تولید خواهد نمود.

فرض مولد :

$$\bar{S}_2 = -\bar{V}_2 \bar{I}^* = +\bar{V}_2 \bar{I}'^* = -760 + j1105 \quad VA$$

فرض نادرست است $P_2 < 0$

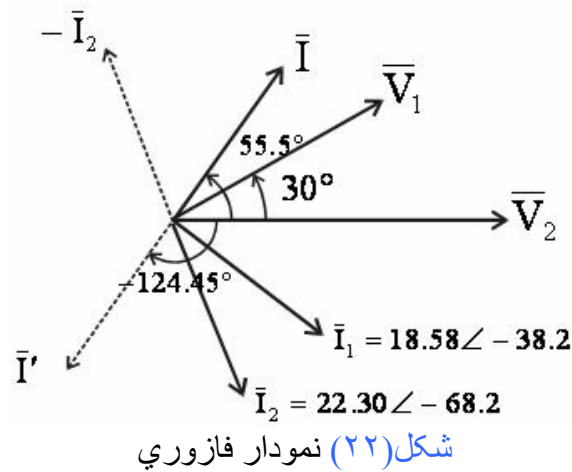
فرض موتور :

$$\bar{S}_2 = +\bar{V}_2 \bar{I}^* = -\bar{V}_2 \bar{I}'^* = 760 - j1105 \quad VA$$

ماشین (۲) در حالت موتوری است → فرض صحیح است $P_2 > 0$

در حالت خازنی $Q_2 < 0$

قدرت راکتیو منبع (۲) به عنوان موتور منفی است لذا توان راکتیو (خازنی) تولید می کند.
در صورتیکه قدرت راکتیو منبع (۲) به عنوان موتور مثبت باشد در آنصورت توان راکتیو (سلفی) مصرف خواهد نمود.



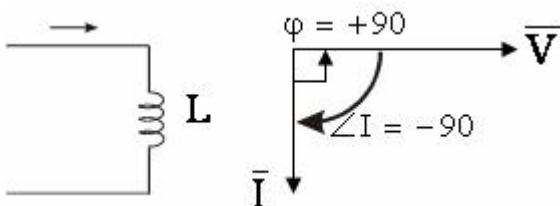
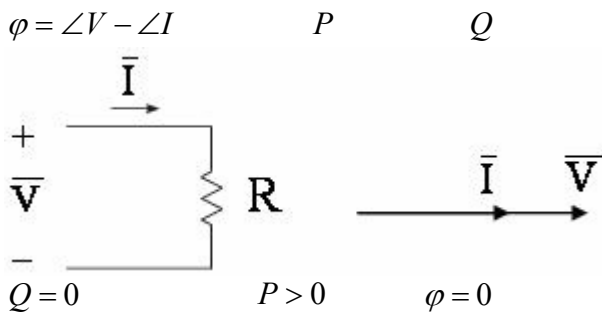
فازور جريان بايستي در نواحي ۱ و ۴ واقع باشند در غير اينصورت از نواحي ۲ و ۳ آنها را به نواحي ۱ و ۴ تبديل مي کنيم .

شرط برقراري يا تعادل توانهاي مدار:

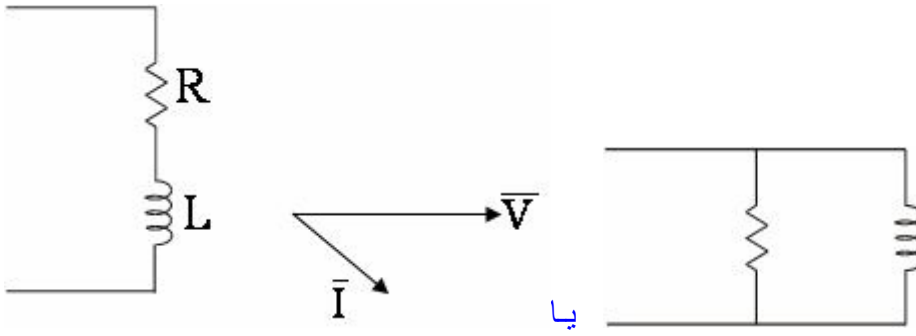
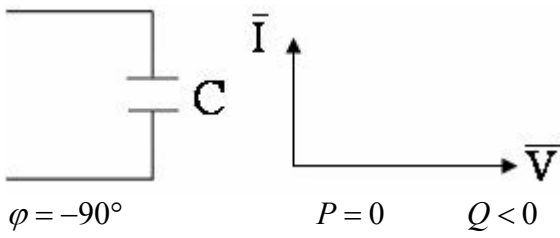
$$\begin{aligned} \sum P_{\text{مصرفي}} P + \sum P_{\text{تلفات اکتیو}} &= \sum P_{\text{تولیدی}} \\ \sum Q_{\text{مصرفي}} Q + \sum Q_{\text{تلفات راکتیو}} &= \sum Q_{\text{تولیدی}} \end{aligned}$$

ماشين (۱) منبع توليد توان اکتیو $(1009 \approx 249.65 + 760) \Rightarrow P_1 = P_z + P_2$ بنا بر اين کل توان اکتیو توليدي ماشين ۱ (ژنراتور) توسط خط انتقال و نيز ماشين ۲ مصرف مي شود.

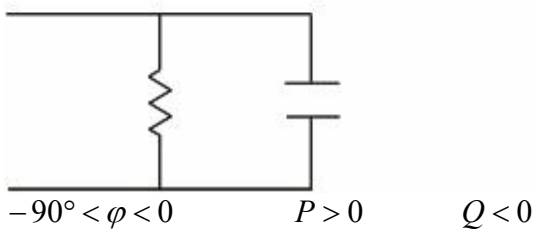
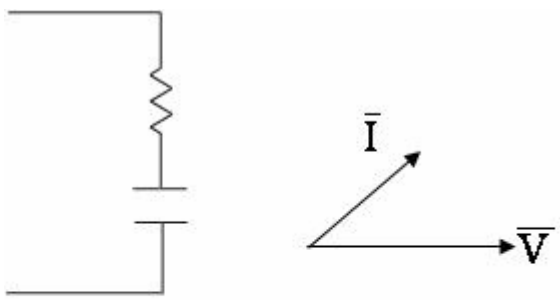
ماشين (۲) منبع توليد توان راکتیو $(-481 = 624.17 - 1105) \Rightarrow Q_1 = Q_z + Q_2$ بنا بر اين کل توان راکتیو توليدي (خازني) ماشين ۲ (موتور) توسط خط انتقال بصورت توان راکتیو سلفي و نيز ماشين ۱ بصورت توان راکتیو خازني مصرف مي شود.



$\varphi = +90^\circ$ $P = 0$ $Q > 0$



$0 < \varphi < +90^\circ$ $P > 0$ $Q > 0$



نگاه:

-۱

	واقعی	غیر واقعی
$\bar{S}_M = P + jQ$ موتور	$P > 0$ اهمی	$P > 0$ اهمی
	$Q > 0$ سلفی	$Q < 0$ خازنی
	مصرف کننده توان راکتیو	تولید کننده توان راکتیو

واقعی
 $\bar{S}_G = P + jQ$
 ژنراتور

واقعی
 $P > 0$ اهمی
 $Q > 0$ سلفی
 تولید کننده توان راکتیو

غیر واقعی
 $P > 0$ اهمی
 $Q < 0$ خازنی
 مصرف کننده توان راکتیو

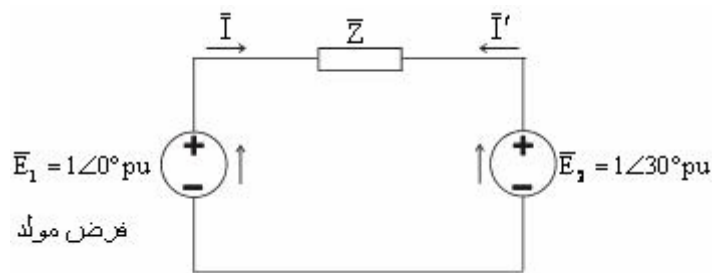
-۲

$$\bar{I} = I \angle I \quad \bar{I}^* = I \angle -I \quad -\bar{I} = -1 * \bar{I} = (1 \angle 180) \bar{I} = I \angle I + 180$$

مثال

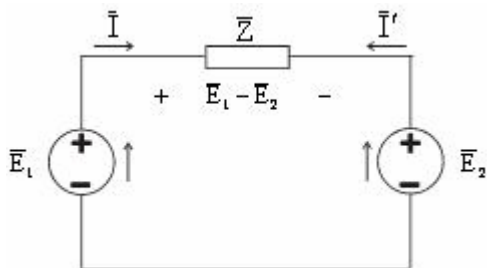
مطلوب است : تعیین مولد یا موتوری بودن ، نوع هر يك از منابع (اهمی سلفی یا اهمی خازنی) ، رسم دیاگرام ولتاژ جریان ، اصل برابری توانهای تولیدی و مصرفی در حالت‌های زیر :

- الف-سلفی خالص $Z = j1 \text{ pu}$
- ب- خازنی خالص $Z = -j1 \text{ pu}$
- پ- اهمی سلفی $Z = 1 + j \text{ pu}$
- ت- اهمی خازنی $Z = 1 - j \text{ pu}$



شکل (۲۳)

حل:



جریان عبوری از امپدانس به صورت زیر محاسبه می شود.

$$\bar{I} = \frac{\bar{E}_1 - \bar{E}_2}{\bar{Z}} = \frac{1 \angle 0 - 1 \angle 30^\circ}{\bar{Z}} = \frac{0.5176 \angle -75^\circ}{\bar{Z}}$$

$$\bar{I}' = \frac{\bar{E}_2 - \bar{E}_1}{\bar{Z}} = \frac{1 \angle 30^\circ - 1 \angle 0}{\bar{Z}} = \frac{0.5176 \angle 105^\circ}{\bar{Z}}$$

$$\begin{aligned} \text{الف) } \bar{Z} &= j1 \text{ pu} = 1\angle 90^\circ \text{ pu} & \begin{cases} \bar{I} = 0.5176\angle -165^\circ \text{ pu} \\ \bar{I}' = 0.5176\angle +15^\circ \text{ pu} \end{cases} \quad \checkmark \end{aligned}$$

در این حالت جریان در جهت مخالف از نظر فاز ۱۸۰ درجه با هم تفاوت دارند.

$$\text{ب) } \bar{Z} = -j1 \text{ pu} = 1\angle -90^\circ \text{ pu} \quad \bar{I} = 0.5176\angle +15^\circ \text{ pu}$$

$$\text{پ) } \bar{Z} = 1 + j \text{ pu} = 1.4141\angle 45^\circ \text{ pu} \quad \begin{cases} \bar{I} = 0.366\angle -120^\circ \text{ pu} \\ \bar{I}' = 0.366\angle 60^\circ \text{ pu} \end{cases} \quad \checkmark$$

$$\text{ت) } \bar{Z} = 1 - j \text{ pu} = 1.4141\angle -45^\circ \text{ pu} \quad \bar{I} = 0.366\angle -30^\circ \text{ pu}$$

با فرض مولدی بودن هر دو منبع می توان نوشت:

$$\text{مولد } \bar{S}_1 = +\bar{E}_1 \bar{I}'^* = (1\angle 0)(I\angle -\phi_1)$$

$$\text{مولد } \bar{S}_2 = -\bar{E}_2 \bar{I}'^* = (1\angle 30^\circ)(I\angle -\phi_1)$$

الف)

با فرض اینکه جریان I در مدار جاری است توانهای ظاهری هر دو ماشین به صورت زیر خواهد بود:

$$\bar{S}_1 = +\bar{E}_1 \bar{I}'^* = (1\angle 0)(I\angle -\phi_1)$$

$$\bar{S}_2 = -\bar{E}_2 \bar{I}'^* = (1\angle 30^\circ)(I\angle -\phi_1)$$

$$\bar{S}_1 = (1\angle 0)(0.5176\angle +165^\circ) = -0.499 + j0.134 \text{ pu}$$

$$\bar{S}_2 = -(1\angle 30^\circ)(0.5176\angle +165^\circ) = -0.5176\angle 195^\circ = +0.499 + j0.134 \text{ pu}$$

در این حالت توان راکتیو مصرف و حالت موتوری یا اهمی-سلفی است. پس جریان I مناسب نمی باشد، چون در ربع اول یا چهارم واقع نشده است.

با فرض اینکه جریان $\bar{I}' = 0.5176\angle +15^\circ \text{ pu}$ در مدار جاری است، توانهای ظاهری هر دو ماشین به صورت زیر خواهد بود: (\bar{I}' به ماشین ۱ وارد و از ماشین ۲ خارج می شود)

$$\text{موتور } \bar{S}_1 = +\bar{E}_1 \bar{I}'^* = (1\angle 0)(0.5176\angle -15^\circ) = +0.499 - j0.134 \text{ pu}$$

$$\text{مولد } \bar{S}_2 = +\bar{E}_2 \bar{I}'^* = (1\angle 30^\circ)(0.5176\angle -15^\circ) = +0.499 + j0.134 \text{ pu}$$

$$\begin{cases} P_1 = 0.499 \\ Q_1 = -0.134 < 0 \end{cases} \quad \text{در این حالت منبع (۱) توان راکتیو تولید می کند و حالت اهمی-خازنی است.}$$

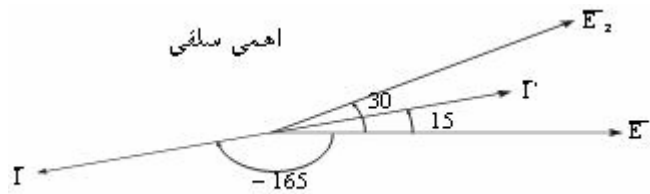
$$\begin{cases} P_2 = 0.499 \\ Q_2 = +0.134 > 0 \end{cases} \quad \text{در این حالت منبع (۲) توان راکتیو مصرف می کند و حالت اهمی-سلفی است.}$$

توان ظاهری امپدانس z به صورت زیر است:

$$\bar{S}_z = +(\bar{E}_2 - \bar{E}_1) \bar{I}'^* = (0.5176\angle 105^\circ)(0.5176\angle -15^\circ) = (0.5176)^2 \angle 90^\circ = 0 + j0.268$$

$$P_z = 0 \quad Q_z = 0.268 \text{ pu} > 0$$

چون توان راکتیو مثبت است لذا امپدانس در حالت مصرف کنندگی می باشد که دور از انتظار هم نمیباشد.



شکل (۲۴)

با در نظر گرفتن اینکه ماشین ۱ در حالت موتوری و ماشین ۲ در حالت مولدی است قانون تعادل توان به صورت زیر است:

$$\begin{cases} P_2 = P_1 + P_Z \\ Q_2 = Q_1 + Q_Z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0.499 = 0.499 + 0 \\ 0.134 = -0.134 + 0.268 \end{cases}$$

(ب)

با فرض صحیح بودن جهت جریان $\bar{I} = 0.5176 \angle +15^\circ pu$ در (ربع اول یا چهارم)، توانهای ظاهری هر دو ماشین به صورت زیر خواهد بود: (\bar{I} از ماشین ۱ خارج و به ماشین ۲ وارد می شود)

$$\text{مولد} \rightarrow \bar{S}_1 = +\bar{E}_1 \bar{I}^* = (1 \angle 0)(0.517 \angle -15) = +0.499 - j0.134 pu$$

$$\text{موتور} \rightarrow \bar{S}_2 = +\bar{E}_2 \bar{I}^* = (1 \angle 30)(0.517 \angle -15) = +0.499 + j0.134 pu$$

$$\begin{cases} P_1 = 0.499 \\ Q_1 = -0.134 < 0 \end{cases} \quad \text{ماشین (۱) توان راکتیو مصرف می کند (اهمی خازنی)}$$

$$\begin{cases} P_2 = 0.499 \\ Q_2 = +0.134 > 0 \end{cases} \quad \text{ماشین (۲) توان راکتیو مصرف می کند (اهمی سلفی)}$$

توان ظاهری امپدانس z به صورت زیر است:

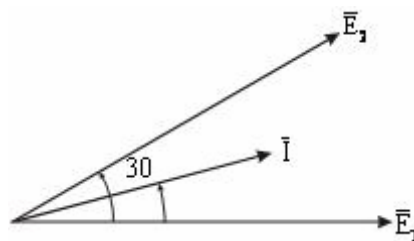
$$\bar{S}_Z = +(\bar{E}_1 - \bar{E}_2) \bar{I}^* = (0.5176 \angle -75)(0.5176 \angle -15) = (0.5176)^2 \angle -90 = 0 - j0.268 pu$$

$$P_Z = 0 \quad Q_Z = -0.268 pu < 0$$

توان راکتیو منفی بوده و امپدانس به صورت اهمی-خازنی است.

با در نظر گرفتن اینکه ماشین ۱ در حالت مولدی و ماشین ۲ در حالت موتوری است قانون تعادل توان به صورت زیر است :

$$\begin{cases} P_1 = P_2 + P_Z \\ Q_1 = Q_2 + Q_Z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0.499 = 0.499 + 0 \\ -0.134 = +0.134 - 0.268 \end{cases}$$



شکل (۲۵)

(پ)

با فرض صحیح بودن جهت جریان $\bar{I}' = 0.366 \angle 60^\circ pu$ در (ربع اول یا چهارم)، توانهای ظاهری هر دو ماشین به صورت زیر خواهد بود: (\bar{I}' به ماشین ۱ وارد و از ماشین ۲ خارج می شود)

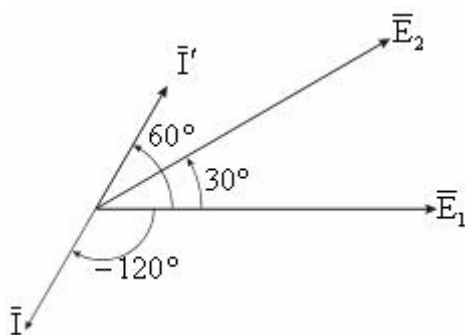
$$\text{موتور} \rightarrow \bar{S}_1 = +\bar{E}_1 \bar{I}'^* = (1 \angle 0)(0.366 \angle -60^\circ) = +0.183 - j0.317 pu$$

$$\text{مولد} \rightarrow \bar{S}_2 = +\bar{E}_2 \bar{I}'^* = (1 \angle 30^\circ)(0.366 \angle -60^\circ) = +0.317 - j0.183 pu$$

$$\bar{S}_Z = +(\bar{E}_2 - \bar{E}_1) \bar{I}'^* = (0.5176 \angle 105^\circ)(0.366 \angle -60^\circ) = 0.189 \angle 45^\circ = 0.134 + j0.134 pu$$

با در نظر گرفتن اینکه ماشین ۱ در حالت موتوری و ماشین ۲ در حالت مولدی است قانون تعادل توان به صورت زیر است:

$$\begin{cases} P_2 = P_1 + P_Z \\ Q_2 = Q_1 + Q_Z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0.317 = 0.183 + 0.134 \\ -0.183 = -0.317 + 0.134 \end{cases}$$



شکل (۲۶)

(ت)

با فرض صحیح بودن جهت جریان $\bar{I} = 0.366 \angle -30^\circ pu$ در (ربع اول یا چهارم)، توانهای ظاهری هر دو ماشین به صورت زیر خواهد بود: (\bar{I} از ماشین ۱ خارج و به ماشین ۲ وارد می شود)

$$\text{مولد} \rightarrow \bar{S}_1 = +\bar{E}_1 \bar{I}^* = (1 \angle 0)(0.366 \angle +30^\circ) = +0.317 - j0.183 pu$$

$$\text{موتور} \rightarrow \bar{S}_2 = +\bar{E}_2 \bar{I}^* = (1 \angle 30^\circ)(0.366 \angle +30^\circ) = +0.183 + j0.317 pu$$

$$\begin{cases} P_1 = 0.317 \\ Q_1 = -0.183 < 0 \end{cases} \quad \text{ماشین (۱) توان راکتیو مصرف می کند (اهمی خازنی)}$$

$$\begin{cases} P_2 = 0.183 \\ Q_2 = +0.317 > 0 \end{cases} \quad \text{ماشین (۲) توان راکتیو مصرف می کند (اهمی سلفی)}$$

توان ظاهری امپدانس z به صورت زیر است:

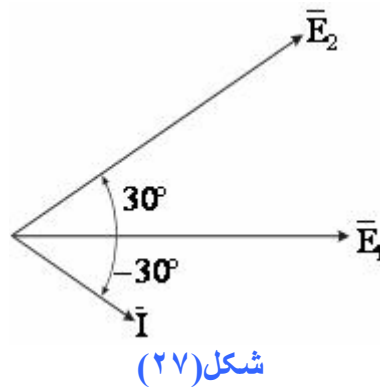
$$\bar{S}_Z = +(\bar{E}_1 - \bar{E}_2) \bar{I}^* = (0.5176 \angle -75^\circ)(0.366 \angle +30^\circ) = 0.189 \angle -45^\circ = 0.134 - j0.134 pu$$

$$P_Z = 0.134 \quad Q_Z = -0.134 pu < 0$$

توان راکتیو منفی بوده و امپدانس به صورت اهمی-خازنی است.

با در نظر گرفتن اینکه ماشین ۱ در حالت مولدی و ماشین ۲ در حالت موتوری است قانون تعادل توان به صورت زیر است :

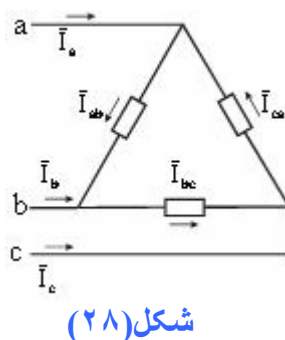
$$\begin{cases} P_1 = P_2 + P_Z \\ Q_1 = Q_2 + Q_Z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0.317 = 0.183 + 0.134 \\ -0.183 = +0.317 - 0.134 \end{cases}$$



تعاریف ولتاژهای خط و فاز

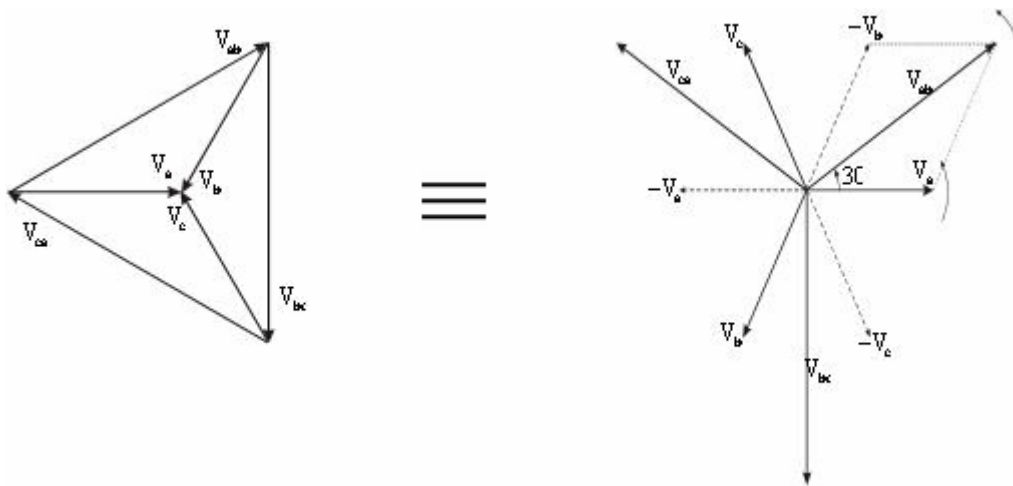
ولتاژ خط، اختلاف پتانسیل بین دو فاز را گویند ($V_L = V_{LL}$)
ولتاژ فاز، اختلاف پتانسیل بین يك فاز و Neutral یا زمین را گویند (V_a, V_b, V_c)
اختلاف پتانسیل بین دو خط را با دو حرف نشان می دهند: V_{ab}, V_{bc}, V_{ca}
اختلاف پتانسیل بین فاز و زمین را با يك حرف نشان می دهند: V_a, V_b, V_c

در حالت مثلث ولتاژها و جریانهها به صورت زیر می باشد:

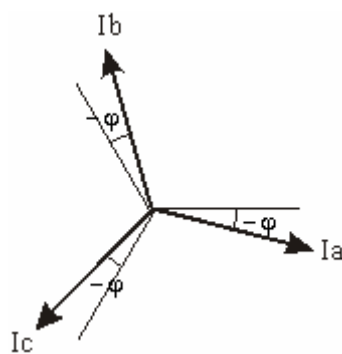


$$\begin{aligned} V_{an} &= V_a - V_n = V_a - 0 = V_a \\ i_{La} &= i_{an} = i_a \\ i_{Lc} &= i_{cn} = i_c \quad \Rightarrow i_c = i_{\phi c} = i_{Lc} \\ i_{Lb} &= i_{bn} = i_b \end{aligned}$$

در حالت ستاره ولتاژها و جریانهها به صورت زیر می باشد:



شکل (۲۹)



شکل (۳۱)

$$\begin{aligned} V_{ab} &= V_a - V_b & \varphi &= \varphi_{phase} \\ V_{bc} &= V_b - V_c & \varphi_{Line} &\neq \varphi_{phase} \\ V_{ca} &= V_c - V_a & \varphi_{Line} &= \varphi_{phase} + 30^\circ \end{aligned}$$

در اتصال ستاره $V_L = \sqrt{3}V_P (\angle V_P \angle + 30^\circ)$
 $\bar{I}_L = \bar{I}_\varphi$

$$\begin{aligned} |\bar{V}_{ab}| &= 2V_a \cos 30 = \sqrt{3}V_a \\ \bar{V}_{ab} &= \sqrt{3}V_a \angle 0 + 30 \end{aligned}$$

با نوشتن روابط مثلثاتی می توان نتیجه گیری کرد که:

اگر امپدانس بار متقارنی در اتصال مثلث Z_Δ و در اتصال ستاره معادل آن Z_λ باشد:
 به همین ترتیب می توان نتیجه گیری کرد که:

$$\begin{aligned} P_\Delta &= 3P_\lambda \\ Q_\Delta &= 3Q_\lambda \\ S_\Delta &= 3S_\lambda \end{aligned}$$

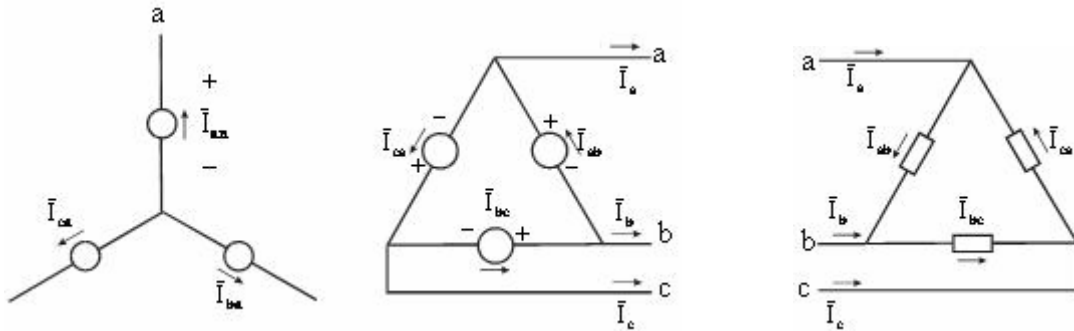
از طریق محاسبات فازوری هم می توان به جواب رسید که در آن باید روابط ولتاژ و جریان را در معادلات توان قرار داده و توانهای اکتیو و راکتیو را در هر دو حالت تعیین کرد.

$$\bar{V}_A = V_a \angle 0^\circ$$

$$\bar{V}_B = V_b \angle -120^\circ$$

$$\bar{V}_C = V_c \angle +120^\circ$$

سؤال در حالت اتصال مثلث روابط ولتاژها و جریانها را حساب کنید.



شکل (۳۲)

$$\bar{V}_{ab} = \sqrt{3}V_a \angle 0$$

$$\bar{I}_{ab} = I_{ab} \angle 0 \pm \varphi$$

$$\bar{I}_a = \bar{I}_{ab} - \bar{I}_{ca} = \sqrt{3}I_{ab} \angle -30 - 0 \pm \varphi$$

$$\bar{V}_{bc} = \sqrt{3}V_b \angle -120$$

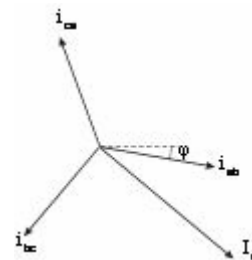
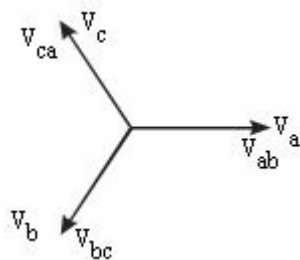
$$\bar{I}_{bc} = I_{bc} \angle -120 \pm \varphi$$

$$\bar{I}_b = \bar{I}_{bc} - \bar{I}_{ab} = \sqrt{3}I_{bc} \angle -30 - 120 \pm \varphi$$

$$\bar{V}_{ca} = \sqrt{3}V_c \angle +120$$

$$\bar{I}_{ca} = I_{ca} \angle +120 \pm \varphi$$

$$\bar{I}_c = \bar{I}_{ca} - \bar{I}_{bc} = \sqrt{3}I_{ca} \angle -30 + 120 \pm \varphi$$



شکل (۳۳)

تمرین مثلث توان را از دو دیدگاه تولید کننده و مصرف کننده مورد بررسی قرار دهید.

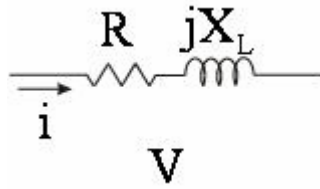
سؤال چرا در سیستمهای قدرت بجای $S = VI^*$ ، $S = VI$ را در نظر می گیرند؟

جواب اگر از I^* بجای I استفاده شود مدار اندوکتیو، بصورت اندوکتیو و مدار کاپاسیتیو بصورت کاپاسیتیو

نشان داده خواهد شد ولی اگر از I بجای I^* استفاده نشود به صورت عکس عمل خواهد کرد.

حالت کاپاسیتیو به علت تزریق توان راکتیو باعث افزایش ولتاژ و حالت اندوکتیو به علت مصرف توان راکتیو

باعث کاهش ولتاژ خواهد شد. فرض کنید مدار زیر مدار اندوکتیو است



شکل (۳۴)

هر مدار اندوکتیو دارای z مثبت خواهد بود :

$$\bar{Z} = |\bar{Z}| \angle \varphi$$

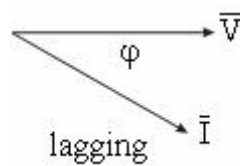
$$\cos \varphi = PF \text{ (Power Factor)}$$

$$\text{If } \bar{V} = |V| \angle 0 \Rightarrow \bar{I} = \frac{V \angle 0}{z \angle \varphi} = i \angle -\varphi$$

روش غلط ($S=VI$):

$$S = \bar{V} \bar{I} = (v \angle 0)(i \angle -\varphi) = vi \angle -\varphi = vi \cos(-\varphi) + j \sin(-\varphi) = vi \cos \varphi - j \sin \varphi = P - jQ$$

ملاحظه می شود که جواب کاپاسیتیو است در صورتیکه مدار اندوکتیو است ($R+jXL$) بنابراین این باید از I^* بجای I استفاده شود:

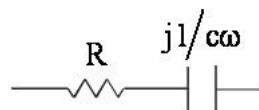


شکل (۳۵)

روش درست:

$$S = \bar{V} \bar{I}^* = (v \angle 0)(i \angle \varphi) = vi \angle \varphi = vi \cos(+\varphi) + j \sin(+\varphi) = vi \cos \varphi + j \sin \varphi = P + jQ$$

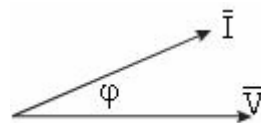
ملاحظه می شود که جواب اندوکتیو است . حال فرض کنید مدار زیر مدار کاپاسیتیو است:



شکل (۳۶)

$$Z = |z| \angle -\varphi$$

$$\text{If } \bar{V} = |V| \angle 0 \Rightarrow \bar{I} = \frac{V \angle 0}{z \angle -\varphi} = i \angle \varphi$$



شکل (۳۷)

$$S = \bar{V} \bar{I}^* = (v \angle 0)(i \angle -\varphi) = vi \angle -\varphi = vi \cos(-\varphi) + j \sin(-\varphi) = vi \cos \varphi - j \sin \varphi = P - jQ$$

با توجه به اینکه خازن باعث بهبود ضریب توان می شود ، در صورتی که مقادیر توان راکتیو قبل از اصلاح، Q_1 و بعد از آن، Q_2 آن معلوم باشد و با فرض اینکه خازن ایده آل بوده و توان اکتیو مصرف نمی کند لذا ثابت و روابط زیر را خواهیم داشت:

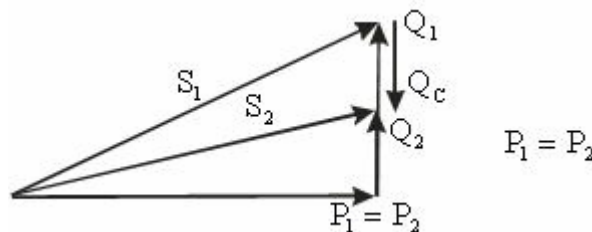
مقدار خازن لازم برای اصلاح به صورت زیر است:

$$Q_c = |Q_2 - Q_1|$$

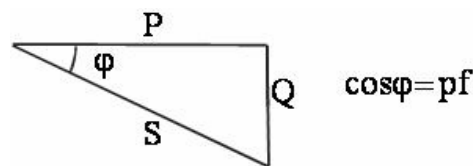
اگر $\cos \varphi_1$ (قبل از اصلاح) و $\cos \varphi_2$ (بعد از اصلاح) داده شده باشند:

$$\left. \begin{array}{l} \tan \varphi_1 = \frac{Q_1}{P} \\ \tan \varphi_2 = \frac{Q_2}{P} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{Q_1}{\tan \varphi_1} = \frac{Q_2}{\tan \varphi_2} \Rightarrow Q_2 = Q_1 \frac{\tan \varphi_1}{\tan \varphi_2} \Rightarrow Q_c = |Q_2 - Q_1| \quad Q_c = \frac{V_c^2}{X_c} C \omega V_c^2$$

معمولا مثلث توان را از دید مصرف کننده بررسی می کنند. در شکل زیر چگونگی تاثیر خازن در اصلاح ضریب توان مشخص می باشد.



شکل (۳۸)



شکل (۳۹)

در کارخانجات pf معمولا در حدود ۰,۶۵ تا ۰,۷۵ است

$$\bar{S} = \bar{V} \bar{I}^* = P + jQ$$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{S}_1 = P_1 + jQ_1 \\ \bar{S}_2 = P_2 + jQ_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{Q_1 \& Q_2 \downarrow \& P_1 = P_2} \bar{S} \downarrow$$

از دید مصرف کننده برای کاهش Q (که پول انرژی راکتیو را کم می کند) یک خازن بصورت موازی قرار می دهند (P ثابت و Q کاهش می یابد بنابر این S کاهش می یابد)

نکته: خازن و سلف از لحاظ فاز، ۱۸۰ درجه اختلاف دارند

(کاهش Q باعث افزایش pf می شود)

$$P_1 = P_2 \quad \bar{S}_2 = P_2 + jQ_2 \xrightarrow{P=cte} \bar{S}_2 \downarrow$$

$$\bar{S}_2 \downarrow = \bar{V}_2 \bar{I}_2^* \xrightarrow{V=cte} I_2 \downarrow$$

با کاهش توان ظاهری، جریان عبوری از مدار کاهش و در نتیجه قطر سیم لازم برای عبور این جریان کمتر در نظر گرفته شده و هزینه کم خواهد شد.

از دید تولید کننده مقدار S ثابت است.

Q کاهش می یابد \leftarrow با افزایش P

$$S_2 = P_2 + jQ_2$$

$$S_1 = S_2 \quad \sqrt{100^2 + 80^2} = P_2 + 30j \quad \Rightarrow p_2 = 124.4MW > P_1 = 100MW$$

$$128 = \sqrt{P + 30j}$$

$$124.4 - 100 = 24.4MW$$

به ازای این مقدار P اضافی ۲۴۴۰۰۰ لامپ ۱۰۰ W می تواند روشن شود.

$$\frac{24.4MW}{100W} = 244000$$

$$\frac{244000}{50} \cong 5000$$

هر خانه A ۲۵ و V ۲۲۰ $\leftarrow 5000W \leftarrow 50 \times 100W$

۵۰۰۰ خانوار اضافی

سوال - $\cos\phi$ کل برق سراسری ۰/۸ است می خواهیم به ۰/۹ برسانیم (با نصب خازن) چه میزان توان اکتیو بیشتر می توان تولید کرد؟ این میزان توان اضافی چه تعداد لامپ ۱۰۰ وات را می توان روشن کند؟

مصرف برق کشور ۱۶۰۰۰

$$Q \uparrow \Rightarrow S \uparrow \Rightarrow V \uparrow$$

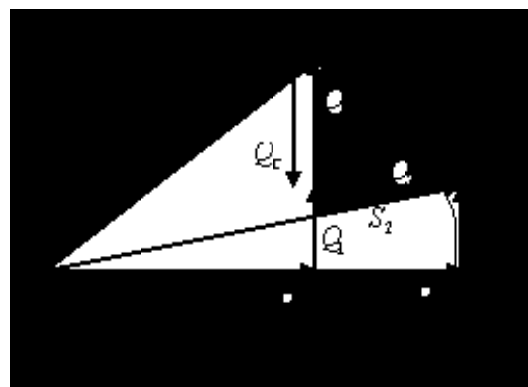
تبدیل مدار اندوکتیو به کاپاستیو

از دید تولید کننده:

P بیشتری به بار تحویل داده می شود \Rightarrow با S_1 ثابت \Rightarrow

$$S = P + jQ$$

Q, P, S : تولیدی و S ثابت $S_1 = S_2$



یعنی بازدهی و بهره دهی نیروگاه بالا می رود و با همان شرایط کار، نیروگاه P بیشتری تولید می کند.

$$\begin{aligned} Q_1 &\Rightarrow Q_2 \downarrow \\ Q_2 &= Q_1 - Q_c \Rightarrow Q \downarrow \Rightarrow P \uparrow \end{aligned}$$

مثال: توان اکتیو مصرفی باری ۱۰۰ مگاوات استوتوان راکتیو مصرفی آن ۸۰ مگاوار می باشد چنانچه بخواهیم خازن ۵۰ مگاوار به سیستم اضافه کنیم از هر دو دیدگاه مسئله را بررسی کنید.

قبل از نصب خازن:

$$\cos \phi_1 = \cos(\tan^{-1} \frac{Q_1}{P}) = 0.75 \Rightarrow \phi = 38.6^\circ$$

از دید مصرف کننده (بعد از نصب خازن):

$$Q_2 = Q_1 - Q_c = 80 - 50 = 30 \text{ MVAR}$$

در حالت ایده آل $\cos \phi_2 = 1$ می باشد.



$$Z_{ab} = Z_{\Delta} = \frac{Z_a Z_b + Z_a Z_c + Z_b Z_c}{Z_c}$$

$$Z_a = Z_Y = \frac{Z_{ab} Z_{ac}}{Z_{ab} + Z_{ac} + Z_{bc}}$$

$$Z_{\Delta} = \frac{Z_Y Z_Y + Z_Y Z_Y + Z_Y Z_Y}{Z_Y} = 3 \frac{Z_Y^2}{Z_Y} = 3 Z_Y$$

$$P_Y = 3P_Y = 3V_{PY} I_{PY} \cos \phi_Y = \sqrt{3} V_{LY} I_{LY} \cos \phi_Y$$

$$|\phi_L| = |\phi_P + 30| \Rightarrow \cos \phi_P \neq \cos \phi_L$$

مهم: ϕ_Y : زاویه بین جریان ولتاژ فازی

$$I_{PY} = I_{LY}, |V_{PY}| = \frac{|V_{LY}|}{\sqrt{3}}$$

$$P_\Delta = 3P_\Delta = 3V_{P\Delta} I_{P\Delta} \cos \phi_\Delta = \sqrt{3} V_{L\Delta} I_{L\Delta} \cos \phi_\Delta$$

$$I_{P\Delta} = \frac{I_{L\Delta}}{\sqrt{3}}, V_{P\Delta} = V_{L\Delta}$$

$$P_\Delta = 3V_{P\Delta} I_{P\Delta} \cos \phi_\Delta = 3(Z_\Delta I_{P\Delta}^2 \cos \phi_\Delta) = 3(3Z_Y I_{PY}^2 \cos \phi_Y)$$

$$P_\Delta = 3P_Y$$

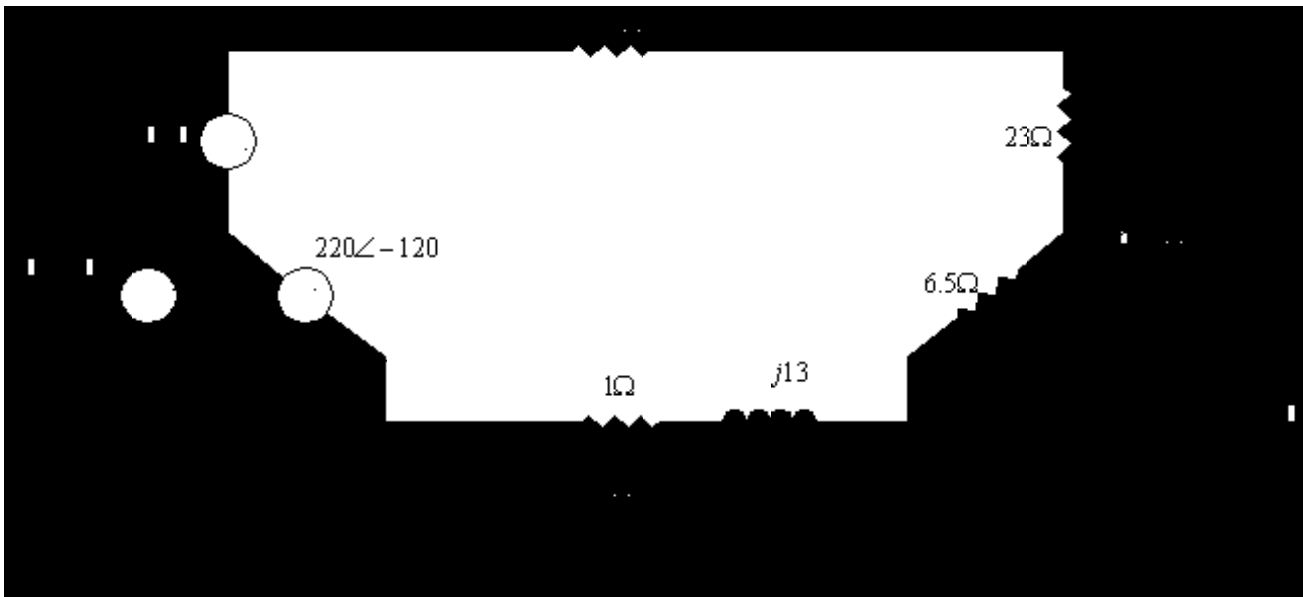
$$V_{P\Delta} = Z_\Delta I_{P\Delta}$$

$$Z_\Delta = 3Z_Y$$

$$I_{P\Delta} = I_{PY}$$

$$\cos \phi_\Delta = \cos \phi_Y$$

مثال ۷: یک شبکه سه فاز مطابق شکل داده شده است. مطلوب است تعیین جریانهایی خط ونول ونیز ولتاژهای فاز هر مصرف کننده.



بررسی فاز ۱ با بودن سیم نول در مسیر:

در این صورت باید KVL نوشت:

$$V'_{ph1} = \Delta V_1 + V_{Ph1}$$

$$I_{L2} \angle \varphi_2$$

$$(220 \angle 0^\circ) = (1 \angle 0^\circ)(I_{L1} \angle \varphi_1) + (23 \angle 0^\circ)(I_{L1} \angle \varphi_1) \Rightarrow I_{L1} = 9.16 \text{ A} \angle 0^\circ$$

بررسی فاز ۲:

$$V'_{ph2} = \Delta V_2 + V_{Ph2}$$

$$Z_2 = 6.5 + j13 = 14.53 \angle 63.43^\circ$$

$$220 \angle -120^\circ = (1 + 6.5 + j13)(I_{L2} \angle \varphi_2)$$

$$I_{L3} = \frac{220 \angle -240^\circ}{17.32 - j10} = 11 \angle -270^\circ$$

$$I_N = I_{L1} + I_{L2} + I_{L3} = 9.16 \angle 0^\circ + 14.65 \angle -180^\circ + 11 \angle 90^\circ = 12.3 \angle 116.52^\circ$$

$$V_{ph1} = (23 \angle 0^\circ)(9.16 \angle 0^\circ) = 210.8 \angle 0^\circ$$

$$V_{L1} = V_{Ph1} - V_{Ph3}$$

$$V_{ph2} = (6.5 + j13)(-14.65)$$

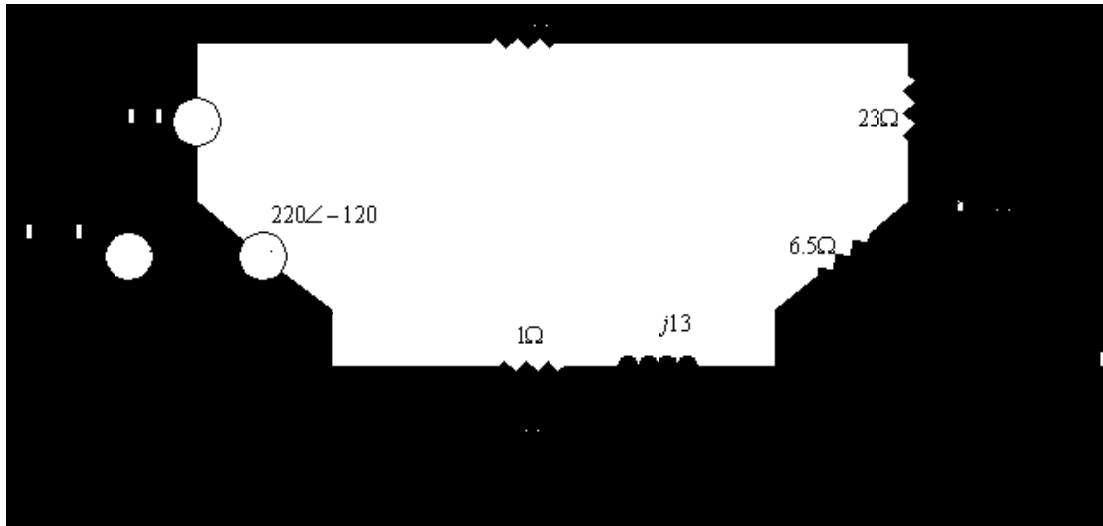
$$V_{ph3} = (16.32 - j10)(+j11)$$

این مسئله را برای حالتی زیر حل کنید.

۱- سیم نول حذف. ۲- بار مثلث. ۳- تولید مثلث و بار ستاره. ۴- تولید مثلث و بار مثلث.

توان اکتیو و راکتیو که منابع تولید میکنند در هر حالت حساب شود.

مثال ۸: با فرض نبودن سیم نول مسئله را حل کنید. V_{ph}, I_L



KVL :

$$-220\angle 0^\circ + (1 + 23)I_{L1} - (6.5 + 1 + j13)I_{L2} + 220\angle 120^\circ = 0$$

$$-220\angle 120^\circ + (6.5 + 1 + j13)I_{L2} - (1 + 16.32 - j10)I_{L3} + 220\angle 240^\circ = 0$$

KCL :

$$I_{L1} + I_{L2} + I_{L3} = 0$$

$$24I_{L1} - (7.5 + j13)I_{L2} = 330 - j190.52$$

$$(17.32 - j10)I_{L1} + (18.32 + j3)I_{L2} = j381.05$$

$$(17.32 - j10)(7.5 + j13) + 24(18.32 + j3)I_{L2} = -(17.32 - j10)(330 - j190.52) + 24(j381.05)$$

در بار متعادل :

$$Y \Rightarrow I_L = I_{ph}, V_L = \sqrt{3}V_{ph} \angle \varphi + 30^\circ \Rightarrow P_{3V} = 3V_{ph}I_{ph} \cos \phi_{ph} = \sqrt{3}I_L V_L \cos \phi_{ph}$$

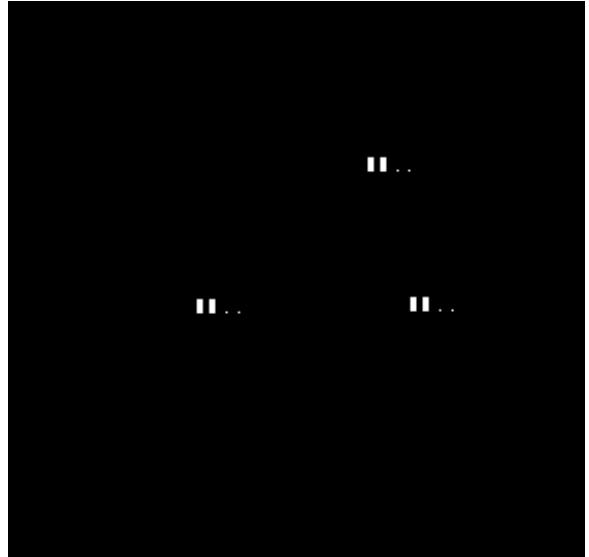
$$\Delta \Rightarrow V_L = V_{ph}, I_L = \sqrt{3}I_{ph} \angle \varphi - 30^\circ \Rightarrow P_{3V} = 3V_{ph}I_{ph} \cos \phi_{ph} = \sqrt{3}I_L V_L \cos \phi_{ph}$$

مثال ۱: یک بار سه فاز اهمی مطابق شکل زیر بسته شده است، اگر بار مزبور توسط یک منبع ولتاژ سه فاز متعادل متقارن با ولتاژ خط ۴۰۰ ولت تغذیه شود جریان هر یک از خطوط را بدست آورید. اگر بار مزبور بطور مثلث بسته می شد، جریان خطوط چقدر می شد؟ و توان تحویل داده شده به بار در هر دو حالت را بدست آورید، و مقایسه کنید، و نتیجه گیری برای تبدیل ستاره به مثلث در راه اندازی موتورها

$$\bar{V}_{p1} = \frac{400}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ$$

$$\bar{V}_{p2} = \frac{400}{\sqrt{3}} \angle 120^\circ$$

$$\bar{V}_{p3} = \frac{400}{\sqrt{3}} \angle -240^\circ$$



$$V_{L1} = 400 \angle 0^\circ + 30^\circ$$

$$V_{L2} = 400 \angle -120^\circ + 30^\circ$$

$$V_{L3} = 400 \angle -240^\circ + 30^\circ$$

چون حالت سه فاز متقارن است:

(۷)

$$I_{L1} = I_{p1} = \frac{V_{p1}}{Z_1} = \frac{\frac{400}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{100 \angle 0^\circ} = 2.3094 \angle 0^\circ$$

$$I_{L2} = I_{p2} = 2.3094 \angle -120^\circ$$

$$I_{L3} = I_{p3} = 2.3094 \angle -240^\circ$$

در حالت مثلث:

$$I_{L1} = I_{p2} - I_{p3} = \frac{\bar{V}_{p1}}{Z_1} - \frac{\bar{V}_{p3}}{Z_2} = \frac{\bar{V}_{L1}}{Z_1} - \frac{\bar{V}_{L31}}{Z_1} = \frac{400 \angle 0^\circ}{100 \angle 0^\circ} - \frac{400 \angle -240^\circ}{100 \angle 0^\circ}$$

$$= 4 \angle 0^\circ - 4 \angle -240^\circ = 4\sqrt{3} \angle -30^\circ$$

$$\bar{I}_{L1} = \sqrt{3} |I_{p1}| \angle I_{p1} - 30^\circ$$

$$\bar{I}_{L2} = \sqrt{3} |I_{p2}| \angle I_{p2} - 30^\circ = 4\sqrt{3} \angle -120^\circ - 30^\circ = 4\sqrt{3} \angle -150^\circ$$

$$\bar{I}_{L3} = \sqrt{3} |I_{p3}| \angle I_{p3} - 30^\circ = 4\sqrt{3} \angle +120^\circ - 30^\circ = 4\sqrt{3} \angle 90^\circ$$

$$P_Y = V_{p1} I_{p1} \cos \varphi_1 + V_{p2} I_{p2} \cos \varphi_2 + V_{p3} I_{p3} \cos \varphi_3$$

$$P_Y = 3V_{p1} I_{p1} \cos \varphi_P = \sqrt{3} V_{L1} I_{L1} \cos \varphi_P = 1600W$$

$$P_\Delta = V_{p1} I_{p1} \cos \varphi_1 + V_{p2} I_{p2} \cos \varphi_2 + V_{p3} I_{p3} \cos \varphi_3$$

$$P_\Delta = 3V_{p1} I_{p1} \cos \varphi_{Pn} = \sqrt{3} V_{L1} I_{L1} \cos \varphi_{Pn} = 4800W$$

$$P_\Delta = 3P_Y$$

$$p = 3V_P I_P \cos \varphi_P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \varphi_{Pn}$$

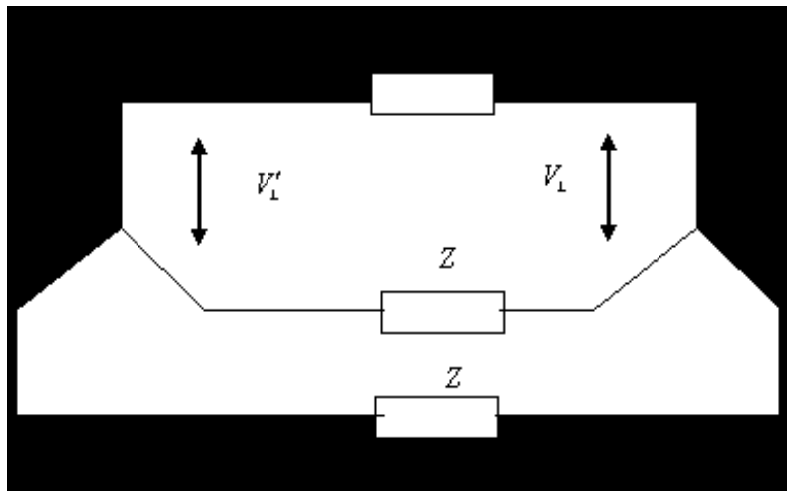
$$\Delta Q = 3(XI_1^2) = 3(10 \times 98.6)$$

$$\cos \varphi = \frac{3.0875M}{\sqrt{3} \times 23.4K \times 0.098K}$$

در ابتدای خط:

مثال ۲: یک بار متعادل سه فاز از نوع ستاره با قدرت ۳ مگاوات، با ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز توسط یک خط ۲۲ کیلوولت (ولتاژ خط) تغذیه میشود. اگر امپدانس خط تغذیه $z = 1 + j3$ باشد مطلوب است:

الف) جریان خط (ب) زاویه فاز φ (ج) ولتاژ فاز در بار (د) افت ولتاژ در خط انتقال (پ) ولتاژ فاز و ولتاژ خط در ابتدای خط انتقال (و) افت قدرت در سه فاز خطوط انتقال (ث) قدرت کل فرستنده



$$V_1 = 13.53 \angle 2.6^\circ$$

$$P_1 = 3.0895 MW$$

$$P_{3\phi} = 3 MW$$

$$\cos \varphi = 0.8$$

$$V_L = 22 KV$$

$$\bar{Z} = 3 + j10 = 10.44 \angle 73.3^\circ$$

$$\text{ج) } \frac{22}{\sqrt{3}} = 12.7$$

$$V_p = \text{across-the-load}$$

$$\text{الف) } P_{3\phi} = \sqrt{3} V_L I_L \cos \varphi$$

نسبت به V_{ph} اگر V_{pi} مرجع باشد (فاز صفر)

$$3M = \sqrt{3} \times 22KI_L \times 0.8 \Rightarrow I_L = 98.41A \angle -36.87^\circ \Rightarrow \varphi = \cos^{-1}(0.8) = 36.87^\circ \xrightarrow{\text{leag}} -36.87^\circ$$

بار ستاره فرض شود:

$$\text{د) } -\Delta V = ZI_L = (10.44 \angle 73.3^\circ)(98.41 \angle -36.87^\circ) = 1.027KV \angle 36.43^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{پ)} \quad -V'_{Ph1} &= V_{Ph1} + \Delta V_Z = \frac{22}{\sqrt{3}} KV \angle 0^\circ + 1.027 KV \angle 36.43^\circ \\ &= 12.7 KV + (0.8263 + j0.6) = 13.537 \angle 2.6^\circ KV \end{aligned}$$

$$V'_{L1} = \sqrt{3} \times 13.537 = 2345 KV \angle 2.6^\circ + 30^\circ$$

$$\Delta P_{Ph1} = R |I_L|^2 = 3(98.41)^2 = 29.05 KW = \text{Re}(\Delta V \cdot I_L^*)$$

$$\Delta P_{3\phi} = 3 \times 29.05 = 0.0875 MW$$

$$P'_{3\phi} = P_{3\phi} + \Delta P_{3\phi} = 3 MW + 0.0875 = 3.0875 MW$$

مثال ۳ - مداري مطابق شکل زیر داده شده است مطلوب است : الف) توان اکتیو ب) توان راکتیو

ج) قدرت تاسیسات

مثال ۴ - ضریب توان تاسیسات و جریان هر یک از سیمهای خطوط موتور سه فاز

$$T_C = 98 \text{ nt.m}$$

$$N = 1450$$

$$\eta = 0.9$$

$$\text{COS} 0.85$$

حل:

$$P_{3\phi} = 3 \times 50 \times 100 W = 15 KW$$

$$Q = 0$$

$$S = 15 KVA$$

$$P_{mech} = V \cdot I = T_C \cdot \omega = T_C \cdot 2\pi \cdot \frac{N}{60} = 98 \times 2\pi \times \frac{1450}{60} = 14.488 KW$$

$$P_{elec} = \frac{14.488 KW}{0.9} = 16.53 KW$$

$$Q = \tan(\varphi) P = 10.32 KVAR$$

$$\sum P = 31.05 KW$$

$$\sum Q = 10.32 KVAR$$

$$|\sum S| = \sqrt{P^2 + Q^2} = 33.14 KVA$$

$$\text{COS} \varphi = \frac{\sum P}{|\sum S|} = 0.95$$

$$\text{lamp} \Rightarrow I_{1\phi} = \frac{50 \times 100}{220} = 22.72 \angle 0^\circ \Rightarrow I_{L1}$$

$$\text{motor} \Rightarrow I_{L2} = \frac{16.5 KW}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.85} = 29.49 A \angle -\cos^{-1}(0.85) = 29.49 A \angle -31.788^\circ$$

$$\text{کل: } I_L = \frac{\sum P_{3\phi}}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.95} = 50.38 A$$

$$\text{کل لامپ ها: } I_{LT1} = 3I_{L1}$$

$$\text{کل: } I_{L1} + I_{L2} = 22.72 \angle 0 + 29.49 \angle -31.788 = 50.38 \angle -\cos^{-1}(0.95) = 50.38 \angle -18.19^\circ$$

$$I_R = I_1 + I_2 = I_S = I_T$$

تاسیساتی که توسط شبکه سه فاز چهار سیمه $220V/380V$ و $50Hz$ تقویت میشود طبق شکل زیر مفروض است و شامل مصرف کننده های ذیل میشود

(a) موتور سه فاز با مشخصات داده شده

(b) کوره با مشخصات داده شده

(c) ۱۲ مرکز مشابه که هر کدام توسط موتور تک فاز با $220V$ تغذیه می شود (۴ عدد روی هر فاز)

(d) ۳ دسته لامپ روشنایی $220V$ ولت به قدرت هر دسته 404 کیلو است

مطلوبست الف-قدر مطلق جریان که خطوط اصلی وسیم خنثی ب-ضرب توان کل تاسیسات

ج-توان اکتیو – راکتیو – ظاهری تاسیسات د-اگر بخواهیم ضریب کل تاسیسات مصرف کننده را به ۱

برسانیم ظرفیت خازنی که برای اینکار لازم است را محاسبه نماییم

خازنها بهطور ستاره وصل شده اند

یکبار دیگر خازن ها را مثلث بندی می کنیم و ظرفیت آنها را حساب می کنیم

$$1hp = 736w$$

$$I = 130A \angle -26$$

$$p = \sqrt{3}v_L I_L \cos \phi$$

$$I_1 = \frac{5 \times 736}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.71 \times 0.83} = 9.49A = 9.49(0.71 + j0.7) = 6.74 + j6.64$$

چون بار معمولاً بصورت ستاره بسته می شود فاز I_L را با I_{ph} یکی می گیریم

$$I_2 = \frac{26.3K}{\sqrt{3} \times 380 \times 1 \times 1} = 39 + 0J$$

$$I_3 = \frac{1 \times 736}{220 \times .71 \times .76} = 6.2A = 6.2(.71 + J.7) = 4.4 + J4.34$$

$$I_4 = \frac{4.4K}{\sqrt{3} \times 220 \times 1 \times 1} = 20 + 0J$$

$$\begin{aligned} I_R &= 6I_1 + I_2 + 4I_3 + I_4 = \\ I_S &= 6I_1 + I_2 + 4I_3 + I_4 = \\ I_T &= 6I_1 + I_2 + 4I_3 + I_4 = \end{aligned}$$

جریان I_L از V_P

از V_L برای پیدا کردن I_L از V_L یا I_P از V_P باید 30° به آن 26° اضافه کرد.

ضریب قدرت بار:

$$I_N = I_R \angle Q_R + I_S \angle Q_S + I_T \angle Q_T$$

$$\cos \varphi = \frac{\sum Q}{\sum P} = 6$$

$$P = \frac{6 \times 5 \times 736}{.83} = 26.602Kw$$

$$q = P \tan \varphi = 26.385KVAR$$

$$P = 26.3Kw$$

$$Q = 0$$

$$P = \frac{12 \times 1 \times 736}{.76} = 11.621Kw$$

$$Q = P \tan \varphi = 11.526KVAR$$

$$P = 3 \times 4.4Kw = 13.2Kw$$

$$\sum P = 77.723Kw$$

$$\sum Q = 37.911KVAR$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{\sum Q}{\sum P} = .48$$

$$\cos \varphi = .89$$

برای تصحیح ضریب قدرت مدار از سه خازن که بطور Δ یا Y بسته شده اند استفاده می کنیم خازن در این سیستم قدرت اکتیو مصرف نمی کند پس قدرت اکتیو مدار ثابت باقی می ماند.

$$Q_t = \tan \varphi \times P = 0$$

$$Q_C = Q - Q_t = Q - 0 = Q = 37.911 \text{ KVAR}$$

$$\frac{Q_C}{3} = Q = \frac{V_C^2}{X_C} = \frac{220^2}{X_C} \Rightarrow C_Y = 831 \mu\text{F}$$

$$\frac{Q_C}{3} = Q = \frac{V_C^2}{X_C} = \frac{380^2}{X_C} \Rightarrow C_\Delta = 287 \mu\text{F}$$

$$C_Y > C_\Delta$$

از لحاظ ظرفیت بهتر است Δ ببندیم. اما از لحاظ تحمل ولتاژ بهتر است Y بسته شود.

چون خازن ولتاژ کمتری تحمل می کند.

برای داشتن ولتاژ کمتر روی خازنها بطور سری بسته می شود. برای فرستادن قدرت راکتیو کمتر به شبکه بطور موازی بسته می شود.

بقیه مسئله b

$$\bar{Z} = 0.0346 + j0.07 = 0.078 \angle 63.69^\circ$$

$$\Delta V_1 = Z I_L = (0.078 \angle 63.69^\circ)(100 \angle -45.57^\circ) = 7.8 \angle 18.12^\circ$$

$$V'_{ph1} = V_{ph1} + \Delta V = \left(\frac{125}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ\right) + (7.8 \angle 18.12^\circ) = 1$$

$$= \left(\frac{125}{\sqrt{3}} + j0\right) + (7.41 + j2.42) = 79.61 \angle 1.74^\circ$$

$$V'_{L1} = \sqrt{3} V'_{ph1} = 137.88 \angle 1.74^\circ + 30^\circ V$$

بعد از اتصال خازن :

$$\Delta V_2 = Z I_{L2}$$

$$I_{L2} = 77.74 \angle -25.84^\circ$$

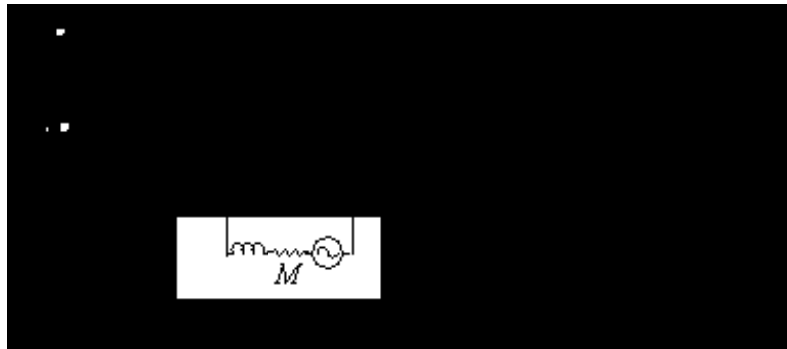
$$V'_{ph1} = V_{ph1} + \Delta V = 77.046 \angle 2.79^\circ$$

$$V'_{L1} = \sqrt{3} V'_{ph1} \angle \varphi + 30^\circ$$

یک موتور تکفاز بقدرت ۸ کیلووات و $\eta = 80$ با ضریب قدرت $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ولتاژ ۲۲۰ ولت و فرکانس ۵۰ هرتز کار

می کند ظرفیت خازنی که باید با این موتور موازی بست تا ضریب قدرت را به $\frac{\sqrt{3}}{2}$ افزایش دهد بدست آورید

و همچنین جریان خط موتور را قبل و پس از قرار دادن خازن مقایسه کنید و نتیجه بگیرید و بایستی خازن فوق چند درصد تلفات اهمی کابل تغذیه موتور صرفه جویی می شود.



$$\eta = \frac{P_{OUT}}{P_{IN}} = \frac{P_{mech}}{P_{elect}} \Rightarrow P_{elect} = \frac{P_{mech}}{\eta} = 10KW$$

$$Q_1 = P \tan \varphi_1 = 10KVAR$$

$$\varphi_1 \rightarrow \varphi_2$$

$$P = const$$

$$Q_1 \rightarrow Q_2$$

$$Q_C = Q_1 - Q_2 = 10 - 5.7 = 4.3KVAR$$

$$Q_C = \frac{V_C^2}{X_C} = c \cdot \omega \cdot v_C^2 = c \times 2\pi f \times v_C^2 \rightarrow C = 282.8 \mu F$$



$$I_{L\varphi 1} = \frac{10K}{220 \times \sqrt{2} / 2} = 64.28A$$

$$I_{L\varphi 2} = \frac{10K}{220 \times \sqrt{3} / 2} = 52.48A$$

$$\frac{P_{\varphi 2}}{P_{\varphi 1}} = \frac{RI^2_{\varphi 2}}{RI^2_{\varphi 1}} = \left(\frac{I_{\varphi 2}}{I_{\varphi 1}}\right)^2 = \left(\frac{52.48}{64.28}\right)^2 = 66.68\%$$

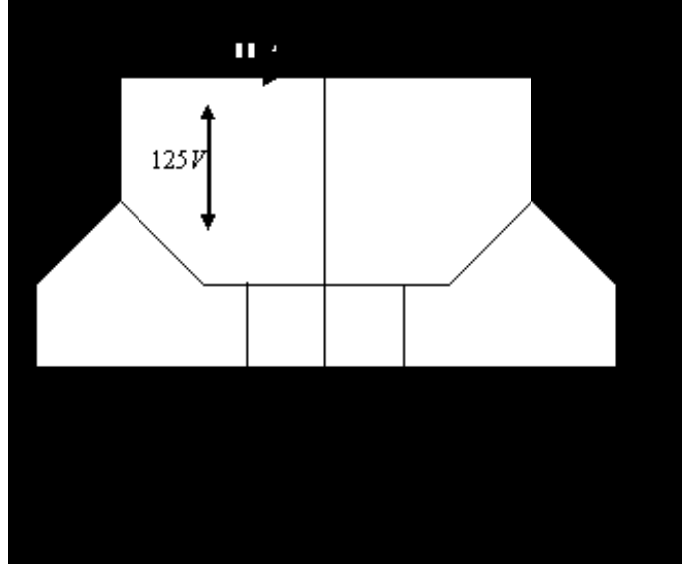
یک تاسیسات سه فاز با اتصال Y برای هر فاز جریان ۱۰۰ آمپر را تحت ولتاژ ۱۲۵ ولت و ضریب قدرت ۰/۷ پس فاز جذب می کند برای افزایش ضریب قدرت شبکه می خواهیم از سه فاز مشابه استفاده کنیم .

۱. اگر خازنهای را بطور Y وصل کنیم ظرفیت و قدرت راکتیو هر خازن را محاسبه کنید . (ضریب قدرت به ۰/۹ افزایش خواهد یافت)

پس از اتصال خازنهای جریان گرفته شده توسط تاسیسات چقدر است؟

۲. اگر خازنهای بطور Δ وصل کنیم ظرفیت و قدرت راکتیو هر خازن چقدر خواهد بود؟

۳. اگر خط انتقال انرژی دارای مقاومت $۰/۰۳۴۶$ و راکتانس اندوکتانس $۰/۰۷$ باشد و فرض می‌کنیم که پتانسیل تاسیسات در نقطه دریافت ثابت بماند. ولتاژ نقطه ارسال را قبل و بعد از افزایش ضریب قدرت در هر دو حالت ۱ و ۲ بدست آورید.



$$I_L = 100 A \angle -45.57^\circ$$

$$V_L = 125 V$$

$$\cos \varphi_{ph1} = 0.7 \quad \text{lag}$$

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \varphi_{ph1} = \sqrt{3} \times 125 \times 100 \times 0.7 = 15.15 \text{ KW}$$

$$Q_1 = \tan \varphi_1 \times P = 15.45 \text{ KVAR}$$

$$Q_2 = \tan \varphi_2 \times P = 0.48 \times 15.15 \text{ K} = 7.33 \text{ KVAR}$$

$$Q_C = |Q_1 - Q_2| = 7.82 \text{ KVAR} \Rightarrow Q_{C1} = \frac{Q_C}{3} = 2.6 \text{ KVAR}$$

$$\cos \varphi_2 = 0.9$$

$$Q_{C1} = \frac{V_C^2}{X_{C1}} = C(2\pi f)V_C^2 \rightarrow C_Y = \frac{2.6 \text{ K}}{2\pi \times 50 \times \left(\frac{125}{\sqrt{3}}\right)^2} = 1590.19 \mu\text{F}$$

$$V_{C1\Delta} = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{125}{\sqrt{3}} = 72.16 \text{ V}$$

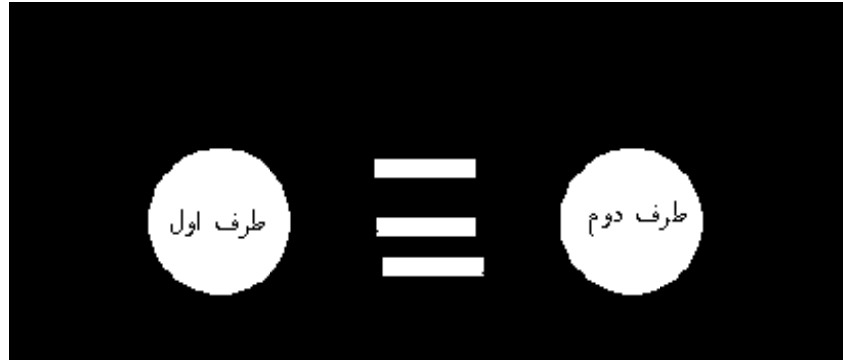
$$I_{L2} = \frac{P}{\sqrt{3} V_L \cos \varphi_{ph2}} = \frac{15.15 \text{ k}}{\sqrt{3} \times 125 \times 0.9} = 77.74 \text{ A} \angle -25.84^\circ$$

$$V_{C2\Delta} = V_L = 125$$

$$C_\Delta = \frac{2.6 \text{ K}}{2\pi \times 50 \times 125^2} = 529.93 \mu\text{F}$$

$$Q_{C1\Delta} = Q_{C1Y} = 2.6 \text{ KVAR}$$

۱. مطلوب است ولتاژ هر دو طرف: موتوري؟ مولدي؟
۲. محل تامین توان راکتیو شبکه
۳. نمودار دیاگرام تک خطي فازوري
۴. مقدار ظرفیت خازني سه فاز لازم براي تبدیل طرف موتوري به ضریب قدرت واحد اگر اتصال خازنهاي سه فاز ستاره باشد.
۵. مقدار ظرفیت خازني سه فاز لازم براي تبدیل طرف موتوري به ضریب قدرت واحد اگر اتصال خازنهاي سه فاز مثلث باشد.



$$Z = \sqrt{2} \angle -65$$

$$I = 10 \angle -170$$

$$f = 50 \text{ HZ}$$

$$P_{\phi 1} = 100 \text{ MW}$$

$$PF = 0.707 \text{ lag}$$

$$\phi_1 = +45$$

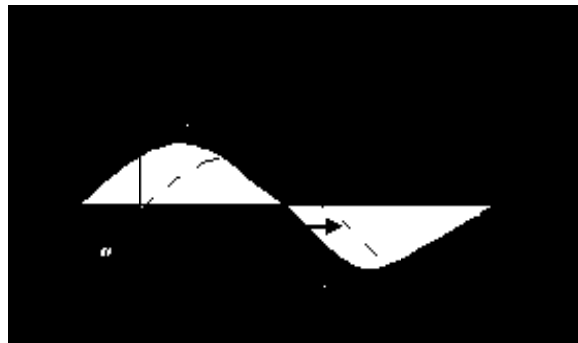
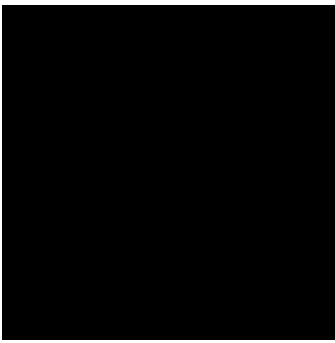
$$Q_1 = P_1 \tan \phi_1 = 100 \text{ MW} \times 1 = 100 \text{ MVAR}$$

$$I' = 10 \angle 10^\circ \text{ KA} = -\bar{I} = (1 \angle 180) I$$

$$\bar{S}_1 = 100 + j100 = \bar{V}_1 \bar{I}_1^*$$

$$100\sqrt{2} \angle 45 = \bar{V}_1 (10 \angle +170) \rightarrow \bar{V}_1 = 10\sqrt{2} \angle -125 \text{ KV}$$

$$100\sqrt{2} \angle 45 = \bar{V}_1' (10 \angle -10) \rightarrow \bar{V}_1' = 10\sqrt{2} \angle 55 \text{ KV}$$



فقط حالت $V_1 I'$ و $V_1' I'$ اختلاف فاز ۴۵ درجه دارند. پس دو حالت قابل قبول نیستند.

فرض نمودار ها مسئله $\bar{I}' = -\bar{I}$ و $\bar{V}' = -\bar{V}$

اما در محاسبه ولتاژ جهت و پلاریته ها بصورت $\pm \bar{V}_1$ و $\pm \bar{V}_1'$ در نظر گرفته شده است که همین باعث شده است نتیجه مولدی یا موتوری یکسان نباشد.

بنابراین برای برقراری فرض $\bar{V}' = -\bar{V}$ بایستی یکی از پلاریته ها تعویض شوند. در این حالت پلاریته \bar{V}_1'

بخاطر قرار گرفتن در ناحیه اول می تواند به صورت مرجع فرض شود بنابراین این $\pm \bar{V}_1'$

بایستی باشد که در این حالت اول هم حالت موتوری روی طرف اول برقرار خواهد بود.

پس نتیجه می گیریم که تمام؟؟ بایستی در محدوده $-90 \leq \theta \leq 90$ انجام شود تا نتایج حاصله صحیح باشد.

$$\Delta \bar{V}' = \bar{I}' \bar{Z} = (10 \angle 10)(\sqrt{2} \angle -65) = 10\sqrt{2} \angle -55 \text{KV}$$

$$\bar{V}_2' = \bar{V}_1' + \Delta \bar{V}' = 10\sqrt{2} \angle 55^\circ + 10\sqrt{2} \angle -55^\circ = 2(10\sqrt{2} \cos 55^\circ) = 16.22 \angle 0^\circ \text{KV}$$

$$\bar{S}_2 = +\bar{V}_2' \bar{I}'^* = (16.22 \angle 0)(10 \angle -10) = 162.23 \angle -10 \text{MVA} = 159.77 - j28.17$$

$$\Delta \bar{S} = \Delta \bar{V} \cdot \bar{I}'^* = \bar{Z} |\bar{I}'|^2 = 100\sqrt{2} \angle -65 = 59.77 - j128.17$$

بار خازنی خط انتقال تامین انرژی را بر عهده دارد.

$$Q_c = |Q_1 - Q_2| = |100 - 0| = 100 \text{ MVAR}$$

$$Q_c = \frac{V^2}{X_c} = V^2 C \omega \rightarrow C = \frac{Q_c}{|V^2| \omega} = \frac{100 \text{ MVAR}}{V^2 \times 100\pi}$$

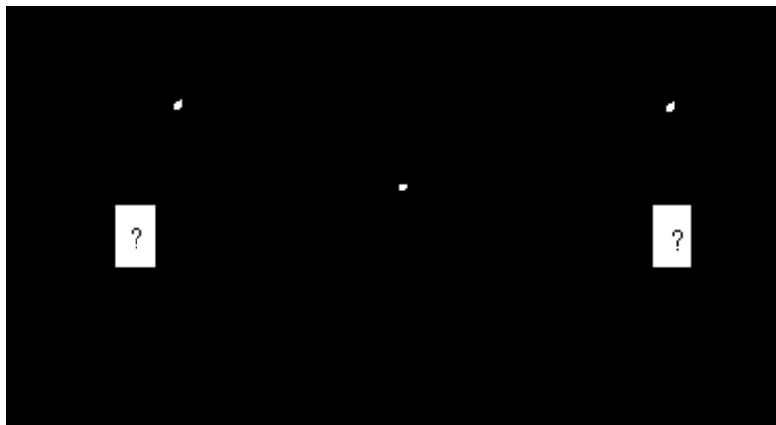
$$Y \Rightarrow |V| = \frac{|V_1|}{\sqrt{3}}$$

$$\Delta \Rightarrow |V| = |V_1|$$

توان اکتیو و راکتیو انتقالی بین دو شین: اصطلاح شین یا باس: محل پیوند اجزای سیستمهای قدرت در محل شین ها در سیستمهای قدرت پست های انتقال است. در سیستم دو شین زیر توان اکتیو و راکتیو در دو طرف را بدست آورید از شارژ خازنی صرف نظر کنید. (مصرف کننده یا تولید کننده بودن هر طرف مشخص نیست)

به دلیل وجود امپدانس ولتاژها زاویه دارند.

در ۲۳۰ کیلو ولت و ۴۰۰ کیلو ولت شارژ خازنی داریم.



فرض کنید جهت جریان از شین ۱ به شین ۲ است. چون سیستمهای قدرت در حالت پایدار هستند چون اکثراً حالت تقارن دارند، میتوان هر یک از سه فاز را به صورت یک سیستم تک فاز در نظر گرفت و محاسبات را در تک فاز انجام داده و به سه فاز تبدیل کرد.

$$\bar{I}_{12} = \frac{V_1 \angle \delta_1 - V_2 \angle \delta_2}{\bar{Z}}$$

$$S'_{12} = \bar{V}_1 \bar{I}_{12}^* \Rightarrow S'_{12} = V_1 \angle \delta_1 \left(\frac{V_1 \angle -\delta_1 - V_2 \angle -\delta_2}{\bar{Z}^*} \right) = \frac{V_1^2 - V_1 V_2 \angle \delta_1 - \delta_2}{R - j\omega l}$$

$$= \frac{V_1^2 - V_1 V_2 \cos(\delta_1 - \delta_2) - j V_1 V_2 \sin(\delta_1 - \delta_2)}{R - j\omega l}$$

در توزیع در ۶۸ کیلو ولت نسبت $\frac{R}{X} \cong \frac{1}{4}$ است و نمی توان از X نسبت به R صرف نظر کرد. در انتقال

نسبت $\frac{R}{X} \cong \frac{1}{10}$ می توان از R صرف نظر کرد و خطای بوجود نمی آورد.

$$S_{12} = \frac{R(V_1^2 - V_1V_2 \cos(\delta_1 - \delta_2)) + X(V_1V_2 \sin(\delta_1 - \delta_2)) + jX(V_1^2 - V_1V_2 \cos(\delta_1 - \delta_2)) - jR(V_1V_2 \sin(\delta_1 - \delta_2))}{R^2 + (L\omega)^2}$$

$$S_{12} = P_{12} + jQ_{12}$$

$$P_{12} = \frac{R(V_1^2 - V_1V_2 \cos(\delta_1 - \delta_2)) + X(V_1V_2 \sin(\delta_1 - \delta_2))}{R^2 + (L\omega)^2}$$

$$Q_{12} = \frac{X(V_1^2 - V_1V_2 \cos(\delta_1 - \delta_2)) - jR(V_1V_2 \sin(\delta_1 - \delta_2))}{R^2 + (L\omega)^2}$$

اگر P_{12} مثبت شود سمت چپ تولید کننده و سمت راست مصرف کننده است.

اگر P_{12} منفی شود سمت راست مصرف کننده و سمت چپ تولید کننده است.

$$P_{12} \cong \frac{|V_1||V_2| \sin(\delta_1 - \delta_2)}{X}$$

$$Q_{12} \cong \frac{|V_1|^2 - |V_1||V_2| \cos(\delta_1 - \delta_2)}{X}$$

X خط باعث می شود تمام توان را انتقال داد زیرا از دید X اختلاف زوایای δ_1 و δ_2 را زیاد می کند و این زوایا به پایداری سیستم ربط دارد و از دید آن پایداری را کم می کند. یکی از راهها این است که یک خازن سری قرار می دهند تا X خط را کاهش دهد. کاهش X توان انتقالی را افزایش می دهد.

$Rotor - angle \Rightarrow \delta$

باید سعی کرد را توسط مصرف کننده از طریق خازن موازی تامین کرد.

تمرین : الف) محاسبه توان اکتیو و راکتیو انتقالی در شکل دو دشین با توجه به مقادیر زیر:



$$V_1 = \frac{130}{\sqrt{3}} KV$$

$$V_2 = \frac{130}{\sqrt{3}} KV$$

$$X = 80$$

$$R = 0$$

$$\delta_1 = 0^\circ$$

$$\delta_2 = 10^\circ$$

ب) آیا شین ۱ تولید کننده است یا مصرف کننده؟

مثال : سیستم دوشین شکل زیر را در نظر بگیرید الف) $V_2 \angle \delta_2$ را بدست آورید.



$$R = 0.03\Omega$$

$$X = 0.1$$

$$V_1 = 1.05KV \angle 0$$

ب) چنانچه خازنی در شین ۲ قرار می دهیم تا ۸۰ درصد توان راکتیو مصرفی را جبران کند درصد افزایش ولتاژ را بدست آورید.

$$\left. \begin{array}{l} V_2 = 0.89 \\ \delta_2 = -9.4 \end{array} \right\} \text{جواب}$$

برای قسمت ب $Q = 0.75$ تبدیل به ۰/۱۵ می شود .

تمرین :

ولتاژ ۲۴۰ ولت تکفازی به مداری که امپدانس آن $10 \angle 60$ با شد اعمال شده است. الف) مثلث توان - ضریب قدرت - P و Q و R و γ را بدست آورید.

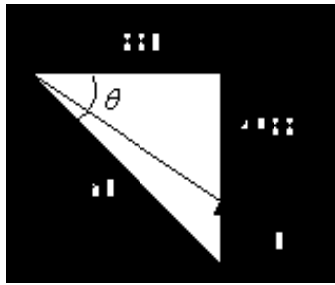
ب) اگر خازن ۱۲۵۰ وار بطور موازی با این مدار وصل شود P و Q آن را که توسط منبع ۲۴۰ ولتی تامین می شود را بدست آورید، ضریب قدرت نهایی و مثلث توان را نیز رسم کنید.

$$S = VI^* = V \frac{V^*}{Z^*} = \frac{V^2}{Z^*} = \frac{V^2}{10 \angle -60} = \frac{240^2}{10 \angle -60} = 5760 \angle 60$$



اولاً زاویه S نشانگر PF است (یا زاویه S امپدانس کل نشانگر PF است)

$$S = P + jQ = 2880 + j4.088$$



مسئله را از دیدگاه مصرف کننده حل می کنیم: با وصل کردن خازن PF عوض می شود. چون از دیدگاه مصرف کننده است اکتیو تغییر نمی کند به علت افزودن خازن توان بار راکتیو کم می شود.

$$\theta = 60$$

$$PF = \cos 60 = 0.5$$

$$Z = -10 \angle 60 = R + jX = 10 \cos 60 + j10 \sin 60 = 5 + j8.66$$

$$R = 5$$

$$X = 8.66$$

$$V_1 \angle \delta_1 = V_2 \angle \delta_2 \rightarrow (R + jX)I$$

$$I = \frac{S_2^*}{V_2^*}$$

$$V_1 V_2 \angle \delta_1 - \delta_2 = V_2^2 + (R + jX)(P_D - jQ_D)$$

$$1.05KV_2 \angle -\delta_2 = V_2^2 + (R + jX)(1.8 - j0.75)$$

$$1.05V_2 \angle -\delta_2 = V_2^2 + (0.03 + j0.01)(1.8 - j0.75)$$

$$1.05V_2 (\cos \delta_2 - j \sin \delta_2) = V_2^2 + (0.054 + 0.075) + j(0.18 - 0.0995)$$

$$(1.05V_2 \cos \delta_2 - V_2^2 - 0.0129) - j(1.05V_2 \sin \delta_2 + 0.575) = 0$$

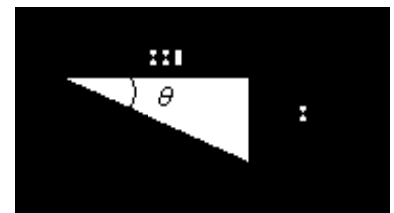
$$\begin{cases} 1.05V_2 \cos \delta_2 = V_2^2 - 0.0129 \\ 1.05V_2 \sin \delta_2 = -0.575 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1.025V_2^2 \cos^2 \delta_2 = V_2^4 + 0.016641 + 0.258V_2^2 \\ 1.025V_2^2 \sin^2 \delta_2 = 0.02480625 \end{cases}$$

$$V_2^4 - 0.8445V_2^2 + 0.04144725 = 0$$

$$V_2^2 = 0.42225 \pm 0.309929469 \Rightarrow \begin{cases} - : 0.05232053 \\ + : 0.792179469 \end{cases}$$

$$Q_{NEW} = Q_{old} - Q_C = 4488 - 1750 = 3738$$

از نظر مصرف کننده P فرقی نمی کند.



$$\tan \theta = \frac{3738}{2880} \Rightarrow \theta = 55.77$$

$$PF = \cos \theta = 0.6$$

مسئله: يك بخاري ۲ كيلو وات بطور موازي با يك موتور ۵ hp و ۲۴۰ ولت و ۵۰ هرتز اوراندمان ۰/۸۵ و ضريب قدرت ۰/۷۲ قرار دارد اين دو مصرف كننده توسط منبع ۲۴۰ ولت و ۵۰ هرتز تايمين مي شوند. چنانچه بخواهيم ضريب قدرت را به ۰/۹ برسانيم مقدار كيلو وار خازن را بدست آوريد. در صنعت مقدار خازن را بر حسب كيلو وار بيان مي كنند .

$$X = \frac{V^2}{Q} \Rightarrow X_c = \frac{1}{j\omega C}$$

در سيستم هاي قدرت Q خازن در حد KVAR و در سطح خطوط انتقال در MVAR است. موتور توان الكتريكي مي گيرد. و توان مكانيكي مي دهد.

$$\eta = \frac{P_o}{P_i}$$

hp توان مكانيكي موتور است.

بيشتر از اين مقدار توان الكتريكي مصرف کرده است. كه ۰/۸۵ آن اين مقدار hp است. (يعني ۵ hp) در مثلث توان توانها الكتريكي است. (مصرف كننده)

VI توان رسیده به موتور (الكتريكي)

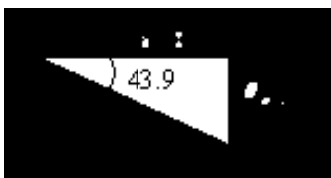
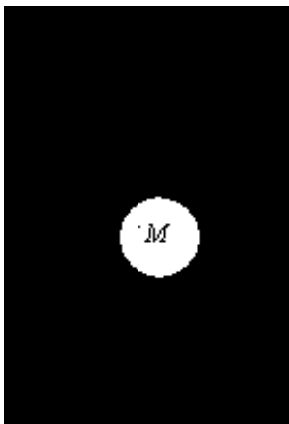
$$S = Vi^*$$

$$\eta = \frac{P_M}{P_E} \Rightarrow P_E = \frac{P_M}{\eta} = \frac{5hp \times 746}{0.85/1000} = 4.38$$

توان الكتريكي مورد نیاز موتور ۵ اسب بخاري

$$\cos \varphi = 0.72 \Rightarrow \varphi = 43.9 \Rightarrow Q = 6.13$$

$$P_{total} = P_{hp} + P_{EM} = 6.38$$



$$Q_{NEW} = 3.89 \cong 3KVA$$

$$Q_c = Q_{old} - Q_{NEW} = 6.13 - 3 = 3.13$$

Q مصرفي کاهش مي يابد از دید مصرف كننده در نتیجه:

- مبلغ برق کاهش مي يابد.
- قطر سيم بايد کمتر باشد. زيرا کاهش S کاهش I را باعث مي شود و در سيم زياد تر شود.

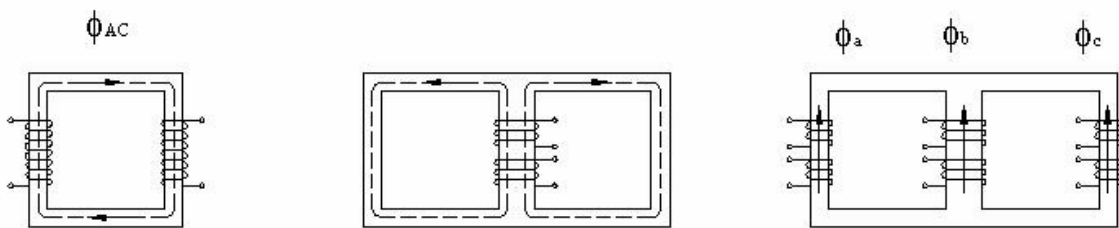
ادامه فصل سوم

مدار معادل اجزای سیستم های قدرت

ترانسفورماتور (تکفاز - سه فاز)

تجهیزاتی برای تغییر ولتاژ هستند. برای انتقال قدرت زیاد و کم کردن تلفات خط انتقال، از خطوط انتقال انرژی با ولتاژهای بالا استفاده می شود لذا از این تجهیزات برای تغییر ولتاژ استفاده می شود.

انواع هسته های مغناطیسی ترانسفورماتورها



هسته آهنی از لایه های از آلیاژ آهن و سیلیکان
به ضخامت 0.3mm برای کاهش تلفات آهنی

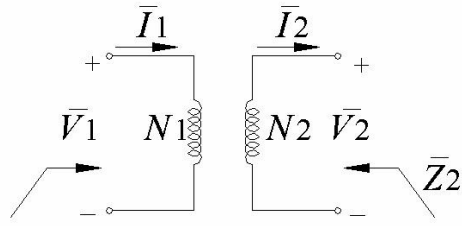
شکل (۸-۳)

۱) ترانسفورماتور سه فاز یکپارچه

۲) ترانسفورماتور سه فاز مجزا = سه عدد ترانسفورماتور تکفاز

ترانسفورماتور ایده آل

- قابلیت نفوذ مغناطیسی هسته بی نهایت است
- شار دربرگیرنده یک سیم پیچ تمام حلقه های سیم پیچ دیگر را قطع می کند.
- تلفات آهنی هسته صفر است
- مقاومت سیم پیچ ها و تلفات آنها صفر است.



شکل (۳-۹)

$$\frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2} = \frac{\bar{I}_2}{\bar{I}_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$\frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

$\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2'$: امپدانسی است که از طرف ۱ دیده شود

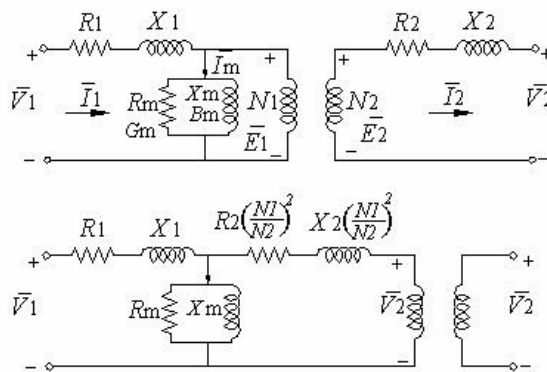
$\bar{Z}_2 = \bar{Z}_1'$: امپدانسی است که از طرف ۲ دیده می شود

ترانسفورماتور واقعی:

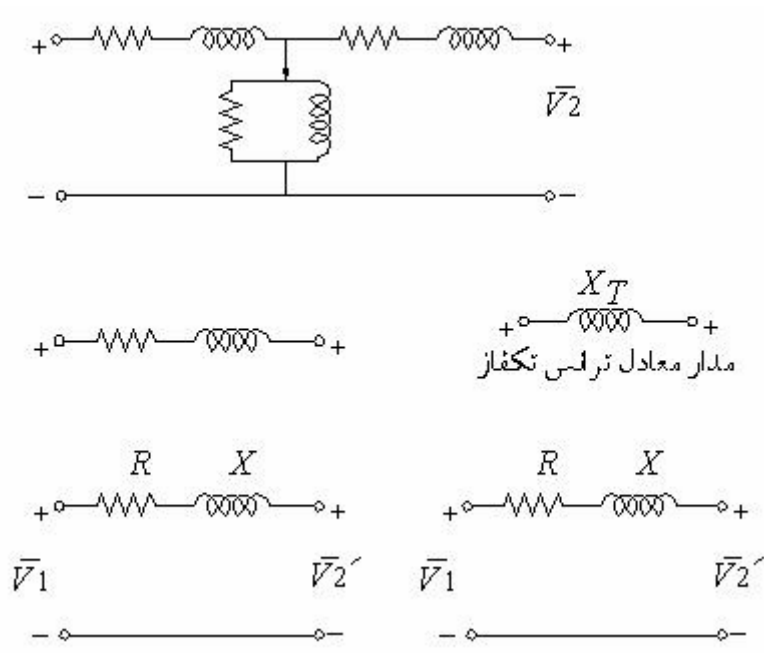
هیچکدام از فرضیات فوق در یک ترانسفورماتور واقعی برقرار نیست:

$$\frac{\bar{E}_1}{\bar{E}_2} = \frac{\bar{I}_2}{\bar{I}_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2 + \bar{I}_m$$



شکل (۳-۱۰)



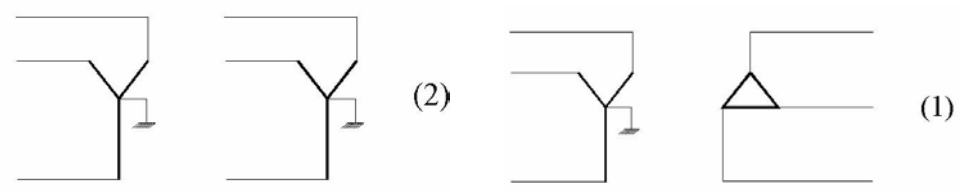
شکل (۳-۱۱)

$$R' = R \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2$$

$$X' = X \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2$$

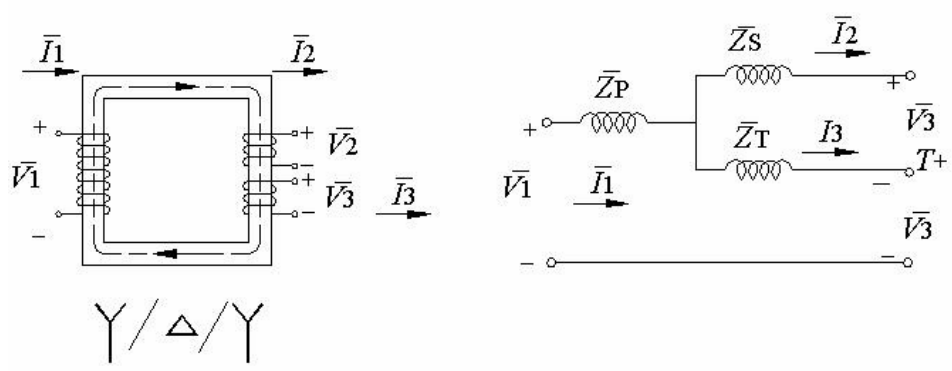
$$R = R_1 + R_2' \quad X = X_1 + X_2'$$

ترانسفورماتورهای سه فاز



شکل (۳-۱۲)

ترانسفورماتور سه سیم پیچه

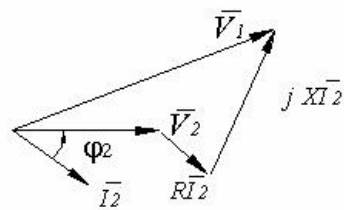
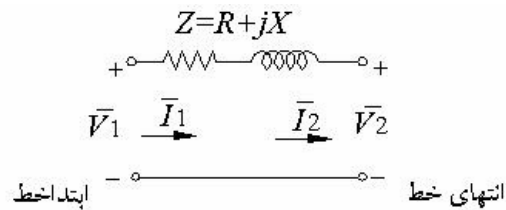


شکل (۳-۱۳)

- معمولا براي صرفه جویی ها در تعداد نصب دستگاهها از این ترانس استفاده می شود.
- سیم پیچ اولیه و ثانویه نقش اصلي در انتقال قدرت و سیم پیچ ثالثیه داراي قدرت کم و براي تغذیه مصارف داخلي نیروگاهها، پست ها راکتور ها و خازنهای باشد.
- مطالبی از ترانسفورماتور های سه فاز و سه سیم پیچ

خط انتقال

(۱) خط انتقال کوتاه: در آن از ادمیتانس موازي خط (مربوط به خازن موازي خط) صرف نظر مي شود.



شکل (۱۴-۳)

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2$$

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + \bar{Z}\bar{I}_1$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$$

(ولتاژ انتهای خط در بار کامل) (ولتاژ در بی باری).

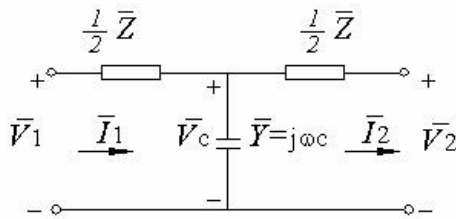
در صد تنظیم ولتاژ در هر دو حالت بی باری و بار کامل ولتاژ ابتدای خط ثابت $VR\% = \frac{|V_{20}| - |V_2|}{|V_2|} \times 100$

فرض می شود. در بی باری $|V_{20}| = |V_1|$ پس داریم: $VR\% = \frac{|V_1| - |V_2|}{|V_2|} \times 100$

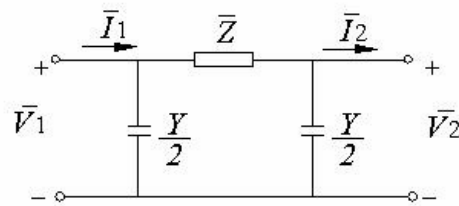
تمرین - در یک خط انتقال سه فاز به طول 50 km ، بار انتهای خط قدرت 100 MW را در ضریب قدرت 0.8 پس فاز و ولتاژ 132 kV جذب می کند. مقاومت و اندوکتانس خط به ترتیب $0.308 \ \Omega / \text{km}$ و 0.95 mH/km است. ولتاژ ابتدای خط و درصد تنظیم ولتاژ را محاسبه کنید.

۲) خط انتقال متوسط:

۱۰۰ کیلومتر تا ۳۰۰ کیلومتر می باشد. پارامترهای سری خط و موازی خط بصورت متمرکز در نظر گرفته می شوند.



مدار معادل T خط انتقال متوسط



مدار معادل pi خط انتقال متوسط

شکل (۱۵-۳)

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\bar{Y}\bar{Z}}{2} & \bar{Z}(1 + \frac{\bar{Y}\bar{Z}}{4}) \\ \bar{Y} & 1 + \frac{\bar{Y}\bar{Z}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\bar{Y}\bar{Z}}{2} & \bar{Z} \\ \bar{Y}(1 + \frac{\bar{Y}\bar{Z}}{4}) & 1 + \frac{\bar{Y}\bar{Z}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$$

در شرایط بی باری:

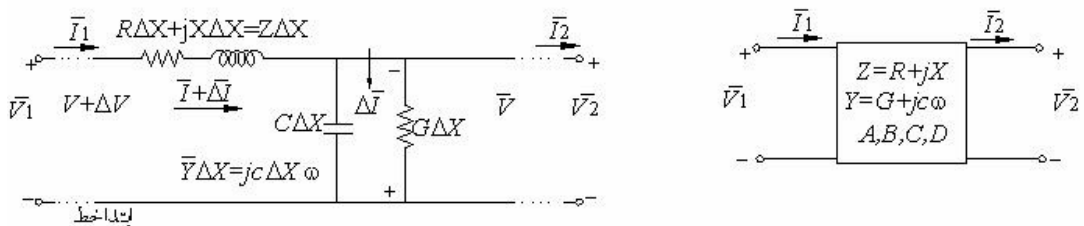
$$VR\% = \frac{|V_{20}| - |V_2|}{|V_2|} \times 100 \quad \begin{cases} \bar{I}_2 = 0 \\ V_{20} = \frac{\bar{V}_1}{1 + \frac{\bar{Y}\bar{Z}}{2}} \end{cases}$$

$$VR\% = \frac{\left(\frac{1}{1 + \frac{YZ}{2}} \right) |V_1| - |V_2|}{|V_2|} \times 100$$

تمرین: در يك خط اتصال سه فاز ۲۳۰ kV به طول ۲۰۰ km داراي مقاومت و راکتانس سري Ω/km و $۰/۱۳۲$ و $۰/۳۹۹ \frac{\Omega}{Km}$ و ظرفیت خازني nF/km ۹/۰۴ مي باشد. هرگاه بار انتهاي خط اتصال در ضريب قدرت ۰/۸۵ پس فاز و ولتاژ kV ۲۳۰ قدرت MW ۱۵۰ را جذب نمايد. ولتاژ ابتدای خط و درصد تنظيم ولتاژ را محاسبه کنید.

خط انتقال بلند: در خط انتقال بلند نمی توان پارامترها را بصورت متمرکز در نظر گرفت (معادل T و π) در چنین خطی پارامترها بصورت یکنواخت در طول خط پخش می شوند و هر قسمت Δx از خط بصورت کامل زیر مدل می شود.

$$R\Delta x + jX\Delta x = \bar{Z}\Delta x$$



شکل (۳-۱۶)

$$\begin{aligned} \Delta \bar{V} &= \bar{I} \bar{Z} \Delta x \rightarrow \text{معادله دیفرانسیل} \frac{d^2 \bar{V}}{dx^2} = \bar{Z} \frac{d \bar{I}}{dx} \rightarrow \frac{d^2 \bar{V}}{dx^2} = \bar{Y} \bar{Z} \bar{V} \\ \Delta \bar{I} &= \bar{V} \bar{Y} \Delta x \end{aligned}$$

$$\lim \Delta x \rightarrow 0$$

با حل معادله فوق

$$\begin{aligned} \bar{V}_{(x)} &= \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} \bar{V}_2 + \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} \bar{I}_2 \bar{Z}_c \\ \bar{I}_{(x)} &= \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} \frac{\bar{V}_2}{Z_c} + \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} \bar{I}_2 \end{aligned}$$

در هر نقطه بفاصله X از انتهای خط :

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{(x)} \\ \bar{I}_{(x)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh rx & \bar{z}_c \sinh rx \\ \frac{1}{\bar{Z}_c} \sinh rx & \cosh rx \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$$

امپدانس مشخصه خط انتقال *Characteristic Impedance*

$$\text{عدد مختلط } \bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{Z}}{\bar{Y}}} = \sqrt{\frac{R + jX}{G + j\omega C}}$$

ثابت انتشار *propagation constant* $\bar{\gamma} = \sqrt{\bar{Z}\bar{Y}}$:

در ابتدای خط انتقال $x=l$ و:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \bar{\gamma}l & \bar{Z}_c \sinh \bar{\gamma}l \\ \frac{1}{\bar{Z}_c} \sinh \bar{\gamma}l & \cosh \bar{\gamma}l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$$

نوشتن پارامترهای انتهای خط برحسب ابتدای خط

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \bar{\gamma}l & -\bar{Z}_c \sinh \bar{\gamma}l \\ -\frac{1}{\bar{Z}_c} \sinh \bar{\gamma}l & \cosh \bar{\gamma}l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix}$$

دترمینال $=1=AD-BC$

\bar{Z}_c و $\bar{\gamma}$ مختلط ← $\bar{\gamma}l$ نیز مختلط ← توابع مثلثاتی هیپربولیک نیز مختلط و بطور مستقیم قابل محاسبه نیست.

α ثابت تضعیف *Attenuation constant*

β ثابت فاز *phase constant*

$$\bar{\gamma} = \alpha + j\beta \quad \begin{aligned} \sinh(j\beta l) &= j \sin(\beta l) \\ \cosh(j\beta l) &= \cos(\beta l) \end{aligned}$$

$$1 < \cosh \bar{\gamma}l = \cosh(\alpha l + j\beta l) = \text{Cosh}(\alpha l)\text{Cos}\beta l + j\text{Sinh}(\alpha l)\text{Sin}\beta l \approx 1 + \frac{\bar{z}y}{2}$$

$$1 < \sinh \bar{\gamma}l = \sinh(\alpha l + j\beta l) = \text{Sinh}(\alpha l)\text{Cos}\beta l + j\text{Cosh}(\alpha l)\text{Sin}\beta l \approx \sqrt{\bar{z}y} \left(1 + \frac{\bar{z}y}{6}\right)$$

$$A = D \approx 1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{Z} \quad B \approx \bar{Z} \left(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{6}\right) \quad C \approx \bar{Y} \left(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{6}\right)$$

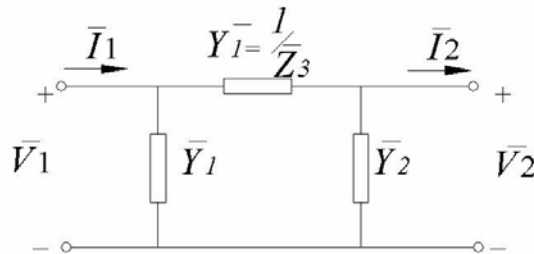
تمرین: در یک خط انتقال kV ۲۳۰ به طول $400 km$, راکتانس و مقاومت سری خط $0.61/0$ و $0.113/0$.

و ادمیتانس و اندوکتانس موازی خط $3/2 * 10^{-6}$ و صفر $\frac{\Omega}{Km}$ است. با دو انتهای خط قدرت MW

200 را در ولتاژ kV ۲۳۰ و ضریب قدرت یک جذب می کند. ولتاژ، جریان و قدرت در ابتدای خط را محاسبه کنید.

توجه: مدار معادل λ خط انتقال بلند از روی تعاریف فوق قابل محاسبه هستند مدار معادل T خط انتقال بلند از معادله ماتریس داریم:

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = \cosh \bar{\gamma} l \bar{V}_2 + \bar{Z}_c \sinh \bar{\gamma} l \bar{I}_2 \\ \bar{I}_1 = \frac{1}{\bar{Z}_c} \sinh \bar{\gamma} l \bar{V}_2 + \cosh \bar{\gamma} l \bar{I}_2 \end{cases}$$



شکل (۱۷-۳)

\bar{V}_1 بر حسب \bar{V}_2, \bar{I}_2 نوشته شود.

\bar{I}_1 بر حسب \bar{V}_2, \bar{I}_2 نوشته شود.

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = \bar{V}_2 + \bar{Z}_3 (\bar{I}_2 + \bar{Y}_2 \bar{V}_2) = (\bar{Y}_2 \bar{Z}_3 + 1) \bar{V}_2 + \bar{Z}_3 \bar{I}_2 \\ \bar{I}_1 = \bar{Y}_1 \bar{V}_1 + \bar{Y}_3 (\bar{V}_1 - \bar{V}_2) = (\bar{Y}_2 \bar{Z}_3 \bar{Y}_1 + \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2) \bar{V}_2 + (\bar{Z}_3 \bar{Y}_1 + 1) \bar{I}_2 \end{cases}$$

با مقایسه دو رابطه فوق داریم:

$$\begin{aligned} \cosh \bar{\gamma} l &= 1 + \bar{Z}_3 \bar{Y}_2 \\ \bar{Z}_c \sinh \bar{\gamma} l &= \bar{Z}_3 \\ \frac{1}{\bar{Z}_c} \sinh \bar{\gamma} l &= (1 + \bar{Z}_3 \bar{Y}_2) \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 \\ \cosh \bar{\gamma} l &= 1 + \bar{Z}_3 \bar{Y}_1 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \bar{Y}_1 = \bar{Y}_2 = \frac{1}{\bar{Z}_c} \tanh \frac{\bar{\gamma} l}{2} \\ \bar{Y}_3 = \frac{1}{\bar{Z}_3} = \frac{1}{\bar{Z}_c \sinh \bar{\gamma} l} \end{cases}$$

Distortionless lines $\frac{R}{G} = \frac{L}{C}$

Loss-free lines $R=0 \quad G=0$

Model of Electrical short lossless lines

مدل خط انتقال بدون تلفات:

$$\bar{Z}_3 = \bar{Z}_c \sinh \bar{\gamma}l \quad \begin{matrix} \text{loss-less line} \\ R=G=0 \end{matrix} \quad \bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{Z}}{\bar{Y}}} = \sqrt{\frac{L}{C}} = R_c$$

$$\bar{\gamma} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = j\omega\sqrt{LC} = \alpha + j\beta$$

$$\bar{Z}_3 = \sqrt{\frac{L}{C}} \sinh j\beta l = j\sqrt{\frac{L}{C}} \sin \beta l = j\sqrt{\frac{L}{C}} \sin \omega\sqrt{LC}l$$

electrical short line : $\sin \omega\sqrt{LC}l \approx \omega\sqrt{LC}l$

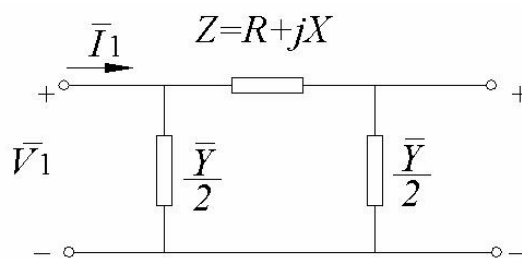
$$\bar{Z}_3 = j\sqrt{\frac{L}{C}} \times \omega\sqrt{LC}l = j\omega Ll = jX \rightarrow \text{total reactance of the line}$$

بطور مشابه:

$$\bar{Y}_1 = \bar{Y}_2 = j\frac{\omega C}{2}l = \frac{\bar{X}_c}{2} = \frac{\bar{Y}}{2} \text{ total shunt admittance}$$

نتیجه مهم

پس در مدل خط کوتاه بدون تلفات، از تاثیر پارامتر انتشار صرف نظر کرده و پارامترها بصورت متمرکز در نظر گرفته می شوند.



شکل (۳-۱۸)

Matched termination of a line

اگر پارامترهای خط انتقال برابر امپدانس مشخصه \bar{Z}_c باشد (حالت مشابه قضیه انتقال حداکثر بار

$$\bar{Z}_{Source}^* = \bar{Z}_{load} \text{ بنابراین :}$$

$$\bar{Z}_2 = \frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_2} = \bar{Z}_c$$

$$\bar{V}_{(x)} = \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} \bar{V}_2 + \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} \bar{I}_2 \bar{Z}_c = e^{\gamma x} \bar{V}_2$$

$$\bar{I}_{(x)} = \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} \frac{\bar{V}_2}{\bar{Z}_c} + \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} \bar{I}_2 = e^{\gamma x} \bar{I}_2$$

بنابراین

$$\frac{\bar{V}_{(x)}}{\bar{I}_{(x)}} = \frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_2} = \frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_1} = \bar{Z}_c$$

یعنی برای هر نقطه انتقال، نسبت ولتاژ به جریان برابر امپدانس مشخصه خط انتقال است. در این حالت قدرت انتهای خط :

$$P_2 = |\bar{V}_2| |\bar{I}_2| \cos \varphi_2 = \frac{|\bar{V}_2|^2}{|\bar{Z}_c|} \cos \varphi_2$$

معمولاً روی خط بلند: $\begin{cases} LossLess \\ R=0, G=0 \end{cases}$ $(\bar{Z}_c = R_c \neq \bar{Z}_2)$ بوده و بار نیز اهمی است.

$$\begin{cases} \bar{Z}_c = R_c = \sqrt{\frac{L}{C}} \\ \bar{\gamma} = j\omega\sqrt{LC}, \varphi_2 = 0 \end{cases}$$

قدرت طبیعی انتقالی خط = بار طبیعی خط.

$$P_N = P_2 = \frac{|V_2|^2}{\sqrt{L/C}} MW \quad \begin{cases} Natural \ power \\ Surge \ impedance \ Loading (SIL) \end{cases}$$

اگر V_2 ولتاژ فاز باشد P_N قدرت طبیعی تکفاز و اگر V_2 ولتاژ خط باشد P_N قدرت طبیعی سه فاز است. بنابراین برای افزایش قدرت طبیعی اتصالی خط باید :

$$\left. \begin{array}{l} parallel \ lines \\ bundle \ Conductors \\ series \ capacitors \Leftarrow \\ shunt \ capacitors \end{array} \right\} \begin{array}{l} \uparrow \bar{V}_2 \\ \text{و کاهش} \\ \downarrow \bar{Z}_c, \sqrt{\frac{L}{C}} \end{array}$$

اینگونه هادیها L خط را کاهش و C خط را افزایش می دهند پس \bar{Z}_c کاهش می یابد.

L خط کاهش پس \bar{Z}_c کاهش

C خط افزایش پس \bar{Z}_c کاهش

اثر فرانتی Ferranti Effect (باز بودن انتها خط افزایش ولتاژ انتهای خط)

$$\bar{I}_2 = 0 \rightarrow \bar{V}_1 = \cosh \bar{\gamma} l \bar{V}_2 \xrightarrow{\text{بند خط}} \bar{\gamma} l = j \omega l \sqrt{LC} \rightarrow \bar{V}_1 = \cos(\omega l \sqrt{LC}) \bar{V}_2 \rightarrow \bar{V}_2 > \bar{V}_1$$

بار

ترکیبی از دستگاههای الکتریکی که از شبکه قدرت انرژی جذب می کنند. بارهای روشنایی و هیترها چند وات، بارهای موتوری چند مگاوات می باشند.

بارها قدرت اکتیو و راکتیورا جذب می کند و تابعی از زمان، فرکانس و ولتاژ هستند. در مورد بار اطلاعات زیر داده می شود.

- مشخصات بار

- قدرت مصرفی بار Q

- ولتاژ نامی بار V

- ضریب قدرت $\cos \varphi$

$$P = P(f, |V|)$$

$$Q = Q(f, |V|)$$

مثال: دربار امپدانس روابط زیر را داریم:

$$\bar{Z} = R + jX = \left| \frac{\bar{V}^2}{\bar{S}} \right| \angle \varphi = \left| \frac{\bar{V}^2}{\bar{S}} \right| \cos \varphi + j \left| \frac{\bar{V}^2}{\bar{S}} \right| \sin \varphi$$

$$\bar{S} = P + jQ = \bar{V} \bar{I}^* = \bar{V} \left(\frac{\bar{V}}{\bar{Z}} \right)^* = \frac{|\bar{V}|^2}{\bar{Z}^*} = \frac{|\bar{V}|^2}{R - jX} = |\bar{V}|^2 \frac{R + jX}{R^2 + X^2}$$

$$P = |\bar{V}|^2 \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{|V|^2 R}{R^2 + (2\pi fL)^2} \propto |V|, f$$

$$Q = |V|^2 \frac{X}{R^2 + X^2} = \frac{|V|^2 (2\pi fL)}{R^2 + (2\pi fL)^2} \propto |V|, f$$

پس در بار امپدانس با افزایش فرکانس قدرت مصرفی اکتیو کاهش می یابد.

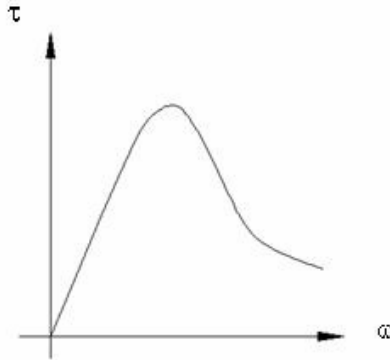
اما در بار موتوری القایی با افزایش فرکانس قدرت مصرفی اکتیو موتور افزایش می یابد.

$$\uparrow P_{in} = \uparrow \omega_m T = (1-s) \omega_s T$$

$$s = \frac{\omega_s - \omega_m}{\omega_s}$$

در بارهای مرکب نحوه تغییر قدرتهای اکتیو و راکتیو برحسب تغییرات ولتاژ و فرکانس از روشهای تحلیلی امکان پذیر نیست. از طرفی به نسبت نوع ترکیب و میزان درصد عناصر تشکیل دهنده بار بستگی دارد.

- در بار موتوري هم معمولا از R صرفنظر مي شود. منحنی گشتاور- سرعت يك بار به صورت زیر است.



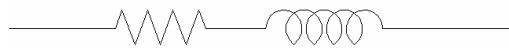
شکل (۳-۱۹)

- اگر بار مصرفي حالت پیش فاز $Leading$ باشد بصورت



شکل (۳-۲۰)

- اگر بار مصرفي حالت پس فاز $Lagging$ باشد بصورت



شکل (۳-۲۱)

نشان داده می شود.

در بار مصرفي معمولا از R صرفنظر نمي شود.

- اگر خط را بدون تلفات در نظر بگیريم:

$$R = G = 0$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{j\omega L}{j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \Rightarrow \text{در این حالت کاملا اهمي است.}$$

- برای خط انتقال انرژی بدون تلفات مقدار اهمي $Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$ را امپدانس موجي مي نامند (SI).

- امپدانس موجي حالت خاصي از امپدانس مشخصه خط است و در آن از مقاومت اهمي و اندوکتانس صرفنظر مي شود.

- بار امپدانس موجي (SIL) $Surge -impedance loading$ قدرتي است که توسط خط به مقاومتي معادل

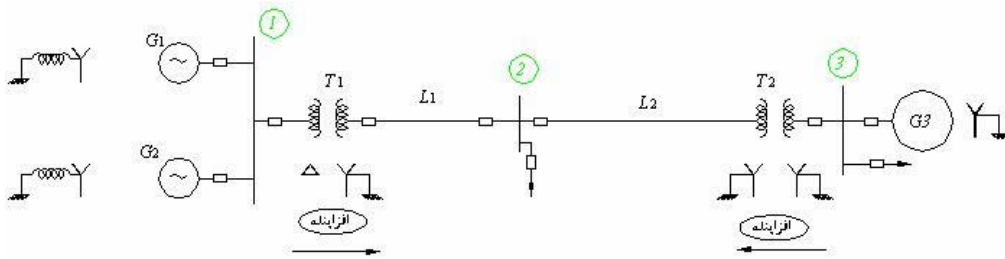
$$SIL = \frac{|V|^2}{Z_c} \text{ . امپدانس موجي داده مي شود}$$

ادامه فصل سوم

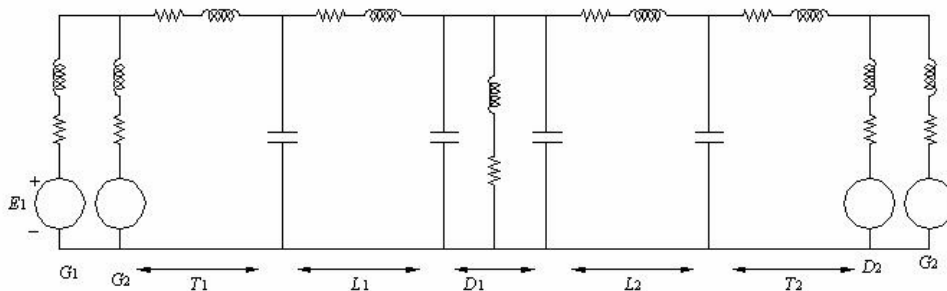
مدار معادل اجزای سیستم های قدرت

دیاگرام امپدانس سیستم های قدرت

با استفاده از مدل عناصر سیستم های قدرت (نظیر ماشینهای سنکرون، ترانسفورماتور ها، خطوط انتقال و بارها) مدار معادل کل سیستم که به دیاگرام امپدانس موسوم است بدست می آید. نمایش سیستمهای قدرت سه فاز کار مشکلی است و رسم هر سه فاز همه عناصر سیستم اطلاعات بیشتری را در اختیار ما نمی گذارد. لذا سیستمهای قدرت برای یک فاز و با علایم اختصاری نشان داده می شود.



شکل (۳-۲۱)



شکل (۳-۲۲)

امپدانسهای مربوط به ژنراتور است.

X''

$$\rightarrow I_m \approx 0$$

R جریان مغناطیسی و امپدانس ترانسفورماتور .

X

مدار معادل $\mathcal{R} \rightarrow$ خطوط

در مدار شکل داده شده مشخصات سیستم به صورت زیر می باشد.

امپدانس زیر گذرا:

$$G_1 : X'' = j0.25\Omega \quad 6.6kV \quad 20MVA$$

$$G_2 : X'' = j0.25\Omega \quad 6.6kV \quad 30MVA$$

$$G_3 : X'' = j0.20\Omega \quad 3.81kV \quad 30MVA$$

$$L_1 : X = 4.78\Omega$$

$$L_2 : X = 9.56\Omega$$

$$D_1 : 40MW \quad 66Kv \quad 0.8lag$$

$$D_2 : 20MW \quad 3.81Kv \quad 0.85lag$$

$$T_1 : X = 1.0\Omega \quad 66/6.3kV \quad 50MVA \quad \text{در طرف فشار قوی}$$

$$T_2 : X = 1.2\Omega \quad 36.4/2.2kV \quad 30MVA \quad \text{در طرف فشار قوی}$$

دیاگرام امپدانس (راکتانسی) را ترسیم نمایید.

$$D_1 : S_1 = \frac{P_1}{\cos \varphi_1} = \frac{40}{0.8} = 50MVA$$

$$|Z_1| = \frac{V_1^2}{S_1} = \frac{66^2}{50} = 87.12\Omega$$

$$\bar{Z}_1 = |Z_1| \angle \varphi_1 = 87.12 \angle \cos^{-1} 0.8 \rightarrow 36.86^\circ = 69.7050 + j52.2599$$

$$I_L = \frac{P}{\sqrt{3}|V_L| \cos \varphi}$$

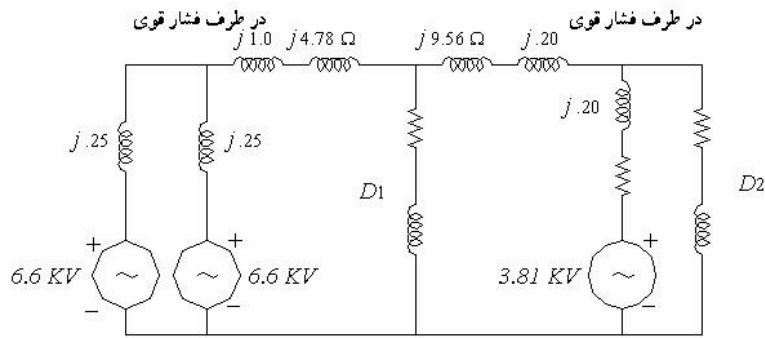
نمی توان نوشت: $|S| = |Z||I|^2$ چون ضریب ۳ در نظر گرفته نشده است و اصل رابطه صحیح نمی باشد و Z

بدست آمده شده بایستی بر ۳ تقسیم شود.

$$D_2 : S_2 = \frac{P_2}{\cos \varphi_2} = \frac{20}{0.85} = 23.53MVA$$

$$|Z_2| = \frac{3.81^2}{23.53} = 0.617\Omega$$

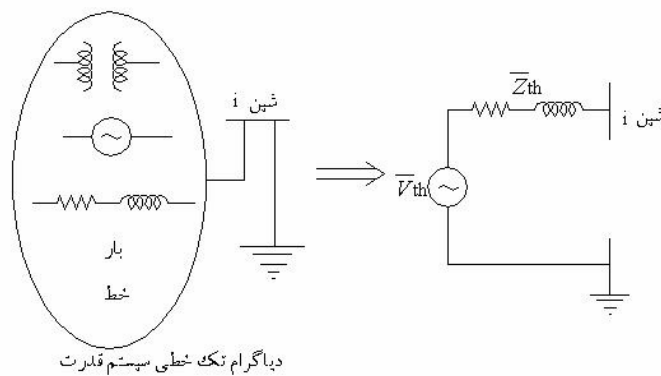
$$\bar{Z}_2 = |Z_2| \angle \varphi_2 = 0.617 \angle \cos 0.85 \rightarrow 31.78^\circ = 0.5245 + j0.3245$$



شکل (۳-۲۳)

دقت: در رسم دیاگرام امپدانس در محاسبات اتصال کوتاه (اتصال کوتاه کردن شین ها به زمین و در نتیجه به حساب نیامدن امپدانس بار) بخاطر عدم دخالت مقادیر بار در محاسبات از ترسیم آن خودداری می شود.

مدار معادل تونین سیستم های قدرت :



شکل (۳-۲۴)

برای این منظور بایستی اطلاعات مربوط به
 - محاسبات پخش بار شبکه و
 - محاسبات اتصال کوتاه در دست باشد.

محاسبات پخش بار ← \bar{V}_i (ولتاژ خط شین i)

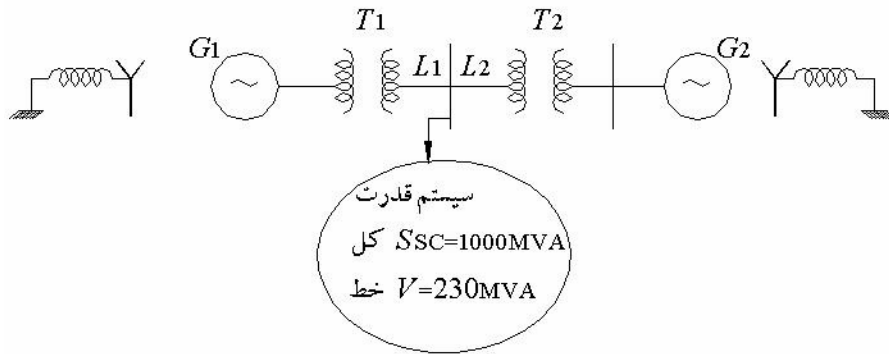
محاسبات اتصال کوتاه ← $\begin{cases} \bar{I}_{sci} \\ \bar{S}_{sci} \end{cases}$

پس داریم :

$$\bar{V}_{th} = \frac{\bar{V}_{i,l}}{\sqrt{3}}$$

$$\bar{Z}_{th} = \bar{V}_{th} / \bar{I}_{sci,p} \Rightarrow \bar{Z}_{th} = \frac{\bar{V}_{c,L} / \sqrt{3}}{(\bar{S}_{sci} / \sqrt{3} \bar{V}_{i,L})} = \frac{V_{i,L}^2}{(\bar{S}_{sci})^*_{,3N}} \Omega$$

$$\bar{S}_{sci} = \sqrt{3} \bar{V}_{i,L} \bar{I}_{sci,L}^* = \bar{I}_{sci,p}^*$$



شکل (3-25)

تمرین- دیاگرام تک خطی سیستم قدرتی به صورت زیر می باشد. دیاگرام امپدانس سیستم را رسم نمایید.

$$\text{ژنراتور } G1 : 30MVA \quad 13.2kV \quad X'' = 0.20\Omega$$

$$\text{ژنراتور } G2 : 20MVA \quad 21kV \quad X'' = 0.20\Omega$$

$$\text{ترانسفورماتور } T_1 : 35MVA \quad 230/13.2kV \quad X = 0.0\Omega \quad \text{طرف فشار قوی}$$

$$\text{ترانسفورماتور } T_2 : 30MVA \quad \frac{\sqrt{3} * 22kV}{38^{Kv} *} = 50\Omega : L_1, L_2 \quad \frac{\sqrt{3} * 127}{220} \quad \text{طرف فشار قوی} \quad X = 0./0\Omega$$

در این صورت طبق اطلاعات کتاب آن را بصورت راکتانسی X_{th} در نظر خواهیم گرفت.

$$\bar{S}_{scip} = \bar{V}_{ip} \bar{I}_{sci}$$

$$\text{سه فاز} \quad \bar{S}_{sci} = 3\bar{V}_{ip} \bar{I}_{sci} = \sqrt{3}\bar{V}_i \bar{I}_{sci}$$

$$\text{فقط اندازه ها درست است فرض اول} \quad |Z_{th}| = \frac{|\bar{V}_i|^2}{|\bar{S}_{Sci}^*|}$$

$$\text{فرض دوم} \quad X_{th} \gg R_{th} \quad X_{th} = \frac{|V_i|^2}{|S_{Sci}|}$$

دیاگرام امپدانس مدل زیر را به ساده ترین شکل بدست آورید.

چگونه میتوان سیستم چند شینه را به دو شینه تبدیل کرد

از يك شين V_{th} و I_{sc} را بدست می آوریم از این رو R_{th} را به دست می آوریم بدین ترتیب کل شبکه سراسری بایک ژنراتور مدل می شود که همان جریان و ولتاژ را تولید کند.

درحالت گذرا فرکانس از 50^{Hz} به Khz و Mhz رسیده R مقدارش تغییری نمی کند ولی مقدار X که به فرکانس بستگی دارد تغییر می کند و مدار باید درحالت گذرا بررسی شود (V_{th} I_{sc} را بدست آورد). پدیده

های گذرا در قدرت با نرم افزاری بنام *EMTP* (*Electro Magnetic Transient program*) مورد بررسی قرار می گیرد. حالت *steady state* با *load flow package* بررسی می شود. فرکانس سیستم باعث اثر پوستی می شود که از آن صرفه نظر می کنیم.

پدیده های اتصال کوتاه را با *pacage* ای بنام *Short circuit* بررسی می کنند.

تمرین- شکل دیاگرام امپدانس سیستم انتقال شکل زیر را رسم کنید (ساده ترین مدل ترسیم شود منظور حذف i_m عنصر ترانس، I_C خازن و R است)

??????

سیستم نسبت به واحد (پریونیت)

در سیستم های قدرت معمولاً به دلیل اینکه با مقادیر بسیار بزرگی سر و کار داریم جهت راحتی محاسبات از تکنیک *pu* استفاده می کنیم معمولاً اگر مقادیری مربوط به ترانسفورماتور – ژنراتور و یا خط انتقال را نداشته باشیم در سیستم پریونیت به راحتی این مقادیر قابل جایگزینی هستند (با تقریب خیلی خوب زیرا خیلی اعداد کوچک می شوند)

دو علت استفاده از *pu* به صورت زیر است:

- ۱- بزرگ بودن مقادیر
- ۲- عدم لزوم وجود مشخصه دستگاه یا خط انتقال

در سیستم قدرت معمولاً مبنای S, V را در نظر می گیرند. (سیستم سه فاز را البته به سیستم تکفاز تبدیل می کنیم)

$$pu = \frac{\text{actual value}}{\text{base value}} \equiv pu$$

$$I_{base} = \frac{S_{base}}{V_{base}} \text{ A}$$

$$Z_{base} = \frac{V_{base}}{I_{base}} \Omega$$

$$\begin{cases} Z_{base} = \frac{V_{base}^2 \rightarrow KV}{S_{base} \rightarrow MVA} \Omega \\ Z_{base} = \frac{V_{base}^2}{S_{base}} \Omega \end{cases}$$

سوال: نشان دهید که $S = \bar{V}\bar{I}^*$ (فرمول اصلی) برابر است با:

$$\frac{\bar{S}}{S_b} = \frac{\bar{V}\bar{I}^*}{S_b}$$

$$\bar{I} = I\angle -\theta \quad \text{Lagging} \qquad \bar{I} = I\angle +\theta \quad \text{Leading}$$

مقادیر پریونیت می توانند مختلط باشند. در حالت جریان پس فاز :

$$S_{pu} = \frac{\bar{V}\bar{I}\angle +\theta}{V_b I_b} \Rightarrow \bar{S}_{pu} = \bar{V}_{pu} \bar{I}_{pu}^*$$

مثال - راکتانس خطی را برحسب پریونیت بدست آورید در صورتیکه مقدار اهمی آن $X=j60 \Omega$ باشد در صورتیکه مقدار مبنا $200MVA$ و $115KV$ است ($X=60$) ؟

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = \frac{(115K)^2}{200M} = \frac{(115)^2}{200} = 66.1 \Omega$$

$$\bar{Z}_{pu} = \frac{\bar{Z}_{act}}{Z_b} = \frac{j60 \Omega}{66.1 \Omega} = j0.6 \text{ p.u.}$$

$$\bar{Z}_{act} = \frac{\bar{V}_{act}}{\bar{I}_{act}}$$

$$\frac{\bar{Z}_{act}}{Z_b} = \frac{\bar{V}_{act}}{\bar{I}_{act}} \bigg/ Z_b$$

$$\bar{Z}_{pu} = \frac{\bar{V}_{act} / \bar{I}_{act}}{V_b / I_b} = \frac{\bar{V}_{act} I_b}{V_b \bar{I}_{act}}$$

$$\bar{Z}_{pu} = \frac{\bar{V}_{act}}{V_b} \frac{1}{\bar{I}_{act} / I_b}$$

$$\bar{Z}_{pu} = \bar{V}_{pu} \frac{1}{\bar{I}_{pu}} = \frac{\bar{V}_{pu}}{\bar{I}_{pu}}$$

تمرین - تغییر مبنای مقادیر پریونیت (نسبت به واحد)

نشان دهید که چنانچه امپدانس مداری نسبت به مبنای پریونیت داده شده باشد و بخواهیم آنرا در مبنای جدید محاسبه کنیم رابطه زیر برقرار خواهد بود.

$$Z_{pu,new} = Z_{pu,old} \left(\frac{V_{b,old}}{V_{b,new}} \right)^2 \left(\frac{S_{b,new}}{S_{b,old}} \right)$$

$$\text{قدیم } Z_{b,old} = \frac{V_{b,old}^2}{S_{b,old}}$$

$$\text{جدید } Z_{b,new} = \frac{V_{b,new}^2}{S_{b,new}}$$

\bar{Z} واقعي در مبنای جدید

\bar{Z} واقعي در مبنای قدیم

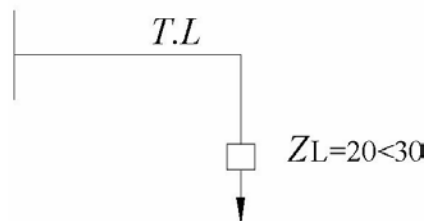
$$\bar{Z}_{pu,new} = \frac{\bar{Z}}{\bar{Z}_{b,new}} = \frac{\bar{Z}}{V_{b,new}^2 / S_{b,new}} = \bar{Z} \frac{S_{b,new}}{V_{b,new}^2} = (\bar{Z}_{pu,old} \bar{Z}_{b,old}) \left(\frac{S_{b,new}}{V_{b,new}^2} \right) = \bar{Z}_{pu,old} \left(\frac{V_{b,old}^2}{S_{b,old}} \right) \left(\frac{S_{b,new}}{V_{b,new}^2} \right)$$

$$\bar{Z}_{pu,new} = \bar{Z}_{pu,old} \left(\frac{V_{b,old}}{V_{b,new}} \right)^2 \left(\frac{S_{b,new}}{S_{b,old}} \right)$$

تمرین- يك سه فاز متقارن كه به صورت Y بسته شده ولتاژ $Line\ to\ line$ آن $V_{ll} = 6.6 \angle 0^\circ Kv$ است. امپدانس هر فاز اين بار برابر $20 \angle 30^\circ \Omega$ مي باشد. امپدانس خط انتقال برابر $Z_\pi = 1.4 \angle 75^\circ \Omega$ مي باشد

الف) محاسبه مقدار ولتاژ $V \angle \delta$.

ب) محاسبه مقدار ولتاژ $V \angle \delta$ بر حسب پريونيت.



شکل (۲۸-۳)

مقدار قدرت مبنای $10MVA$ و ولتاژ مبنای $10KV$ انتخاب نماييد.

توصیه ها:

- ۱- در اکثر محاسبات سیستمهاي قدرت مبنای $S_b = 100MVA$ سه فاز انتخاب مي شود.
- ۲- در تعيين ولتاژهاي مبنای چنانچه ولتاژهاي مبنای در يك نقطه از سيستم انتخاب شود ولتاژهاي مبنای نقاط ديگر اجباراً با استفاده از نسبت تبديل ترانسفورماتورها بدست مي آيند.

در حالت واقعی باید مقادیر جریان، ولتاژ و امپدانس در هر طرف ترانسفورماتور تبدیل شود. اما در سیستمهای پریونیت این وضعیت به راحتی حل می شود.

$$\frac{\bar{I}_2}{\bar{I}_1} = \frac{n_1}{n_2} \quad \frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad \bar{S} = \bar{S}_1 = \bar{S}_2$$

$$\frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$$

اگر راکتانس ترانسفورماتور برحسب مقدار Ω داده شود بایستی مشخص شود که در کدام طرف فشار قوی یا فشار ضعیف می باشد.

اگر راکتانس ترانسفورماتور برحسب مقدار Pu داده شود لازم نیست مشخص شود که راکتانس مذکور تبدیل شده به کدام طرف است چون مقدار پریونیت امپدانس ها در برحسب پریونیت از دید هر دو سیم پیچ ترانسفورماتور یکسان است.

$$Z_{b1} = \frac{V_1^2}{S_1}$$

$$Z_{b2} = \frac{V_2^2}{S_2}$$

$$\frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 = \left(\frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2}\right)^2$$

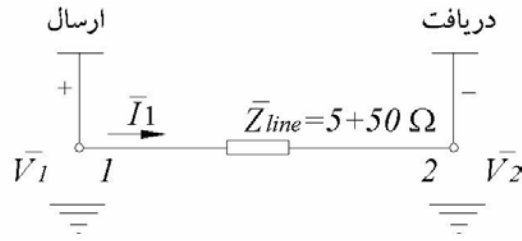
$$\bar{Z}_{1pu} = \frac{\bar{Z}_1}{Z_{b1}} = \frac{\bar{Z}_1}{\frac{V_1^2}{S_1}} = \bar{Z}_1 \frac{S_1}{V_1^2}$$

$$\bar{Z}_{2pu} = \frac{\bar{Z}_2}{Z_{b2}} = \frac{\bar{Z}_2}{\frac{V_2^2}{S_2}} = \bar{Z}_2 \frac{S_2}{V_2^2} = \bar{Z}_1 \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \frac{S_2}{V_2^2} = \bar{Z}_1 \frac{S_1}{V_1^2} = \bar{Z}_{1pu}$$

$$\bar{Z}_{1pu} = \bar{Z}_{2pu}$$

$$\left(\frac{n_1}{n_2}\right)_{pu} = 1$$

مثال: امپدانس هر فاز يك خط انتقال سه فاز Z_{line} می باشد. قدرت كلي ارسالي خط انتقال ۲۱۰ مگاوات و ۳۰ مگاوار است. ولتاژ خط انتقال در طرف ارسالي برابر ۲۲۰ کیلوولت برای فاز می باشد. قدرت و ولتاژ خط را در طرف انتهایی بدست آورید.



شکل (۳-۲۹)

قدرت مبنای کل سه فاز $S_{b,3p} = 300MVA$ سه فاز

(هر عدد دیگری نیز می تواند باشد.)

ولتاژ مبنای خط $V_{b,L} = 380Kv$ سه فاز خط

(هر عدد دیگری می تواند باشد)

$$S_{b,1p} = \frac{300}{3} = 100 \text{ MVA/phase} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} I_b = \frac{S_b}{V_b} = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_b} = \frac{100MVA}{220kV} = 0.45 \text{ KA/Phase} \\ Z_b = \frac{V_b}{I_b} = \frac{220kV}{0.45kA} = 484 \text{ } \Omega/\text{phase} \end{array}$$

$$V_{b,p} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ Kv/phase}$$

$$\bar{V} = 220kV \angle 0^\circ$$

$$\bar{V}_{1pu} = \frac{\bar{V}_1}{V_b} = \frac{220Kv \angle 0^\circ}{220Kv} = 1 \angle 0^\circ \text{ pu(V) / phase}$$

$$\text{تکفاز } \bar{S}_{1pu} = \frac{\bar{S}_1}{S_b}, \quad \bar{S}_{1,3p} = 210MW + j30MVAR \Rightarrow \bar{S}_{1,p} = \frac{\bar{S}_{1,3p}}{3} = 70MW + j10MVAR$$

$$\bar{S}_{1pu} = \frac{70M + j10M}{100MVA} = 0.7 + j0.1 \text{ pu(VA)/phase}$$

$$\bar{Z}_{pline} = \frac{\bar{Z}_{line}}{Z_b} = \frac{5 + j50}{484} \approx 0.01 + j0.1 \text{ pu } (\Omega)/\text{phone}$$

$$\bar{S}_{1pu} = \bar{V}_{1pu} \bar{I}_{pu}^* \rightarrow \bar{I}_{pu} = \left(\frac{0.7 + j0.1}{1 \angle 0} \right)^* = \frac{0.707 \angle -8.13^\circ}{1 \angle 0} = 0.707 \angle -8.13^\circ =$$

$$0.7 - j0.1 \text{ pu(KA)/phase}$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_{2pu} &= \bar{V}_{1pu} - \bar{Z}_{line,pu} \bar{I}_{pu} = 1 \angle 0 - (0.01 + j0.1)(0.7 - j0.1) = (1 + j0) - (0.071 \angle 76.16) \\ &= 0.983 - j0.069 = 0.9854 \angle -4.15^\circ \text{ pu(KV)/phase} \end{aligned}$$

$$\bar{V}_2 = V_b \cdot \bar{V}_{2pu} = 220 \text{KV} (0.985 \angle -4.15^\circ) = 216.7 \angle -4.15^\circ \text{ kV/phase}$$

$$\bar{S}_{2pu} = \bar{V}_{2pu} \cdot \bar{I}_{pu}^* = (0.985 \angle -4.15^\circ)(0.707 \angle -8.13^\circ) = 0.696 \angle 3.98^\circ \text{ pu(MVA)/phase}$$

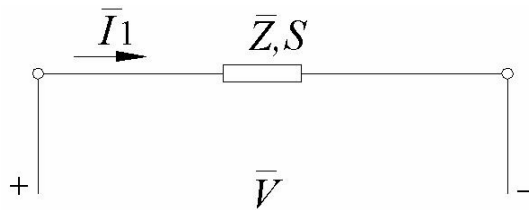
$$\bar{S}_2 = \bar{S}_{2pu} \times S_b = (0.696 \angle 3.98^\circ)(100 \text{MVA}) = 69.6 \angle 3.98^\circ \text{ MVA/phase} = 69.43 + j4.83 \text{ MVA/phase}$$

مقادیر نسبت به واحد per unit (در سیستم تکفاز)

در سیستم‌های قدرت معمولاً مقادیر توان‌های (اکتیو و راکتیو، ظاهری) ولتاژها و جریان‌ها و امپدانس‌ها برحسب درصد یا نسبت به واحدی از یک مبنا (مجزا روی هر پارامتر) قابل بیان هستند زیرا:

۱- مقادیر توان‌ها، ولتاژها، جریان‌ها و امپدانس (پارامترهای الکتریکی) در سیستم‌های قدرت معمولاً بزرگ هستند.

۲- تحلیل سیستم‌های قدرت براساس مقادیر پریونیت و با وجود سطوح ولتاژ مختلف و ترانسفورماتورهای بسیار ساده‌تر است.



شکل (۳-۳۰)

$$S_{base} = S_{b,1P}^{VA} = \text{توان ظاهری تکفاز} = V_b \cdot I_b$$

$$V_{base} = V_{b,p}^v = \text{ولتاژ مبنای فاز} = Z_b \cdot I_b = \frac{S_b}{I_b}$$

$$I_{base} = I_{b,p}^A = \text{جریان مبنای فاز} = \frac{V_b}{Z_b} = \frac{S_b}{V_b}$$

$$Z_{base} = Z_{b,p}^\Omega = \text{امپدانس مبنا} = \frac{V_b}{I_b} = \frac{V_b}{S_b/V_b} = \frac{V_b^2}{S_b} \Omega$$

به عبارت دیگر

$$\bar{S}_{pu} = \frac{\bar{S}}{S_b} = \frac{P + jQ}{S_b} = \frac{P}{S_b} + j \frac{Q}{S_b} = P_{pu} + jQ_{pu} \quad \begin{cases} P_{pu} = \frac{P}{S_{b,1P}} \\ Q_{pu} = \frac{Q}{S_{b,1P}} \end{cases}$$

پس مبنای قدرت‌های اکتیو و راکتیو نیز همان S_b است. در عمل فقط S_b, V_b داده می‌شوند.

$$\bar{S}_{pu} = \frac{\bar{S}}{S_{b,1P}} = pu(VA)$$

$$\bar{V}_{pu} = \frac{\bar{V}}{V_{b,p}} pu(v)$$

$$\bar{I}_{pu} = \frac{\bar{I}}{I_{b,p}} pu(A)$$

$$\bar{Z}_{pu} = \frac{\bar{Z}}{Z_{b,p}} pu(\Omega)$$

$$\bar{S}_{pu,1P} = \frac{\bar{S}_{1P}}{S_{b,1P}} = \frac{\bar{V}_p \bar{I}_p^*}{V_{b,p} I_{b,p}} = \frac{\bar{V}_p}{V_{b,p}} \frac{\bar{I}_p^*}{I_{b,p}} = \bar{V}_{pu,P} \bar{I}_{pu,P}^*$$

مقادیر پریونیت در سیستم سه فاز

۱- $S_{b,3P}$ قدرت مبنای کل سه فاز برحسب VA یا MVA

$$S_{b,3P} = 3S_{b,1P} \xrightarrow{\bar{S}_{3P}=3\bar{S}_{1P}} \bar{S}_{pu,3P} = \bar{S}_{pu,1P}$$

۲- $V_{b,L}$ ولتاژ مبنای خط برحسب V یا kV

$$V_{b,L} = \sqrt{3}V_{b,p} \xrightarrow{\bar{V}_L=\sqrt{3}\bar{V}_p} \bar{V}_{pu,L} = \bar{V}_{pu,p}$$

۳- $I_{b,l}$ جریان مبنای خط برحسب A یا kV

$$I_{b,L} = I_{b,p} \xrightarrow{\bar{I}_L=\bar{I}_p} \bar{I}_{pu,L} = \bar{I}_{pu,p}$$

۴- $Z_{b,p}$ امپدانس معادل یک فاز برحسب Ω یا $k\Omega$ یا $M\Omega$

اگر مداري تحت توان يا ولتاژ ترمینال نامي خود بهره برداري شود در آن صورت توان آن براساس توان مبنای تکفاز يا سه فاز برابر I_{pu} خواهد بود و ولتاژ ترمینال آن براساس ولتاژ مبنای فاز يا ولتاژ مبنای خط برابر I_{pu} خواهد بود.

$$Z_b = Z_{b,p} = \frac{V_{b,p}^2}{S_{b,1P}} = \frac{\left(\frac{V_{b,L}}{\sqrt{3}}\right)^2}{\frac{1}{3}S_{b,3P}} = \frac{V_{b,L}^2}{S_{b,3P}}$$

$$S_{b,3P} = 3S_{b,1P} = 3V_{b,p} I_{b,p} = \sqrt{3}V_{b,L} I_{b,l} \xrightarrow{V_{b,L} I_{b,l}} I_{b,L} = \frac{S_{b,3P}}{\sqrt{3}V_{b,L}}$$

$$\bar{S}_{pu,3P} = \frac{\bar{S}_{3P}}{S_{b,3P}} = \frac{\sqrt{3}\bar{V}_L \bar{I}_L^*}{\sqrt{3}V_{b,L} I_{b,L}} = \frac{\bar{V}_L}{V_{b,L}} \frac{\bar{I}_L^*}{I_{b,L}} = \bar{V}_{pu,L} \bar{I}_{pu,L}^* = \bar{V}_{pu,P} \bar{I}_{pu,P}^* = \bar{S}_{pu,P}$$

$$(V_{b,old}, S_{b,old}) = cte$$

$$\Downarrow$$

$$Z_{b,old} = V_{b,old}^2 / S_{b,old}$$

$$I_{b,old} = S_{b,old} / V_{b,old}$$

$$\Downarrow$$

$$\bar{S}_{pu,old} = \bar{S} / S_{b,old}$$

$$\bar{V}_{pu,old} = \bar{V} / V_{b,old}$$

$$\bar{Z}_{pu,old} = \bar{Z} / Z_{b,old}$$

$$\bar{I}_{pu,old} = \bar{I} / I_{b,old}$$

$$(V_{b,new}, S_{b,new}) = cte$$

$$\Downarrow$$

$$Z_{b,new} = V_{b,new}^2 / S_{b,new}$$

$$I_{b,new} = S_{b,new} / V_{b,new}$$

$$\Downarrow$$

$$\bar{S}_{pu,new} = \bar{S} / S_{b,new}$$

$$\bar{V}_{pu,new} = \bar{V} / V_{b,new}$$

$$\bar{Z}_{pu,new} = \bar{Z} / Z_{b,new}$$

$$\bar{I}_{pu,new} = \bar{I} / I_{b,new}$$

$$\Downarrow$$

$$\bar{Z}_{pu,new} = \frac{\bar{Z}}{Z_{b,new}} = \bar{Z}_{pu,old} \left(\frac{Z_{b,old}}{Z_{b,new}} \right) = \bar{Z}_{pu,old} \left(\frac{S_{b,new}}{S_{b,old}} \right) \left(\frac{V_{b,old}}{V_{b,new}} \right)^2$$

$$\bar{V}_{pu,new} = \frac{\bar{V}}{V_{b,new}} = \bar{V}_{pu,old} \left(\frac{V_{b,old}}{V_{b,new}} \right)$$

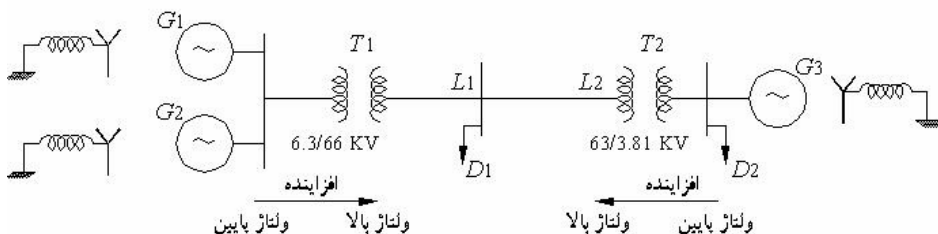
$$\bar{I}_{pu,new} = \frac{\bar{I}}{I_{b,new}} = \bar{I}_{pu,old} \left(\frac{I_{b,old}}{I_{b,new}} \right) = \bar{I}_{pu,old} \left(\frac{S_{b,old}}{S_{b,new}} \right) \left(\frac{V_{b,new}}{V_{b,old}} \right)$$

$$\bar{S}_{pu,new} = \frac{\bar{S}}{S_{b,new}} = \bar{S}_{pu,old} \left(\frac{S_{b,old}}{S_{b,new}} \right)$$

تمرین - دیاگرام امپدانس سه ژنراتور، دو خط، دو ترانسفورماتور و دو بار دیاگرام امپدانس را با روش پریونیت محاسبه و ترسیم نمایید.

سه فاز فرض $S_b = 100MVA$

خط در شین ۱ $V_b = 6.6kV$



شکل (۳-۳۱)

حل- ولتاژهای مبنا در نقاط مختلف سیستم به صورت زیر است:

$$V_{b3} = 69.14 \times \frac{3.81}{63} = 4.181Kv$$

$$V_{b2} = 6.6 \times \frac{66}{6.3} = 69.14Kv$$

$$V_{b1} = 6.6Kv$$

محاسبه مقادیر امپدانسهای (راکتانسها) پریونیت :

$$G_1 : Z_{bold} = \frac{V_{bold}^2}{S_{bold}} = \frac{(6.6K)^2}{20MVA} = 2.178\Omega$$

$$X_{pu,old}'' = \frac{0.25}{2.178} = 0.115 \quad X_{pu,new}'' = 0.115 \left(\frac{100}{20}\right) \left(\frac{6.6}{6.6}\right)^2 = 0.574 pu(\Omega)$$

$$Z_{bnew} = \frac{(6.6K)^2}{100M} = 0.4356\Omega \quad X_{punew}'' = \frac{0.25}{0.4356} = 0.574 pu$$

$$G_2 : Z_b = \frac{(6.6K)^2}{100M} = 0.4356\Omega \quad X_{pu}'' = \frac{0.25}{0.4356} = 0.574 pu$$

$$G_3 : Z_b = \frac{(4.181K)^2}{100M} = 0.1748\Omega \quad X_{pu}'' = \frac{0.20}{0.1748} = 1.144 pu$$

$T_1 :$

$$\bar{Z}_{bold} = \frac{(66k)^2}{100M} = 0.1748\Omega$$

$$X_{puold}'' = \frac{1}{87.12} = 0.011\Omega \quad X_{punew}'' = 0.011 \left(\frac{100}{50}\right) \left(\frac{6.3^{old}}{6.6^{new}}\right)^2 \xrightarrow{OR} \left(\frac{66}{69.14}\right)^2 = 0.02 pu$$

$$\text{طرف فشار قوی } Z_{bnew} = \frac{(69.14k)^2}{100M} = 47.8\Omega \quad X_{punew}'' = \frac{1}{47.8} = 0.02 pu$$

$$T_2 : \text{طرف فشار قوی } Z_{bnew} = \frac{(69.14K)^2}{100M} = 47.8\Omega \quad X_{pu}'' = \frac{1.2}{47.8} = 0.025 pu$$

$$L_1 : Z_{bnew} = \frac{(69.14K)^2}{100M} = 47.18\Omega \quad X_{pu} = \frac{4.78}{47.18} = 0.1013 pu$$

$$L_2 : Z_{bnew} = \frac{9.56}{47.18} = 0.2026 pu$$

$D_1 :$

$$\bar{Z}_1 = 87.12 \angle 36.86^\circ \Rightarrow \bar{Z}_{1pu} = \frac{87.12 \angle 36.86^\circ}{47.8} = 1.822 \angle 36.86^\circ pu$$

$$Z_b = \frac{(69.14K)^2}{100M} = 47.8$$

$$D_2 : \bar{Z}_2 = 0.617 \angle 31.78^\circ$$

$$Z_b = \frac{(4.181K)^2}{100M} = 0.1748\Omega \rightarrow \bar{Z}_{2pu} = \frac{0.617 \angle 31.78^\circ}{0.1748} = 3.529 \angle 31.78^\circ pu$$

مثال - خط انتقال سه فازي در فرکانس ۵۰ هرتز و بار امپدانس $10 + j\Omega$ باري با ضريب قدرت ۰/۸ پس فاز ۰/۷۵ ولتاژ ۱۵ کیلووات (اتصال ستاره) را جذب مي کند. با در نظر گرفتن مقادير ۱۰ کیلووات و ۱۰ مگاوات آمپر به عنوان مقادير ولتاژ مبنا و قدرت مبنا و تبدیل سیستم به مقادير پريونيت مجهولات زیر را بدست آورید.

۱- نمایش سیستم و مقادير آن در پريونيت

۲- محاسبه ولتاژ ابتدای خط و قدرتهای اکتیو و راکتیو توليدي ابتدای خط با اتصال ستاره

۳- محاسبه مقدار ظرفیت خازني و توان راکتیولازم با اتصال ستاره بطور موازي با بار برای افزایش ضريب قدرت بار تا مقدار ۰,۹

۴- محاسبه مقادير توانهای اکتیو، راکتیو و ظاهري و ترسیم مثلث توان در ضريب قدرت ۰,۹ از دید مصرف کننده(بار)

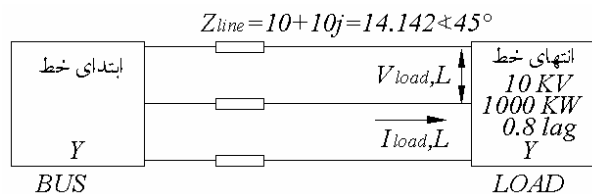
۵- محاسبه مقادير توانهای اکتیو، راکتیو و ظاهري و ترسیم مثلث توان در ضريب قدرت ۰,۹ از دید تولید کننده (ابتدای خط)

$$I_b = \frac{S_b}{V_b} = \frac{10M}{10k} = 1kA = 1000A$$

$$V_{b,l} = 10kV$$

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = \frac{(10k)^2}{10M} = \frac{100M}{10M} = 10\Omega$$

$$S_{b,300} = 10MVA$$



شکل (۳-۳۲)

$$\bar{Z}_{line,pu} = \frac{\bar{Z}_{line}}{\bar{Z}_b} = \frac{10 + 10j\Omega}{10\Omega} = 0.1 + j0.1 pu(\Omega) = 1.4142 \angle 45^\circ pu$$

$$\bar{V}_{load,pu} = \frac{\bar{V}_{load,l}}{V_{b,l}} = \frac{10k \angle 0}{10k} = 1 \angle 0 pu(KV)$$

$$P_{load,T,pu} = \frac{P_{load,T}}{S_{b,300}} = \frac{1000kW}{10MVA} = 0.1 pu(kW)$$

$$P_{load,pu} = |V|_{load,pu} |I|_{load,pu} \cos \varphi_{load}$$

$$0.1 = 1 \times |I|_{load,pu} \times 0.8 \Rightarrow |I|_{load,pu} = 0.125 pu = 125 A$$

$$\varphi_{load} = \angle \bar{V}_{load} - \angle \bar{I}_{load} \rightarrow 36.87 = 0 - \angle \bar{I}_{load} = -36.87^\circ$$

$$\bar{I}_{load,ph} = \bar{I}_{load,l} = 0.725 \angle -36.87^\circ pu = 725 \angle -36.87^\circ A$$

$$\bar{V}_{bus,ph} = \bar{Z}_{line} \bar{I}_{load,ph} + \bar{V}_{load,ph} = (1.4142 \angle 45^\circ)(0.125 \angle -36.87^\circ) + \frac{1 \angle 0}{\sqrt{3}} = 0.7528 \angle 1.903^\circ pu = 4.346 \angle 1.903^\circ kV$$

$$\bar{V}_{bus,pu,l} = \sqrt{3}\bar{V}_{BUS,Ph} = 1.3038 \angle 1.9030 pu = 7.5275 \angle 1.9030 Kv$$

$$\bar{I}_{Bus,pu,l} = \bar{I}_{Bus,ph} = \bar{I}_{load,ph} = \bar{I}_{load,l} = 0.125 \angle -36.87 pu = 125 \angle -36.87^\circ A$$

$$\varphi_{Bus} = \angle \bar{V}_{Bus} - \angle \bar{I}_{Bus} = 1.9030 - (-36.87^\circ) = 38.773^\circ \rightarrow \cos \varphi_{bus} = 0.779$$

$$P_{BUS,T,pu} = |\bar{V}|_{Bus,pu,L} |\bar{I}|_{bus,L,pu} \cos \varphi_{bus} = 1.3038 \times 125 \times 0.787 = 0.1283 pu \times 10 MW = 1.283 MW$$

$$Q_{BUS,T,pu} = |\bar{V}|_{bus,L} |\bar{I}|_{bus,L} \sin \varphi_{bus} = 1.3038 \times 0.125 \times 0.7813 = 0.1273 pu * 40 MVA = 1.273 MVAR$$

$$\cos \varphi_{load,2} = 0.9$$

$$Q_{load,T,2} = P_{load,T} \times \tan \varphi_{load,2} = 0.1 \times 0.4843 = 0.04843 pu$$

$$Q_{c,t} = Q_{load,T,2} - Q_{load,T,1} = 0.04843 - 0.1 \times 0.75 = -0.02657 pu$$

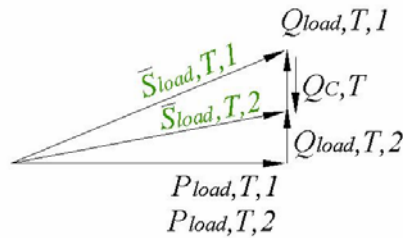
$$Q_{c,ph} = \frac{Q_{c,t}}{3} = 8.8566 \times 10^{-3} pu = 88.566 kVar$$

$$Q_{c,ph} = \frac{V_{load,ph}^2}{X_C} = jC\omega V_{load,pu}^2$$

$$C = Q_{C,ph} / \omega V_{load,pu}^2 = \frac{8.8566 \times 10^{-3}}{20 \times 50 \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = 84,58 \mu F$$

از دید مصرف کننده:

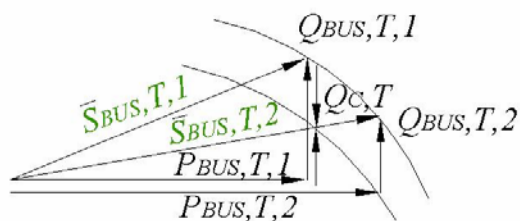
$$\begin{cases} S_{load,T,1} = \frac{P_{load,T,1}}{\cos \varphi_{load,1}} = \frac{0.1}{0.8} = 0.125 pu \\ P_{load,T,1} = 0.1 pu \\ Q_{load,T,1} = 0.1 \times \tan \varphi_{load,1} = 0.1 \times 0.75 = 0.075 pu \end{cases}$$



شکل (۳-۳۴)

$$\begin{cases} P_{load,T,1} = P_{load,T,1} = 0.1 pu \\ Q_{load,T,2} = 0.1 * \tan \varphi_{load,1,2} = 0.1 * 0.4843 = 0.04843 pu \\ S_{load,T,2} = \frac{P_{LOAD,t,2}}{\cos \varphi_{load,1,2}} = \frac{0.1}{0.9} = 0.111 pu \end{cases}$$

از دید تولید کننده:



شکل (۳-۳۵)

$$S_{bus,T,1} = \frac{P_{bus,T,1}}{\cos \phi_{bus,1}} = \frac{0.1283}{0.779} = 0.1646 pu$$

$$P_{bus,T,1} = 0.1283 pu$$

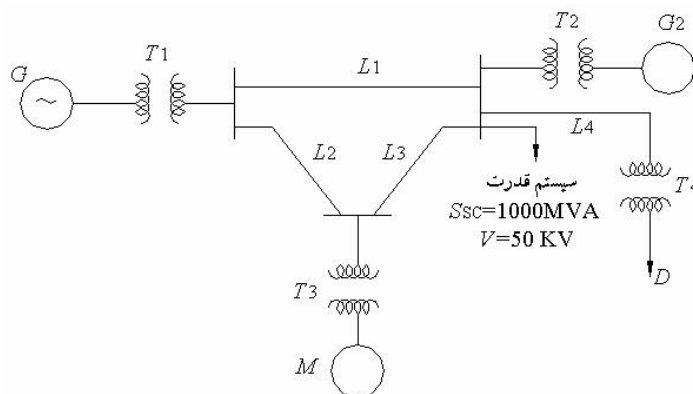
$$Q_{bus,T,1} = 0.1032 pu$$

$$S_{bus,t,2} = S_{bus,t,1} = 0.1646 pu$$

$$Q_{bus,t,2} = Q_{load,t,2} + Q_{line,t} \xrightarrow{OR} Q_{bus,t,1} - Q_{c,t}$$

$$S_{bus,t,2}^2 = P_{bus,t,2}^2 + Q_{bus,t,2}^2 \rightarrow P_{bus,t,2} = 0.1573 > P_{bus,t,1}$$

تمرین-مطلوب است ترسیم دیاگرام امپدانس شبکه داده شده در سیستم پریوینت با احتساب مقادیر ناشی ژنراتور ۱ بعنوان مقادیر مبنا:



شکل (۳-۳۶)

$$G1: X'' = 1\Omega \quad 10kV \quad 10MVA$$

$$G2: X'' = 10\% \quad 10kV \quad 20MVA$$

$$M: X'' = 0.10 pu \quad 10kV \quad 16MVA \quad PF = 0.8 lag$$

$$D: 10kV \quad 8MW \quad PF = 0.9Lag$$

$$T_4, T_1: X = 10\Omega \quad 10/100kV \quad 10MVA$$

$$T_2: X = 20\% \quad 10/200kV \quad 20MVA \quad \text{طرف فشار قوي}$$

$$T_3: X = 0.30pu \quad 10/100kV \quad 30MVA$$

$$L: X = 10\Omega$$

حل:

$$Z_{b,G1} = \frac{(10k)^2}{10M} = 10\Omega$$

$$Z_{b,L4} = \frac{(100k)^2}{10M} = 1000\Omega$$

$$Z_{bm} = \frac{(10K)^2}{10M} = 10\Omega$$

$$Z_{bG2} = \frac{(10/2k)^2}{10m} = 2.5\Omega$$

$$V_{b,G1} = 10kV$$

$$V_{b,L} = 100kV$$

$$V_{b,M} = 10kV$$

$$V_{b,G2} = 5kV$$

سیستم قدرت

$$S_M = \frac{16MW}{0.8} = 20MVA$$

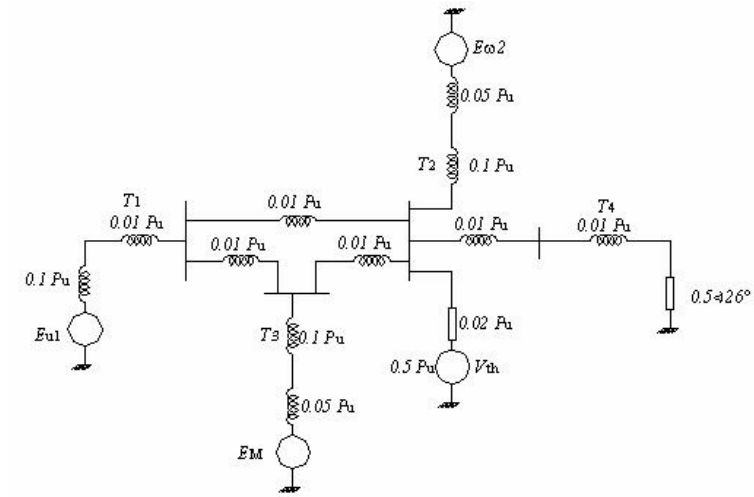
$$S_D = \frac{18MW}{0.9} = 20MVA$$

$$Z_D = 5\angle + 26^\circ = 4.493 + j2.29185\Omega$$

$$|Z| = \frac{V^2}{S} = 20\Omega$$

$$V_{th} = \frac{50k}{100k} = 0.5pu$$

$$|Z| = \frac{20\Omega}{1000} = 0.02$$



شکل (۳-۳۶)

فصل سوم

مدار معادل اجزای سیستم های قدرت

مقدمه

اجزای سیستمهای قدرت: ژنراتورها، ترانسفورماتورها، خطوط انتقال (هوایی و کابل)، خازن های سری و موازی، بارها (روشنایی و گرمایشی)، کنترل کننده های اندازه و فاز ولتاژ. تعیین مدل هر کدام از سیستمهای قدرت ما را در مدل سازی کل سیستم کمک می نماید.

ماشین های سنکرون (ژنراتور و موتور)

- قطب برجسته: مناسب برای توربین های که با سرعت نسبتاً کم و سیار، تعداد قطبهای زیادی برای تولید ولتاژ با فرکانس ۵۰ هرتز دارند.

- قطب صاف یا استوانه ای: مناسب توربین های بخار یا گازی با سرعت زیاد.

کلمه سنکرون = ژنراتور تحت شرایط پایدار یا ماندگار (Steady-State) در سرعت و فرکانس ثابتی کار می کند.

ماشین سنکرون: دو قطبی - چهار قطبی ...

یک ماشین سنکرون دوقطبی باید ۳۰۰۰ دور بر دقیقه سرعت داشته باشد تا ولتاژی با فرکانس ۵۰ هرتز تولید کند.

$$f = \frac{p}{2} \times \frac{n}{60} \text{ [Hz]}$$

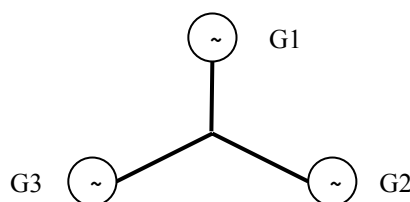
p تعداد قطب ها و n سرعت روتور بر حسب دور بر دقیقه (r.p.m.)

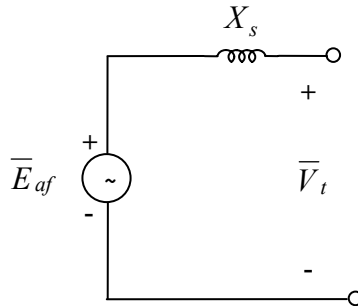
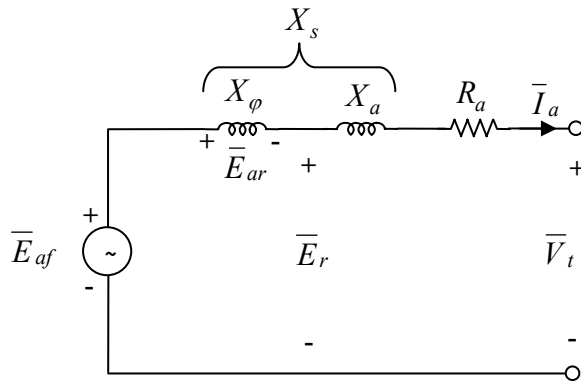
در ماشین دو قطبی $p = 2$ دوران زاویه مکانیکی روتور با زاویه الکتریکی روتور برابر است.

در ماشین چهار قطبی $p = 4$ اگر روتور ۱۸۰ درجه دوران کند، یک سیکل کامل برای ولتاژ القا شده حاصل می شود که معادل ۳۶۰ درجه الکتریکی است.

زاویه مکانیکی روتور $\leftarrow \theta_m = \frac{p}{2} \theta_e \rightarrow$ زاویه الکتریکی ولتاژ القا شده

ماشین واقعی: مدل ماشین سنکرون با در نظر گرفتن تلفات الکتریکی، مکانیکی، شار نشتی و راکتانس غیر خطی آهن





X_ϕ : راکتانس القایي جهت نمایش تاثیر عکس العمل آرمیچر یا راکتانس مغناطیس کننده ماشین

\bar{E}_{af} : ولتاژ القایي بی باری ژنراتور

\bar{E}_r : ولتاژ القایي تکفاز در اثر شار مغناطیسی در فاصله هوایی

R_a : مقاومت سیم پیچی آرمیچر

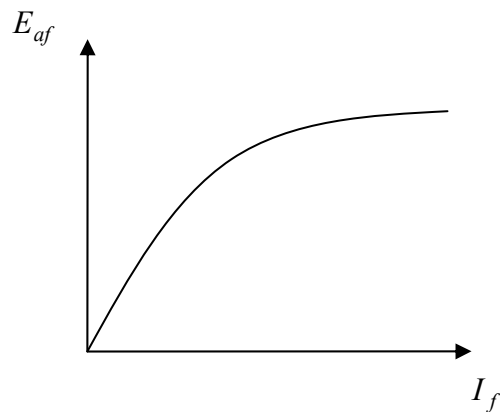
X_a : راکتانس پراکندگی آرمیچر در اثر شار ناشی آرمیچر توسط جریان I_a

\bar{V}_t : ولتاژ ترمینال دو سر ژنراتور (تکفاز)

راکتانس سنکرون: $X_a + X_\phi = X_s$

امپدانس سنکرون: $R_a + jX_s = \bar{Z}_s$

جریان تحریک ← $E_{af} \propto I_f$



$\delta = \angle(\bar{E}_{af}, \bar{V}_t)$ → زاویه (بار) ماشین سنکرون

$$\bar{V}_t = \bar{E}_r - \bar{I}_a(R_a + jX_a)$$

$$\bar{V}_t = \bar{E}_{af} - \bar{I}_a[R_a + j(X_a + X_\phi)]$$

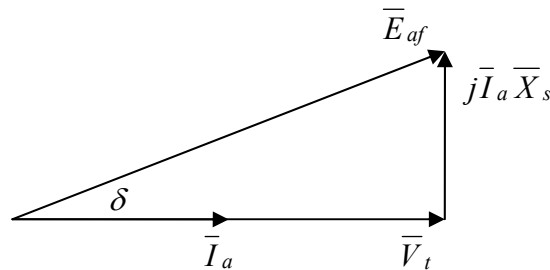
$$\bar{V}_t = \bar{E}_{af} - \bar{I}_a(R_a + jX_s)$$

$$\bar{V}_t = \bar{E}_{af} - \bar{I}_a \bar{Z}_s$$

$$R_a \ll X_s \Rightarrow \bar{Z}_s = jX_s$$

$$\bar{V}_t = \bar{E}_{af} - j\bar{I}_a X_s \quad (\text{Synchronous Generator})$$

$$\bar{V}_t = \bar{E}_{af} + j\bar{I}_a X_s \quad (\text{Synchronous Motor})$$



تحريك عادي حالت مقاومتي

راکتانس سنکرون X_s

راکتانس گذرا X'_s

راکتانس زیرگذرا X''_s

در حالت ماندگار (پایدار) Steady – State

در حالت گذرا (اتصال کوتاه) Transient

در حالت زیرگذرا (اتصال کوتاه) Subtransient

ژنراتورها و موتورهای سنکرون برحسب تغییرات جریان تحریک می‌توانند در حالات زیر کار کنند:

۱. تحریک عادي

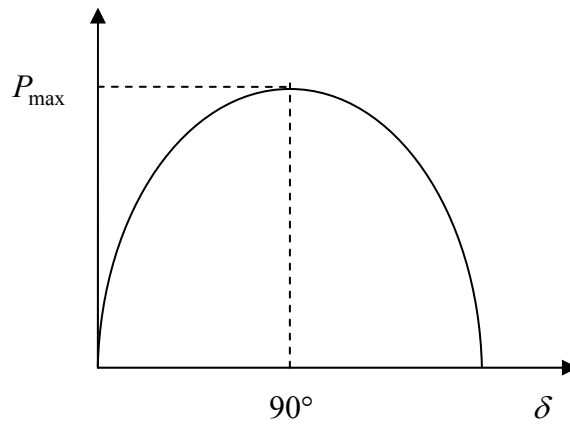
۲. فوق تحریک

۳. زیر تحریک

$$\begin{cases} \bar{V}_t = V_t \angle 0^\circ \\ \bar{E}_{af} = E_{af} \angle \delta \end{cases} \Rightarrow \delta = \angle(\bar{E}_{af}, \bar{V}_t) \rightarrow \bar{I}_a = \frac{E_{af} \angle \delta - V_t \angle 0^\circ}{jX_s}$$

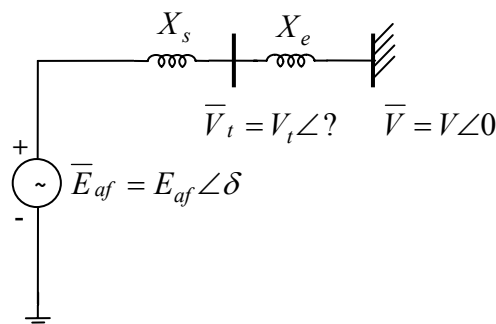
$$P = \frac{V_t E_{af}}{X_s} \sin \delta$$

$$Q = \frac{E_{af}^2 - V_t E_{af} \cos \delta}{X_s}$$



$$\delta = 90 \Rightarrow P_{\max} = \frac{V_t E_{af}}{X_s} \rightarrow \text{حداکثر قدرت ژنراتور سنکرون}$$

اتصال ژنراتور سنکرون به شین بینهایت



$$\left\{ \begin{array}{l} \delta = \angle(\bar{E}_{af}, \bar{V}_t) \\ P = \frac{E_{af} V_t}{X_s} \sin \delta \\ Q = \frac{E_{af}^2 - E_{af} V \cos \delta}{X_s} \end{array} \right.$$

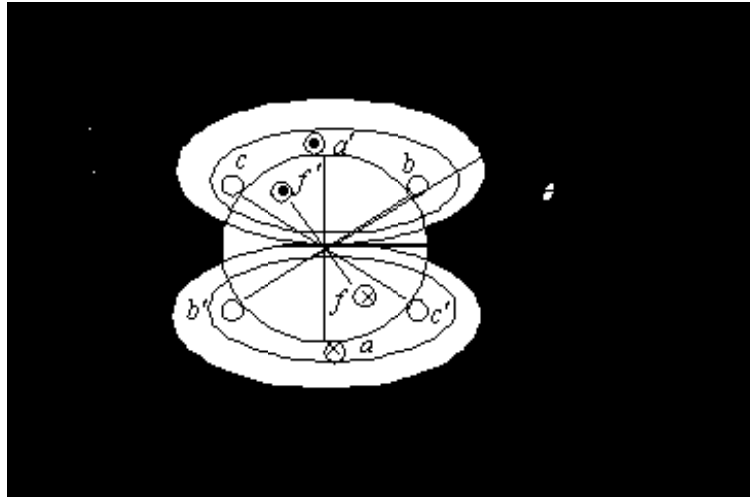
$$\left\{ \begin{array}{l} \delta' = \angle(\bar{E}_{af}, \bar{V}) \\ P' = \frac{E_{af} V}{X} \sin \delta' \\ Q' = \frac{E_{af}^2 - E_{af} V \cos \delta'}{X} \\ X = X_s + X_e \end{array} \right.$$

برای حل کامل ژنراتور ۱ معادله دیفرانسیلی باید بطور همزمان حل شوند. ولی معمولاً از همه آنها فقط یکی را در نظر گرفته و حل می‌کنند و از R هم صرف نظر می‌شود.

ماشین سنکرون با روتور استوانه ای ولتاژ تولید شده (القا شده)

- سیم پیچی یکسان و متمرکز در استاتور، بطور متقارن با فاصله مکانی ۱۲۰ درجه در اطراف سیم پیچی متمرکز در روتور قرار گرفته اند.
- اما در ماشینهای واقعی، سیم پیچ های استاتور و روتور به اشکال گوناگون توزیع شده اند.
- محاسبات بر اساس تعداد دور های موثر سیم پیچی ها روی گامها توزیع شده و یا گامهای کوتاه اصلاح شده می باشد.
- MMF مکانی یا شار بصورت سینوسی است.

سطح مقطع ماشین سنکرون روتور استوانه ای



هرگاه تعداد موثر سیم پیچ میدان N_f و جریان DC میدان I_f در آنصورت مقدار نیوی محرکه مغناطیسی میدان برابر است با:

$$MMF_f = N_f I_f$$

- هر سیم پیچ به اندازه ۱۸۰ درجه در فضا گسترده شده و در نتیجه تعداد قطب های ماشین $p = 2$ است.
- با چشم پوشی از مقاومت مغناطیسی آهن و توزیع سینوسی فضایی، شار ایجاد شده در فاصله هوایی ماشین بوسیله MMF_f موتور برابر است با:

$$\phi_f = \phi_{fm} \cos \theta$$

$$\phi_{fm} = MMF_f \times \rho = \frac{MMF_f}{\mathfrak{R}}$$

θ : زاویه فضایی اندازه گیری شده از محور روتور

$$\rho = \frac{1}{\mathfrak{R}}$$

هدایت مغناطیسی فاصله هوایی

اگر روتور در جهت مثلثاتی و با سرعت مکانیکی n_s دور بر دقیقه بچرخد $[\text{rad/sec}]$ $\omega_s = \frac{2\pi n_s}{60}$ پس

موقعیت محور در هر لحظه برابر است با $\theta = \omega_s t$

سیم پیچی های استاتور، شار گردان را با سرعت ω_s قطع می کنند در نتیجه ولتاژ القا شده در فاز a برابر است با:

$$e_a = -N_s \frac{d\phi_f}{dt} = 2\pi f N_s \phi_{fm} \sin \omega t$$

$$E_a = 4.44 f N_s \phi_{fm}$$

N_s : تعداد دور سیم پیچها در هر فاز استاتور

$f = \frac{\omega_s}{2\pi}$: فرکانس ولتاژ موثر اندازگیری شده در ترمینال سیم پیچی a

هرگاه سیستم متعادل با ولتاژ های سه فاز با توالی abc (توالی مثبت) بصورت زیر را در نظر بگیریم:

$$\bar{E}_a = E_a \angle 0^\circ$$

$$\bar{E}_b = E_b \angle -120^\circ$$

$$\bar{E}_c = E_c \angle -240^\circ = E_c \angle +120^\circ$$

وقتی روتور در جهت مخالف چرخانده شود ترتیب فازها acb (توالی منفی) خواهد بود. در ماشین دو قطبی $p = 2$ زوایای مکانیکی و الکتریکی برابر هستند.

$$\theta_e = \frac{p}{2} \theta_m \quad , \quad \omega_e = \frac{p}{2} \omega_m$$

$$f = \left(\frac{\omega_s}{2\pi}\right) \frac{p}{2} = p \frac{\omega_s}{4\pi}$$

$$\omega_s = \frac{2\pi n_s}{60} = \frac{4\pi f}{p} \quad [\text{rad}_{\text{mech}}/\text{sec}]$$

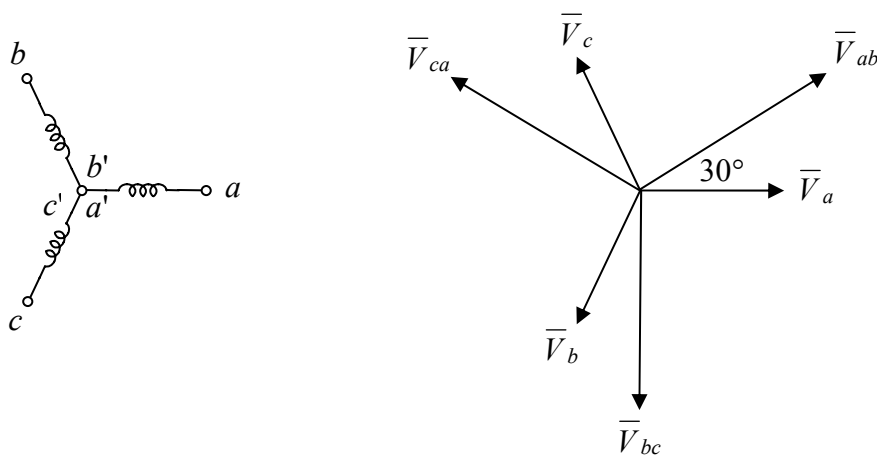
نیروی محرکه مغناطیسی (MMF) چرخشی

هرگاه فرض کنیم سیم پیچی روتور باز باشد ($I_f = 0$) و سیم پیچی های استاتور ژنراتور بصورت ستاره Y متصل شده و به یک منبع سه فاز متعادل با جریان های زیر متصل باشد.

$$i_a(t) = I_m \sin \omega t$$

$$i_b(t) = I_m \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$i_c(t) = I_m \sin(\omega t + 120^\circ)$$



دیگرام فازوری سیستم و سرهای ترمینال ژنراتور برای اتصال ستاره



دیاگرام فازوری سیستم و سرهای ترمینال ژنراتور برای اتصال مثلث

این جریانهها مجموعه متعادلی با توالی مثبت هستند.

در این صورت MMF ایجاد شده توسط هر حلقه استاتور در یک MMF پالسی در حول محور خود خواهد بود

$$MMF_a(t) = N_a i(t) = N_s I_m \sin \omega t$$

$$MMF_b(t) = N_b i(t) = N_s I_m \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$MMF_c(t) = N_c i(t) = N_s I_m \sin(\omega t + 120^\circ)$$

بنابراین MMF کل استاتور (آرمیچر) به صورت تابعی از t و زاویه فضایی θ برابر است با:

$$MMF_{3phase}(\theta, t) = MMF_a(t) \cos \theta + MMF_b(t) \cos(\theta - 120) + MMF_c(t) \cos(\theta + 120)$$

$$MMF_{3phase}(\theta, t) = 1.5 F_m \sin(\theta - \omega t) \quad [\text{AmpereTurn/Pole}]$$

که در آن $F_m = N_m I_m$ حداکثر مقدار MMF برای هر فاز است. MMF استاتور یک MMF چرخشی است که

سرعت آن براساس رابطه $f = \left(\frac{\omega_s}{2\pi}\right)\left(\frac{p}{2}\right) = p \frac{\omega_s}{4\pi}$ با فرکانس f و ولتاژ اعمال شده مشخص می شود.

جهت چرخش این MMF با علامت ω در رابطه مشخص شده و هنگامی که توالی فاز ولتاژ اعمال شده در

رابطه جریان ها معکوس شود. جهت چرخش MMF نیز معکوس خواهد شد.

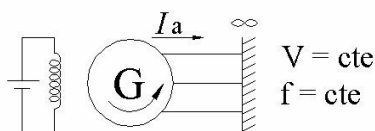
ماشین ایده آل

در مدل ماشین ایده آل (خطی) تمامی تلفات الکتریکی و مکانیکی و فلوی ناشی سیم پیچها و مقاومت مغناطیسی آهن صرف نظر می شود. چون مدار سه فاز متعادل است لذا از مدل های تک فاز می توان استفاده نمود، (توالی

بارها $\rightarrow abc$).

برای سادگی فرض می شود ژنراتور به شین بی نهایت متصل باشد. در این حالت ژنراتور طوری راه اندازی

می شود که ولتاژ دو سر هر فاز (مثلا a) برابر با ولتاژ ترمینال و شین بی نهایت باشد.



چرخش روتور با سرعت ω .

شکل (۳-۱)

در حالت سنکرونیزاسیون مناسب:

$$E_a = 4.44 f N_s \phi_{fm} \rightarrow (= V_t)$$

در حالت بی باری $V_t = E_a$ می باشد که چون این ولتاژ ناشی از القای سیم پیچ تحریک است آن را با E_{af} نمایش می دهیم پس $V_t = E_{af}$.

$$MMF_r = MMF_f + MMF_{3phase}$$

MMF_r نیروی محرکه مغناطیسی منتهی یا برآیند

\bar{E}_r : ولتاژ منتهی (الفا شده توسط MMF_r)

\bar{E}_{af} : ولتاژ تحریک در استاتور (الفا شده توسط MMF_f)

$\bar{E}_{ar} = j \bar{I}_a X_\phi$: افت ولتاژ عکس العمل آرمیچر

X_ϕ : راکتانس عکس العمل آرمیچر (القایی)

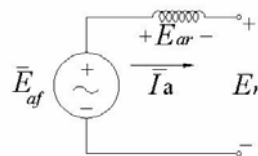
T : گشتاور الکترومکانیکی

P : توان (تبدیل شده) الکترومکانیکی

در حالت بی باری ولتاژ ترمینال \bar{V}_t با ولتاژ منتهی \bar{E}_r و ولتاژ تحریک در استاتور \bar{E}_{af} برابر است

$$\bar{V}_t = \bar{E}_r = \bar{E}_{af} \rightarrow \bar{I}_a = 0$$

در حالت باردار ولتاژ ترمینال \bar{V}_t با نیروی محرکه منتهی \bar{E}_r برابر است ($\bar{V}_t = \bar{E}_r$). چون در شین بی نهایت $\bar{V}_t = cte$ ثابت است پس $\bar{V}_t = \bar{E}_r$ نیز ثابت بوده و آنگاه MMF_r نیز ثابت خواهد بود.



مدل ماشین سنکرون روتور استوانه ای سه فاز (برای هر فاز)

شکل (۲-۳)

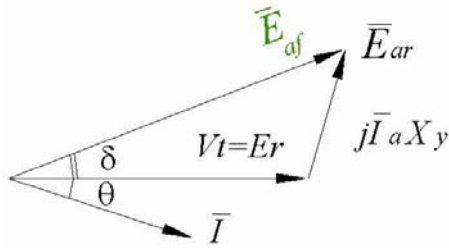
در این حالت فرض می شود گشتاور محور $T=0$ باشد و جریان \bar{I}_f از حالت بی باری افزایش یابد. تفاضل بین MMF ها بایستی توسط جریان I_a و نیروی محرکه مغناطیسی MMF_{3phase} تامین شود.

$$I_f \uparrow \text{ افزایش جریان تحریک } \Rightarrow MMF_f > MMF_r \Rightarrow MMF_{3phase} = MMF_r - MMF_f$$

$$I_f \uparrow \text{ منحنی اشباع مغناطیسی } \Rightarrow E_{af} \uparrow \Rightarrow \bar{E}_{ar} = \bar{E}_{af} - \bar{V}_t = \bar{E}_{af} - \bar{E}_r$$

$$\bar{I}_a \text{ نسبت به } \bar{E}_{ar} \text{ } 90^\circ \text{ درجه پس فاز است پس } \bar{E}_{ar} = j \bar{I}_a X_\phi$$

پس ژنراتور سنکرون در حالت فوق تحریک ($I_f \uparrow$) جریان و توان سلفی (ضریب توان پس فاز) به شین بی نهایت تزریق می کند.



شکل (۳-۳)

از سوی دیگر ژنراتور سنکرون در حالت زیر تحریک ($I_f \downarrow$) جریان و توان خازنی (ضریب توان بیش فاز) به شین بی نهایت تزریق می کند.

برای موتور سنکرون دو حالت فوق بصورت معکوس خواهد بود. به منظور تکمیل روابط الکتریکی و مکانیکی در ماشین ایده آل، گشتاور و توان الکترومکانیکی آن را بدست می آوریم.

به ازای کارکرد ژنراتور در ضریب توان پس فاز (فوق تحریک) $\bar{V}_t = V_t \angle 0$:

$$\bar{E}_{af} = \bar{V}_t + j\bar{I}_a X_{\phi}$$

توان مختلف تکفاز تحویل شده به شین بی نهایت توسط ماشین:

$$\bar{S} = V_t \bar{I}_a^* = P + jQ$$

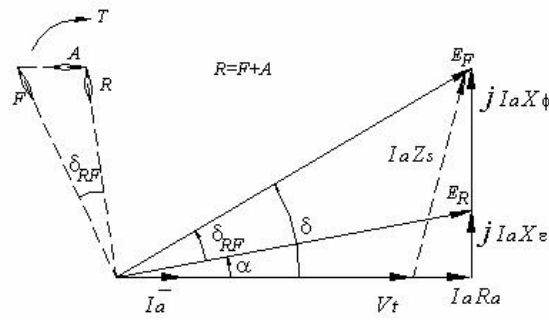
$$\bar{I}_a = \frac{\bar{E}_{af} - \bar{V}_t}{jX_{\phi}}$$

$$\bar{S} = \bar{V}_t \frac{\bar{E}_{af}^* - \bar{V}_t^*}{-jX_{\phi}} = \frac{V_t E_{af} \angle -\delta}{X_{\phi} \angle -90} - \frac{V_t^2}{X_{\phi} \angle -90} = \frac{E_{af} V_t}{X_{\phi}} \angle (90 - \delta) - \frac{V_t^2}{X_{\phi}} \angle 90$$

$$P_{1\text{phase}} = \text{Real}[\bar{S}] = \frac{E_{af} V_t}{X_{\phi}} \cos(90 - \delta) = \frac{E_{af} V_t}{X_{\phi}} \sin \delta \quad \left[\frac{\text{watt}}{\text{phase}} \right]$$

$$P_{3\text{Phase}} = 3 \frac{E_{af} V_t}{X_{\phi}} \sin \delta \quad \text{توان کل سه فاز}$$

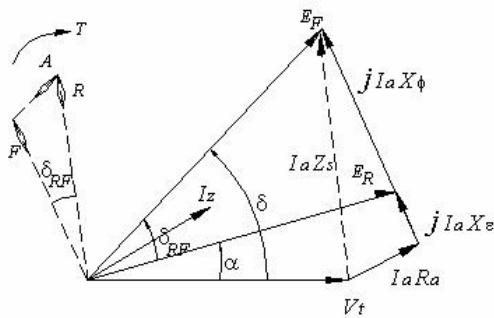
$$T = \frac{P}{\omega_s} = \frac{3}{\omega_s} \frac{E_{af} V_t}{X_{\phi}} \sin \delta \quad \text{گشتاور محور}$$



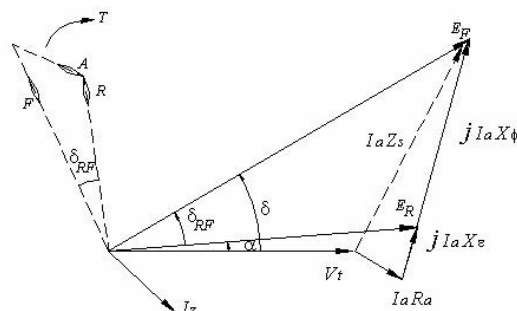
کارکرد به ازای ضریب قدرت یک
(تحریک نرمال)

شکل (۳-۴)

$$\begin{aligned} \bar{E}_f &= \bar{V}_t + \bar{I}_a [R_a + j(X_l + X_\phi)] \\ &= \bar{V}_t + \bar{I}_a (R_a + jX_s) \\ &= \bar{V}_t + \bar{I}_a Z_s \\ \bar{E}_R &= \bar{V}_t + \bar{I}_a (R_a + jX_l) \end{aligned}$$



کارکرد به ازای پیش فاز
(زیر تحرک)



کارکرد به ازای ضریب قدرت پس فاز
(فوق تحرک)

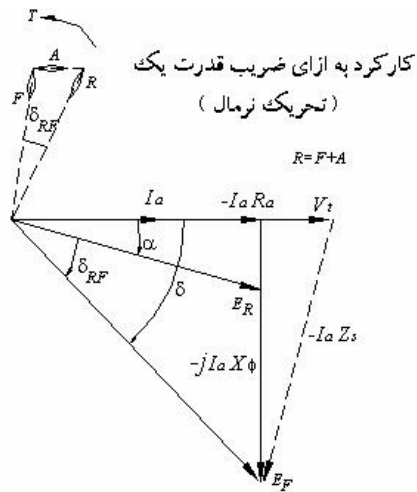
دیگرامهای فازوری برای ژنراتور سنکرون روتور استوانه ای

شکل (۳-۵)

مثال ۱-۲) یک ماشین سنکرون ۶۰ هرتز، چهار قطبه، سه فاز با اتصال Y، ۹ kVA، 208 V دارای مشخصات زیر است:

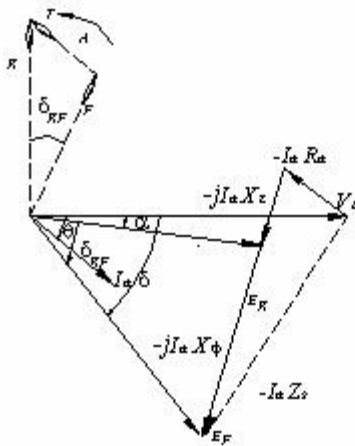
$$R_a = 0 \quad X_a = 1.2 \Omega / ph \quad X_\phi = 4.8 \Omega / ph$$

مطلوبست تعیین E_f ، P ، T ، برای بهره برداری تحت بار کامل و ضریب توان ۰/۸ پس فاز، با استفاده از مقادیر واقعی و نسبت به واحد.

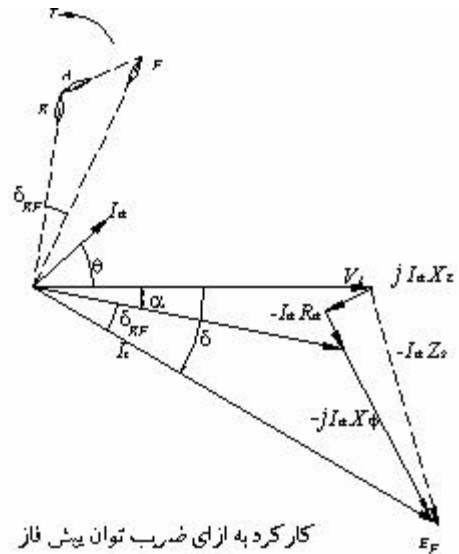


شکل (۳-۶)

$$\begin{aligned} \bar{E}_f &= \bar{V}_t + \bar{I}_a [R_a + j(x_l + x_\phi)] \\ &= \bar{V}_t + \bar{I}_a (R_a + jx_s) \\ &= \bar{V}_t + \bar{I}_a Z_s \\ \bar{E}_R &= \bar{V}_t + \bar{I}_a (R_a + jx_l) \end{aligned}$$



کارکرد به ازای ضریب توان پس فاز
(زیر تحریک)



کارکرد به ازای ضریب توان پیش فاز
(فوق تحریک)

دیگرامهای فازوری برای موتور سنکرون روتور استوانه ای

$$V_b = V_t = \frac{208}{\sqrt{3}} = 120 \text{ V / Ph}$$

$$I_b = I_a = \frac{9 \times 10^3}{\sqrt{3}(208)} = \frac{3 \times 10^3}{120} = 25 \text{ A}$$

$$Z_b = \frac{V_b}{I_b} = 120 / 25 = 4.8 \Omega / \text{ph}$$

$$\theta = \cos^{-1} 0.8 = 36.9^\circ$$

$$X_a = \frac{1.2}{4.8} = 0.25 pu$$

$$\theta = \cos^{-1} 0.8 = 36.9^\circ$$

$$X_a = \frac{1.2}{4.8} = 0.25 pu$$

$$X_s = X_\phi + X_a = 6\Omega / ph = 1.25 pu$$

$$E_R = V_t + I_a(R_a + jx_a)$$

$$= 120 + (25\angle -36.9)(1.2\angle 90)V / ph = 1 + 0.25\angle 55.1 pu$$

$$= 120 + (18 + j24) = 1 + (0.15 + j0.2)$$

$$= 138 + j24 = 1.15 + j0.2$$

$$= 140.07\angle 9.87V / Ph = 1.167\angle 9.87 pu$$

$$E_{af} = V_t + I_a(R_a + jX_s)$$

$$= 120 + (25\angle -36.9)(6\angle 90) = 1 + 1.25\angle 53.1$$

$$= 210 + j120 = 1.75 + j1.0$$

$$= 241.87\angle 29.74 = 2.029.74$$

از معادله ۲-۱۹ داریم:

$$P = 3 \left[\frac{(241.87)(140.07)}{4.8} \right] \sin(29.74 - 9.87) = 7.200W$$

$$= 3 \left[\frac{(241.87)(120)}{6.0} \right] \sin(29.74) = 7.200$$

$$= 3 \left[\frac{(140.07)(120)}{1.2} \right] \sin 9.87 = 7.200$$

$$T = \frac{P}{\omega_s} = \frac{7.200}{60\pi} = 38.2 N.m$$

و از معادله ۲-۲۱ داریم:

$$pu T = pu P = \left[\frac{E_F V_t}{X_s} \right] \sin \delta = \left(\frac{2.016}{1.25} \right) \sin 29.74 = 0.8 pu$$

$$= \left[\frac{E_F E_R}{X_\phi} \right] \sin \delta_{RF} = (2.016)(1.67) \sin 19.87 = 0.8 pu$$

$$= \left[\frac{E_R V_t}{X_l} \right] \sin a = \left(\frac{1.167}{0.25} \right) \sin 9.87 = 0.8 pu$$

فصل پنجم

ماتریس های ادمیتانس و امپدانس شبکه (معادلات شبکه)

معادلات شبکه و راه حل ها

۱-۵ دیاگرام تک خطی شبکه (single – line – diagram)

اولین قدم در تحلیل شبکه های قدرت دستیابی به دیاگرام تک خطی شبکه می باشد (از روی سیستم سه فاز شبکه) اغلب روی شبکه های سه فاز تقارن فقط از دیاگرام تک خطی یک فاز استفاده می شود . برای ساده سازی ترسیم شبکه نیز از ترسیم خط نول صرف نظر می گردد .

اصطلاحات شبکه (Network Terminology)

هر شبکه الکتریکی (مدار الکتریکی) از اجزای زیر تشکیل یافته است :

شاخه (خط انتقال) گره (شین) و حلقه

عناصر موجود در شبکه الکتریکی شامل عناصر اکتیو و پسیو هستند .

اجزای اکتیو : ولتاژ منابع $e(t)$ ، جریان منابع $i(t)$

اجزای پسیو : مقاومت R ، سلف L ، خازن C

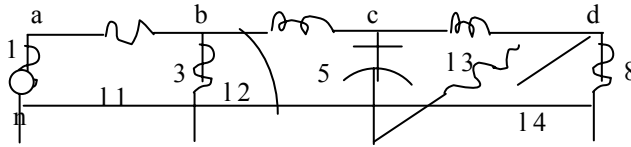
اجزای خطی اجزائی هستند که دارای معادله دیفرانسیل خطی بوده و جواب خطی به تمام ورودیها بدهد .

شاخه : شامل یک یا مجموعه ای از اجزای الکتریکی است که بصورت سری یا موازی بین دو ترمینال متصل می باشند .

گره : نقطه ای از شبکه که محل اتصال بین چند شاخه باشند (دو یا چند شاخه)

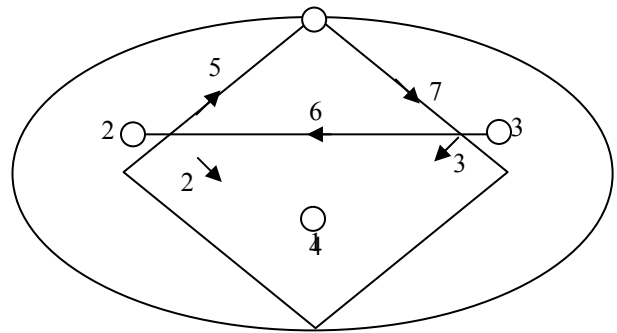
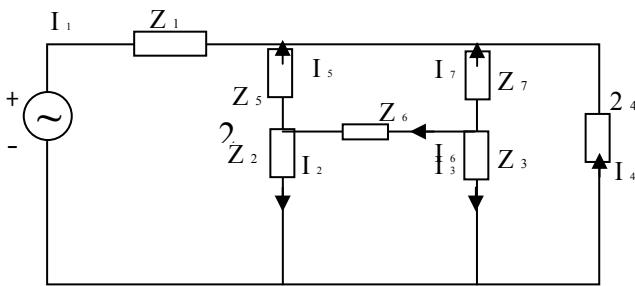
حلقه : هر مسیر ایجاد شده بین دو یا چند شاخه تشکیل یک حلقه یا مش را می دهند .

برای مثال شبکه الکتریکی زیر دارای گروه‌های a, b, c, d, e است. و ۸ شاخه، یک منبع ولتاژ چهار عدد حلقه پیمش L_1, L_2, L_3, L_4 اساسی است.



۳-۵ تئوری گراف ها (Graph Theory)

در شبکه های الکتریکی پیچیده می توان از قوانین کرشف استفاده نمود که تولید دستگاه معادلات برای شبکه را می دهد. بنابراین برای تحلیل شبکه بایستی دستگاه معادلات حل گردند. برای شبکه های کوچک تحلیل این معادلات ساده بوده ولی در شبکه های بزرگ تئوری گرافها بطور گسترده استفاده می شوند. در این تئوری، شبکه الکتریکی تبدیل به یک گراف جهت دار می شود.



زیر گراف Sub - Graph

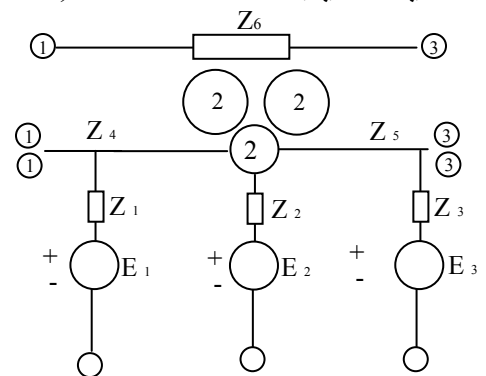
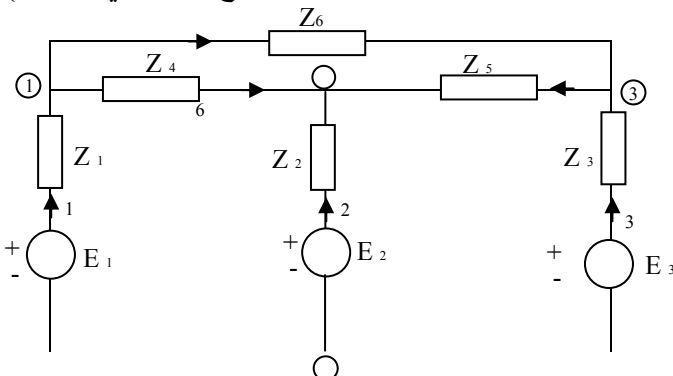
....

درخت و هم درخت Tree + co-tree

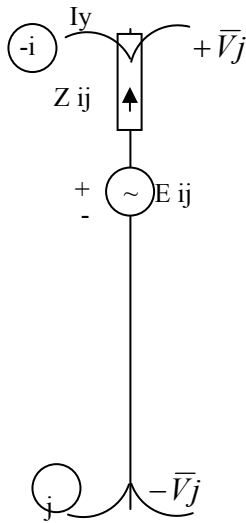
....

۴-۵ شبکه اولیه (Primitive Network)

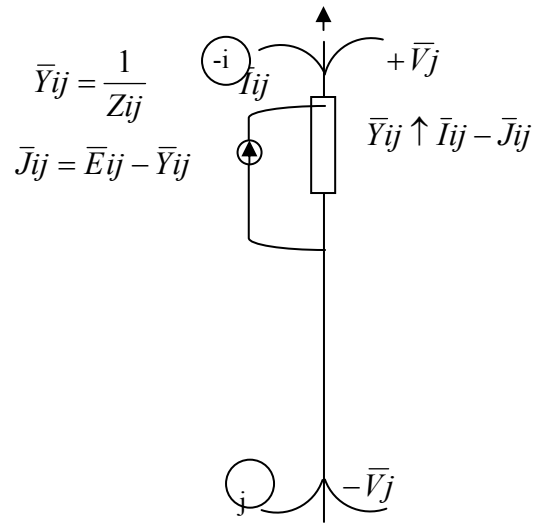
مجموعه ای از شاخه های غیر متصل از شبکه داده شده را شبکه اولیه می نامند. هر شاخه ممکن است شامل تعدادی اجزای پسیو یا اکتیو باشد. (در مثال تعداد ۶ شاخه که ۳ شاخه از آنها شامل منبع تغذیه می باشد).



برای هر شاخه غیر متصل از شبکه می توان آنرا از فرم امپدانس (با منبع ولتاژ) به فرم ادمیتانس (با منبع جریان) تبدیل کرد .



شاخه ای شبکه با فرم امپدانس شامل منبع ولتاژ



شاخه ای از شبکه با فرم ادمیتانس شامل منبع جریان

$$\bar{V}_{ij} = \bar{V}_i - \bar{V}_j = -\bar{V}_{ji}$$

اختلاف پتانسیل یا ولتاژ شاخه ij

$$\bar{E}_{ij}$$

منبع ولتاژ (تغذیه) شاخه ij

$$\bar{I}_{ij} = -\bar{I}_{ji}$$

جریان جاری از شاخه ij (از گره I به سمت گره j)

$$\bar{J}_{ij}$$

جریان منبع موازی با ادمیتانس Y ij

$$\bar{Z}_{ij} = \frac{1}{\bar{Y}_{ij}}$$

امپدانس و ادمیتانس شاخه ij

معادلات مربوط به خطوط (شاخه ها)

$$\bar{E}_{ij} - \bar{I}_{ij} \bar{Z}_{ij} = \bar{V}_{ij}$$

$$\bar{E}_{ij} - \bar{V}_{ij} = \bar{I}_{ij} \bar{Z}_{ij}$$

بنابراین معادلات به فرم ماتریسی بصورت زیر نوشته می شوند.

$$\begin{cases} \bar{E}_{line} - \bar{V}_{line} = \bar{Z}_{line} \bar{I}_{line} \\ \bar{Y}_{line} (\bar{E}_{line} - \bar{V}_{line}) = \bar{I}_{line} \end{cases}$$

$$\bar{E}_{line} = \begin{bmatrix} \bar{E}_1 \\ \bar{E}_2 \\ \vdots \\ \bar{E}_{nl} \end{bmatrix} \quad \bar{V}_{line} = \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \vdots \\ \bar{V}_{nl} \end{bmatrix} \quad \bar{I}_{line} = \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \vdots \\ \bar{I}_{nl} \end{bmatrix}$$

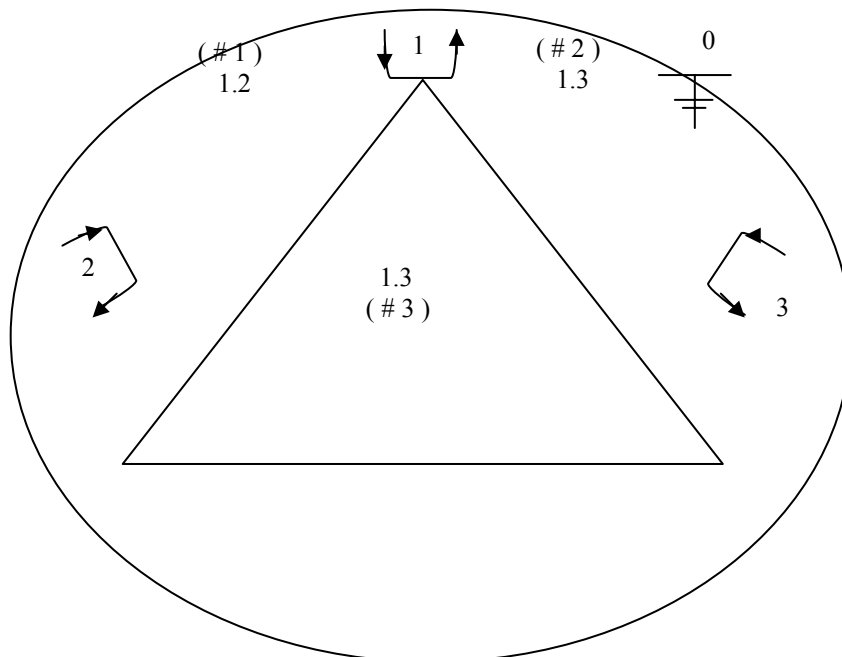
$$\bar{Z}_{line} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{Z}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Z}_{n_l} \end{bmatrix} \quad \bar{Y}_{line} = \bar{Z}_{line}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\bar{Z}_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\bar{Z}_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\bar{Z}_{n_l}} \end{bmatrix}$$

هر گاه منابع ولتاژ موجود نباشد در آنصورت دیده می شود :

$$\bar{V}_{line} = \bar{Z}_{line} \bar{I}_{line}$$

$$\bar{Y}_{line} \bar{V}_{line} = \bar{I}_{line}$$

همانطور که گفته شد ارتباط میان اجزای شبکه بصورت روابط جریان و ولتاژ کرشف ، KVL و KCL و قوانینی اهم قابل بیان است . برای محاسبه تعداد n_l جریان در شاخه های شبکه نیاز به تعداد n_l معادله می باشد . برای دستیابی به این مجهولات می توان از دو روش گره یا حلقه استفاده نمود .



با انتخاب زمین بعنوان شین مرجع ، تعاریف و قوانین زیر را خواهیم داشت :

۱- تعریف ادمیتانسها (Y) ، ولتاژها (V) ، و جریانهای خطوط (I) :

$$\bar{Y}_{i,j} = \bar{Y}_{j,i} = \bar{Y}_{i,j} \angle -\theta_{i,j} \quad \bar{V}_i = V_i \angle \delta_i$$

$$\bar{V}_{i,j} = -\bar{V}_{j,i} \quad \bar{V}_{i,j} = \bar{V}_i - \bar{V}_j \quad i,j = 1, \dots, n$$

Definition

$$\bar{I}_{i,j} = -\bar{I}_{j,i}$$

۲- روابط KCL برای جریان شینها :

$$\bar{I}_i = \sum_{j=1}^{n_i} \bar{I}_{i,j} \quad i = 1, \dots, n_{bus} \quad (1-5)$$

KCL

$$\left(\sum_{i=1}^{n_b} \bar{I}_i = 0 \right) \quad \text{جریان تزریقی (Injecting current)}$$

nlbi تعداد خطوط متصل به شین I می باشد . برای شبکه شکل ۲-۴ روابط KCL بصورت زیر است .

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{1,2} + \bar{I}_{1,3}$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_{2,1} + \bar{I}_{2,3}$$

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_{3,1} + \bar{I}_{3,2}$$

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 0$$

۳- روابط KVL برای ولتاژ حلقه ها :

KVL

$$\sum_{i,j=1}^{n_{ll,k}} \bar{V}_{i,j,k} = 0 \quad k = 1, \dots, (n_{line} - n_{bus} + 1) \quad (2-5)$$

$n_{ll,k}$ تعداد خطوط موجود در حلقه k می باشد . در شبکه شکل

OHM:

۲-۴ روابط KVL بصورت زیر است .

$$\bar{V}_{1,2} + \bar{V}_{2,3} + \bar{V}_{3,1} = 0$$

۴- روابط OHM برای خطوط و شینها بر حسب ادمیتانسها :

$$\bar{I}_i = \bar{Y}_i \bar{V}_i = |\bar{Y}_i \bar{V}_i| \angle \delta_i - \theta_i$$

$$\bar{I}_{i,j} = \bar{Y}_{i,j} \bar{V}_{i,j} = |\bar{Y}_{i,j} \bar{V}_{i,j}| \angle \delta_{i,j} - \theta_{i,j} \quad i, j = 1, \dots, n_b \quad (3-5)$$

برای شبکه روابط OHM بصورت زیر است .

$$\bar{Y}_{1,2} \bar{V}_{1,2} = \bar{I}_{1,2}$$

$$\bar{Y}_{2,3} \bar{V}_{2,3} = \bar{I}_{2,3}$$

$$\bar{Y}_{1,3} \bar{V}_{1,3} = \bar{I}_{1,3}$$

۵- روابط قدرتها (S ، P ، Q) برای شینها :

POWER:

$$\begin{aligned} \bar{S}_i &= \bar{V}_i \bar{I}_i^* \\ \bar{S}_i &= P_i - jQ_i = \bar{V}_i^* \bar{I}_i \quad i, j = 1, \dots, n_b \quad (4-5) \\ \bar{S}_{i,j} &= \bar{V}_{i,j} \bar{I}_{i,j}^* \end{aligned}$$

5-5 معادلات مرجع پایه

در آنصورت تعداد $2nb$ معادله خواهیم داشت که برابر با تعداد مجهولات شبکه می باشند در روش RCD سعی می شود تا با استفاده از اندازه گیریهای توانهای تزریقی ، جاری و اندازه ولتاژها ، بتوان توانهای تزریقی شینها را مورد بررسی قرار داد هرگاه توانهای تزریقی حقیقی و غیر حقیقیشینها در دست قابل محاسبه باشند در آنصورت می توان گفت که براساس روابط پخش بار اندازه و زاویه فاز ولتاژ تمام شینها ی شبکه رویت پذیر خواهند شد . البته اینکار بایستی با فیلتر کردن اندازه گیریها توام باشد که باعث می شود مسئله پخش بار تبدیل به مسئله تخمین حالت گردد . بنابراین در روش RCD از روابط KCL, KVL توانی استفاده می شود و هر گاه اندازه گیری اندازه ولتاژ شین داده شده باشد به توان غیر حقیقی تزریقی همان سین تبدیل می شود برای نمایش ارتباط بین المانها ی هر شبکه دو فرم اساسی وجود دارد .

۱- فرم مرجع پایه شین : در این فرم ارتباط بین اجزا شبکه قدرت بصورت تعداد $nb-1$ معادله گره یا kcl برحسب ماتریس امپدانس Z_{bus} یا ادمیتانس y_{bus} شین های شبکه نوشته شده اند .

$$\begin{aligned} \bar{V}_{bus} \text{ (or } \bar{E}_{bus} \text{)} &= \bar{Z}_{bus} \bar{I}_{bus} \\ \bar{I}_{bus} &= \bar{Y}_{bus} \bar{V}_{bus} \end{aligned}$$

۲- فرم مرجع پایه حلقه : در این فرم ارتباط عناصر شبکه بااستفاده از تعداد $nl-nb+1$ معادله حلقه اساسی شبکه بصورت روابط kvl بر حسب ماتریس امپدانس z_{loop} یا ادمیتانس Y_{loop} حلقه های شبکه نوشته می شود .

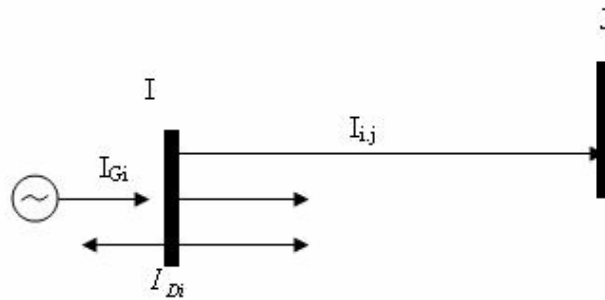
$$\begin{aligned} \bar{V}_{loop} \text{ (or } \bar{E}_{loop} \text{)} &= \bar{Z}_{loop} \bar{I}_{loop} \\ \bar{I}_{loop} &= \bar{Y}_{loop} \bar{V}_{loop} \end{aligned}$$

که در آن v_{loop} و I_{loop} بردارهای ولتاژ و جریان حلقه های اساسی می باشند برای بررسی روابط شبکه می توان از یکی از مراجع فوق و یا ترکیبی از آنها استفاده نمود . در فرم مرجع پایه شین ، توان تزریقی شین I و توان جاری خط i, j با صرفنظر کردن از ادمیتانسهای موازی دو طرف خطوط و با توجه به شکل بصورت زیر تعریف می شوند که در آن مثلثهای توان تزریقی شین z و توان جاری خط i, j با صرفنظر کردن از ادمیتانسهای موازی دو طرف خطوط و با توجه به شکل بصورت زیر تعریف می شوند که در آن مثلثهای توان مربوط به تزریق شین z و توان جاری خط i, j بصورت می باشد .

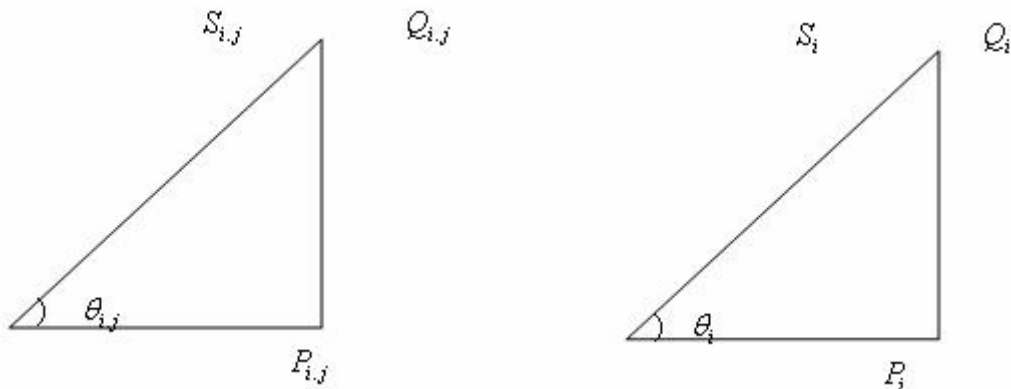
$$S_i = V_i I_i^* = |Y_i V_i^2| \angle \theta_i = P_i + jQ_i$$

$$S_{i,j} = V_{i,j} I_{i,j}^* = |Y_{i,j} V_{i,j}^2| \angle \theta_{i,j} = P_{i,j} + jQ_{i,j}$$

$$\begin{cases} \bar{I}_i = \bar{I}_{Gi} - \bar{I}_{Di} \\ \bar{I}_i = \sum_{j=1}^{n_i} \bar{I}_{i,j} \quad i = 1, \dots, n_{bus} \end{cases}$$



شکل ۶-۲ ارتباط شین i باز و مقدار جریان تولید I_{Gi} و مصرف I_{Di} مربوط به شین i



شکل ۷-۲ مثلثهای توان تزریقی شین i و توان جاری خط i.

برای رسیدن به معادلات RCD که بر پایه نمایش توانی معادلات KCL و KVL قرار گرفته اند بصورت زیر عمل می کنیم . برای این منظور لازم است تا ارتباط بین متغیرهای جریان و ولتاژ شینها و خطوط را بدست آوریم . بعبارت دیگر بجای متغیرهای جریان و ولتاژ در روابط kvl و kcl متغیر های توانی قرار می گیرند . پس جریان تزریقی هر شین در حقیقت جریان بین آن شین و زمین می باشد و برای جریان تزریقی شینها می

$$\text{توان نوشت } I_i = I_{i,0}$$

در اینصورت معادله اهم برای شین برابر است با $I_{i,0} = Y_{i,0} V_{i,0}$

$$\begin{aligned} \bar{V}_i &= \bar{V}_{i,0} \\ \bar{Y}_i &= \bar{Y}_{i,0} \end{aligned}$$

که در واقع

بنابراین معادله اهم برای شین i با حذف نماد مربوط به زمین (۰) بصورت زیر نوشته می شود . $I_i = Y_i V_i$.
از طرف دیگر معادله توان نرزیقی برای شین i بصورت زیر نوشته می شود

Loop Frame of Reference

۶-۵ معادلات شبکه در فرم مرجع پایه :

$$\bar{E}_{loop} = \bar{Z}_{loop} \bar{I}_{loop} \quad \bar{Y}_{loop} \bar{E}_{loop} = \bar{I}_{loop}$$

$$\bar{E}_{loop} = [\bar{E}_1 \quad \bar{E}_2 \quad \dots \quad \bar{E}_{n_{loop}}]^T$$

$$\bar{I}_{loop} = [\bar{I}_1 \quad \bar{I}_2 \quad \dots \quad \bar{I}_{n_{loop}}]^T$$

$$\bar{Z}_{loop} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{11} & \bar{Z}_{12} & \dots & \bar{Z}_{1n_{loop}} \\ \bar{Z}_{21} & \bar{Z}_{22} & \dots & \bar{Z}_{2n_{loop}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{Z}_{n_{loop}1} & \bar{Z}_{n_{loop}2} & \dots & \bar{Z}_{n_{loop}n_{loop}} \end{bmatrix}$$

در محاسبه \bar{Z}_{loop} یا \bar{Y}_{loop} مقادیر $\bar{Z}_{ii}, \bar{Y}_{ii}$ مقادیر خود امپدانس (Self-Impedance) و خود ادمیتانس (Self-Admittance) هستند.

مقادیر $\bar{Z}_{ij}, \bar{Y}_{ij}$ مقادیر امپدانس متقابل (Mutual-Impedance) و ادمیتانس متقابل (Mutual-Admittance) هستند.
مقادیر متقابل بسته به انتخاب جهت جریان دارای مقادیر مثبت یا منفی خواهند بود .

شکل حلقه های اساسی شبکه الکتریکی داده شده

شکل ۵

در این بررسی در وهله اول بایستی حلقه های اساسی Basic Loop مدار (یا درخت) انتخاب شوند .

با استفاده از KVL داریم :

$$\begin{cases} \text{Loop 1:} & \bar{E}_1 = \bar{Z}_1 \bar{I}_1 + \bar{Z}_4 (\bar{I}_1 - \bar{I}_3 - \bar{I}_4) \\ \text{Loop 2:} & \bar{E}_2 + \bar{E}_3 = \bar{Z}_2 \bar{I}_2 + \bar{Z}_3 (\bar{I}_1 + \bar{I}_3 + \bar{I}_4) \\ \text{Loop 3:} & \bar{E}_3 = \bar{Z}_4 (\bar{I}_3 + \bar{I}_4 - \bar{I}_1) + \bar{Z}_5 \bar{I}_3 + \bar{Z}_3 (\bar{I}_3 + \bar{I}_4 + \bar{I}_2) \\ \text{Loop 4:} & \bar{E}_3 = \bar{Z}_4 (\bar{I}_3 + \bar{I}_4 - \bar{I}_1) + \bar{Z}_6 \bar{I}_4 + \bar{Z}_3 (\bar{I}_3 + \bar{I}_4 + \bar{I}_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{E}_1 = (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_4)\bar{I}_1 + 0 - \bar{Z}_4\bar{I}_3 - \bar{Z}_4\bar{I}_4 \\ \bar{E}_2 + \bar{E}_3 = 0 + (\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3)\bar{I}_2 + \bar{Z}_3\bar{I}_3 + \bar{Z}_4\bar{I}_4 \\ \bar{E}_3 = -\bar{Z}_4\bar{I}_1 + \bar{Z}_3\bar{I}_2 + (\bar{Z}_3 + \bar{Z}_4 + \bar{Z}_5)\bar{I}_3 + (\bar{Z}_3 + \bar{Z}_4)\bar{I}_4 \\ \bar{E}_3 = -\bar{Z}_4\bar{I}_1 + \bar{Z}_3\bar{I}_2 + (\bar{Z}_3 + \bar{Z}_4)\bar{I}_3 + (\bar{Z}_3 + \bar{Z}_4 + \bar{Z}_6)\bar{I}_4 \end{cases}$$

$$\bar{E}_{LOOP} = \bar{Z}_{LOOP}\bar{I}_{LOOP} \quad \bar{E}_{LOOP} = \begin{bmatrix} \bar{E}_1 \\ \bar{E}_2 + \bar{E}_3 \\ \bar{E}_3 \\ \bar{E}_3 \end{bmatrix} \quad \bar{I}_{LOOP} = \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \\ \bar{I}_4 \end{bmatrix}$$

$$\bar{Z}_{loop} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_1 + \bar{Z}_4 & 0 & -\bar{Z}_4 & -\bar{Z}_4 \\ 0 & \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3 & \bar{Z}_3 & \bar{Z}_3 \\ -\bar{Z}_4 & \bar{Z}_3 & \bar{Z}_3 + \bar{Z}_4 + \bar{Z}_5 & \bar{Z}_3 + \bar{Z}_4 \\ -\bar{Z}_4 & \bar{Z}_3 & \bar{Z}_3 + \bar{Z}_4 & \bar{Z}_3 + \bar{Z}_4 + \bar{Z}_6 \end{bmatrix}$$

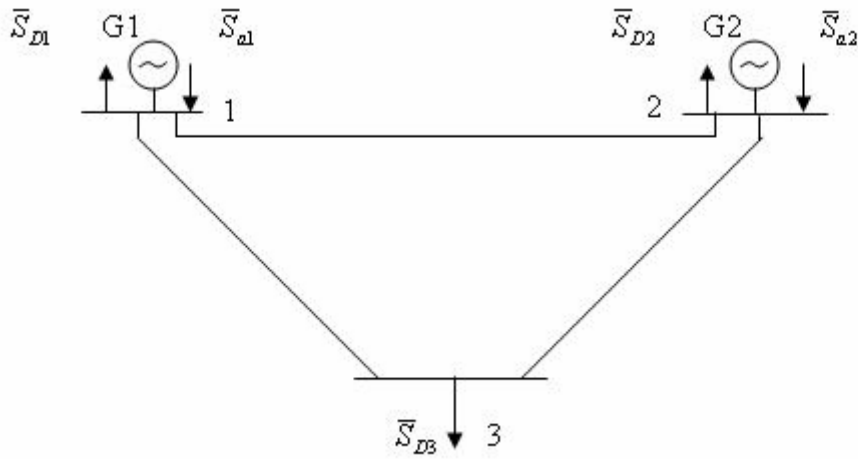
پس

۷-۵ ماتریس شاخص حلقه

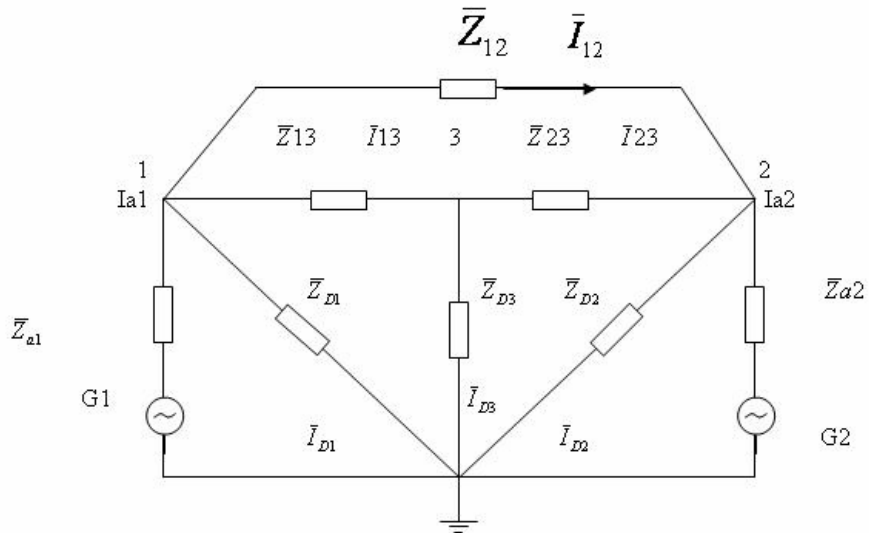
۸-۵ ماتریس های ادمیتانس و امپدانس حلقه

۹- تحلیل سیستم قدرت به روش حلقه

دیگرام تک خطی شبکه قدرت نمونه



شکل (۵-۱۹)



شکل (۵-۲۱)

دیگرام راکتانسی شبکه قدرت نمونه

گراف خطی شبکه قدرت نمونه (۸ شاخه، ۵ حلقه)

$$\bar{\mathbf{Z}}_{line} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_1 & & & & & & & \\ & \bar{Z}_2 & & & & & & \\ & & \bar{Z}_3 & & & & & \\ & & & \bar{Z}_4 & & & & \\ & & & & \bar{Z}_5 & & & \\ & & & & & \bar{Z}_6 & & \\ & & & & & & \bar{Z}_7 & \\ & & & & & & & \bar{Z}_8 \end{bmatrix}_{8 \times 8} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{G1} & & & & & & & \\ & \bar{Z}_{G2} & & & & & & \\ & & \bar{Z}_{D1} & & & & & \\ & & & \bar{Z}_{D2} & & & & \\ & & & & \bar{Z}_{D3} & & & \\ & & & & & \bar{Z}_{13} & & \\ & & & & & & \bar{Z}_{23} & \\ & & & & & & & \bar{Z}_{12} \end{bmatrix}_{8 \times 8}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{8 \times 5} \quad \bar{\mathbf{Z}}_{loop} = \mathbf{C}^T \bar{\mathbf{Z}}_{line} \mathbf{C}$$

$$\bar{\mathbf{Z}}_{Loop} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{G1} + \bar{Z}_{D1} & 0 & -\bar{Z}_{D1} & 0 & -\bar{Z}_{D1} \\ 0 & \bar{Z}_{G2} + \bar{Z}_{D2} & 0 & -\bar{Z}_{D2} & \bar{Z}_{D2} \\ -\bar{Z}_{D1} & 0 & \bar{Z}_{D1} + \bar{Z}_{D3} + \bar{Z}_{13} & \bar{Z}_{D3} & \bar{Z}_{D1} \\ 0 & -\bar{Z}_{D2} & \bar{Z}_{D3} & \bar{Z}_{D2} + \bar{Z}_{D3} + \bar{Z}_{23} & -\bar{Z}_{D2} \\ -\bar{Z}_{D1} & \bar{Z}_{D2} & \bar{Z}_{D1} & -\bar{Z}_{D2} & \bar{Z}_{12} + \bar{Z}_{D1} + \bar{Z}_{D2} \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

۱۰-۵ معادلات شبکه در فرم مرجع پایه شین (روش گره) Bus Frame of Reference

$$\bar{\mathbf{I}}_{bus} = \bar{\mathbf{Y}}_{bus} \bar{\mathbf{V}}_{bus} \quad \& \quad \bar{\mathbf{Z}}_{bus} \bar{\mathbf{I}}_{bus} = \bar{\mathbf{V}}_{bus}$$

$$\bar{\mathbf{I}}_{bus} = [\bar{I}_1 \bar{I}_2 \dots \bar{I}_{nbus}]^T = \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_{nbus} \end{bmatrix}_{nbus \times 1}$$

$$\bar{\mathbf{V}}_{bus} = \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_{nbus} \end{bmatrix}_{nbus \times 1} = [\bar{V}_1 \bar{V}_2 \dots \bar{V}_{nbus}]^T$$

$$\bar{Y}_{bus} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & & \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} & & \\ & & \ddots & \\ \bar{Y}_{nbus*1} & & & \bar{Y}_{nbus * n_{bus}} \end{bmatrix}_{Nbus * m_{bus}}$$

$0 < \bar{Y}_{ii}$ مجموع ادمیتانس های مستقل به شاخه i ام

بین شاخه i و j شاخه ای وجود نداشته باشد .

$$\bar{Y}_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{if } i=j \\ > 0 & \text{if } i \neq j \end{cases}$$

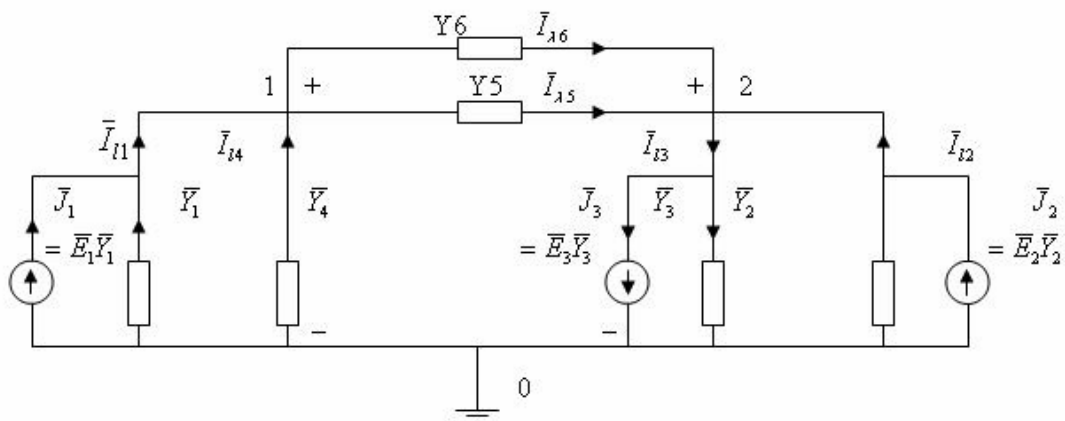
بین شاخه i و j شاخه وجود داشته باشد . (ادمیتانس شاخه ij)

فرم اصلاح شده شبکه قبل بصورت

منابع جریان و ادمیتانس ها

گره ۰ با پتانسیل انتخاب شده

و ولتاژها گرهای ۱ و ۲ نسبت به آن سنجیده می شوند .



شکل (۱۸-۵)

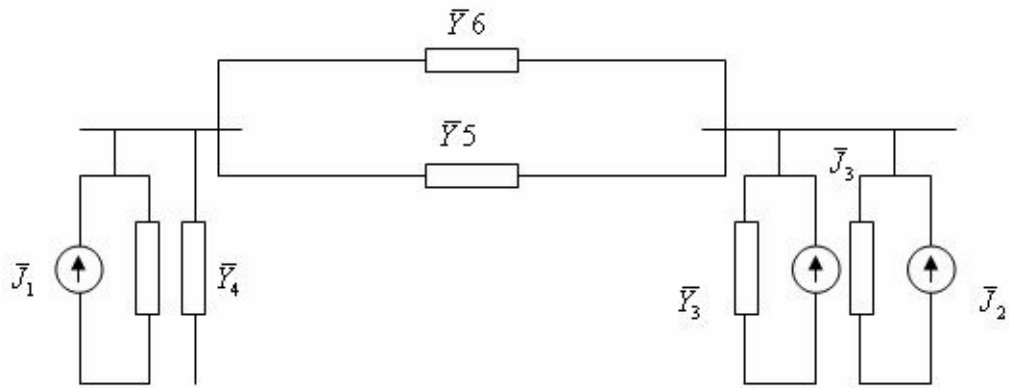
اعمال قوانین kcl در گره ها

جریان تزریقی شین ۱ از نظر بررسی مدار الکتریکی (بخاطر کم نکردن بار از جریان تولید)

$$\begin{cases} \bar{I}_{11} + \bar{I}_{14} - \bar{I}_{15} - \bar{I}_{16} = 0 \\ \bar{I}_{12} - \bar{I}_{13} + \bar{I}_{15} + \bar{I}_{16} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{I}_{11} = \bar{E}_1 \bar{Y}_1 - \bar{V}_{10} \bar{Y}_1 \\ \bar{I}_{12} = \bar{E}_2 \bar{Y}_2 - \bar{V}_{20} \bar{Y}_2 \\ \bar{I}_{13} = \bar{E}_3 \bar{Y}_3 + \bar{V}_{30} \bar{Y}_3 \\ \bar{I}_{14} = \bar{V}_{10} \bar{Y}_4 \\ \bar{I}_{15} = (\bar{V}_{10} - \bar{V}_{20}) \bar{Y}_5 & \bar{Y}_{11} = \bar{Y}_1 + \bar{Y}_4 + \bar{Y}_5 + \bar{Y}_6 & \bar{Y}_{12} = -(\bar{Y}_5 + \bar{Y}_6) \\ \bar{I}_{16} = (\bar{V}_{10} - \bar{V}_{20}) \bar{Y}_6 & \bar{Y}_{22} = \bar{Y}_2 + \bar{Y}_3 + \bar{Y}_5 + \bar{Y}_6 & \bar{Y}_{21} = -(\bar{Y}_5 + \bar{Y}_6) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{Y}_4 \bar{E}_1 = (\bar{Y}_1 + \bar{Y}_4 + \bar{Y}_5 + \bar{Y}_6) \bar{V}_{10} - (\bar{Y}_5 + \bar{Y}_6) \bar{V}_{20} \\ \bar{Y}_2 \bar{E}_2 - \bar{Y}_3 \bar{E}_3 = -(\bar{Y}_5 + \bar{Y}_6) \bar{V}_{10} + (\bar{Y}_2 + \bar{Y}_3 + \bar{Y}_5 + \bar{Y}_6) \bar{V}_{20} \end{cases}$$



شکل (۵-۲۰)

از نظر بررسی مدار الکتریکی

؟؟؟

$$\begin{cases} \bar{I}_1 = \bar{Y}_{11} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{12} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 = \bar{Y}_{21} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{22} \bar{V}_2 \end{cases}$$

$$\bar{I}_{bus} = [\bar{I}_1 \bar{I}_2]^T$$

$$\bar{V}_{bus} = [\bar{V}_1 \bar{V}_2]^T$$

$$\bar{Y}_{bus} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} \end{bmatrix}$$

از نظر بررسی پخش بار

$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= \bar{I}_{G1} - \bar{I}_{D1} - \bar{I}_{D4} = \bar{J}_1 - \bar{Y}_1 \bar{V}_1 - \bar{Y}_4 \bar{V}_4 \\ \bar{I}_1 &= \bar{I}_{G2} - \bar{I}_{D2} - \bar{I}_{G3} - \bar{I}_{D3} = \bar{J}_2 - \bar{Y}_2 \bar{V}_2 - \bar{J}_3 + \bar{Y}_3 \bar{V}_2 \\ \bar{Y}_{11} &= \bar{Y}_5 + \bar{Y}_6 & \bar{Y}_{11} &= -(\bar{Y}_5 + \bar{Y}_6) \\ \bar{Y}_{22} &= \bar{Y}_5 + \bar{Y}_6 & \bar{Y}_{21} &= -(\bar{Y}_5 + \bar{Y}_6)\end{aligned}$$

۱۱-۵ ماتریس تلاقی شین (گره) (A) BUS Incidence Matrix

با استفاده از این ماتریس می توان ولتاژ شاخه ها را نسبت به ولتاژ شین ها (گرهها) نوشت .

$$\bar{V}_{line} = A \bar{V}_{bus} = A \text{ بردار ولتاژ شین ها} = \text{بردار ولتاژ شاخه ها}$$

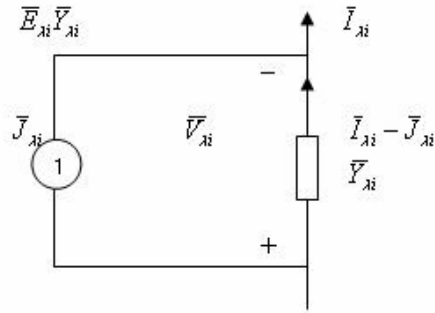
در مورد شبکه مثال قبل می توان نوشت :

$$\begin{aligned}\bar{V}_{11} &= -\bar{V}_{10} = -\bar{V}_1 \\ \bar{V}_{12} &= -\bar{V}_2 \\ \bar{V}_{13} &= \bar{V}_2 \\ \bar{V}_{14} &= -\bar{V}_1 \\ \bar{V}_{15} &= \bar{V}_1 - \bar{V}_2 \\ \bar{V}_{16} &= \bar{V}_1 - \bar{V}_2\end{aligned} \Rightarrow \begin{bmatrix} \bar{V}_{11} \\ \bar{V}_{12} \\ \bar{V}_{13} \\ \bar{V}_{14} \\ \bar{V}_{15} \\ \bar{V}_{16} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} a_{ij} = 1 \\ a_{ij} = -1 \\ a_{ij} = 0 \end{cases} \begin{array}{l} \text{هرگاه } i \text{ امین شاخه در تلاقی (شامل) با شین } j \text{ بوده و} \\ \text{جریان شاخه از گره } j \text{ خارج شود} \\ \text{جریان شاخه به گره } j \text{ وارد می شود} \end{array}$$

جریان شاخه به گره وارد می شود

هرگاه i امین شاخه در تلاقی با شین j نباشد .



شکل (۱۷-۵)

$$\begin{cases} \bar{Y}_{li} \bar{V}_{li} = \bar{I}_{li} - \bar{J}_{li} \\ \bar{J}_{li} = \bar{E}_{li} \bar{Y}_{li} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{Y}_{line} \bar{V}_{line} = \bar{I}_{line} - \bar{J}_{line} \\ \bar{J}_{line} = \bar{Y}_{line} \bar{E}_{line} \end{cases}$$

$$\bar{Y}_{line} A \bar{V}_{bus} = \bar{I}_{line} - \bar{J}_{line} \rightarrow A^T \bar{Y}_{line} A \bar{V}_{bus} = A^T \bar{I}_{line} - A^T \bar{J}_{line}$$

$$A^T \bar{I}_{line} = 0$$

- براساس قانون KCL (مجموع جریانهای يك گره برابر صفر) كه مي توان در مورد مثال فوق نيز بررسي نمود .

- از طرف ديگر $A^T \bar{J}_{line}$ - جمع جبري جريانهاي منابع تزريق شن به شين ها را نشان مي دهد و برابر بردار جريان تزريقي شين ها (از نظر بررسي مدار الكتريكي و بدون در نظر گرفتن اثر مصارف و بارها) مي باشد . پس خواهيم داشت :

$$\begin{cases} -A^T \bar{J}_{line} = \bar{I}_{bus} \\ A^T \bar{I}_{line} = 0 \\ A^T \bar{Y}_{line} A = \hat{Y}_{bus} \end{cases} \Rightarrow \bar{I}_{bus} = \bar{Y}_{bus} \bar{V}_{bus} \quad , \bar{V}_{bus} = \bar{Z}_{bus} \bar{I}_{bus} \quad , \bar{Y}_{bus} = \bar{Z}_{bus}^{-1}$$

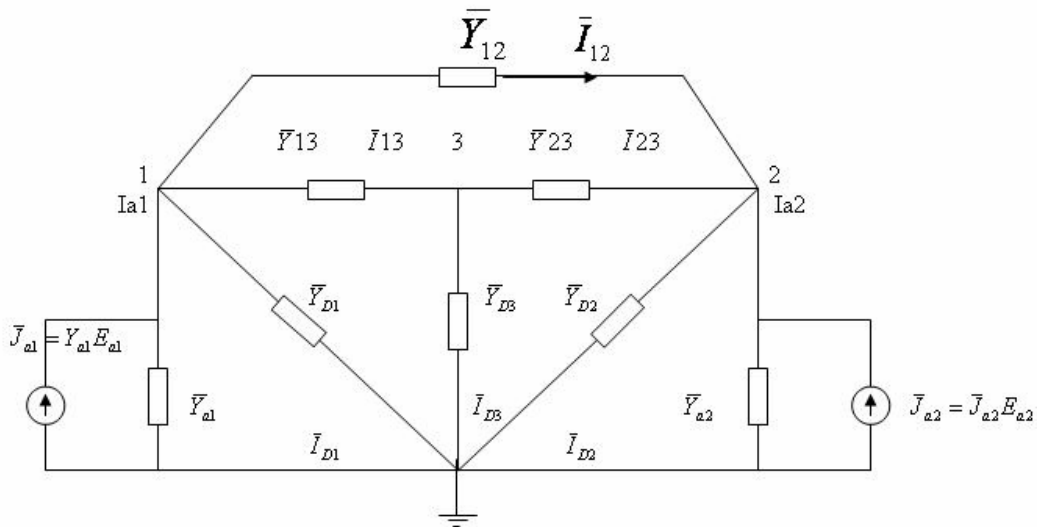
مثال - محاسبه ماتریس ادمیتانس شین بر روی شبکه شکل ۵ و ۷ :

$$\bar{Y}_{line} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_1 & & & & & \\ & \bar{Y}_2 & & & & \\ & & \bar{Y}_3 & & & \\ & & & \bar{Y}_4 & & \\ & & & & \bar{Y}_5 & \\ & & & & & \bar{Y}_6 \end{bmatrix}_{nline \times nline} \quad A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}_{nline \times nbus}$$

$$\bar{Y}_{bus} = A^T \bar{Y}_{line} A = \begin{bmatrix} -\bar{Y}_1 & 0 \\ 0 & -\bar{Y}_2 \\ 0 & \bar{Y}_3 \\ -\bar{Y}_4 & 0 \\ \bar{Y}_5 & -\bar{Y}_5 \\ \bar{Y}_6 & -\bar{Y}_6 \end{bmatrix} \quad \bar{Y}_{bus} = A^T \bar{Y}_{line} A = \begin{bmatrix} \bar{Y}_1 + \bar{Y}_4 + \bar{Y}_5 + \bar{Y}_6 & -(\bar{Y}_5 + \bar{Y}_6) \\ -(\bar{Y}_5 + \bar{Y}_6) & \bar{Y}_1 + \bar{Y}_4 + \bar{Y}_5 + \bar{Y}_6 \end{bmatrix}_{nbus \times nbus}$$

بدون احتساب شین ۰ ، شین زمین ماتریس ادمیتانس از نظر بررسی مدار الکتریکی

مثال - محاسبه ماتریس ادمیتانس بررسی شبکه شکل ۶ (تبدیل منابع ولتاژ به منابع جریان)



شکل (۵-۱۶)

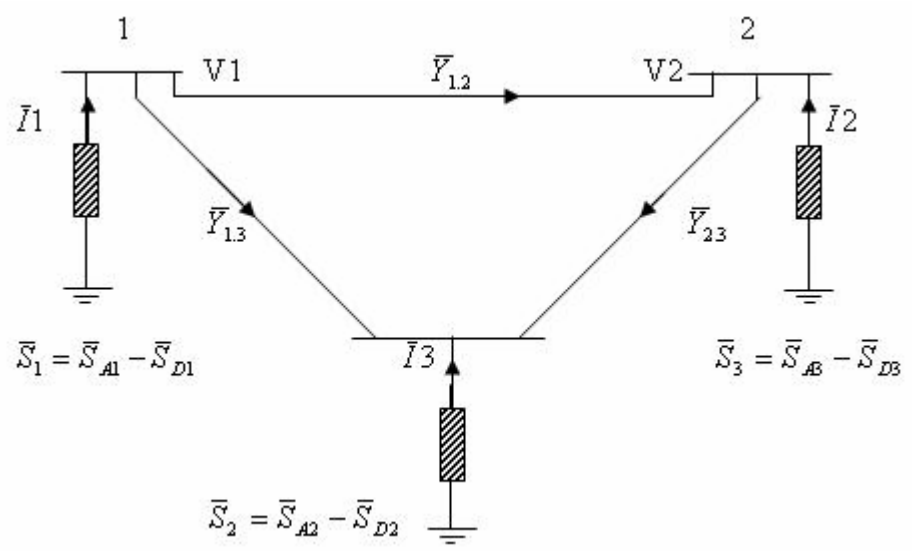
$$\bar{Y}_{line} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{a1} & & & & & & & & \\ & \bar{Y}_{a2} & & & & & & & \\ & & \bar{Y}_{D1} & & & & & & \\ & & & \bar{Y}_{D3} & & & & & \\ & & & & \bar{Y}_{13} & & & & \\ & & & & & \bar{Y}_{23} & & & \\ & & & & & & \bar{Y}_{12} & & \\ & & & & & & & & \end{bmatrix}_{8 \times 8} \quad A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}_{8 \times 3}$$

$$\bar{Y}_{line} A = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{a1} & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{Y}_{a2} & 0 \\ \bar{Y}_{D1} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{Y}_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Y}_{D3} \\ \bar{Y}_{13} & 0 & -\bar{Y}_{13} \\ 0 & \bar{Y}_{23} & -\bar{Y}_{23} \\ \bar{Y}_{12} & -\bar{Y}_{12} & 0 \end{bmatrix}_{8 \times 3}$$

$$\bar{Y}_{bus} = A^T \bar{Y}_{line} A = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{a1} + \bar{Y}_{D1} + \bar{Y}_{13} + \bar{Y}_{12} & -\bar{Y}_{12} & -\bar{Y}_{13} \\ -\bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{a2} + \bar{Y}_{D2} + \bar{Y}_{23} + \bar{Y}_{12} & -\bar{Y}_{23} \\ -\bar{Y}_{13} & -\bar{Y}_{23} & \bar{Y}_{D3} + \bar{Y}_{13} + \bar{Y}_{23} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

؟؟؟

۱۳-۵ روش ولتاژ شین ها در مطالعات پخش بار سیستمهای قدرت



شکل (۵-۱۵)

در حالت كلي برروي سيستم قدرت با تعداد n_{bus} شين و n_{line} خط انتقال داريم :

$$\bar{I}_i = \text{جريان تزريقي به شين } i$$

$$\bar{V}_i = \text{ولتاژ شين } i \text{ (اختلاف پتانسيل I و زمين)}$$

$$\bar{S}_i = \text{قدرت ظاهري تزريقي (مختلط) در شين } i \text{ مي توان نوشت :}$$

$$\bar{S}_i = \bar{V}_i \bar{I}_i^*, \quad i = 1, \dots, n_{bus}$$

$$\bar{S}_i = \bar{S}_{Gi} - \bar{S}_{Di} = P_i + jQ_i$$

$$\bar{S}_{Gi} = P_{Gi} + jQ_{Gi} = i$$

$$\bar{S}_{Di} = P_{Di} + jQ_{Di} = i$$

()

بنابراين \bar{S}_i تون ظاهري خالصي (net - power) و تزريق شده (injected) به شين i مي باشد .

در اينحالت شين i ام بصورت يك شين مختلط (complex bus) در نظر گرفته مي شود كه شامل مقادير توليدي و مصرفي است

حالتهاي ممكن در شين i :

۱. شامل مقادير توليد و مصرف (شين مختلط) مثبت يامنفي
۲. فقط شامل مقادير توليد (شين توليد يا ژنرانوز) مثبت
۳. فقط شامل مقادير مصرف (شين مصرف يا بار) منفي
۴. شامل مقادير كنترل مصرف سلف و خازن (شين كنترل) خازن مثبت و سلف منفي
۵. بدون مقادير فوق (شين ارتباطي يا اتصالي) صفر

در حالت كلي :

$$\bar{I}_1 = (\bar{Y}_{12} + \bar{Y}_{13}) \bar{V}_1 - \bar{Y}_{12} \bar{V}_2 - \bar{Y}_{13} \bar{V}_3$$

$$\bar{I}_2 = -\bar{Y}_{21} \bar{V}_1 + (\bar{Y}_{21} + \bar{Y}_{23}) \bar{V}_2 - \bar{Y}_{23} \bar{V}_3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{I}_1 = \bar{Y}_{11} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{12} \bar{V}_2 + \bar{Y}_{13} \bar{V}_3 \\ \bar{I}_2 = \bar{Y}_{21} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{22} \bar{V}_2 + \bar{Y}_{23} \bar{V}_3 \\ \bar{I}_3 = \bar{Y}_{31} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{32} \bar{V}_2 + \bar{Y}_{33} \bar{V}_3 \end{cases}$$

$$\bar{I}_3 = -\bar{Y}_{31} \bar{V}_1 - \bar{Y}_{32} \bar{V}_2 + (\bar{Y}_{31} + \bar{Y}_{32}) \bar{V}_3 \quad \bar{Y}_{ii} > 0 \text{ مجموع ادميتانسهاي بين شين } i \text{ و بقيه شينهاي متصل آن}$$

$$\bar{Y}_{ij} < 0 \text{ ادميتانس بين شين } i \text{ و شين } j \text{ با علامت منفي}$$

- در اين حالت بردار $\bar{I}_{bus}, \bar{Y}_{bus}$ با مقدار آن دربررسي مدارات الكتريكي متفاوت است

$$\bar{I}_{bus} = \bar{Y}_{bus} \bar{V}_{bus}$$

$$\bar{I}_i = \sum_{j=1}^{n_{bus}} \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j, \quad \bar{I}_i = \bar{S}_i^*$$

Advantages of Nodal Method ۱-۱۳-۵ مزایای روش ولتاژ گره

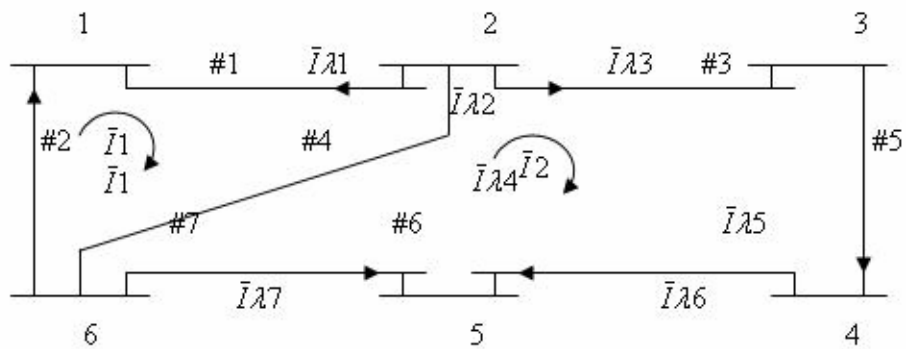
- روش جریان مش یا حلقه ، روش نسبتاً ساده ای است که در حالت کلی در مدارات الکتریکی قابل استفاده است ولی در شبکه های سیستم قدرت روش ولتاژ گرهها ابزاری قوی است زیرا :
- ۱- تعداد گره ها در سیستمی قدرت اغلب کمتر از تعداد حلقه ها است . بنابراین معادلات ماتریس براحتی معکوس پذیر هستند .
 - ۲- اکثر شبکه های قدرت پراکنده Sparse هستند (اکثر شین ها خطوطی بین همه ???) و این باعث می شود تا ماتریسی ادمیتانس مقادیر زیادی صفر داشته باشد . پس اکثر کامپیوترهای دیجیتال مادرند با استفاده از روشهای ماتریس های پراکنده از ذخیره سازی صفرها جلوگیری نمایند .
 - ۳- شناسایی گره ها راحتتر از حلقه ها می باشد ، در اکثر شبکه های قدرت وجود خطوط متقاطع باعث پیچیدگی حلقه ها می شود .
 - ۴- در این روش نیازی به ترکیب نمودن خطوط موازی همدیگر نمی باشند .
 - ۵- این روش با اندازه گیریهای واقعی شبکه قدرت که بر روی ولتاژ شین ها تاکید دارد همراست می باشد .
 - ۶- نمایش و تاثیر ترانسفورماتورها با نسبت دور غیر ثانی (nominal turns ratio-off) و ترانسفورماتورهای شیفت فاز (Phase shifting trans) در ماتریس ادمیتانس بسادگی صورت می گیرد . (در قسمت پخش بار).

۲-۱۳-۵ معایب روش ولتاژ گره

- ۱- در این روش جریانها مستقیماً بدست نمی آیند . (احتیاج به محاسبات اضافی دارد)
- ۲- لزوم محاسبه ولتاژ شین ها بر روی رسیدن به جریان شاخه ها بخاطر اختلاف کم بین مقادیر آنها باعث وجود خطاهای محاسباتی خواهد بود (مگر اینکه از حافظه با دقت مضاعف استفاده شود)
بکارگیری کامپیوترهای دیجیتال و دقیق و سریع بودن آنها دو عیب فوق را منتفی می کند
- ۳- در این روش اندوکتانس متقابل بین خطوط بدون استفاده از روش تحلیل کانل شبکه قابل اعمال نیست

مثال - برروي شبکه قدرت زیر اطلاعات مربوط به امیدانس خطوط برحسب پریونیت در جدول داده شده است با احتساب شین ۰ بعنوان شین مرجع و خطوط ۳ و ۶ بعنوان لینک ماتریس های زیر را بدست آورید :

الف - ماتریس تلاقی حلقه **ب-** ماتریس تلاقی شین **پ -** ماتریس شبکه Z_{bus}, Z_{loop}



شکل (۱۴-۵)

امیدانس خط	شین انتها	شین ابتدا	شماره خط
0.04	2	1	1
0.05	6	1	2
0.02	3	2	3
0.04	6	2	4
0.10	4	3	5
0.07	5	4	6

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}_{nline \times nloop, 7 \times 2}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}_{nline \times (nbus - 1), 7 \times 5}$$

$$\bar{Z}_{line} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_1 & & & & & & \\ & \bar{Z}_2 & & & & & \\ & & \bar{Z}_3 & & & & \\ & & & \bar{Z}_4 & & & \\ & & & & \bar{Z}_5 & & \\ & & & & & \bar{Z}_6 & \\ & & & & & & \bar{Z}_7 \end{bmatrix}_{7*7} = \begin{bmatrix} 0.4 & & & & & & \\ & 0.5 & & & & & \\ & & 0.2 & & & & \\ & & & 0.4 & & & \\ & & & & 0.1 & & \\ & & & & & 0.07 & \\ & & & & & & 0.03 \end{bmatrix} \angle \theta$$

???

$$\bar{Z}_{loop} = C^T \bar{Z}_{line} C = \begin{bmatrix} 0.13 & -0.04 \\ -0.04 & 0.26 \end{bmatrix}_{2*2} \angle \theta$$

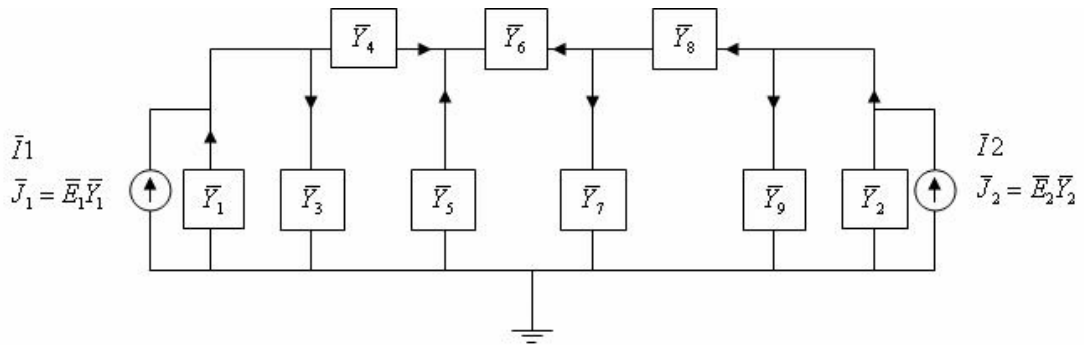
$$\bar{Y}_{line} = \bar{Z}_{line}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_1} & & & & & & \\ & \frac{1}{Z_2} & & & & & \\ & & \frac{1}{Z_3} & & & & \\ & & & \frac{1}{Z_4} & & & \\ & & & & \frac{1}{Z_5} & & \\ & & & & & \frac{1}{Z_6} & \\ & & & & & & \frac{1}{Z_7} \end{bmatrix}_{7*7} = \begin{bmatrix} 25 & & & & & & \\ & 20 & & & & & \\ & & 50 & & & & \\ & & & 25 & & & \\ & & & & 10 & & \\ & & & & & 14 & \\ & & & & & & 28 \end{bmatrix}$$

???

-

۱۴-۵ حذف شین

در روش مرجع پایه شین برخی اوقات لازم است ، شین (گره) معینی حذف شود تا زمان محاسباتی و حجم محاسبات کامپیوتری مخصوصا در سیستمهای قدرت با ابعاد بزرگ کاهش یابد . برای درك بهتر مسئله حذف شین شکل زیر را در نظر بگیرید



شکل (۵-۱۲)

در شکل فوق تعداد ۴ شین با احتساب یکی از شین ها بعنوان شین مرجع و در نظر نگرفتن شین ۰ بعنوان شین زمین وجود دارد .

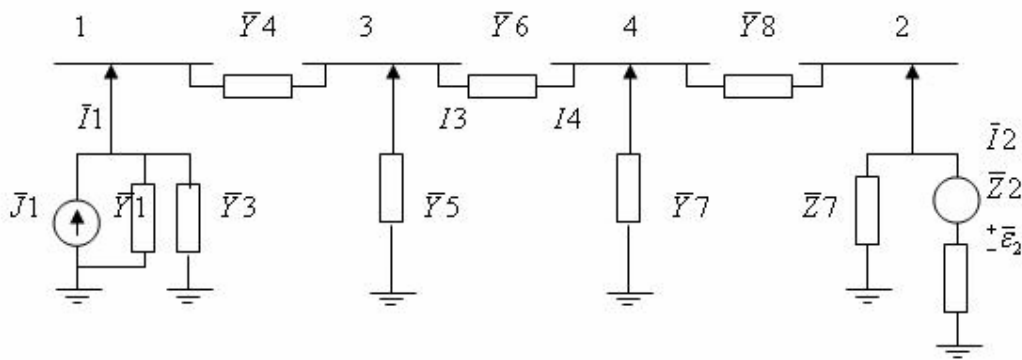
از نظر بررسی مدارات الکتریکی:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{I}_1 = \bar{J}_1 = \bar{E}_1 \bar{Y} \\ \bar{I}_2 = \bar{J}_2 = \bar{E}_2 \bar{Y}_2 \\ \bar{I}_3 = 0 \\ \bar{I}_4 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{I}_{bus} = \bar{Y}_{bus} \bar{V}_{bus} \left\{ \begin{array}{l} \bar{Y}_{11} = \bar{Y}_1 + \bar{Y}_3 + \bar{Y}_4 \\ \bar{Y}_{12} = +\bar{Y}_{21} = 0 \\ \bar{Y}_{13} = \bar{Y}_{31} = -\bar{Y}_4 \\ \bar{Y}_{14} = \bar{Y}_{41} = 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \bar{Y}_{33} = \bar{Y}_4 + \bar{Y}_5 + \bar{Y}_6 \\ \bar{Y}_{34} = \bar{Y}_{43} = -\bar{Y}_6 \end{array} \right.$$

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \\ \bar{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{13} & \bar{Y}_{14} \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} & \bar{Y}_{23} & \bar{Y}_{24} \\ \bar{Y}_{31} & \bar{Y}_{32} & \bar{Y}_{33} & \bar{Y}_{34} \\ \bar{Y}_{41} & \bar{Y}_{42} & \bar{Y}_{43} & \bar{Y}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \\ \bar{V}_4 \end{bmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{Y}_{22} = \bar{Y}_2 + \bar{Y}_8 + \bar{Y}_9 \\ \bar{Y}_{23} = \bar{Y}_{32} = 0 \\ \bar{Y}_{24} = \bar{Y}_{42} = -\bar{Y}_8 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{Y}_{44} = \bar{Y}_6 + \bar{Y}_7 + \bar{Y}_8 \end{array} \right.$$

در اینجا شین های ۳ و ۴ دارای جریان تولیدی نبوده یا انرژی به سیستم تزریق نمی کنند . (یا از نظر بررسی مدارات الکتریکی جریان تزریقی صفر دارند) . بنابراین می توان قسمتی از بردارهای جریان ولتاژ و ماتریس ادمیتانس را که مربوط به شین ۳ و ۴ هستند با نقطه چین علامت گذاشته و پس از تقسیم بندی آنها راز عملیات حذف نمود .

- از نظر بررسی پخش بار در سیستمهای قدرت المانهای مربوط به بردار جریان تزریقی و ماتریسی ادمیتانس شین ها تغییر می یابند .



شکل (۱۳-۵)

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \\ \bar{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{13} & \bar{Y}_{14} \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} & \bar{Y}_{23} & \bar{Y}_{24} \\ \bar{Y}_{31} & \bar{Y}_{32} & \bar{Y}_{33} & \bar{Y}_{34} \\ \bar{Y}_{41} & \bar{Y}_{42} & \bar{Y}_{43} & \bar{Y}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \\ \bar{V}_4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} \bar{Y}_{11} = \bar{Y}_4 + \dots \\ \bar{Y}_{12} = \bar{Y}_{21} = 0 \\ \bar{Y}_{13} = \bar{Y}_{31} = -\bar{Y}_4 \\ \bar{Y}_{14} = \bar{Y}_{41} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{Y}_{33} = \bar{Y}_4 + \bar{Y}_6 + \dots \\ \bar{Y}_{34} = \bar{Y}_{43} = -\bar{Y}_6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{Y}_{22} = \bar{Y}_8 + \dots \\ \bar{Y}_{23} = \bar{Y}_{32} = 0 \\ \bar{Y}_{24} = \bar{Y}_{43} = -\bar{Y}_8 \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{Y}_{44} = \bar{Y}_6 + \bar{Y}_8 + \dots \end{cases}$$

در اینصورت بردارهای جریان تزریقی شین ها و ولتاژ شین ها به دو قسمت حفظ شده (retained) با علامت اختصاری r و حذف شده (elimiated) با علامت اختصاری e تبدیل می شود

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_r \\ \bar{I}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{E} \\ \bar{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{F} \\ \bar{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_r \\ \bar{V}_e \end{bmatrix}$$

بردارهای جریانهای تزریقی شین حذف شده $\bar{I}_e = \begin{bmatrix} \bar{I}_3 \\ \bar{I}_4 \end{bmatrix}$ بردار جریان تزریقی شین حفظ شده

$$\bar{I}_r = \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$$

_ بردار جریانهای حذف شده از نظر بررسی مدارات الکتریکی برداری صفر می باشد . $\bar{I}_e = 0$

_ بردار جریانهای تزریقی شین حذف شده از نظر بررسی پخش بار سیستمهای قدرت برداری منفی می باشد

$$\bar{I}_e = 0$$

$$\bar{I}_r = \bar{E}\bar{V}_r + F\bar{V}_e$$

$$\begin{cases} \bar{I}_e = F^T \bar{V}_r + H\bar{V}_e \\ \bar{G} = F^T \end{cases} \Rightarrow \bar{V}_e = \bar{H}^{-1} \bar{I}_e - H^{-1} F^T \bar{V}_r$$

$$\bar{I}_r = \bar{E}\bar{V}_r + F(\bar{H}^{-1} \bar{I}_e - H^{-1} F^T \bar{V}_r)$$

$$\begin{cases} \bar{I}_r = FH^{-1} \bar{I}_e + (\bar{E} - FH^{-1} F^T) \bar{V}_r \\ \bar{Y}_r = \bar{E} - FH^{-1} F^T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{I}_r = FH^{-1} \bar{I}_e + \bar{Y}_r \bar{V}_r \\ \bar{I}_r = \bar{Y}_r \bar{V}_r \end{cases}$$

مثال - بررسی شبکه نشان داده شده و با اطلاعات امپدانس و منابع زیر با استفاده از بررسی از نقطه نظر یا دیدگاه مدارات الکتریکی شینهای ۳ و ۴ از شبکه و معادلات آن حذف نمائید .

$$\bar{E}_1 = 1.0 \angle 0^\circ \text{ pu(v)}, \quad \bar{E}_2 = 1.2 \angle 30^\circ \text{ pu(v)}$$

$$\begin{array}{lll} \bar{Z}_1 = j0.1 \text{ pu} & \Omega & \bar{Y}_1 = -j10 \text{ pu} \\ \bar{Z}_2 = j0.05 \text{ pu} & \Omega & \bar{Y}_2 = -j20 \text{ pu} \\ \bar{Z}_3 = j0.2 \text{ pu} & \Omega & \bar{Y}_3 = -j5 \text{ pu} \\ \bar{Z}_4 = j0.4 \text{ pu} & \Omega & \bar{Y}_4 = -j2.5 \text{ pu} \\ \bar{Z}_5 = j0.5 \text{ pu} & \Omega & \Rightarrow \bar{Y}_5 = -j2 \text{ pu} \\ \bar{Z}_6 = j0.2 \text{ pu} & \Omega & \bar{Y}_6 = -j5 \text{ pu} \\ \bar{Z}_7 = j0.4 \text{ pu} & \Omega & \bar{Y}_7 = -j2.5 \text{ pu} \\ \bar{Z}_8 = j0.25 \text{ pu} & \Omega & \bar{Y}_8 = -j4 \text{ pu} \\ \bar{Z}_9 = j0.1 \text{ pu} & \Omega & \bar{Y}_9 = -j1.0 \text{ pu} \end{array}$$

۱۵-۵ دیدگاه بررسی مدارهای الکتریکی

جریان تزریقی ← فقط مقادیر تولیدی شین ها :

$$\bar{I}_1 = \bar{J}_1 = \bar{E}_1 \bar{Y}_1 = \frac{1.0 \angle 0^\circ}{j0.1} = 10 \angle -90^\circ \text{ pu} = -j10 \text{ pu}$$

$$\bar{I}_2 = \bar{J}_2 = \bar{E}_2 \bar{Y}_2 = \frac{1.2 \angle 30^\circ}{j0.08} = 15 \angle -60^\circ \text{ pu} = -j15 \angle 30^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{Y}_{bus} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_1 + \bar{Y}_3 + \bar{Y}_4 & 0 & -\bar{Y}_4 & 0 \\ 0 & \bar{Y}_2 + \bar{Y}_8 + \bar{Y}_9 & 0 & -\bar{Y}_8 \\ -\bar{Y}_4 & 0 & \bar{Y}_4 + \bar{Y}_5 + \bar{Y}_6 & -\bar{Y}_6 \\ 0 & -\bar{Y}_8 & -\bar{Y}_6 & \bar{Y}_6 + \bar{Y}_7 + \bar{Y}_8 \end{bmatrix} = -j \begin{bmatrix} 17.5 & 0 & -2.5 & 0 \\ 0 & 25 & 0 & -4 \\ -2.5 & 0 & 9.5 & -5 \\ 0 & -4 & -5 & 11.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix}$$

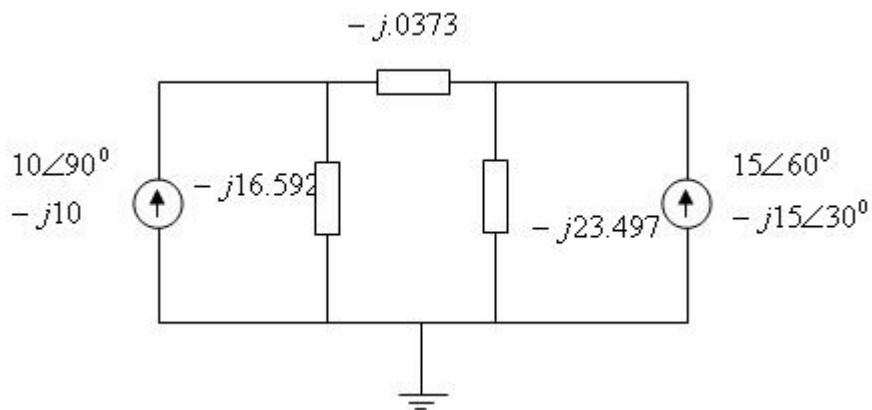
$$\bar{I}_r = [\bar{I}_1 \quad \bar{I}_2]^T = [10 \angle -90^\circ \quad 15 \angle -60^\circ]^T = [-j10 \quad 15 \angle 30^\circ]^T \quad pu$$

$$\bar{I}_r = \bar{Y}_r \bar{V}_r \quad \bar{V}_r = [\bar{V}_1 \quad \bar{V}_2]^T$$

$$\bar{Y}_r = E - FH^{-1}F^T$$

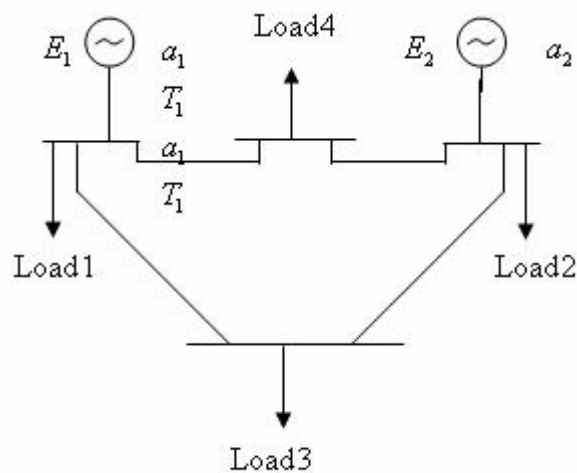
$$H^{-1} = \frac{-j}{134.25} \begin{bmatrix} 11.5 & 5 \\ 5 & 4.5 \end{bmatrix}$$

$$\bar{Y}_r = \begin{bmatrix} -j16.965 & +j0.373 \\ +j0.373 & -j23.87 \end{bmatrix}$$



شکل (۵-۱۱)

تمرین- در شبکه زیر داریم :



شکل (۵-۱۰)

$$ewf : \bar{E}_1 = 1.1 \angle 0^\circ pu \quad \bar{E}_2 = 1.5 \angle 10^\circ pu$$

$$Line : \bar{X}_{13} = j0.05 pu \quad \bar{X}_{12} = j0.025 pu \quad \bar{X}_{23} = j0.03 pu$$

$$Load : \bar{X}_{10} = j3 pu \quad \bar{X}_{20} = j1.0 pu \quad \bar{X}_{30} = j1.0 pu$$

$$Generator : \bar{X}_{G1} = j0.3 pu \quad \bar{X}_{G2} = j0.2 pu$$

با بررسی شبکه از دیدگاه بررسی مدارات الکتریکی مجهولات زیر را بدست آورید .

الف – رسم مدار الکتریکی شبکه نسبت به شین زمین

ب – ماتریس ادمیتانس شین

پ – حذف شین ۳ در ترسیم مدار الکترویکی شبکه جدید

ت – محاسبه ولتاژهای شین های تولید.

تمرین - در شبکه قدرت زیر داریم :

$$ewf : \bar{E}_1 = 2 \angle 0^\circ \quad \bar{E}_2 = 2.5 \angle 10^\circ \quad \bar{E}_3 = 2.2 \angle 20^\circ$$

$$react \tan ce : \quad MVA$$

Generator / transformers

$$G_1 T_1 = j1.0 \quad G_2 T_2 = j0.25 \quad G_3 T_3 = j2.5 pu$$

Load =

$$\bar{X}_{10} = j1.5 \quad \bar{X}_{20} = j2 \quad \bar{X}_{30} = j1.25 \quad \bar{X}_{40} = j2 pu$$

Line =

$$\bar{X}_{13} = j0.015 \quad \bar{X}_{14} = j0.02 \quad \bar{X}_{24} = j0.03 \quad \bar{X}_{23} = j0.04$$

با بررسی شبکه از دیدگاه بررسی پخش بار سیستمهای قدرت مجهولات زیر را بدست آورید : (بدون احتساب

شین زمین و نامشخص بودن شین مرجع)

الف – محاسبه ماتریس تلافی حلقه C و ماتریس تلافی شین A

ب – محاسبه ماتریس امپدانس حلقه \bar{Z}_{loop} و ماتریس ادمیتانس شین \bar{Y}_{bus}

پ – نوشتن معادلات و عناصر روشهای جریان حلقه و ولتاژ شین ها جهت محاسبه جریان حلقه ها و ولتاژ

شین های شبکه

ادامه فصل ششم

مطالعات پخش بار (توان) الکتریکی در سیستمهای قدرت

۸-۶ تحلیل پخش بار در مثال نمونه (شبکه با ۳ شین و ۳ خط انتقال - ژنراتور و بار مصرفی در تمام شینها)

در مثال نمونه تعداد ۱۸ متغیر در نظر گرفته شدند، عبارت دیگر برای هر شین و بسته به نوع و موقعیت آنها تعداد ۶ متغیر فرض می شود. براساس اطلاعات داده شده از بار مصرف، مقادیر متغیرهای اغتشاش یا مصرف در بردار D معلوم می باشند. بنابراین بایستی مقادیر ۱۲ عدد متغیر دیگر را معین نمود.

$$\text{Data} \begin{cases} P_{D1} , Q_{D1} \\ P_{D2} , Q_{D2} \\ P_{D3} , Q_{D3} \end{cases} \bar{Y}_{bus}$$

برای این مثال نمونه تعداد ۶ عدد معادلات پخش بار (SLFE) با نام f_1 تا f_6 بصورت زیر موجود می باشد.

$$\begin{cases} f_1 = P_1 - \sum_{j=1}^3 |V_1| |Y_{1j}| |V_j| \cos(\delta_1 - \delta_j - \theta_{1j}) = 0 \\ f_2 = P_2 - \sum_{j=1}^3 |V_2| |Y_{2j}| |V_j| \cos(\delta_2 - \delta_j - \theta_{2j}) = 0 \\ f_3 = P_3 - \sum_{j=1}^3 |V_3| |Y_{3j}| |V_j| \cos(\delta_3 - \delta_j - \theta_{3j}) = 0 \\ f_4 = Q_1 - \sum_{j=1}^3 |V_1| |Y_{1j}| |V_j| \sin(\delta_1 - \delta_j - \theta_{1j}) = 0 \\ f_5 = Q_2 - \sum_{j=1}^3 |V_2| |Y_{2j}| |V_j| \sin(\delta_2 - \delta_j - \theta_{2j}) = 0 \\ f_6 = Q_3 - \sum_{j=1}^3 |V_3| |Y_{3j}| |V_j| \sin(\delta_3 - \delta_j - \theta_{3j}) = 0 \end{cases}$$

بنابراین احتیاج به ۶ عدد معلومات اولیه (Prior Knowledge) داریم. متغیرهای معین شده و نامعلوم به قرار زیر می باشند:

$$\begin{array}{ll} (P_{G1} , Q_{G1}) & \\ (P_{G2} , Q_{G2}) & \text{متغیرهای معین شده (Specified)} \\ (P_{G3} , Q_{G3}) & \\ (\delta_1 , |V_1|) & \\ (\delta_2 , |V_2|) & \text{متغیرهای نامعلوم (Unknown)} \\ (\delta_3 , |V_3|) & \end{array}$$

پارامترهای توان تلفاتی کل اکتیو و راکتیو (P_{Loss}, Q_{Loss}) نیز مجهول می باشد.

$$P_{Loss} = \sum_{i=1}^3 (P_{Gi} - P_{Di})$$

$$P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} = P_{Loss} + P_{D1} + P_{D2} + P_{D3}$$

$$Q_{Loss} = \sum_{j=1}^3 (Q_{Gi} - Q_{Di})$$

$$Q_{G1} + Q_{G2} + Q_{G3} = Q_{Loss} + Q_{D1} + Q_{D2} + Q_{D3}$$

فرض می کنیم از دسته معادلات فوق اطلاعات تولید مربوط به ژنراتورهای ۲ و ۳ معلوم باشند. لذا متغیرهای معلوم به صورت زیر می توانند فرض شوند:

$$(P_{G2}, Q_{G2}) \propto |V_2|$$

$$(P_{G3}, Q_{G3}) \propto |V_3|$$

در آن صورت متغیرهای نامعلوم نیز به صورت زیر خواهد بود:

$$P_{G1} , Q_{G1}$$

$$\delta_1 , |V_1|$$

$$\delta_2 , |V_2|$$

$$\delta_3 , |V_3|$$

در این حالت ۶ معادله و ۸ مجهول داریم که برای حل آنها لازم است فرایض زیر مدنظر قرار گیرند:

۱. مقدار زاویه فاز ولتاژ یکی از شینها (شین مرجع) را صفر فرض کنیم

$$\delta_1 = 0$$

۲. اندازه ولتاژ یکی از شینها (شین مرجع) را معلوم فرض کنیم

$$|V_1| = \text{cte}$$

پس معلومات و مجهولات عبارتند از:

$$\text{Data} \begin{cases} P_{D1} , Q_{D1} \\ P_{D2} , Q_{D2} \\ P_{D3} , Q_{D3} \end{cases} , \text{ Knowledge} \begin{cases} |V_1| = \text{cte} , \delta_1 = 0 \\ P_{G2} , Q_{G2} \\ P_{G3} , Q_{G3} \end{cases} \Rightarrow \text{Unknown} \begin{cases} P_{G1} , Q_{G1} \\ |V_2| , \delta_2 \\ |V_3| , \delta_3 \end{cases}$$

اما در حالت عملی برای شینه‌های تولید (ژنراتور و خازن) ولتاژها معلوم و توانهای راکتیو مجهول فرض می‌شوند:

$$\text{Data} \begin{cases} (\text{load bus}) P_{D1} , Q_{D1} \\ (\text{load bus}) P_{D2} , Q_{D2} \\ (\text{load bus}) P_{D3} , Q_{D3} \end{cases} , \text{ Knowledge} \begin{cases} (\text{reference bus}) |V_1| , \delta_1 \\ (\text{generation bus}) P_{G2} , |V_2| \\ (\text{generation bus}) P_{G3} , |V_3| \end{cases} \Rightarrow \text{Unknown} \begin{cases} P_{G1} , Q_{G1} \\ Q_{G2} , \delta_2 \\ Q_{G3} , \delta_3 \end{cases}$$

در این صورت ۶ مجهول با ۶ معادله خواهیم داشت و پخش بار استاتیکی قابل حل خواهد بود.

لازم به ذکر است که شین ۱ به عنوان شین مرجع (slack bus یا reference bus) و ژنراتور G_1 نیز به عنوان ژنراتور مرجع می‌باشد. برای محاسبه توان تلافی کل اکتیو و راکتیو می‌توان از رابطه زیر استفاده نمود:

$$\sum_{i=1}^3 P_{Gi} = \sum_{i=1}^3 P_{Di} + P_{Loss}$$

$$\sum_{i=1}^3 Q_{Gi} = \sum_{i=1}^3 Q_{Di} + Q_{Loss}$$

۹-۶ معادلات پخش بار برای سیستم با تعداد شین n_{bus}

با استفاده از رابطه kcl یا گره در شین‌ها، جریان خالص یا تزریقی به شین i به صورت زیر نوشته میشود:

$$\bar{I}_i = \sum_{j=1}^{n_{bus}} \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j \quad i = 1, \dots, n_{bus}$$

توان ظاهری تزریقی در شین i هم با استفاده از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$\bar{S}_i = P_i + jQ_i = \bar{V}_i \bar{I}_i^* \quad i = 1, \dots, n_{bus}$$

با ترکیب روابط فوق رابطه زیر حاصل خواهد شد:

$$\bar{S}_i = P_i + jQ_i = \bar{V}_i \sum_{j=1}^{n_{bus}} \bar{Y}_{ij}^* \bar{V}_j^* = \sum_{j=1}^{n_{bus}} |V_i| |Y_{ij}| |V_j| e^{j(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})}$$

با مساوی قرار دادن قسمت‌های حقیقی و موهومی در رابطه بالا توان اکتیو و راکتیو به صورت زیر حاصل خواهد شد:

$$P_i = \sum_{j=1}^{n_{bus}} |V_i| |Y_{ij}| |V_j| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) = |V_i|^2 |Y_{ii}| \cos \theta_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_{bus}} |V_i| |Y_{ij}| |V_j| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^{n_{bus}} |V_i| |Y_{ij}| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) = -|V_i|^2 |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_{bus}} |V_i| |Y_{ij}| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

از دسته معادلات فوق می توان به فرم قطبی (polar form) معادلات پخش بار با تعداد $2n_{bus}$ رسید:

Load Flow Equations in Polar Form

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1 = P_1 - \sum_{j=1}^{n_{bus}} |V_1| |Y_{1j}| |V_j| \cos(\delta_1 - \delta_j - \theta_{1j}) = 0 \\ \dots \\ f_{n_{bus}} = P_{n_{bus}} - \sum_{j=1}^{n_{bus}} |V_{n_{bus}}| |Y_{n_{bus}j}| |V_j| \cos(\delta_{n_{bus}} - \delta_j - \theta_{n_{bus}j}) = 0 \\ \left\{ \begin{array}{l} f_{n_{bus}+1} = Q_1 - \sum_{j=1}^{n_{bus}} |V_1| |Y_{1j}| |V_j| \sin(\delta_1 - \delta_j - \theta_{1j}) = 0 \\ \dots \\ f_{2n_{bus}} = Q_{n_{bus}} - \sum_{j=1}^{n_{bus}} |V_{n_{bus}}| |Y_{n_{bus}j}| |V_j| \sin(\delta_{n_{bus}} - \delta_j - \theta_{n_{bus}j}) = 0 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

دسته معادلات فوق بصورت فرم غیر قطبی، گوشه ای یا کارتزین (Rectangular form) نیز می تواند نوشته شود که به صورت زیر است:

$$\bar{Y}_{ij} = |Y_{ij}| \angle \theta_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \Rightarrow \begin{cases} G_{ij} = |Y_{ij}| \cos \theta_{ij} \\ B_{ij} = |Y_{ij}| \sin \theta_{ij} \end{cases}$$

$$\bar{Y}_{ii} = |Y_{ii}| \angle \theta_{ii} = G_{ii} + jB_{ii} \Rightarrow \begin{cases} G_{ii} = |Y_{ii}| \cos \theta_{ii} \\ B_{ii} = |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} \end{cases}$$

$$\bar{V}_i = |V_i| \angle \delta_i = V_{p_i} + jV_{q_i} \Rightarrow \begin{cases} V_{p_i} = |V_i| \cos \delta_i \\ V_{q_i} = |V_i| \sin \delta_i \end{cases}$$

پس بطور مشابه می توان نوشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_i = \sum_{j=1}^{n_{bus}} V_{p_i} (V_{p_j} G_{ij} - V_{q_j} B_{ij}) + V_{q_i} (V_{q_j} G_{ij} + V_{p_j} B_{ij}) \\ Q_i = \sum_{j=1}^{n_{bus}} V_{q_i} (V_{p_j} G_{ij} - V_{q_j} B_{ij}) - V_{p_i} (V_{q_j} G_{ij} + V_{p_j} B_{ij}) \end{array} \right. \quad i = 1, \dots, n_{bus}$$

Load Flow Equations in Rectangular Form

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1 = P_1 - \sum_{j=1}^{n_{bus}} V_{p_1} (V_{p_j} G_{1j} - V_{q_j} B_{1j}) + V_{q_1} (V_{q_j} G_{1j} + V_{p_j} B_{1j}) = 0 \\ \dots \\ f_{n_{bus}} = P_{n_{bus}} - \sum_{j=1}^{n_{bus}} V_{p_{n_{bus}}} (V_{p_j} G_{n_{bus}j} - V_{q_j} B_{n_{bus}j}) + V_{q_{n_{bus}}} (V_{q_j} G_{n_{bus}j} + V_{p_j} B_{n_{bus}j}) = 0 \\ f_{n_{bus}+1} = Q_1 - \sum_{j=1}^{n_{bus}} V_{q_1} (V_{p_j} G_{1j} - V_{q_j} B_{1j}) - V_{p_1} (V_{q_j} G_{1j} + V_{p_j} B_{1j}) = 0 \\ \dots \\ f_{2n_{bus}} = Q_{n_{bus}} - \sum_{j=1}^{n_{bus}} V_{q_{n_{bus}}} (V_{p_j} G_{n_{bus}j} - V_{q_j} B_{n_{bus}j}) - V_{p_{n_{bus}}} (V_{q_j} G_{n_{bus}j} + V_{p_j} B_{n_{bus}j}) = 0 \end{array} \right.$$

state variable model

۱۰-۶ مدل متغیر حالت

با تعریف بردارهای اغتشاش کنترل و حالت و سپس نوشتن معادلات پخش بار SLFE نسبت به آنها فرم برداری معادلات پخش بار استاتیکی SLFE با بعد $2n_{bus}$ را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$F(X, U, D) = \begin{bmatrix} f_1(X, U, D) \\ f_2(X, U, D) \\ \dots \\ f_{2n_{bus}}(X, U, D) \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

در اینصورت بردارهای X, U, D با بعد $2n_{bus}$ مربوط به یک سیستم قدرت با تعداد n_{bus} شین به صورت زیر خواهند بود:

$$D = \begin{bmatrix} d_1 \\ \dots \\ d_{2n_{bus}} \end{bmatrix}_{2n_{bus}} = \begin{bmatrix} P_{D1} \\ Q_{D1} \\ \dots \\ P_{Dn_{bus}} \\ Q_{Dn_{bus}} \end{bmatrix}_{2n_{bus}} = \begin{bmatrix} P_{D1} \\ \dots \\ P_{Dn_{bus}} \\ Q_{D1} \\ \dots \\ Q_{Dn_{bus}} \end{bmatrix}_{2n_{bus}}$$

$$U = \begin{bmatrix} u_1 \\ \dots \\ u_{2n_{bus}} \end{bmatrix}_{2n_{bus}} = \begin{bmatrix} P_{G1} \\ Q_{G1} \\ \dots \\ P_{Gn_{bus}} \\ Q_{Gn_{bus}} \end{bmatrix}_{2n_{bus}} = \begin{bmatrix} P_{G1} \\ \dots \\ P_{Gn_{bus}} \\ Q_{G1} \\ \dots \\ Q_{Gn_{bus}} \end{bmatrix}_{2n_{bus}}$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_{2n_b} \end{bmatrix}_{2n_{bus}} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ |V_1| \\ \dots \\ \delta_{n_{bus}} \\ |V_{n_{bus}}| \end{bmatrix}_{2n_{bus}} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \dots \\ \delta_{n_{bus}} \\ |V_1| \\ \dots \\ |V_{n_{bus}}| \end{bmatrix}_{2n_{bus}}$$

در حالت عملی نیز ترانسفورماتورهای تغییر دهنده تپ زیر بار (LTC) و شیفتر دهنده فاز نیز در سیستم قدرت وجود دارند.

- وظیفه ترانسفورماتور تغییر دهنده تپ زیر بار ثابت نگه داشتن ولتاژ شین های مهم است.
- وظیفه ترانسفورماتور شیفتر فاز تنظیم قدرت جاری در خطوط انتقال با تنظیم زاویه بار است. (خطوط انتقال متصل به ترانسفورماتور)

ترانسفورماتورهای فوق عملیات تنظیم را بطور مستقل بر روی اندازه و زاویه فاز ولتاژ انجام میدهند. با تنظیم اندازه ولتاژ، سطح ولتاژ شین قابل تغییر بوده و با تنظیم زاویه فاز ولتاژ طول حقیقی خط تغییر می یابد.

اگر T ترانسفورماتور تغییر اتصال با تعداد n_{tap} اتصال و S ترانسفورماتور شیفتر فاز با تعداد n_{shift} شیفتر باشد متغیرهای $T + S$ در روابط بالا اضافه خواهند شد. این متغیرهای جدید جزو متغیرهای کنترل در بردار U قرار می گیرند.

تغییرات حاصله در بردار کنترل U باعث ایجاد تغییرات در ماتریس ادمینانس \bar{Y}_{bus} می شوند.

$$U = \begin{bmatrix} u_1 \\ \dots \\ u_{2n_{bus}} \\ u_{2n_{bus}+1} \\ \dots \\ u_{2n_{bus}+n_{tap}} \\ u_{2n_{bus}+n_{tap}+1} \\ \dots \\ u_{2n_{bus}+n_{tap}+n_{shift}} \end{bmatrix}_{2n_{bus}+n_{tap}+n_{shift}} = \begin{bmatrix} P_{G_1} \\ Q_{G_1} \\ \dots \\ P_{G_{n_{bus}}} \\ Q_{G_{n_{bus}}} \\ a_1 \\ \dots \\ a_{n_{tap}} \\ \varphi_1 \\ \dots \\ \varphi_{n_{shift}} \end{bmatrix}_{2n_{bus}+n_{tap}+n_{shift}} = \begin{bmatrix} P_{G_1} \\ \dots \\ P_{G_{n_{bus}}} \\ Q_{G_1} \\ \dots \\ Q_{G_{n_{bus}}} \\ a_1 \\ \dots \\ a_{n_{tap}} \\ \varphi_1 \\ \dots \\ \varphi_{n_{shift}} \end{bmatrix}_{2n_{bus}+n_{tap}+n_{shift}}$$

با حل معادلات پخش بار استاتیکی می توان قدرتهای جاري در خطوط انتقال بین شین ها را محاسبه نمود. بعنوان مثال خط انتقال i,j بین شینهای i و j را در نظر بگیرید. جریان خط i,j از شین i به سمت شین j به صورت زیر است:

$$\bar{I}_{i,j} = (\bar{V}_i - \bar{V}_j) \bar{Y}_{i,j} + \bar{V}_i \bar{Y}'_{i,j} / 2$$

قدرت ظاهري جاري در خط ij از شین i به سمت شین j نیز به صورت زیر خواهد بود:

$$\bar{S}_{i,j} = P_{i,j} + jQ_{i,j} = \bar{V}_i \bar{I}_{i,j}^*$$

$$\bar{S}_{i,j} = \bar{V}_i (\bar{V}_i^* - \bar{V}_j^*) \bar{Y}_{i,j} + |\bar{V}_i|^2 \bar{Y}'_{i,j} / 2$$

قدرت ظاهري در خط ji از شین j به سمت شین i هم به صورت زیر است:

$$\bar{S}_{j,i} = P_{j,i} + jQ_{j,i} = \bar{V}_j \bar{I}_{j,i}^*$$

$$\bar{S}_{j,i} = \bar{V}_j (\bar{V}_j^* - \bar{V}_i^*) \bar{Y}_{j,i} + |\bar{V}_j|^2 \bar{Y}'_{j,i} / 2$$

با تعريف $h_m(\mathbf{X}, \mathbf{U}) = \bar{S}_{i,j}$ به عنوان توان ظاهري جاري در خط i,j از شین i به سمت شین j و

$h'_m(\mathbf{X}, \mathbf{U}) = \bar{S}_{j,i}$ به عنوان توان ظاهري جاري در خط ji از شین j به سمت شین i ، برای سیستم قدرت با

n_{bus} شین و n_{line} خط انتقال خواهیم داشت:

$$\mathbf{H}(\mathbf{X}, \mathbf{U}) = \begin{bmatrix} h_1(\mathbf{X}, \mathbf{U}) \\ h'_1(\mathbf{X}, \mathbf{U}) \\ \dots \\ h_{n_{line}}(\mathbf{X}, \mathbf{U}) \\ h'_{n_{line}}(\mathbf{X}, \mathbf{U}) \end{bmatrix}_{2n_{line}}$$

برای شبکه قدرت نمونه و خطوط خواهیم داشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Line \#1 or 1.2} \\ h_1(\mathbf{X}, \mathbf{U}) = \bar{V}_1 (\bar{V}_1^* - \bar{V}_2^*) \bar{Y}_{1,2} + |\bar{V}_1|^2 \bar{Y}'_{1,2} / 2 \\ h'_1(\mathbf{X}, \mathbf{U}) = \bar{V}_2 (\bar{V}_2^* - \bar{V}_1^*) \bar{Y}_{2,1} + |\bar{V}_2|^2 \bar{Y}'_{2,1} / 2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Line \#2 or 1.3} \\ h_2(\mathbf{X}, \mathbf{U}) = \bar{V}_1 (\bar{V}_1^* - \bar{V}_3^*) \bar{Y}_{1,3} + |\bar{V}_1|^2 \bar{Y}'_{1,3} / 2 \\ h'_2(\mathbf{X}, \mathbf{U}) = \bar{V}_3 (\bar{V}_3^* - \bar{V}_1^*) \bar{Y}_{3,1} + |\bar{V}_3|^2 \bar{Y}'_{3,1} / 2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Line \#3 or 2.3} \\ h_3(\mathbf{X}, \mathbf{U}) = \bar{V}_2(\bar{V}_2^* - \bar{V}_3^*)\bar{Y}_{2,3}^* + |\bar{V}_3|^2 \bar{Y}_{2,3}^*/2 \\ h_3'(\mathbf{X}, \mathbf{U}) = \bar{V}_3(\bar{V}_3^* - \bar{V}_2^*)\bar{Y}_{3,2}^* + |\bar{V}_2|^2 \bar{Y}_{3,2}^*/2 \end{array} \right.$$

Practical constraints

۱۲-۶ محدودیت های عملی (قیدهای عملی)

این محدودیت ها در ارتباط با پارامترهای سیستم از قبیل حد ولتاژ، نرخ جریان خط و محدودیت در توان اکتیو و راکتیو است.

محدودیت‌های فوق بر اساس استاندارد طراحی مهندسی بنا شده اند. پارامترهای سیستم بایستی مبین قوانین کیرشهف و اهم باشند. در حالت خیلی ساده توان یا جریان تزریق شده به هر شین باید برابر با مقادیر خارج شده یا مصرف شده از شین باشد (extracted from bus) بنابراین مجموع توانهای اکتیو و راکتیو در هر شین باید صفر باشد.

از طرف دیگر در یک شبکه با n_{bus} شین تعداد $2n_{bus}$ معادلات پخش بار استاتیکی وجود دارد که با حل آنها تحلیل پخش بار شروع می شود. تحلیل نهایی پخش بار نیز در ارتباط با مسائل طراحی مهندسی و محدودیت‌های بهره برداری از سیستم خواهند بود. قیود فوق بیشتر بصورت نامساوی وجود دارند (inequalities) که بصورت زیر می باشند:

۱. قیود ژنراتور

اگر تعداد ژنراتورهای شبکه برابر n_{gen} باشد مقدار قدرت اکتیو و راکتیو تولیدی هر شین ژنراتور بایستی در محدوده مقادیر حداقل و حداکثر تولیدی باشد.

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{G_i, \min} \leq P_{G_i} \leq P_{G_i, \max} \\ Q_{G_i, \min} \leq Q_{G_i} \leq Q_{G_i, \max} \end{array} \quad i = 1, 2, \dots, n_{gen} \right.$$

۲. قید شین

اندازه ولتاژ هر شین نیز بخاطر وابستگی بین آن و توان راکتیو تولیدی بایستی در محدوده حداقل و حداکثر خود باشد. این قید برای تمام شین های شبکه باید در نظر گرفته شود:

$$|V_i|_{\min} \leq |V_i| \leq |V_i|_{\max} \quad i = 1, 2, \dots, n_{bus}$$

۳. قید ترانسفورماتور تبدیل اتصال

در اکثر این ترانسفورماتورها عملیات تبدیل اتصال یا تغییر تپ تحت شرایط بار داری صورت می گیرد. در این شرایط اپراتور برای تنظیم مقادیر هر شین بایستی از محل و موقعیت ترانسفورماتور آگاه باشد:

$$a_{i, \min} \leq a_i \leq a_{i, \max} \quad i = 1, 2, \dots, n_{tap}$$

۴. قید ترانسفورماتور شیفت فاز

$$\varphi_{i,\min} \leq \varphi_i \leq \varphi_{i,\max} \quad i = 1, 2, \dots, n_{\text{shift}}$$

۵. قید خط انتقال

مقدار توان یا جریان عبوری از خط انتقال نیایستی از حد مجاز آن بیشتر باشد.

$$|\bar{S}_i| \leq |\bar{S}_i|_{\max} \quad i = 1, 2, \dots, n_{\text{line}}$$

محدودیت موجود در توان ظاهری در خط انتقال در ارتباط با جابجایی فاز بین دو شین نیز موجود می باشد.

شین i و j :

$$|\delta_i - \delta_j| \leq |\delta_i - \delta_j|_{\max} \quad i, j = 1, 2, \dots, n_{\text{bus}}$$

Bus Classification

۶-۱۳ طبقه بندی شین ها

می دانیم در ارتباط با هر شین i شش کمیت $P_{D_i}, Q_{D_i}, P_{G_i}, Q_{G_i}, |V_i|, \delta_i$ وجود دارند.

Bus Type i	Bus Voltage		Generation		Load		Diagram
	$ V_i $	δ_i	P_{G_i}	Q_{G_i}	P_{D_i}	Q_{D_i}	
Swing, Reference or Slack Bus (without load) شین مرجع معمولا شین ۱	معلوم ... pu	معلوم 0°	نامعلوم	نامعلوم	معلوم 0 pu	معلوم 0 pu	
Swing, Reference or Slack Bus (with load) شین مرجع معمولا شین ۱	معلوم ... pu	معلوم 0°	نامعلوم	نامعلوم	معلوم ... pu	معلوم ... pu	
Voltage Control or PV Bus (without load) شین تولید ژنراتور/ خازن شین ۲ به بعد	معلوم ... pu	نامعلوم	معلوم ... pu	نامعلوم	معلوم 0 pu	معلوم 0 pu	

Voltage Control or PV Bus (with load) شین تولید ژنراتور / خازن شین ۲ به بعد	معلوم ... pu	نامعلوم	معلوم ... pu	نامعلوم	معلوم ... pu	معلوم ... pu	
Load or PQ Bus شین مصرف پس از آخرین شین تولید به بعد	نامعلوم	نامعلوم	معلوم 0 pu	معلوم 0 pu	معلوم ... pu	معلوم ... pu	
Connection Bus شین ارتباطی پس از آخرین شین تولید به بعد	نامعلوم	نامعلوم	معلوم 0 pu	معلوم 0 pu	معلوم 0 pu	معلوم 0 pu	

برای حل معادلات پخش بار بر اساس طبقه بندیهای فوق از روشهای حل تکراری استفاده می شود بنابراین لازم است تا برای پارامترهای مجهول، مقادیر اولیه یا پیش فرض تعیین شوند. این مقادیر برای انواع شینهایی فوق که در آن قسمتی از پارامترهای ولتاژ و توانهای تولیدی مجهول می باشند مطرح می باشند. مقادیر اولیه بصورت زیر در نظر گرفته می شوند.

$$|V_i| = 1 \text{ pu} \quad \delta_i = 0^\circ$$

$$P_{G_i} = 0 \text{ pu} \quad \text{or} \quad 0 \text{ MW}$$

$$Q_{G_i} = 0 \text{ pu} \quad \text{or} \quad 0 \text{ MVAR}$$

۱۴-۶ تحلیل پخش بار با روشهای تکراری

روشهای تکراری تنها راه برای حل معادلات پخش بار استاتیکی می باشد که بفرم غیر خطی نوشته شده اند. انواع روشهای تکرار عددی بصورت زیر طبقه بندی می شوند:

1. Gauss Iterative method
2. Gauss – Seidel method
3. Newton – Raphson method

۶-۱۵ روش تکراری گوس (با استفاده از ماتریس \bar{Y}_{bus}):

تابع تک بعدی و غیر خطی زیر را در نظر می گیریم:

$$f(x) = 0$$

مسئله پیدا کردن مقدار $x = x^*$ مشخصی است تا در رابطه فوق صدق نماید. می توان رابطه فوق را به رابطه زیر تبدیل نمود:

$$x = g(x)$$

یا به عبارتی می توان نوشت:

$$x = x + f(x) = g(x)$$

برای حل رابطه فوق از روش *method of successive approximations* استفاده می کنیم.

در این روش دنباله ای از مقادیر $x^{(0)}, x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(k)}, \dots$ ایجاد می شود که در رابطه زیر صدق می کنند:

$$x^{(k+1)} \equiv g(x^{(k)}) \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$x^{(0)} = \text{معلوم و اختیاری} \rightarrow x^{(1)} \text{ محاسبه} \rightarrow x^{(2)} \text{ محاسبه} \rightarrow \dots \rightarrow x^{(k)} \text{ محاسبه}$$

در حالتی که تعداد به سمت بی نهایت می رود جواب همگرا خواهد شد. $x \rightarrow \infty, x \rightarrow x^*$ همگرایی وقتی حاصل می شود که:

$$|x^{(k+1)} - x^{(k)}| < \varepsilon$$

برای یک تابع n بعدی خواهیم داشت:

$$f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

...

$$f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

که قابل تبدیل بصورت زیر است:

$$x_1 = g_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

...

$$x_n = g_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

با اعمال الگوریتم تکرار داریم:

$$x_1^{(k+1)} \equiv g_1(x_1^{(k)}, \dots, x_n^{(k)})$$

...

$$x_n^{(k+1)} \equiv g_n(x_1^{(k)}, \dots, x_n^{(k)})$$

$$\Rightarrow \mathbf{X}^{(k+1)} \equiv \mathbf{G}(\mathbf{X}^{(k)})$$

این روش را می توان بر روی معادلات پخش بار استاتیکی برای سیستمی با تعداد n_b شین اعمال کرد.

این روش در حالتی که هیچ "شین کنترل ولتاژ" یا "شین PV" وجود نداشته باشد مناسب است.
 عبارت دیگر روش فوق در سیستمی که دارای تعداد $n_b - 1$ "شین بار" یا "شین PQ" باشد مناسب است.
 (شین ۱ بعنوان شین حاوی ژنراتور و یا نام شین مرجع است.)

Case1: voltage control buses not present

در اینحالت در معادلات پخش بار استاتیکی تعداد $n_{bus} - 1$ شین بار و یک عدد شین مرجع وجود دارند. پس متغیرهای نامعلوم عبارتند از:

$$\bar{V}_i = |V_i| \angle \delta_i = |V_i| e^{j\delta_i} \quad i = 2, 3, \dots, n_{bus}$$

$$\bar{V}_1 = \text{معلوم} \quad \delta_1 = 0$$

پس از محاسبه مقادیر فوق توان ظاهری تزریقی در شین مرجع نیز بایستی محاسبه شود.

$$\bar{S}_1 = P_1 + jQ_1$$

برای محاسبه ولتاژ در شینهای بار از روابط پخش بار می توان نوشت:

$$\bar{S}_i = \bar{V}_i \bar{I}_i^* = \sum_{j=1}^{n_{bus}} \bar{V}_i \bar{Y}_{ij}^* \bar{V}_j^* \quad i = 2, \dots, n_{bus}$$

$$P_i + jQ_i = \bar{V}_i \bar{Y}_{ii}^* \bar{V}_i^* + \bar{V}_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_{bus}} \bar{Y}_{ij}^* \bar{V}_j^* \quad i = 2, \dots, n_{bus}$$

$$\bar{V}_i^* = \frac{1}{\bar{Y}_{ii}^*} \left(\frac{P_i + jQ_i}{\bar{V}_i} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_{bus}} \bar{Y}_{ij}^* \bar{V}_j^* \right) \quad i = 2, \dots, n_{bus}$$

$$\bar{V}_i = \frac{1}{\bar{Y}_{ii}} \left(\frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^*} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_{bus}} \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j \right) \quad i = 2, \dots, n_{bus}$$

با اعمال الگوریتم تکراری گوس بر روی رابطه پخش بار فوق می توان نوشت:

$$\bar{V}_i^{(k+1)} = \frac{1}{\bar{Y}_{ii}} \left(\frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^{*(k)}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_{bus}} \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j^{(k)} \right) \quad i = 2, \dots, n_{bus}$$

در رابطه پخش بار فوق پارامترهای $P_i, Q_i, \bar{Y}_{ii}, \bar{Y}_{ij}$ معلوم بوده و در پررود تکرار تغییر نمی کنند.

(بر اساس جدول طبقه بندی شین ها و اینکه فرض شده است فقط $n_{bus} - 1$ شین بار به همراه شین مرجع وجود دارد).

$$\bar{V}_1 = \text{معلوم} \quad \delta_1 = 0 \quad P_1 = P_{G_1} - P_{D_1} \quad Q_1 = Q_{G_1} - Q_{D_1} \quad \text{در شین مرجع داریم:}$$

$$\text{در شین بار داریم:} \quad (P_i = 0 - P_{D_i} = -P_{D_i} \quad Q_i = 0 - Q_{D_i} = -Q_{D_i}) \quad i = 2, \dots, n_{bus} \quad \text{معلوم } (|V_i|, \delta_i) \text{ نامعلوم}$$

پس می توان نوشت:

$$\bar{C}_i \equiv \frac{(P_i - jQ_i)}{\bar{Y}_{ii}} \quad , \quad \bar{D}_{ij} \equiv \frac{\bar{Y}_{ij}}{\bar{Y}_{ii}} \quad i = 2, \dots, n_{bus}$$

$$\bar{V}_i^{(k+1)} = \frac{\bar{C}_i}{\bar{V}_i^{*(k)}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_{bus}} \bar{D}_{ij} \bar{V}_j^{(k)} \quad i = 2, \dots, n_{bus}$$

طریقه محاسبه:

۱- محاسبه ماتریس ادمیتانس شین \bar{Y}_{bus}

۲- محاسبه پارامترهای \bar{D}_{ij} , \bar{C}_i $i = 2, \dots, n_{bus}$

۳- تعیین مقادیر اولیه برای $\bar{V}_i^{(0)}$ $i = 2, \dots, n_{bus}$

در حالت عادی برای شروع محاسبات از خاصیت ولتاژ یکنواخت و یکسان استفاده می شود.

$$\bar{V}_i^{(0)} = \bar{V}_1 \quad i = 2, \dots, n_{bus}$$

بعنوان مثال اگر

$$|V_1| = 1 \quad \delta_1 = 0$$

باشد در آن صورت :

$$\bar{V}_i^{(0)} = 1 + j0 \quad i = 2, \dots, n_{bus}$$

۴- انجام مراحل تکرار برای محاسبه ولتاژ شین ها $\bar{V}_i^{(k)}$

$$|\Delta \bar{V}_i^{(k)}| = |\bar{V}_i^{(k+1)} - \bar{V}_i^{(k)}| < \varepsilon \quad i = 2, \dots, n_{bus}$$

۵- محاسبه توان ظاهری شین ۱ (مرجع)

$$\bar{S}_1 = P_1 + jQ_1 = \bar{V}_1 \sum_{j=1}^{n_{bus}} \bar{Y}_{1j}^* \bar{V}_j^*$$

$$P_{G_1} = P_1 + P_{D_1}$$

$$Q_{G_1} = Q_1 + Q_{D_1}$$

۶- محاسبه توانهای جاری در خطوط انتقال

$$\bar{S}_{i,j} = P_{i,j} + jQ_{i,j} = \bar{V}_i (\bar{V}_i^* - \bar{V}_j^*) \bar{Y}_{i,j}^* + |V_i|^2 \bar{Y}_{i,j}^* / 2$$

$$\bar{S}_{j,i} = P_{j,i} + jQ_{j,i} = \bar{V}_j (\bar{V}_j^* - \bar{V}_i^*) \bar{Y}_{j,i}^* + |V_j|^2 \bar{Y}_{j,i}^* / 2$$

۷- محاسبه توانهای اکتیو و راکتیو تلفات کل:

$$\bar{S}_{LOSS} = \sum_{k=1}^{n_{line}} (\bar{S}_{i,j,k} + \bar{S}_{i,j,k})$$

$$\bar{S}_{LOSS} = P_{LOSS} + jQ_{LOSS}$$

۶-۱۶ روش گوس-سایدل (با استفاده از \bar{Y}_{bus})

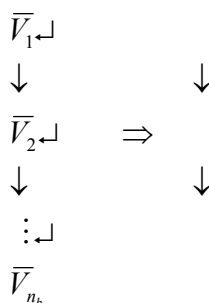
در این روش بر خلاف روش حذف گوس مقدار لحظه ای پارامتر مورد محاسبه ($V_i^{(k+1)}$) بلافاصله در محاسبات بجای مقدار قبلی پارامتر ($V_i^{(k)}$) قرار می گیرد و منتظر اتمام مراحل تکرار و استفاده از آن همانند روش حذف گوس نمی شویم.

$$\bar{V}_i^{(k+1)} = \frac{1}{\bar{Y}_{ii}} \left(\frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^{*(k)}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_{bus}} \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j^{(k)} \right) \quad i = 2, \dots, n_{bus}$$

$$\bar{V}_i^{(k+1)} = C_i / V_i^{*(k)} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_{bus}} D_{ij} \bar{V}_j^{(k)} \quad i = 2, \dots, n_{bus}$$

تکرار

1 2 n



$V_i^{(k+1)}$ که محاسبه شد بجای $V_i^{(k)}$ در محاسبه مقادیر ولتاژ شین های بعدی در مرحله $(k+1)$ استفاده می شود. در اینجالت همگرایی حل مسئله بر مراتب بیشتر و سریعتر خواهد بود.

Case2 : Voltage Control Buses Present

شین مرجع

1

شین های PV

2, ..., n_{gen}

شین های PQ

$n_{gen} + 1, \dots, n_{bus}$

برای شین های PV

$$\bar{V}_i^{(k+1)} = \frac{1}{\bar{Y}_{ii}} \left(\frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^{*(k)}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_{bus}} \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j^{(k)} \right) \quad i = 2, \dots, n_{gen}$$

$$\bar{V}_i^{(k+1)} = \frac{1}{\bar{Y}_{ii}} \left(\frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^{*(k)}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_{bus}} \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j^{(k)} \right) \quad i = n_{gen} + 1, \dots, n_{bus} \quad \text{برای شین های PQ}$$

برای شین های PV داریم:

$$Q_i^{(k)} = \sum_{j=1}^{n_{bus}} V_i^{(k)} Y_{ij} V_j^{(k)} \sin(\delta_i^{(k)} - \delta_j^{(k)} - \theta_{ij})$$

$$Q_i^{(k)} = \text{Imag} \left\{ \bar{V}_i \sum_{j=1}^{n_{bus}} \bar{Y}_{ij}^* \bar{V}_j^* \right\}$$

$$Q_i^{(k)} = - \sum_{j=1}^{n_{bus}} V_i^{(k)} Y_{ij} V_j^{(k)} \sin(-\delta_i^{(k)} + \delta_j^{(k)} + \theta_{ij})$$

$$Q_i^{(k)} = - \text{Imag} \left\{ \bar{V}_i^* \sum_{j=1}^{n_{bus}} \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j \right\}$$

√

$$Q_{G_i, \min} \leq Q_{G_i}^{(k)} \leq Q_{G_i, \max}$$

$$Q_{G_i, \min} - Q_{D_i} \leq Q_{G_i}^{(k)} - Q_{D_i} \leq Q_{G_i, \max} - Q_{D_i}$$

$$Q_{i, \min} \leq Q_i^{(k)} \leq Q_{i, \max}$$

حالت ۱ - هرگاه $Q_{i, \min} \leq Q_i^{(k)} \leq Q_{i, \max}$ در آن صورت در محاسبات ولتاژ شین تولید i در تکرار $(k+1)$ شین مذکور بصورت یک شین PV عمل نموده و پس از انجام محاسبات و تعیین فازور ولتاژ شین فقط زاویه فاز ولتاژ شین قابل قبول بوده و بجای اندازه ولتاژ شین از مقدار مشخص شده اندازه ولتاژ برای شین تولید $V_{i, \text{specified}}$ استفاده می شود.

$$\bar{V}_{i, \text{calculated}}^{(k+1)} \Rightarrow \begin{cases} V_{i, \text{calculated}}^{(k+1)} \leftarrow V_{i, \text{specified}} \sqrt{\text{اندازه ولتاژ شین}} \\ \delta_{i, \text{calculated}}^{(k+1)} \sqrt{\text{زاویه فاز ولتاژ شین}} \end{cases} \text{ قابل قبول} = \text{غیر قابل قبول}$$

قبول

حالت ۲ - هرگاه $Q_i^{(k)} > Q_{i, \max}$ در آن صورت فرض $Q_i^{(k)} = Q_{i, \max}$ را انجام داده و در محاسبات ولتاژ شین تولید i در تکرار $(k+1)$ شین مذکور بصورت یک شین PQ عمل نموده و پس از انجام محاسبات و تعیین فازور ولتاژ شین اندازه و زاویه فاز ولتاژ شین هر دو فقط در تکرار $(k+1)$ قابل قبول می باشند.

$$\bar{V}_{i, \text{calculated}}^{(k+1)} \Rightarrow \begin{cases} V_{i, \text{calculated}}^{(k+1)} \sqrt{\text{اندازه ولتاژ شین}} \\ \delta_{i, \text{calculated}}^{(k+1)} \sqrt{\text{زاویه فاز ولتاژ شین}} \end{cases} \text{ قابل قبول} = \text{غیر قابل قبول}$$

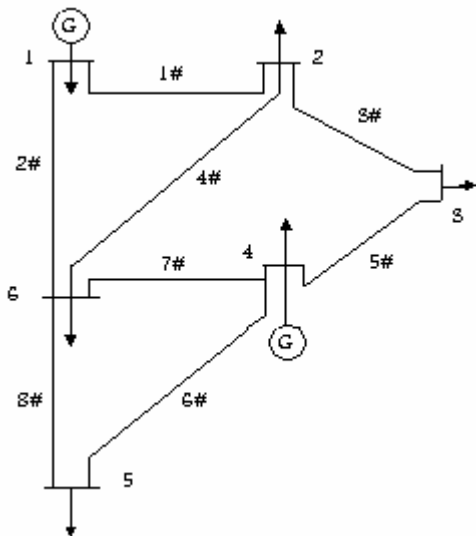
حالت ۳ - هرگاه $Q_i^{(k)} < Q_{i, \min}$ در آن صورت فرض $Q_i^{(k)} = Q_{i, \min}$ را انجام داده و در محاسبات ولتاژ شین تولید i در تکرار $(k+1)$ شین مذکور بصورت یک شین PQ عمل نموده و پس از انجام محاسبات و تعیین فازور ولتاژ شین اندازه و زاویه فاز ولتاژ شین هر دو فقط در تکرار $(k+1)$ قابل قبول می باشند.

$$\bar{V}_{i, \text{calculated}}^{(k+1)} \Rightarrow \begin{cases} V_{i, \text{calculated}}^{(k+1)} \sqrt{\text{اندازه ولتاژ شین}} \\ \delta_{i, \text{calculated}}^{(k+1)} \sqrt{\text{زاویه فاز ولتاژ شین}} \end{cases} \text{ قابل قبول} = \text{غیر قابل قبول}$$

ادامه فصل ششم

مطالعات پخش بار (توان) الکتریکی در سیستم‌های قدرت

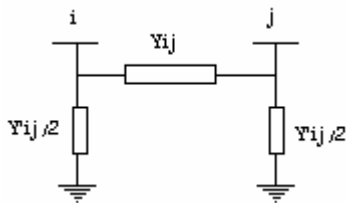
۱۷-۶ مثال نمونه تحلیل پخش بار با روش گوس- سایدل.



اطلاعات خطوط به صورت جدول زیر است:

شماره خط	از شین	به شین	$\bar{Z}_{i,j}$ (پریونیت)	$\bar{Y}'_{i,j}$ (پریونیت)
۱	۱	۲	0.077+j0.308	j0.06
۲	۱	۶	0.06+j0.242	j0.047
۳	۲	۳	0.083+j0.353	j0.082
۴	۲	۶	0.047+j0.198	j0.046
۵	۳	۴	0.055+j0.253	j0.055
۶	۴	۵	0.103+j0.411	j0.08
۷	۴	۶	0.077+j0.308	j0.06
۸	۵	۶	0.041+j0.176	j0.041

برای مدل سازی خط انتقال از مدار معادل π استفاده می شود.



$$\bar{Y}_{11} = \bar{Y}_{1,2} + \bar{Y}_{1,6} + \frac{1}{2}\bar{Y}'_{1,2} + \frac{1}{2}\bar{Y}'_{1,6} = 1.725 - j6.896 = 7.11 \angle -76^{\circ} pu$$

$$\bar{Y}_{12} = \bar{Y}_{21} = -\bar{Y}_{1,2} = -0.762 + j3.06 = 3.15 \angle 104^{\circ}$$

در صورت محاسبه ادمیتانس به صورت زیر علامت منفی به همراه فاز باید در نظر گرفته شود.

$$\bar{Y}_{12} = -\bar{Y}_{1,2} = -\frac{1}{Z_{1,2}} = \frac{-1 \angle 0^{\circ}}{0.077 + j0.308} = \frac{-1 \angle 0^{\circ}}{0.31748 \angle 75.96^{\circ}} = -3.15 \angle -75.96^{\circ}$$

مقدار فوق غلط است چون اندازه باید مثبت باشد. بنابراین روش انجام محاسبات صحیح به صورت زیر خواهد بود:

$$\bar{Y}_{12} = -\bar{Y}_{1,2} = -\frac{1}{Z_{1,2}} = \frac{1 \angle 180^{\circ}}{0.077 + j0.308} = \frac{1 \angle 180^{\circ}}{0.31748 \angle 75.96^{\circ}} = 3.15 \angle 104^{\circ} p.u.$$

$$\bar{Y}_{16} = \bar{Y}_{61} = -\bar{Y}_{1.6} = \frac{-1}{Z_{1.6}} = \frac{1 \angle 180}{Z_{1.6}} = -0.963 + j3.89 = 4.01 \angle 103.9^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{Y}_{13} = \bar{Y}_{14} = \bar{Y}_{15} = \bar{Y}_{31} = \bar{Y}_{41} = \bar{Y}_{51} = 0$$

$$\bar{Y}_{22} = \bar{Y}_{2.1} + \bar{Y}_{2.3} + \bar{Y}_{2.6} + \frac{1}{2} \bar{Y}'_{2.1} + \frac{1}{2} \bar{Y}'_{2.3} + \frac{1}{2} \bar{Y}'_{2.6} = 2.527 - j10.426 = 10.73 \angle -76.4^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{Y}_{23} = \bar{Y}_{32} = -0.631 + j2.68 = 2.76 \angle 103.2^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{Y}_{24} = \bar{Y}_{42} = \bar{Y}_{25} = \bar{Y}_{52} = 0$$

$$\bar{Y}_{26} = \bar{Y}_{62} = -1.134 + j4.78 = 4.91 \angle 103.4^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{Y}_{33} = 1.451 - j6.382 = 6.545 \angle -77.2^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{Y}_{34} = \bar{Y}_{43} = -0.82 + j3.77 = 3.86 \angle 102.3^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{Y}_{35} = \bar{Y}_{53} = \bar{Y}_{36} = \bar{Y}_{93} = 0$$

$$\bar{Y}_{44} = 2.158 - j9.023 = 9.277 \angle -76.5^\circ$$

$$\bar{Y}_{45} = \bar{Y}_{54} = -0.574 + j2.29 = 2.36 \angle 104.1^\circ$$

$$\bar{Y}_{46} = \bar{Y}_{64} = -0.764 + j3.06 = 3.15 \angle 104^\circ$$

$$\bar{Y}_{55} = 1.829 - j7.61 = 7.827 \angle -76.5^\circ$$

$$\bar{Y}_{56} = \bar{Y}_{65} = -1.255 + j5.38 = 5.53 \angle 103.1^\circ$$

$$\bar{Y}_{66} = 4.116 - j17.013 = 17.504 \angle -76.4$$

اطلاعات شينهاي سيستم قدرت

Bus	$ V $ pu	δ °	Generation (MW)	Generation (MVAR)	Load (MW)	Load (MVAR)	نوع شين	$Q_{G,\min}$ (MVAR)	$Q_{G,\max}$ (MVAR)
1	1.05	0°	?	?	80	30	مرجع	-	-
2	?	?	0	0	75	25	بار	-	-
3	?	?	0	0	120	50	بار	-	-
4	1.02	?	230	?	60	30	کنترل ولتاژ	-70	90
5	?	?	0	0	85	40	بار	-	-
6	?	?	0	0	110	50	بار	-	-

- حدس اولیه برای ولتاژهای شین های بار

$$\bar{V}_2^0 = \bar{V}_3^0 = \bar{V}_5^0 = \bar{V}_6^0 = 1 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

$$S_{base} = 100 \text{ MVA}$$

- ولتاژ شین مرجع و کنترل ولتاژ

$$\bar{V}_1 = 1.05 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{V}_4^{(0)} = 1.02 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

- $i=2$ محاسبه ولتاژ شین شماره ۲ $(k=0) \bar{V}_2^{(1)}$

$$P_2 = P_{G2} - P_{D2} = (0 - 75) \times \frac{1}{100} = -0.75 \text{ pu}$$

$$Q_2 = Q_{G2} - Q_{D2} = (0 - 25) \times \frac{1}{100} = -0.25 \text{ pu}$$

$$\bar{V}_2^{(k+1)} = \frac{1}{\bar{Y}_{22}} \left(\frac{P_2 - jQ_2}{\bar{V}_2^{*(k)}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 2}}^6 \bar{Y}_{2j} \bar{V}_j^{(k)} \right)$$

$$\bar{V}_2^{(1)} = \frac{1}{\bar{Y}_{22}} \left(\frac{P_2 - jQ_2}{\bar{V}_2^{*(0)}} - (\bar{Y}_{21} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{23} \bar{V}_3^{(0)} + \bar{Y}_{24} \bar{V}_4^{(0)} + \bar{Y}_{25} \bar{V}_5^{(0)} + \bar{Y}_{26} \bar{V}_6^{(0)}) \right)$$

$$\bar{V}_2^{(1)} = \frac{1}{10.73 \angle -76.4^\circ} \left\{ \frac{-0.75 + j0.25}{1 \angle -0^\circ} - \left[(3.15 \angle 104^\circ)(1.05 \angle 0) + (2.76 \angle 103.2^\circ)(1 \angle 0) + (0)(1 \angle 0) + (0)(1 \angle 0) + (4.91 \angle 103.4)(1 \angle 0) \right] \right\}$$

$$\bar{V}_2^{(1)} = 0.9862 \angle -3.74^\circ \text{ pu}$$

$(k=0) \bar{V}_3^{(1)}$

$i=3$ محاسبه ولتاژ شین ۳

$$P_3 = P_{G3} - P_{D3} = (0 - 120) \times \frac{1}{100} = -1.2 \text{ pu}$$

$$Q_3 = Q_{G3} - Q_{D3} = (0 - 50) \times \frac{1}{100} = -0.5 \text{ pu}$$

$$\bar{V}_3^{(k+1)} = \frac{1}{\bar{Y}_{33}} \left(\frac{P_3 - jQ_3}{\bar{V}_3^{*(k)}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 3}}^6 \bar{Y}_{3j} \bar{V}_j^{(k)} \right)$$

$$\bar{V}_3^{(1)} = \frac{1}{\bar{Y}_{33}} \left(\frac{P_3 - jQ_3}{\bar{V}_3^{*(0)}} - (\bar{Y}_{31} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{32} \bar{V}_2^{(0 \rightarrow 1)} + \bar{Y}_{34} \bar{V}_4^{(0)} + \bar{Y}_{35} \bar{V}_5^{(0)} + \bar{Y}_{36} \bar{V}_6^{(0)}) \right)$$

$$\bar{V}_3^{(1)} = 0.9204 \angle -12.00^\circ \text{ pu}$$

پس ابتدا Q_4 را محاسبه می کنیم:

$$Q_4 = Q_{G4} - Q_{D4} = Q_{G4} - 30$$

$$\begin{cases} \bar{S}_4 = P_4 + jQ_4 = \bar{V}_4 \sum_{j=1}^6 \bar{Y}_{4j}^* \bar{V}_j^* \\ Q_4 = \text{Imag} \left\{ \bar{V}_4 \sum_{j=1}^6 \bar{Y}_{4j}^* \bar{V}_j^* \right\} \end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} P_4 - jQ_4 = \bar{V}_4 \sum_{j=1}^6 \bar{Y}_{4j} \bar{V}_j \\ Q_4 = -\text{Imag} \left\{ \bar{V}_4 \sum_{j=1}^6 \bar{Y}_{4j} \bar{V}_j \right\} \end{cases}$$

در صورتی که $\bar{V}_i^{(k+1)}$ تولید شده باشد، در آن صورت در محاسبات توان راکتیو $\bar{V}_i^{(k)} \rightarrow \bar{V}_i^{(k+1)}$ قرار می دهیم.

$$\begin{aligned} Q_4^{(k)} &= -\text{Imag} \left\{ \bar{V}_4^{*(k)} \sum_{j=1}^6 \bar{Y}_{4j} \bar{V}_j^{(k)} \right\} \\ Q_4^{(0)} &= -\text{Imag} \left\{ \bar{V}_4^{*(0)} \left(\bar{Y}_{41} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{42} \bar{V}_2^{(0 \rightarrow 1)} + \bar{Y}_{43} \bar{V}_3^{(0 \rightarrow 1)} + \bar{Y}_{44} \bar{V}_4^{(0)} + \bar{Y}_{45} \bar{V}_5^{(0)} + \bar{Y}_{46} \bar{V}_6^{(0)} \right) \right\} \\ Q_4^{(0)} &= \text{Imag} \left\{ (1.02 \angle -0^\circ) \left[(3.86 \angle +102.3^\circ)(0.9204 \angle -12^\circ) + (9.277 \angle -76.5^\circ)(1.02 \angle 0^\circ) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. (2.36 \angle +104.1^\circ)(1 \angle 0^\circ) + (3.15 \angle +104^\circ)(1 \angle 0^\circ) \right] \right\} = 0.3084 \text{ pu} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} -70 \leq Q_{G4} \leq 90 \text{ MVAR} \\ -70 - 30 \leq Q_{G4} - Q_{D4} \leq 90 - 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-70}{100} \leq Q_{G4} \leq \frac{90}{100} \text{ pu} \\ \frac{-100}{100} \leq Q_4 \leq \frac{60}{100} \text{ pu} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -0.7 \leq Q_{G4} \leq 0.9 \text{ pu} \\ -1.0 \leq Q_4 \leq 0.6 \text{ pu} \end{cases}$$

$$\Rightarrow Q_{4,\min} = -100 \text{ MVAR} = -1.0 \text{ pu}, Q_{4,\max} = -60 \text{ MVAR} = -0.6 \text{ pu}$$

$$-1.0 \leq Q_4 \leq 0.6$$

$$-1.0 \leq Q_4^{(0)} = 0.3084 \leq 0.6$$

$$P_4 = P_{G4} - P_{D4} = (230 - 60) \times \frac{1}{100} = 1.7 \text{ pu}$$

پس در این مرحله از تکرار شین ۴ شین کنترول ولتاژ حاصل می شود و ممکن است مقدار اندازه ولتاژ آن در ۱،۰۲ (در تکرار صفر) ثابت بماند.

$$\bar{V}_4^{(k+1)} = \frac{1}{\bar{Y}_{44}} \left(\frac{P_4 - jQ_4^{(k)}}{\bar{V}_4^{*(k)}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 4}}^6 \bar{Y}_{4j} \bar{V}_j^{(k)} \right)$$

$$\bar{V}_4^{(1)} = \frac{1}{\bar{Y}_{44}} \left(\frac{P_4 - jQ_4^{(0)}}{\bar{V}_4^{*(0)}} - \left(\bar{Y}_{41} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{42} \bar{V}_2^{(0 \rightarrow 1)} + \bar{Y}_{43} \bar{V}_3^{(0 \rightarrow 1)} + \bar{Y}_{45} \bar{V}_5^{(0)} + \bar{Y}_{46} \bar{V}_6^{(0)} \right) \right)$$

$$\bar{V}_4^{(1)} = \frac{1}{9.277 \angle -76.5^\circ} \left\{ \frac{1.7 - j0.3084}{1.02 \angle -0^\circ} - \left[(3.86 \angle 102.3^\circ)(0.9204 \angle -12^\circ) + (2.36 \angle 104.1^\circ)(1 \angle 0^\circ) + \right. \right. \\ \left. \left. (3.15 \angle 103.4^\circ)(1 \angle 0^\circ) \right] \right\}$$

$$\bar{V}_4^{(1)} = 1.0441 \angle 4.72^\circ \text{ pu} \Rightarrow \bar{V}_4^{(1)} = 1.02 \angle 4.72^\circ \text{ pu}$$

$i=5$ ولتاژ شین بار ۵ (تکرار $K=0$)

$$P_5 = P_{G5} - P_{D5} = (0 - 85) \times \frac{1}{100} = -0.85 \text{ pu}$$

$$Q_5 = Q_{G5} - Q_{D5} = (0 - 40) \times \frac{1}{100} = -0.4 \text{ pu}$$

$$\bar{V}_5^{(k+1)} = \frac{1}{\bar{Y}_{55}} \left(\frac{P_5 - jQ_5}{\bar{V}_5^{*(k)}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 5}}^6 \bar{Y}_{5j} \bar{V}_j^{(k)} \right)$$

$$\bar{V}_5^{(1)} = \frac{1}{\bar{Y}_{55}} \left(\frac{P_5 - jQ_5}{\bar{V}_5^{*(0)}} - (\bar{Y}_{51} \bar{V}_1^{(0)} + \bar{Y}_{52} \bar{V}_2^{(0 \rightarrow 1)} + \bar{Y}_{53} \bar{V}_3^{(0 \rightarrow 1)} + \bar{Y}_{54} \bar{V}_4^{(0 \rightarrow 1)} + \bar{Y}_{56} \bar{V}_6^{(0)}) \right)$$

$$\bar{V}_5^{(1)} = 1.0125 \angle 1.34^\circ \text{ pu}$$

$i=6$ ولتاژ شین بار ۶ (تکرار $K=6$)

$$P_6 = P_{G6} - P_{D6} = (0 - 110) \times \frac{1}{100} = -1.1 \text{ pu}$$

$$Q_6 = Q_{G6} - Q_{D6} = (0 - 50) \times \frac{1}{100} = -0.5 \text{ pu}$$

$$\bar{V}_6^{(k+1)} = \frac{1}{\bar{Y}_{66}} \left(\frac{P_6 - jQ_6}{\bar{V}_6^{*(k)}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 6}}^6 \bar{Y}_{6j} \bar{V}_j^{(k)} \right)$$

$$\bar{V}_6^{(1)} = \frac{1}{\bar{Y}_{66}} \left(\frac{P_6 - jQ_6}{\bar{V}_6^{*(0)}} - (\bar{Y}_{61} \bar{V}_1^{(0)} + \bar{Y}_{62} \bar{V}_2^{(0 \rightarrow 1)} + \bar{Y}_{63} \bar{V}_3^{(0 \rightarrow 1)} + \bar{Y}_{64} \bar{V}_4^{(0 \rightarrow 1)} + \bar{Y}_{65} \bar{V}_5^{(0 \rightarrow 1)}) \right)$$

$$\bar{V}_6^{(1)} = 1.0191 \angle 0.1834^\circ \text{ pu}$$

- محاسبه اختلاف ولتاژ بین مرحله ۱ و ۰ :

$$\Delta \bar{V}_2^{(1)} = \left| \bar{V}_2^{(1)} - \bar{V}_2^{(0)} \right| = \left| 0.9862 \angle -3.74^\circ - 1 \angle 0^\circ \right| = 0.06636 \text{ pu} > 10^{-4} = \varepsilon$$

$$\Delta \bar{V}_3^{(1)} = \left| \bar{V}_3^{(1)} - \bar{V}_3^{(0)} \right| = \left| 0.9204 \angle -12^\circ - 1 \angle 0^\circ \right| = 0.21583 \text{ pu} > \varepsilon$$

$$\Delta \bar{V}_4^{(1)} = \left| \bar{V}_4^{(1)} - \bar{V}_4^{(0)} \right| = \left| 1.02 \angle -4.72^\circ - 1.02 \angle 0^\circ \right| = 0.02555 \text{ pu} > \varepsilon$$

$$\Delta \bar{V}_5^{(1)} = \left| \bar{V}_5^{(1)} - \bar{V}_5^{(0)} \right| = \left| 1.0125 \angle 1.34^\circ - 1 \angle 0^\circ \right| = 0.02555 \text{ pu} > \varepsilon$$

$$\Delta \bar{V}_6^{(1)} = \left| \bar{V}_6^{(1)} - \bar{V}_6^{(0)} \right| = \left| 1.0191 \angle 0.1834^\circ - 1 \angle 0^\circ \right| = 0.01934 \text{ pu} > \varepsilon$$

بنابر این بایستی محاسبات در مرحله بعدی برای $k=1$ تکرار شود.

- i=2 ولتاژ شین بار ۲، مرحله k=1

$$\bar{V}_2^{(k+1=2)} = \frac{1}{\bar{Y}_{22}} \left(\frac{P_2 + jQ_2}{\bar{V}_2^{*(1)}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 2}}^6 \bar{Y}_{2j} \bar{V}_j^{(1)} \right)$$

$$\bar{V}_2^{(2)} = \frac{1}{\bar{Y}_{22}} \left(\frac{P_2 - jQ_2}{\bar{V}_2^{*(1)}} - (\bar{Y}_{21} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{23} \bar{V}_3^{(1)} + Y_{24} \bar{V}_4^{(1)} + \bar{Y}_{25} \bar{V}_5^{(1)} + \bar{Y}_{26} \bar{V}_6^{(1)}) \right)$$

$$\bar{V}_2^{(2)} = \frac{1}{10.73 \angle -76.4^\circ} \left\{ \frac{-0.75 + j0.25}{0.986 \angle 3.72^\circ} - \left((3.15 \angle 104^\circ)(1.05 \angle 0^\circ) + (2.76 \angle 103.2^\circ)(0.9204 \angle -12^\circ) + (4.91 \angle 103.4^\circ)(1.019 \angle 0.1834^\circ) \right) \right\}$$

$$\bar{V}_2^{(2)} = 0.9686 \angle -6.52^\circ \text{ pu}$$

$$\Delta \bar{V}_2^{(2)} = |\bar{V}_2^{(2)} - \bar{V}_2^{(1)}| = 0.05057 > \varepsilon$$

- i=3 ولتاژ شین بار ۳ مرحله k=1

$$\bar{V}_3^{(2)} = \frac{1}{\bar{Y}_{33}} \left(\frac{P_3 + jQ_3}{\bar{V}_3^{*(1)}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 3}}^6 \bar{Y}_{3j} \bar{V}_j^{(1)} \right)$$

$$\bar{V}_3^{(2)} = \frac{1}{\bar{Y}_{33}} \left(\frac{P_3 - jQ_3}{\bar{V}_3^{*(1)}} - (\bar{Y}_{31} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{32} \bar{V}_2^{(1 \rightarrow 2)} + Y_{34} \bar{V}_4^{(1)} + \bar{Y}_{35} \bar{V}_5^{(1)} + \bar{Y}_{36} \bar{V}_6^{(1)}) \right)$$

$$\bar{V}_3^{(2)} = \frac{1}{6.545 \angle -77.2^\circ} \left\{ \frac{-1.2 + j0.5}{0.9063 \angle 11.96^\circ} - \left((2.76 \angle 103.2^\circ)(0.9686 \angle -6.52^\circ) + (3.86 \angle 102.3^\circ)(1.02 \angle 4.72^\circ) \right) \right\}$$

$$\bar{V}_3^{(2)} = 0.8583 \angle -9.75^\circ \text{ pu}$$

$$\Delta \bar{V}_3^{(2)} = |\bar{V}_3^{(2)} - \bar{V}_3^{(1)}| = 0.07130 > \varepsilon$$

- i=4 ولتاژ شین کنترل ولتاژ (کنترل شده) مرحله k=1

دقت: در محاسبه Q_4 بایستی از $|\bar{V}_{4, \text{specified}}| = 1.02$ داده شده استفاده شود:

در صورتی که در مراحل قبل شین ۴ بصورت PV نبوده و رفتار شین PQ داشته باشد اندازه ولتاژ V_4 برابر مقدار محاسباتی در نظر گرفته شده و تا اینجا در محاسبات از مقدار محاسباتی آن استفاده می شود.

اما بایستی دقت نمود که هنگام محاسبه Q_4 در مرحله بعد حتما به جای اندازه V_4 از مقدار $|\bar{V}_{4,specified}| = 1.02$ استفاده شود. یعنی آن را به صورت شین PV در نظر گرفت با اینکه ممکن است در مرحله قبل رفتار PQ داشته باشد.

بعبارت دیگر در محاسبات تکرار قبلی شین تولید چه بصورت PV باشد $k \rightarrow \bar{V}_4^{(k)} = V_{4,specified} \angle \delta_4^{(k)}$ یا بصورت PQ تغییر حالت دهد $k \rightarrow \bar{V}_4^{(k)} = V_4^{(k)} \angle \delta_4^{(k)}$ در آن صورت در محاسبات $Q_4^{(k)}$ شین تولید را بصورت PV در نظر می گیریم. $\bar{V}_4^{(k)} = V_{4,specified} \angle \delta_4^{(k)}$.

$$Q_4^{(k)} = \text{Imag} \left\{ \bar{V}_4^{(k)} \sum_{j=1}^6 \bar{Y}_{4j}^* \bar{V}_j^{*(k)} \right\}$$

$$Q_4^{(k)} = -\text{Imag} \left\{ \bar{V}_4^{*(k)} \sum_{j=1}^6 \bar{Y}_{4j} \bar{V}_j^{(k)} \right\}$$

اما در محاسبات $Q_4^{(1)}$ داریم:

$$Q_4^{(1)} = -\text{Imag} \left\{ \bar{V}_4^{*(1)} \sum_{j=1}^6 \bar{Y}_{4j} \bar{V}_j^{(1)} \right\}$$

$$Q_4^{(1)} = -\text{Imag} \left\{ \bar{V}_4^{*(1)} (\bar{Y}_{41} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{42} \bar{V}_2^{(1)} + \bar{Y}_{43} \bar{V}_3^{(1)} + \bar{Y}_{44} \bar{V}_4^{(1)} + \bar{Y}_{45} \bar{V}_5^{(1)} + \bar{Y}_{46} \bar{V}_6^{(1)}) \right\}$$

$$Q_4^{(1)} = -\text{Imag} \left\{ (1.02 \angle -4.72^\circ) \left[(3.86 \angle 102.3^\circ)(0.8583 \angle -9.75^\circ) + \right. \right.$$

$$\left. (9.277 \angle -76.5^\circ)(1.02 \angle 4.72^\circ) + (2.36 \angle 104.1^\circ)(1.0125 \angle 1.34^\circ) + \right.$$

$$\left. (3.15 \angle 104^\circ)(1.0191 \angle 0.1834^\circ) \right\} = 0.7613 \text{ pu}$$

$$-1 \text{ pu} \leq Q_4 \leq 0.6 \text{ pu} < Q_4^{(1)} \Rightarrow Q_4^{(1)} = 0.6 \text{ pu}$$

در محدوده قابل قبول نیست. پس شین کنترل شده با ولتاژ PV بصورت شین بار PQ عمل می کند.

بنابراین پس از محاسبه ولتاژ شین ۴ $\delta_4^{(2)}$ و $V_4^{(2)}$ حاصل از محاسبات قابل قبول خواهند بود.

$$\bar{V}_4^{(k+1)} = \frac{1}{\bar{Y}_{44}} \left(\frac{P_4 - jQ_4^{(k)}}{\bar{V}_4^{*(k)}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 4}}^6 \bar{Y}_{4j} \bar{V}_j^{(k)} \right)$$

$$\bar{V}_4^{(2)} = \frac{1}{\bar{Y}_{44}} \left(\frac{P_4 - jQ_4^{(1)}}{\bar{V}_4^{*(1)}} - (\bar{Y}_{41}\bar{V}_1 + \bar{Y}_{42}\bar{V}_2^{(1 \rightarrow 2)} + \bar{Y}_{43}\bar{V}_3^{(1 \rightarrow 2)} + \bar{Y}_{45}\bar{V}_5^{(1)} + \bar{Y}_{46}\bar{V}_6^{(1)}) \right)$$

$$\bar{V}_4^{(2)} = \frac{1}{9.277 \angle -76.5^\circ} \left\{ \frac{1.7 - j0.6}{1.02 \angle -2.84^\circ} - \left((3.86 \angle 102.3^\circ)(0.8583 \angle -9.75^\circ) + (2.36 \angle 104.1^\circ)(1.0125 \angle 1.34^\circ) + (3.15 \angle 104^\circ)(1.0191 \angle 0.1834^\circ) \right) \right\}$$

$$\bar{V}_4^{(2)} = 1.066 \angle 5.97^\circ \text{ pu} \Rightarrow \begin{cases} |\bar{V}_4^{(2)}| = 1.066 \text{ pu} \sqrt{} \\ \delta_4^{(2)} = 5.97^\circ \sqrt{} \end{cases}, \Delta V_4^{(2)} = |\bar{V}_4^{(2)} - \bar{V}_4^{(1)}| = 0.05218 > \varepsilon$$

$$\bar{V}_5^{(2)} = 1.0396 \angle 1.88^\circ \text{ pu}, \Delta V_5^{(2)} = |\bar{V}_5^{(2)} - \bar{V}_5^{(1)}| = 0.02883 > \varepsilon$$

$$\bar{V}_6^{(2)} = 1.0294 \angle -0.074^\circ \text{ pu}, \Delta V_6^{(2)} = |\bar{V}_6^{(2)} - \bar{V}_6^{(1)}| = 0.01318 > \varepsilon$$

در نهایت خواهیم داشت :

در مرحله n ام

$$\bar{V}_1 = 1.05 \angle 0^\circ \text{ pu} \text{ و } \bar{V}_2 \text{ و } \bar{V}_3 \text{ و } \begin{cases} \bar{V}_4 = 1.02 \angle ? \text{ و } \bar{V}_5 \text{ و } \bar{V}_6 \\ \bar{Q} = ? \end{cases}$$

$$|\bar{V}_i^{(n)} - \bar{V}_i^{(n-1)}| < \varepsilon$$

شین مرجع:

$$\begin{cases} \bar{S}_1 = P_1 + jQ_1 = \bar{V}_1 \sum_{j=1}^6 \bar{Y}_{1j} \bar{V}_j^* \\ \bar{S}_1 = P_1 - jQ_1 = \bar{V}_1^* \sum_{j=1}^6 \bar{Y}_{1j} \bar{V}_j \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_{G1} = P_1 + P_{D1} \\ Q_{G1} = Q_1 + Q_{D1} \end{cases}$$

شین های PV:

$$Q_{i,\min} \leq Q_i \leq Q_{i,\max}$$

$$Q_i = -\text{Imag} \left\{ \bar{V}_i^* \sum_{j=1}^6 \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j \right\}$$

$$Q_{G_i} = Q_i + Q_{D_i}$$

جریان و توانهای جاری در خطوط:

$$\bar{I}_{i,j} = \frac{\bar{V}_i - \bar{V}_j}{Z_{i,j}} + \frac{1}{2} \bar{Y}'_{i,j} \bar{V}_i$$

$$\bar{S}_{i,j} = P_{i,j} + jQ_{i,j} = \bar{V}_i(\bar{V}_i^* - \bar{V}_j^*)\bar{Y}_{i,j}^* + |\bar{V}_i|^2 \bar{Y}_{i,j}^* / 2$$

$$\bar{S}_{j,i} = P_{j,i} + jQ_{j,i} = \bar{V}_j(\bar{V}_j^* - \bar{V}_i^*)\bar{Y}_{j,i}^* + |\bar{V}_j|^2 \bar{Y}_{j,i}^* / 2$$

محاسبه توانهای اکتیو و راکتیو تلفات کل:

$$\bar{S}_{LOSS} = \sum_{k=1}^{n_{line}} (\bar{S}_{i,j,k} + \bar{S}_{j,i,k})$$

$$\bar{S}_{LOSS} = P_{LOSS} + jQ_{LOSS}$$

۶-۱۸ روش نیوتن رافسون

با استفاده از این روش دسته معادلات غیر خطی بفرم خطی تبدیل شده و حل می گردند. از نظر همگرایی نیز این روش بمراتب سریعتر از روشهای قبلی است. فرض می کنیم تابع غیر خطی يك بعدی $f(x)$ موجود باشد. هرگاه $f(x)$ بیوسته در نقطه اولیه ($x^{(0)}$) باشد در آن صورت با بسط تیلور این تابع به سری تیلور روش حاصل خواهد شد.

حالت کلی روش حذف گوس

$$\begin{cases} f(x) \cong f(x^{(0)}) + (x - x^{(0)})f'(x^{(0)}) \\ f(x) = 0 \end{cases}$$

$$f(x^{(0)}) + (x - x^{(0)})f'(x^{(0)}) = 0 \Rightarrow x = x^{(0)} - \frac{f(x^{(0)})}{f'(x^{(0)})} = g(x)$$

$$x^{(1)} = x^{(0)} - \frac{f(x^{(0)})}{f'(x^{(0)})} \Rightarrow x^{(k+1)} = x^{(k)} - \frac{f(x^{(k)})}{f'(x^{(k)})}$$

مختصات قطبی (فرض اولیه: هیچ شین کنترل ولتاژ یا pv موجود نباشد).

هرگاه شین کنترل ولتاژ یا pv موجود نباشد در آن صورت تعداد $n_{bus}-1$ شین بار خواهیم داشت (و يك عدد شین مرجع)

$$i = 2, \dots, n_b - 1$$

$$\delta_i, |V_i| \quad Q_i, P_i \leftarrow$$

$$\delta_1, |V_1| \quad Q_1, P_1 \leftarrow$$

n_b-1 شین بار:

مجهول

معلوم

يك شين مرجع

معلوم

مجهول

هرگاه مقدار توان اکتیو و راکتیو تزریقی تعیین شده Specified در شینهایی بار برابر باشد با:

$$P_{i,Sch} = P_{i,Scheduled}$$

$$Q_{i,Sch} = Q_{i,Scheduled} \quad i = 2,3,\dots,n_b$$

(می خواهیم مقادیر ولتاژ را طوری تعیین محاسبه کنیم تا مقادیر P و Q محاسبه شده بطرف مقادیر $P_{i,Sch}$ و $Q_{i,Sch}$ هر شین نزدیک و منطبق شود.)

در این صورت با استفاده از مقادیر اولیه اندازه و زاویه فاز ولتاژ شینها مقادیر توان های اکتیو و راکتیو تزریقی شین های بار قابل محاسبه calculated است که در هر تکرار با بدست آمدن مقادیر بعدی اندازه و زاویه فاز ولتاژ مقادیر توان های اکتیو و راکتیو اصلاح می شوند تا به مقدار تعیین شده برسند.

$$\begin{cases} \Delta P_i^{(k)} = P_{i,Sch} - P_i^{(k)} \\ \Delta Q_i^{(k)} = Q_{i,Sch} - Q_i^{(k)} \end{cases} \quad i = 2,3,\dots,n_b$$

$$\begin{cases} P_i^{(k)} = \sum |V_i^{(k)}| |V_{ij}^{(k)}| |V_j^{(k)}| \cos(\delta_i^{(k)} - \delta_j^{(k)} - \theta_{ij}) \\ Q_i^{(k)} = \sum |V_i^{(k)}| |V_{ij}^{(k)}| |V_j^{(k)}| \sin(\delta_i^{(k)} - \delta_j^{(k)} - \theta_{ij}) \end{cases} \quad i = 2,3,\dots,n_b$$

لازم است تا روابط فوق بصورت ماتریس زیر نوشته شود:

$$\begin{bmatrix} \Delta P^{(k)} \\ \Delta Q^{(k)} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} J_1^{(k)} & \dots & J_2^{(k)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ J_3^{(k)} & \dots & J_4^{(k)} \end{bmatrix}}_{\text{Jacobian-Matrix}} \begin{bmatrix} \Delta \delta^{(k)} \\ \Delta V^{(k)} \end{bmatrix} \quad \underbrace{x^{(k+1)} - x^{(k)}}_{\Delta x^{(k)}} = \frac{f(x^{(k)})}{f'(x^{(k)})}$$

$$f(x^{(k)}) = -f'(x^{(k)}) \Delta x^{(k)}$$

ماتریس	بردار	ماتریس	بردار	ماتریس	بردار	ماتریس	بردار
$J_1 = \frac{\partial P}{\partial \delta}$	$J_2 = \frac{\partial P}{\partial V }$	$J_3 = \frac{\partial Q}{\partial \delta}$	$J_4 = \frac{\partial Q}{\partial V }$				

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = |V_i| |Y_{ij}| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \quad i \neq j$$

عناصر غیر قطری ماتریس J_1

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_b} |V_i| |Y_{ij}| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

عناصر قطري ماتريس J₁

$$\rightarrow \frac{\partial}{\partial \delta_i} (|V_i|^2 |Y_{ij}| \cos \theta_{ii}) = 0$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i| \|Y_{ij}\| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

عناصر غير قطري ماتريس J₂

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = 2|V_i| \|Y_{ij}\| \cos \theta_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_b} |Y_{ij}| \|V_j\| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

عناصر قطري ماتريس J₂

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| \|Y_{ij}\| \|V_j\| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \quad i \neq j$$

عناصر غير قطري ماتريس J₃

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_b} |V_i| \|Y_{ij}\| \|V_j\| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

عناصر قطري ماتريس J₃

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = |V_i| \|Y_{ij}\| \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \quad j \neq i$$

عناصر غير قطري ماتريس J₄

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -2|V_i| \|Y_{ij}\| \sin \theta_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_b} |Y_{ij}| \|V_j\| \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

عناصر قطري ماتريس J₄

رابطه ماتريسي (a) در زير مشخص است.

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_{n_b} \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_{n_b} \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} \cdots \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{n_b}} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} \cdots \frac{\partial P_2}{\partial |V_{n_b}|} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_{n_b}}{\partial \delta_2} \cdots \frac{\partial P_{n_b}}{\partial \delta_{n_b}} & \frac{\partial P_{n_b}}{\partial |V_2|} \cdots \frac{\partial P_{n_b}}{\partial |V_{n_b}|} \\ \dots & \dots \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} \cdots \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_{n_b}} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} \cdots \frac{\partial Q_2}{\partial |V_{n_b}|} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial Q_{n_b}}{\partial \delta_2} \cdots \frac{\partial Q_{n_b}}{\partial \delta_{n_b}} & \frac{\partial Q_{n_b}}{\partial |V_2|} \cdots \frac{\partial Q_{n_b}}{\partial |V_{n_b}|} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \vdots \\ \Delta \delta_{n_b} \\ \Delta |V_2| \\ \vdots \\ \Delta |V_{n_b}| \end{bmatrix}^{(k)}$$

روش محاسبه

۱- تشکیل ماتریس ادمیتانس شین \bar{Y}_{bus}

۲- تعیین مقادیر اولیه ولتاژها

$$|V_i^{(0)}| = 1, \delta_i^{(0)} \quad |V_i^{(0)}|, \delta_i^{(0)}, i = 2, 3, \dots, n_{bus}$$

۳- محاسبه توان های تزریقی اکتیو و راکتیو در شین های بار

$$(P_{i,sch}, Q_{i,sch}) \leftarrow (P_i, Q_i)$$

۴- محاسبه مقدار خطای توان های تزریقی $\Delta Q_i, \Delta P_i$

$$\begin{cases} \Delta P_i^{(k)} = P_{i,sch} - P_i^{(k)} \rightarrow \\ \Delta Q_i^{(k)} = Q_{i,sch} - Q_i^{(k)} \rightarrow \end{cases}$$

محاسبه شده بر مبنای مقادیر

و ولتاژ های فرضی و تکراری هر مرحله

۵- محاسبه اجزای ماتریس ژاکوبین بر اساس مقادیر $\delta_i^{(k)}, |V_i^{(k)}|$ (مقادیر اولیه و مقادیر محاسبه شده)

۶- محاسبه مقادیر $\Delta |V_i^{(k)}|, \Delta \delta_i^{(k)}$ با استفاده از رابطه (a) با معکوس کردن ماتریس ژاکوبین، اینکار بایستی توسط

روش های محاسباتی کامپیوتری صورت گیرد. بدین منظور می توان با استفاده از روش حذفی

گوس *gauss elimination* ماتریس ژاکوبین بصورت ماتریس بالا مثلثی در می آید.

۷- بر اساس مقادیر بدست آمده برای $\Delta |V_i^{(k)}|, \Delta \delta_i^{(k)}$ در مرحله ۶ مقادیر زاویه فاز و اندازازه ولتاژ شین ها در

$$\begin{cases} \delta_i^{(k+1)} = \delta_i^{(k)} + \Delta \delta_i^{(k)} \\ |V_i^{(k+1)}| = |V_i^{(k)}| + \Delta |V_i^{(k)}| \end{cases}$$

مرحله k بصورت زیر اصلاح می شود.

۸- مراحل تکرار محاسبات تا جایی ادامه دارد تا خطای مقادیر توان های اکتیو و راکتیو از مقدار در نظر گرفته کوچکتر شود.

$$\Delta P_i^{(k)} \leq \varepsilon$$

$$\Delta Q_i^{(k)} \leq \varepsilon$$

$$P_i, Q_i$$

$$\begin{cases} P_{i,j}, P_{j,i} \\ Q_{i,j}, P_{j,i} \end{cases}$$

$$P_{loss}, Q_{loss}$$

۹- محاسبه مقادیر توان های اکتیو و راکتیو تزریقی در شین مرجع

محاسبه مقادیر توان های اکتیو و راکتیو جاری در خطوط انتقال

محاسبه مقادیر توان های اکتیو و راکتیو تلفات کل

$$\begin{cases} P_i = |V_i| \left| \sum_{j=1}^{n_b} Y_{ij} \|V_j\| \right| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) = |V_i|^2 |Y_{ii}| \cos \theta_{ii} + |V_i| \left| \sum_{j=1}^{n_b} Y_{ij} \|V_j\| \right| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \\ Q_i = |V_i| \left| \sum_{j=1}^{n_b} Y_{ij} \|V_j\| \right| \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) = -|V_i|^2 |Y_{ii}| \sin \theta_{ii} + |V_i| \left| \sum_{j=1}^{n_b} Y_{ij} \|V_j\| \right| \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \end{cases}$$

$$\mathbf{J}_1 \begin{cases} \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -|V_i| \left| \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n_b} Y_{ij} \|V_j\| \right| \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) = \underbrace{-Q_i - |V_i|^2 |Y_{ii}| \sin \theta_{ii}}_{-Q_i - \text{Im}\{\bar{V}_i^* \bar{V}_i \bar{Y}_{ii}\}} = H_{ii} \\ \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = |V_i| \|Y_{ij}\| \|V_j\| \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) = H_{ij} \rightarrow -\text{Im}\{\bar{V}_i^* \bar{V}_j \bar{Y}_{ij}\} \end{cases}$$

$$\mathbf{J}_2 \begin{cases} \frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = 2|V_i| |Y_{ii}| \cos \theta_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_b} |Y_{ij}| \|V_j\| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \\ |V_i| \frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = 2|V_i|^2 |Y_{ii}| \cos \theta_{ii} + |V_i| \left| \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_b} Y_{ij} \|V_j\| \right| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) = \underbrace{P_i + |V_i|^2 |Y_{ii}| \cos \theta_{ii}}_{P_i + \text{Re}\{\bar{V}_i^* \bar{V}_i \bar{Y}_{ii}\}} = N_{ii} \\ \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i| \|Y_{ij}\| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \\ |V_j| \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i| \|Y_{ij}\| \|V_j\| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) = N_{ij} \rightarrow \text{Re}\{\bar{V}_i^* \bar{V}_j \bar{Y}_{ij}\} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = |V_i| \left| \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n_b} Y_{ij} \|V_j\| \right| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) = \underbrace{P_i - |V_i|^2 |Y_{ii}| \cos \theta_{ii}}_{P_i - \text{Re}\{\bar{V}_i^* \bar{V}_i \bar{Y}_{ii}\}} = J_{ii} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = -|V_i| \|Y_{ij}\| \|V_j\| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) = J_{ij} \rightarrow -\text{Re}\{\bar{V}_i^* \bar{V}_j \bar{Y}_{ij}\} \end{cases}$$

$$\mathbf{J}_4 \begin{cases} \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -2|V_i||Y_{ii}|\text{Sin}\theta_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_b} |Y_{ij}||V_j|\text{Sin}(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \\ |V_i| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -2|V_i|^2|Y_{ii}|\text{Sin}\theta_{ii} + |V_i| \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_b} |Y_{ij}||V_j|\text{Sin}(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) = \underbrace{Q_i - |V_i|^2|Y_{ii}|\text{Sin}\theta_{ii}}_{Q_i - \text{Im}\{\bar{V}_i^* \bar{V}_i Y_{ii}\}} = L_{ii} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = |V_i||Y_{ij}|\text{Sin}(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \\ |V_j| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = |V_i||Y_{ij}||V_j|\text{Sin}(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) = L_{ij} \rightarrow -\text{Im}\{\bar{V}_i^* \bar{V}_j Y_{ij}\} \end{cases}$$

پس رابطه (a) بصورت زیر نوشته می شود:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_{n_b} \\ \dots \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_{n_b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} \dots \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{n_b}} & |V_2| \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} \dots |V_{n_b}| \frac{\partial P_2}{\partial |V_{n_b}|} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_{n_b}}{\partial \delta_2} \dots \frac{\partial P_{n_b}}{\partial \delta_{n_b}} & |V_2| \frac{\partial P_{n_b}}{\partial |V_2|} \dots |V_{n_b}| \frac{\partial P_{n_b}}{\partial |V_{n_b}|} \\ \dots & \dots \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} \dots \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_{n_b}} & |V_2| \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} \dots |V_{n_b}| \frac{\partial Q_2}{\partial |V_{n_b}|} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial Q_{n_b}}{\partial \delta_2} \dots \frac{\partial Q_{n_b}}{\partial \delta_{n_b}} & |V_2| \frac{\partial Q_{n_b}}{\partial |V_2|} \dots |V_{n_b}| \frac{\partial Q_{n_b}}{\partial |V_{n_b}|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \vdots \\ \Delta \delta_{n_b} \\ \dots \\ \frac{\Delta |V_2|}{|V_2|} \\ \vdots \\ \frac{\Delta |V_{n_b}|}{|V_{n_b}|} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta V \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \frac{\Delta V}{V} \end{bmatrix}$$

در مرحله تشکیل ماتریس ژاکوبین برای هر شین کنترل شده ابتدا $|V_i| = |V_i|_{spec}$ قرار داده و مجدداً Q_i را محاسبه می کنیم. سپس محدودیت زیر را آزمایش می کنیم.

$$Q_{i,\min} \leq Q_i^{(k)} \leq Q_{i,\max}$$

برای شین کنترل ولتاژ i باید $Q_i^{(k)}$ در محدوده داده شده قرار گیرد

در این صورت در محاسبات باید از $Q_i^{(k)}, |V_i|_{spec}$ مورد قبول استفاده شود و تنها مجهول این شین فقط δ_i است.

در صورتیکه Q_i در محدوده مجاز قرار گیرد از Q_i محدوده پایین $Q_i^{(k)} = Q_{i,\min} \Rightarrow Q_i^{(k)} \leq Q_{i,\min}$ یا حد

بالای $Q_i^{(k)} \geq Q_{i,\min} \Rightarrow Q_i^{(k)} = Q_{i,\max}$ استفاده کرده و بجای $|V_i|_{spec}$ از مقدار $|V_i|$ مرحله قبل استفاده می شود. در

این حالت مجهولات این شین p_v که در این مرحله مانند یک شین p_Q خواهد بود برابر $|V_i|$ و δ_i است.

در این صورت:

$$\Delta Q_i^{(k)} = Q_{i,sch} - Q_i^{(k)} = Q_i^{(k-1)} - Q_i^{(k)}$$

و برای محاسبه $\frac{\Delta |V_i|^{(k)}}{|V_i|^{(k-1)}}$ با اضافه شدن این متغیر به بردار مجهولات یک سطر اضافی به بردار ΔQ نیز اضافه

می شود. در این صورت یک سطر و ستون اضافی در ماتریس ژاکوبین در قسمت J, L, N نیز خواهیم داشت.

در این صورت برای قرار دادن $|V_i|^{(k-1)}$ دیگر از مقدار ثابت $|V_i|_{spec}$ استفاده نمی شود بلکه دقیقاً مقدار اندازه ولتاژ

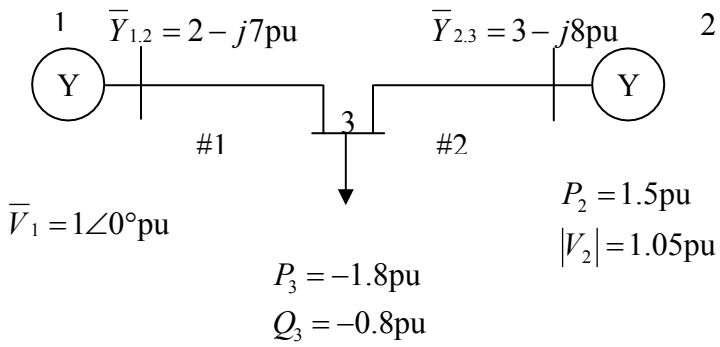
این شین در مرحله قبل را قرار می دهیم.

ستون i ام

$$\left[\begin{array}{cc|cc} H & & & \\ \hline & N & & \\ \hline j & & L & \\ \hline & & & \end{array} \right] \rightarrow \frac{\Delta V_i}{V_i} = 0 \rightarrow$$

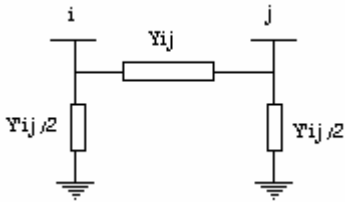
پس ستون i ام حذف می شود اما ماتریس ژاکوبین برای معکوس شدن باید مربع باشد بنابراین سطر i نیز باید حذف شود.

۶-۱۹ مثال تحلیل پخش بار با روش نیوتون-رافسون



از مدلی ساده خط استفاده شده است.

شماره خط	از شین	به شین	ادمیتانس خط $\bar{Y}_{i,j}$	$\bar{Y}'_{i,j}$
1	1	3	$2-j7$ pu	$j0$
2	2	3	$3-j8$ pu	$j0$



$$\bar{Y}_{11} = \bar{Y}_{1,2} = 2 - j7 = 7.28 \angle -74.05^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{Y}_{22} = \bar{Y}_{2,3} = 3 - j8 = 8.544 \angle -69.44^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{Y}_{33} = \bar{Y}_{3,1} + \bar{Y}_{3,2} = 5 - j15 = 15.81 \angle -71.57^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{Y}_{12} = \bar{Y}_{21} = 0$$

$$\bar{Y}_{13} = \bar{Y}_{31} = -\bar{Y}_{1,3} = -2 + j7 = 7.28 \angle 105.95^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{Y}_{23} = \bar{Y}_{32} = -\bar{Y}_{2,3} = -3 + j8 = 8.544 \angle 110.56^\circ \text{ pu}$$

اطلاعات شین ها

Bus	V	$\sigma^{(0)}$	Genaration ₁	Genaration	Load	Load	Q _{Gmin}	Q _{Gmax}
			$P_G (pu)$	$Q_G (pu)$	$P_D (pu)$	$Q_D (pu)$		
1	1	0	?	?	0	0		
2	1.05	?	1.5	?	0	0	-0.5	0.95
3	?	?	0	0	1.8	0.8		

$$\begin{aligned}
 \bar{V}_1 = 1 \angle 0 pu & \quad P_1 = P_{G_1} - P_{D_1} = P_{G_1} & \quad Q_1 = Q_{G_1} - Q_{D_1} = Q_{G_1} & \quad k = 0 \\
 \bar{V}_2 = 1.05 \angle \delta_2 pu & \quad P_2 = P_{G_2} - P_{D_2} = 1.5 & \quad Q_2 = Q_{G_2} - Q_{D_2} = Q_{G_2} \Rightarrow P_{2,sch} = 1.5 \\
 \bar{V}_3 = |V_3| \angle \delta_3 pu & \quad P_3 = P_{G_3} - P_{D_3} = -1.8 & \quad Q_3 = Q_{G_3} - Q_{D_3} = -0.8 \Rightarrow \begin{cases} P_{3,sch} = -1.8 \\ Q_{3,sch} = -0.8 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\bar{V}_1 = 1 \angle 0 \quad \bar{V}_2^{(0)} = 1.05 \angle 0 \quad \bar{V}_3^{(0)} = 1 \angle 0 \quad \text{حس اولیه و ولتاژها}$$

تشکیل ماتریس \bar{Y}_{bus}

$$\bar{Y}_{bus} = \begin{bmatrix} \overbrace{2 - j7}^{Pu} & 0 & -2 + j7 \\ 0 & 3 - j8 & -3 + j8 \\ -2 + j7 & -3 + j8 & 5 - j15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.28 \angle -74.05^\circ & 0 & 7.28 \angle 105.95^\circ \\ 0 & 8.544 \angle -69.44^\circ & 8.544 \angle 110.56^\circ \\ 7.28 \angle 105.95^\circ & 8.544 \angle 110.56^\circ & 15.81 \angle -71.57^\circ \end{bmatrix}$$

$$k = 1$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ J_{32} & J_{33} & L_{33} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \frac{\Delta |V_3|}{|V|^{(k-1)}} \end{bmatrix}^{(k)}$$

$$\begin{cases} P_2^{(1)} = |V_2^{(0)}| \left| \sum_{j=1}^3 Y_{2j} \|V_j^{(0)}\| \cos(\delta_2^{(0)} - \delta_j^{(0)} - \theta_{2j}) \right| = 0.1575 \text{ pu} \\ Q_2^{(1)} = |V_2^{(0)}| \left| \sum_{j=1}^3 Y_{2j} \|V_j^{(0)}\| \sin(\delta_2^{(0)} - \delta_j^{(0)} - \theta_{2j}) \right| = 0.42 \text{ pu} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} Q_{2,\min} \leq Q_2^{(1)} \leq Q_{2,\max} \\ |V_2| = 1.05 \end{aligned}$$

پس شین ۲ یک شین PV است بنابراین در مرحله $k=1$

$$\begin{cases} P_3^{(1)} = |V_3^{(0)}| \left| \sum_{j=1}^3 Y_{3j} \|V_j^{(0)}\| \cos(\delta_3^{(0)} - \delta_j^{(0)} - \theta_{3j}) \right| = -0.15 \text{ pu} \\ Q_3^{(1)} = |V_3^{(0)}| \left| \sum_{j=1}^3 Y_{3j} \|V_j^{(0)}\| \sin(\delta_3^{(0)} - \delta_j^{(0)} - \theta_{3j}) \right| = 0.4 \text{ pu} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta P_2^{(1)} = P_{2,sch} - P_2^{(1)} = 1.5 - 0.1575 = 1.3425 \text{ pu} \\ \Delta P_3^{(1)} = P_{3,sch} - P_3^{(1)} = -1.8 - (-0.15) = -1.65 \text{ pu} \\ \Delta Q_3^{(1)} = Q_{3,sch} - Q_3^{(1)} = -0.8 - (-0.4) = -0.4 \text{ pu} \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_{22}^{(1)} = -Q_2^{(1)} - |V_2^{(0)}|^2 |Y_{22}| \sin \theta_{22} = -0.42 - 1.05^2 (-8) = 8.4 \text{ pu} \\ H_{23}^{(1)} = |V_2^{(0)}| |Y_{23}| |V_3^{(0)}| \sin(\delta_2^{(0)} - \delta_3^{(0)} - \theta_{23}) = 1.05 \times |Y_{23}| \times 1 \sin(0 - 0 - \theta_{23}) = -1.05 \times 8 = -8.4 \text{ pu} \\ H_{32}^{(1)} = |V_3^{(0)}| |Y_{32}| |V_2^{(0)}| \sin(\delta_3^{(0)} - \delta_2^{(0)} - \theta_{32}) = -1.05 \times 8 = -8.4 \text{ pu} \\ H_{33}^{(1)} = -Q_3^{(1)} - |V_3^{(0)}|^2 |Y_{33}| \sin \theta_{33} = 0.4 - 1^2 (-15) = 15.4 \text{ pu} \end{cases}$$

$$\begin{cases} J_{32}^{(1)} = -|V_3^{(0)}| |Y_{32}| |V_2^{(0)}| \cos(\delta_3^{(0)} - \delta_2^{(0)} - \theta_{32}) = -1 \times |Y_{23}| \times 1.05 \cos(0 - 0 - \theta_{32}) = -(-3) \times 1.05 = 3.15 \text{ pu} \\ J_{33}^{(1)} = -P_3^{(1)} - |V_3^{(0)}|^2 |Y_{33}| \cos \theta_{33} = -0.15 - 1^2 \times 5 = -5.15 \text{ pu} \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_{23}^{(1)} = |V_2^{(0)}| |Y_{23}| |V_3^{(0)}| \cos(\delta_2^{(0)} - \delta_3^{(0)} - \theta_{23}) = 1.05 \times |Y_{23}| \times 1 \cos(0 - 0 - \theta_{23}) = 1.05 \times (-3) = -3.15 \text{ pu} \\ N_{33}^{(1)} = P_3^{(1)} + |V_3^{(0)}|^2 |Y_{33}| \cos \theta_{33} = -0.15 + 1^2 \times 5 = 4.85 \text{ pu} \end{cases}$$

$$L_{33}^{(1)} = Q_3^{(1)} - |V_3^{(0)}|^2 |Y_{33}| \sin \theta_{33} = -0.4 - 1^2 \times (-15) = 14.6 \text{ pu}$$

$$\begin{bmatrix} 1.3425 \\ -1.65 \\ -0.4 \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} 8.4 & -8.4 & -3.15 \\ -8.4 & 15.4 & 4.85 \\ 3.15 & -5.15 & 14.6 \end{bmatrix}^{(1)} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta |V_3| / |V_3|^{(0)} \end{bmatrix}^{(1)}$$

$$\begin{cases} \Delta\delta_2^{(1)} = 0.1079\text{rad} = 6.18^\circ \\ \Delta\delta_3^{(1)} = -0.0291\text{rad} = -1.67^\circ \\ \frac{\Delta|V_3|^{(1)}}{|V_3|^{(0)}} = -0.0609\text{pu} \Rightarrow \Delta|V_3|^{(1)} = |V_3|^{(0)} \times (-0.0609) = 1 \times (-0.0609) = -0.0609\text{pu} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \delta_2^{(1)} = \delta_2^{(0)} + \Delta\delta_2^{(1)} = 0 + 6.18 = 6.18^\circ \\ \delta_3^{(1)} = \delta_3^{(0)} + \Delta\delta_3^{(1)} = 0 - 1.67 = -1.67^\circ \\ |V_3|^{(1)} = |V_3|^{(0)} + \Delta|V_3|^{(1)} = 1 - 0.0609 = 0.9391\text{pu} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = 1 \angle 0^\circ \text{pu} \\ \bar{V}_2^{(1)} = 1.05 \angle 6.18^\circ \text{pu} \\ \bar{V}_3^{(1)} = 0.9391 \angle -1.67^\circ \text{pu} \end{cases}$$

در مرحله بعدی اگر

$$\begin{aligned} Q_2^{(2)} > Q_{2,\max} &\Rightarrow Q_2^{(2)} = Q_{2,\max} \\ Q_2^{(2)} < Q_{2,\min} &\Rightarrow Q_2^{(2)} = Q_{2,\min} \end{aligned}$$

پس شین ۲ در این حالت شین کنترل ولتاژ یا PV نیست و بصورت شین بار یا PQ عمل می کند .

$$\Delta Q^{(2)} = Q_{2,\text{sch}} - Q_2^{(2)} = Q_2^{(1)} - Q_2^{(2)}$$

در این صورت بایستی مقادیر δ_2 ، $\frac{\Delta|V_2|^{(2)}}{|V_2|^{(1)}}$ را به دست آورده و در قرار دادن $|V_2|^{(1)}$ به جای مقدار ثابت

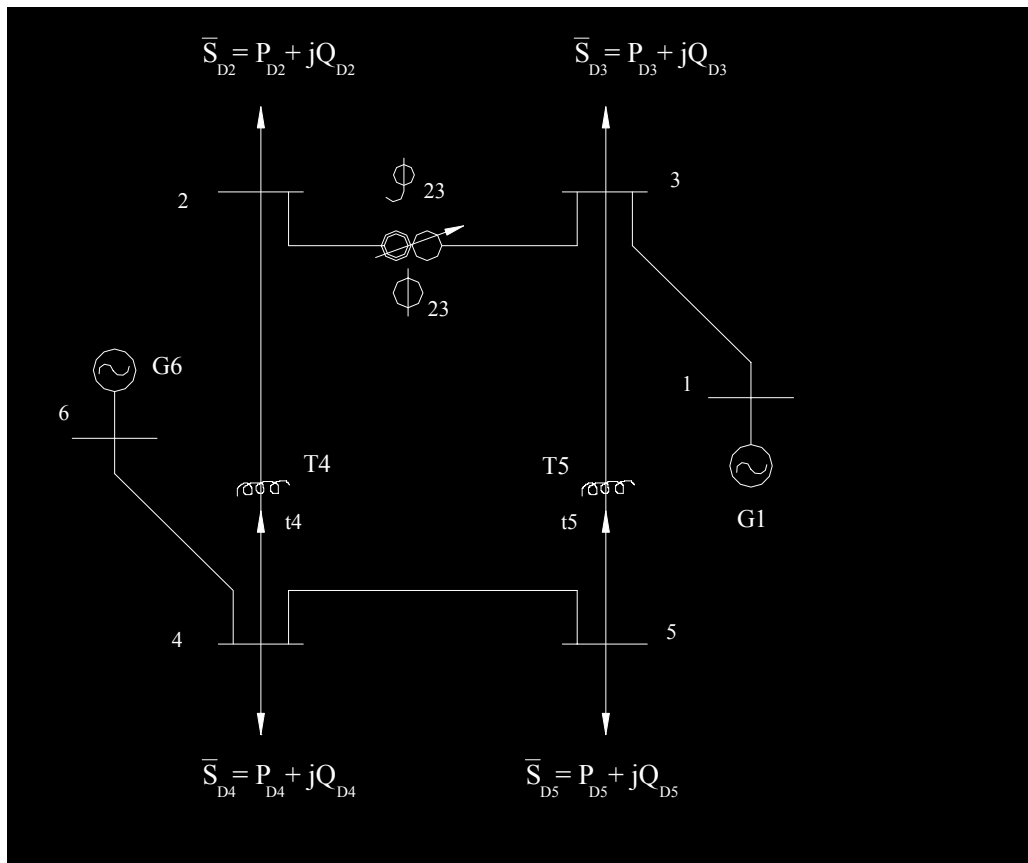
1.05 از همان اندازه ولتاژ شین ۲ در مرحله قبل استفاده شود. در اینجا بخاطر اینکه در مرحله قبل این شین بصورت PV عمل کرده است اندازه ولتاژ برابر 1.05 است .

علاوه بر این به بردار مجهولات $\frac{\Delta|V_2|^{(2)}}{|V_2|^{(1)}}$ و به بردار معلومات $\Delta Q^{(2)}$ و به ماتریس ژاکوبین المانهای زیر

اضافه می شود .

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \rightarrow \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}^{(2)} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & \downarrow N_{22} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & \downarrow N_{32} & N_{33} \\ \rightarrow J_{22} & \rightarrow J_{23} & \downarrow \rightarrow L_{22} & L_{23} \\ J_{32} & J_{33} & \downarrow L_{32} & L_{33} \end{bmatrix}^{(2)} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \rightarrow \Delta |V_2|/|V_2|^{(1)} \\ \Delta |V_3|/|V_3|^{(1)} \end{bmatrix}^{(2)}$$

T_5, T_4 ترانسفورماتورهای تبدیل وضعیت بار Load_Tap Changing(LTC) هستند که مقدار تپ آنها t_5, t_4 است و $|V_5|, |V_4|$ را تنظیم می کنند .



$$|V_4| \rightarrow |V_4|^{reg}$$

$$|V_5| \rightarrow |V_5|^{reg}$$

شین ۱ :شین مرجع

شین ۲-۵ : شینهای بار

شین ۶ : شین کنترل ولتاژ

φ_{23} ترانسفورماتور شیفیت فاز است با تنظیم φ_{23} این ترانسفورماتور مقدار قدرت اکتیو جاری شین خط 2.3 (از شین ۲ به ۳) P_{23} را تنظیم می کند .

$$P_{23} \rightarrow P_{23}^{reg}$$

$$H_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \quad N_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} |V_j| \quad J_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} \quad L_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} |V_j|$$

دو مسئله مهم وجود دارد :

۱- بایستی مقدار تنظیم t_5, t_4 tap را طوری بیابیم , مقدار ولتاژ در نقطه شینه‌های ۴ و ۵ در مقدار تنظیم شده قرار گیرند .

۲- مقدار φ_{23} بایستی طوری تنظیم شود تا مقدار قدرت اکتیو در خط ۲ و ۳ برابر مقدار تنظیمی قرار گیرد .

- در این صورت به صورت زیر عمل می کنیم :

اول مقادیر t_5, t_4 و φ_{23} را در مقادیر مشخصی ثابت می کنیم و سپس پخش بار نیوتون رافسون را طبق

معادلات فوق حل می کنیم تا مقادیر $\Delta|V_i|$ و $\Delta\delta_i$ به دست آیند . پس از هر بار محاسبه $\Delta|V_i|$ و $\Delta\delta_i$ مقادیر

تنظیمی t_5, t_4 و φ_{23} با روش نابجایی (همانند روش گوس - سایدل) بدست می آید:

- مقادیر $B_{2,3}, A_5, A_4$ بعنوان ضرایب تسریع acceleration factor مشخص می شوند .

$$\begin{cases} t_i^{new} = t_i^{old} + A_i (|V_i|^{reg} - |V_i|) & i = 4,5 \\ \varphi_{2,3}^{new} = \varphi_{2,3}^{old} + B_{2,3} (P_{2,3}^{reg} - P_{2,3}) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta P_5 \\ \Delta P_6 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta Q_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & H_{24} & 0 & 0 & N_{22} & N_{23} & N_{24} & 0 \\ H_{32} & H_{33} & 0 & H_{35} & 0 & N_{32} & N_{33} & 0 & N_{35} \\ H_{42} & 0 & H_{44} & H_{45} & H_{46} & N_{42} & 0 & N_{44} & N_{45} \\ 0 & H_{53} & H_{54} & H_{55} & 0 & 0 & N_{53} & N_{54} & N_{55} \\ 0 & 0 & H_{64} & 0 & H_{66} & 0 & 0 & N_{64} & 0 \\ \hline J_{22} & J_{23} & J_{24} & 0 & 0 & L_{22} & L_{23} & L_{24} & 0 \\ J_{32} & J_{33} & 0 & J_{35} & 0 & L_{32} & L_{33} & 0 & L_{35} \\ J_{42} & 0 & J_{44} & J_{45} & J_{46} & L_{42} & 0 & L_{44} & L_{45} \\ 0 & J_{53} & J_{54} & J_{55} & 0 & 0 & L_{53} & L_{54} & L_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta\delta_4 \\ \Delta\delta_5 \\ \Delta\delta_6 \\ \hline \Delta|V_2|/|V_2| \\ \Delta|V_3|/|V_3| \\ \Delta|V_4|/|V_4| \\ \Delta|V_5|/|V_5| \end{bmatrix}$$

تنظیمات اتوماتیک :

با متغیر فرض نمودن مقادیر t_5, t_4 و $\varphi_{2,3}$ (بجای مقادیر ثابت) می توان آنها را بطور خودکار تنظیم نمود . برای اینکه این دو سری متغیرها در محدوده قیدهای معادلات پخش بار صدق کند , لازم است تا مقادیر tap و شیفت فازی در دو مرحله جداگانه تنظیم شوند .

LTC یا تنظیم تبدیل بار ترانسفورماتور بصورت خودکار :

در اینحالت t_4 در محدوده مجاز خود طوری تنظیم می گردد تا قید $|V_4|^{reg} \rightarrow |V_4|$ حاصل شود . در اینحالت مقدار $|V_4|$ ثابت بوده و t_4 در رابطه ماتریسی داده شده باید بصورت یک متغیر جایگزین شود . بنابراین در هر شین i بصورت $LTC - regulated$ مقدار ولتاژ $|V_i|$ بایستی توسط متغیر t_i جایگزین شود . هرگاه شین j توسط ترانسفورماتور T_j با مقدار tap t_j بصورت LTC تنظیم شود متغیرهای C_{ij} و D_{ij} به ترتیب به جای N_{ij} و L_{ij} در ماتریس ژاکوبین قرار می گیرند . در آنصورت در ماتریس ژاکوبین داریم .

$$\begin{cases} N_{ij} \rightarrow C_{ij} \\ L_{ij} \rightarrow D_{ij} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial t_j} t_j \\ D_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial t_j} t_j \end{cases}$$

از طرف دیگر می دانیم t_j نمی تواند مانند $|V_j|$ بعنوان متغیر شین j محسوب شود .

هرگاه بین شین i و شین j ترانسفورماتور LTC T وجود نداشته باشد در آنصورت $C_{ij} = 0, D_{ij} = 0$. بعبارت دیگر مقادیر C_{ij}, D_{ij} غیر صفر نشان دهنده وجود ترانسفورماتور تنظیم در شین j است .

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta P_5 \\ \Delta P_6 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta Q_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & H_{24} & 0 & 0 & N_{22} & N_{23} & C_{24} & 0 \\ H_{32} & H_{33} & 0 & H_{35} & 0 & N_{32} & N_{33} & 0 & C_{35} \\ H_{42} & 0 & H_{44} & H_{45} & H_{46} & N_{42} & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & H_{53} & H_{54} & H_{55} & 0 & 0 & N_{53} & 0 & C_{55} \\ 0 & 0 & H_{64} & 0 & H_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline J_{22} & J_{23} & J_{24} & 0 & 0 & L_{22} & L_{23} & D_{24} & 0 \\ J_{32} & J_{33} & 0 & J_{35} & 0 & L_{32} & L_{33} & 0 & D_{35} \\ J_{42} & 0 & J_{44} & J_{45} & J_{46} & L_{42} & 0 & D_{44} & 0 \\ 0 & J_{53} & J_{54} & J_{55} & 0 & 0 & L_{53} & 0 & D_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta \delta_4 \\ \Delta \delta_5 \\ \Delta \delta_6 \\ \Delta V_2/|V_2| \\ \Delta V_3/|V_3| \\ \Delta V_4/|V_4| \\ \Delta V_5/|V_5| \end{bmatrix} \text{ or } \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta \delta_4 \\ \Delta \delta_5 \\ \Delta \delta_6 \\ \Delta V_2/|V_2| \\ \Delta V_3/|V_3| \\ \Delta V_4/|V_4| \\ \Delta V_5/|V_5| \end{bmatrix}$$

تنظیم خودکار ترانسفورماتور شیفت فاز :

در این صورت مقدار $\varphi_{2,3}$ باید طوری عمل کند تا مقدار P_{23} در مقدار P_{23}^{reg} تنظیم شود. پس $\varphi_{2,3}$ بعنوان یک متغیر وارد معادلات شده و مقدار $\Delta P_{2,3} = P_{2,3}^{reg} - P_{2,3}$ در طرف دیگر معادلات قرار می گیرد. در این حالت سطر وستون اضافی در ماتریس ژاکوبین تشکیل شده و المانهای آنها بصورت زیر خواهند بود.

فقط برای شینه‌های در دو طرف شیفت فاز ($i = 2,3$) و خط شامل ترانسفورماتور مانند شیفت فاز ($i,j = 2,3$)

$$\begin{cases} E_{i,i,j} = \frac{\partial P_i}{\partial \varphi_{i,j}} \\ F_{i,i,j} = \frac{\partial Q_i}{\partial \varphi_{i,j}} \end{cases} \text{ bus } i = 2,3, \text{ line } i,j = 2,3$$

به طور مشابه فقط برای خط شامل ترانسفورماتور مانند شیفت فاز ($i,j = 2,3$) نیز می توان نوشت.

$$\begin{cases} E_{i,j,i,j} = \frac{\partial P_{i,j}}{\partial \varphi_{i,j}} \\ F_{i,j,i,j} = \frac{\partial Q_{i,j}}{\partial \varphi_{i,j}} \end{cases} \text{ line } i,j = 2,3$$

بنابراین المانهای ماتریس ژاکوبین بصورت زیر خواهند بود.

$$\begin{cases} E_{2,2,3} = \frac{\partial P_2}{\partial \varphi_{2,3}} \\ E_{3,2,3} = \frac{\partial P_3}{\partial \varphi_{2,3}} \end{cases}, \begin{cases} F_{2,2,3} = \frac{\partial Q_2}{\partial \varphi_{2,3}} \\ F_{3,2,3} = \frac{\partial Q_3}{\partial \varphi_{2,3}} \end{cases}, \begin{cases} E_{2,3,2,3} = \frac{\partial P_{2,3}}{\partial \varphi_{2,3}} \end{cases}$$

در ماتریس فوق با اضافه شدن سطر مربوط به $\Delta P_{2,3}$ المانهای زیر نیز محاسبه می شوند.

$$\begin{cases} H_{2,3,2} = \frac{\partial P_{2,3}}{\partial \delta_2} \\ H_{2,3,3} = \frac{\partial P_{2,3}}{\partial \delta_3} \end{cases}, \begin{cases} N_{2,3,2} = \frac{\partial P_{2,3}}{\partial |V_2|} |V_2| \\ N_{2,3,3} = \frac{\partial P_{2,3}}{\partial |V_3|} |V_3| \end{cases}$$

از طرف دیگر داریم:

$$\Delta P_{2,3} = P_{2,3}^{reg} - P_{2,3}, \begin{cases} \Delta P_{2,3} \rightarrow 0 \\ P_{2,3} \rightarrow P_{2,3}^{reg} \end{cases} \Rightarrow \delta_2 - \delta_3 = \delta_{2,3} \rightarrow \delta_{2,3}^{reg}$$

پس با وارد شدن متغیر $\varphi_{2,3}$ در هر کدام از المانهای ماتریس ژاکوبین بدلیل تاثیرگذاری ترانسفورماتور شیفیت فاز در خط 2,3 المان های مربوطه بصورت قدری تغییر نموده و بنابراین در نمایش آنها در ماتریس ژاکوبین با علامت ' نشان داده می شوند. این المانها شامل H_{32}' ، H_{23}' ، N_{32}' ، N_{23}' ، J_{32}' ، J_{23}' ، L_{32}' و L_{23}' همچنین المانهای $H_{2,3,2}'$ ، $H_{2,3,3}'$ ، $N_{2,3,2}'$ و $N_{2,3,3}'$ می باشد.

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta P_5 \\ \Delta P_6 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta P_{2,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23}' & H_{24} & 0 & 0 & N_{22} & N_{23}' & C_{24} & 0 & E_{2,2,3} \\ H_{32}' & H_{33} & 0 & H_{35} & 0 & N_{32}' & N_{33} & 0 & C_{35} & E_{3,2,3} \\ H_{42} & 0 & H_{44} & H_{45} & H_{46} & N_{42} & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & H_{53} & H_{54} & H_{55} & 0 & 0 & N_{53} & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & H_{64} & 0 & H_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline J_{22} & J_{23}' & J_{24} & 0 & 0 & L_{22} & L_{23}' & D_{24} & 0 & F_{2,2,3} \\ J_{32}' & J_{33} & 0 & J_{35} & 0 & L_{32}' & L_{33} & 0 & D_{35} & F_{3,2,3} \\ J_{42} & 0 & J_{44} & J_{45} & J_{46} & L_{42} & 0 & D_{44} & 0 & 0 \\ 0 & J_{53} & J_{54} & J_{55} & 0 & 0 & L_{53} & 0 & D_{55} & 0 \\ \hline H_{2,3,2}' & H_{2,3,3}' & 0 & 0 & 0 & N_{2,3,2}' & N_{2,3,3}' & 0 & 0 & E_{2,3,2,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta \delta_4 \\ \Delta \delta_5 \\ \Delta \delta_6 \\ \Delta |V_2|/|V_2| \\ \Delta |V_3|/|V_3| \\ \Delta t_4/t_4 \\ \Delta t_5/t_5 \\ \varphi_{2,3} \end{bmatrix}$$

در شرایط عملی بایستی محدودیت تپ ترانسفورماتورها، بخصوص در حالتی که کنترل لحظه ای شین مربوطه توسط ترانسفورماتور و منبع توان راکتیو با توجه به جهت و طرف تپ متغیر ترانسفورماتور و براساس مقدار کنترل شده انجام می شود، مد نظر قرار گیرد.

در المانهای ماتریس ژاکوبین معمولاً حدود تپ ترانسفورماتورها لحاظ نمی شود. بلکه رعایت حدود مربوط به تپ ترانسفورماتورها در حین عملیات تکرار نیوتن انجام می پذیرد. در صورتیکه این تنظیم اضافی رعایت نشود در آنصورت ماهیت جبران سازی بقیه متغیرهای وابسته از بین خواهد رفت. انباشتگی عدم رعایت حدود تنظیمات فوق باعث تولید و گسترش خطا در حین و قبل از عملیات تنظیم می شود.

چنین مغایرت‌هایی را می‌توان بصورت جزئی و با روشهای ابداعی با کمترین تأثیرات در نظر گرفت. برای این کار در حین نتیجه‌گیری روبه عقب در محاسبات تکراری، تنظیمات کوچک اصلاح شده بجای تنظیمات محاسبه شده جایگذاری می‌شوند و علاوه بر آن اجازه داده می‌شود تا تأثیر آنها در بقیه تنظیمات انتشار یابد.

کنترل ولتاژ شینها توسط تنظیمات لحظه‌ای ترانسفورماتورها و منابع راکتیو در حالت کارکرد واقعی، محاسبات پخش بار را با مشکلاتی روبرو می‌سازد. برای این کار بایستی اولویتهای تنظیم بصورت استفاده از منابع راکتیو در ابتدا و سپس اعمال تنظیمات تپ ترانسفورماتورها در نظر گرفته شوند.

در این حالت به منظور فائق آمدن به مشکلات فوق پیشنهاد می‌شود تا یک قید موقتی (کمکی) بر روی منابع راکتیو از طریق ترانسفورماتورهای تنظیم (مشابه کنترل شیف‌ت فاز در توان اکتیو توسط خودش) در نظر گرفته شود. این کار باعث می‌شود تا سیستم در ابتدا بیشترین تأثیر را از منابع راکتیو داشته باشد. وقتی منابع راکتیو به آخرین حد تغییرات خود رسیدند در آنصورت قیود مربوط به توان راکتیو ترانسفورماتورها کنار گذاشته شده و کنترل مستقیم ترانسفورماتورها لحاظ می‌شوند.

فصل ششم

مطالعات پخش بار (توان) الکتریکی در سیستمهای قدرت

۱-۶ مقدمه

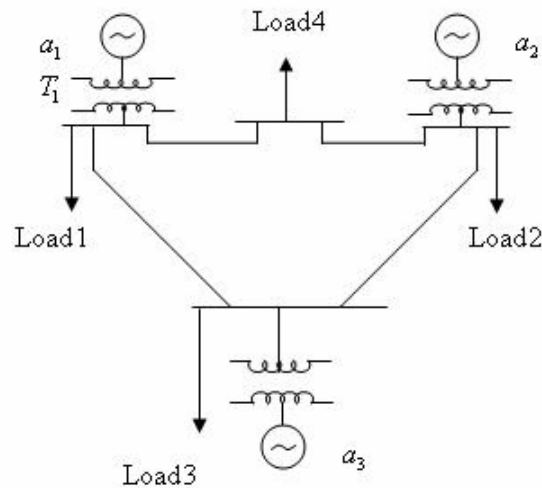
- هدف مطالعات بار در سیستمهای قدرت تعیین توانهای اکتیو و راکتیو جاری در شبکه است POWER FLOW
- همراه با هدف فوق تعیین مجهولات زیر نیز مد نظر می باشد (با استفاده از نتایج بدست آمده از پخش بار)
 - ۱- سطح ولتاژ شین ها bus bar voltage
 - ۲- تعیین اضافه ولتاژ در سیستم boost voltage
 - ۳- مقادیر جبرانی یا تعادلی توان راکتیو reactive power compensation
 - ۴- تعیین تلفات در سیستم تولید و انتقال loss of Generation and transmission circuits
 - ۵- چگونگی توزیع اقتصادی بار Economic Load Dispatch (ELD)توزیع بار شبکه بین شینهای تولید (نیروگاهها) به ترتیبی که هزینه کل سوخت مصرفی نیروگاهها کمینه گردد .
- ۶- بهینه سازی تلفات سیستم optimization of system losses
- ۷- بررسی پایداری سیستم stability check analysis
- ۸- بررسی امنیت سیستم security of the system
- ۹- توسعه طراحی آینده سیستم future development of the system
- ۱۰- بهره برداری رضایت بخش از نواحی بهم پیوسته سیستمهای قدرت satisfactory operation of inter-connected systems
- ۱۱- بررسی تاثیر بارها و خطوط انتقال جدید و افزوده شده به سیستم

effects of new loads and transmission lines

- در مدل سازي رياضي مطالعات پخش بار به معادلات غير خطي خواهيم رسيد . اين معادلات به صورت ماتريسي ادميتانس و امپدانس شين ها قابل نوشتن است بخاطر انجام راحت تغيرات شبکه برروي ماتريس ادميتانس شين ها در بررسي و حل معادلات غير خطي فوق با استفاده از کامپيوتر از روش مربوط به ولتاژ و شين ها استفاده مي شود . همينطور از نقطه نظر زمان محاسباتي و حافظه استفاده شده در کامپيوتر روش ولتاژ شين ها با ماتريس ادميتانس شين ها مناسب است .

۲-۶ مدل سازي اجزاي سيستمهاي قدرت درحالت ثابت وساکن(پايدار) Steady-state

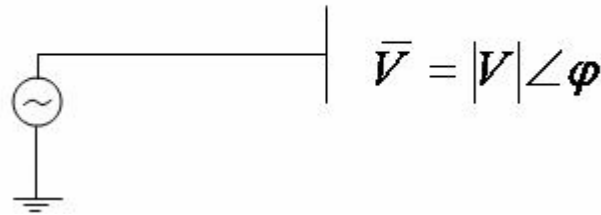
مطالعات پخش بار معمولاً اطلاعات سيستم را در وضعيت ss ارائه مي دهد . بنابر اين لازم است تا مدل سازي اجزاي سيستم قدرت در دياگرام تکفاز انجام گيرد . اين اجزا شامل مدلسازي رياضي بصورت زير هستند :



شکل (۹-۵)

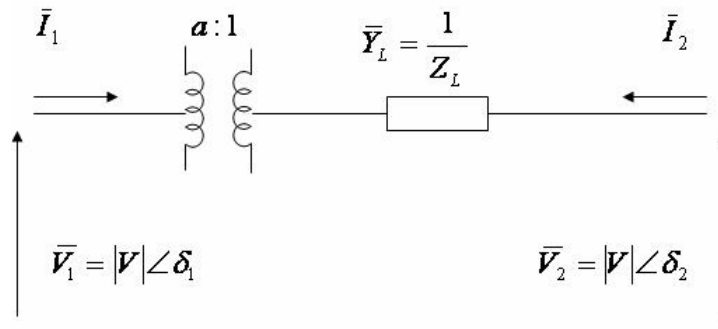
- ۱- ژنراتورهاي سنكرون
- ۲- ترانسفورماتورهاي قدرت
- ۳- اتو ترانسفورماتور و ترانسفورماتور شيفت قدرت
- ۴- خطوط انتقال قدرت
- ۵- بارهاي مصرفي

$$\bar{S}_G = P_G + jQ_G$$



شکل (۶-۵)

ژنراتورهای سنکرون انرژی دورانی مکانیکی در توربین را به انرژی الکتریکی با جریان متناوب و فرکانسی ۵۰ یا ۶۰ هرتز تبدیل می کنند. در اینصورت در مطالعات پخش بار (در حالت استاتیکی) ژنراتور سنکرون را بصورت منبع ولتاژ ثابت با توانهای ظاهری ، اکتیو و راکتیو تولیدی در نظر می گیریم .



شکل (۷-۵)

ترانسفورماتورهای تنظیم بمنظور افزایش / کاهش مقادیر ولتاژ / جریان استفاده میشوند . از لحاظ عملی هر ترانسفورماتور بوسیله نسبت اتصال یا دور (tap ratio) مشخص می شود که با انجام کنترل بر روی تغییرات آن زیر بار Tap changing Under Load (TCUL) می توان سطح ولتاژ ثانویه را تعیین نمود . در حالت ساده ترانسفورماتور تنظیم توسط نسبت دورها (turns ratio) بصورت یک ترانسفورماتور ایده آل سری با امپدانس نشان داده می شود .

$$\frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} = -\frac{1}{a} \Rightarrow \bar{I}_1 \cdot a = -\bar{I}_2$$

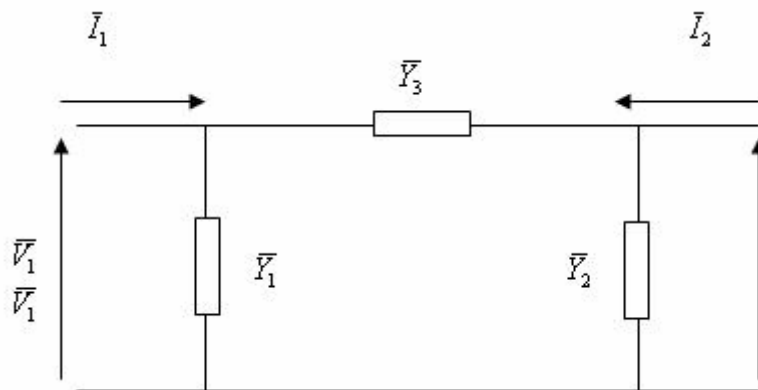
$$\Rightarrow \bar{I}_1 = \frac{\bar{Y}_L}{a} \bar{V}_2 + \bar{Y}_l \frac{\bar{V}_1}{a^2}$$

$$\bar{I}_2 = (\bar{V}_2 - \frac{\bar{V}_1}{a}) \bar{Y}_l$$

$\bar{Z}_L, \bar{Y}_L =$ Leakage impedance and admittance of transformer

$a =$ turn ratio of the transformer

مدل فوق کاملاً مناسب نبوده در مطالعات دقیق تر میتوان تاثیر ترانسفورماتور را بصورت مدار معادل π در نظر گرفت .



شکل (۸-۵)

$$\begin{cases} \bar{I}_1 = (\bar{Y}_1 + \bar{Y}_3) \bar{V}_1 - \bar{Y}_3 \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 = -\bar{Y}_3 \bar{V}_1 + (\bar{Y}_2 + \bar{Y}_3) \bar{V}_2 \end{cases}$$

بررسی تطبیقی این رابطه با روابط فوق (مدل ساده) ارمیتانهایی $\bar{Y}_3, \bar{Y}_2, \bar{Y}_1$ را نسبت به \bar{Y}_L, a

می نویسیم پس می توان نوشت :

$$\bar{Y}_1 + \bar{Y}_3 = \frac{\bar{Y}_L}{a^2} \quad \bar{Y}_3 = \frac{\bar{Y}_L}{a} \quad \bar{Y}_2 + \bar{Y}_3 = \bar{Y}_L$$

$$\bar{Y}_1 = \frac{\bar{Y}_L}{a} \left(\frac{1}{a} - 1 \right) \quad \bar{Y}_2 = \frac{\bar{Y}_L}{a} \left(\frac{1}{a} - 1 \right) \quad \bar{Y}_3 = \frac{\bar{Y}_L}{a}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{Y}_L}{a^2} & -\frac{\bar{Y}_L}{a} \\ -\frac{\bar{Y}_L}{a} & \bar{Y}_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix}$$

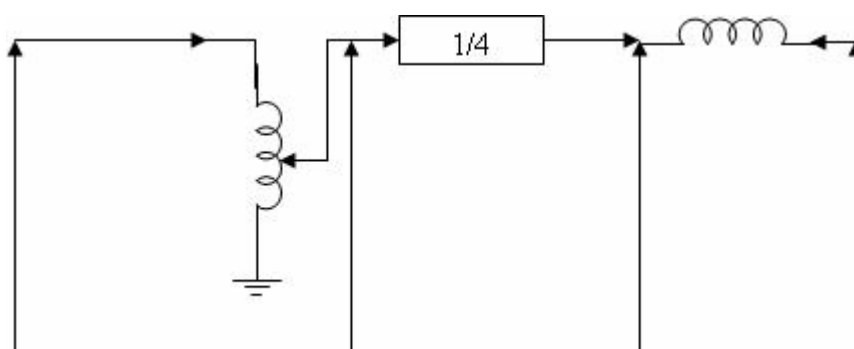
۳-۲-۶ مدل سازی اتوترانسفورماتور و ترانسفورماتور شیفت فاز

هدف از قرار دادن ترانسفورماتور شیفت فاز تنظیم قدرت جاری در خط بوده و معمولاً در کنترل نواحی قدرت استفاده می شوند .

در دو طرف ادمیتانس خط

امپدانس خط انتقال بین شین اول

$$\bar{I}_j = \bar{Y}_{ij}(\bar{V}_j - \bar{V}_2) \quad , \bar{I}_2 = \bar{Y}_{ij}(\bar{V}_2 - \bar{V}_j) \quad \bar{Y}_{i,j} = \frac{1}{Z_{i,j}}$$



شکل (۳-۵)

در ترانسفورماتور شیفت فاز : $\bar{V}_2 = (1 \angle \phi) \bar{V}_1$, $\bar{S}_1 = \bar{S}_2$ ($\bar{V}_1 \bar{I}_1^* = \bar{V}_2 \bar{I}_2^*$)

در اتو ترانسفورماتور : $\frac{\bar{V}_i}{\bar{V}_1} = a$, $\bar{S}_i = S_1$ ($\bar{V}_i \bar{I}_i^* = \bar{V}_1 \bar{I}_1^*$)

ترکیب روابط فوق خواهیم داشت : (رابطه \bar{I}_j و روابط ولتاژها)

از ترکیب رابطه \bar{I}_2 و روابط توانها خواهیم داشت :

$$\bar{I}_j = \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j - \bar{Y}_{ij} \left(\frac{1}{a} \angle \phi \right) \bar{V}_i$$

$$\bar{I}_i^* = \left(\frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_i} \right) \bar{I}_1^* = \frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_i} \left(\frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_1} \bar{I}_2^* \right)$$

$$= \frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_i} (\bar{Y}_{ij} \bar{V}_2 - \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j)^* = \frac{1}{a} \angle \phi (\bar{Y}_{ij} \bar{V}_2 - \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j)^*$$

$$\bar{I}_i = \frac{1}{a} \angle -\phi (\bar{Y}_{ij} \frac{1}{a} \angle \phi \bar{V}_i - \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j) = \frac{1}{a^2} \bar{Y}_{ij} \bar{V}_i - \frac{1}{a} \angle -\phi \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j$$

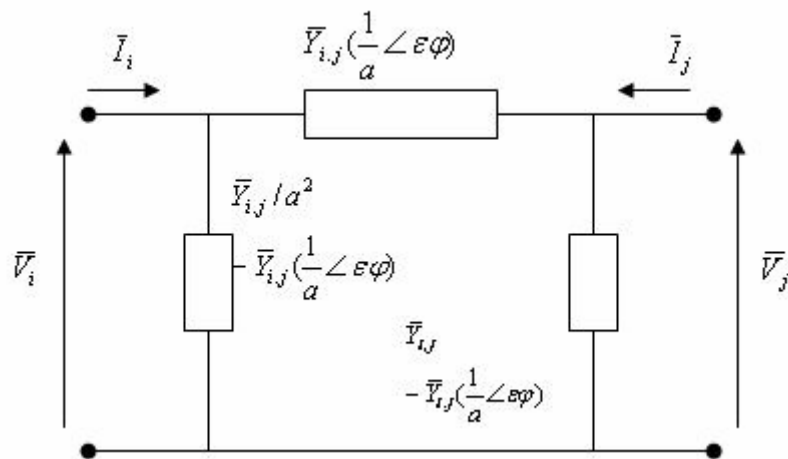
$$\begin{bmatrix} \bar{I}_i \\ \bar{I}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{ij}/a^2 & -\bar{Y}_{ij}(\frac{1}{a} \angle -\varphi) \\ -\bar{Y}_{ij}(\frac{1}{a} \angle +\varphi) & \bar{Y}_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_i \\ \bar{V}_j \end{bmatrix}$$

هرگاه شین I,j در طرف شیفت دهنده تار باشد (در اینجا شین j)

هرگاه شین I,j در طرف شیفت دهنده تار وجود نداشته باشد

هرگاه شین I,j در طرف شیفت دهنده تار نباشد (در اینجا شین i)

$$\varepsilon = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases}$$

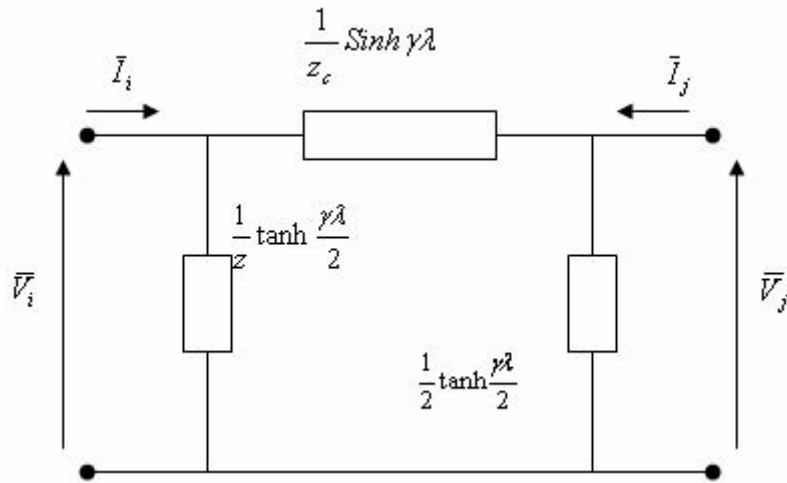


شکل (۴-۵)

۴-۲-۶ مدل سازی خط انتقال مدار معادل خطوط کوتاه (ساده)

مدار معادل خطوط مرتبط (T, π)

مدار معادل خطوط بلند (ترکیبی)

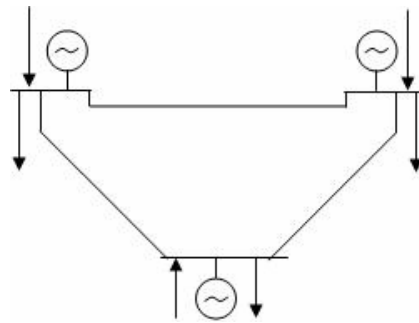


شکل (۵-۵)

$$\begin{bmatrix} V_i \\ I_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma l \\ \frac{1}{Z_c} \sinh \gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_j \\ I_j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_j \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma l \\ -\frac{1}{Z_c} \sinh \gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ I_i \end{bmatrix}$$

۵-۲-۶ مدل سازی بار مصرفی



شکل (۵-۱)

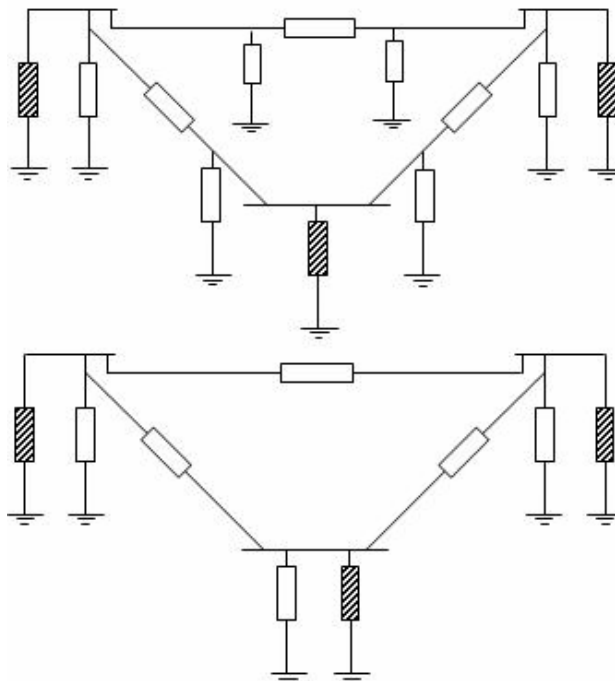
توان توليدي $\bar{S}_{Gi} = P_{Gi} + jQ_{Gi}$

توان مصرفي $\bar{S}_{Di} = P_{Di} + jQ_{Di}$

توان تزريقي به شين $\bar{S}_i = \bar{S}_{Gi} - \bar{S}_{Di} = P_i + jQ_i$

ولتاژ شين $\bar{V}_i = |V_i| \angle \delta_i = |V_i| e^{j\delta_i}$

سيستم قدرت شامل سه عدد شين و سه عدد خط انتقال است . هر شين شامل ژنراتور مصرفي است . هر گاه بجاي توان تزريقي از نمايش امپدانس ترکيبي بهره گيريم خواهيم داشت .



شکل (۵-۲)

$$\bar{Y}'_1 = \frac{\bar{Y}'_{1,2}}{2} + \frac{\bar{Y}'_{1,3}}{2}$$

$$\bar{Y}'_2 = \frac{\bar{Y}'_{2,1}}{2} + \frac{\bar{Y}'_{2,3}}{2}$$

$$\bar{Y}'_3 = \frac{\bar{Y}'_{3,1}}{2} + \frac{\bar{Y}'_{3,2}}{2}$$

$$\bar{I}_{bus} = \bar{Y}_{bus} \bar{V}_{bus}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{13} \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} & \bar{Y}_{23} \\ \bar{Y}_{31} & \bar{Y}_{32} & \bar{Y}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \end{bmatrix}$$

$$\bar{Y}_{11} = \bar{Y}_{1,2} + \bar{Y}_{1,3} + \bar{Y}'_1 = G_{11} + jB_{11} = |Y_{11}| \angle \theta_{11}$$

$$\bar{Y}_{22} = \bar{Y}_{2,1} + \bar{Y}_{2,3} + \bar{Y}'_2 = G_{22} + jB_{22} = |Y_{22}| \angle \theta_{22}$$

$$\bar{Y}_{33} = \bar{Y}_{3,1} + \bar{Y}_{3,2} + \bar{Y}'_3 = G_{33} + jB_{33} = |Y_{33}| \angle \theta_{33}$$

$$\bar{Y}_{12} = \bar{Y}_{21} = -\bar{Y}'_{1,2} = G_{12} + jB_{12} = |Y_{12}| \angle \theta_{12}$$

$$\bar{Y}_{23} = \bar{Y}_{32} = -\bar{Y}'_{2,3} = G_{23} + jB_{23} = |Y_{23}| \angle \theta_{23}$$

$$\bar{Y}_{31} = \bar{Y}_{13} = -\bar{Y}'_{3,1} = G_{13} + jB_{13} = |Y_{13}| \angle \theta_{13}$$

قدرت خالص توزیعی در شین ۱ :

از معادله ماتریسی داریم :

$$\bar{S}_1 = P_1 + jQ_1 = \bar{V}_1 \bar{I}_1^*$$

$$\bar{I}_1 = \bar{Y}_{11} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{12} \bar{V}_2 + \bar{Y}_{13} \bar{V}_3$$

$$\bar{S}_1 = P_1 + jQ_1 = \bar{V}_1 (\bar{Y}_{11} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{12} \bar{V}_2 + \bar{Y}_{13} \bar{V}_3)^*$$

$$= V_1 \angle \delta_1 (Y_{11} \angle \theta_{11} V_1 \angle \delta_1 + Y_{12} \angle \theta_{12} V_2 \angle \delta_2 + Y_{13} \angle \theta_{13} V_3 \angle \delta_3)^*$$

$$= V_1 \angle \delta_1 (Y_{11} V_1 \angle -\theta_{11} - \delta_1 + Y_{12} V_2 \angle -\theta_{12} - \delta_2 + Y_{13} V_3 \angle -\theta_{13} - \delta_3)$$

$$= V_1^2 Y_{11} \angle -\theta_{11} + V_1 Y_{12} V_2 \angle \delta_1 - \delta_2 - \theta_{12} + V_1 Y_{13} V_3 \angle \delta_1 - \delta_3 - \theta_{13}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = V_1^2 Y_{11} \cos \theta_{11} + V_1 Y_{12} V_2 \cos(\delta_1 - \delta_2 - \theta_{12}) + V_1 Y_{13} V_3 \cos(\delta_1 - \delta_3 - \theta_{13}) \\ Q_1 = -V_1^2 Y_{11} \sin \theta_{11} + V_1 Y_{12} V_2 \sin(\delta_1 - \delta_2 - \theta_{12}) + V_1 Y_{13} V_3 \sin(\delta_1 - \delta_3 - \theta_{13}) \end{array} \right.$$

$$P_i = \sum_{j=1}^{n_{bus} (=3)} |V_i| |Y_{ij}| |V_j| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \quad i = 1, \dots, n_{bus}$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^{n_{bus} (=3)} |V_i| |Y_{ij}| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \quad i = 1, \dots, n_{bus}$$

بنابراین در عمل تعداد $2n_{bus}$ ($2*3=6$) معادله بصورت زیر خواهیم داشت که به این دسته معادله است
 Static Load Flow Equation (SLFE) گفته می شود .

$$k = 1, \dots, 2n_{bus} \Rightarrow \begin{cases} i = 1, \dots, n_{bus} & (P_1, \dots, P_{n_{bus}}) \\ j = n_{bus} + 1, \dots, 2n_{bus} & (Q_1, \dots, Q_{n_{bus}}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} f_1 = P_1 - \sum_{j=1}^{nb} |V_1| |Y_{1j}| |V_j| \cos(\delta_1 - \delta_j - \theta_{1j}) = 0 \\ f_k = P_i - \sum_{j=1}^{nb} |V_i| |Y_{ij}| |V_j| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) = 0 \\ f_{nb} = P_{nb} - \sum_{j=1}^{nb} |V_{nb}| |Y_{nbj}| |V_j| \cos(\delta_{nb} - \delta_j - \theta_{nbj}) = 0 \\ f_{nb+1} = Q_1 - \sum_{j=1}^{nb} |V_1| |Y_{1j}| |V_j| \sin(\delta_1 - \delta_j - \theta_{1j}) = 0 \\ f_k = Q_i - \sum_{j=1}^{nb} |V_i| |Y_{ij}| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) = 0 \\ f_{2n_{bus}} = Q_{nb} - \sum_{j=1}^{nb} |V_{nb}| |Y_{nbj}| |V_j| \sin(\delta_{nb} - \delta_j - \theta_{nbj}) = 0 \end{cases}$$

۴-۶ رابطه تلفات اکتیو و راکتیو Active and Reactive Losses

مجموع توانهای اکتیو تلف شده (اختلاف مقادیر تولیدی و مصرفی)
 شکل

$$(\bar{S}_{i,j,k} + \bar{S}_{j,i,k}) \text{ Powers in line } k = \bar{S}_{Loss,k}$$

$$\bar{S}_{Loss} = \sum_{k=1}^{n_{line}} \bar{S}_{Loss,k} = \sum_{k=1}^{n_{line}} (\bar{S}_{i,j,k} + \bar{S}_{j,i,k})$$

$$P_{Loss} + jQ_{Loss} = \sum_{k=1}^{n_{line}} [(P_{i,j,k} + P_{j,i,k}) + j(Q_{i,j,k} + Q_{j,i,k})]$$

$$\begin{cases} P_{Loss} = \sum_{i=1}^{n_{bus}} P_i = \sum_{i=1}^{n_{bus}} (P_{Gi} - P_{Di}) \\ P_{Loss} = P_{Loss}(|V_1|, \dots, |V_{n_{bus}}|, \delta_1, \dots, \delta_{n_{bus}}) \end{cases}$$

همین روابط بصورت مشابه برای Q_{Loss} نیز نوشته می شود .

$$\begin{cases} Q_{Loss} = \sum_{i=1}^{n_{bus}} Q_i = \sum_{i=1}^{n_{bus}} (Q_{Gi} - Q_{Di}) \\ Q_{Loss} = Q_{Loss}(|V_1|, \dots, |V_{n_{bus}}|, \delta_1, \dots, \delta_{n_{bus}}) \end{cases}$$

Disturbance Variables

۵-۶ متغیرهای اغتشاش (مصرف)

این متغیرها شامل برداری از متغیرهای مصرف Demand از توانهای اکتیو و اکتیو مصرفی P_{Di} و Q_{Di} می باشند که در برداری بنام D بصورت پشت سر هم مرتب می شوند (توان اکتیو مصرفی برای هر شین پشت سر هم)

بخاطر آنکه هیچ نوع کنترلی بر روی مقدار مصرف شبکه قدرت در حالت کلی نمی توان داشت بنابراین این متغیرهای اغتشاش یا متغیرهای غیر قابل کنترل نامیده می شوند .

$$D = \begin{bmatrix} d_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ d_6 \end{bmatrix}_{6 \times 1} = \Delta \begin{bmatrix} P_{D1} \\ Q_{D1} \\ P_{D2} \\ Q_{D2} \\ P_{D3} \\ Q_{D3} \end{bmatrix}_{6 \times 1}$$

or

$$D = \begin{bmatrix} P_{D1} \\ P_{D2} \\ P_{D3} \\ Q_{D1} \\ Q_{D2} \\ Q_{D3} \end{bmatrix}$$

(تعداد شین های مصرف) * ۲ = بعد

۶-۶ متغیرهای کنترل Control Variables

متغیرهای کنترل برداری از توانهای اکتیو در اکتیو تولیدی شین ها Generation هستند که مقدار آنها قابل تنظیم بوده و در اختیار ما می باشد . توان اکتیو تولیدی تابعی از قدرت توزیعی است . توان اکتیو تولیدی تابعی از سیستم تحریک توربین است .

$$U = \begin{bmatrix} u_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_6 \end{bmatrix}_{6 \times 1} = \Delta \begin{bmatrix} P_{G1} \\ Q_{G1} \\ P_{G2} \\ Q_{G2} \\ P_{G3} \\ Q_{G3} \end{bmatrix}_{6 \times 1}$$

or

$$U = \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ P_{G3} \\ Q_{G1} \\ Q_{G2} \\ Q_{G3} \end{bmatrix}$$

(تعداد شین های تولید) * ۲ = بعد

۷-۶ متغیرهای حالت State Variables

این متغیرها در بردار حالت سیستم بوده و شامل اندازه و زاویه فاز ولتاژ شینهای شبکه قدرت است. مقادیر متغیرهای حالت نسبت به تغییر بردارهای دیگر حساس می باشد.

تغییرات زاویه فاز ولتاژها تابعی از تغییرات توان اکتیو (تولیدی و مصرفی) است.

تغییرات اندازه (دامنه) ولتاژها تابعی از تغییرات توان راکتیو (تولیدی و مصرفی) است.

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_6 \end{bmatrix}_{6 \times 1} \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ |V_1| \\ \delta_2 \\ |V_2| \\ \delta_3 \\ |V_3| \end{bmatrix}_{6 \times 1}$$

or

$$X = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ |V_1| \\ |V_2| \\ |V_3| \end{bmatrix}$$

(تعداد کل شین ها) * ۲ = بعد

فصل هفتم

بررسی پخش بهینه بار

Optimal Power Flow - Economic Load Dispatch

در محاسبات پخش بار که قبلاً توضیح داده شد توان اکتیو تولیدی تمام ژنراتورهای یک سیستم قدرت را مقدار مشخصی فرض کردیم ولی در عمل لازم است این مقدار محاسبه و برنامه ریزی شود و تولید آن بهینه باشد. ولی آیا برای تولید انرژی، از نظر اقتصادی، کاهش آلودگی محیط زیست و... بهترین راه کدام است؟ و اینکه مقدار توانهای تولیدی هر نیروگاه با توجه به نوع نیروگاه و میزان فاصله آن از محل مصرف، چه نسبتی از کل انرژی تولیدی را داده باشد تا بهترین استفاده ممکن با حداقل هزینه از نیروگاههای یک سیستم قدرت حاصل شود؟

با استفاده از محاسبات پخش بهینه بار، می توان با استناد به روابط ریاضی حداکثر میزان تولید هر نیروگاه با صرف حداقل هزینه را محاسبه نمود.

در روش قدیمی، بدون کمک گرفتن از روابط ریاضی، برای حداقل سازی هزینه انرژی تولیدی، در مواقع کم باری شبکه، از کاراثرین نیروگاه، توان مصرفی تأمین می شد و با افزایش بار در شبکه، تولید توان توسط این نیروگاه تا جایی ادامه می یافت که حداکثر بازدهی نیروگاه فرارسد. از این پس کاراثرین نیروگاه بعدی وارد سیستم تغذیه انرژی الکتریکی شبکه قدرت شده و آن نیز با افزایش بار، تا نقطه حداکثر خود پیش می رفت و تا زمانی که نقطه حداکثر نیروگاهی فرا نمی رسید، از نیروگاه بعدی استفاده نمی شد.

با استفاده از روشهای محاسبات ریاضی در حداقل سازی هزینه تولید، ملاحظه می شود که روش قدیمی بدلیل متمرکز نبودن ژنراتورها و بارها در یک محل، و وجود تلفات در انتقال انرژی، هرگز نمی تواند بهترین شرایط بهره برداری از ژنراتورهای شبکه قدرت را فراهم آورد.

بدیهی است که محاسبات پخش بهینه بار با توجه به نوع نیروگاهها، متفاوت خواهد بود. چراکه برای نیروگاههای آبی، با تغییر نیروی تولیدی، هزینه تولید تغییری نمی کند. در حالیکه برای نیروگاههایی

همچون نیروگاههای بخار، گازی و هسته ای، که از سوخت استفاده می کنند، افزایش میزان تولید مستلزم افزایش میزان سوخت و در کل افزایش هزینه خواهد شد. بنابراین برای محاسبات پخش بهینه بار در یک شبکه مفروض، لازم است توزیع اقتصادی بار بین نیروگاههای شبکه باتوجه به نوع آنها، و همچنین در هر نیروگاه، توزیع اقتصادی مابین واحدهای آن نیروگاه دقیقاً بررسی شود.

برای تعیین توزیع اقتصادی بار، بین واحدهای مختلف یک سیستم قدرت، ورودی و خروجی هر واحد به عنوان معیار در نظر گرفته می شوند. که در آن هزینه تولید انرژی به عنوان ورودی و میزان انرژی تولیدی به عنوان خروجی نیروگاه تلقی می شوند.

هزینه تولید را هزینه احداث نیروگاه و هزینه های ثابت از جمله هزینه تعمیر و نگهداری، هزینه پرسنلی و ... و هزینه سوخت تشکیل می دهند. که در این میان تنها هزینه قابل کنترل، هزینه سوخت می باشد و سایر هزینه ها به صورت در صد ثابتی از هزینه سوخت در نظر گرفته می شود. خروجی نیروگاه نیز میزان قدرت تولیدی اکتیو، برحسب MW می باشد.

فرض کنیم برای یک نیروگاه از شبکه قدرتی که دارای n واحد تولیدی است، تغییرات هزینه سوخت در واحد i ام را برحسب واحد پول در ساعت با C_i نمایش می دهیم. برای این نیروگاه، هزینه کل سوخت عبارتست از:

$$C = \sum_{i=1}^n C_i$$

از آنجا که توان اکتیو تولیدی هر یک از واحدها تنها با بالا رفتن گشتاور محرک اولیه آنها، افزایش می یابد و بالا رفتن گشتاور محرک نیز مستلزم افزایش میزان سوخت می باشد و از سویی دیگر چون توان راکتیو تولیدی تنها تأثیر پذیر از جریان میدان تحریک ژنراتور می باشد. لذا تنها عامل تغییر مصرف سوخت هر واحد، توان اکتیوی است که از آن واحد خواسته می شود. پس هزینه تولید واحد i ام یعنی C_i در عمل تنها تابع توان تولیدی آن واحد، P_{G_i} ، می باشد. پس در کل برای یک نیروگاه:

$$C = \sum_{i=1}^n C_i(P_{G_i}) = C_1(P_{G_1}) + C_2(P_{G_2}) + \dots + C_n(P_{G_n}) = C(P_{G_1}, P_{G_2}, \dots, P_{G_n}) \quad [\$/\text{hour}]$$

رابطه فوق براین اساس نوشته شده است که هزینه تولید هر واحد مربوط به خود آن واحد است و مستقل از واحدهای دیگر می باشد.

برای اینکه هزینه تولید انرژی حداقل شود باید: $dC = 0$ لذا:

$$dC = \frac{\partial C}{\partial P_{G_1}} dP_{G_1} + \frac{\partial C}{\partial P_{G_2}} dP_{G_2} + \dots + \frac{\partial C}{\partial P_{G_n}} dP_{G_n} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial C}{\partial P_{G_i}} dP_{G_i} = 0$$

بر اساس استقلال واحدها از همدیگر می توان نوشت:

(۱)

$$dC = \sum_{i=1}^n \frac{\partial C_i}{\partial P_{G_i}} dP_{G_i} = 0$$

عبارتست از شیب تابع هزینه واحد i ام در نمودار تابع هزینه برحسب مقدار توان تولیدی در آن واحد $\frac{\partial C_i}{\partial P_{G_i}}$

که آنرا هزینه افزونی تولید ژنراتور i ام نامیده و با IG_i نشان می دهند و برحسب واحد پول بر مگا وات ساعت بیان میکنند .

برای واحدی از یک نیروگاه بخار ، معمولاً تابع هزینه واحد i ام ، C_i ، را بصورت تجربی به شکل معادله ای از درجه دوم معادلسازی می کنند :

$$C_i = a_i + b_i P_{G_i} + c_i P_{G_i}^2 \quad (۲)$$

بنابراین هزینه افزونی تولید برای واحد i ام معادله ای است خطی برحسب P_{G_i} بصورت :

$$IC_i = \frac{\partial C_i}{\partial P_{G_i}} = b_i + 2c_i P_{G_i}$$

یک سیستم قدرت n_b شینه ، که دارای npv شین کنترل ولتاژ می باشد را در نظر می گیریم و فرض می کنیم به هر شین کنترل ولتاژ ، تنها یک ژنراتور متصل می باشد .

اگر تلفات کل سیستم قدرت را با P_L نمایش دهیم در این صورت :

$$P_L = \sum_{i=1}^{n_b} P_i = \sum_{i=1}^{n_b} (P_{G_i} - P_{D_i}) = \sum_{i=1}^{npv+1} P_{G_i} - \sum_{i=1}^{n_b} P_{D_i} \quad (۳)$$

که در آن P_{D_i} توان اکتیو مصرفی شین i ام می باشد که در طول محاسبات ، مقدار ثابتی فرض می شود . بدین ترتیب میتوان نوشت :

$$dP_L = \sum_{i=1}^{npv+1} dP_{G_i} \quad (۴)$$

باتوجه به رابطه (۳) ، ملاحظه می شود که P_L تابعی از توانهای اکتیو تولیدی است یعنی :

$$P_L = P_L(P_{G_1}, P_{G_2}, \dots, P_{G_{npv+1}})$$

$$dP_L = \sum_{i=1}^{npv+1} \frac{\partial P_L}{\partial P_{G_i}} dP_{G_i} \quad (۵) \quad \text{پس :}$$

اگر معادله (۴) را در معادله (۵) قرار دهیم :

$$\sum_{i=1}^{npv+1} \left(\frac{\partial P_L}{\partial P_{G_i}} dP_{G_i} - dP_{G_i} \right) = 0$$

حال طرفین معادله حاصله را در ضریب ثابتی همچون λ ضرب کرده و حاصل را با معادله (۱) جمع می‌بندیم:

$$\sum_{i=1}^{npv+1} \left(\frac{\partial C_i}{\partial P_{G_i}} + \lambda \frac{\partial P_L}{\partial P_{G_i}} - \lambda \right) dP_{G_i} = 0$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial P_{G_i}} + \lambda \frac{\partial P_L}{\partial P_{G_i}} - \lambda = 0 \quad \text{یا:}$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial P_{G_i}} = IC_i = \lambda \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{G_i}} \right) \quad i = 1, 2, \dots, npv + 1 \quad \text{پس:}$$

که در آن $\frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{G_i}}}$ را ضریب پینالتی Penalty Factor ژنراتور i نامیده و با L_i نمایش می‌دهند.

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که هزینه سوخت نیروگاه زمانی حداقل می‌شود که حاصلضرب هزینه افزونی تولید و ضریب پینالتی L_i ، IC_i ، برای همه واحدهای آن نیروگاه یکسان و برابر λ باشد.

محاسبه ضرایب پینالتی L_i ها با استفاده از توانهای تزریقی شین ها به جای توان تلفاتی می‌دانیم:

$$S_i = \bar{V}_i \bar{I}_i^* = \bar{V}_i \sum_{j=1}^{n_{bus}} \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j^* = \sum_{j=1}^{n_{bus}} |V_i| |Y_{ij}| |V_j| \angle (\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$P_i = \text{Real} \left\{ \bar{V}_i \bar{I}_i^* \right\} = \text{Real} \left\{ \bar{V}_i \sum_{j=1}^{n_{bus}} \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j^* \right\} = \sum_{j=1}^{n_{bus}} |V_i| |Y_{ij}| |V_j| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

اگر از رابطه (۳) و از طریق توانهای تزریقی، مشتق P_L را نسبت به δ_j محاسبه نمایم داریم:

$$j = 2, 3, \dots, n_b \quad (۴)$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial \delta_j} = \frac{\partial P_1}{\partial \delta_j} + \frac{\partial P_2}{\partial \delta_j} + \dots + \frac{\partial P_{npv+1}}{\partial \delta_j} + \frac{\partial P_{npv+2}}{\partial \delta_j} + \dots + \frac{\partial P_{n_b}}{\partial \delta_j}$$

از طرف دیگر، چون در تمام مراحل شین ۱ به عنوان شین مرجع فرض شده است لذا $\delta_1 = 0$ همچنین می‌توان P_1 را به دست آورد لذا P_1 یک پارامتر مستقل نمی‌باشد. بنابراین می‌توان P_L را تابعی از پارامترهای مستقل $P_{G_2}, P_{G_3}, \dots, P_{G_{npv+1}}$ در نظر گرفت. پس:

$$P_L = P_L(P_{G_2}, P_{G_3}, \dots, P_{G_{npv+1}})$$

پس می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial P_L}{\partial \delta_j} = \frac{\partial P_L}{\partial P_{G_2}} \cdot \frac{\partial P_2}{\partial \delta_j} + \frac{\partial P_L}{\partial P_{G_3}} \cdot \frac{\partial P_3}{\partial \delta_j} + \dots + \frac{\partial P_L}{\partial P_{G_{npv+1}}} \cdot \frac{\partial P_{npv+1}}{\partial \delta_j} \quad j = 2, 3, \dots, n_b \quad (7)$$

با توجه به معادلات (6) و (7) ملاحظه می شود که طرف راست آنها با هم برابرند، پس :

$$\frac{\partial P_1}{\partial \delta_j} + \frac{\partial P_2}{\partial \delta_j} + \dots + \frac{\partial P_{n_b}}{\partial \delta_j} = \frac{\partial P_L}{\partial P_{G_2}} \cdot \frac{\partial P_2}{\partial \delta_j} + \dots + \frac{\partial P_L}{\partial P_{G_{npv+1}}} \cdot \frac{\partial P_{npv+1}}{\partial \delta_j}$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial \delta_j} + \frac{\partial P_2}{\partial \delta_j} \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{G_2}}\right) + \dots + \frac{\partial P_{npv+1}}{\partial \delta_j} \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{G_{npv+1}}}\right) + \frac{\partial P_{npv+2}}{\partial \delta_j} + \dots + \frac{\partial P_{n_b}}{\partial \delta_j} = 0 \quad \text{یا :}$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_j} \cdot \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{\partial P_{npv+1}}{\partial \delta_j} \cdot \frac{1}{L_{npv+1}} + \frac{\partial P_{npv+2}}{\partial \delta_j} + \dots + \frac{\partial P_{n_b}}{\partial \delta_j} = -\frac{\partial P_1}{\partial \delta_j} \quad j = 2, 3, \dots, n_b \quad \text{یا :}$$

یا به شکل ماتریسی می توان نوشت :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_{npv+1}}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_{n_b}}{\partial \delta_2} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{n_b}} & \dots & \frac{\partial P_{npv+1}}{\partial \delta_{n_b}} & \dots & \frac{\partial P_{n_b}}{\partial \delta_{n_b}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/L_2 \\ \vdots \\ 1/L_{npv+1} \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial P_1}{\partial \delta_2} \\ \vdots \\ -\frac{\partial P_1}{\partial \delta_{n_b}} \end{bmatrix} \quad (8)$$

همانگونه که ملاحظه می شود ماتریس مشتقات P_i بر حسب δ_i عبارتست از ترانسپوز ماتریس H (H^T) در محاسبات پخش بار به روش نیوتون رافسون در محاسبات ماتریس ژاکوبین به دست آمده است.

$$P_i = \sum_{j=1}^{n_b} |V_i| |Y_{ij}| |V_j| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \quad \text{می دانیم :}$$

$$P_1 = \sum_{j=1}^{n_b} |V_1| |Y_{1j}| |V_j| \cos(\delta_1 - \delta_j - \theta_{1j}) \quad \text{بنابراین :}$$

پس می توان $\frac{\partial P_1}{\partial \delta_j}$ را چنین محاسبه نمود :

$$\frac{\partial P_1}{\partial \delta_j} = -|V_1| |Y_{1j}| |V_j| \sin(\delta_1 - \delta_j - \theta_{1j})$$

با توجه به اینکه $\delta_1 = 0$ می توان نوشت :

$$-\frac{\partial P_1}{\partial \delta_j} = |V_1| |Y_{1j}| |V_j| \sin(\delta_1 - \delta_j - \theta_{1j}) \quad (9)$$

بدین ترتیب در معادله ماتریسی (۸) می توان مقادیر $L_2, L_3, \dots, L_{np+1}$ را به دست آورد و با توجه به رابطه بالا می توان با لحاظ شرط $\lambda = IC_i.L_i$ توان تولیدی ژنراتورها را محاسبه نمود که در اینصورت، حداقل هزینه به ازای توان تولیدی توسط ژنراتورها، به دست خواهد آمد.

با توضیحات فوق، حال به بررسی نحوه محاسبه پخش بهینه بار بصورت ماشینی می پردازیم. فلوجارت الگوریتم مربوط به این محاسبه در فلوجارت شماره ۷ و در صفحات ۱-۷ و ۲-۷ آمده است.

توضیح فلوجارت شماره ۷

با شروع فلوجارت، بلوک ۱، مقادیر لازم جهت محاسبات را اخذ می کند.

این اطلاعات همان داده های مربوط به محاسبات پخش بار به روش نیوتون رافسون به علاوه مقادیر ثابت a_i, b_i, c_i مربوط به تابع هزینه هر یک از واحدهاست. پس از ورود اطلاعات به برنامه، طی حلقه تکراری متشکل از بلوکهای ۲، ۳، ۴ و ۵، تخمین اولیه ای برای توان اکتیو تولیدی هر یک از ژنراتورها صورت می گیرد سپس در بلوک ۶، با قرار گرفتن مقدار $m=0$ ، مرحله اول تکرار آغاز شده و m نشاندهنده مقدار تکرارهاست.

در بلوک ۷، با صفر قرار گرفتن محل حافظه ای بنام PL ، انباره ای تشکیل می شود که طی حلقه تکرار متشکل از بلوکهای ۷، ۹، ۱۰ و بلوک داخلی ۸، در هر تکرار P_L محاسبه شده و بر روی انباره افزوده می گردد، به طوری که با برقراری شرط بلوک ۱۰، تلفات کل سیستم، P_L به صورت PL که از مجموع توانهای اکتیو شینها بدست می آید، محاسبه می شود.

سپس طی بلوک شماره ۱۱، محاسبه پخش بار بروش نیوتون رافسون به قصد تعیین ولتاژ، توان و توانهای تولیدی تمام شینهای شبکه انجام می گیرد.

همچنین در بلوک ۱۲، با استفاده از ماتریس H ، مربوط به ماتریس ژاکوبین که در طول محاسبات پخش بار انجام گرفته است، ترانسپوز ماتریس H محاسبه می گردد.

فلوجارت مربوط به محاسبه ترانسپوز یک ماتریس مفروض، در فلوجارت شماره ۸ آمده است.

طی حلقه تکرار متشکل از بلوکهای ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶ و با توجه به رابطه؟؟؟؟ مقادیر $-\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j}$ به

ازای $j=2,3,\dots,n_b$ محاسبه شده و در ماتریس m ذخیره می گردد در بلوک ۱۷، معکوس ماتریس H^T (ترانسپوز H)، در ماتریس بدست آورده m ضرب می شود. بدین منظور که منجر به حل معادله ماتریسی (۸) شده و L_i ها محاسبه گردد. بنابراین حاصل ماتریس معادله (۸) در ماتریسی بنام N ذخیره می شود. با

توجه به معادله ماتریس (۸) ملاحظه می شود که $N_i = \frac{1}{L_i}$ بنابراین طی حلقه تکراری متشکل از بلوکهای ۱۸

، ۱۹، ۲۰، ۲۱ مقادیر L_i ها به صورت رابطه بلوک ۲۰ محاسبه می شوند.

یادآور می شود که L_i (برای $i = 2, 3, \dots, npv + 1$) (شینهای کنترل ولتاژ) محاسبه می شود و

$$L_1 = L_{npv+2} = \dots = L_{n_b} = 1$$

داخلی آن (بلوک ۲۴) هزینه افزونی تولید برای هر یک از ژنراتورها مطابق روابط زیر محاسبه می شوند:

$$IC_i = b_i + 2.c_i.PG_i$$

حال طی حلقه تکرار بلوکهای ۲۷، ۲۸، ۳۱ باید شرط زیر تست شود:

$$IC_i.L_i = \lambda$$

و چون λ مقدار ثابتی است لذا باید

$$IC_1.L_1 = IC_2.L_2 = \dots = IC_{n_b}.L_{n_b}$$

پس کافی است به ازای $IC_i.L_i$ ($i = 2, 3, \dots, n_b$) با مقدار $IC_1.L_1$ و چون $L_1 = 1$ ، در حقیقت با IC_1 مقایسه شود. در صورت برقراری شرط به ازای تمام ژنراتورها، نتیجه می گردد که بهینه سازی صورت گرفته و نشان می دهد که حداقل هزینه به ازای تولید جاری مصرف می شود. بنابراین نتایج طی بلوک شماره ۲۹، به خروجی منتقل می گردد. ولی اگر شرط مزبور برقرار نباشد، باید توانهای تولیدی ژنراتورها تغییر یابد. بدین ترتیب با تغییر مقدار توان تولیدی هر یک از ژنراتورها، روند به بلوک ۷ منتقل گردیده و مرحله تکرار دیگری آغاز می گردد. (یک واحد به شمارنده مراحل تکرار m افزوده می شود).

این مراحل تکرار تا برقراری شرط شرط بلوک ۳۰ همچنان ادامه می یابد.

در طول این محاسبات، میزان توان اکتیو مصرفی، ثابت فرض شده است ولی در حقیقت توان مصرفی شبکه با توجه به تعدد بارها مداوما در حال تغییر است. لذا در عمل این محاسبات از هر چند دقیقه یکبار باید صورت گرفته و نتایج آن در عمل پیاده شود تا به ازای تولید انرژی، حداقل هزینه مصرف گردد.

$$\text{Heat Rate} \quad H_i(P_{Gi}) = \dots \quad \text{Mbtu/h} \quad \text{Btu/h} \quad \text{Kcal/h}$$

$$\text{Fuel Cost} \quad C_i \text{ یا } F_i = H_i \times \text{هزینه سوخت} \quad \text{R/MBtu} \quad \text{R/h}$$

$$\text{مثال:} \quad C_1 \text{ یا } F_1 = 0.05P_{G1}^2 + 13P_{G1} + 180 \text{ R/h} \quad C_2 \text{ یا } F_2 = 0.06P_{G2}^2 + 12P_{G2} + 200 \text{ R/h}$$

$$P_L = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 P_{Gi} B_{ij} P_{Gj}$$

$$= B_{11}P_{G1}^2 + B_{22}P_{G2}^2 + 2B_{12}P_{G1}P_{G2}$$

$$= 0.0015P_{G1}^2 + 0.002P_{G2}^2 + 2 \times 0.001P_{G1}P_{G2} \text{ MW}$$

↓

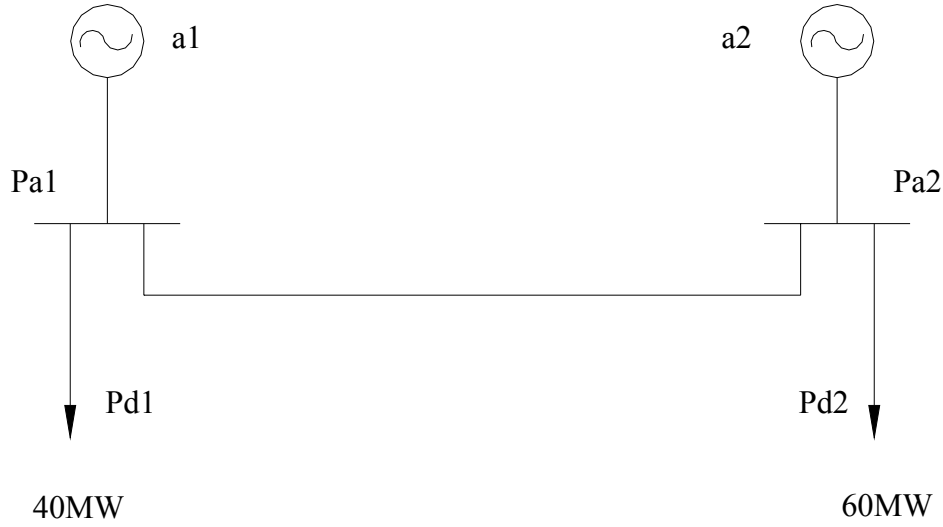
↓

↓

$$1/\text{MW}$$

$$1/\text{MW}$$

$$1/\text{MW}$$



حل :

$$IC_1 = \frac{\partial C_1}{\partial P_{G1}} = 0.1P_{G1} + 13 \quad R/MWh$$

$$IC_2 = \frac{\partial C_2}{\partial P_{G2}} = 0.12P_{G2} + 12 \quad R/MWh$$

$$P_L = \sum_{i=1}^2 P_i = (P_{G1} - P_{D1}) + (P_{G2} - P_{D2}) = (P_{G1} + P_{G2}) - (40 + 60)$$

از رابطه داده شده:

$$\begin{cases} \frac{\partial P_L}{\partial P_{G1}} = 0.003P_{G1} + 0.002P_{G2} \\ \frac{\partial P_L}{\partial P_{G2}} = 0.004P_{G2} + 0.002P_{G1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_1 = \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{G1}}} = \frac{1}{1 - 0.003P_{G1} - 0.002P_{G2}} \\ L_2 = \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{G2}}} = \frac{1}{1 - 0.004P_{G2} - 0.002P_{G1}} \end{cases}$$

معادلات پخش بهینه بار

$$\begin{cases} IC_1 \cdot L_1 = \lambda \\ IC_2 \cdot L_2 = \lambda \\ P_L = \sum_{i=1}^2 P_i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{0.1P_{G1} + 13}{1 - 0.003P_{G1} - 0.002P_{G2}} = \lambda \\ \frac{0.12P_{G2} + 12}{1 - 0.004P_{G2} - 0.002P_{G1}} = \lambda \\ P_{G1} + P_{G2} = P_L + (40 + 60) \end{cases}$$

الف - روش تکرار λ ها

ب - روش تکرار توانها $\sqrt{\quad}$

$$P_{G1}^{(0)} = P_{G2}^{(0)} = \frac{P_{D1} + P_{D2}}{2} = \frac{40 + 60}{2} = 50 \text{ MW}$$

$$P_L^{(0)} = 0.0015 \times 50^2 + 2 \times 0.001 \times 50 \times 50 = 13.75 \text{ MW}$$

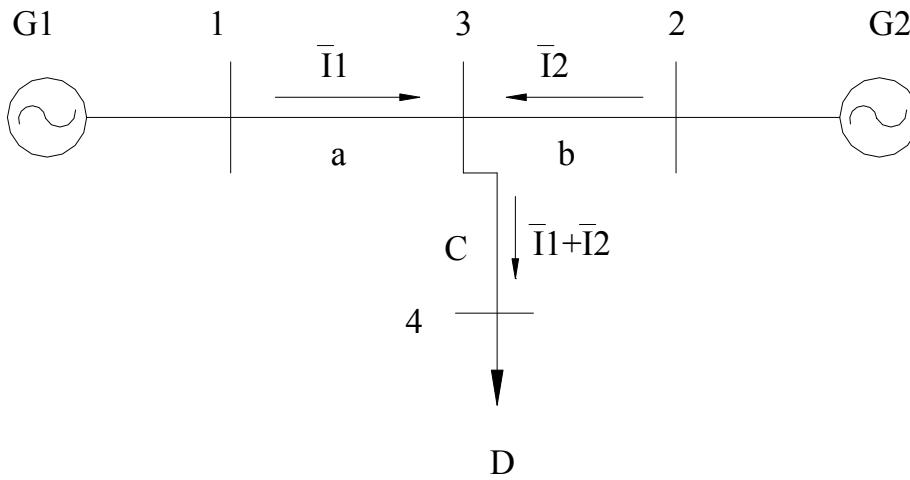
$$L_1^{(0)} = 1.333$$

$$L_2^{(0)} = 1.428$$

$$\begin{cases} (0.1P_{G1}^{(1)} + 13) \times 1.333 = \lambda^{(1)} \\ (0.12P_{G2}^{(1)} + 12) \times 1.428 = \lambda^{(1)} \\ P_{G1}^{(1)} + P_{G2}^{(1)} = 13.75 + 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda^{(1)} = 25.7732 \\ P_{G1}^{(1)} = 63.3473 \text{ MW} \\ P_{G2}^{(1)} = 50.4038 \text{ MW} \end{cases} \Rightarrow |P_{Gi}^{(K+1)} - P_{Gi}^{(K)}| > \varepsilon \Rightarrow \text{تکرار دوم}$$

رابطه تلفات بر حسب تولید واحدها و ضرایب تلفات B_{ij} :

R_a و R_b و R_c مقاومت خطوط a, b, c



$$P_L = 3|\bar{I}_1|^2 R_a + 3|\bar{I}_2|^2 R_b + 3|\bar{I}_1 + \bar{I}_2|^2 R_c$$

اگر جریان \bar{I}_2, \bar{I}_1 هم فاز باشند $|\bar{I}_1 + \bar{I}_2| = |\bar{I}_1| + |\bar{I}_2|$

$$P_L = 3|\bar{I}_1|^2 (R_a + R_c) + 3 \times 2|\bar{I}_1||\bar{I}_2|R_c + 3|\bar{I}_2|^2 (R_b + R_c)$$

توان تولیدی کل سه فاز واحد ۱

$$I_1 = \frac{P_{G1}}{\sqrt{3}V_1 \cos \phi_1}$$

$$I_2 = \frac{P_{G2}}{\sqrt{3}V_2 \cos \phi_2}$$

$$P_L = \frac{R_a + R_c}{V_1^2 \cos^2 \varphi_1} P_{G1}^2 + 2 \frac{R_c}{V_1 V_2 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2} P_{G1} P_{G2} + \frac{R_b + R_c}{V_2^2 \cos^2 \varphi_2} P_{G2}^2$$

$$P_L = B_{11} P_{G1}^2 + 2B_{12} P_{G1} P_{G2} + B_{22} P_{G2}^2$$

مثال: محاسبه ضرایب تلفات B_{ij}

$$\bar{I}_1 = 1 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{I}_2 = 0.8 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{V}_3 = 1 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{Z}_a = 0.04 + j0.16 \text{ pu}$$

$$\bar{Z}_b = 0.03 + j0.12 \text{ pu}$$

$$\bar{Z}_c = 0.02 + j0.08 \text{ pu}$$

حل:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_3 + \bar{I}_1 \bar{Z}_a = (1 + j0) + (1 + j0)(0.04 + j0.16) = 1.04 + j0.16 \text{ pu} = 1.0522 \angle 8.7461^\circ$$

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_3 + \bar{I}_2 \bar{Z}_b = (1 + j0) + (0.8 + j0)(0.03 + j0.12) = 1.024 + j0.096 \text{ pu} = 1.0285 \angle 5.3558^\circ$$

فاز جریانهها با هم برابر است.

$$\varphi_1 = \angle V_1 - \angle I_1 = 8.7461 - 0 = 8.7461^\circ \rightarrow \cos \varphi_1 = 0.9884$$

$$\varphi_2 = \angle V_2 - \angle I_2 = 5.3558 - 0 = 5.3558^\circ \rightarrow \cos \varphi_2 = 0.9956$$

$$B_{11} = \frac{0.04 + 0.02}{1.0522^2 \cdot 0.9884^2} = 0.0554 \text{ pu}$$

$$B_{12} = \frac{0.02}{1.0522 \times 1.0285 \times 0.9884 \times 0.9956} = 0.0188 \text{ pu}$$

$$B_{22} = \frac{0.03 + 0.02}{1.0285^2 \cdot 0.9956^2} = 0.0477 \text{ pu}$$

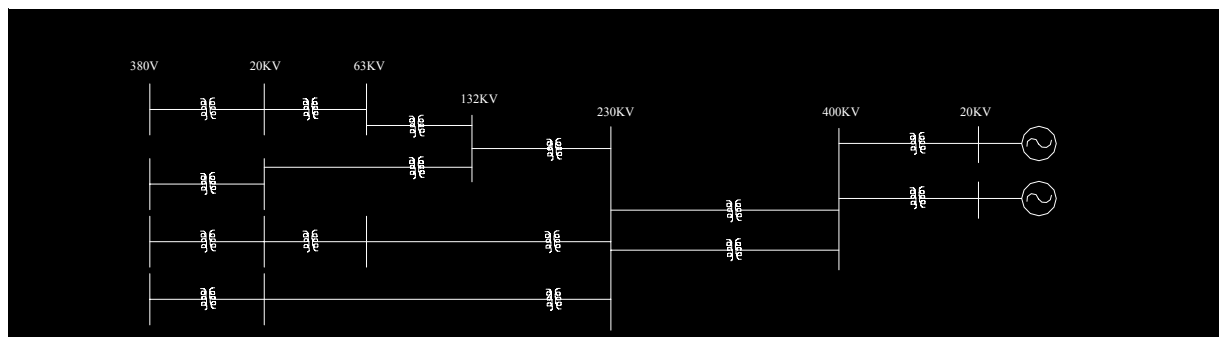
فصل هشتم

سیستمهای توزیع الکتریکی

۸-۱ مقدمه

این سیستمها , به صورت شبکه هایی با ولتاژهای پایین تر و پس از بخش انتقال شبکه محسوب می شوند . این شبکه ها نسبت به قسمتهای انتقال دارای تقسیمات خطوط و کلیدهای قطع کننده بیشتری هستند . این شبکه ها بخشی از شبکه های الکتریکی بین پستهای توزیع و مصرف کننده نهایی می باشد .

تولید ← انتقال ← فوق توزیع ← توزیع



انواع مصرف کنندگان: تکفاز و سه فاز

۱- مصرف کنندگان خانگی: شهری Urban و روستایی Rural- کشاورزی

۲- مصرف کنندگان تجاری

۳- مصرف کنندگان صنعتی

انتخاب سطح ولتاژ در سیستمهای توزیع بستگی دارد به: مسافت، تلفات و قابلیت انتقال توان
انواع ساختار: شعاعی Radial و حلقوی Ring یا Loop و غربالی Grid یا شبکه Network

۸-۲ اجزاء سیستمهای توزیع

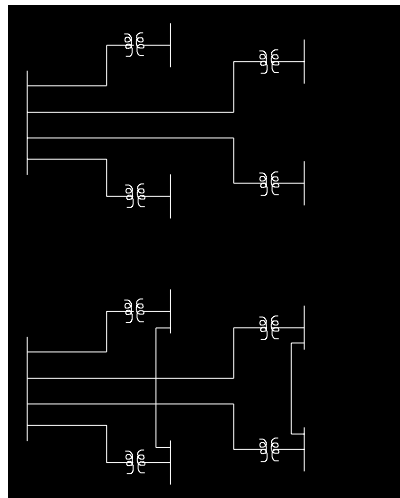
1- Subtransmission System

سیستمهای فوق توزیع یا زیر انتقال :

انرژی الکتریکی را از سیستمهای انتقال به پستهای توزیع می رسانند . این سیستمها به صورت خطوط هوایی یا کابلی زیر زمینی هستند . 63KV - 132KV این سیستمها به صورت شعاعی , حلقوی و غربالی طراحی می شوند .

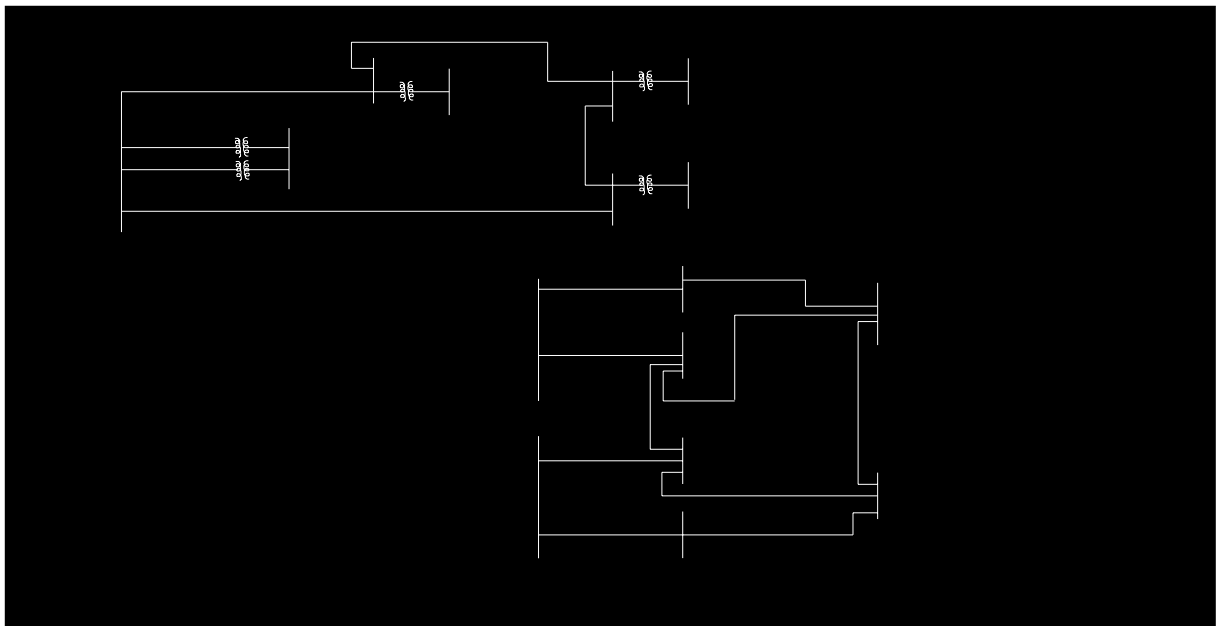
سیستمهای شعاعی : ساده , قیمت پایین طراحی و نصب ولی تداوم سرویس دهی پایین و به همین خاطر کمتر استفاده می شود .

سیستمهای شعاعی توسعه یافته : بازیافت سرویس بالا در هنگام عیب و بهتر از سیستمهای شعاعی ساده



سیستمهای حلقوی : داشتن قابلیت اطمینان سرویس دهی بالا مداری از سیستم انتقال شروع شده و پس از گذر از پستهای توزیع به سیستم انتقال برمی گردد

سیستمهای حلقوی : داشتن قابلیت اطمینان سرویس دهی بالا از تعداد بسیار زیادی مدارهای متداخل و سیستمهای انتقال تشکیل شده است



پستهای توزیع :

2- Distribution Substations

ولتاژهای فوق توزیع را به حد پایین تری تبدیل کرده و به تغذیه کننده های اولیه می دهد . Primary

تجهیزات این پستها عبارتند از :

- ۱- ترانسفورماتورهای قدرت
- ۲- کلیدهای قدرت
- ۳- کلیدهای قطع کننده
- ۴- شینه های پست
- ۵- راکتورهای محدود کننده جریان
- ۶- راکتورهای شنت
- ۷- ترانسفورماتورهای جریان
- ۸- ترانسفورماتورهای ولتاژ
- ۹- ترانسفورماتورهای ولتاژ

خازنی

- ۱۰- خازنهای کاپلینگ
- ۱۱- خازنهای سری
- ۱۲- خازنهای موازی
- ۱۳- سیستمهای زمینی پست
- ۱۴- برقگیرها
- ۱۵- Line Traps
- ۱۶- رله های حفاظتی
- ۱۷- باطریهای پست
- ۱۸- سایر تجهیزات

مدارهای تغذیه کننده اولیه توزیع :

3- Primary Feeders

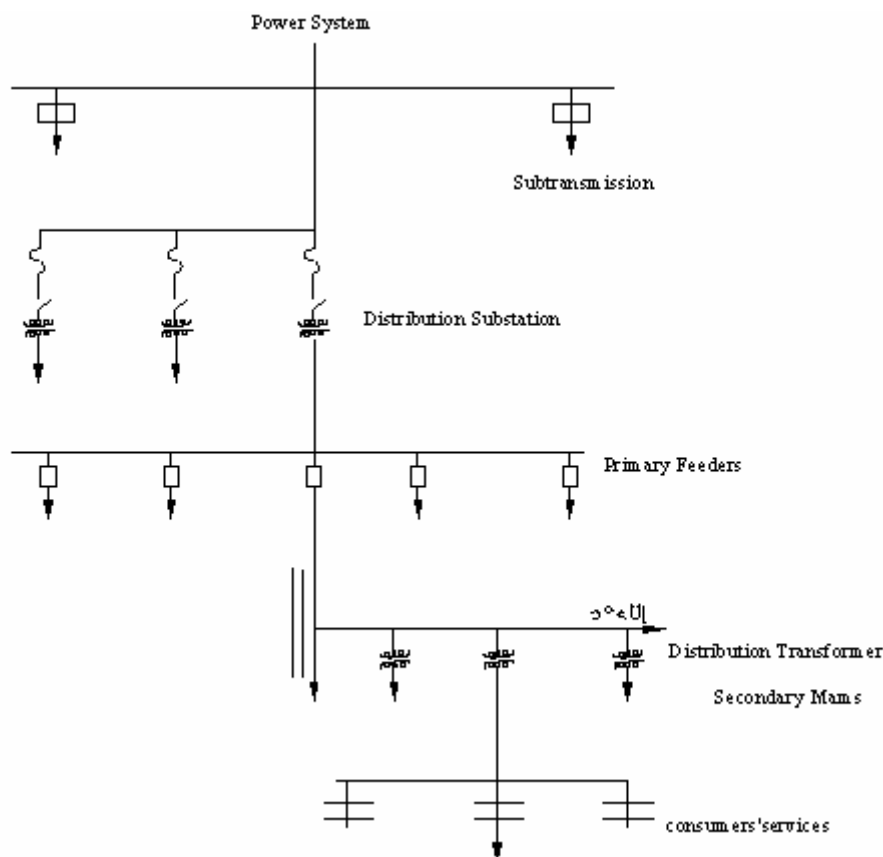
کار تامین انرژی را در یک محدوده خاص جغرافیایی بعهده دارند .

تحویل انرژی در محلات

4- Secondary Mains

تحویل انرژی به مصرف کننده :

5- Consumers' Services



۳-۸ وظایف سیستمهای توزیع :

Continuous electric service

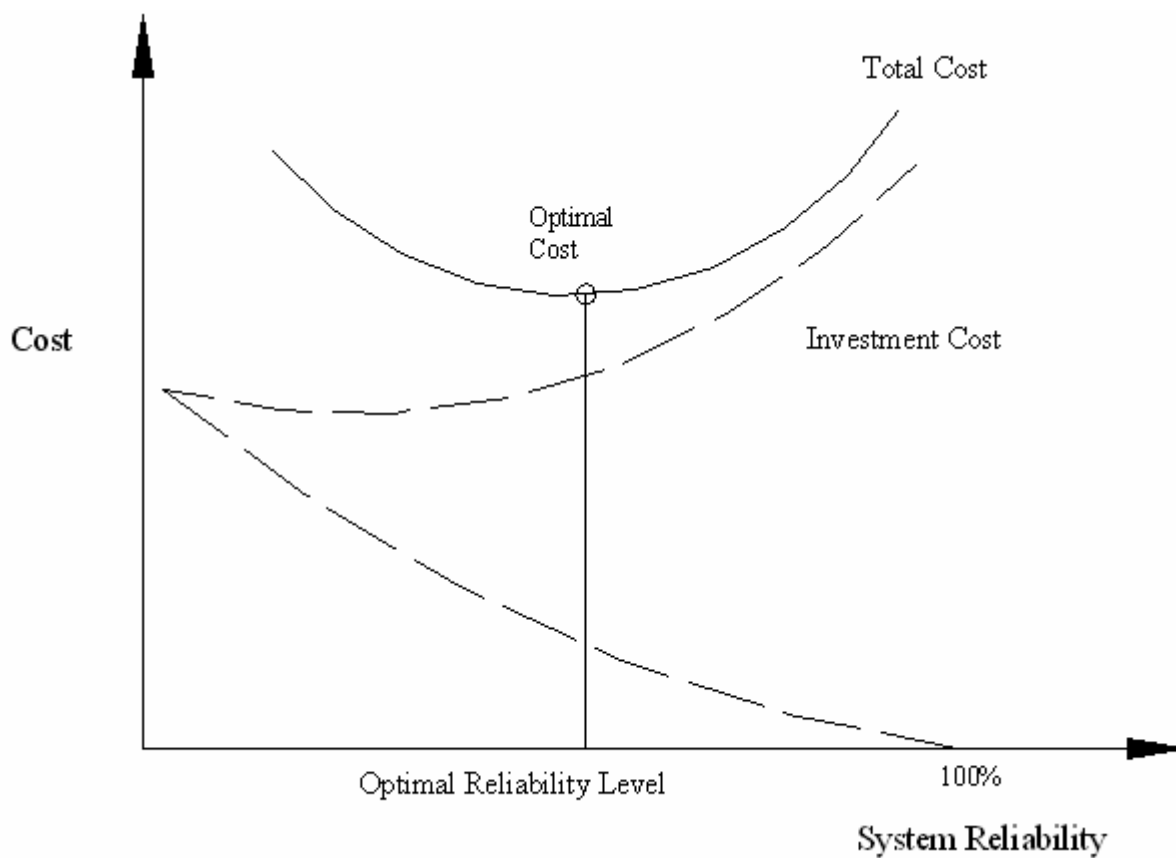
Quality electric service (specified voltage and frequency limits)

Reliable electric service

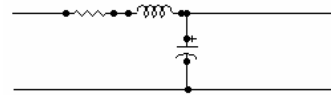
جلوگیری از قطع سرویس دهی سایر مناطق در هنگام عیب یک منطقه (عدم خاموشی)

افت ولتاژ مناسب

تلفات انتقال کم



در توزیع چون $l\omega$ در مقابل R قابل صرف نظر کردن است و $C\omega$ با توجه به عایق بندی خیلی بالاست پس



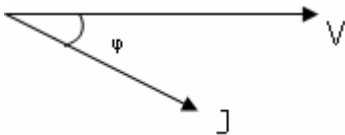
مدار حقیقی تبدیل به مدار معادل خواهد شد .

پس ولتاژ و جریان در کابل همفازند و $\cos\phi$ بستگی به نوع مصرف کننده دارد . یعنی اختلاف فازی که در ولتاژ و جریان کابل به وجود می آید به علت خاصیت کابل نیست ؛ بلکه به علت نوع مصرف کننده است . پس بدیهی است که در کابل ولتاژ و جریان را باید با اختلاف فاز در نظر بگیریم ولی دقت کنیم که این ϕ را کابل تولید نکرده است .

$$\Delta P = 3RI^2 \text{ در کابل سه سیم}$$

$$\frac{\Delta U}{U} \% = \frac{100\ell P}{6AU^2} \% = \frac{100I\ell}{6AU} \%$$

تنها تفاوتش این که $\cos\phi$ را نداریم ؛ زیرا $\cos\phi$ در کابل تولید نشده یا اگر به کار ببریم بر حسب $\cos\phi$ تقسیم نماییم .



در مقاومت کابل همین I می گذرد ولی با v هم فاز است .

در فرمول های قبلی که $\cos\phi$ دخالت می کرد در حقیقت با افت ولتاژ اکتیو (همفاز یا ولتاژ) را استفاده می کردیم . پس حالت فوق دقیق تر است .

در مورد طراحی کابل :

۱- درجه حرارت کابل از حد مجاز تجاوز نکند . (در مجاز معمولاً $70^\circ C$ است .)

۲- افت ولتاژ نسبی در کابل از حد مجاز تجاوز نکند .

$$\frac{\Delta u}{u} \% \leq 5\%$$

معمولاً برای مسیرهای کوتاه از روش ۱ و برای مسیرهای بلند از روش ۲ استفاده می کنند (با رعایت یکی از این دو شرط در مسیر مشابه شرط دوم نیز خود به خود صادق است .)

$$R = \frac{\ell_{[\Omega m]} \ell_{[m]}}{A_{[m^2]}} = \frac{\ell_{[m]}}{\sigma_{\left[\frac{1}{\Omega m}\right]} A_{[m^2]}} = \frac{\ell_{[m]}}{\sigma_{\left[\frac{1}{\Omega m}\right]} A \times 10^6 [mm^2]}$$

$$= \frac{\ell_{[m]}}{\sigma_{\left[\frac{10^6}{\Omega m}\right]} A_{[mm^2]}}$$

Cu 56

Al 35

۳- کابل از نظر مکانیکی استقامت لازم را داشته باشد .

۴- افت توان در کابل از حد مجاز تجاوز نکند .

با رعایت بند ۲ ، بند ۴ نیز خودبخود برطرف می شود .

برای رعایت بند ۱ کابل ها را به دو نوع

I کمتر از $(L.V)1000^V$

و II بیشتر از $(H.V)1000^V$

طبقه بندی می کنند .

طوری که به دور سیم های سه فاز سه خط کشیده می شود برای ایجاد سطح هم پتانسیل و یکنواخت کردن میدان برای کابل هاست .

از نظر افت ولتاژ مجاز

محاسبه سطح مقطع کابل های توزیع : (با توجه به افت ولتاژ مجاز آن) کابلی که از نقطه O تغذیه شده و مصرف کننده در انتهای کابل قرار دارد . طول کابل ℓ و سطح مقطع آن A است .

$$\ell_{cu} = 17.7 M [\Omega . mm]$$

$$\ell_{Al} = 28.3 M [\Omega . mm]$$

$$\begin{cases} \sigma_{cu} = 56.497 \cong 56 * 10^6 \Omega m \\ \sigma_{Al} = 34.8 \cong 35 * 10^6 \frac{1}{\Omega . m} \end{cases}$$

و هدایت مخصوص آن $\frac{1}{\ell} = 6$ است .

یک سیم رفت و برگشت . با طرح های مساوی و سطح مقطع مساوی و جریان مساوی

سیستم جریان مستقیم (I) افت ولتاژ فقط سیم رفت : $\frac{\ell}{6.A}.I \rightarrow$ مقاومت فقط سیم رفت : $\frac{\ell}{6.A}$

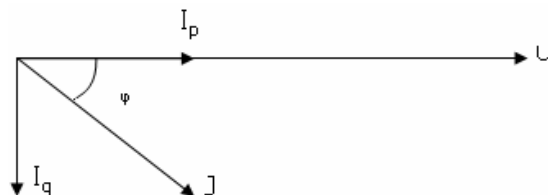
(افت ولتاژ مطلق) افت ولتاژ سیم رفت و برگشت : $\Delta V = 2 \frac{\ell}{6.A}.I$

افت ولتاژ نسبی درصدی $\frac{\Delta V}{V} = \frac{2\ell.I}{6AV} \rightarrow \frac{\Delta V}{V} \% = \frac{200\ell I}{6AV}$

$$\Delta v = \frac{2\ell I}{6.A} = \frac{2\ell I v}{6Av} = \frac{2\ell p}{6Av}$$

افت ولتاژ نسبی به در صد $\frac{\Delta v}{v} = \frac{2\ell I}{6Av} = \frac{2\ell I}{6Av^2} = \frac{2\ell p}{6Av^2}$ ، $\frac{\Delta v}{v} \% = \frac{200\ell p}{6Av^2}$

سیستم در سیم جریان متناوب (II) :



$$\Delta v = \frac{2\ell}{6A} . I_p = \frac{2\ell I \cos \varphi}{6Av} = \frac{2\ell p}{6Av}$$

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{2\ell I \cos \varphi}{6Av} = \frac{2\ell p}{6Av^2} , \frac{\Delta v}{v} \% = \frac{200\ell p}{6Av^2}$$

$$p = VI \cos \varphi$$

اگر بار متعادل باشد از هر کدام از سه کابل جریان مساوی عبور خواهد کرد و : سیستم سه فاز جریان
جریان متناوب (III) افت ولتاژهای هر سه کابل مساوی خواهند بود .

(افت ولتاژ روی هر فاز) افت ولتاژ مطلق بین ابتدا و انتهای يك کابل از سه کابل سیستم سه فازه :

$$\Delta V = \frac{\ell}{6A} I . \cos \varphi$$

$$\Delta u = \sqrt{3} \frac{\ell}{6A} I \cos \varphi \quad \text{و} \quad \Delta u = \frac{\sqrt{3}\ell u I \cos \varphi}{6Au} = \frac{\ell p}{6Au}$$

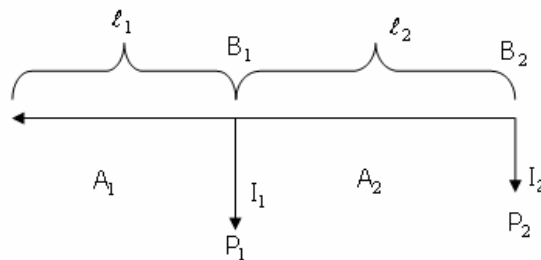
برای P سه فاز U و برای P یک فاز V باید قرار دهیم (برای U) همان I عبوری از هر خط معینی I_L می باشد .

$$\frac{\Delta u}{u} = \frac{\ell p}{6Au^2} \quad \text{و} \quad \frac{\Delta u}{u} \% = \frac{100\ell p}{6Au^2}$$

در سه فاز همیشه افت ولتاژ نسبی فاز برابر افت ولتاژ نسبی خطی خواهد بود .

$$\frac{\Delta V}{V} \% = \frac{100\ell p}{\sigma AV^2} \quad P = VI \cos \varphi \quad V = u / \sqrt{3}$$

حال حالتی را در نظر می گیریم که دو انشعاب در کابل داشته باشیم :



سیستم سه فاز متناوب $\Delta u_{oB2} = \Delta u_{oB1} + \Delta u_{B1B2} = \lambda$

انتخاب سطح مقطع های A_1 و A_2 آن چنان که حجم مس بکار رفته کمترین باشد .

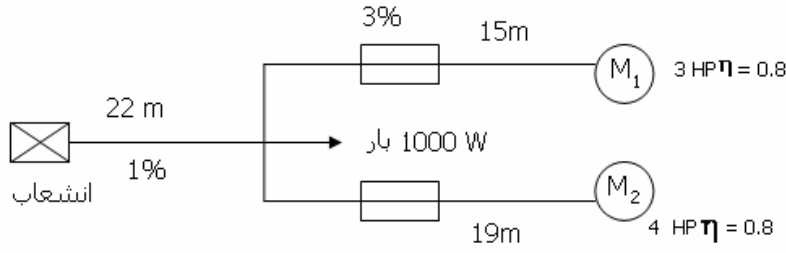
برای سادگی فرمول ها u در مخرج کسرها را U نامی استاندارد

حجم = $\ell_1 A_1 + \ell_2 A_2$ مس به کار رفته در یکی از فازها

مصرف می گیریم و ثابت و این زیاد فرقی در محاسبات ایجاد نخواهد کرد .

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta U_{DB2} &= \frac{\ell_1 (P_1 + P_2)}{\sigma A_1 u} + \frac{\ell_2 P_2}{\sigma A_2 u} = \lambda \\ &\frac{d}{dA_1} \end{aligned} \right.$$

بعد از حل $\rightarrow \left\{ \begin{aligned} A_1 &= \frac{\ell_1 (P_1 + P_2) + \ell_2 \sqrt{P_2 (P_1 + P_2)}}{\sigma \lambda u} \\ A_2 &= \frac{\ell_2 P_2 + \ell_1 \sqrt{P_2 (P_1 + P_2)}}{\sigma \lambda u} \end{aligned} \right.$



تكفاز

$$10) \quad P_{e1} = \frac{3 \times 746}{0.8} = 2797.5 \text{ W}$$

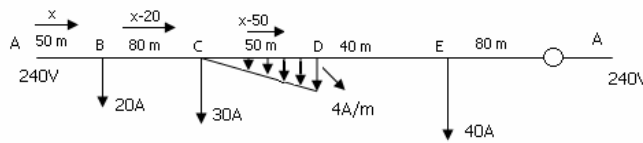
$$M_1 = \Delta_{u1} = \frac{3}{100} \times 110 = 3.3 = \frac{2l_1 P_1}{\sigma A_1 u_1} \Rightarrow A_1 = \frac{2 \times 15 \times 2797.5}{56 \times 3.3 \times 110} \cong 4.128, \quad A_{1N} = 6 \mu_2$$

$$M_2 = P_{e2} = \frac{4.2 \times 746}{0.8} \times 3730 \text{ W} \quad A_2 = \frac{2 \times 19 \times 3730}{56 \times 3.3 \times 110} \cong 6.97 \rightarrow A_{2N} = 10 \mu_2$$

$$\text{بار} \frac{1000}{110} = 9.1 \text{ A} \rightarrow A_{3N} = 1.5 \mu_2$$

$$\text{بار} = \frac{1000}{110} = 9.1 \text{ A} \rightarrow A_{3N} = 1.5 \eta \mu_2$$

$$\Delta V_2 = \frac{1}{100} \times 110 = 101 ; \quad A = \frac{2 \times 22 \times (P_1 + P_2 + P_3)}{6 \cdot \Delta U \cdot U} = 48.6 \rightarrow A_N = 50 \eta \mu^2$$



الف)

$$\Delta U = 0 \rightarrow$$

$$\frac{2}{6A} \left[50x + 80(x - 20) + \int_{20}^{50} \left(x - 50 - \frac{y}{2} \times \frac{4}{50} y \right) dy + 40 \left(x - 50 - \frac{50 \times 4}{2} \right) + 80 \left(x - 50 - \frac{50 \times 4}{2} - 40 \right) \right]$$

$$\rightarrow x = 89.9 \quad A$$

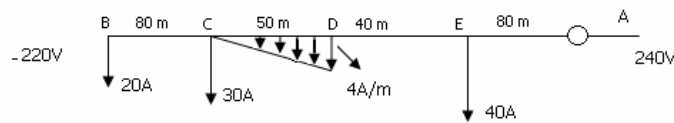
نقطه ژرف بین C و D است .

نقطه ژرف در 3.16^m نقطه C است : نقطه ژرف

$$\text{ب) } 39.9 = \frac{4}{50} y \times \frac{y}{2} \rightarrow y = 31.6 \text{ m}$$

$$20V = \frac{2}{56A} \left[50 \times 89.9 + 80 \times 69.9 + \int_0^{31.6} \left(x - 50 - \frac{y}{2} \times \frac{4}{50} y \right) 3y \right]$$

$$\rightarrow A = 19.5 \eta \mu^2, \quad A_N = 25 \eta \mu^2$$



پ)

$$20V = \frac{2}{56A} \left[190 \times 80 + 150 \times 40 + \int_0^{150} \left(150 - \left(4 - \frac{2y}{25} + 4 \right) \frac{y}{2} \right) 3y + (150 - 100 - 30) 80 \right]$$

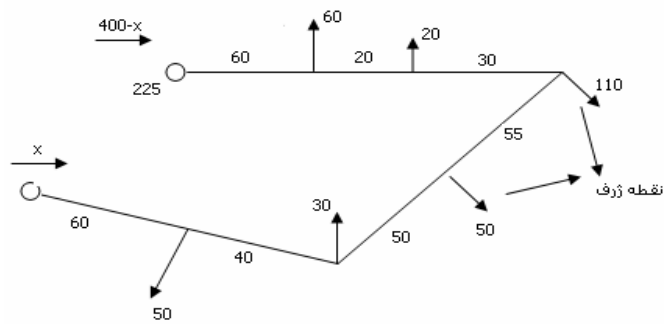
$$\rightarrow A = 48.5 \eta \mu^2, \quad A_N = 50 \eta \mu^2$$

$$I = 376 \rightarrow A_0 = A_1 = 500 \eta \mu^2$$

$$\text{۶۸ ص ۱۵) } I = 375 - 25 = 350 \rightarrow A_2 = 400 \eta \mu^2 \quad A_1 \quad A_2 \quad A_3 \quad A_4 \quad A_5$$

$$I = 375 - 50 = 225 \rightarrow A_3 = 300 \eta \mu^2$$

نقطه ژرف یاروی 110^A یاروی 50 آمپری است



$$\Delta U_{AO} = \frac{2}{56A} [60x + 40(x - 50) + 50(x - 80) + 55(x - 160)] = 10$$

$$\Delta U_{BO} = \frac{2}{56A} [60(400 - x) + 20(400 - x - 60) + 30(400 - x - 60 - 70)] = 5$$

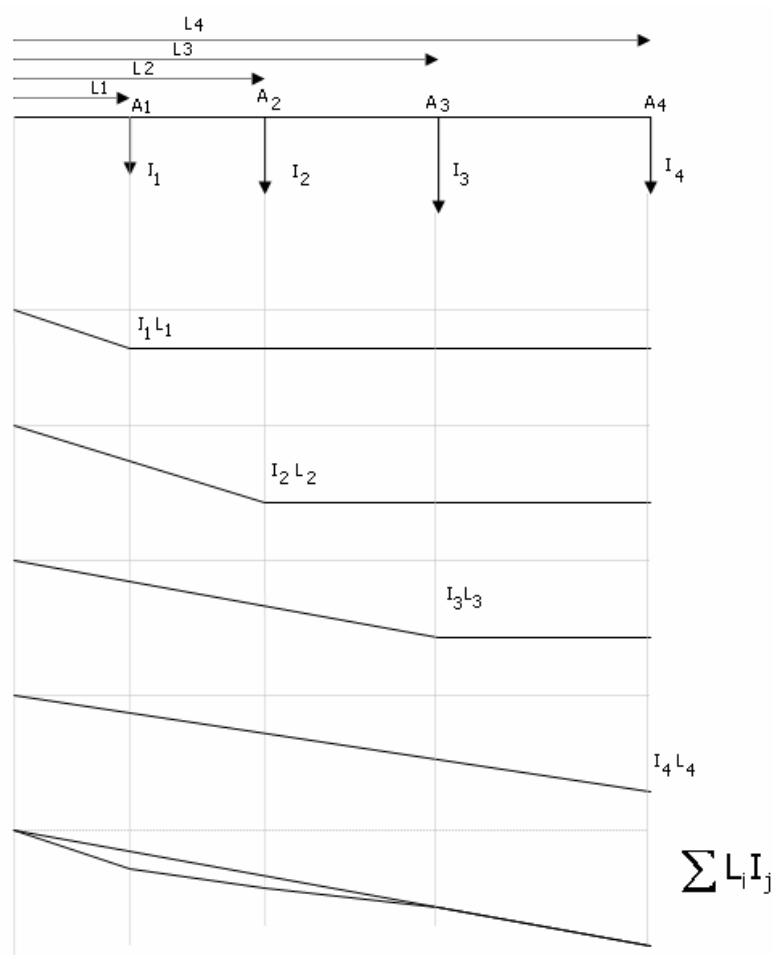
به دست می آیند: x و A

اگر یکی از اینها (x یا A) منفی بیاید انتخاب نقطه ژرف درست نبوده و باید روی $50A$ حساب کنیم.

روش انتقال به انتها: (انتقال جریان ها به ابتدا و انتهای خط)

انتقال جریان ها به انتهای خط (روش ترسیمی)

$$A'' \cdot L = \sum_{j=1}^4 I_j l_j \Rightarrow I'' = \frac{\sum I_j l_j}{L}$$

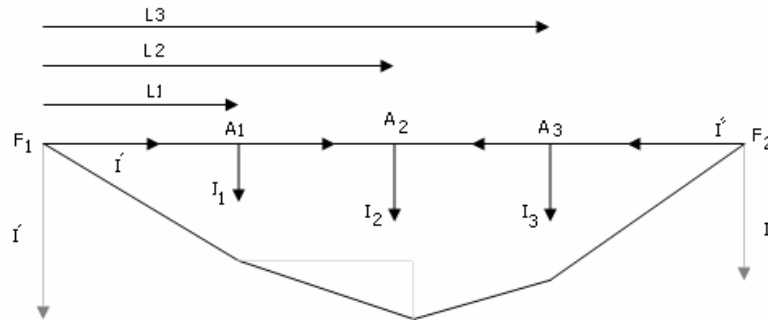


با توجه به فرمول بالا مدار معادل با مداری میشود که تنها جریان I'' از انتهای آن (به فاصله L از ابتدا) کشیده می شود. (تنها از دیر انتهای خط .. در نقاط دیگر درست نیست.)

$$I'' < I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$

غیر از ابتدا و انتها :

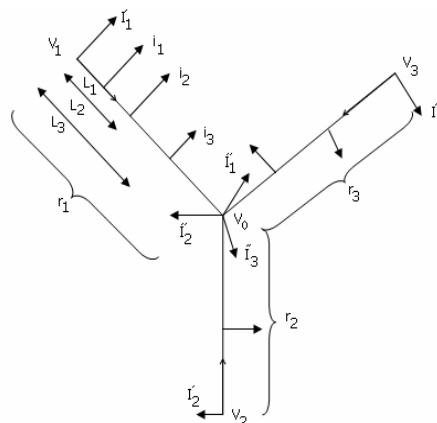
$$I' = I - I''$$



چون افت ولتاژی را در شبکه ناشی نمی شود پس افت ولتاژها در ابتدا و انتهای خط ثابت است و با قرار دادن I'' در ابتدا انرژی داده شده به مدار ثابت است. $(I' + I'' = I)$

پس مدار بالا معادل با مدار با I' در ابتدا و I'' در انتهای آن است. همفوکانس و هم پتانسیل اند. بارهای متمرکز: هر گاه A_2 نقطه ژرف باشد. I' و I'' مثل قسمت بالا حساب می شود. ولتاژهای مختلف:

پیدا کردن نقطه ژرف (نقطه ای که پتانسیل آن از هم کمتر است) در این مسئله ممکن است ۲ نقطه یافت شود که از دو سو تغذیه شود که فقط یکی نقطه ژرف است.



در تغذیه از n سو ممکن است (n-1) نقطه تغذیه شونده از دو سو یافت شود که تنها یکی نقطه ژرف است . هر خط را به خطی با جریان در ابتدا و انتها (I-O , II-O , III-O) تبدیل می کنیم .

$$\frac{V_I - V_0}{r_1} \quad \text{جریانی که از I به طرف O جاری است :}$$

$$\frac{V_{II} - V_0}{r_2} \quad \text{جریانی که از II به طرف O جاری است :}$$

$$\frac{V_{III} - V_0}{r_3} \quad \text{جریانی که از III به طرف O جاری است :}$$

$$I_a = \frac{V_I - V_0}{r_1} + \frac{V_{II} - V_0}{r_2} + \frac{V_{III} - V_0}{r_3}$$

$$I_a = \frac{V_I - V_0}{r_1} + \frac{V_{II} - V_0}{r_2} + \frac{V_{III} - V_0}{r_3} = I_I'' + I_{II}'' + I_{III}''$$

$$I_I'' = \frac{i_1 \ell_1 + i_2 \ell_2 + i_3 \ell_3}{O_3} \quad , \quad I_{II}'' \quad , \quad I_{III}'' \quad \text{نیز به همین ترتیب :}$$

$$V_0 \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \right) = \frac{V_I}{r_1} + \frac{V_{II}}{r_2} + \frac{V_{III}}{r_3} - (I_I'' + I_{II}'' + I_{III}'')$$

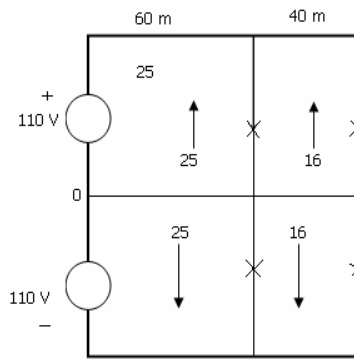
چون جریان متعادل کننده دوفاز است پس از جریان های فازی استفاده می کند . (مسئله را بین يك فاز و نول حل می کنیم - سیستم سه فاز متعادل -) .

حل 71 : مسئله ۲۲ تنها يك سیستم را در نظر می گیریم : $\lambda = 0.02 \times 110 = 2.2$

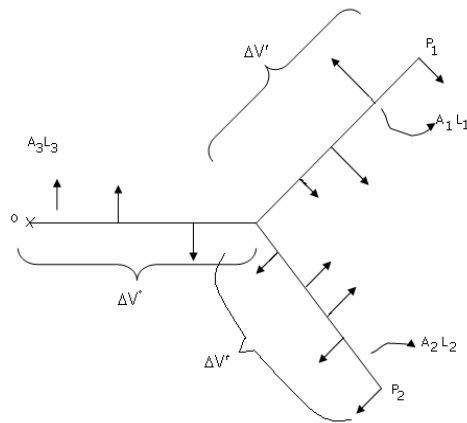
$$A_1 = \frac{(P_1 + P_2) \ell_1 + \ell_2 \sqrt{P_2(P_1 + P_2)}}{\lambda \cdot 6U}$$

$$= \frac{(1100 + 1100)60 + 40 \sqrt{1100(1100 + 1100)}}{2.2 \times 34.8 \times 110}$$

$$= 23.1 \quad \rightarrow \quad A_{1N} = 25 \eta \mu^2$$



محاسبه مقطع خطوط توزیع انشعابي : (با توجه به حجم مس مصرفي مينيمم) :

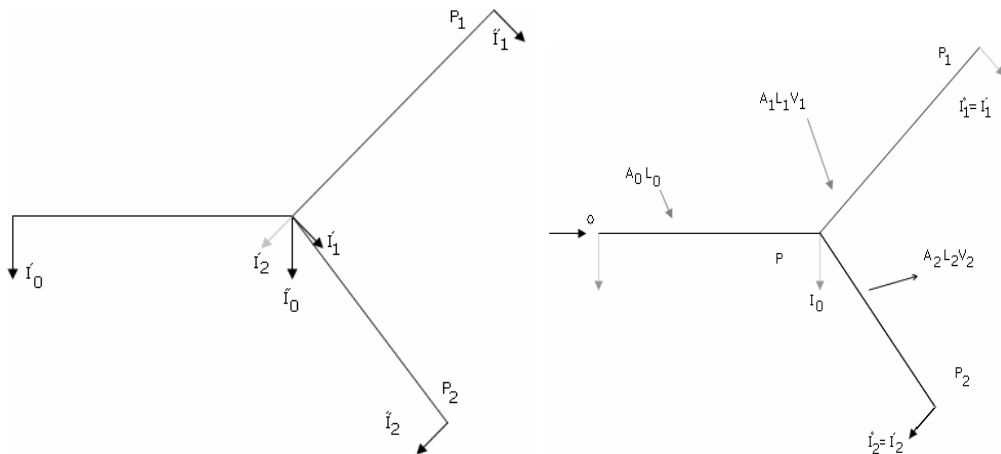


معلوم $\Delta U_{OP} + \Delta U_{PP1} =$

چند درصد معلوم در OP و چند درصد آن در PP1 است تا $v_{Cu} = \min$

معلوم $\Delta U_0 + \Delta U' =$

جریان ها را به ابتدا و انتهای کابل ها منتقل می کنیم .



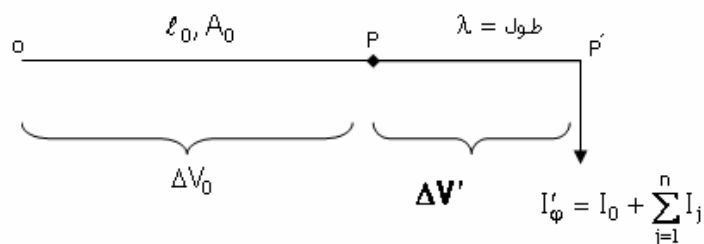
$$PP_1 : \Delta U' = \frac{I_1 l_1}{6.A_1} \rightarrow A_1 = \frac{l_1 I_1}{6 \Delta U'} \Rightarrow V_1 = l_1 A_1 = \frac{l_1^2 I_1}{6 \Delta U'}$$

$$PP_2 : \Delta U' = \frac{I_2 l_2}{6.A_2} \rightarrow A_2 = \frac{l_2 I_2}{6 \Delta U'} \Rightarrow V_{21} = l_2 A_2 = \frac{l_2^2 I_2}{6 \Delta U'}$$

$$\text{حجم مس کل در انشعاب} = V_1 + V_2 = \frac{I_1 \ell_1^2 + I_2 \ell_2^2}{6 \Delta U'}$$

$$\text{حجم مس کل در } n \text{ انشعاب} = V_1 + V_2 + \dots + V_n = \frac{\sum_{i=1}^n I_i \ell_i^2}{6 \Delta U'}$$

$$\text{حجم مس کل در شبکه توزیع} = \ell_0 A_0 + \frac{\sum_{i=1}^n I_i \ell_i^2}{6 \Delta U'} = \ell_0 A_0 + \lambda x A_0$$



λ طوري که باید باشد که افت ولتاژ در انتهاي کابل PP' همان $\Delta U'$ باشد و نیز حجم مس به کار رفته در PP' برابر حجم کل مس در انشعابات باشد.

$$\lambda x A_0 = \frac{\sum I \ell^2}{6 \Delta U'}, \quad X A_0 = \frac{I_P \lambda}{6 \Delta U'} \Rightarrow \lambda = \sqrt{\frac{\sum I \ell^2}{I_P}}$$

$$\frac{\lambda(I_0 + \sum I)}{\delta X A_0} = \Delta U'$$

$$\alpha = \frac{\ell_0 I_{P'}}{\delta A_0} + \frac{\lambda I_{P'}}{\delta X A_0}$$

حجم مس کل در شبکه توزیع $= (\ell_0 + X \lambda) A_0$

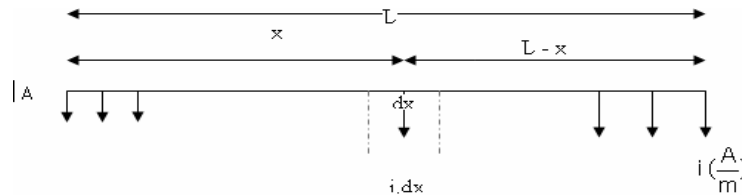
$$A_0 = \frac{I_{P'}}{\delta \alpha} \left(\ell_0 + \frac{\lambda}{X} \right)$$

$$\text{حجم مس کل در شبکه توزیع} = (\ell_0 + X \lambda) \frac{I_{P'}}{\delta \alpha} \left(\ell_0 + \frac{\lambda}{X} \right)$$

$$\frac{d}{3x} = 0 \rightarrow x = \pm 1 \rightarrow x = 1$$

خط توزیع با بار گسترده یکنواخت

خط توزیع چند خانه مشابه در یک خیابان بلند که تقریباً بارهای مساوی در فواصل منظم و کوتاه انشعاب گرفته اند .



i جریان بر واحد طول

r مقاومت واحد طول

$iL=I$ جریان کل خط توزیع

$rL=R$ مقاومت کل خط توزیع

تغذیه از یک طرف $\Delta V = \Delta V_x + \Delta V_{L-x}$

$$\Delta V = \int_0^x rxi dx + rxi(L-x)$$

جریان طرف راست x که در فاصله x از ابتدای خط توزیع فرض می شود .

$$\Delta V = irLx - \frac{1}{2}irx^2$$

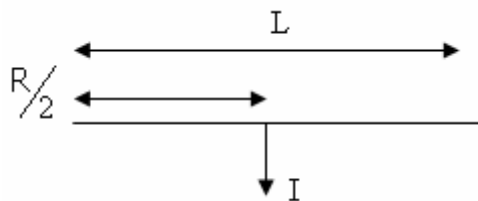
معادله یک سهمی است

$$\Delta V_{Total} = irL \cdot L - \frac{1}{2}irL^2$$

حداکثر افت در ولتاژ $x = l$

$$\Delta V_{Total} = \int_0^L rxi dx = \frac{1}{2}irL^2$$

یا از روش دیگر



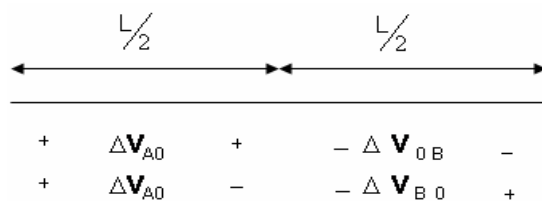
$$\Delta V_{Total} = \frac{1}{2}irL^2 = \frac{1}{2}(iL) \cdot (rl) = \frac{1}{2}IR = \frac{R}{2}I$$

پس خط توزیع یکنواختی که از یک طرف تغذیه می شود معادل حالتی است که تمام بار را در وسط خط توزیع متمرکز کنیم .
تغذیه از دو طرف

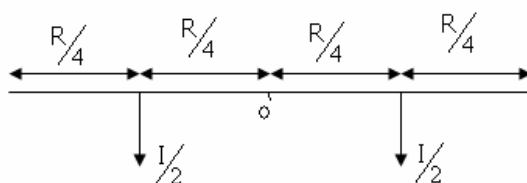
$$\Delta V_{AB} = V_A - V_B$$

$$V_A = V_B \Rightarrow \Delta V_{AB} = 0 = \Delta V_{AO} + \Delta V_{OB}$$

$$\Delta V_{AO} - \Delta V_{BO}$$

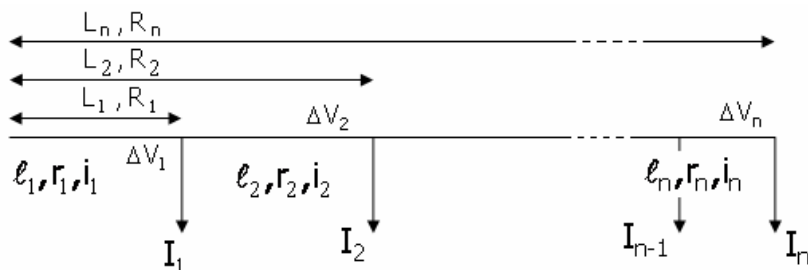


افت ولتاژ تا نقطه وسط خط توزیع



$$\Delta V_{AO} = \Delta V_{BO} = \frac{1}{2} \frac{I R}{2} = \frac{1}{8} IR$$

محاسبه افت ولتاژ خطی که از یک طرف تغذیه می شود . (خط توزیع با تغذیه از یک طرف)



$$\begin{cases} i_1 = I_1 + I_2 + \dots + I_n \\ i_2 = I_2 + \dots + I_n \\ \dots \\ i_n = I_n \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_1 = R_1 \\ r_2 = R_2 - R_1 \\ \dots \\ r_n = R_n - R_{n-1} \end{cases}$$

$$\Delta V_n = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \dots + \Delta V_n$$

$$\Delta V_n = r_1 i_1 + r_2 i_2 + \dots + r_n i_n = r(\ell_1 i_1 + \ell_2 i_2 + \dots + \ell_n i_n)$$

$$\Delta V_n = R_1(I_1 + I_2 + \dots + I_n) + (R_2 - R_1)(I_2 + I_3 + \dots + I_n) + \dots + (R_n - R_{n-1})I_n$$

$$\Delta V_n = R_1 I_1 + R_2 I_2 + \dots + R_n I_n = \sum_{j=1}^n R_j I_j$$

$$\Delta V_n = R(L_1 I_1 + L_2 I_2 + \dots + L_n I_n) = \sum_{j=1}^n R L_j I_j$$

افت ولتاژ کابل رفت: ΔV_j

افت ولتاژ کابل رفت و برگشت

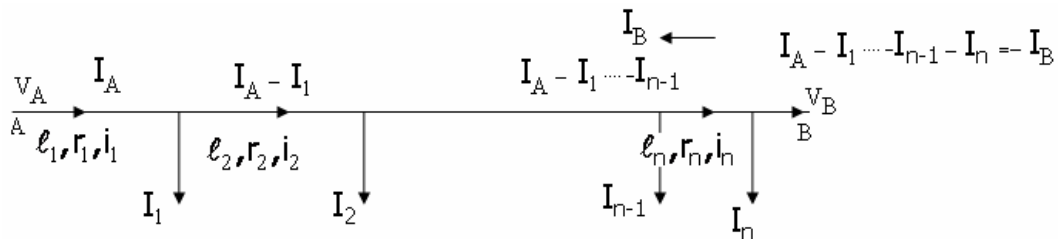
مقاومت کابل رفت: R_j, r_j

مقاومت کابل رفت و برگشت

مقاومت واحد طول کابل رفت: R, r

مقاومت واحد طول کابل رفت و برگشت: $R = r$

محاسبه افت ولتاژ خطی که از دو طرف تغذیه می شود (خط توزیع با تغذیه از دو طرف)



$$\left\{ \begin{array}{l} i_1 = I_A \\ i_2 = I_A - I_1 \\ i_n = I_A - I_1 - \dots - I_{n-1} \\ i_{n+1} = I_A - I_1 - \dots - I_n = -I_B \end{array} \right.$$

$$\Delta V_{AB} = V_A - V_B = r_1 i_1 + r_2 i_2 + \dots + r_n i_n + r_{n+1} i_{n+1} = r(\ell_1 i_1 + \ell_2 i_2 + \dots + \ell_n i_n + \ell_{n+1} i_{n+1})$$

$$\Delta V_{AB} = V_A - V_B =$$

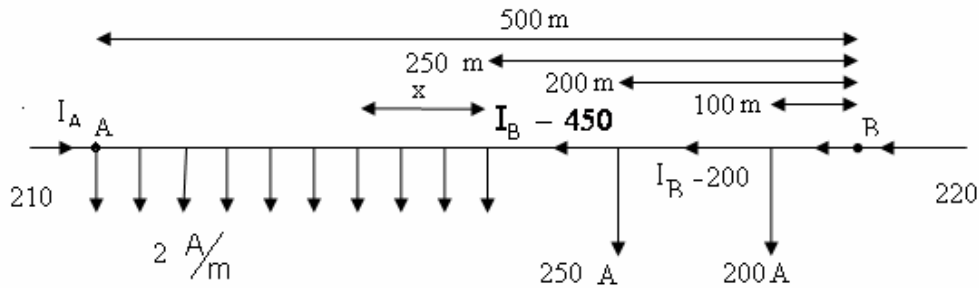
$$R_1 I_A + (R_2 - R_1)(I_A - I_1) + \dots + (R_n - R_{n-1})(I_A - I_1 - \dots - I_{n-1}) + (R_{n+1} - R_n)(I_A - I_1 - \dots - I_n)$$

$$\Delta V_{AB} = V_A - V_B = R_1 I_1 + R_2 I_2 + \dots + R_n I_n + R_{n+1}(I_A - I_1 - \dots - I_n)$$

$$\Delta V_{AB} = V_A - V_B = R_1 I_1 + R_2 I_2 + \dots + R_n I_n - R_{n+1} I_B$$

$$\Delta V_{BA} = V_B - V_A = R_n' I_n' + R_{n-1}' I_{n-1}' + \dots + R_2' I_2' + R_1' I_1 - R_0' I_A$$

يك خط توزيع DC دو سيم AB به طول ۵۰۰ متر از دو طرف تغذيه مي شود ولتاژ در نقطه A ۲۱۰ ولتاژ در نقطه B ۲۲۰ ولت است سطح مقطع هر هادي 300 mm^2 است . اگر بار يكنواختي به اندازه 2 A/M از نصف كابل در طرف A گرفته شود و بارهاي متمرکز A ۲۰۰ در فاصله ۱۰۰m و A ۲۵۰ در فاصله m ۲۰۰ گرفته شوند افت ولتاژ را در وسط خط و جريان تغذيه هر طرف را پيدا كنيد .



مقاومت كابل به طول ۱۰۰ m به مقطع 70 mm^2 برابر ۱۲٪ اهم است .

$$r = \frac{\%12}{100} = 1/2 \times 10^{-4} \Omega/m$$

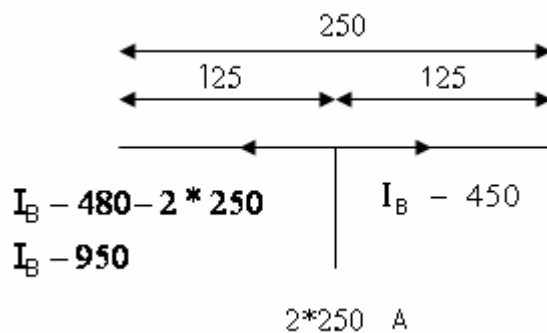
حل:

افت ولتاژ در نقطه A

$$102 \times 10^{-4} \{ 100 \times I_B + 100(I_B - 200) + 50(I_B - 450) + \int_0^{250} [(I_B - 450) - 2x] dx \} =$$

$$220 - 210$$

$$125(I_B - 450) + 125(I_B - 450 - 2 \times 250)$$

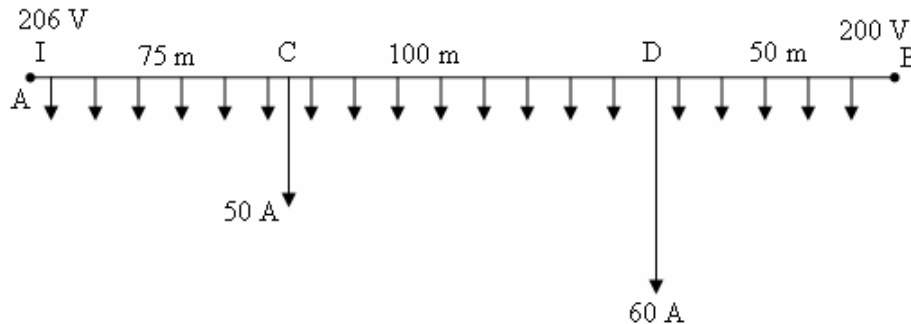


$$I_B = 602A$$

$$\left. \begin{aligned} -I_A &= I_B - 200 - 250 - 2 \times 250 \\ &= 602 - 200 - 250 - 500 \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_A = 348A$$

ولتاژ نقطه ژرف :

يك خط توزيع دو سيمه DC با طول ۲۲۵ متر تغذيه از دو طرف با بار يكنواخت 0.15 A/m همراه با بارهاي متمرکز زير :



$AC = 75 \text{ m}$ در نقطه C 50 A

$CD = 100 \text{ m}$ در نقطه D 60 A

ولتاژ منابع در A و B برابر ۲۰۶ و ۲۰۰ ولت است .

مقاومت هر سيم از خط توزيع $\frac{0.00015 \Omega}{m}$

مطلوب است محاسبه جريان تغذيه در هر طرف

حل - مقاومت واحد طول خط توزيع (هر دو سيم رفت و برگشت) $r = 2 \times 0.00015 = 0.0003 \text{ A/m}$

جريان تغذيه در طرف A برابر I_A

$$\Delta V_{AC} = \int_0^{75} (I_A - 0.15x) r dx = r \times 75 \left(I_A - \frac{1}{2} \times 0.15 \times 75 \right)$$

افت ولتاژ در بخش AC

$$= r \times 75 (I_A - 5.6)$$

كل جريان توزيع شده در بخش AC $I_{AC} = 0.15 \times 75 = 11.3 \text{ A}$

جريان تغذيه (ورودی) به بخش CD $I_A - 11.3 - 50 \text{ A} = I_A - 61.3 \text{ A}$

افت ولتاژ در بخش CD

$$\Delta V_{CD} = \int_0^{100} [(I_A - 61.3) - 0.15x] r dx = r \times 100 \left[(I_A - 61.3) - \frac{1}{2} \times 0.15 \times 100 \right]$$

$$= r \times 100 (I_A - 68.6)$$

كل جريان توزيع شده در بخش CD $I_{CD} = 0.15 \times 100 = 15 \text{ A}$

جريان تغذيه ورودی در بخش DB $(I_A - 11.3 - 50) - 15 - 60 = I_A - 136.3 \text{ A}$

افت ولتاژ در بخش DB

$$\Delta V_{DB} = \int_0^{50} [(I_A - 136.3) - 0.15x] r dx = r \times 50 \left[(I_A - 136.3) - \frac{1}{2} \times 0.15 \times 50 \right]$$

$$= r \times 50 (I_A - 140)$$

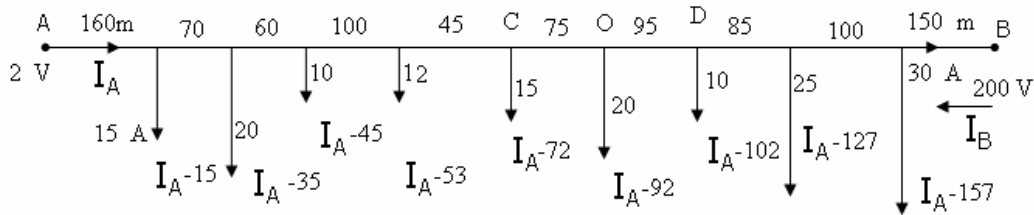
افت ولتاژ کل

$$\Delta V = \Delta V_{AC} + \Delta V_{CD} + \Delta V_{DB} = 206 - 200 = 6 \quad V$$

$$\Delta V = r[75(I_A - 5.6) + 100(I_A - 68.8) + 50(I_A - 140)] = r(225I_A - 214.4) = 6 \quad V$$

$$r = 0.0003 \Rightarrow I_A = 87.94 \quad A$$

$$-I_A = I_A - 0.15(75 + 100 + 50) - 50 - 60 \Rightarrow I_B = 55.81 \quad A$$



مقاومت هر متر برابر $5.04 \times 10^{-4} \Omega/m$ مطلوب است محاسبه جریان های تغذیه در هر طرف خط توزیع

حل- مقاومت هر متر خط توزیع (سیم رفت و برگشت)

$$2 \times 5.04 \times 10^{-4} = 10.08 \times 10^{-4} \Omega/m$$

افت ولتاژ کل خط توزیع

$$10.08 \times 10^{-4}$$

$$[160I_A + 70(I_A - 15) + 60(I_A - 35) + 100(I_A - 45) + 45(I_A - 57) + 75(I_A - 72) + 95(I_A - 92) =]$$

$$+ 85(I_A - 102) + 100(I_A - 127) + 150(I_A - 157) = V_A - V_B = 205 - 500 = 57$$

$$I_A = 73.7 \quad A$$

$$I_A - 157 = -I_B \Rightarrow I_B = 83.3 \quad A$$

$$I_{CO} = I_A - 72 = 73.7 - 72 = 1.7 > 0 \quad \text{جهت جریان مثبت}$$

نقطه O دارای حداقل پتانسیل روی خط توزیع است

$$I_{OD} = I_A - 22 = 73.7 - 22 = -18.3 < 0 \quad \text{جهت جریان منفی}$$

پس سؤال این است که V_0 چقدر است؟

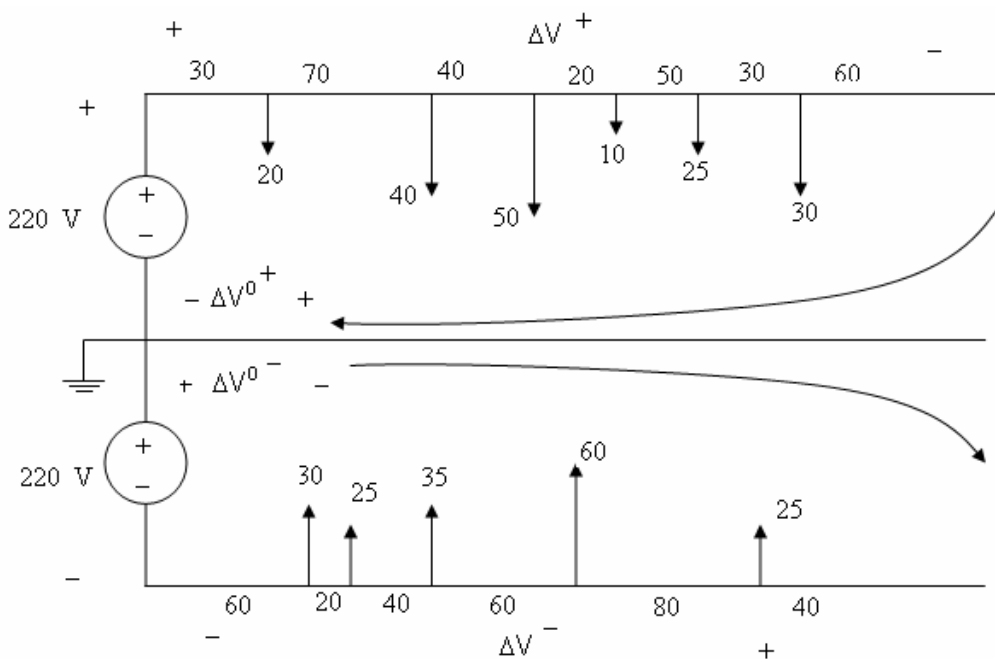
افت ولتاژ از A تا O (سیم رفت و برگشت)

$$\Delta V_{AO} = 10.08 \times 10^{-4} [160 \times 73.7 + 70 \times 58.7 + 60 \times 38.7 + 100 \times 28.7 + 45 \times 16.7 + 75 \times 1.7]$$

$$\Delta V_{AO} = 18.9 \quad V = V_A - V_0$$

$$V_0 = 205 - 18.9$$

مثال - خط توزیع جریان مستقیم ۳ سیمه به طول ۳۰۰ متر با تغذیه از یک طرف اختلاف پتانسیل روی هر هادی در نقطه تغذیه ۲۳۰ ولت فواصل به متر و جریان های مقاومت سیم های اصلی ۰/۱۵ اهم مقطع سیم صفر مقطع سیم های اصلی (مثبت و منفي)



$$\frac{0.15}{300} = 5 \times 10^{-4} \quad \Omega/m = \text{مقاومت هر متر سیم های اصلی (مثبت و منفي)}$$

$$R \alpha \frac{\ell}{A} \rightarrow 2(5 \times 10^{-4} \Omega/m) = 10 \times 10^{-4} \Omega/m$$

افت ولتاژ در سیم اصلی مثبت ΔV^+

$$5 \times 10^{-4} [(20 \times 30) + (40 \times 100) + (50 \times 140) + (10 \times 160) + (25 \times 210) + (30 \times 240) + (3 \times 240)] = 12.82 \text{ V}$$

افت ولتاژ در سیم اصلی منفي ΔV^-

$$5 \times 10^{-4} [(30 \times 60) + (25 \times 80) + (35 \times 120) + (60 \times 180) + (25 \times 260)] = 12.65 \text{ V}$$

ΔV^0 افت ولتاژ در سیم اصلی صفر

$$\text{افت } \Delta V_T^+ = 5 \times 10^{-4} [(20 \times 30) + (40 \times 100) + \dots + (30 \times 240)] - 10 \times 10^{-4} [(30 \times 60) + (25 \times 80) + \dots + (25 \times 60)] = 0.36 \text{ V}$$

ولتاژ کل در خط تغذیه شامل سیم مثبت و صفر

$$12.82 + 0.35 + 13.17 \text{ V}$$

ΔV_T^- افت ولتاژ کل در خط تغذیه شامل سیم منفی و صفر

$$12.65 - 0.35 = 12.30 \text{ V}$$

اختلاف پتانسیل در خط تغذیه مثبت

$$220 - 13.17 = 206.83 \text{ V}$$

اختلاف پتانسیل در خط تغذیه منفی

$$220 - 12.390 = 207.7 \text{ V}$$

Solid wires

Stranded conductors

(twisted group of wires)

جداول دیگر

طرز تماس کابل با خاک

مقدار کابل ها و نوع قرار گرفتن در انواع سینی های کانال ها

مثال - مطلوب است تعیین جریان مجاز کابل مجاز کابل مسی $4 \times 25 \text{ mm}^2$ در شرایط جوی 50° C اگر ۴ عدد

کابل در کنار یکدیگر در داخل خاک باشند

ارتفاع خاک بالای کابل ها 70 cm

130 A = جریان مجاز کابل مس $4 \times 25 \text{ mm}^2$ در زیر خاک

$$(I_{\max}) = 130 \times 0.67 \times 0.68 \text{ A}$$

مثال - مطلوب است تعیین سطح مقطع کابل بر اربعبور جریان 70A سه فاز

الف) دمای 25° C یک کابل

ب) دمای 45° C ۴ کابل در داخل خاک

$$I_{\max} = 70 \text{ A}$$

$$\text{الف) } I_{nom} = \frac{I_{max} = 70}{1 \times 1} = 70 \text{ A}$$

زیر خاک ۱ کابل چون نوع قرار گرفتن مشخص نشده است

ضریب تعداد کابل مجاور ضریب حرارتی محیط

از جدول دومی استفاده شده است .

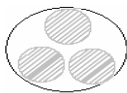
$$I_{max} = I_{nom} \times \text{ضریب حرارتی محیط} \times \text{ضریب تعداد کابل مجاور}$$

$$\text{ب) } I_{max} = \frac{70}{0.71 \times 0.68} = 146 \text{ A}$$

چون نوع قرار گرفتن کابل مشخص نشده است .

از جدول اولی استفاده شده است .

$$146 \text{ A} \quad \text{جدول 155 A} \quad \text{کابل 4} \quad 4 \times 25 \text{ mm}^2$$



طراحی کابل از نظر درجه حرارت مجاز (70°C)

جدول عامل تصحیح جریان مجاز کابل (I_{max}) تا درجه حرارت حداکثر کابل از حد مجاز 70°C تجاوز نکند

بر حسب درجه حرارت محیط از :

$\left. \begin{array}{l} 30^\circ \text{ درجه سانتیگراد در هوا} \\ 20^\circ \text{ درجه سانتیگراد در خاک} \end{array} \right\}$

درجه حرارت محیط	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
کابل در خاک	1.05	1	0.95	0.89	0.84	0.77	0.71	0.63	0.55	0.45
کابل در هوای آزاد	1.17	1.12	1.06	1	0.94	0.87	0.79	0.71	0.61	0.50

جدول عامل تصحيح متوسط جريان مجاز كابل (I_{max})

جدول ضريب حرارتي توسط محيط

بر حسب تغييرات درجه حرارت محيط از ۲۵ درجه سانتی گراد

درجه حرارت محيط	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
عامل تصحيح جريان مجاز كابل	1.2	1.15	1.10	1.05	1	0.94	0.88	0.82	0.75	0.67	0.58	0.47	0.33

براي مثال براي درجه حرارت ۴۵ درجه سانتیگراد و براي كابل $4 \times 16mm^2$ (۴ رشته سيم در يك كابل) از روي جدول جريان مجاز كابل ها 100 A است .

از جدول ۲۵ درجه سانتیگراد $(I_{max}) = 100^A \times 0.75 = 75$ A

هر مقداري كابل از کنار يكدیگر عبور كند حرارت ناشي از هر يك از كابل ها روي بقيه تأثیر گذاشته و باعث مي شود كه جريان مجاز آنها کاهش يابد .

در زیر $70cm$ عمق خاك

عبور كابل ۴ ۱- هواي آزاد ۲- داخل خاك ۳- داخل كانال ۴- از کنار ديوار

۵- استفاده از سيني هاي مشبك و غير مشبك (براي انتقال بيشتراكابل ها از يك كانال)

۶- استفاده از تهويه مصنوعي را با کاهش درجه حرارت داخل كانال



جدول ضرايب تصحيح براي كابل هاي سه رشته اي مجاور هم

جدول ضريب تعداد كابل مجاور هم

تعداد كابل	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
داخل لوله	0.82	0.74	0.70	0.67	0.65	0.63	0.62	0.60	0.59	0.58
داخل خاك درجه ۲۰	1	0.85	0.75	0.68	0.64	0.60	0.58	0.56	0.54	0.53

کابل‌های فشار ضعیف کمتر از ۱۰۰ ولت و کابل‌های فشار متوسط 20 KV - 6 با عایق پلاستیکی یا کاغذ آغشته به روغن

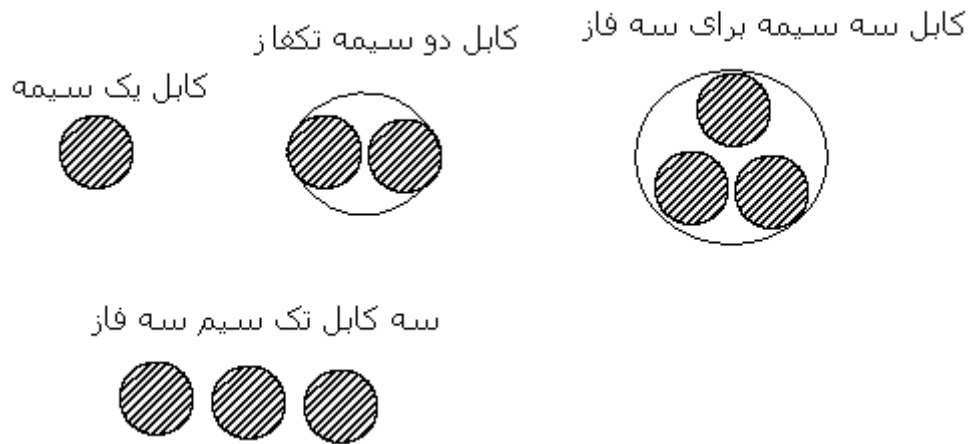


Table No. 1. مجاز کابل‌های برق Current

جدول شماره ۱ :

carrying capacities for cable

Maximum conductor temperature : 70⁰ C

حداکثر درجه حرارت هادی ۷۰ درجه سانتیگراد

laying عمق کابل در خاک ۷۰ سانتیمتر

Depth of : 70 Cms

سطح مقطع Size mm ²	کابل‌های یک سیمه جریان مستقیم در هوای آزاد در خاک Single core (for DC)		کابل‌های دو سیمه در هوای آزاد در خاک Twin core		کابل‌های ۳ و ۴ سیمه در هوای آزاد در خاک Three & Four core		سه تا کابل یک سیمه سه فاز در هوای آزاد در خاک Three single core in three phase system			
	In ground	In air	In ground	In air	In ground	In air	In ground	In air	In ground	In air
	Amp.	Amp.	Amp.	Amp.	Amp.	Amp.	Oco flat formation		Oco flat formation	
1.5	37	26	30	21	27	13	-	-	-	-
2.5	50	35	41	29	36	25	-	-	-	-

4	65	46	53	38	46	34	-	-	-	-
6	83	58	66	48	58	44	-	-	-	-
10	110	80	88	66	77	60	-	-	-	-
16	145	105	115	90	100	80	120	100	110	86
25	190	140	150	120	130	105	155	135	140	120
35	235	175	180	150	155	120	185	170	170	145
50	280	215	-	-	185	160	220	205	200	180
70	350	270	-	-	220	200	270	260	245	225
95	420	335	-	-	275	245	325	320	295	280
120	480	390	-	-	315	285	370	375	335	330
150	540	445	-	-	355	325	420	430	380	380
185	620	510	-	-	400	370	470	450	430	410
240	720	620	-	-	435	435	540	500	490	530
300	820	710	-	-	-	-	620	680	550	610
400	960	850	-	-	-	-	710	820	350	740
500	1110	1000	-	-	-	-	820	980	470	860

Conditions :

شرایط محیط

1. ground ambient temperature 20⁰ C

۱ - درجه حرارت محیط در خاک ۲۰

درجه سانتیگراد

2. air ambient temperature 30⁰ C

۲ - درجه حرارت محیط در هوای آزاد ۳۰

درجه سانتیگراد

3. thermal resistivity for PVC insulated and sheathed cables 600 deg.c.cm/w

۳ - مقاومت مخصوص حرارتی عایق و

کلاف کابل‌های پلاستیکی ۶۰۰ deg C

4. thermal resistivity of soil 100 deg.c.cm/w

۴ - مقاومت مخصوص حرارتی خاک

5. load puling utilities load

۵ - برای بار روزانه (۱۰ ساعت با بار

کامل و حداقل ۱۰ ساعت یا ۶۰ درصد بار

(کامل)

(شدت جریان عبوری از کابل‌های پلاستیکی ۱۱ - ۲۰ کیلو ولتی که کنار یکدیگر در زمین قرار گرفته باشند)

کابل سه پوششی		سه کابل تک رشته که در کنار هم قرار گرفته باشند		کابل سه رشته		کابل تک رشته		سطح مقطع mm^2
آلومینیوم	مس	آلومینیوم	مس	آلومینیوم	مس	آلومینیوم	مس	
۷۰	۹۰	۹۰	۱۱۰	۵۵	۷۵	۱۳۰	۱۵۰	۲۵
۱۲۰	۱۵۰	۱۳۰	۱۶۰	۹۰	۱۲۰	۱۷۰	۲۱۰	۵۰
۱۵۰	۱۹۰	۱۶۰	۲۰۰	۱۱۰	۱۵۰	۲۰۰	۲۵۰	۷۰
۱۹۰	۲۵۰	۲۰۰	۲۶۰	۱۶۰	۲۰۵	۲۵۰	۳۲۰	۱۲۰
۲۴۰	۳۰۰	۲۵۰	۳۱۰	۲۰۵	۲۶۵	۳۲۰	۴۰۰	۱۸۵
-	-	۲۹۰	۳۷۰	۲۴۰	۳۰۵	۳۶۰	۴۶۰	۲۴۰
-	-	۳۳۰	۴۳۰	-	-	۴۵۰	۵۸۰	۳۰۰
-	-	۳۷۰	۴۸۰	-	-	۵۰۰	۶۶۰	۴۰۰
-	-	۴۲۰	۵۴۰	-	-	۵۶۰	۷۵۰	۵۰۰

کابل‌های توزیع مسی است و کابل‌های انتقال آلومینیومی است .