

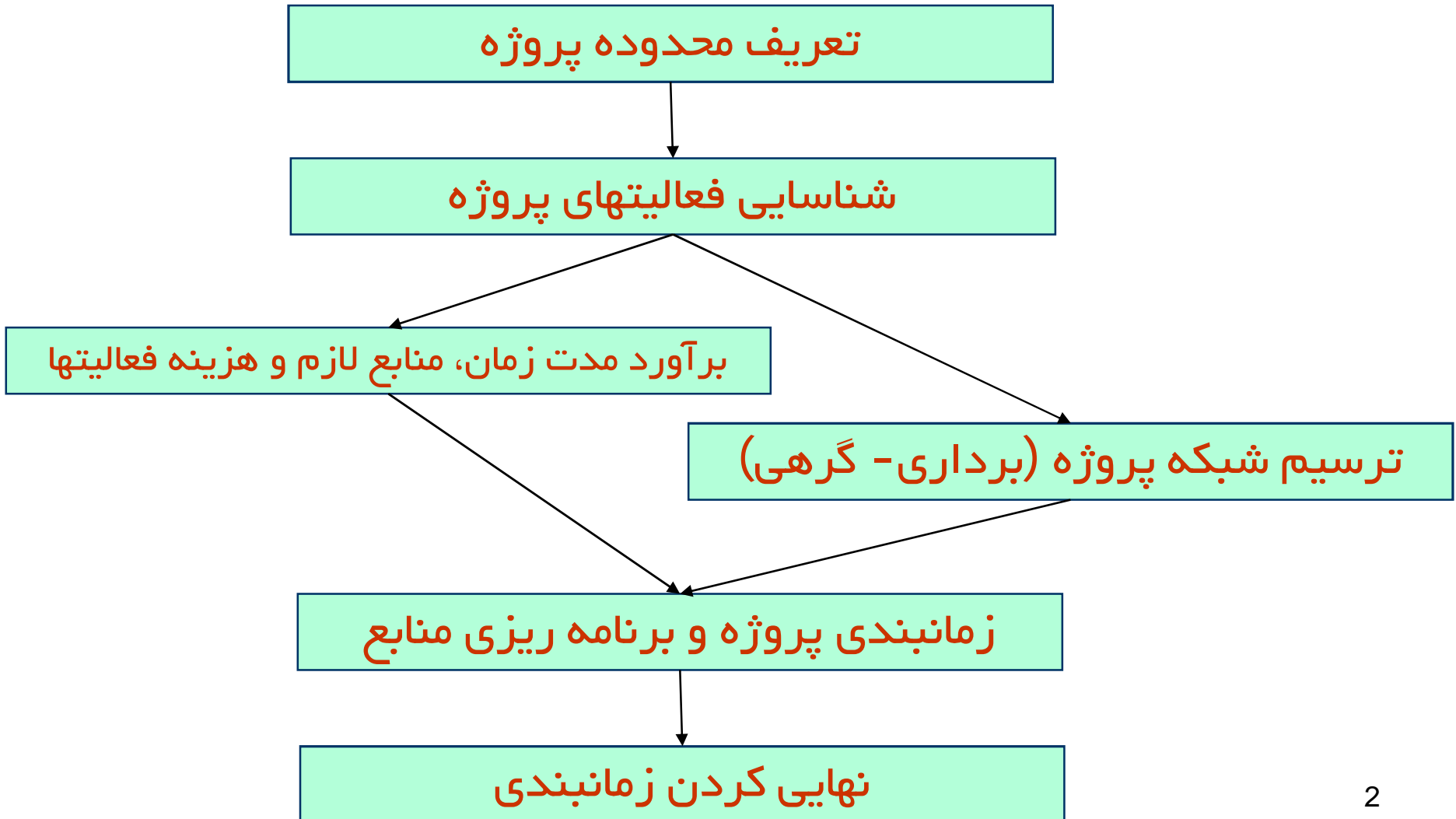
بناام خدا

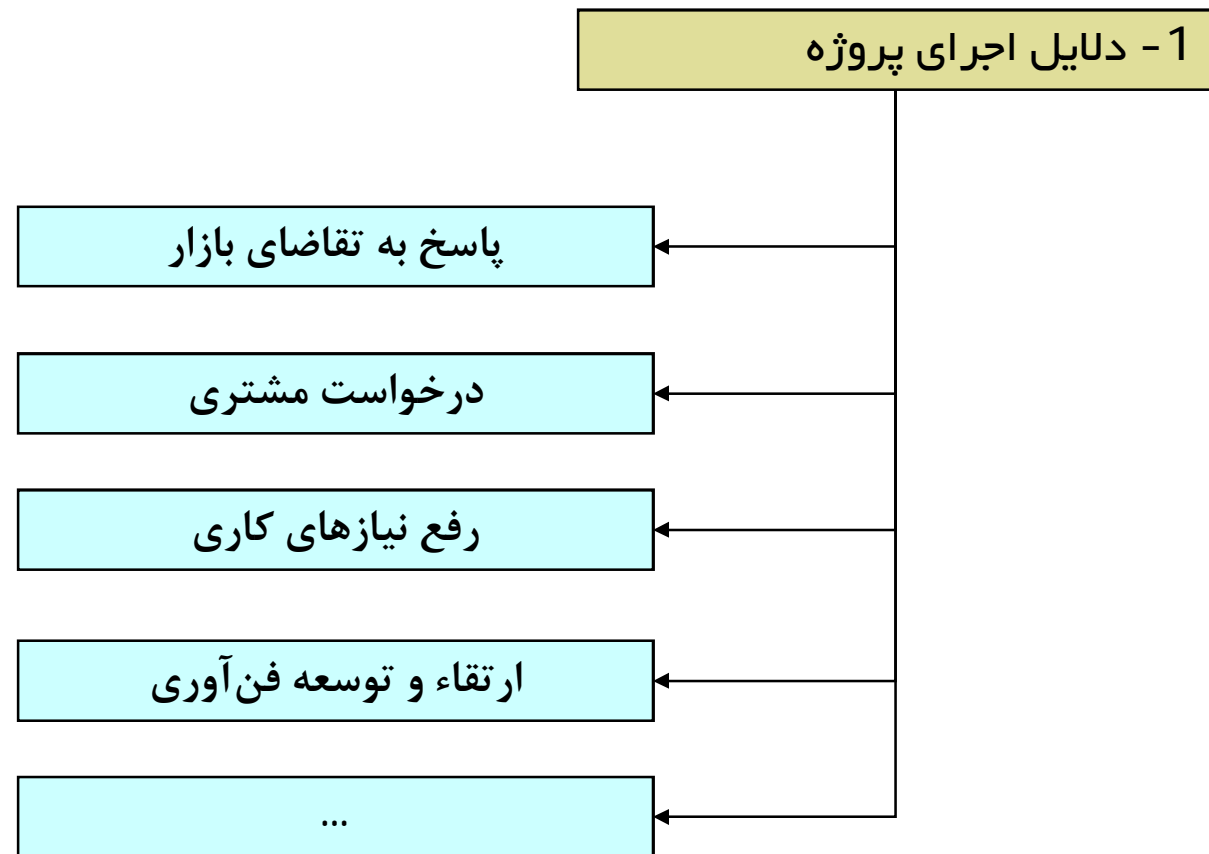
# برنامه ریزی و کنترل پروژه

جزوه شماره 1 - برنامه ریزی پروژه

**استاد: امیرعباس نجفی**

# فرآیند برنامه‌ریزی در یک نگاه





1 - دلایل اجرای پروژه

2 - شرح محصول یا مقصد (Goal)

مشخصه‌های (کمی و کیفی) محصولات یا خدماتی که پروژه در ایجاد آنها متعهد گردیده است.

در ابتدای پروژه به اختصار تهیه شده، اما بمرور و متناسب با پیشرفت پروژه به تفصیل بیشتر تکمیل و مدون می‌شود.

1 - دلایل اجرای پروژه

2 - شرح محصول یا مقصد (Goal)

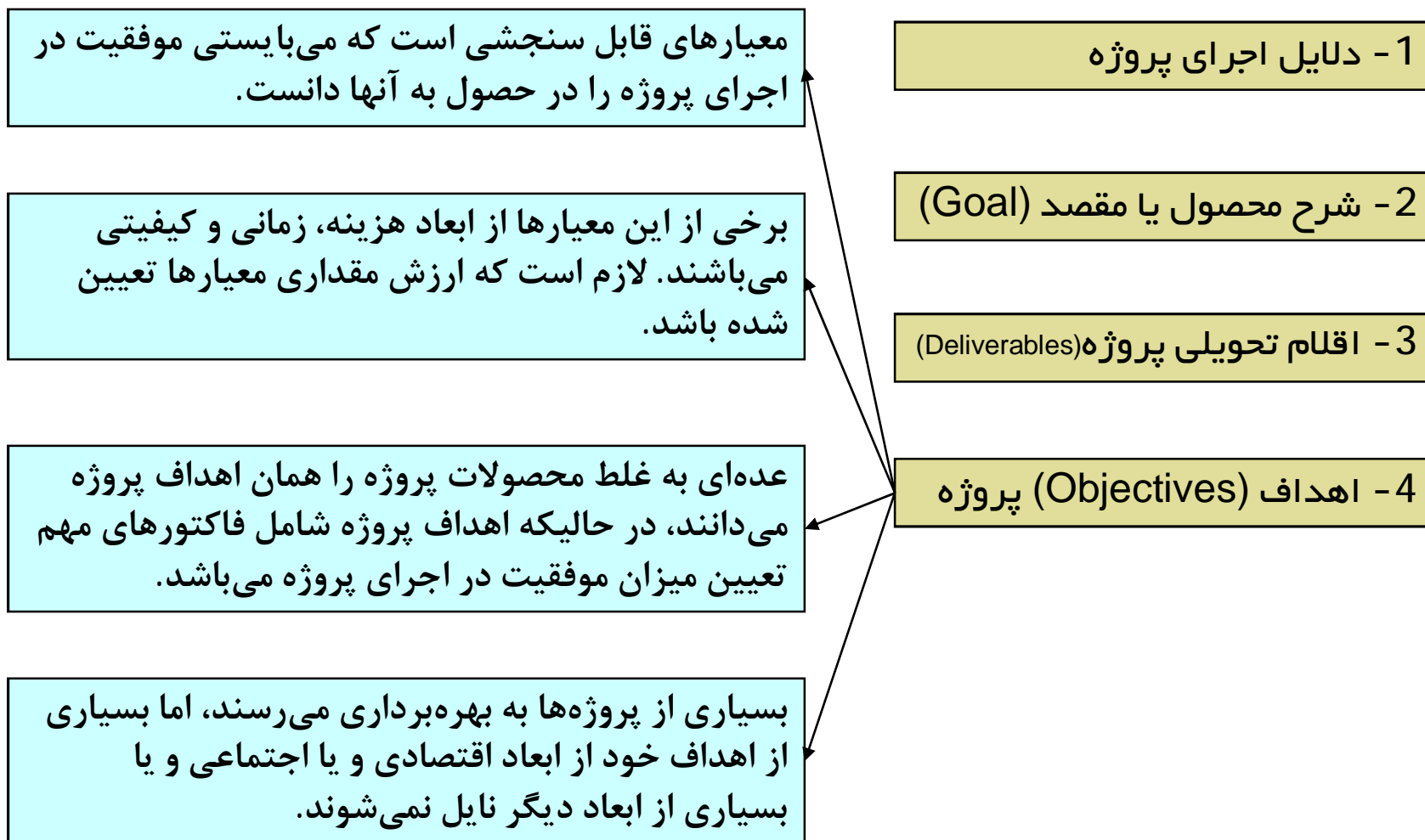
3 - اقلام تحویلی پروژه (Deliverables)

عنوان و مشخصات اصلی اقلام قابل تحویل پروژه، که حصول کامل به آنها، نشانه اختتام پروژه می باشد، می بایستی طی لیست کوتاه و مختصری تهیه گردد.

مثلا یک پروژه نرم افزاری دارای اقلام تحویلی بشرح زیر است:  
کدهای برنامه نویسی، راهنمای کاربران و آموزش نرم افزار

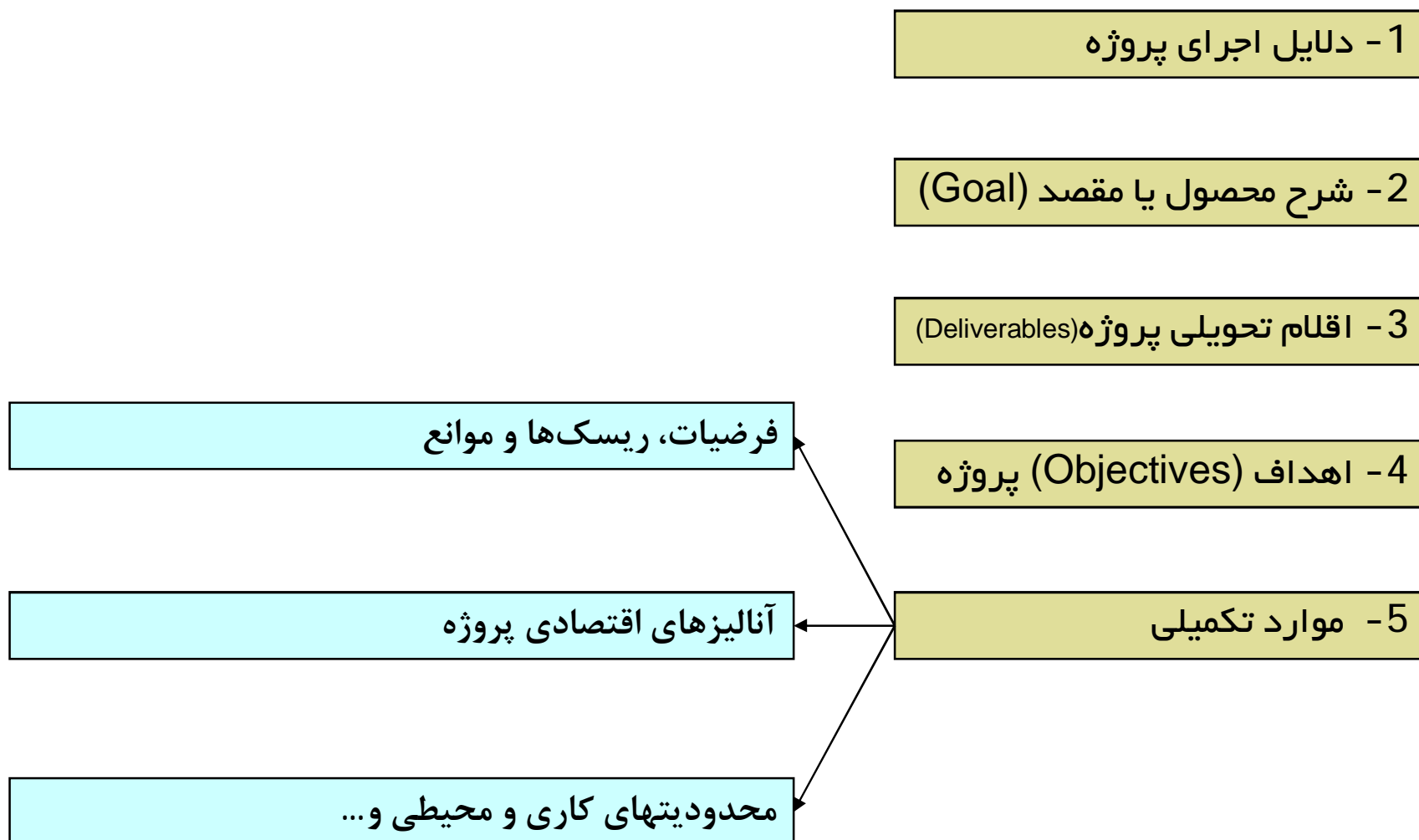
## Scope of Project

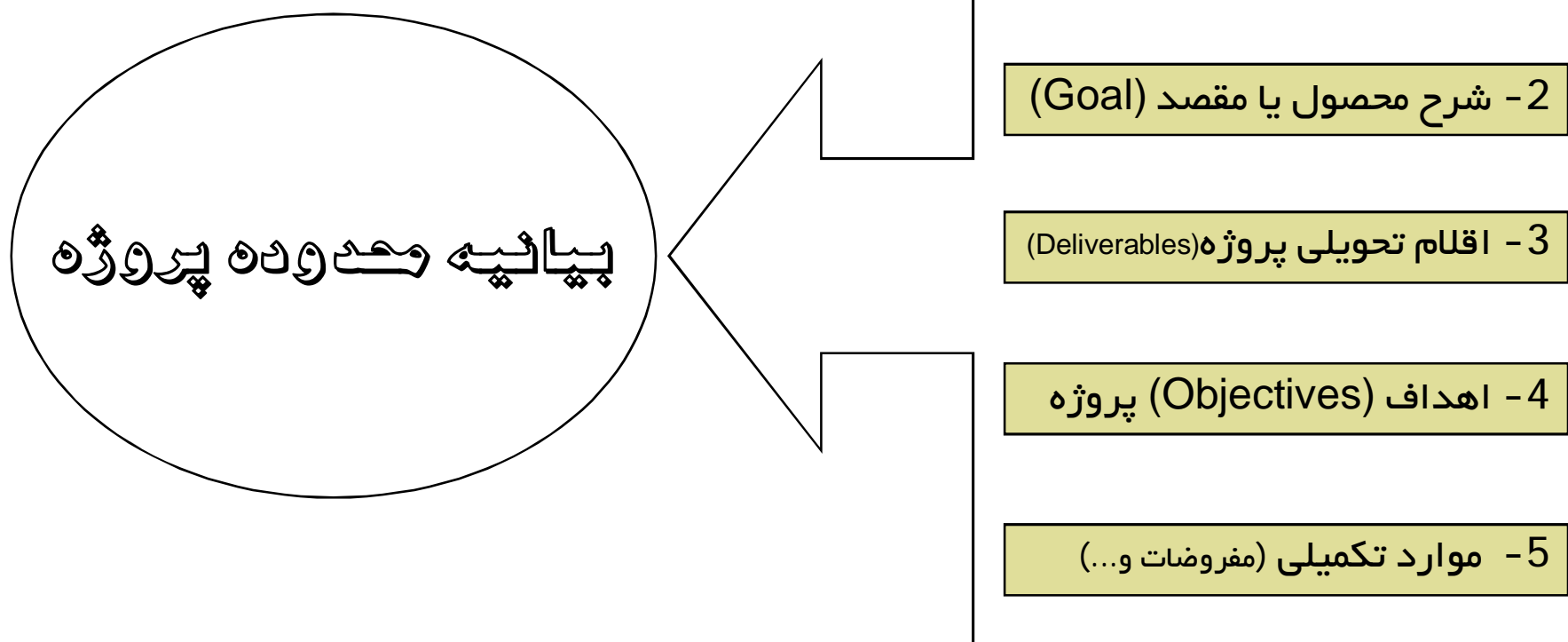
## محدوده پروژه



# Scope of Project

## محدوده پروژه







برخی از دلایل نیاز به تجزیه و تفکیک پروژه به اجزای آن بشرح زیر است:

1- این امر راهکار اصولی برنامه‌ریزی، اجرا و کنترل یک پروژه در جهت نیل به اهداف آن است.

2- دقت بالاتری در برآوردهای زمان، هزینه و منابع را بوجود می‌آورند.

3- باعث تسهیل در واگذاری اختیارات و اعطای مسنولیتها می‌شود.

4- مبنای مناسبی برای کنترل و ارزیابی عملکرد می‌گردد.

5- شناسایی فعالیتهایی که اقلام تحویلی پروژه را تضمین می‌کنند.

# شناسایی فعالیت‌های پروژه

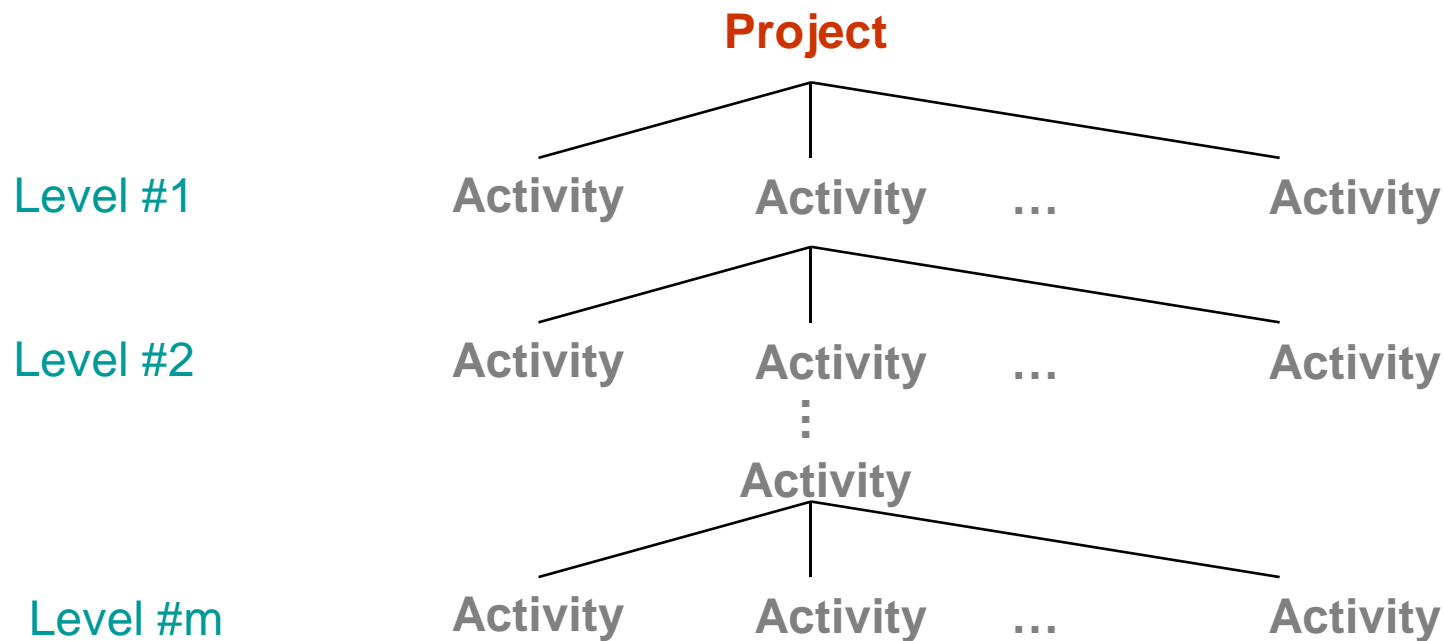
## Identify Project Activities

- ابزار مورد استفاده در برنامه‌ریزی پروژه، جهت شناسایی فعالیتها "ساختار شکست کار" نام دارد.

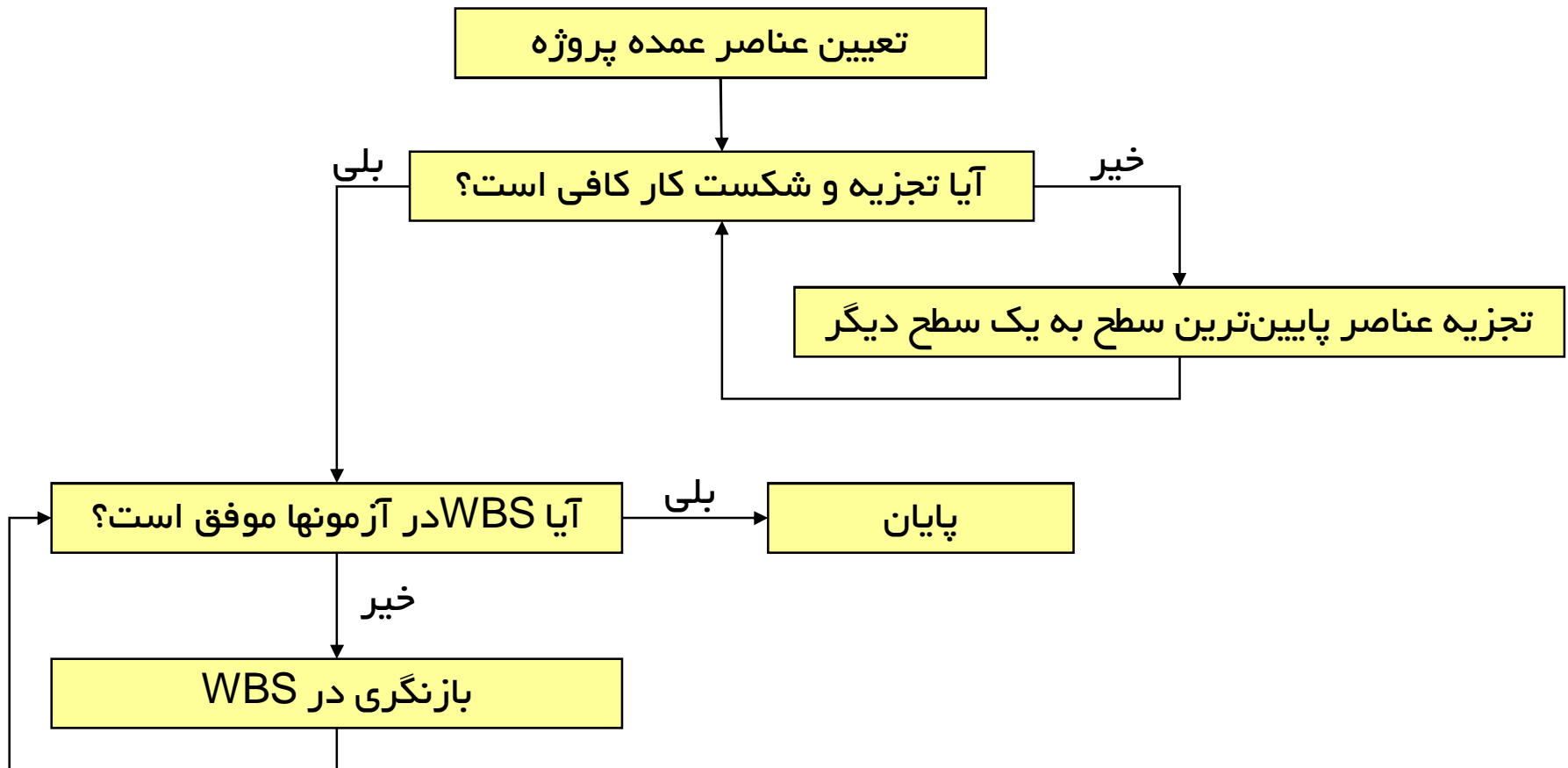
### Work Breakdown Structure (WBS)

### ساختار شکست کار

- WBS** یک توصیف سلسله مراتبی از کارهایی است که می‌بایست انجام شوند تا ارقام قابل تحویل پروژه حاصل شده و پروژه به اتمام برسد.



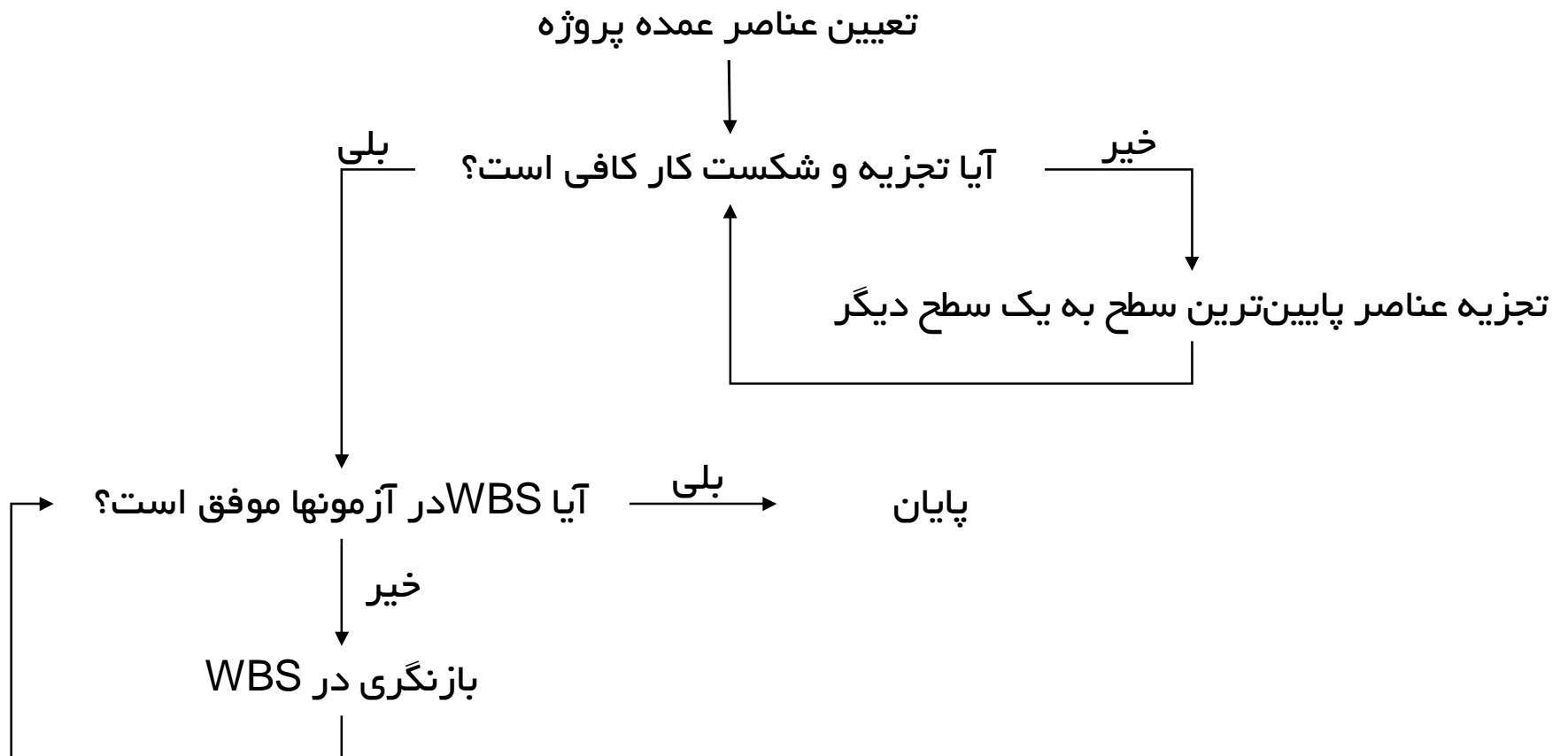
### مراحل توسعه ساختار شکست کار



### تعیین عناصر عمده پروژه

- تجزیه پروژه به چند عنصر یا گروه (تعیین سطح اول WBS)
- می تواند براساس **مراحل چرخه حیات پروژه** باشد.
- Phase Orientation Approach
- می تواند بر مبنای **چارت سازمانی پروژه** باشد.
- Organization Orientation Approach
- می تواند بر مبنای **جغرافیا و مکان اجرای پروژه** باشد.
- Geographical Approach
- می تواند بر مبنای **محصول و اجزای آن** باشد.
- Product Orientation Approach
- می تواند بر مبنای **زیر پروژهها** باشد.
- Project Orientation Approach

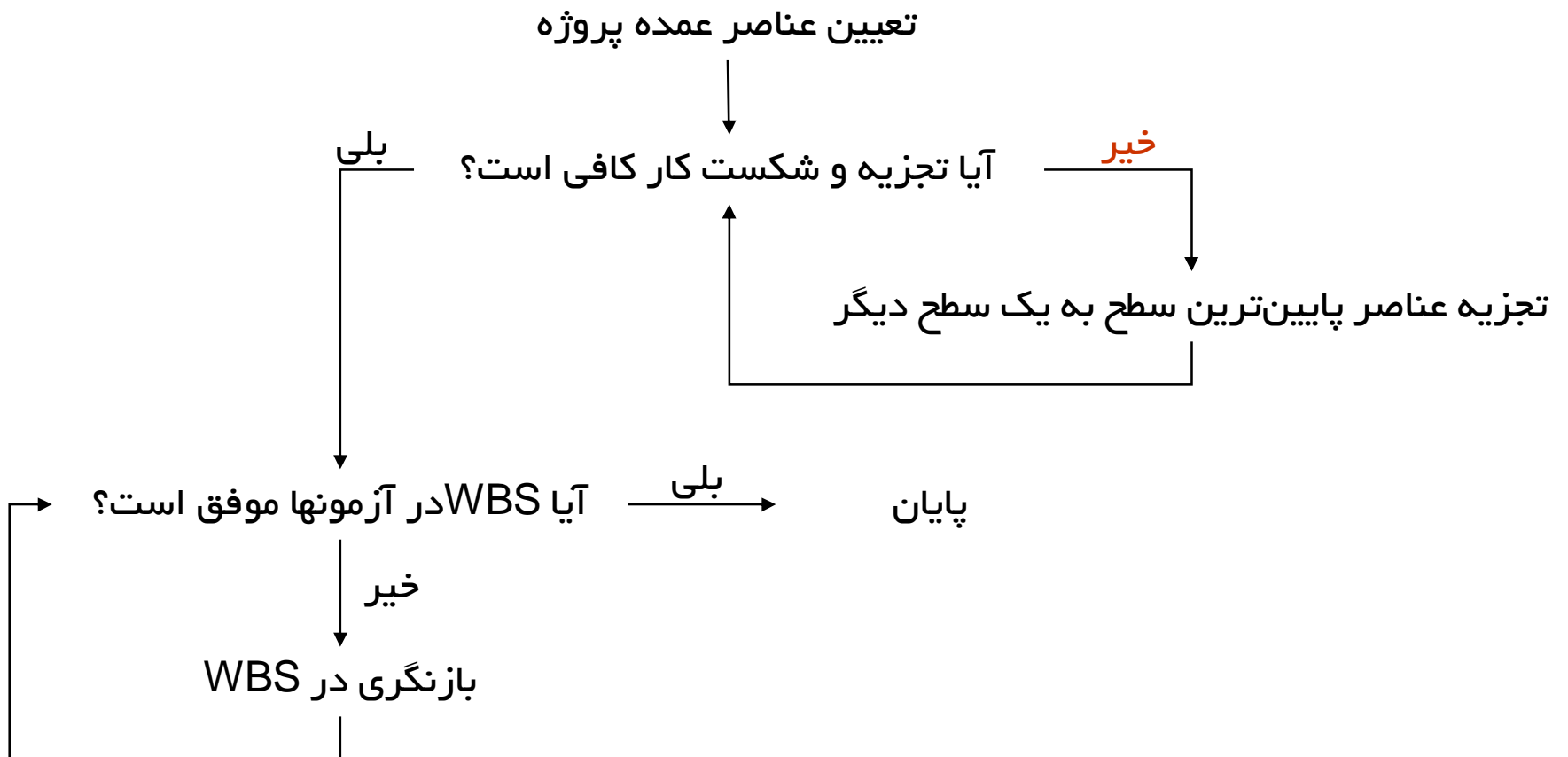
### مراحل توسعه ساختار شکست کار



آیا تجزیه و شکست کار کافی است؟

- کل نگری باعث می شود که به فواید تجزیه کار بدرستی دست نیافت.
- تجزیه عناصر به جزییات نیز در ابتدای پروژه شاید مقدور نباشد.
- آیا سطح شکست کار، برنامه ریزی دقیقی را ایجاد می کند؟
- آیا امکان کنترل مناسب بر روی اجرای پروژه وجود خواهد داشت؟
- جزییات بیش از حد، باعث بالا رفتن هزینه های برنامه ریزی و کنترل پروژه می شود.
- بطور کلی سطح شکست کار به عواملی چون اندازه پروژه و هدف برآورد و کنترل بستگی دارد.
- به فعالیتهای پایین ترین سطح، اصطلاحاً " بسته کاری Work Package " اطلاق می شود.

### مراحل توسعه ساختار شکست کار

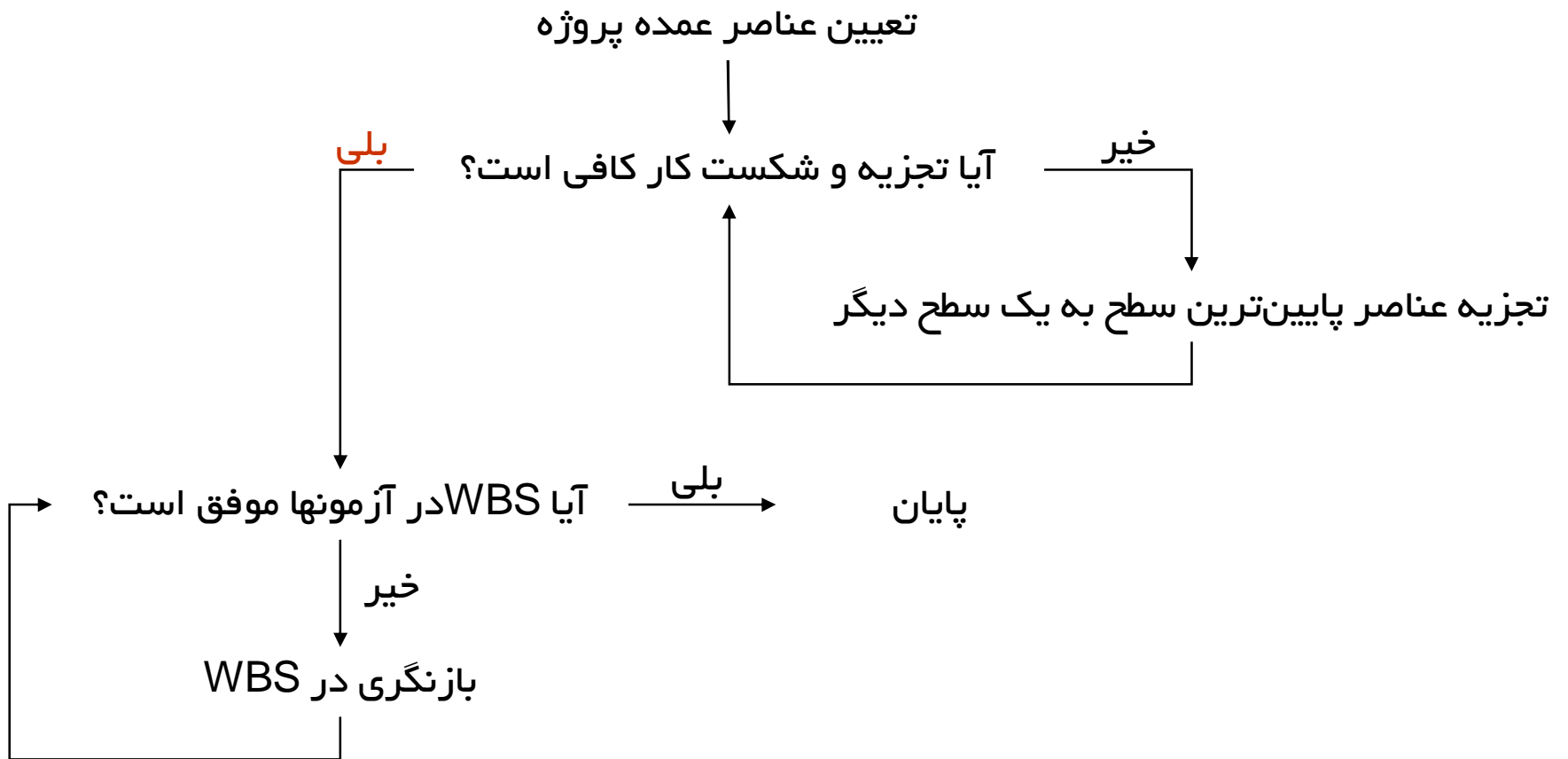


تجزیه عناصر پایینترین سطح به یک سطح دیگر

- تجزیه فعالیتهای آخرین سطح (سطح n) به فعالیتهای ریزتر (تعیین سطح n+1)
- می تواند براساس موضوعات و کارها باشد.
- Function Orientation Approach
- می تواند بر مبنای چارت سازمانی پروژه باشد.
- Organization Orientation Approach
- می تواند بر مبنای جغرافیا و مکان اجرای پروژه باشد.
- Geographical Approach
- می تواند بر مبنای محصول و اجزای آن باشد.
- Product Orientation Approach
- می تواند بر مبنای زیر پروژهها باشد.
- Project Orientation Approach



### مراحل توسعه ساختار شکست کار



آیا WBS در آزمون‌ها موفق است؟

- آیا فعالیت‌های ریزتر، فعالیت سطح بالاتر را پوشش کامل می‌دهند؟ (جمع‌پذیری)
- آیا هر یک از بسته‌های کاری می‌توانند زمانبندی و بودجه‌بندی شوند؟
- آیا بسته‌های کاری قابل واگذاری به واحد سازمانی مشخص هستند؟
- آیا خروجی بسته‌های کاری، اقلام تحویلی پروژه را پوشش می‌دهند؟
- آیا قادر به تعریف توالی و منطق بین فعالیت‌ها هستیم؟

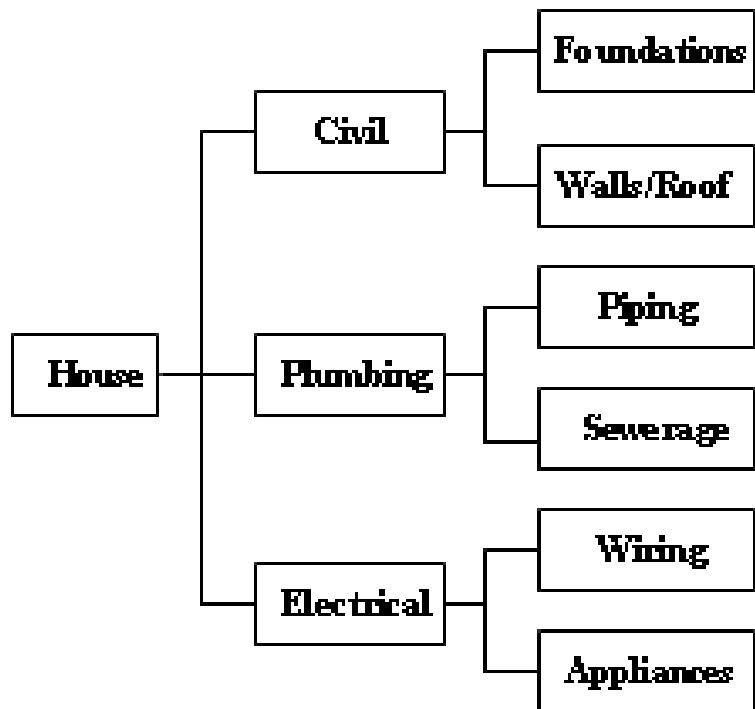
آیا WBS در آزمون‌ها موفق است؟

- آیا وضعیت / تکمیل بسته‌های کاری قابل اندازه‌گیری است؟
- آیا شروع و پایان بسته‌های کاری بطور واضح قابل تعریف باشد؟
- بسته‌های کاری باید دارای خروجی باشند؟ (دستورالعمل، نقشه، نرم‌افزار، محصول و...)
- نباید هیچ آیتمی در WBS تکرار شود!
- مدت زمان اجرای فعالیتها در یک محدوده قابل قبول باشد؟

کد گذاری WBS

*Graphical*

*Text Indent*



=

1.0.0 House Project

1.1.0 Civil

1.1.1. Foundations

1.1.2. Walls & Roof

1.2.0 Plumbing

1.2.1. Piping

1.2.2. Sewerage

1.3.0 Electrical

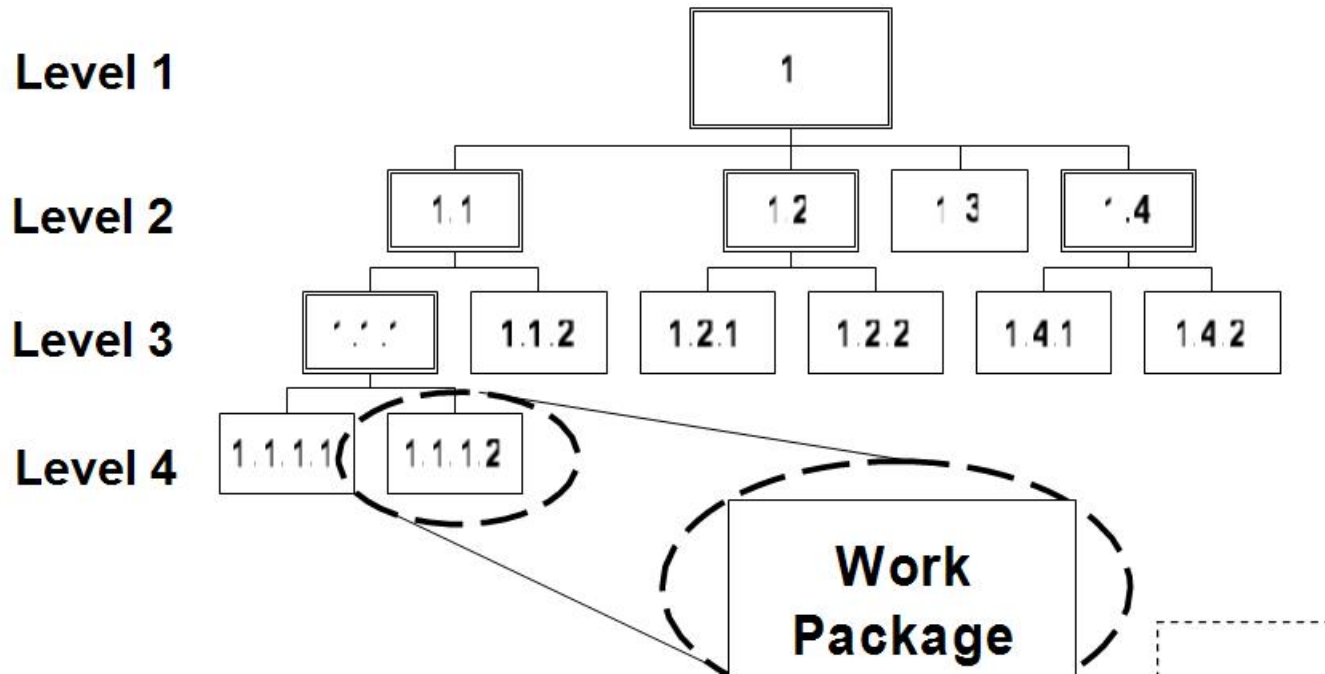
1.3.1. Wiring

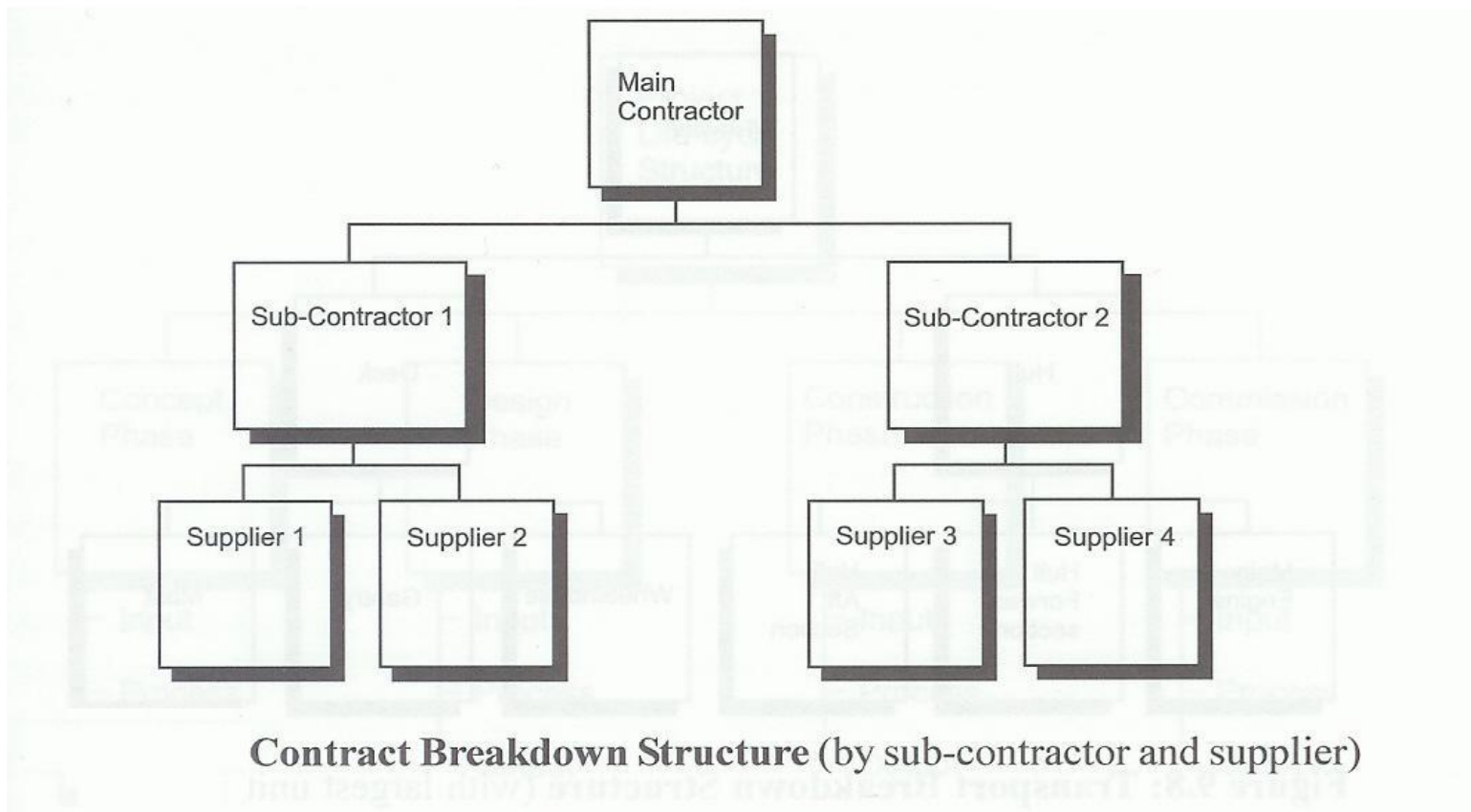
1.3.2. Appliances

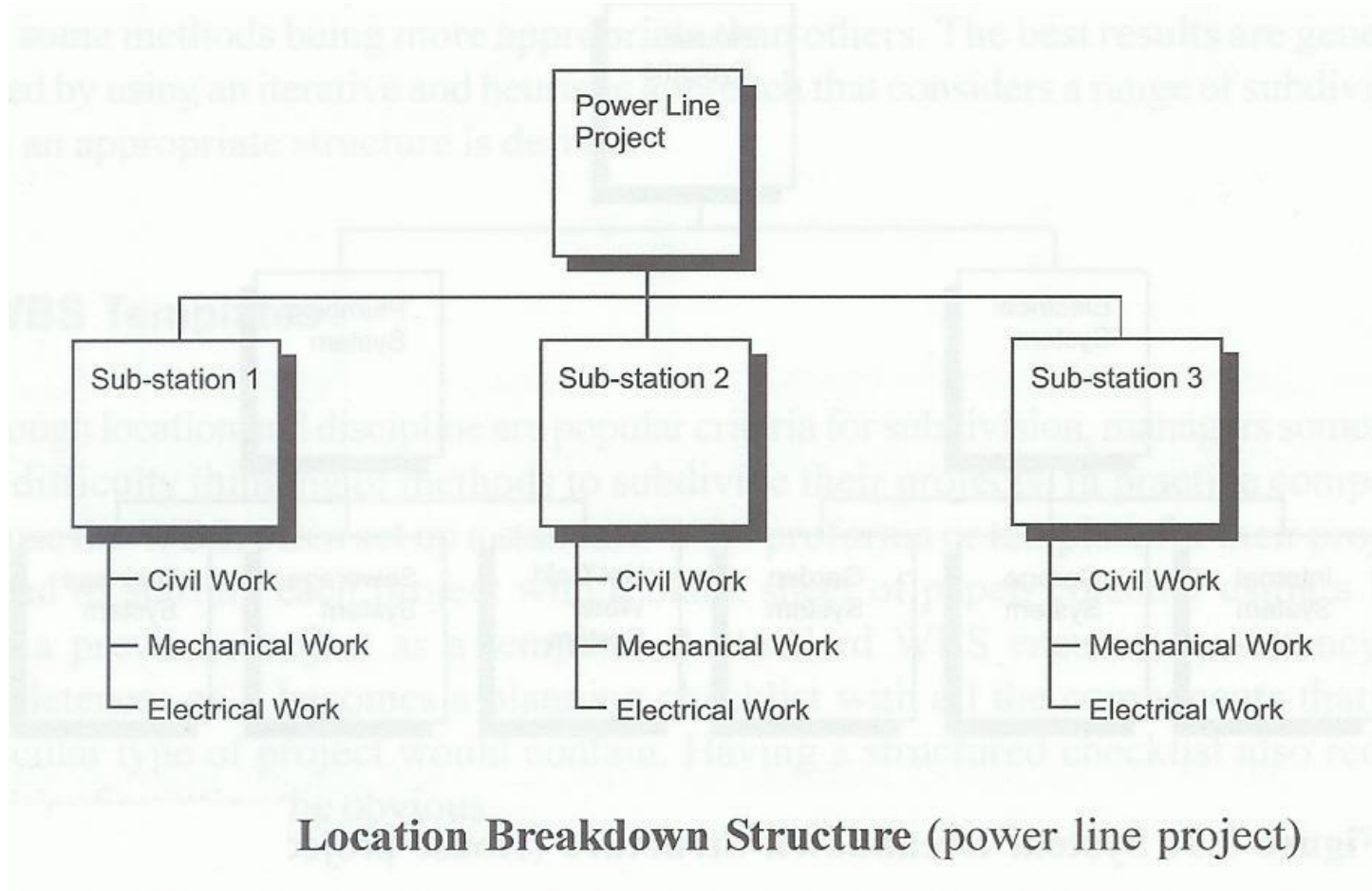
جمع بندی شناسایی فعالیتها

- لیست فعالیت‌های پروژه
- الگوسازی **WBS** در سازمانهایی که پروژه های یکسان دارند.
- دیکشنری **WBS**

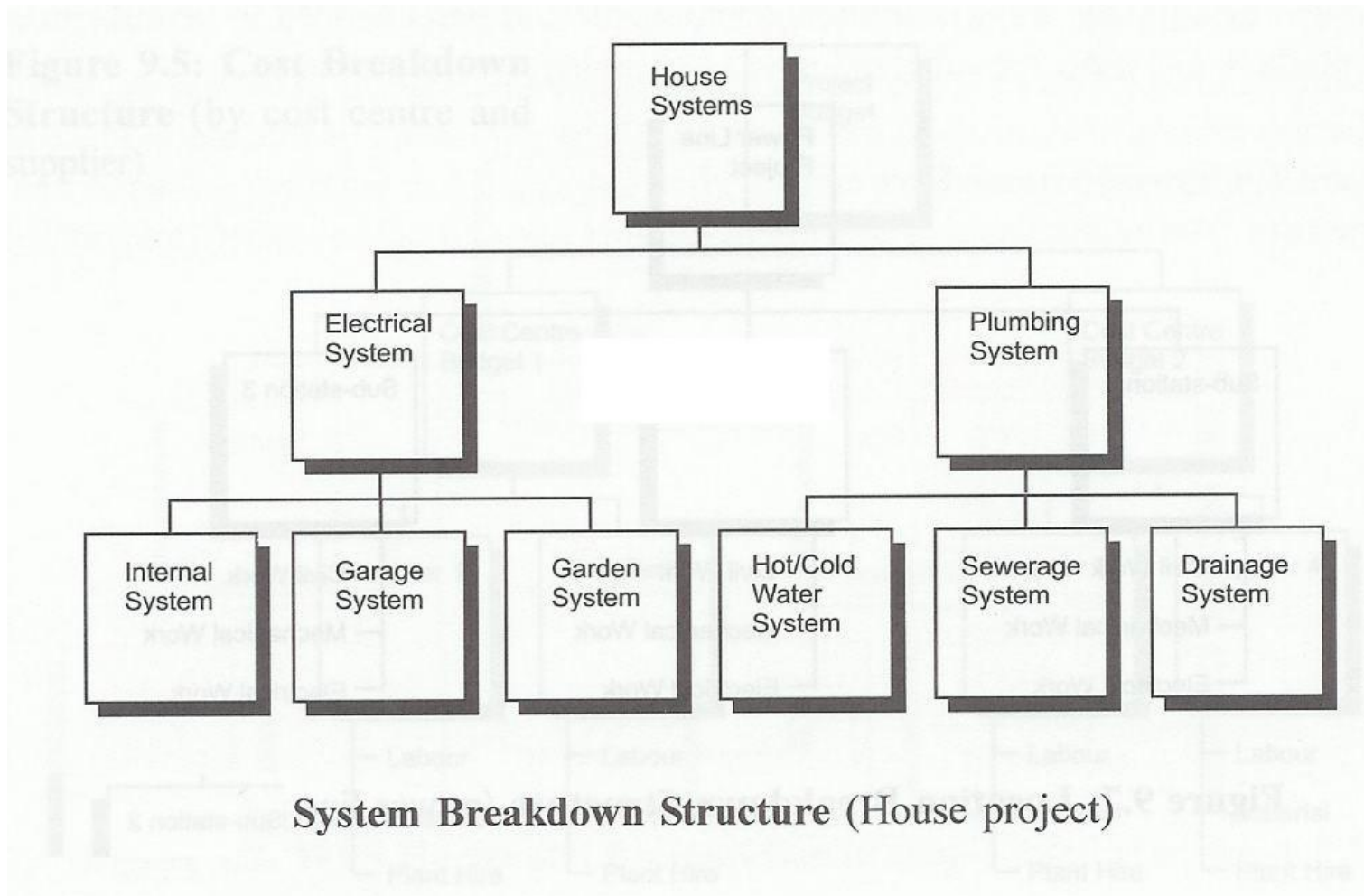
بسته های کاری

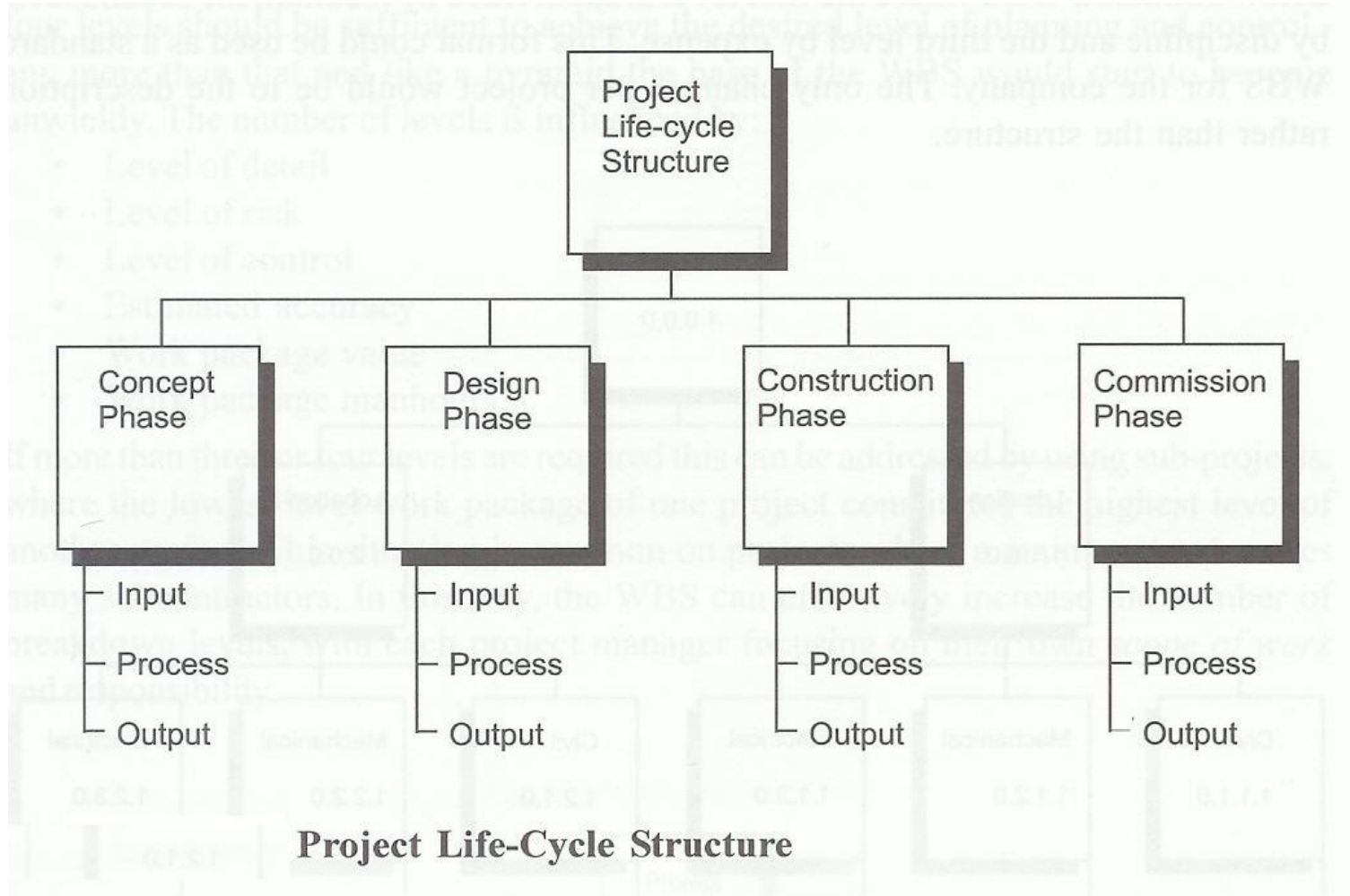


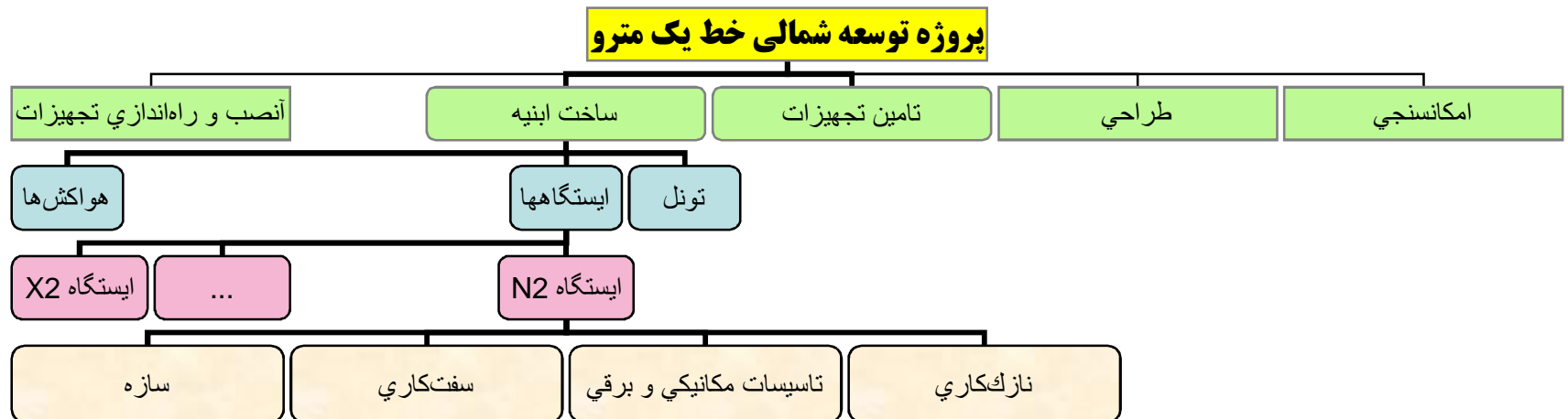


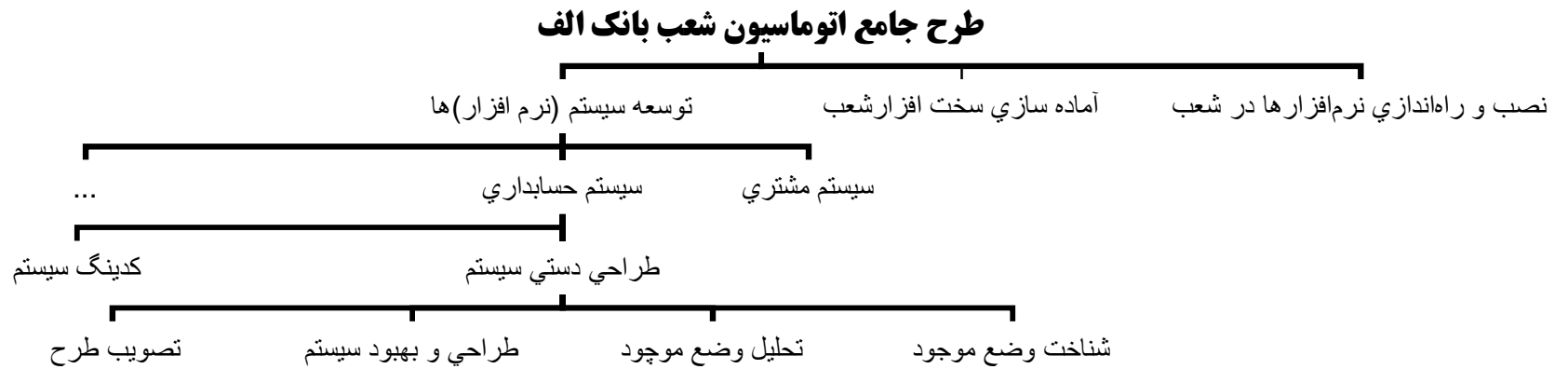


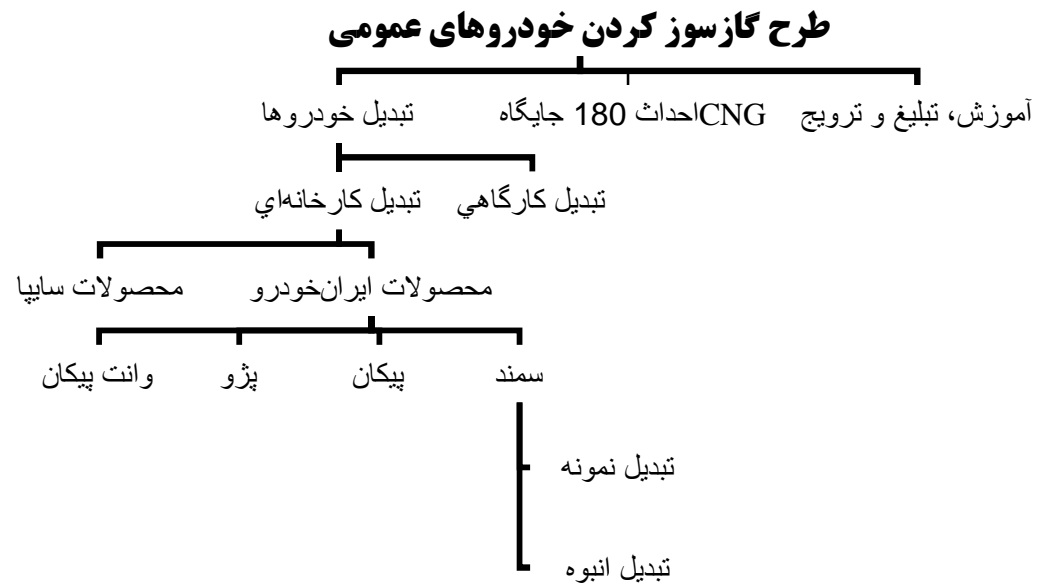








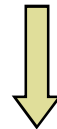




# ایجاد شبکه پروژه

## مراحل ایجاد شبکه پروژه

تعیین توالی فعالیتها (بسته‌های کاری)



ترسیم شبکه پروژه

توضیح:

در مباحث برنامه‌ریزی و کنترل پروژه، منظور از شبکه پروژه عبارتست از نموداری شبکه‌ای شکل که در آن ضمن بیان فعالیت‌های پروژه، تقدم و تاخر آنها نسبت به یکدیگر نشان داده شده است.

تعیین توالی فعالیتها (بسته‌های کاری)

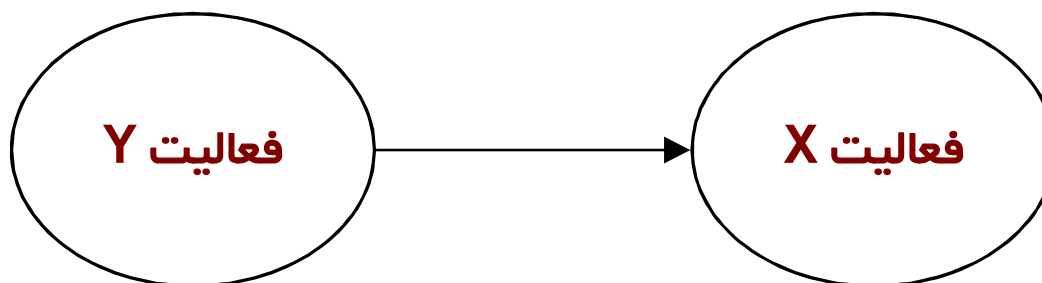
تعیین توالی فعالیتها، فرآیند شناسایی و تدوین ارتباط و وابستگی فعالیتها از لحاظ تقدم و تاخر با یکدیگر می‌باشد.

<p>1 - وابستگی‌های الزامی (وابستگی سخت یا منطقی)</p> <p>برخی از فعالیتها با یکدیگر دارای روابط ذاتی و فیزیکی هستند لذا انجام آنها منوط به رعایت این وابستگی است.</p>	<p>انواع وابستگی و ارتباط بین فعالیتها</p>
<p>2 - وابستگی‌های ترجیحی (وابستگی نرم)</p> <p>برخی از وابستگی‌های بین فعالیتها توسط گروه اجرایی ایجاد می‌شوند (می‌بایست بدقت و با مستندات کافی تبیین شود)</p>	
<p>3 - وابستگی‌های خارجی</p> <p>وابستگی‌های بین فعالیتها اجرایی و محیط خارج از پروژه موردنظر است.</p>	



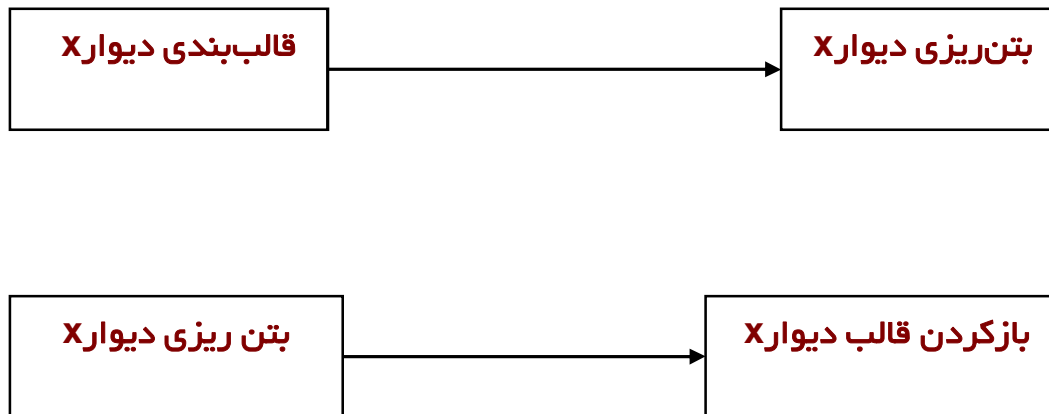
## تعیین توالی فعالیتها (بسته‌های کاری)

**تعریف :** به فعالیت Y پیش‌نیاز (Predecessor) فعالیت X گفته می‌شود اگر انجام فعالیت X به انجام فعالیت Y وابسته باشد.



- در این صورت به فعالیت X نیز پی‌آمد (Successor) فعالیت Y اطلاق می‌شود.

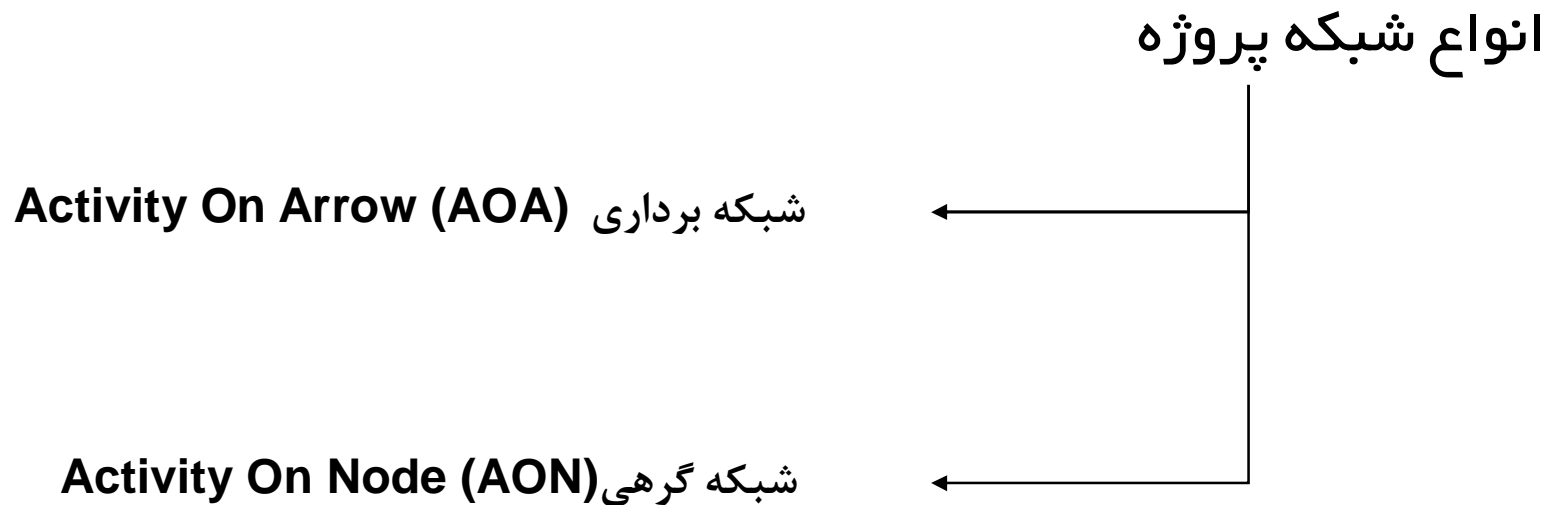
چند مثال



مستندسازی توالی فعالیتها

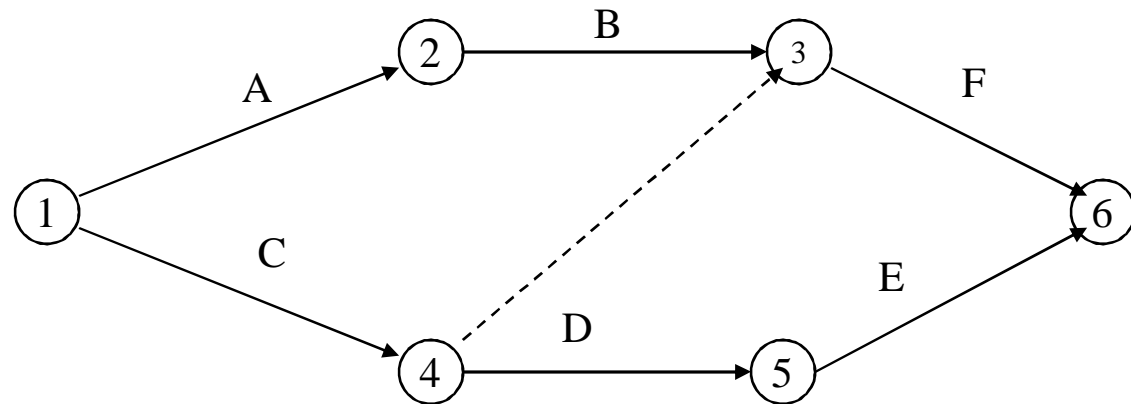
جدول تعیین پیشنیاز فعالیتها				
پیشنیازها			عنوان فعالیت	کد فعالیت
خارجی	ترجیحی	الزامی		

ترسیم شبکه پروژه



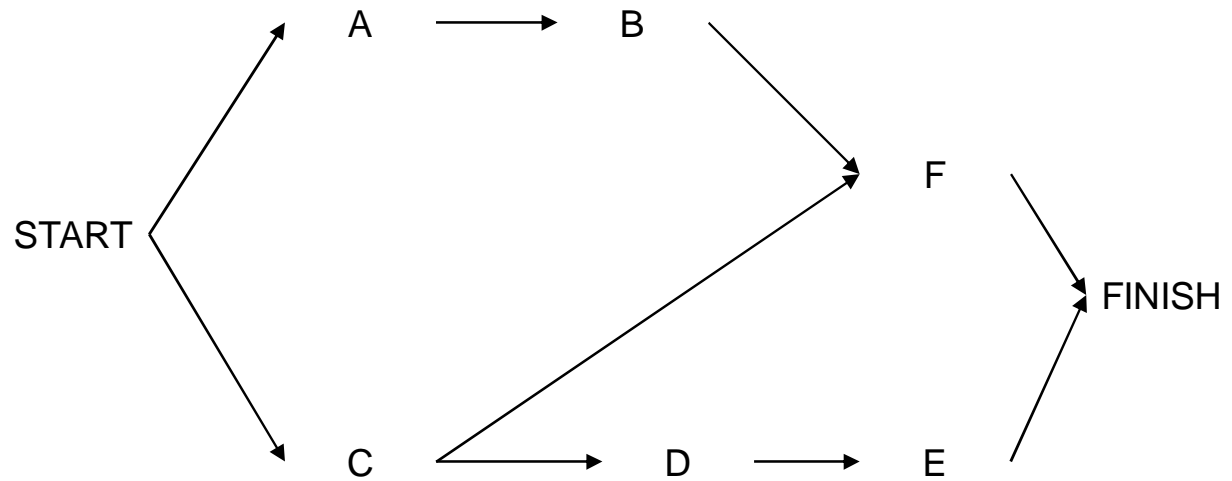
شبکه برداری

پیشنیاز	کد فعالیت
-	A
A	B
-	C
C	D
D	E
B;C	F



شبکه گرهی

پیشنیاز	کد فعالیت
-	A
A	B
-	C
C	D
D	E
B;C	F



شرح نمادها:

فعالیت E

بردار بیانگر روابط بین فعالیتها

## شبکه گرهی (AON) Activity On Node

ما ابتدا شبکه‌های گره‌ای را مورد توجه قرار می‌دهیم.

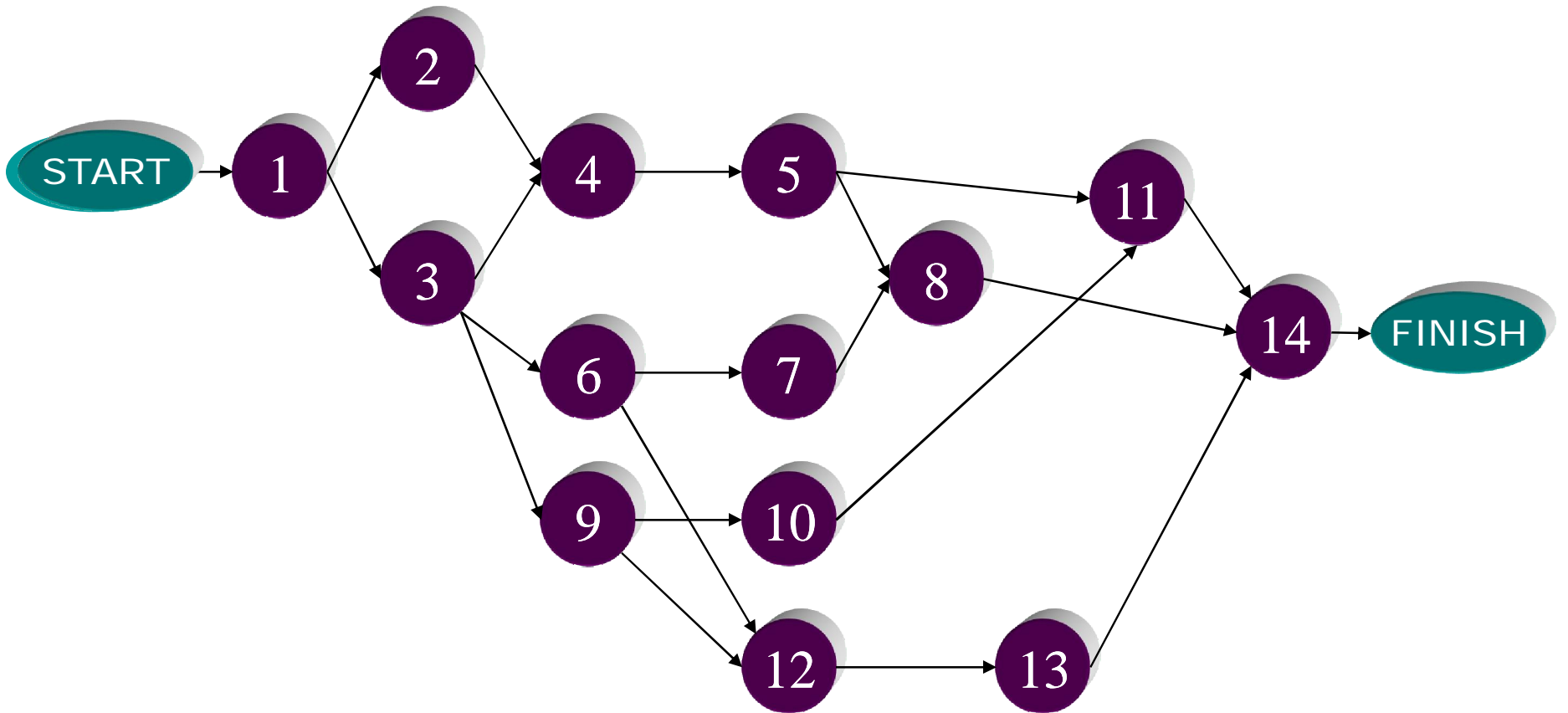
## مثال: پروژه ی ساختمانی

ردیف	نام فعالیت	پیش نیاز ها
1	طراحی سازه	--
2	ساخت سازه	1
3	طراحی ساختمان	1
4	اجرای فاز 1 ساختمان	3و2
5	اجرای فاز 2 ساختمان	4
6	طراحی تاسیسات مکانیکی	3
7	خرید تجهیزات مکانیکی	6
8	نصب و اجرای تجهیزات مکانیکی	7و5
9	طراحی تاسیسات برقی	3
10	خرید تجهیزات برقی	9
11	نصب و اجرای تجهیزات برقی	10و5
12	طراحی معماری داخلی	9و6
13	خرید اقلام مورد نیاز معماری داخلی	12
14	نصب و اجرای معماری داخلی	8و11و13



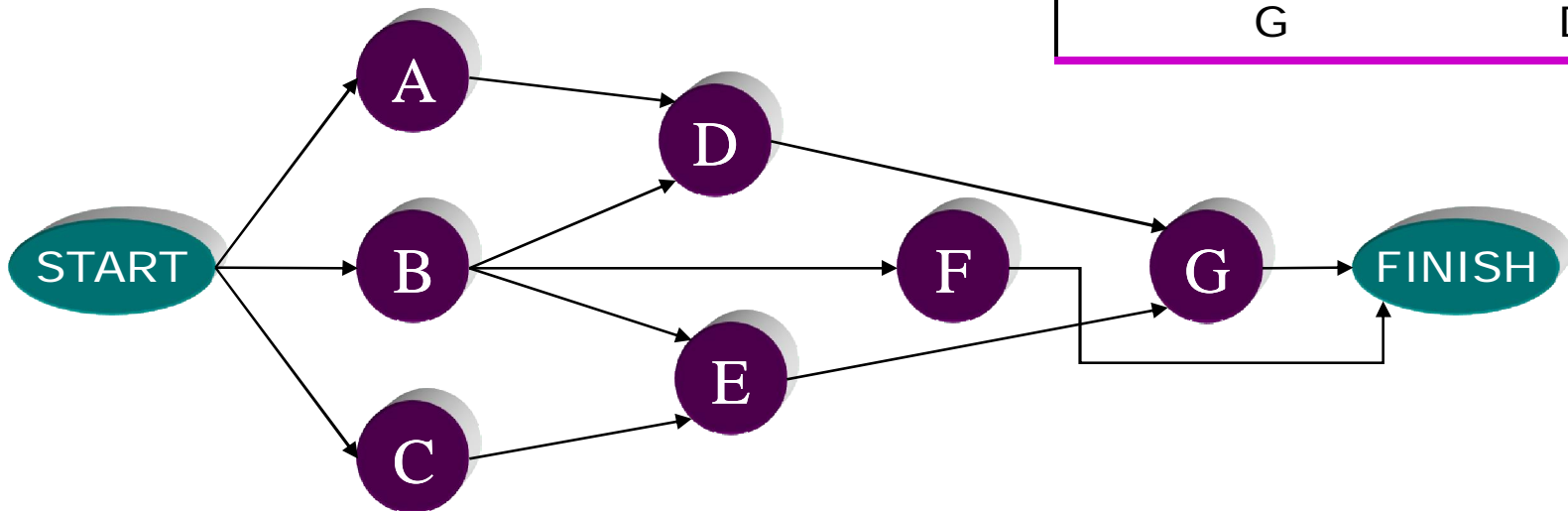
## چند نکته در ترسیم شبکه گره ای

- 1) فعالیتها توسط گره‌ها و روابط پیشنهادی توسط بردارها نمایش پیدا می‌کنند.
- 2) شبکه گره‌ای حتماً "با گره شروع آغاز می‌شود و سپس تمام فعالیت‌های بدون پیش‌نیاز به گره شروع متصل می‌شود.
- 3) شبکه گره‌ای حتماً "با گره پایان به اتمام می‌رسد لذا فعالیت‌هایی که پس‌نیاز ندارند به گره پایان متصل می‌شوند.
- 4) در ترسیم شبکه حلقه (Loop) نداریم اگر چنین باشد در تعریف منطق فعالیت‌ها دچار اشتباه شده ایم.
- 5) برای هر فعالیت فقط و فقط یک گره در شبکه وجود دارد.



مثال شبکه پیش‌نیازی با فعالیت‌های زیر را رسم کنید

فعالیت	پیش‌نیاز
A	--
B	--
C	--
D	A, B
E	B, C
F	B
G	D, E



برآورد مدت زمان فعالیتها

برآورد مدت زمان فعالیت، فرآیند تخمین تعداد دوره زمانی لازم برای تکمیل آن و جهت استفاده در زمانبندی پروژه می باشد.

### نکات مهم

- 1- مدت زمان فعالیت به روش اجرا و منابع در اختیار آن وابسته است.
- 2- واحد زمانی فعالیتها بصورت یکسان و استاندارد باشد. بطورمثال: روز
- 3- در تخمین مدت زمان فعالیتها، روزهای کاری (Working Days) موردنظر هستند و نه ایام تقویمی. لازم است که تقویم کاری (روزهای کاری و تعطیل) هر فعالیت مشخص شود.
- 4- مدت زمان فعالیتها بطور مستقل از یکدیگر برآورد شوند.
- 5- در برآورد مدت زمان فعالیتها شرایط معمول در نظر گرفته می شوند و اتفاقات غیر مترقبه مانند سیل و زلزله در صورتیکه غیرقابل پیش بینی هستند لحاظ نمی گردند.



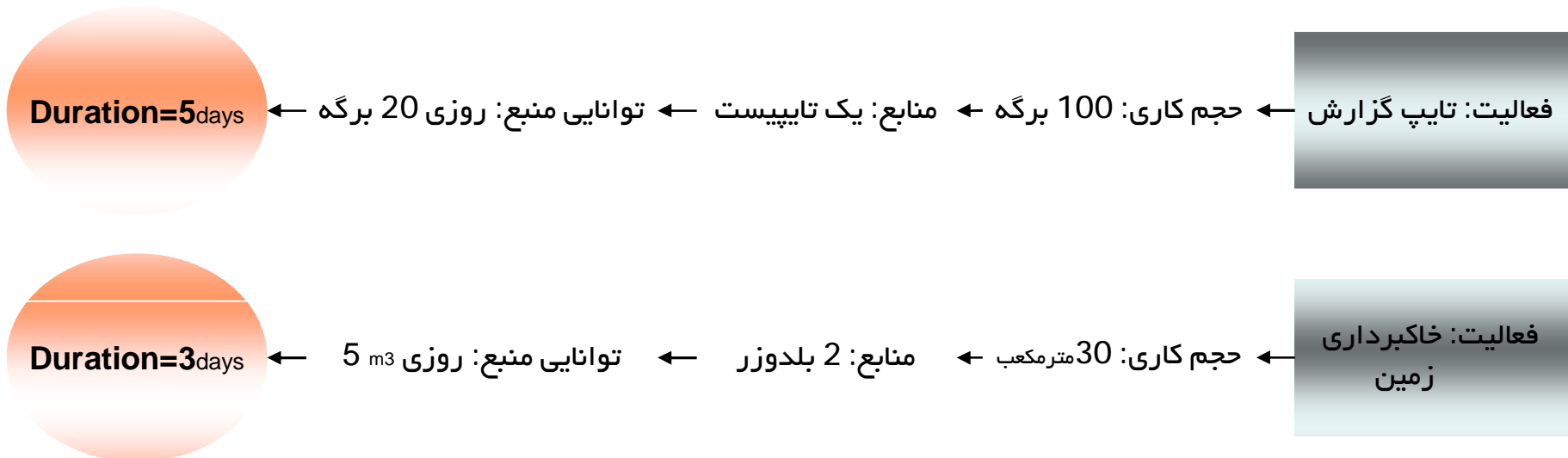
روشهای تخمین مدت زمان فعالیت



1- از طریق حجم کاری فعالیت

در این روش ابتدا حجم کاری فعالیت اندازه گیری شده و براساس منابع در دسترس و توانایی کاری منابع، مدت زمان فعالیت برآورد می شود.

**مثال:**



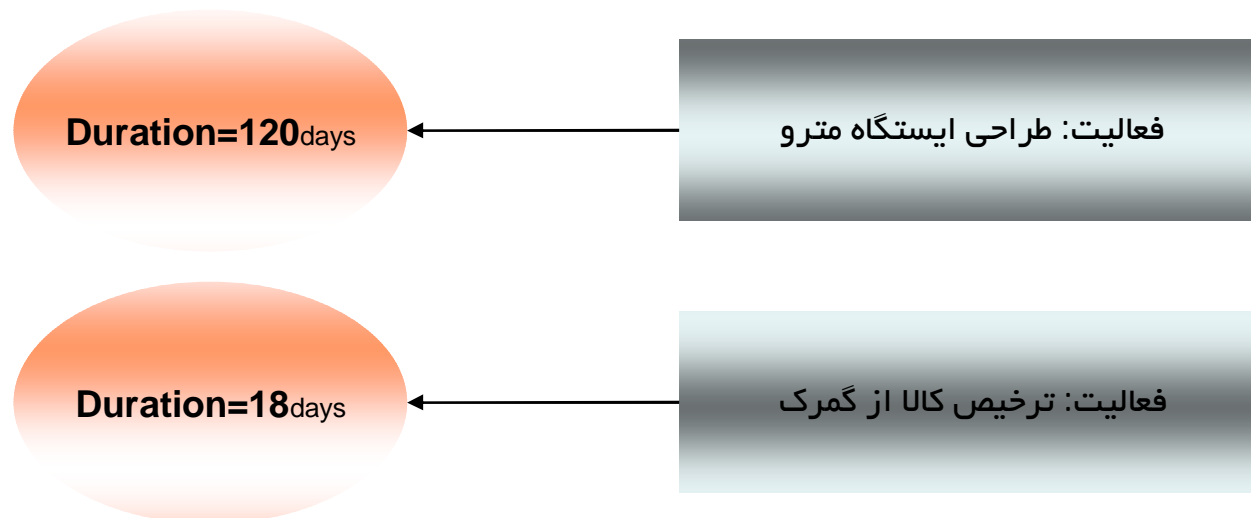
روشهای تخمین مدت زمان فعالیت



2- نظرات کارشناسی

در این روش به یک فرد متخصص و باتجربه در زمینه آن فعالیت رجوع می شود.

**مثال:**

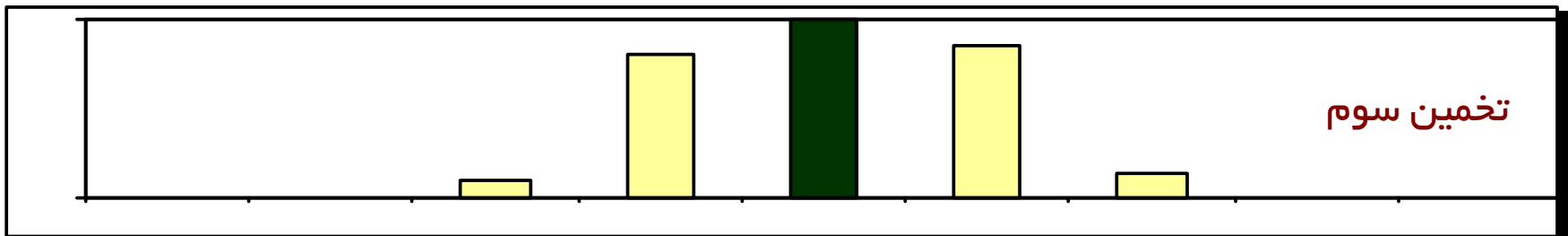
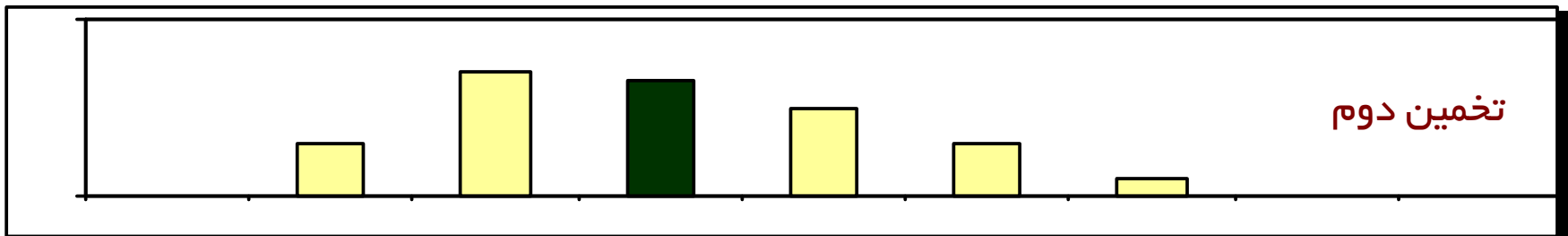
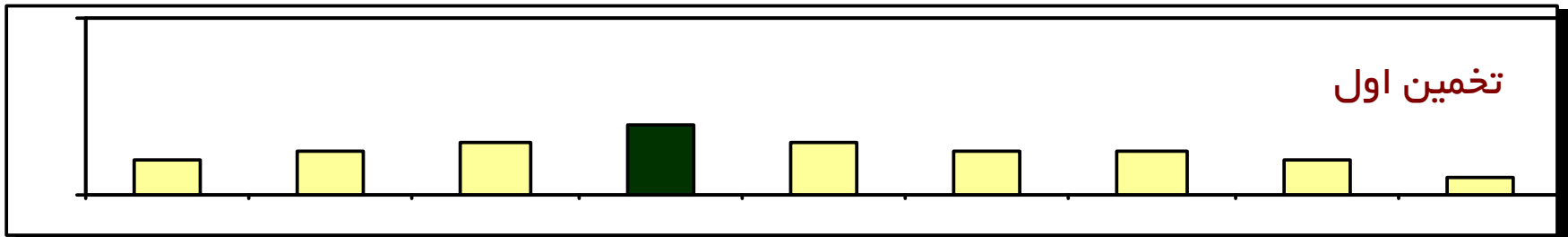




روشهای تخمین مدت زمان فعالیت



3- آرای گروهی و روش دلفی



روشهای تخمین مدت زمان فعالیت

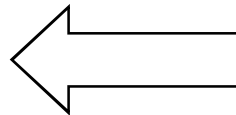


4- استفاده از سوابق اطلاعاتی

در صورتی که تاریخچه پروژه‌های قبلی مستند و تاریخ شروع و پایان فعالیت‌های همانند ثبت شده باشد، می‌توان از سوابق آنها در تخمین مدت فعالیت استفاده نمود.

### سوابق تاریخی گشایش اعتبار

ردیف	تاریخ شروع	تاریخ اتمام	مدت (روز)
1	01/09/81	10/10/81	40
2	10/02/82	01/04/82	52
3	05/04/82	23/05/82	48



برآورد مدت زمان فعالیت = 46 روز

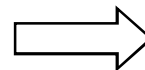
روشهای تخمین مدت زمان فعالیت



4- از طریق تخمین سه زمانه

برای هر فعالیت، سه بر آورد مدت زمان (خوش بینانه، محتمل و بدبینانه) ارائه شده و بر اساس آنها مدت زمان فعالیت پیش بینی می شود.

<b>O: Optimistic</b>	خوش بینانه
<b>P: Pessimistic</b>	بدبینانه
<b>M: Most likely</b>	محتمل



$$\text{Duration} = (O + 4M + P) / 6$$

روشهای تخمین مدت زمان فعالیت



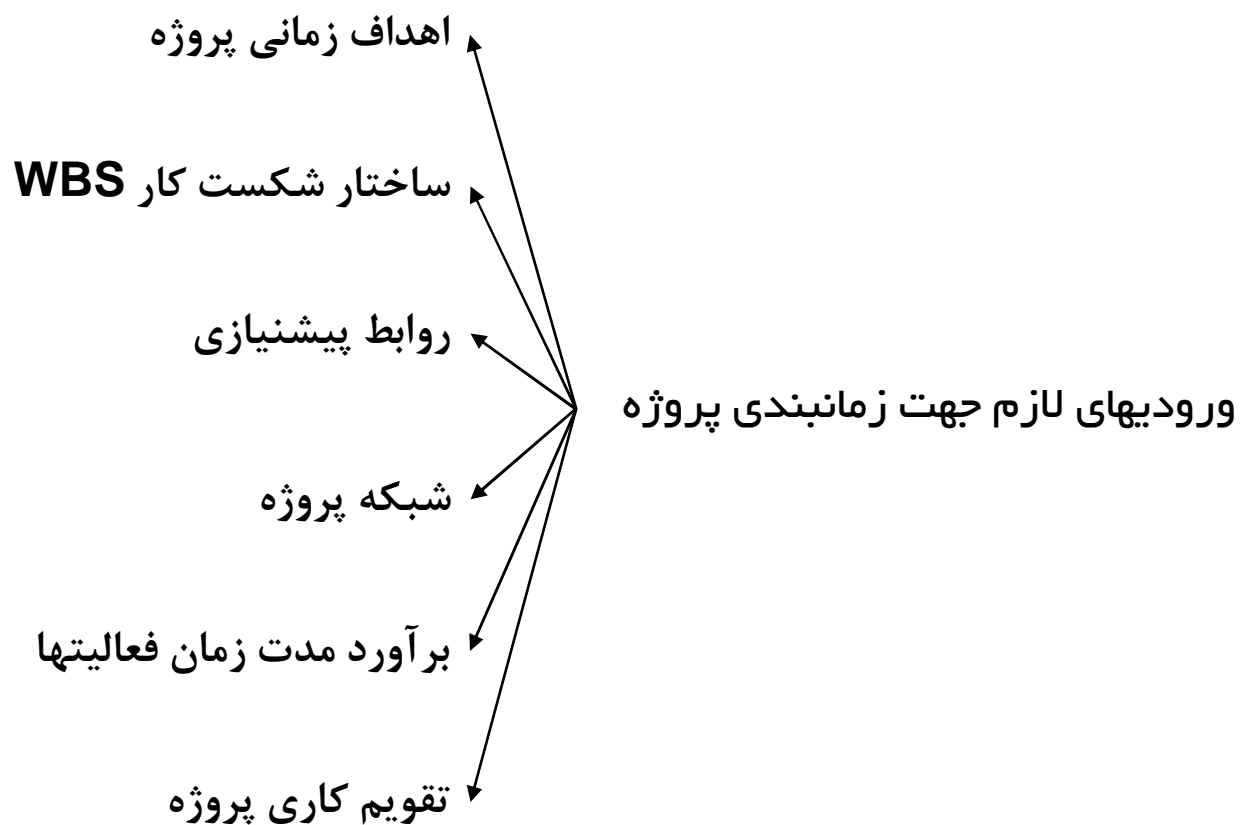
6- شکستن فعالیت به اجزای کوچکتر

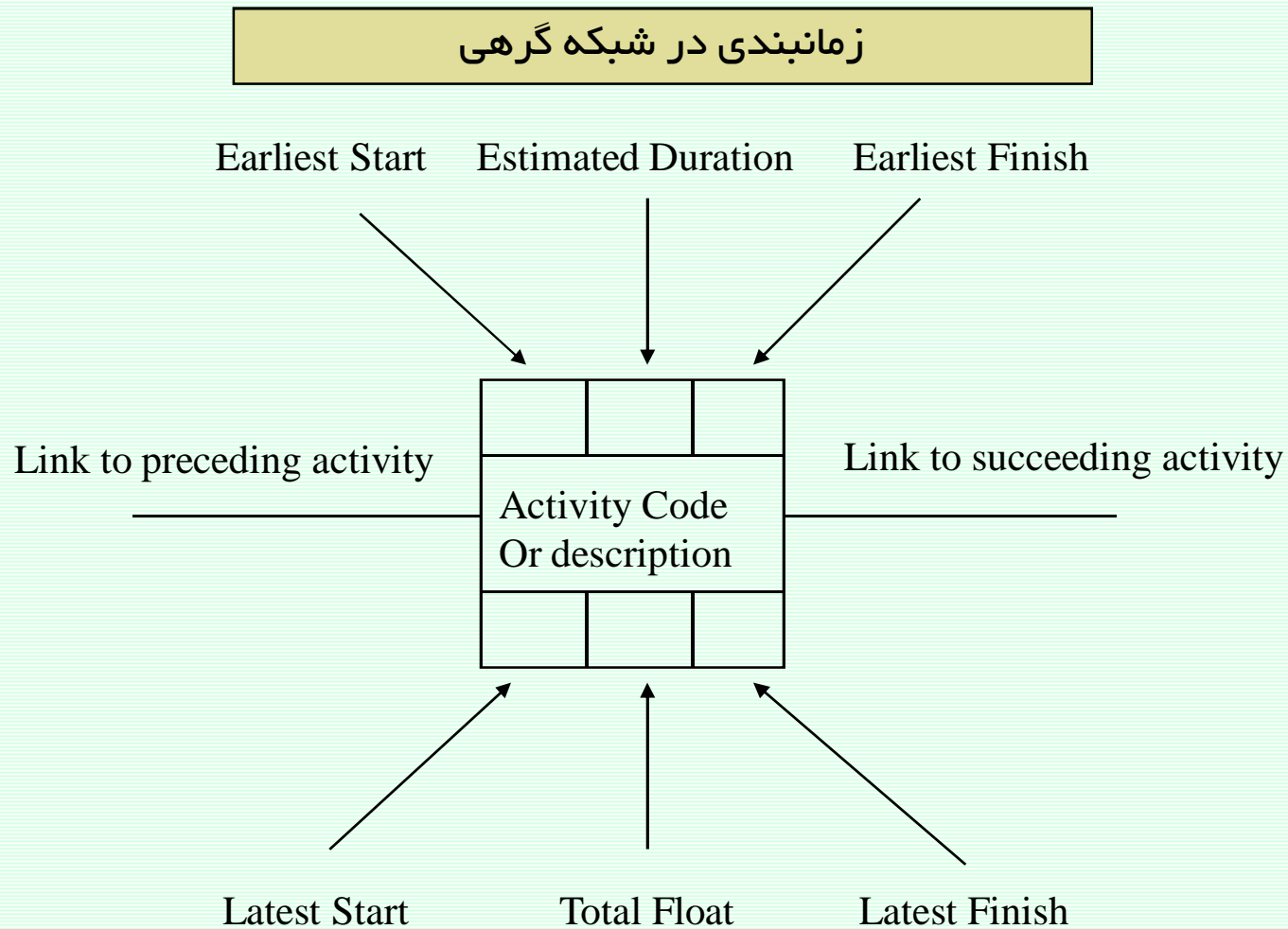
می توان فعالیت را به اجزای کوچکتر تقسیم نمود و سپس با یکی از روشهای ذکر شده مدت هریک را تخمین و با سرجمع کردن آنها مدت زمان فعالیت اصلی را بر آورد نمود.

بیشترین کاربرد این روش در مواقعی است که **WBS** در سطوح بالا متوقف شده و بصورت کلان به برنامه ریزی نگاه می شود.

# زمانبندی پروژه

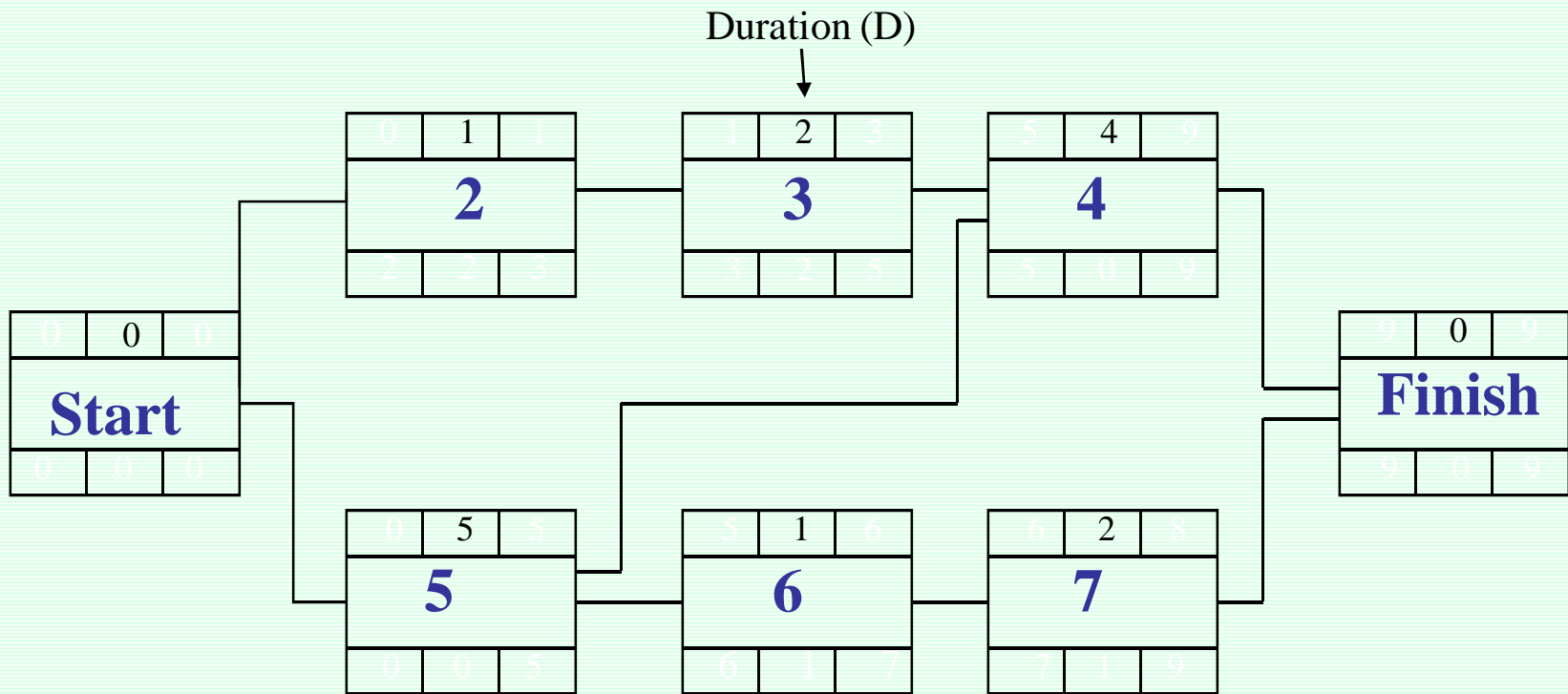
تهیه زمانبندی پروژه، فرآیند تعیین زمانهای شروع و پایان فعالیتهای پروژه است.





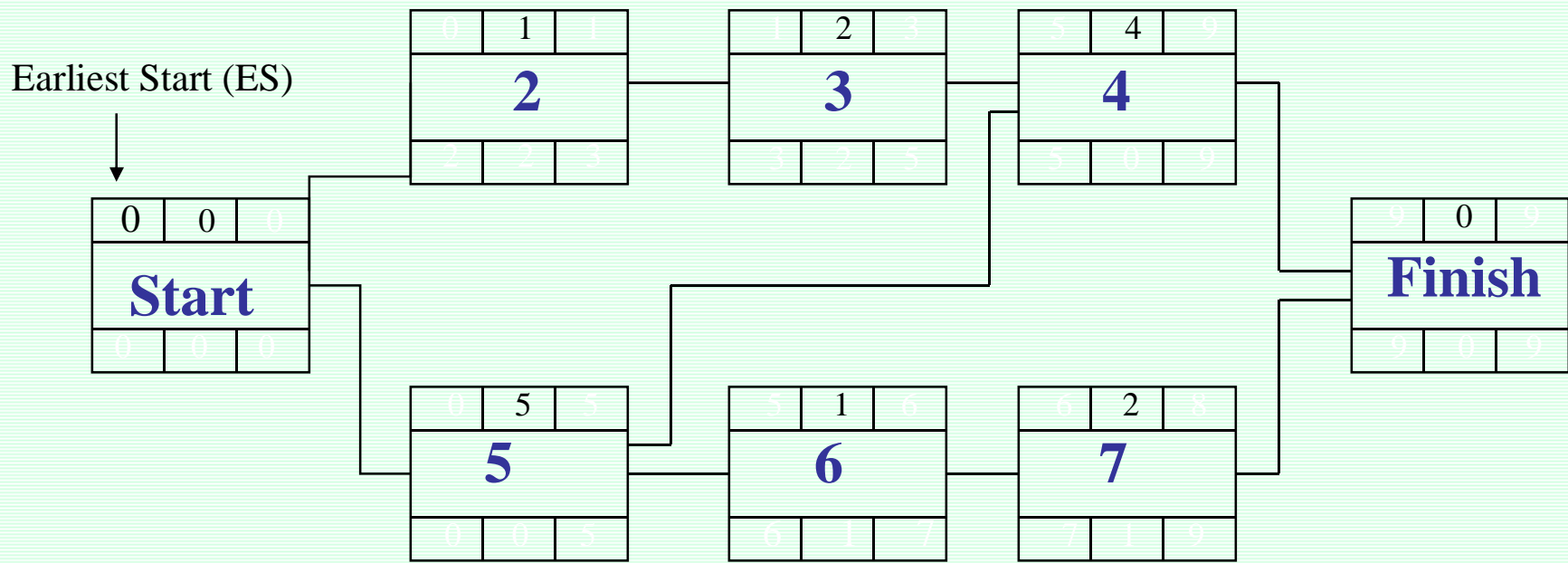
**نمادگذاری یک فعالیت در زمانبندی شبکه گرهی**

زمانبندی در شبکه گرهی



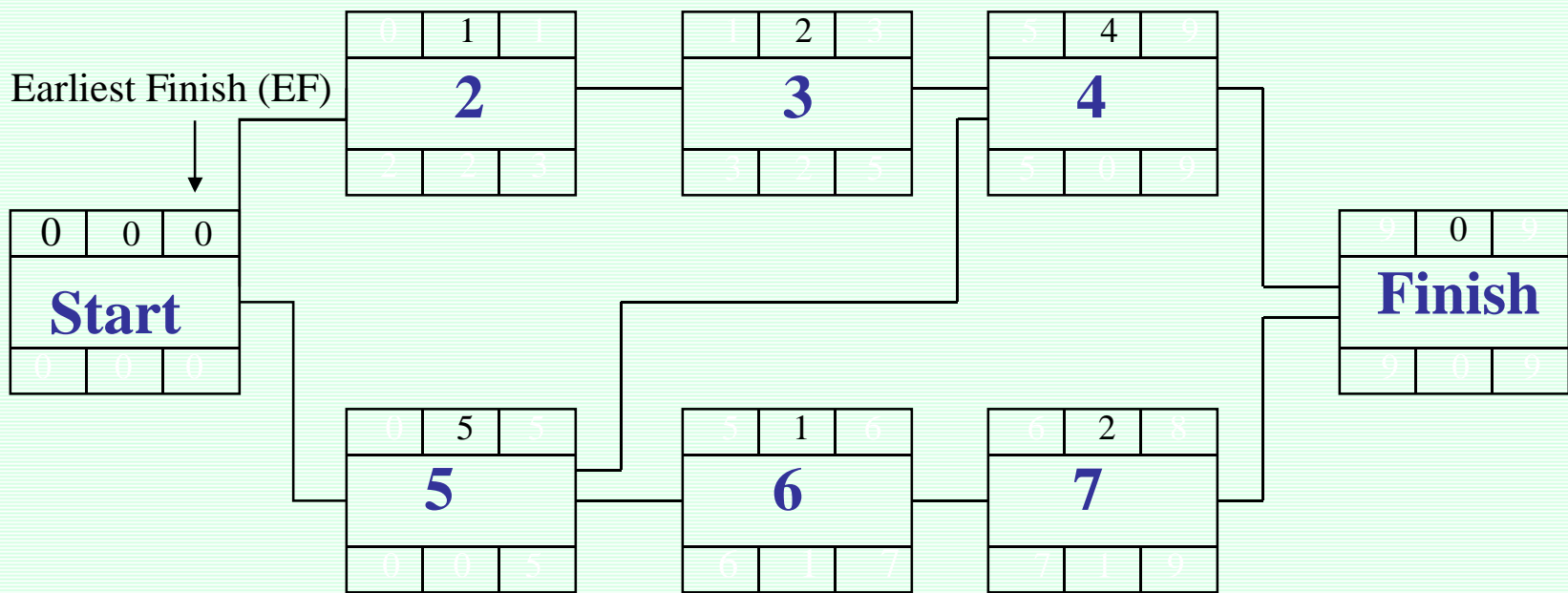


زمانبندی در شبکه گرهی



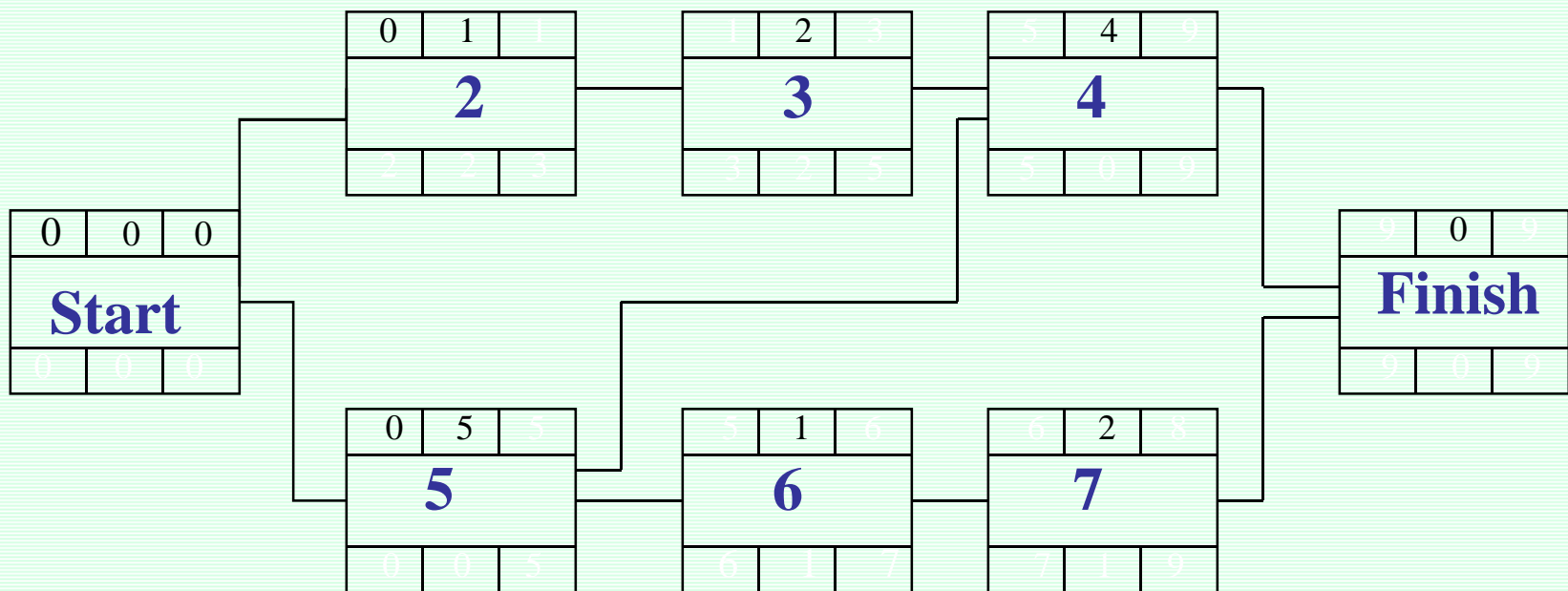
**ES= 0** برای فعالیت شروعی داریم :

زمانبندی در شبکه گرهی



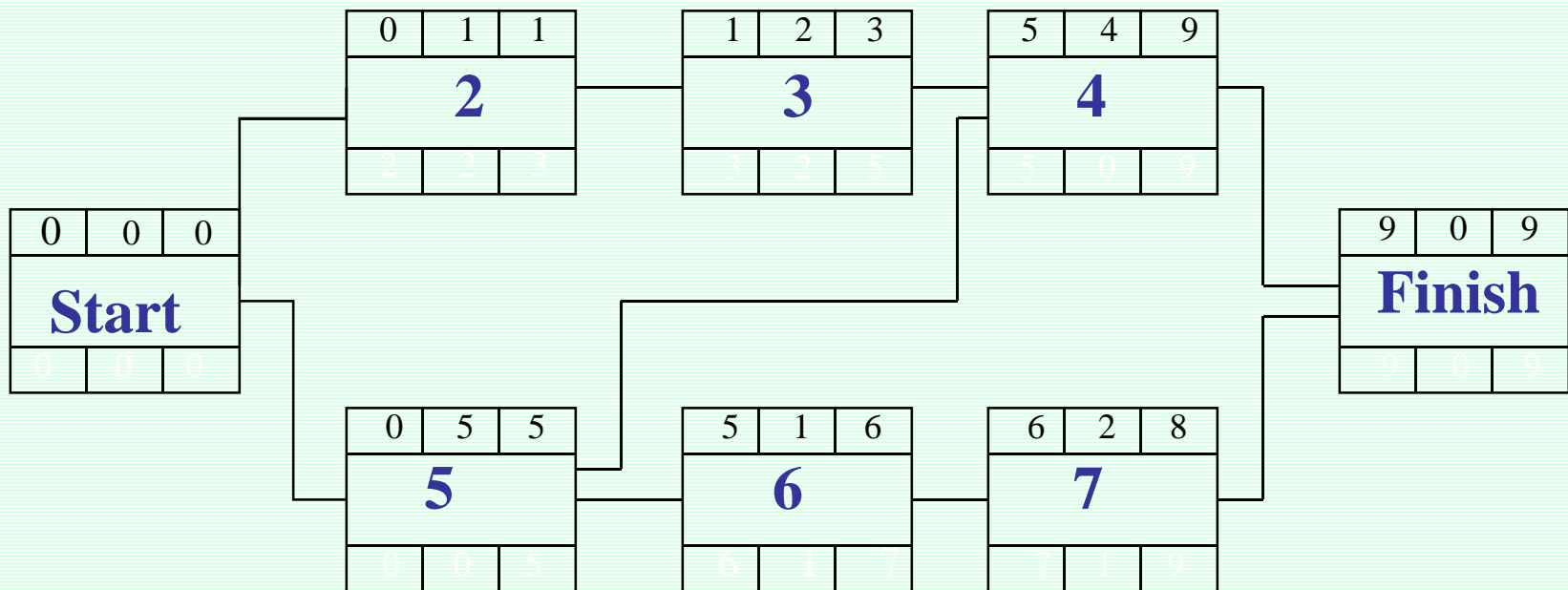
**EF = ES + D**

زمانبندی در شبکه گرهی



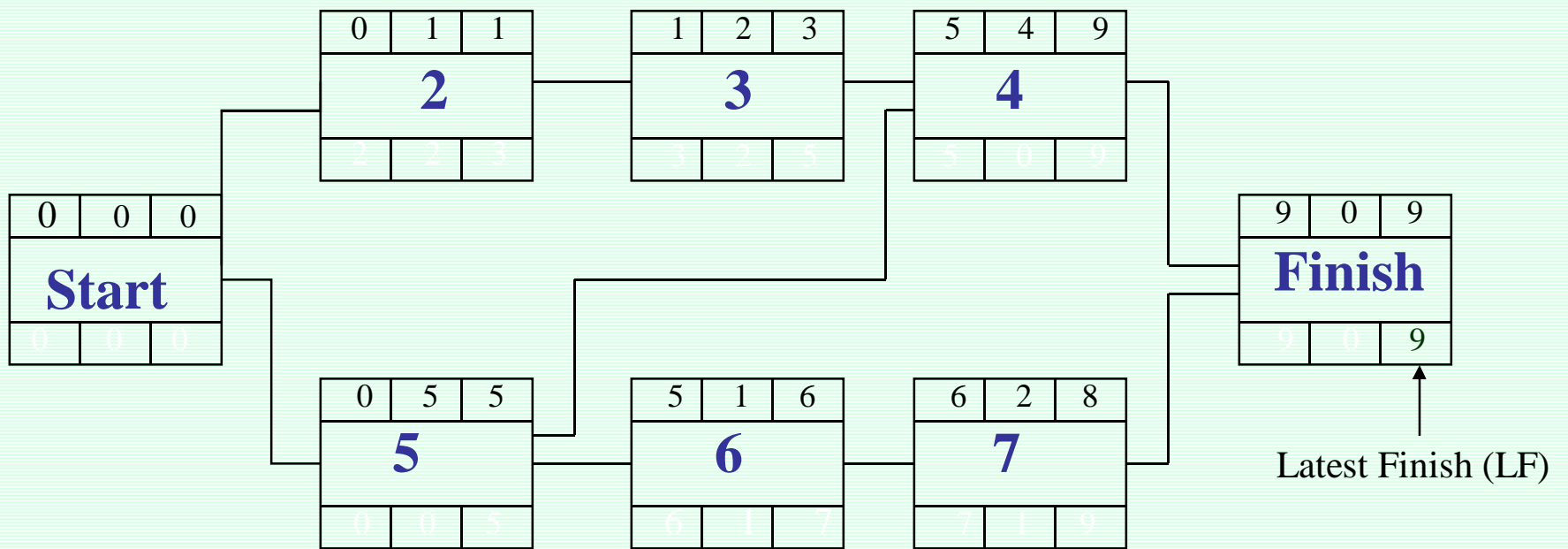
**ES = max{EF} for all Predecessor** برای فعالیتهای غیر شروعی داریم:

زمانبندی در شبکه گرهی



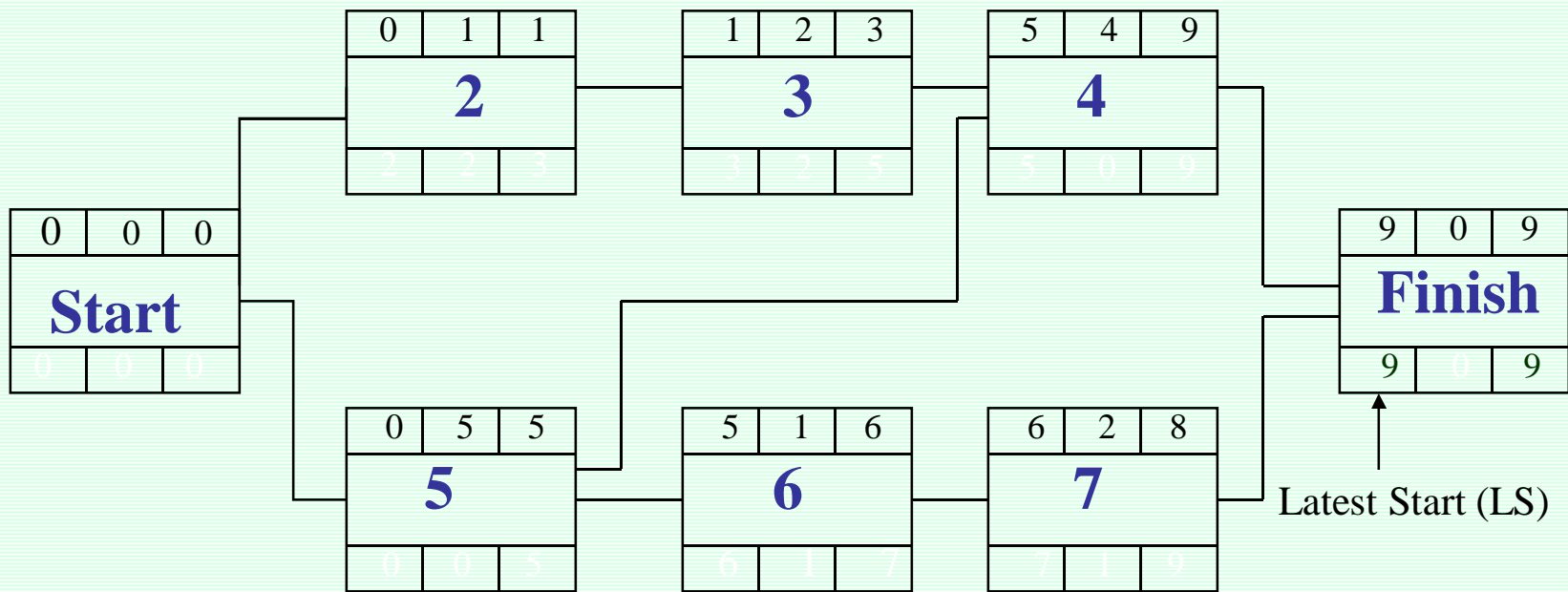
**EF**(Finish) = زودترین زمان اتمام پروژه

زمانبندی در شبکه گرهی



**LF = EF(Finish)** برای فعالیت پایانی داریم :

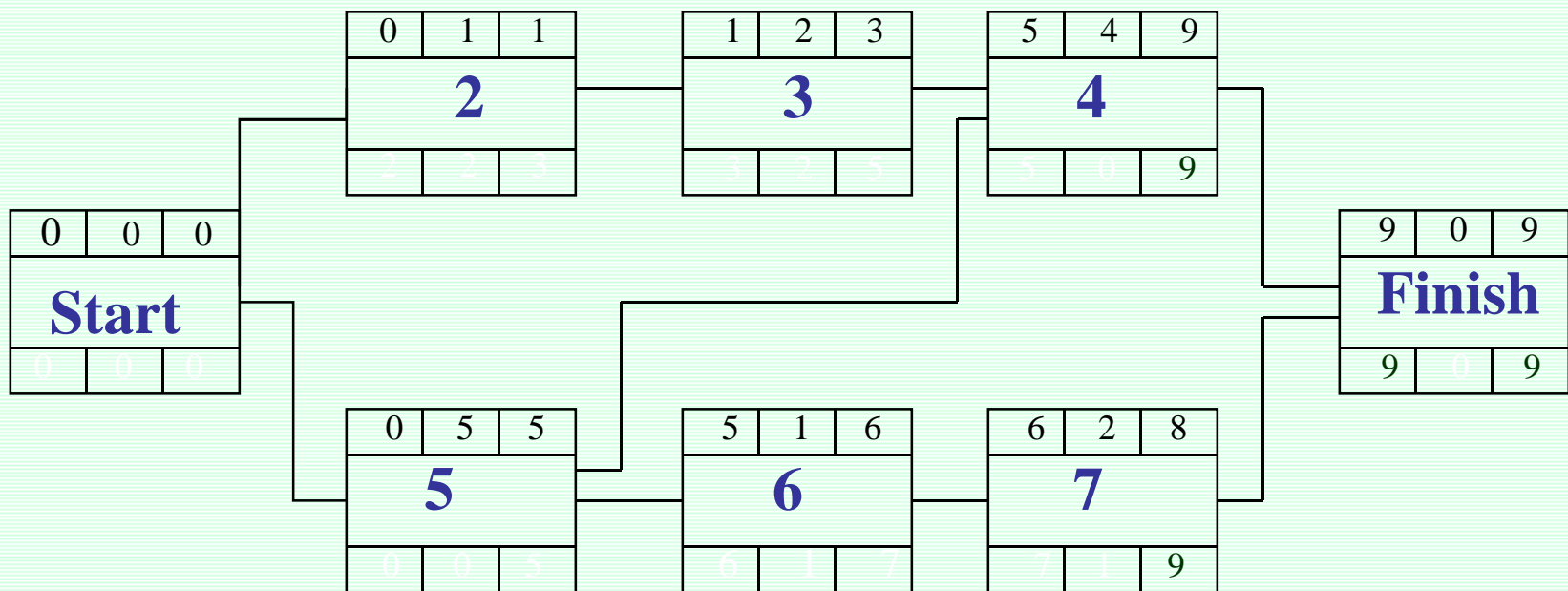
زمانبندی در شبکه گرهی



Latest Start (LS)

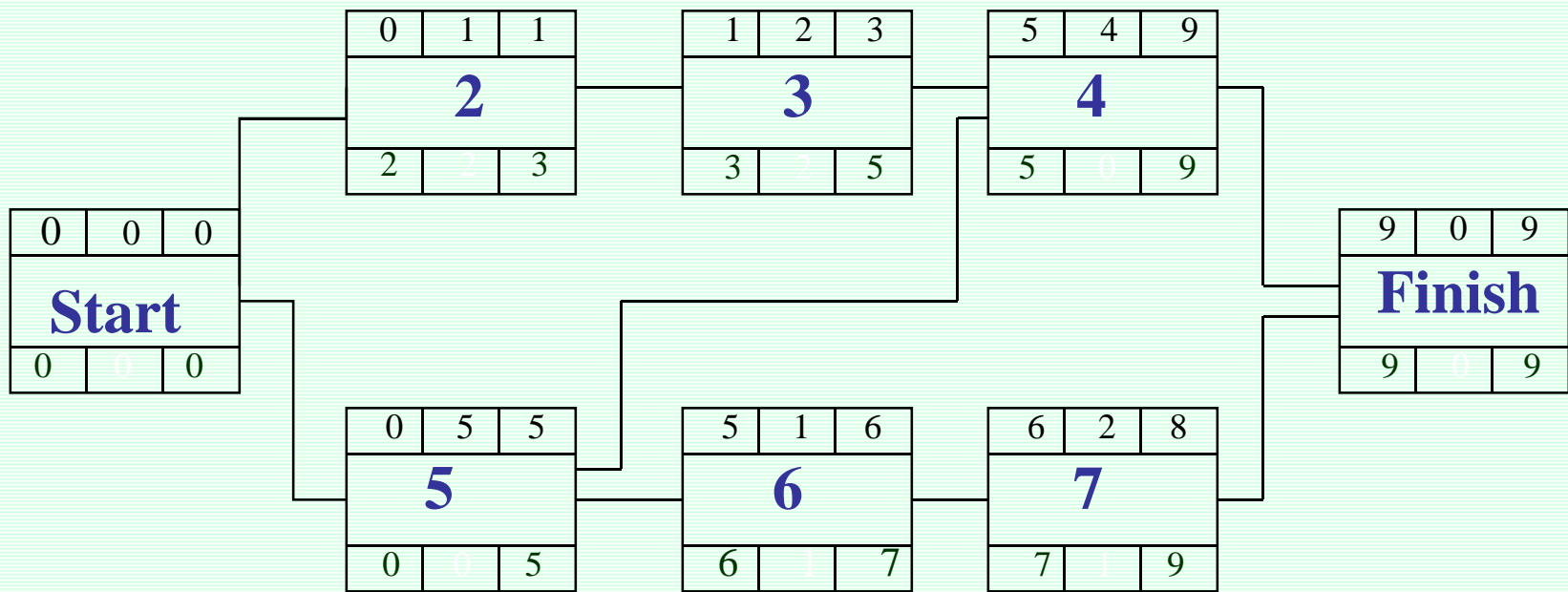
$LS = LF - D$

زمانبندی در شبکه گرهی



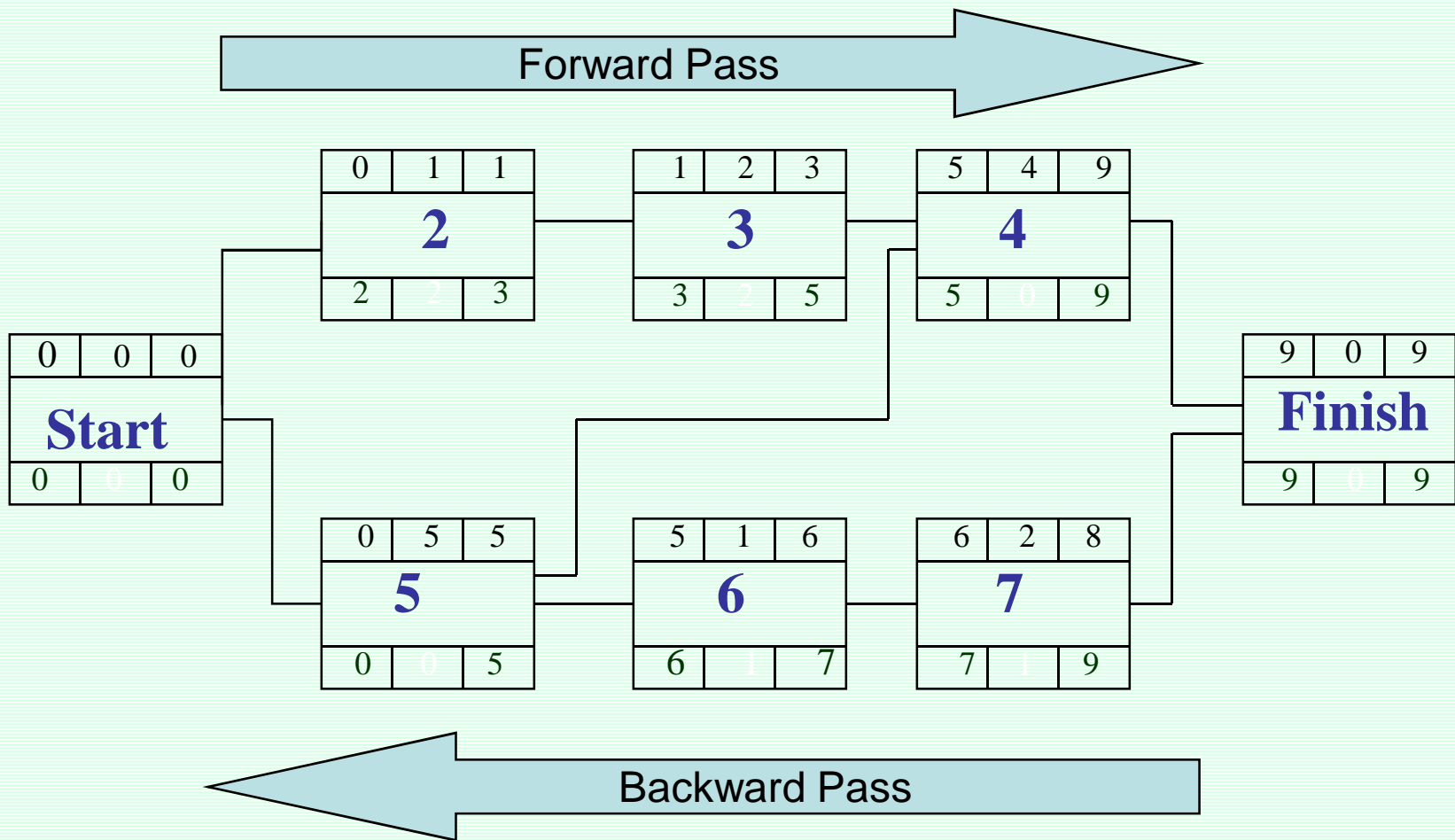
**LF = min{LS}** for all Successor      برای فعالیت‌های غیر پایانی داریم:

زمانبندی در شبکه گرهی





زمانبندی در شبکه گرهی



زمانبندی در شبکه گرهی

دیوثرین زمان پایان	دیوثرین زمان شروع	زودترین زمان پایان	زودترین زمان شروع	کد فعالیت
0	0	0	0	Start
3	2	1	0	2
5	3	3	1	3
9	5	9	5	4
5	0	5	0	5
7	6	6	5	6
9	7	8	6	7
9	9	9	9	Finish

$$\begin{aligned} \text{زودترین زمان شروع فعالیت } i &= E_{Si} && \text{(Earliest Start)} \\ \text{زودترین زمان پایان فعالیت } i &= E_{Fi} && \text{(Earliest Finish)} \\ \text{مدت زمان فعالیت } i &= D_i && \text{(Duration)} \end{aligned}$$

قواعد محاسبات رفت:

- A)  $ES(\text{start}) = 0$
- B)  $ES_i = \text{Max}\{EF_j\} \quad j = \{\text{مجموعه فعالیت‌های پیش نیاز فعالیت } i\}$
- C)  $EF_i = ES_i + D_i$

$EF(\text{finish})$  حداقل زمانی است که پروژه انجام می شود.

$$\begin{aligned} \text{دیرترین زمان شروع فعالیت } i &= LSi && \text{(Latest Start)} \\ \text{دیرترین زمان پایان فعالیت } i &= LFi && \text{(Latest Finish)} \\ \text{مدت زمان فعالیت } i &= Di && \text{(Duration)} \end{aligned}$$

قواعد محاسبات برگشت:

- A)  $LF(\text{finish}) = EF(\text{finish})$
- B)  $LFi = \text{Min}\{LS_k\} \quad k=\{i \text{ مجموعه فعالیت‌های پس نیاز } i\}$
- C)  $LSi = LFi - Di$

$EF(\text{Finish})$  می‌تواند عددی غیر از  $EF(\text{Finish})$  باشد (طبیعتاً) باید عددی بزرگتر از  $EF(\text{Finish})$  باشد) در این صورت ما برای اتمام پروژه مهلتی پیش از حداقل زمان پروژه تعیین کرده.

شناوری کل فعالیت (Total Float) (Total slaok) :  
 شناوری کل یک فعالیت مدت زمانی است که یک فعالیت می تواند نسبت به زودترین زمان شروع،  
 دیرتر شروع شود بدون آنکه زمانبندی کل پروژه به تأخیر بیافند.

$$TF = LSi - ESi$$

OR

$$TF = LFi - EFi$$

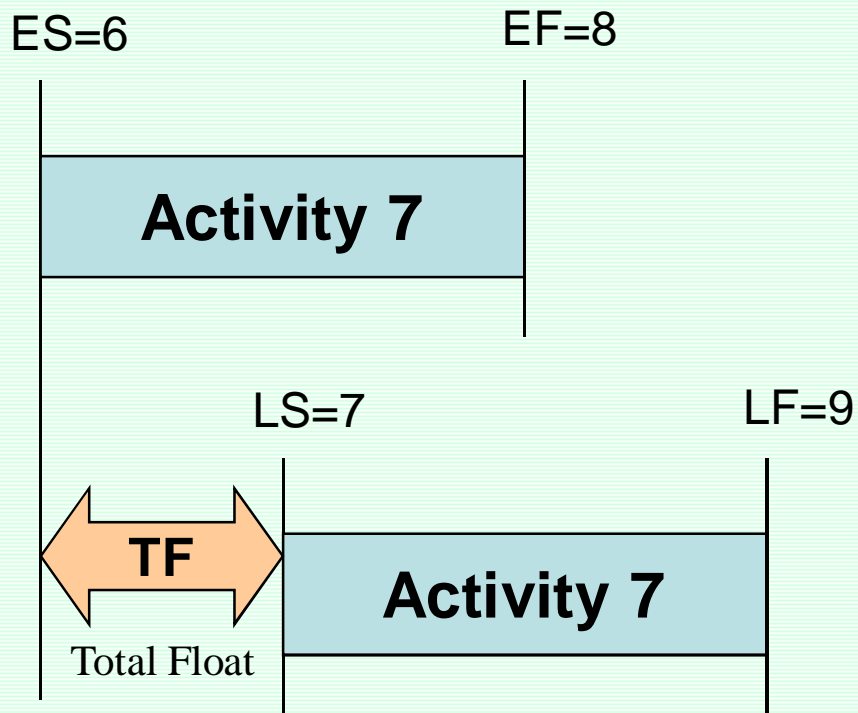
شناوری آزاد (Free Float)(FF) :  
 مدت زمانی است که یک فعالیت می تواند نسبت به زودترین زمانبندی اش دیرتر تمام شود. بدون  
 آنکه بر زمانبندی فعالیت های بعدی تأثیر بگذارد.

$$FF = \text{Min}\{ESj\} - EFi$$

$$j = \{i \text{ پس نیاز } i\}$$

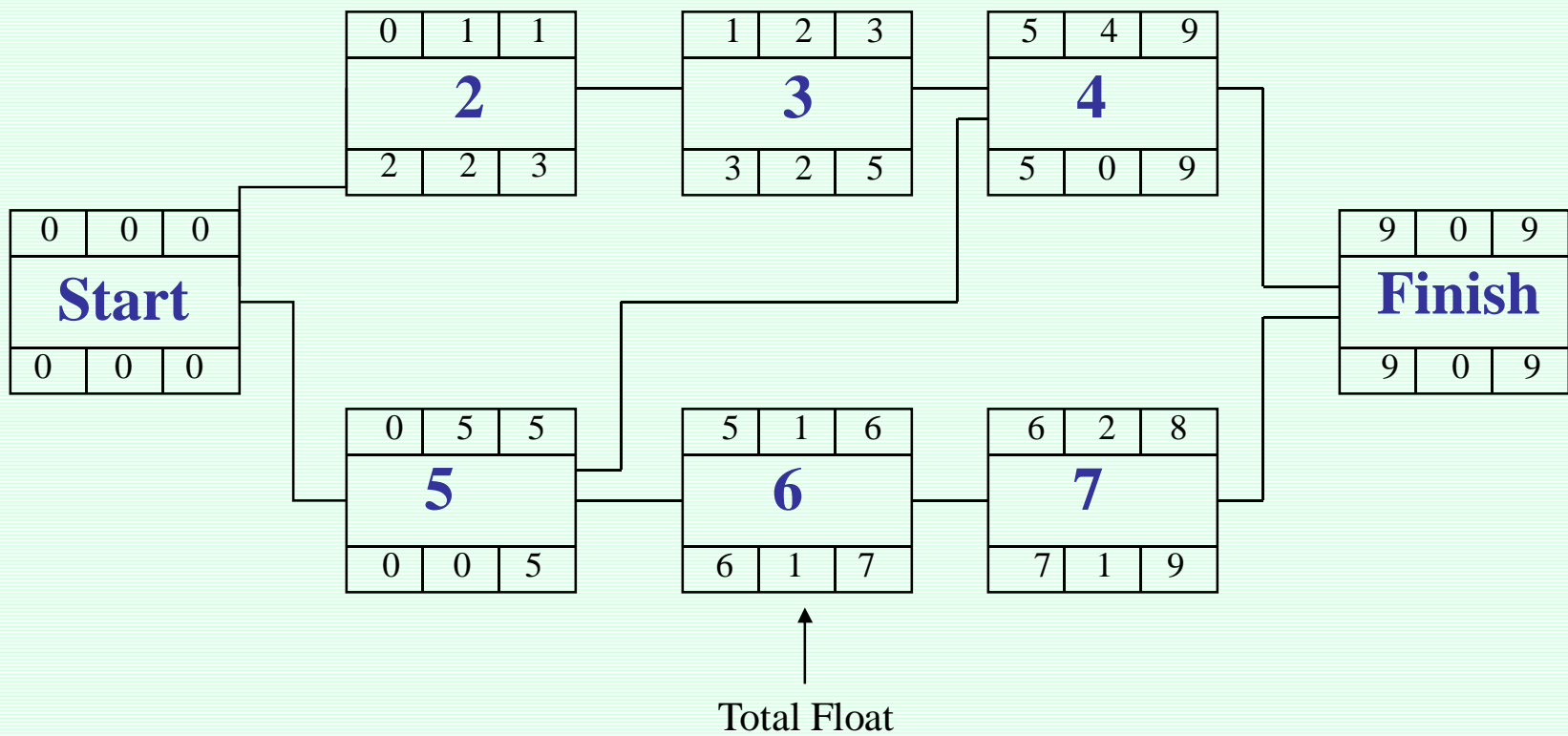
شناوری کل در شبکه گرهی

—————→ TIME

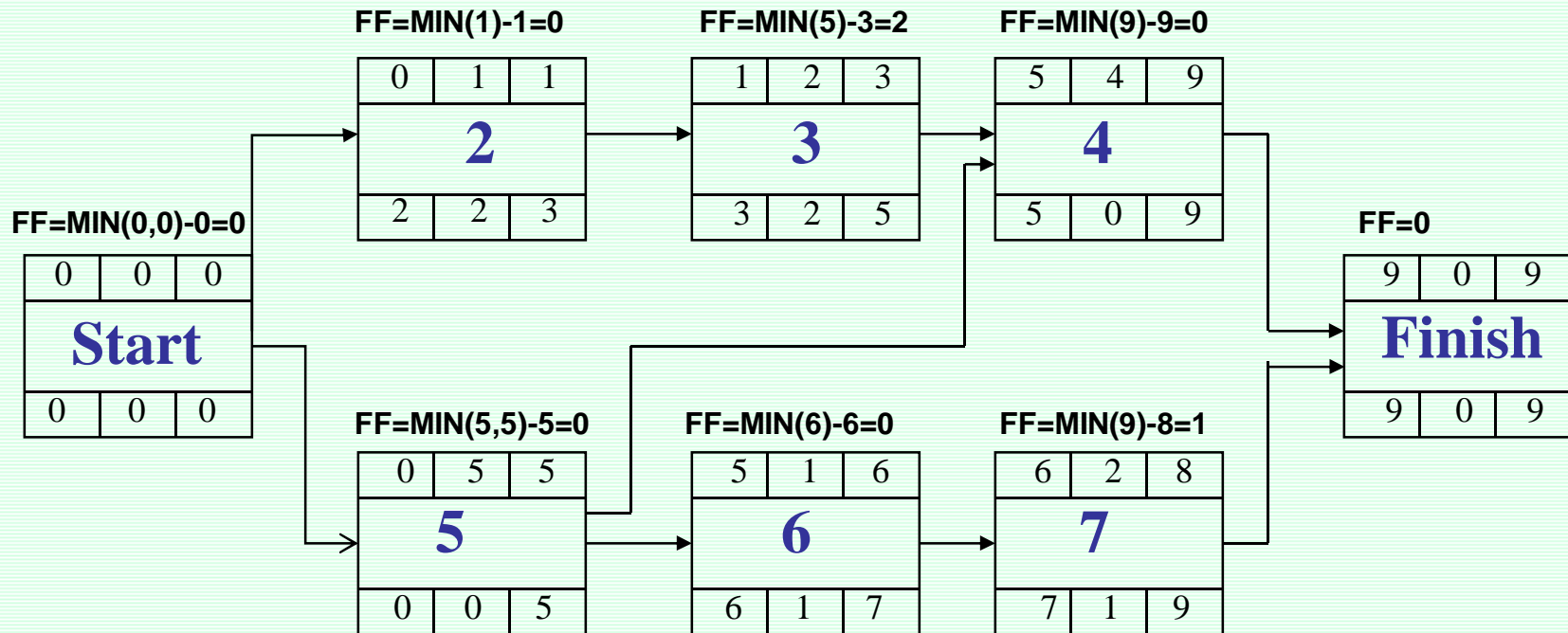


**$TF=LS-ES$  or  $TF=LF-EF$**

شناوری کل در شبکه گرهی



شناوری آزاد در شبکه گرهی

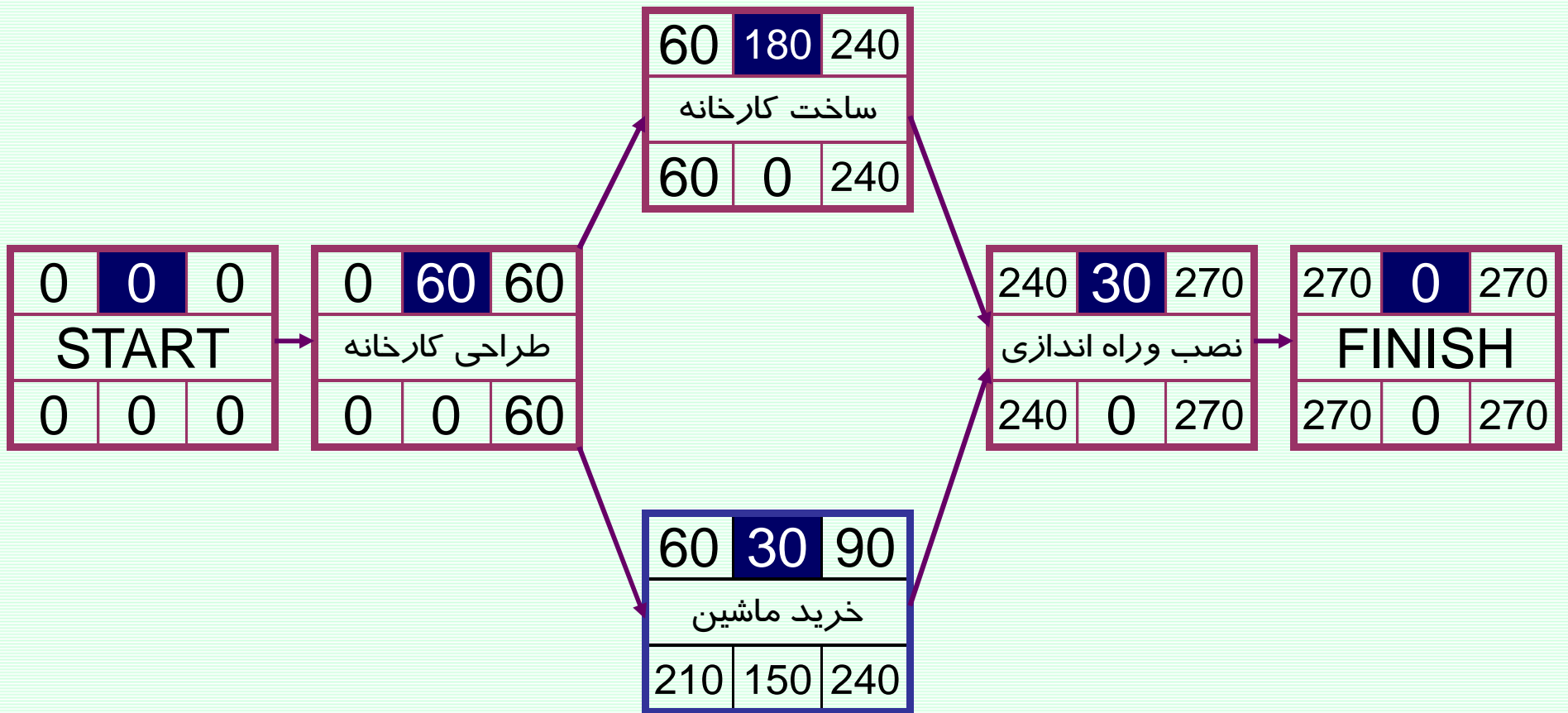




## مثال : طراحی و ایجاد یک کارخانه را در نظر بگیرید

مقرر شده است که کارخانه‌ای جهت تولید قطعات خودرو ایجاد شود. مطابق بررسی‌ها انجام شده ابتدا لازم است که طراحی کارخانه ( که 60 روز زمان می‌برد) انجام شود. پس از اتمام طراحی، دو فعالیت می‌توانند شروع شوند فعالیت ساخت کارخانه ( طی 180 روز) و فعالیت خرید ماشین‌آلات ( طی 30 روز). پس از اتمام فعالیت‌های ساخت کارخانه و همچنین خرید ماشین‌آلات، نصب و راه‌اندازی ماشین‌آلات در کارخانه طی 30 روز انجام می‌شود.

زمانبندی و همچنین شناوری کل و شناوری آزاد فعالیتها را بدست آورید.



چند تعریف

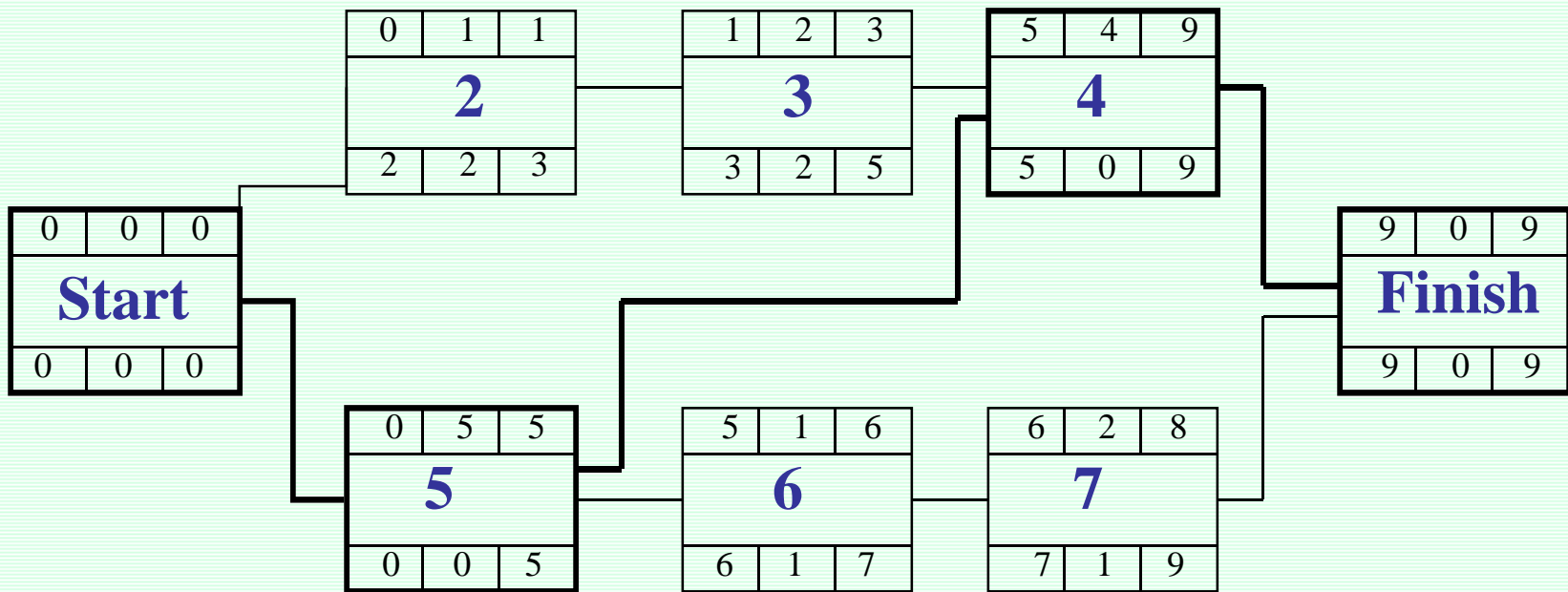
• **مسیر Path:** دنباله‌ای از فعالیتها که از گره شروعی آغاز و به گره پایانی منتهی شوند.

• **مسیر بحرانی Critical Path:** طولانی ترین مسیر شبکه (در غالب موارد مسیری که فعالیتها با شناوری کل صفر را شامل می شود).

• ممکن است در یک شبکه چند مسیر بحرانی داشته باشیم.

• در صورتیکه در حرکت بازگشتی از زمانی بیش از زودترین زمان اتمام پروژه استفاده کنیم فعالیتهایی که دارای شناور کل برابر اختلاف دو عدد فوق هستند تشکیل دهنده مسیر بحرانی خواهند بود.

زمانبندی در شبکه گرهی

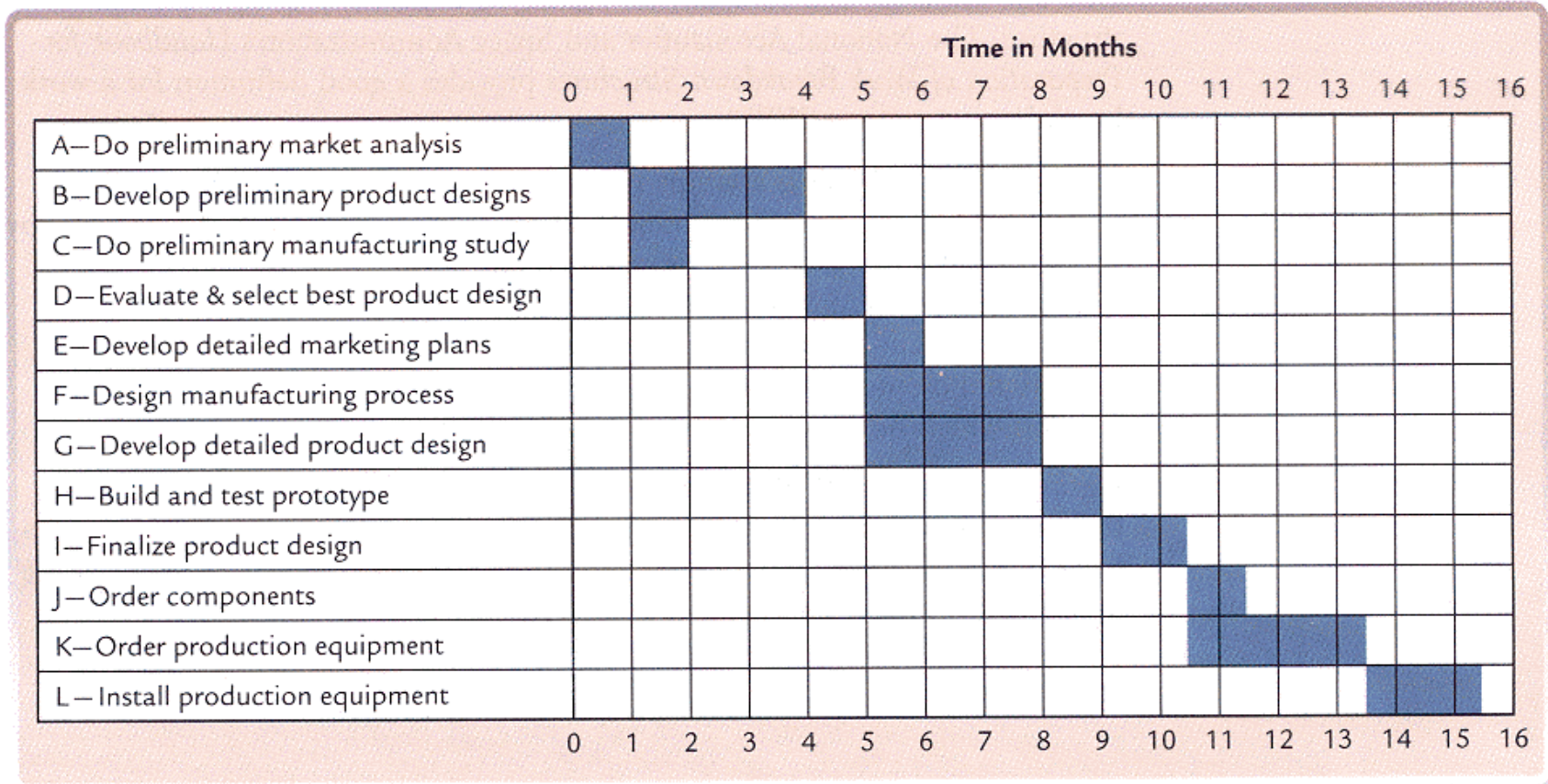


روش زمانبندی که در اسلایدهای قبل اشاره شد به روش مسیر بحرانی مشهور است.

**CPM**

**(Critical Path Method)**

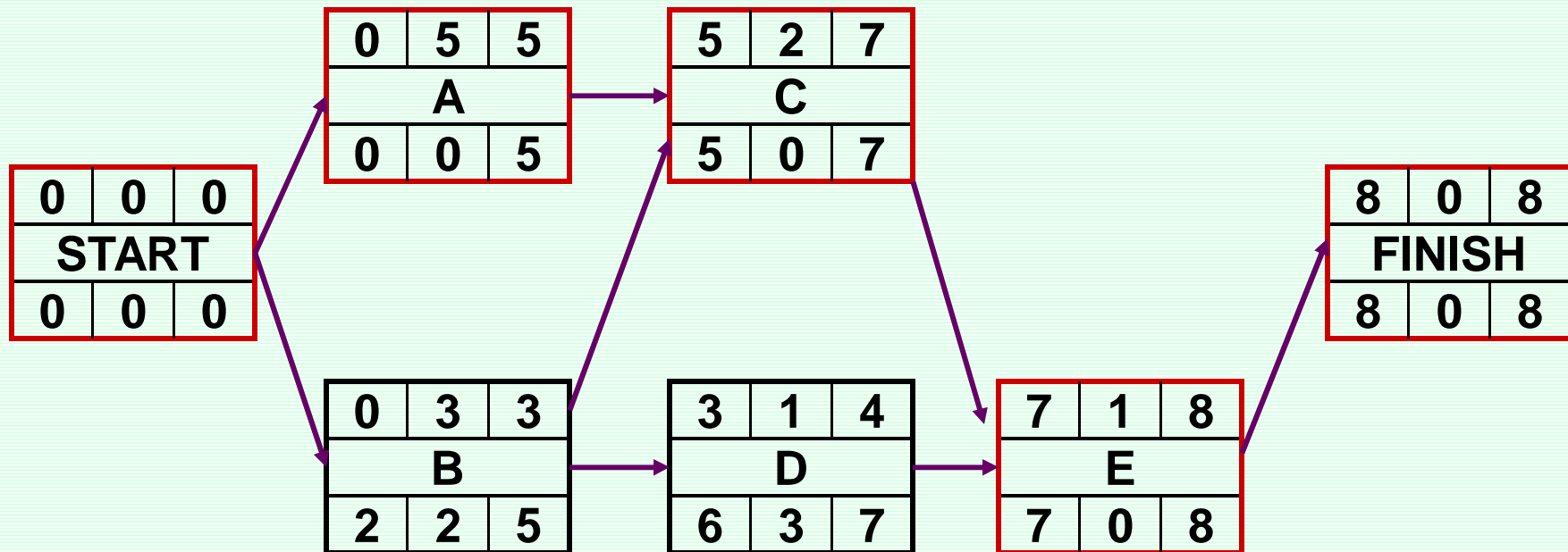
GANTT CHART نمودار گانت



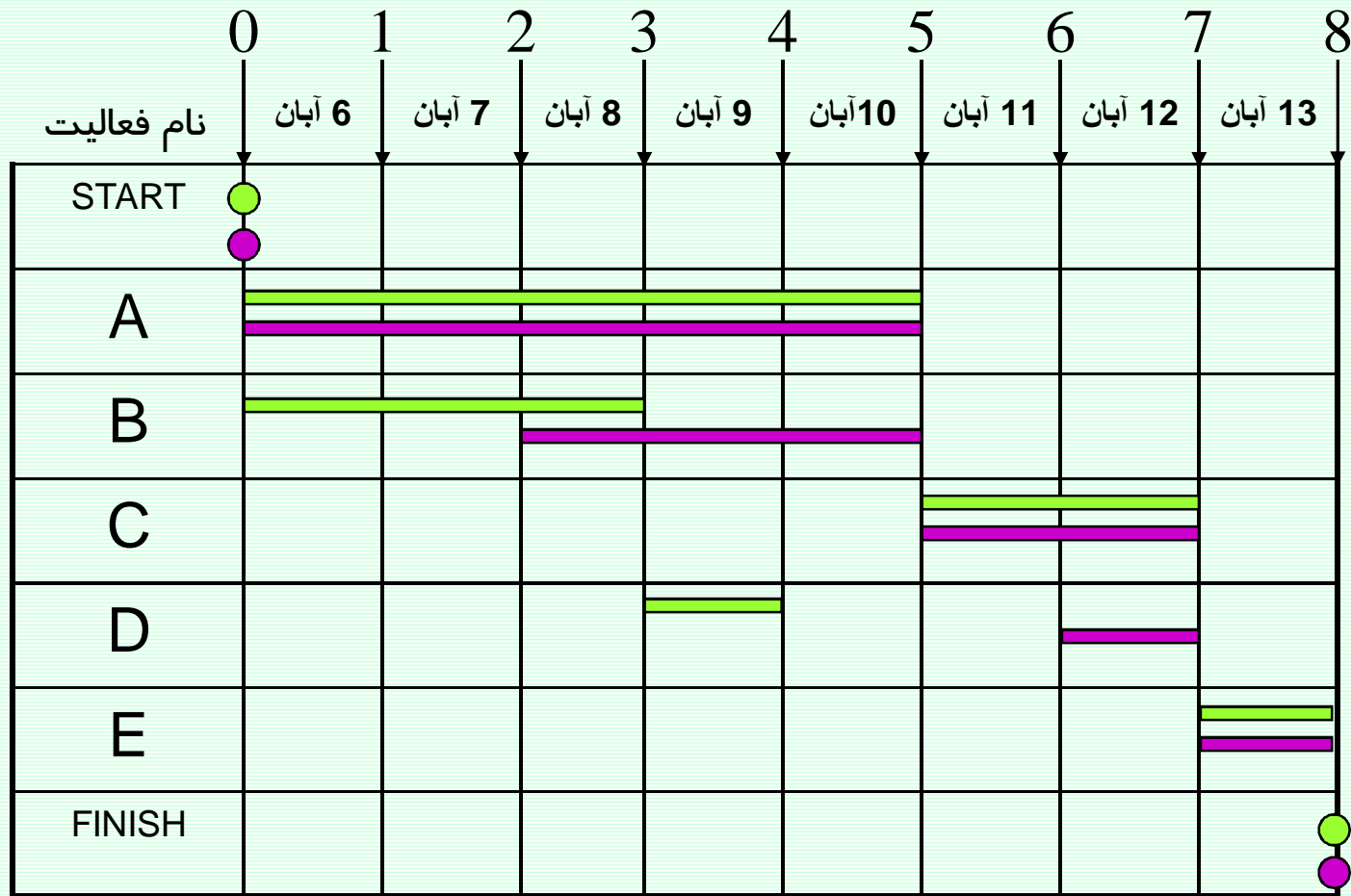
# نمودار میله ای زمانبندی پروژه- گانت چارت GANTT CHART

مثال

پروژه با شبکه ی زیر را در نظر بگیرید



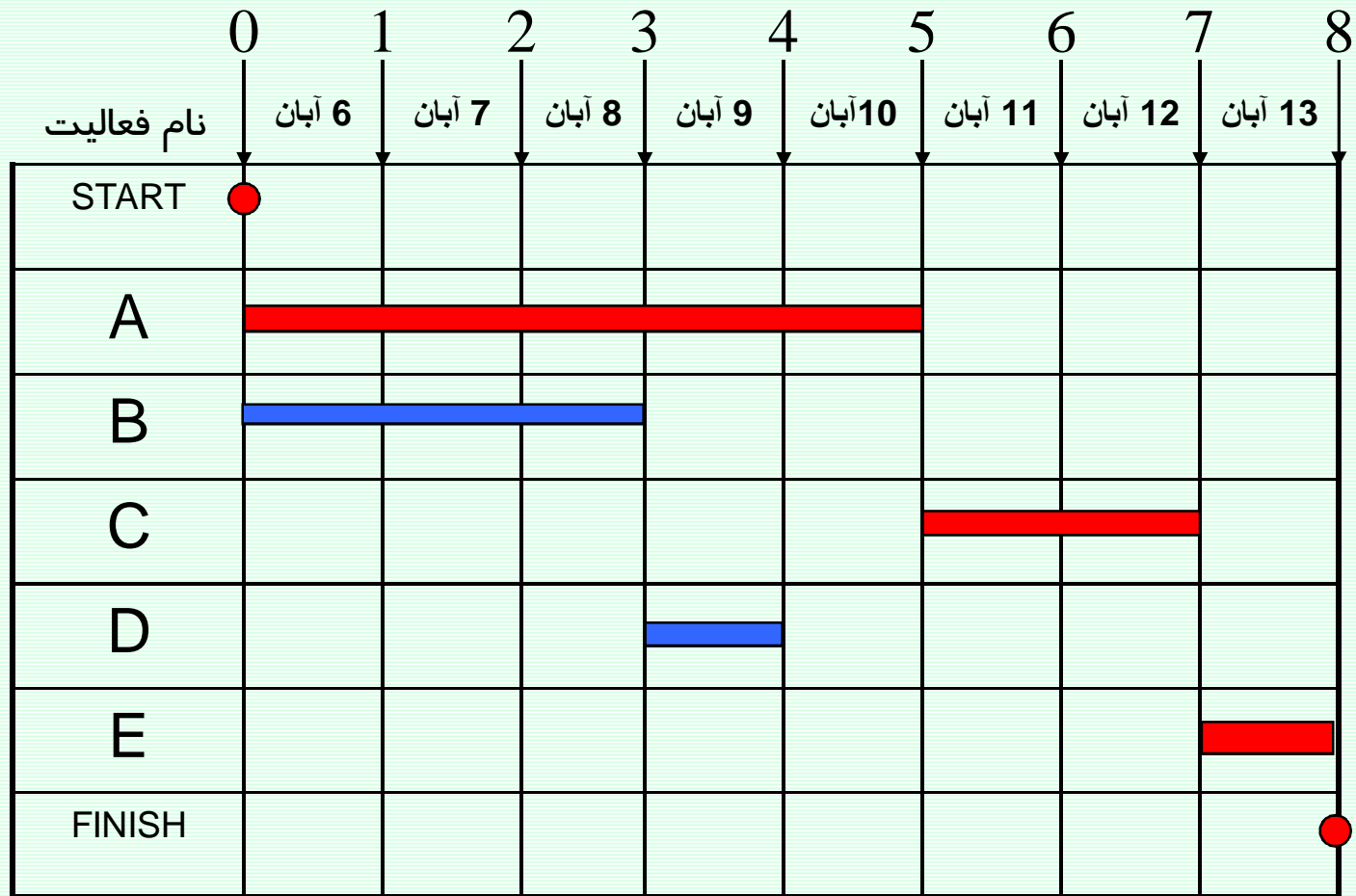
## نمودار گانت GANTT CHART



دیرترین زمان ■  
 زودترین زمان ■

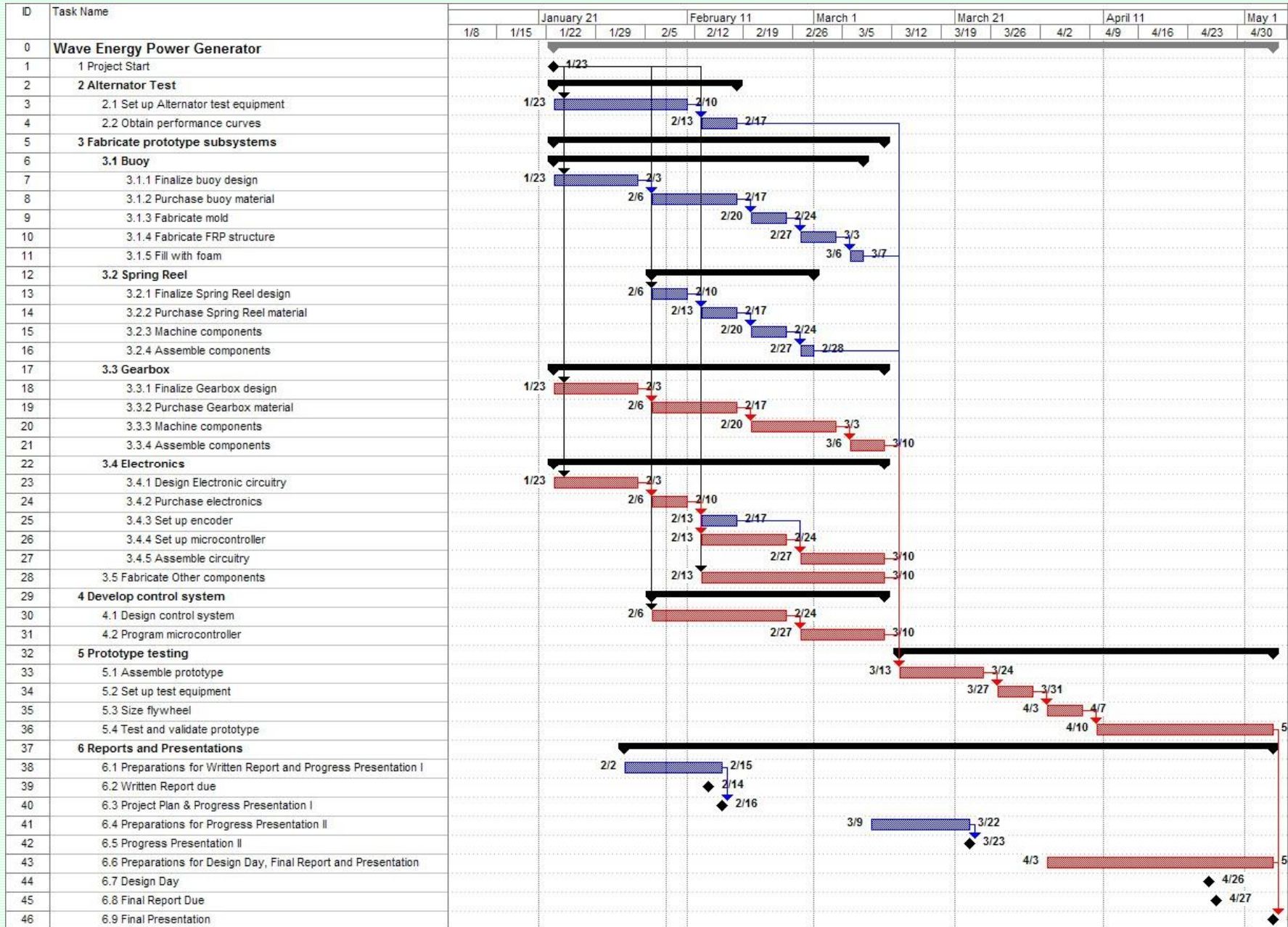


### نمودار گانت با تعیین فعالیت‌های بحرانی



فعالیت‌های بحرانی ■  
 فعالیت‌های غیر بحرانی ■

# یک نمونه نمودار گانت



## تنظیم برنامه مبنای پروژه یا (Baseline):

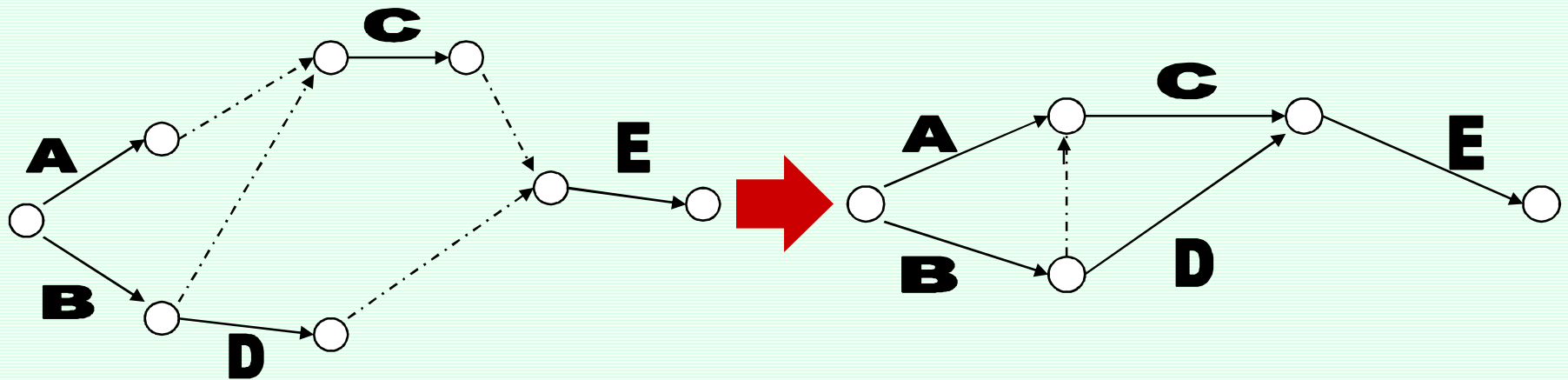
در اکثر پروژه ها در پایان مرحله برنامه ریزی یک زمانبندی پروژه تحت عنوان برنامه اولیه یا Baseline ارائه می شود که مبنای کنترل اجرای پروژه می شود. برنامه Baseline می تواند زمانبندی بر اساس زودترین زمانها یا زمانبندی بر اساس دیرترین زمانها و یا حدی ما بین ایندو باشد. که با توجه به شرایط حاکم بر پروژه می بایست انتخاب شود.

# شبکه برداری

ترسیم شبکه برداری دارای قواعد زیر است:

- (1) هر فعالیت بر روی یک بردار و ما بین دو گره ترسیم می شود.
  - (2) بین هر دو گره فقط یک فعالیت وجود دارد.
  - (3) شبکه فقط دارای یک گره پایانی و یک گره آغازین می باشد .
  - (4) در شبکه حلقه یا LOOP نداریم.
  - (5) برای تعریف برخی از وابستگی های بین فعالیت ها می توانیم از فعالیت موهومی Dummy Activity استفاده کنیم. فعالیت موهومی وجود خارجی ندارد، مدت زمان صفر بوده و فقط برای ترسیم شبکه کشیده می شود.
- در شبکه می بایست حاقل فعالیت موهومی را داشته باشیم.
- (6) گره ها می بایست شماره گذاری شود، شماره ها نباید تکراری بوده و شماره گره پایانی هر فعالیت بیش از شماره گره شروعی باشد.

فعالیت	پیش نیاز
A	--
B	--
C	A,B
D	B
E	D,C



## محاسبات زمانبندی پروژه در شبکه‌های برداری

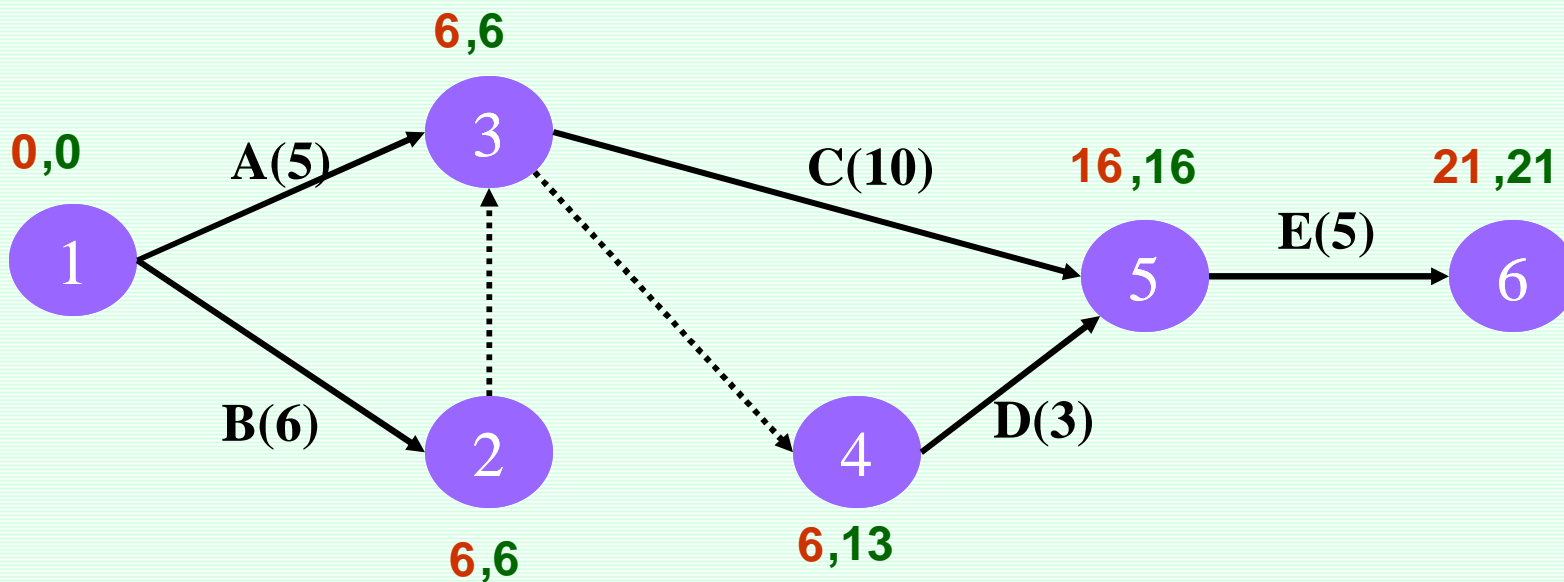
مدت زمان (روز)	فعالیت	پیش نیاز
5	A	--
6	B	--
10	C	A,B
3	D	A,B
5	E	D,C

مثال

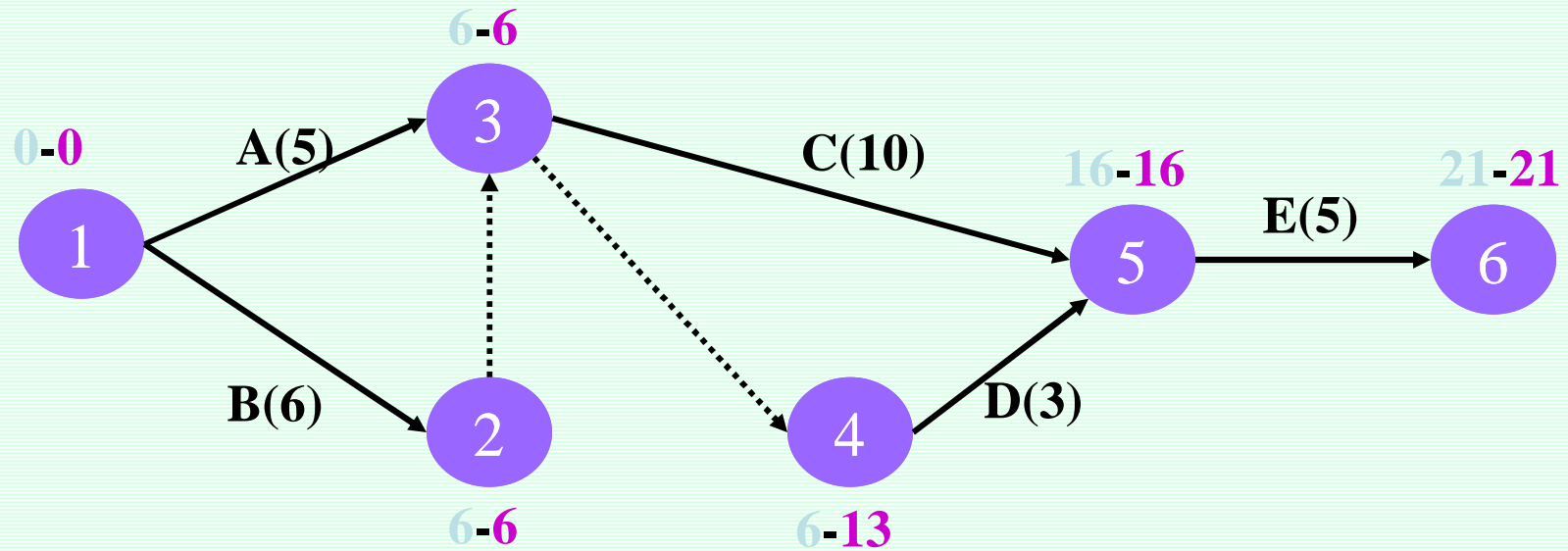
## محاسبات زمانبندی پروژه در شبکه‌های برداری

مثال

مدت زمان (روز)	فعالیت	پیش نیاز
5	A	--
6	B	--
10	C	A,B
3	D	A,B
5	E	D,C







فعاليات	ES	EF	LS	LF	TF
A	0	$0+5=5$	$6-5=1$	6	1
B	0	$0+6=6$	$6-6=0$	6	0
C	6	$6+10=16$	$16-10=6$	16	0
D	6	$6+3=9$	$16-3=13$	16	7
E	16	$16+5=21$	$21-5=16$	21	0

$0 =$  زودترین زمان وقوع گره شروعی

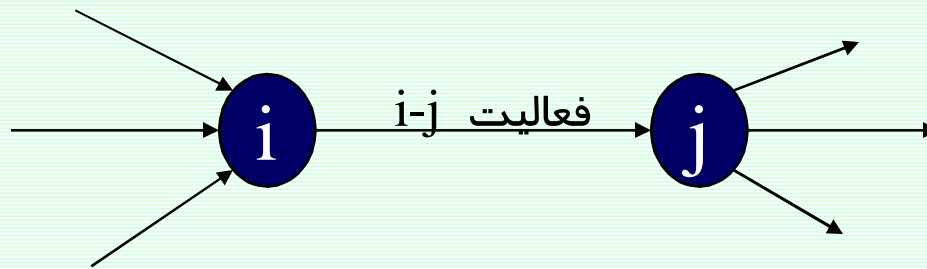
هر  $k$  پیش نیاز  $i = \text{Max} \{E_k + D_{ki}\}$  زودترین زمان وقوع گره  $i$  ( $E_i$ )

زودترین زمان وقوع گره پایانی بیانگر حداقل زمان اتمام پروژه می باشد.

زودترین زمان وقوع گره پایانی = دیرترین زمان وقوع گره پایانی

هر  $j$  پس نیاز  $i = \text{Min} \{L_j - D_{ij}\}$  دیرترین زمان وقوع گره  $i$  ( $L_i$ )

پس از محاسبه زودترین زمان و دیرترین زمان وقوع گره ها نوبت به محاسبه زودترین و دیرترین زمان شروع و پایان فعالیت ها می رسد.

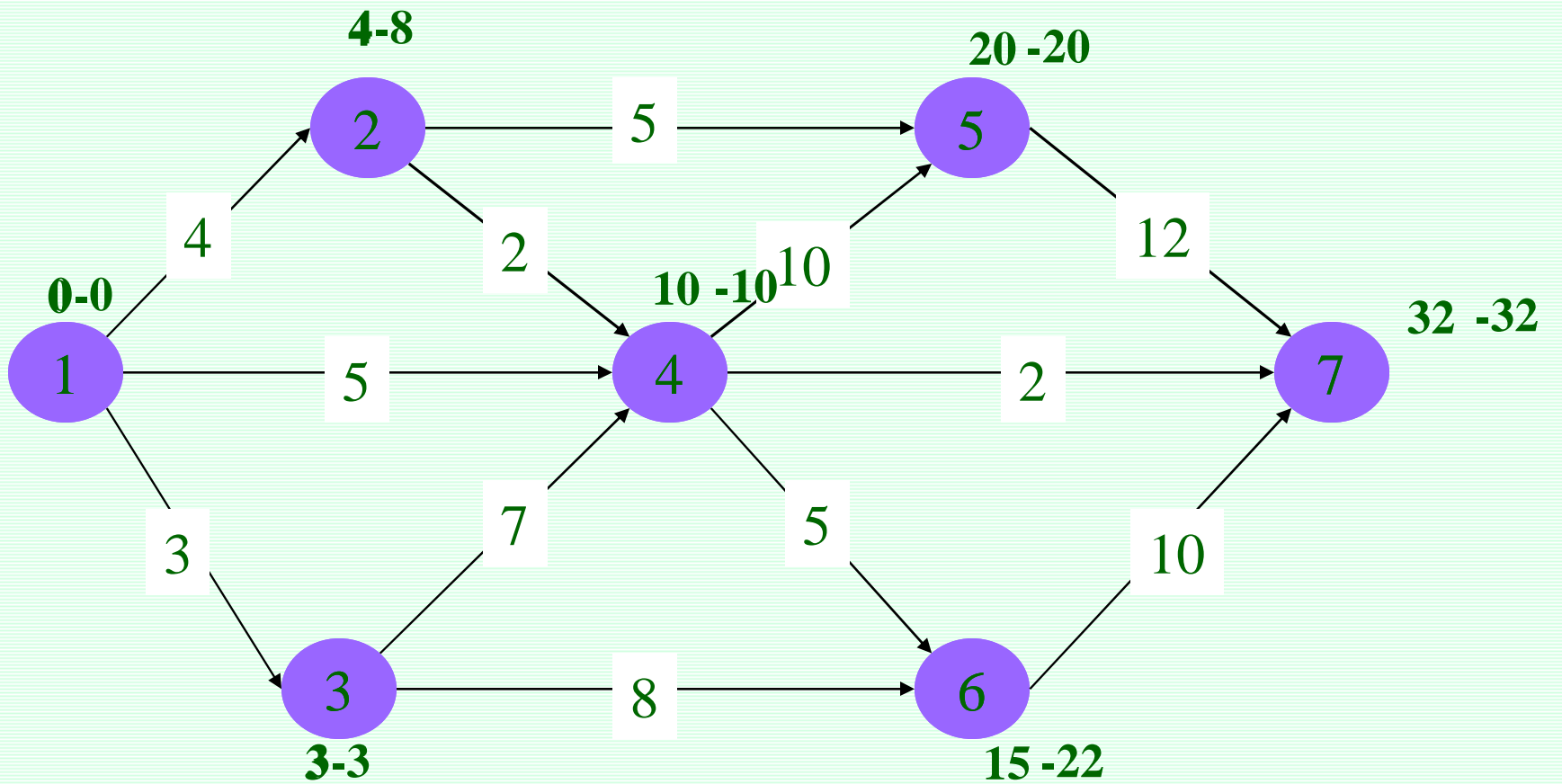


زودترین زمان وقوع گره **i**  $ES =$  زودترین زمان شروع فعالیت **i - j**

$EF = ES + D$  زودترین زمان پایان فعالیت **i - j**

دیرترین زمان وقوع **j**  $LF =$  دیرترین زمان پایان فعالیت **i - j**

$LS = LF - D$  دیرترین زمان شروع فعالیت **i - j**



فعاليت	ES	EF	LS	LF	TF
1-2	0	$0+4=4$	$8-4=4$	8	4
1-3	0	$0+3=3$	$3-3=0$	3	0
1-4	0	$0+5=5$	$10-5=5$	10	5
2-4	4	$4+2=6$	$10-2=8$	10	4
3-4	3	$3+7=10$	$10-7=3$	10	0
2-5	4	$4+5=9$	$20-5=15$	20	11
3-6	3	$3+8=11$	$22-8=14$	22	11
4-5	10	$10+10=20$	$20-10=10$	20	0
4-6	10	$10+5=15$	$22-5=17$	22	7
4-7	10	$10+2=12$	$32-2=30$	32	20
5-7	20	$20+12=32$	$32-12=20$	32	0
6-7	15	$15+10=25$	$32-10=22$	32	7

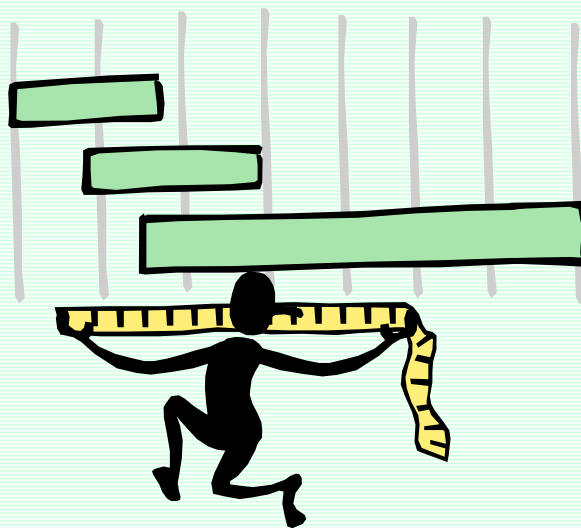
بناام خدا

## برنامه ریزی و کنترل پروژه

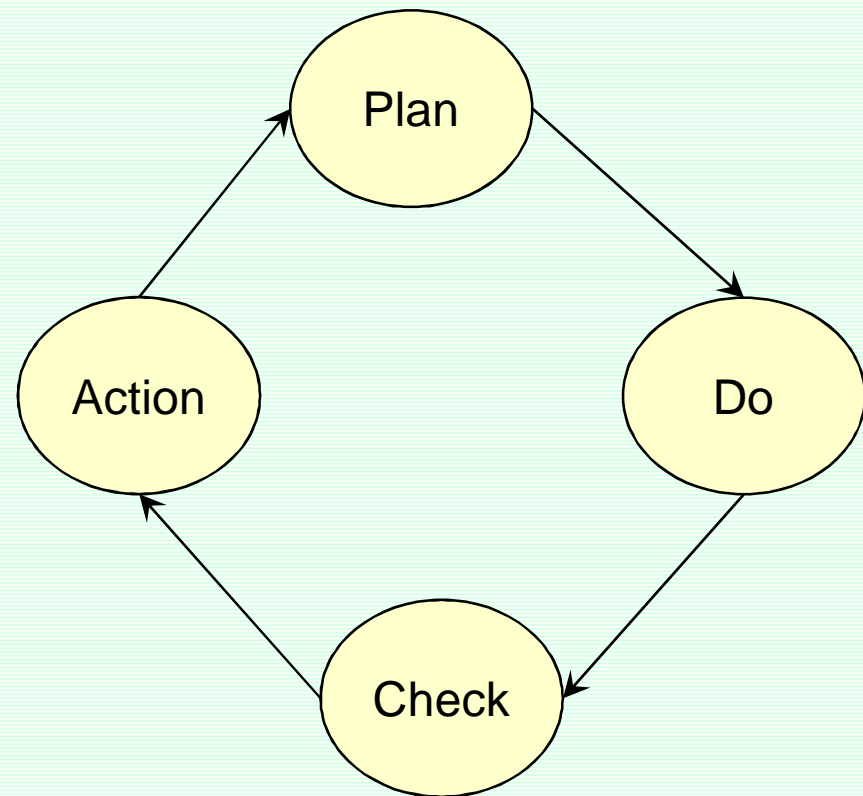
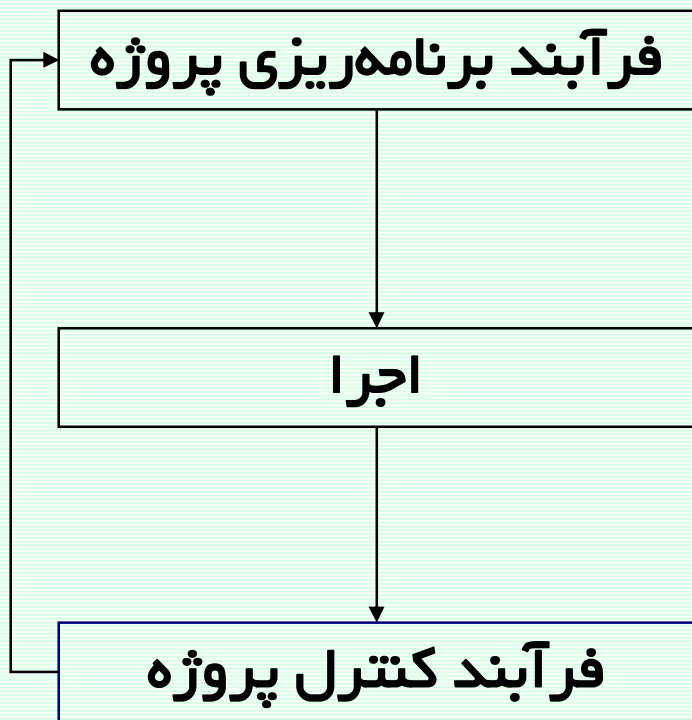
جزوه شماره 2 - کنترل پروژه

استاد: امیرعباس نجفی

# فرآیند کنترل پروژه



مقدمه‌ای بر کنترل پروژه

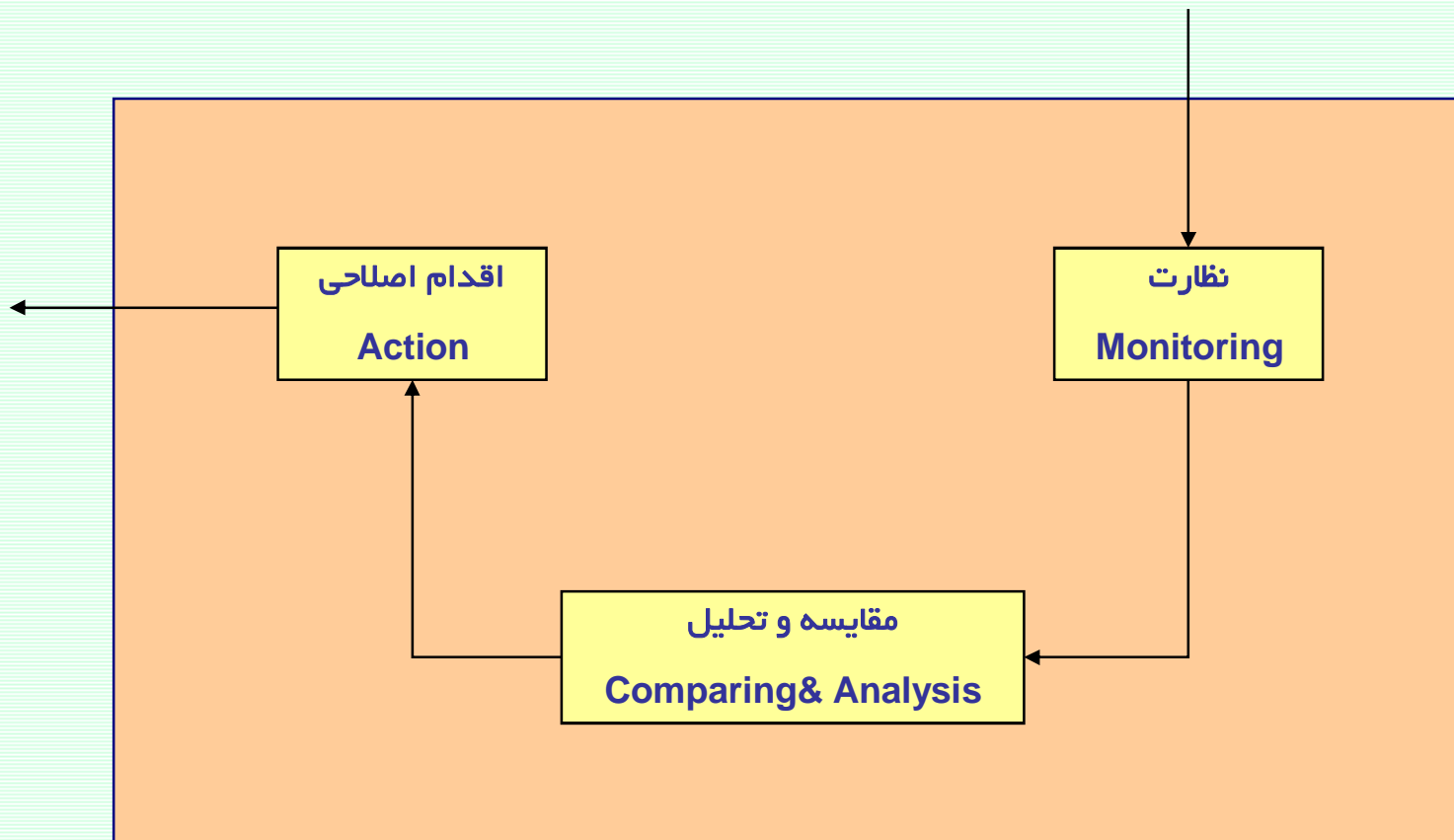


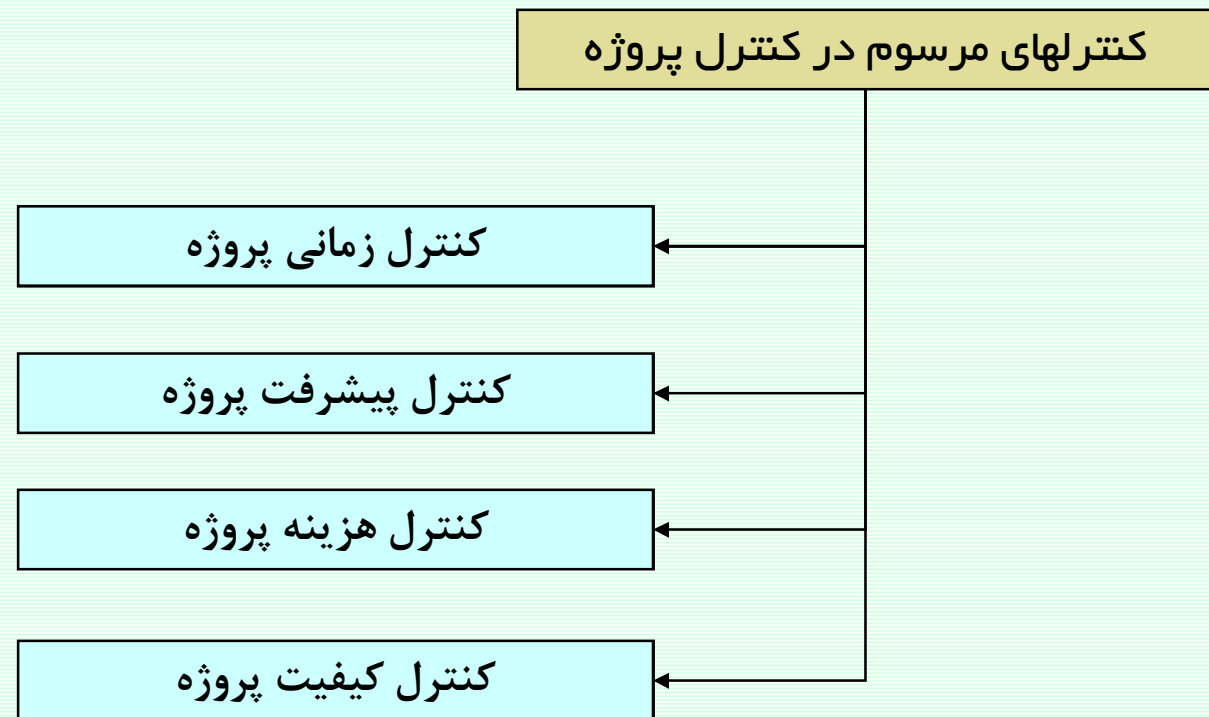
ارتباط فرآیندهای برنامه‌ریزی و کنترل پروژه

چرخه دمینگ در برنامه‌ریزی و کنترل



تجزیه فرآیند کنترل پروژه





### کنترل زمانی پروژه

کنترل زمانی پروژه فرآیندی است که در هنگام اجرای پروژه بررسی می‌کند آیا با توجه به شرایط موجود، پروژه در زمان مقرر (برنامه اولیه) به اتمام خواهد رسید؟

پس از بکارگیری تکنیکهای کنترل زمانی پروژه، علاوه بر پاسخ به سؤال فوق، می‌توان به سئوالات زیر نیز پاسخ داد:

⑤ میزان تاخیر (و یا جلوافتادگی) پروژه در شرایط کنونی چقدر می‌باشد؟

⑤ در صورتیکه پروژه دچار تاخیر شده، تاخیر مذکور از چه فعالیتهایی ریشه گرفته و علل آن چیست؟

⑤ برنامه زمانبندی جدید پروژه در شرایط جدید چیست؟ (زمانبندی بهنگام)

⑤ مسیر بحرانی جدید پروژه کدام است و شناوری فعالیتها به چه مقداری تغییر یافته؟

کنترل زمانی پروژه

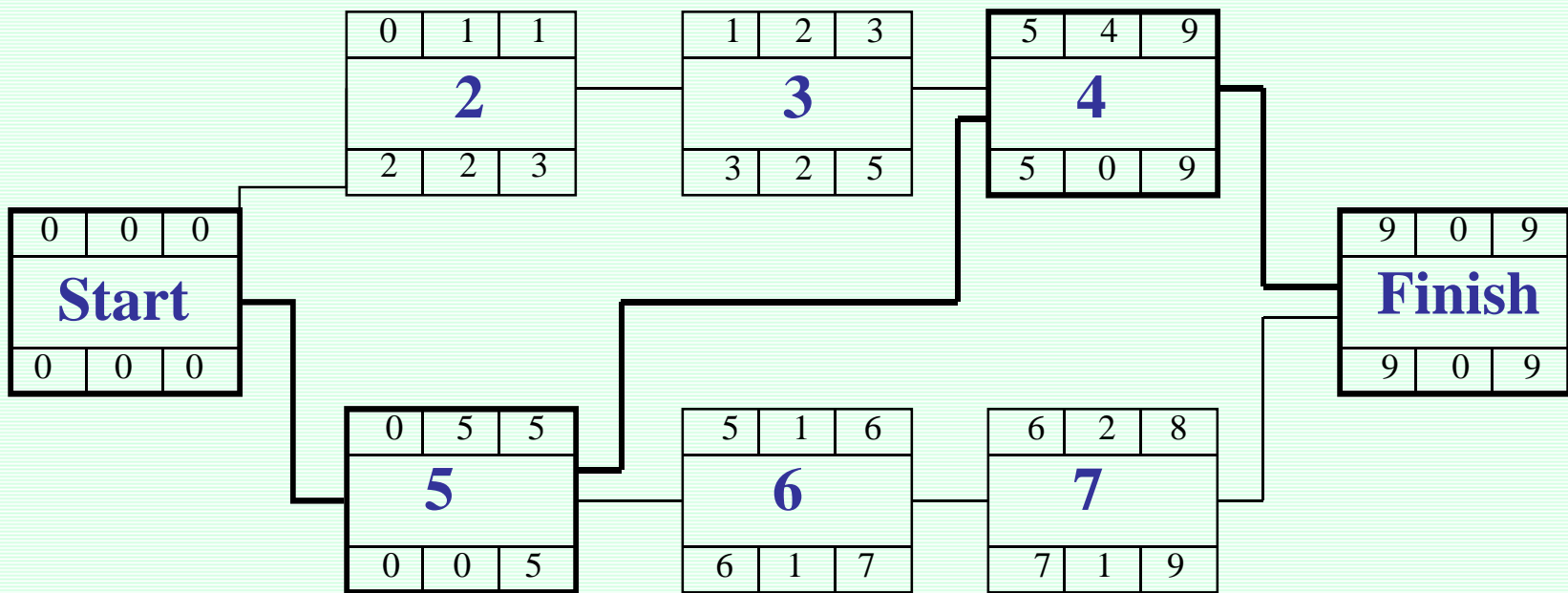
برای انجام کنترل زمانی باید به این سوالات پاسخ دهیم :

④ آیا فعالیت شروع شده است یا خیر؟ در صورتی که شروع شده، تاریخ واقعی شروع فعالیت چیست؟

④ آیا فعالیت به اتمام رسیده است؟ در صورتی که به اتمام رسیده، تاریخ واقعی پایان فعالیت چیست؟

④ در صورتی که فعالیتی شروع شده و به اتمام نرسیده، چه مدت از اجرای آن باقی مانده هست؟

مثال برای کنترل زمانی پروژه



شبکه گرهی یک پروژه

مثال برای کنترل زمانی پروژه

نمودار گانت پروژه

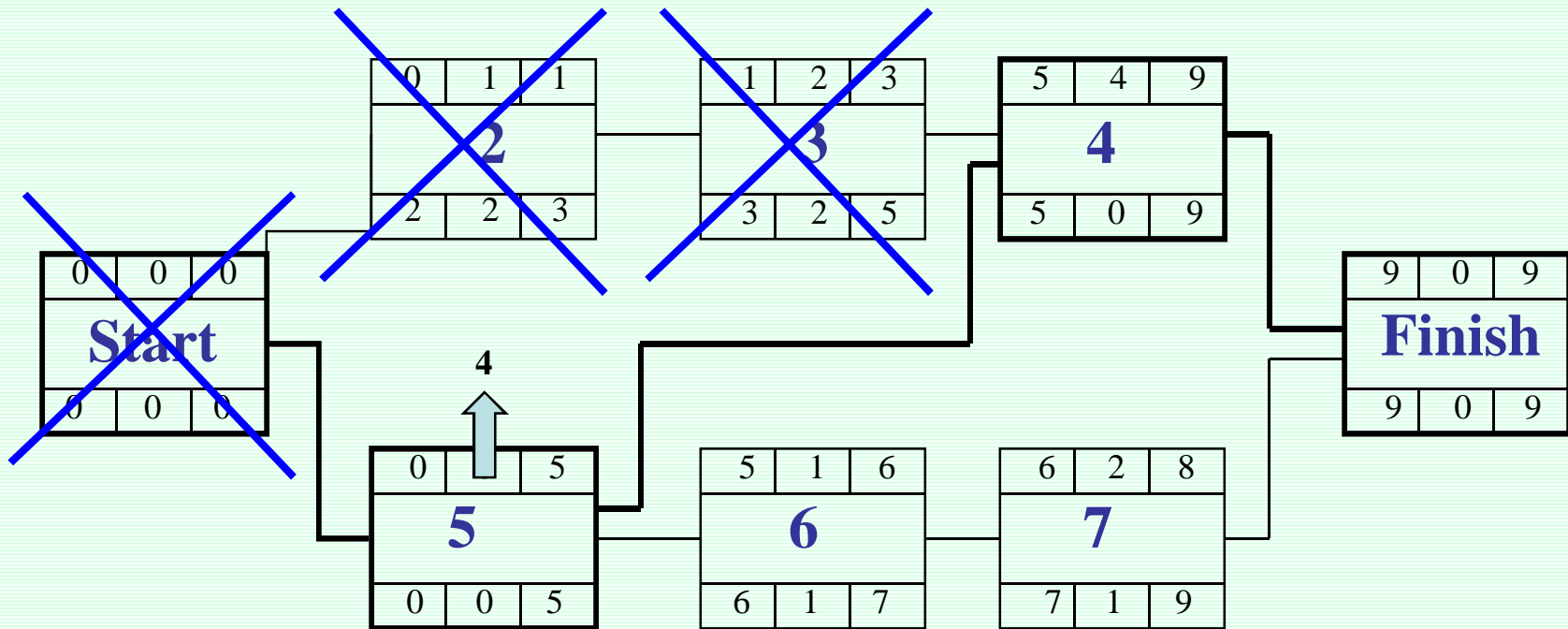
نام/کد فعالیت	10 بهمن	11 بهمن	12 بهمن	13 بهمن	14 بهمن	15 بهمن	16 بهمن	17 بهمن	18 بهمن
Start	○								
2	=====								
3		=====							
4						=====			
5	=====								
6						=====			
7							=====		
Finish									○

## مثال برای کنترل زمانی پروژه

در پایان مورخ 12 بهمن (سه روز پس از شروع پروژه) گزارشی شامل اطلاعات ذیل دریافت می شود:

مدت زمان باقیمانده	تاریخ پایان واقعی	تاریخ شروع واقعی	کد فعالیت
	10 بهمن ساعت 17	10 بهمن ساعت 8	2
	12 بهمن ساعت 17	11 بهمن ساعت 8	3
4	-	12 بهمن ساعت 8	5
سایر فعالیتها شروع نشده اند.			

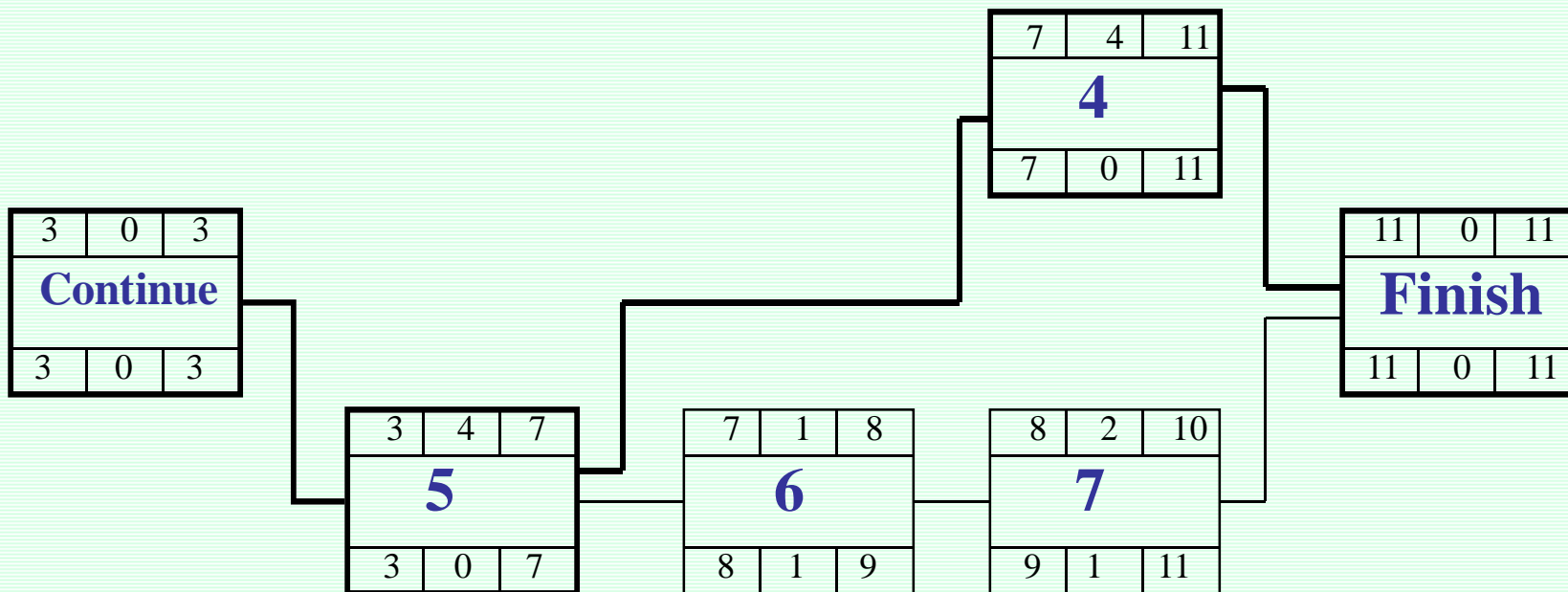
مثال برای کنترل زمانی پروژه





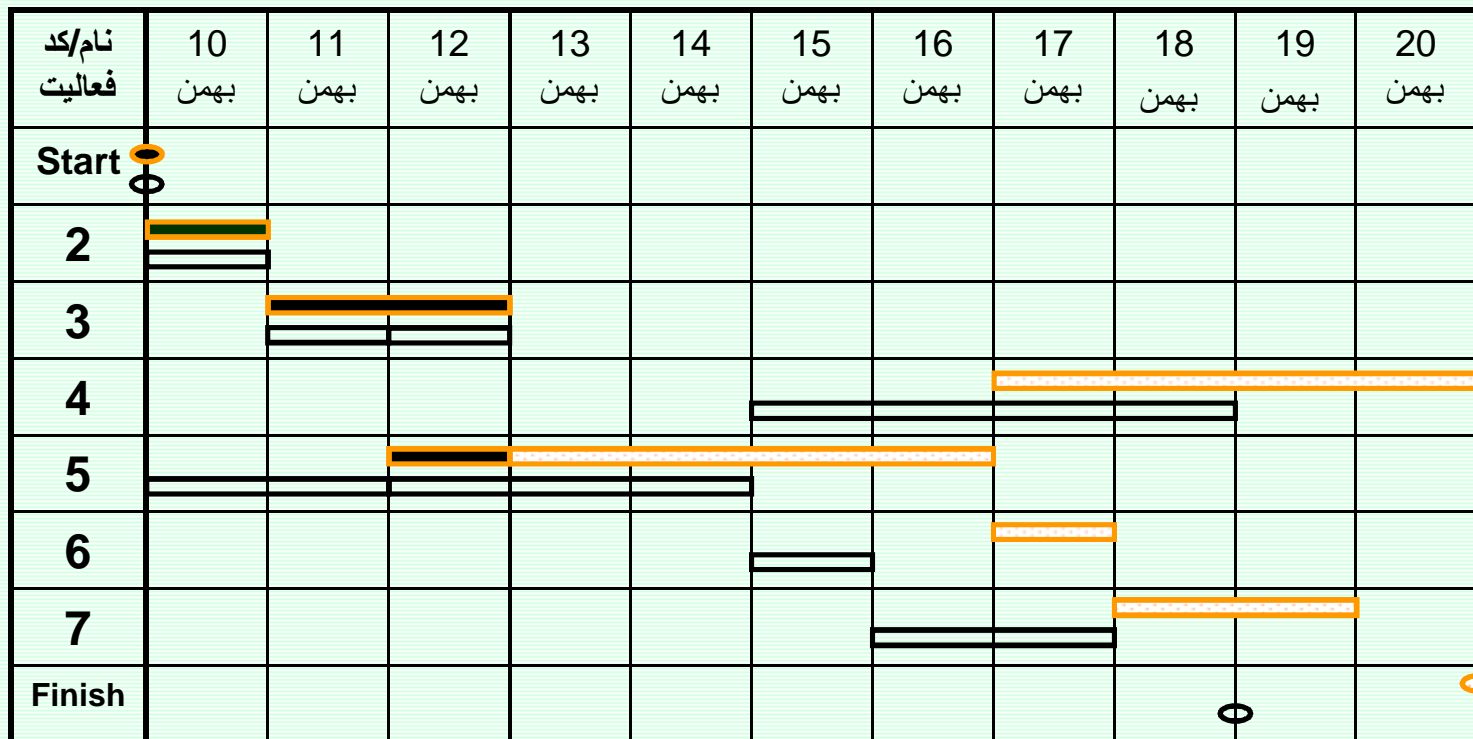
مثال برای کنترل زمانی پروژه

ترسیم شبکه براساس اطلاعات جدید و انجام محاسبات زمانبندی بر روی آن:



مثال برای کنترل زمانی پروژه

نمودار گانت بهنگام پروژه



شرح نماد (Legend):  
 برنامه اولیه (▬)  
 برنامه بازنگری شده (برنامه بهنگام) (▬)

### مثال برای کنترل زمانی پروژه

نتیجه گیری و تحلیل‌های مربوطه:

⑤ پروژه دچار دو روز تاخیر زمانی شده است.

⑥ تاخیر دو روزه پروژه باعث تاخیر در شروع فعالیت 5 بوده است.

⑦ برنامه زمانبندی جدید پروژه در نمودار گانت بهنگام ارائه شد.

⑧ مسیر بحرانی جدید پروژه کماکان فعالیت‌های 4 و 5 می باشند. شناوری جدید فعالیتها در شبکه بهنگام محاسبه شده است.

کنترل پیشرفت پروژه

کنترل زمانی پروژه فرآیندی است که در هنگام اجرای پروژه بررسی می‌کند آیا حجم کار انجام شده در پروژه (تا مقطع بررسی) با برنامه زمانبندی هماهنگی دارد یا خیر؟ درصد پیشرفت بعنوان شاخص اصلی کنترل این مقوله استفاده می‌شود؟

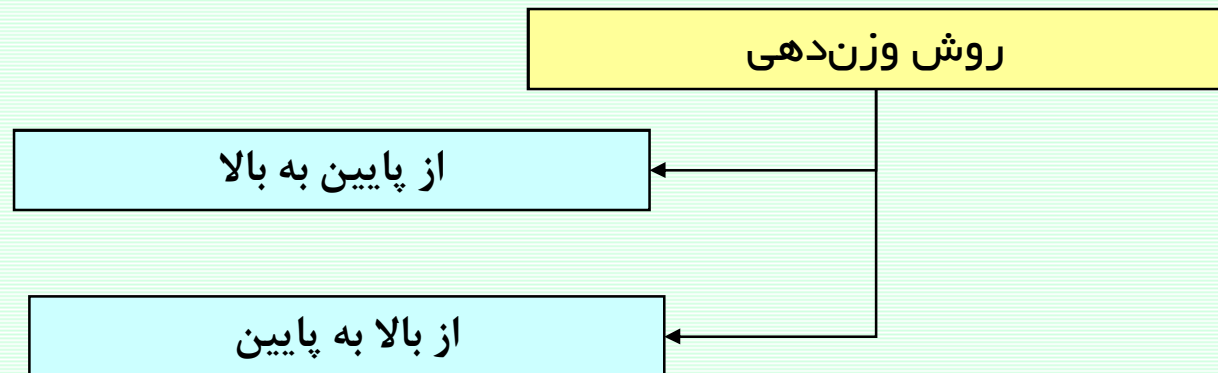
مقدمه انجام کنترل پیشرفت کار، وزن‌دهی (Weight Factor) به فعالیتها می‌باشد.

[www.spowpowerplant.blogfa.com](http://www.spowpowerplant.blogfa.com)

وبلاگ یک مهندس



کنترل پیشرفت پروژه





کنترل پیشرفت پروژه

محاسبه درصد پیشرفت پروژه

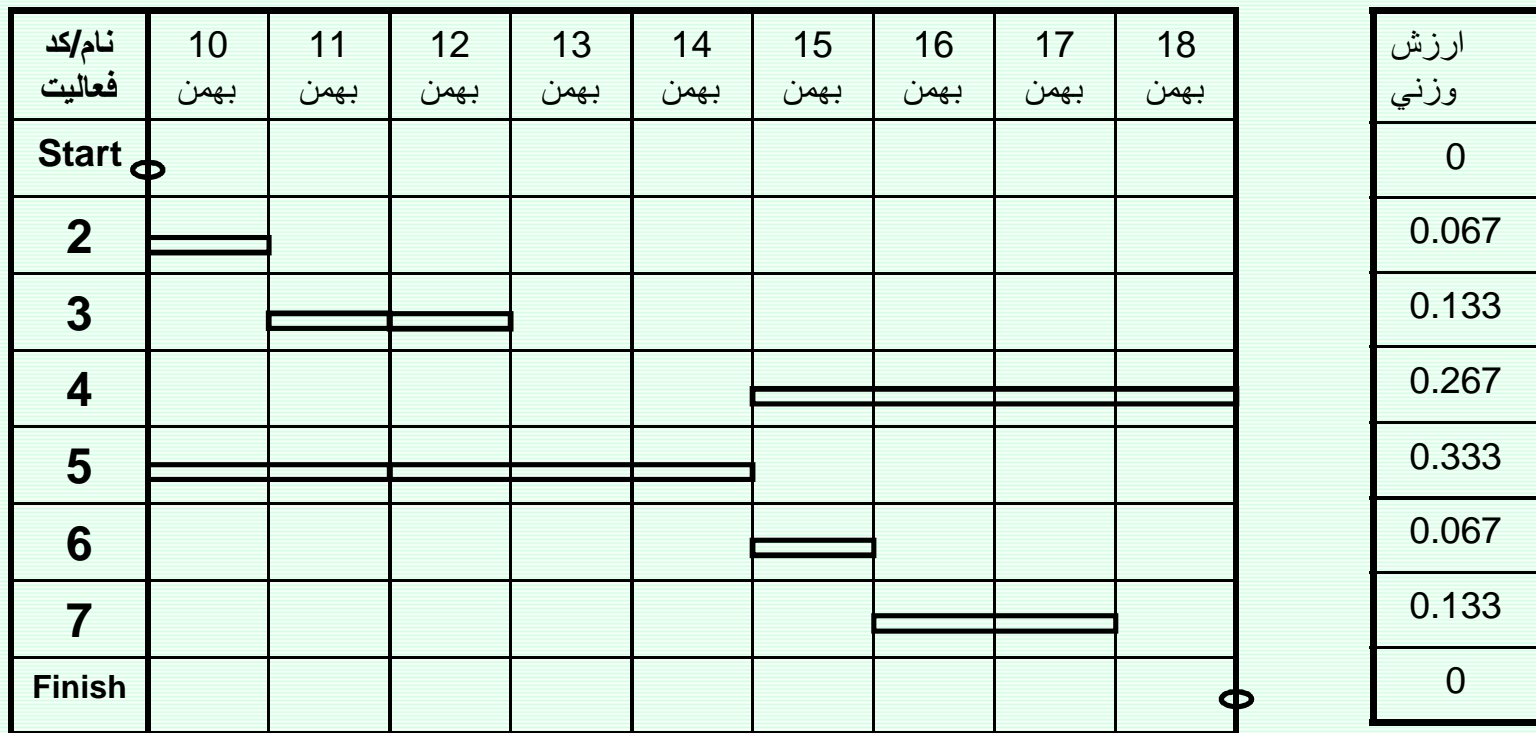
$$\text{ارزش وزنی فعالیت} (\text{درصد پیشرفت فعالیت}) = \sum \text{درصد پیشرفت پروژه}$$

همه فعالیت ها



مثال برای کنترل پیشرفت پروژه

نمودار گانت پروژه



مثال برای کنترل پیشرفت پروژه

در پایان مورخ 12 بهمن (سه روز پس از شروع پروژه) گزارشی شامل اطلاعات ذیل دریافت می شود:

درصد پیشرفت فعالیت	مدت زمان باقیمانده	تاریخ پایان واقعی	تاریخ شروع واقعی	کد فعالیت
%100		10 بهمن ساعت 17	10 بهمن ساعت 8	2
%100		12 بهمن ساعت 17	11 بهمن ساعت 8	3
%20	4	-	12 بهمن ساعت 8	5
%0	سایر فعالیتها شروع نشده اند.			

مثال برای کنترل پیشرفت پروژه

$$\text{درصد پیشرفت پروژه} = (0.067) (100\%) + (0.133) (100\%) + (0.333) (20\%)$$

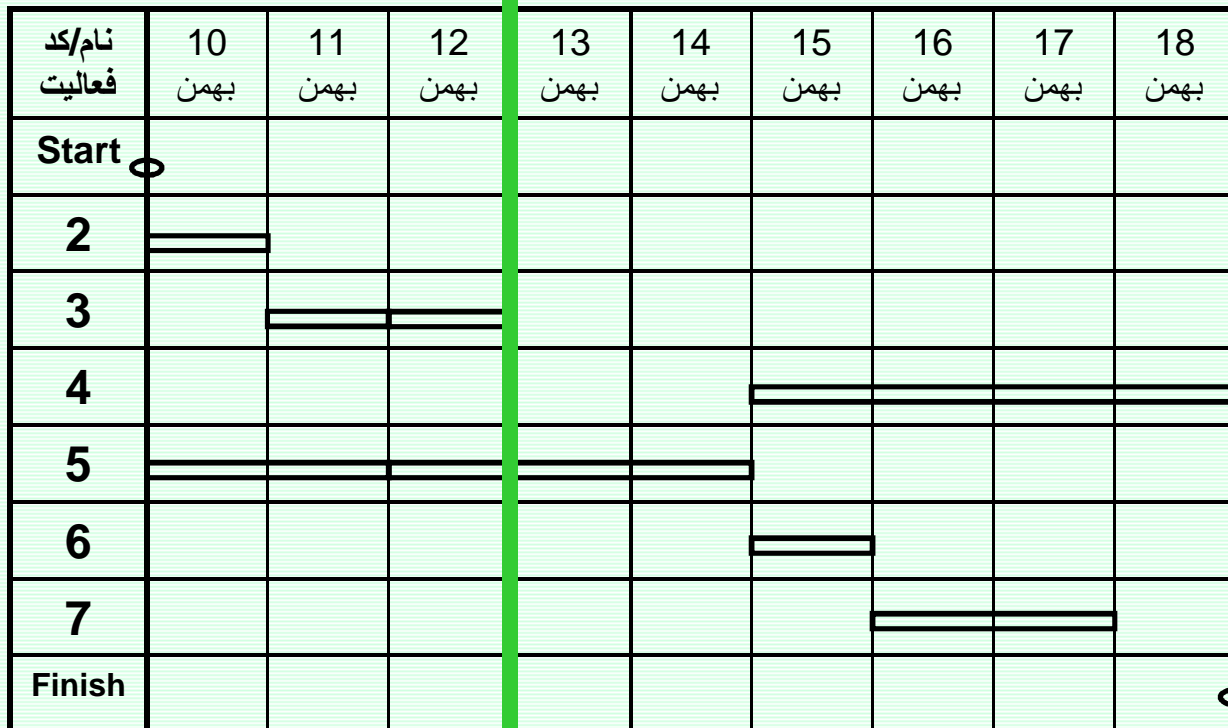
$$= 26.6\%$$

[www.spowpowerplant.blogfa.com](http://www.spowpowerplant.blogfa.com)

وبلاگ یک مهندس

مثال برای کنترل پیشرفت پروژه

نمودار گانت پروژه



پیشرفت برنامه‌ای تا تاریخ بررسی
100%
100%
100%
0%
60%
0%
0%
0%

مثال برای کنترل پیشرفت پروژه

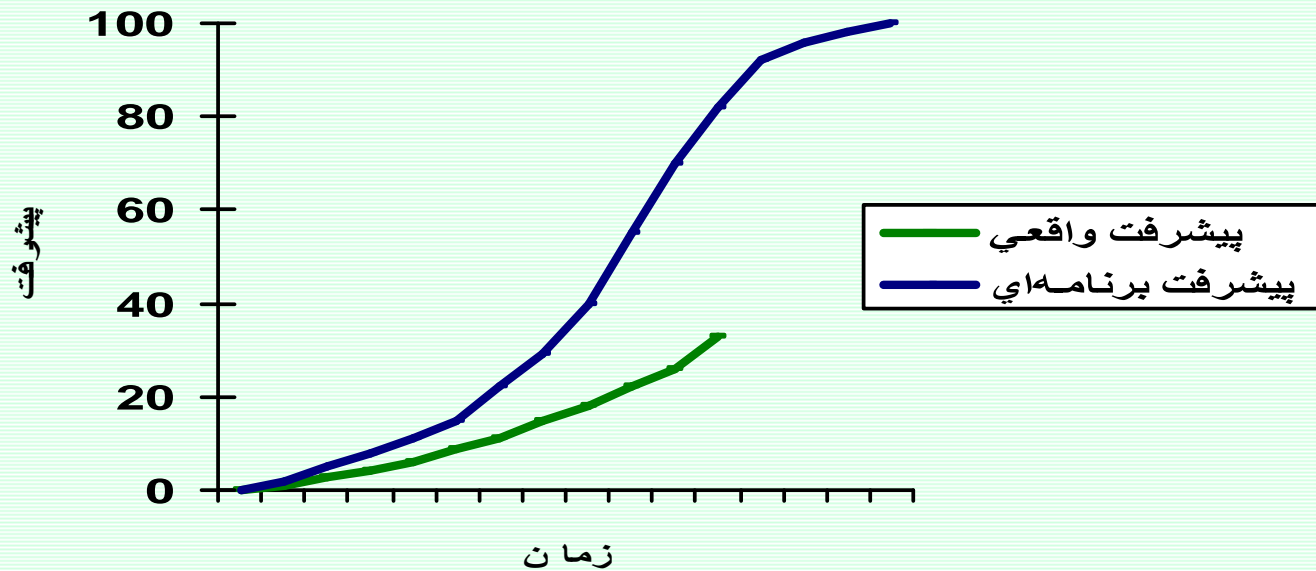
$$\text{درصد پیشرفت برنامه‌ای پروژه} = (0.067) (100\%) + (0.133) (100\%) + (0.333) (60\%)$$
$$= 40\%$$

$$\text{درصد تاخیر پروژه} = 40\% - 26.6\% = 13.4\%$$

کنترل پیشرفت پروژه

S-Curve

نمودار روند پیشرفت پروژه



کنترل هزینه پروژه

**Earned Value Management (EVM)**  
مدیریت ارزش حاصله

اصطلاحات

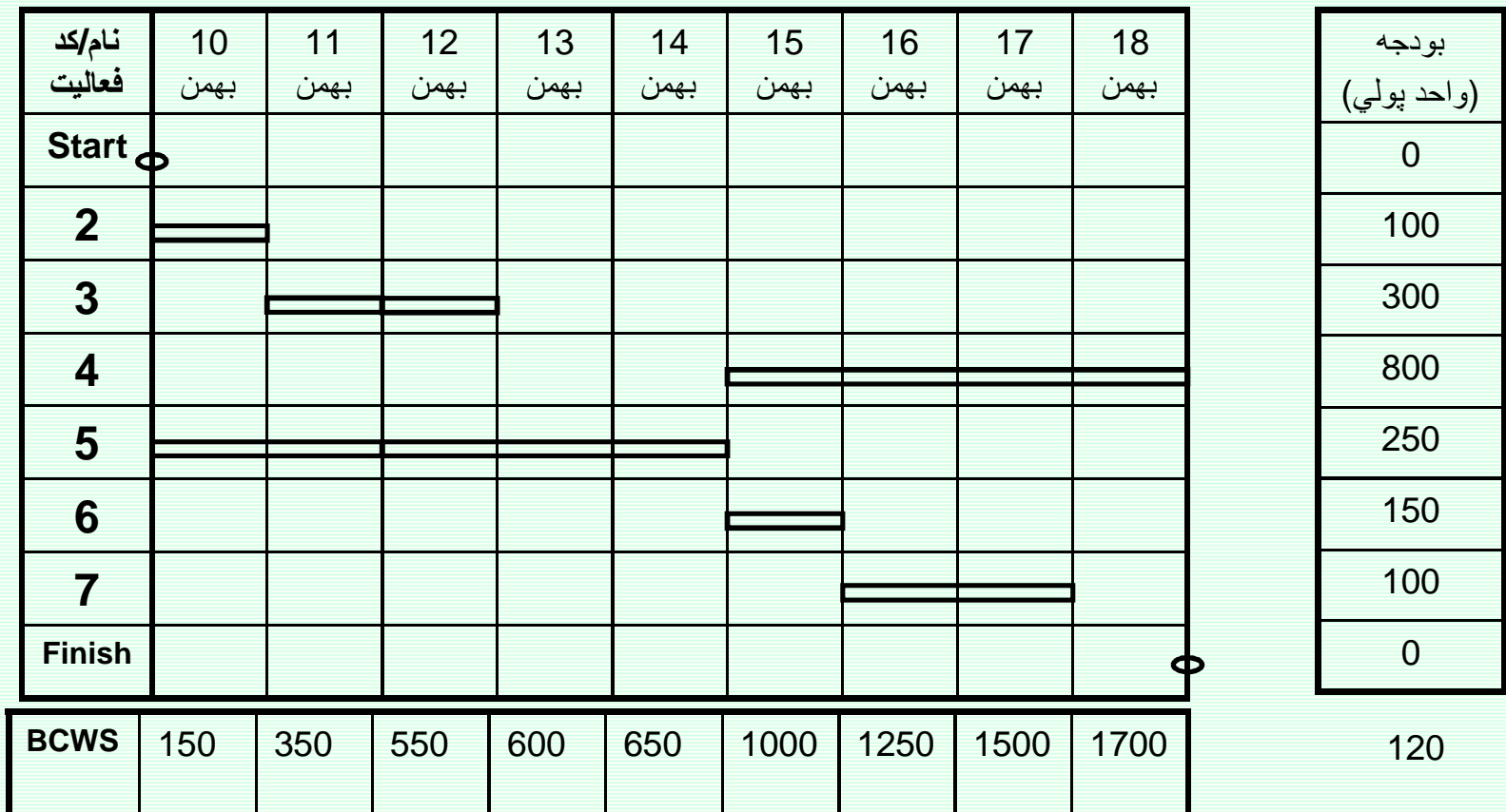
Actual Cost for Work Performed ACWP

Budgeted Cost for Work Performed BCWP

Budgeted Cost for Work Scheduled BCWS

مثال برای کنترل هزینه پروژه

نمودار گانت پروژه





کنترل هزینه پروژه

در پایان مورخ 12 بهمن (سه روز پس از شروع پروژه) گزارشی شامل اطلاعات ذیل دریافت می شود:

هزینه انجام شده	مدت زمان باقیمانده	تاریخ پایان واقعی	تاریخ شروع واقعی	کد فعالیت
120		10 بهمن ساعت 17	10 بهمن ساعت 8	2
310		12 بهمن ساعت 17	11 بهمن ساعت 8	3
50	4	-	12 بهمن ساعت 8	5
0	سایر فعالیتها شروع نشده اند.			

ACWP=480

جمع هزینه‌های انجام شده در پروژه برابر 480 واحد پولی می باشد.

مثال برای کنترل هزینه پروژه

$$BCWS=550$$

$$ACWP=480$$

70 واحد پولی کمتر از مقدار مقرر خرج شده، آیا صرفه جویی شده است؟

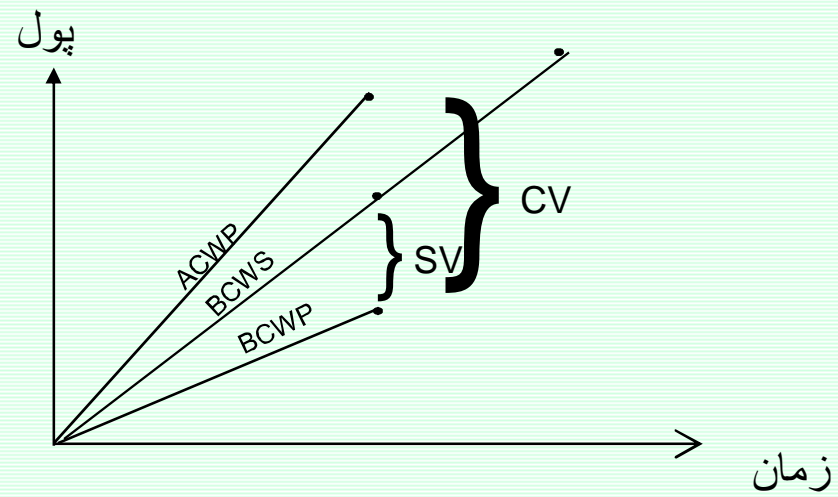
$$BCWP=100+300+50=450$$

خیر، 30 واحد پولی بیشتر از بودجه در نظر گرفته شده خرج شده است.

$$CV=Cost\ Variance= BCWP- ACWP=450-480=-30$$

$$SV=Schedule\ Variance= BCWP- BCWS=450-550=-100$$

کنترل هزینه پروژه



کنترل هزینه پروژه

- Schedule Performance Index (SPI)

$$\frac{BCWP}{BCWS} = \frac{450}{550} = 0.81$$

{ > 1.0 indicates more work has been completed than scheduled to date }

{ < 1.0 indicates less work has been completed than scheduled to date }

- Cost Performance Index (CPI)

$$\frac{BCWP}{ACWP} = \frac{450}{480} = 0.93$$

{ > 1.0 indicates that work accomplished has cost less than planned }

{ < 1.0 indicates that work accomplished has cost more than planned }

کنترل هزینه پروژه

دو اصطلاح دیگر

Budgeted cost At Completion BAC

Estimated cost At Completion EAC

$$\text{Cost Variance at Completion} = \text{BAC} - \text{EAC}$$

کنترل هزینه پروژه

EAC METHODS

1.  $\frac{BAC}{CPI}$
2.  $ACWP + \frac{BAC-BCWP}{CPI \times SPI}$
3.  $ACWP + \frac{BAC-BCWP}{0.8CPI + 0.2SPI}$
4.  $ACWP + \frac{BAC-BCWP}{CPI}$
5.  $ACWP + (BAC-BCWP)$

مقادير عملکرد		SV & SPI		
		>0 & >1.0	=0 & =1.0	<0 & <1.0
CV & CPI	>0 & >1.0	جلو از زمانبندي کمتر از بودجه	طبق زمانبندي زیر بودجه	عقب از زمانبندي کمتر از بودجه
	=0 & =1.0	جلو از زمانبندي طبق بودجه	طبق زمانبندي طبق بودجه	عقب از زمانبندي طبق بودجه
	<0 & <1.0	جلو از زمانبندي بیش از بودجه	طبق زمانبندي بیش از بودجه	عقب از زمانبندي بیش از بودجه

# برنامه ریزی و کنترل پروژه

جزوه شماره 3 - موازنه زمان و هزینه

استاد: امیرعباس نجفی

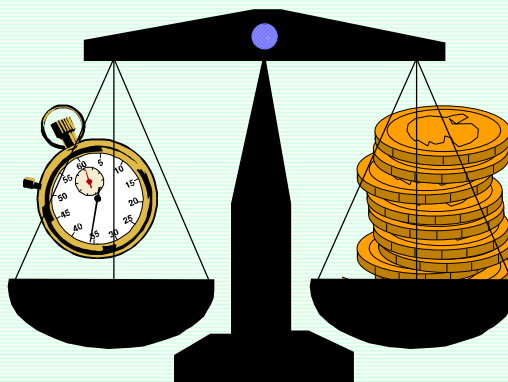


مدلهای موازنه زمان - هزینه

آنالیز موازنه زمان - هزینه عبارتست از فشرده‌سازی زمانبندی پروژه، با هدف یکی از موارد ذیل

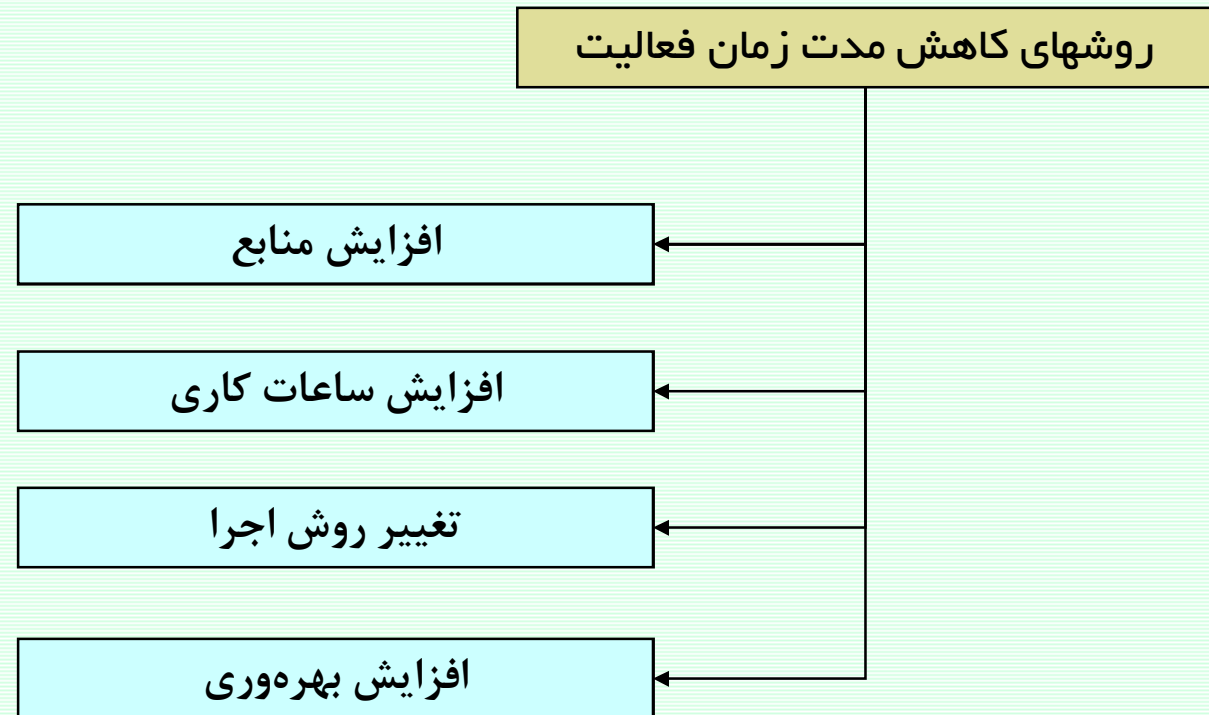
1- کاهش مدت زمان پروژه به مقداری قابل قبول

2- کاهش مجموع هزینه‌های پروژه

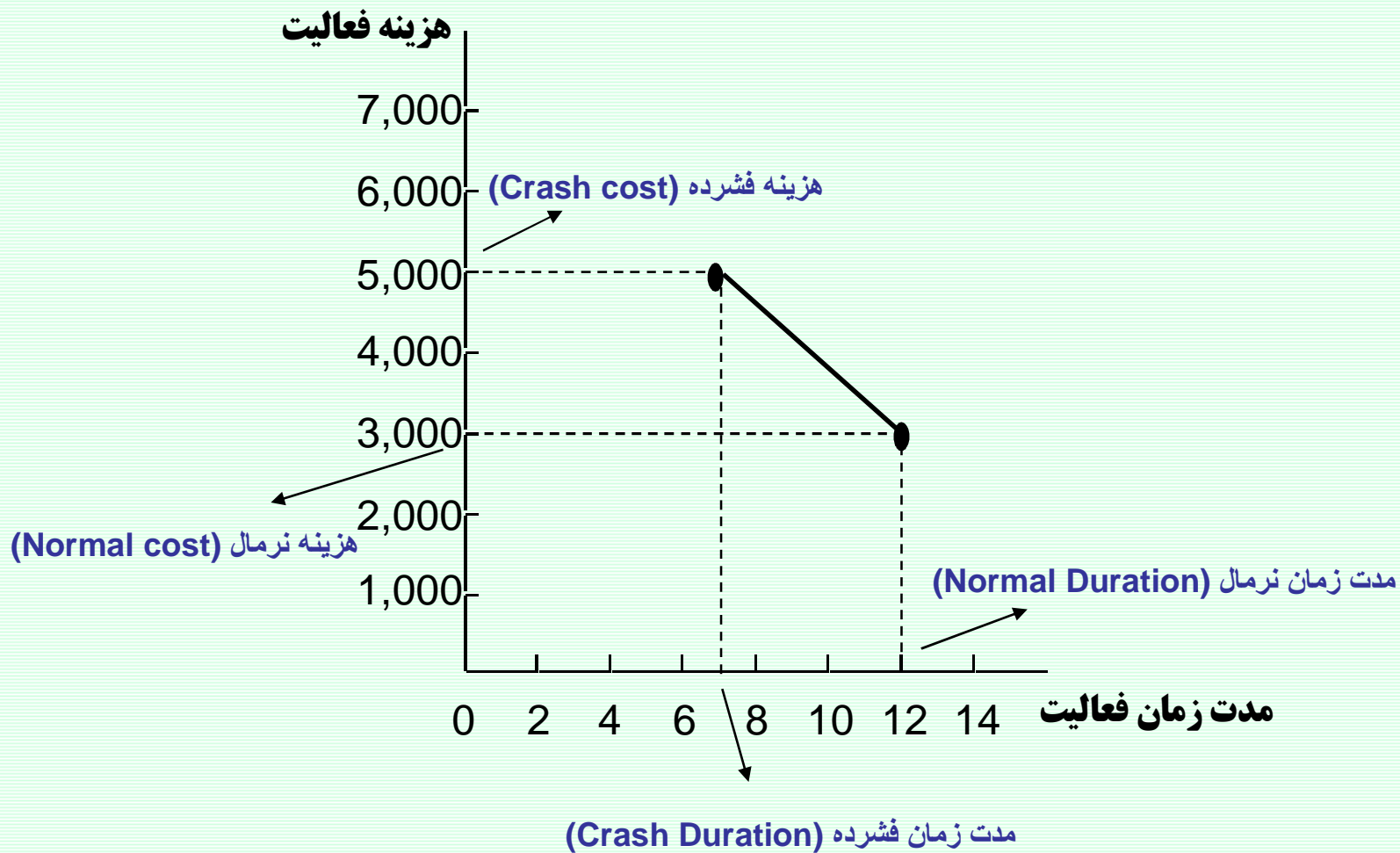


### مدل 1 - کاهش مدت زمان پروژه به مقداری قابل قبول

- ممکن است زمانبندی بدست آمده از روشهای قبل بعلت عدم رعایت اهداف زمانی پروژه قابل قبول نیست.
- بعبارتی دیگر مدت زمان بدست آمده از طریق روشهای زمانبندی، بیش از زمان مقرر می باشد.
- برای کاهش زمان پروژه، می بایست مدت زمان فعالیتها را کاهش یابد.
- سؤال اصلی این است که مدت زمان کدام فعالیتها باید کاهش یابند؟
- همچنین باید روشهای کاهش مدت زمان فعالیتها را دانست.



تاثیر کاهش مدت زمان فعالیت بر هزینه های آن



رویکرد حل مدل شماره یک

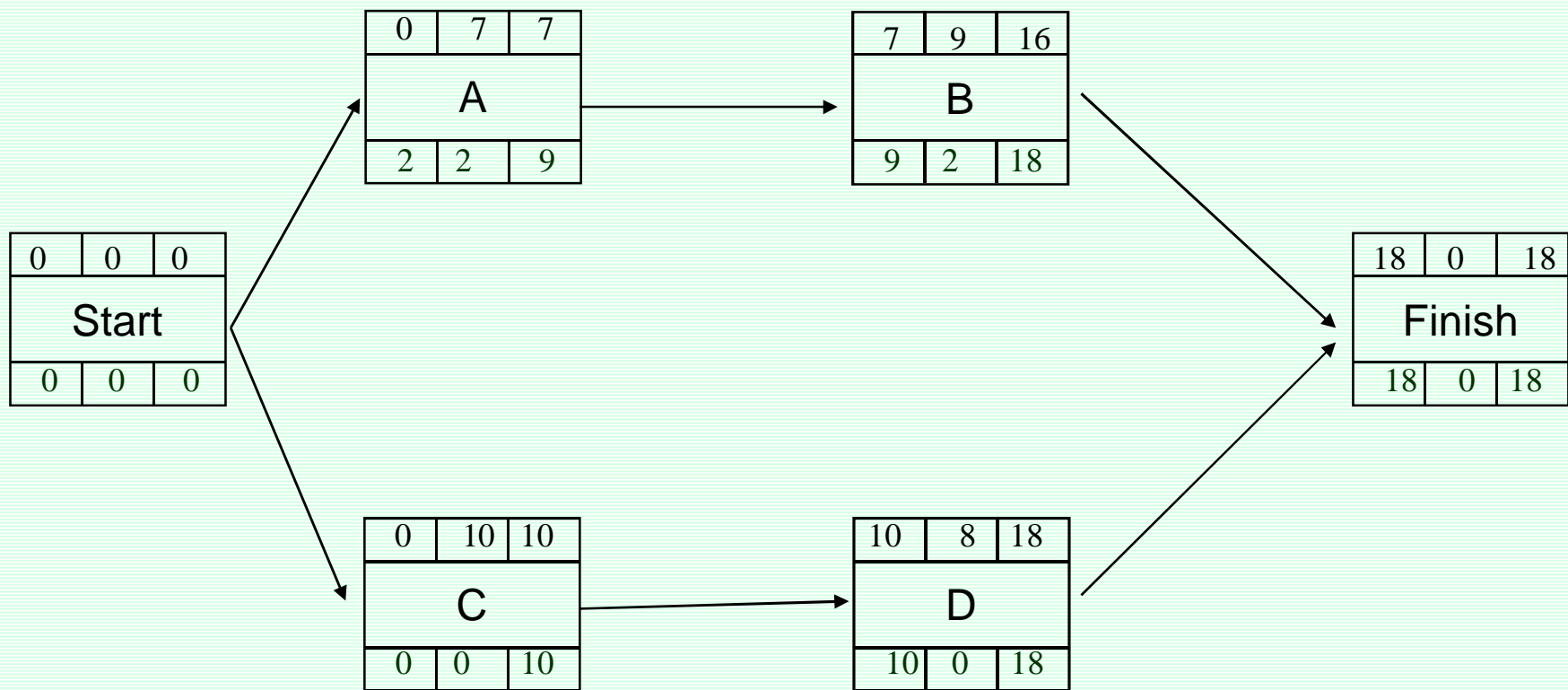
تعیین مدت زمانی که زمانبندی اولیه پروژه می‌بایست کاهش یابد.

تعیین بهترین ترکیب کاهش مدت زمان فعالیتها، بطوریکه حداقل افزایش هزینه را بدنبال داشته و مدت زمان پروژه را به زمان مقرر می‌رساند.

[www.spowpowerplant.blogfa.com](http://www.spowpowerplant.blogfa.com)

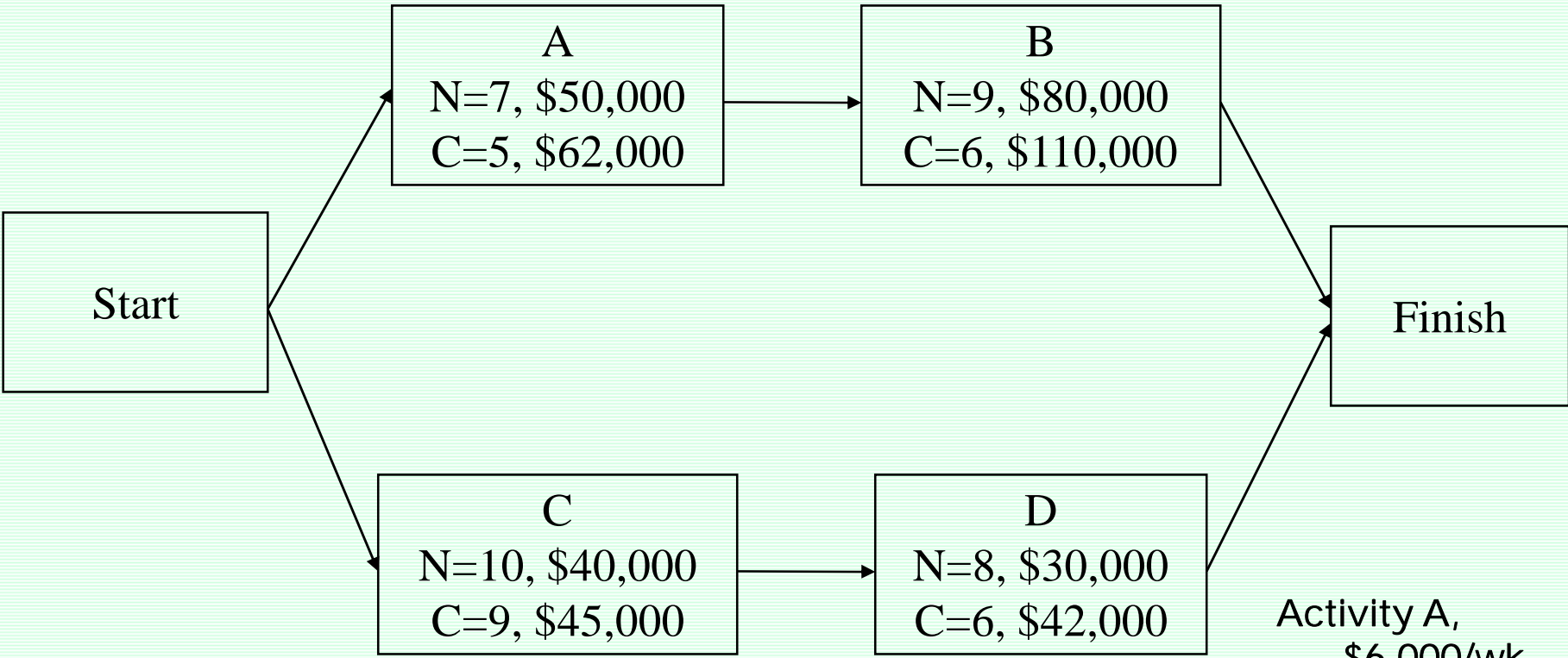
وبلاگ یک مهندس

مثال - مدل شماره یک



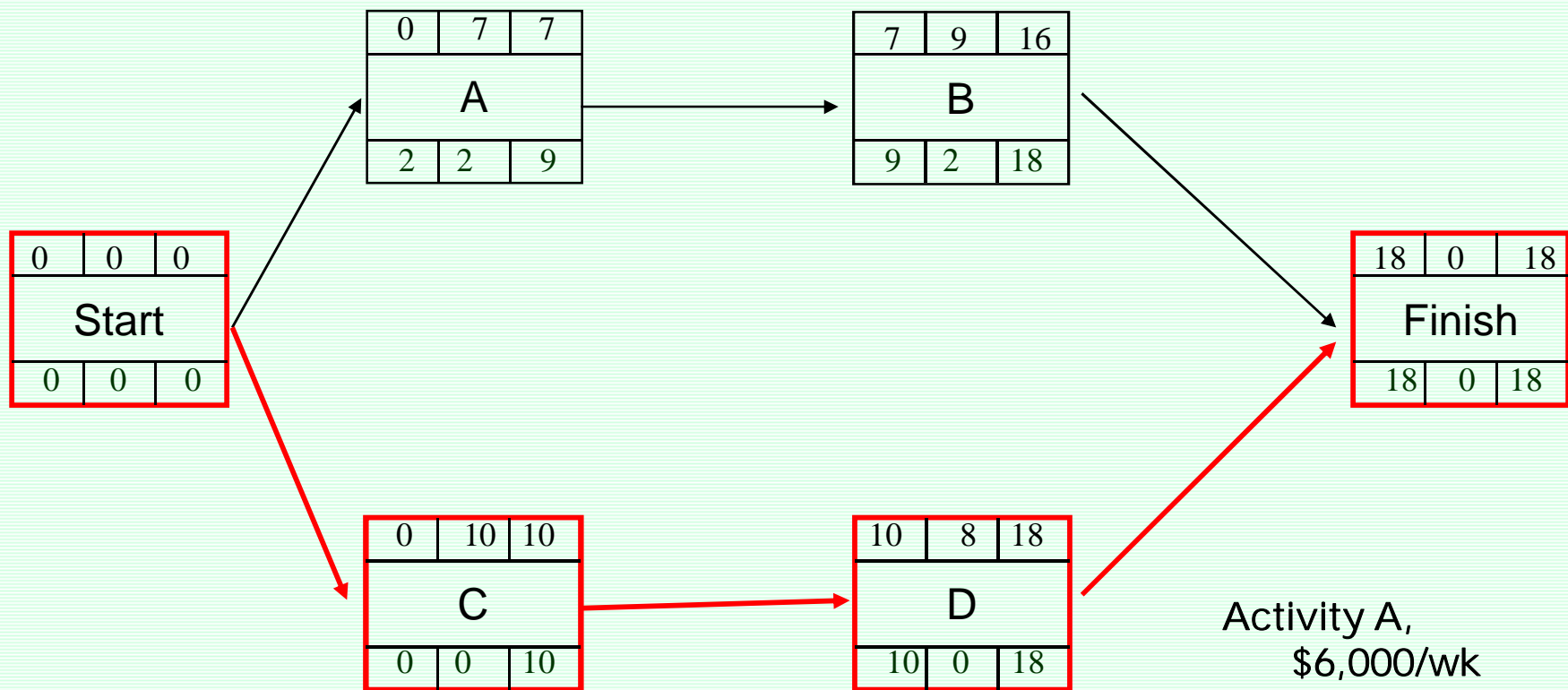
134 مدت زمان مقرر برای اتمام پروژه 15 هفته می باشد.

مثال - مدل شماره یک



Activity A,  
\$6,000/wk  
Activity B,  
\$10,000/wk  
Activity C,

مثال - مدل شماره یک

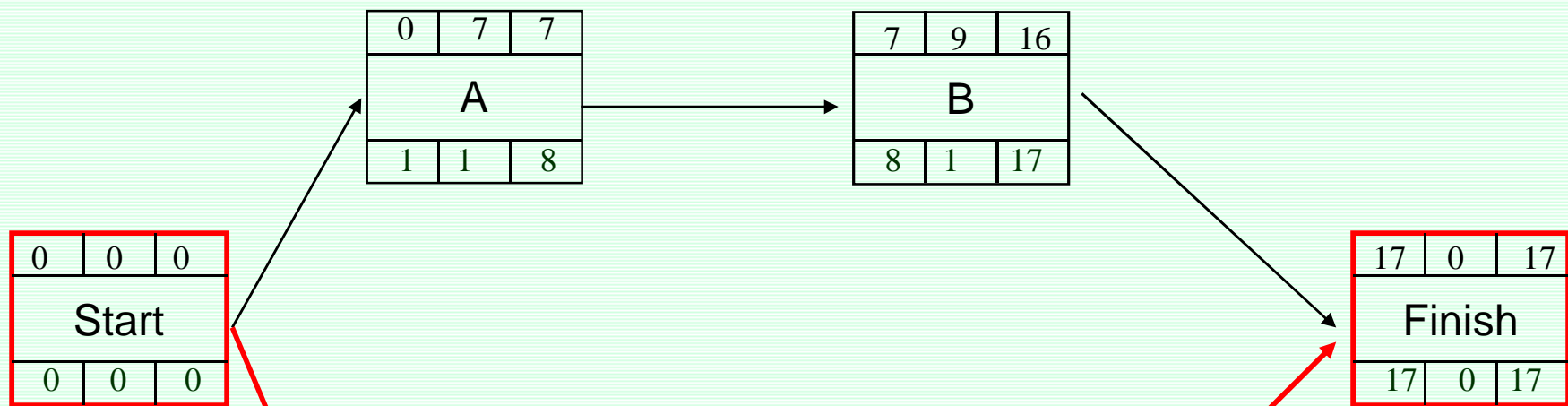


Activity A,  
\$6,000/wk  
Activity B,  
\$10,000/wk 136  
Activity C,  
\$5,000/wk



مثال - مدل شماره یک

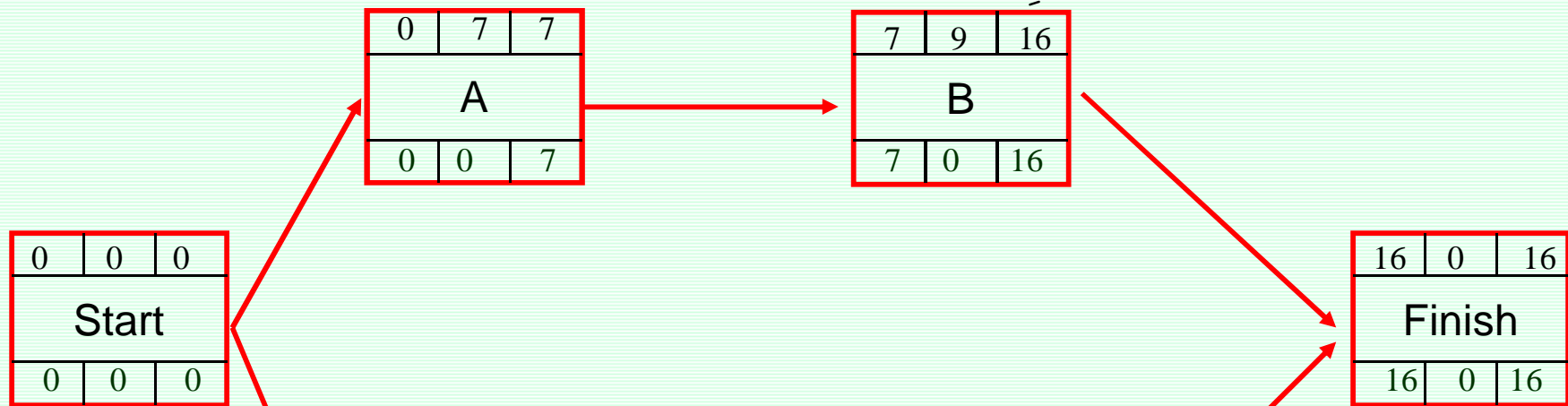
قدم 1 - کاهش مدت زمان فعالیت C به میزان یک هفته



- Activity A, \$6,000/wk
- Activity B, \$10,000/wk 137
- Activity C, \$5,000/wk

مثال - مدل شماره یک

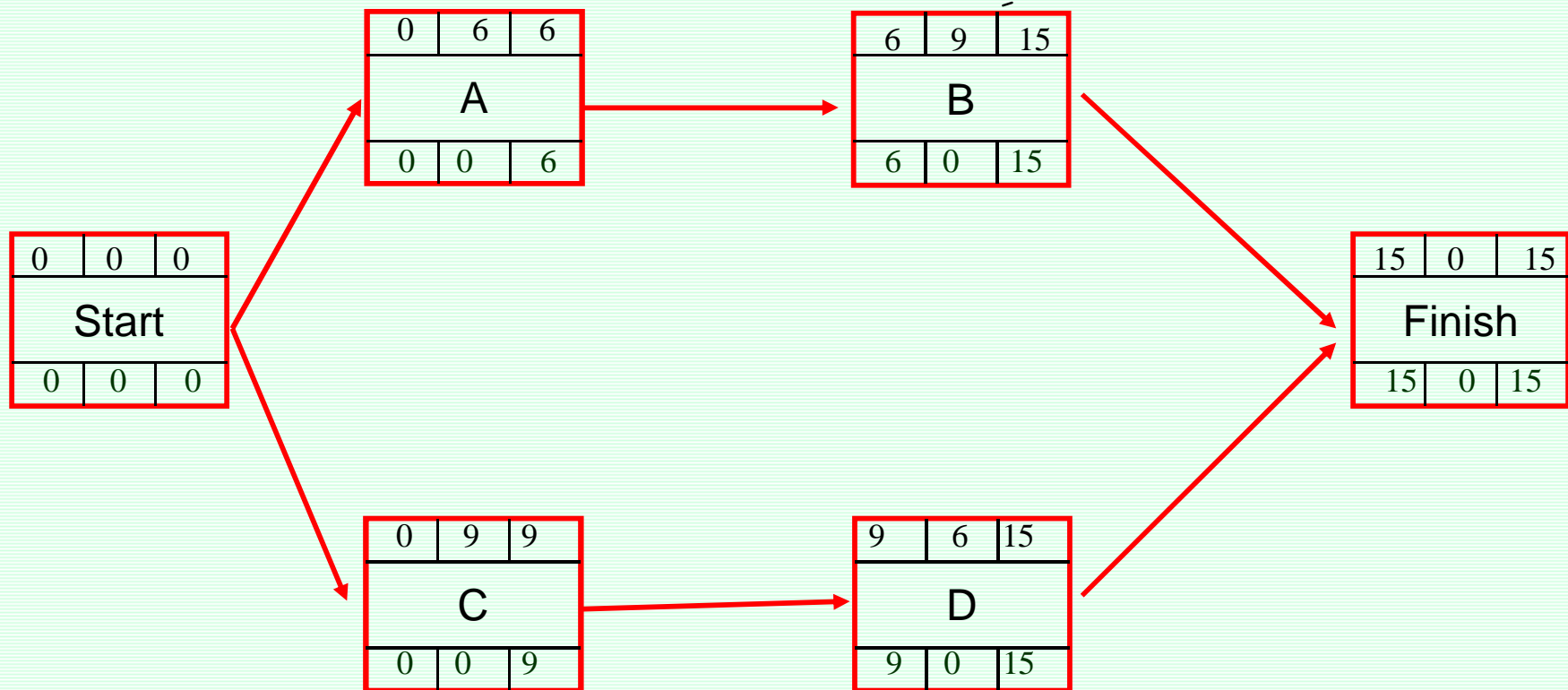
قدم 2 - کاهش مدت زمان فعالیت D به میزان یک هفته



- Activity A,  
\$6,000/wk
- Activity B,  
\$10,000/wk 138
- Activity C,  
\$5,000/wk

مثال - مدل شماره یک

قدم 3- کاهش مدت زمان فعالیت‌های A و D به میزان یک هفته



مجموع افزایش هزینه‌های اجرای فعالیتها جهت کاهش زمان پروژه برابر 23000 دلار گردید.

### مدل 2 - کاهش هزینه‌های پروژه

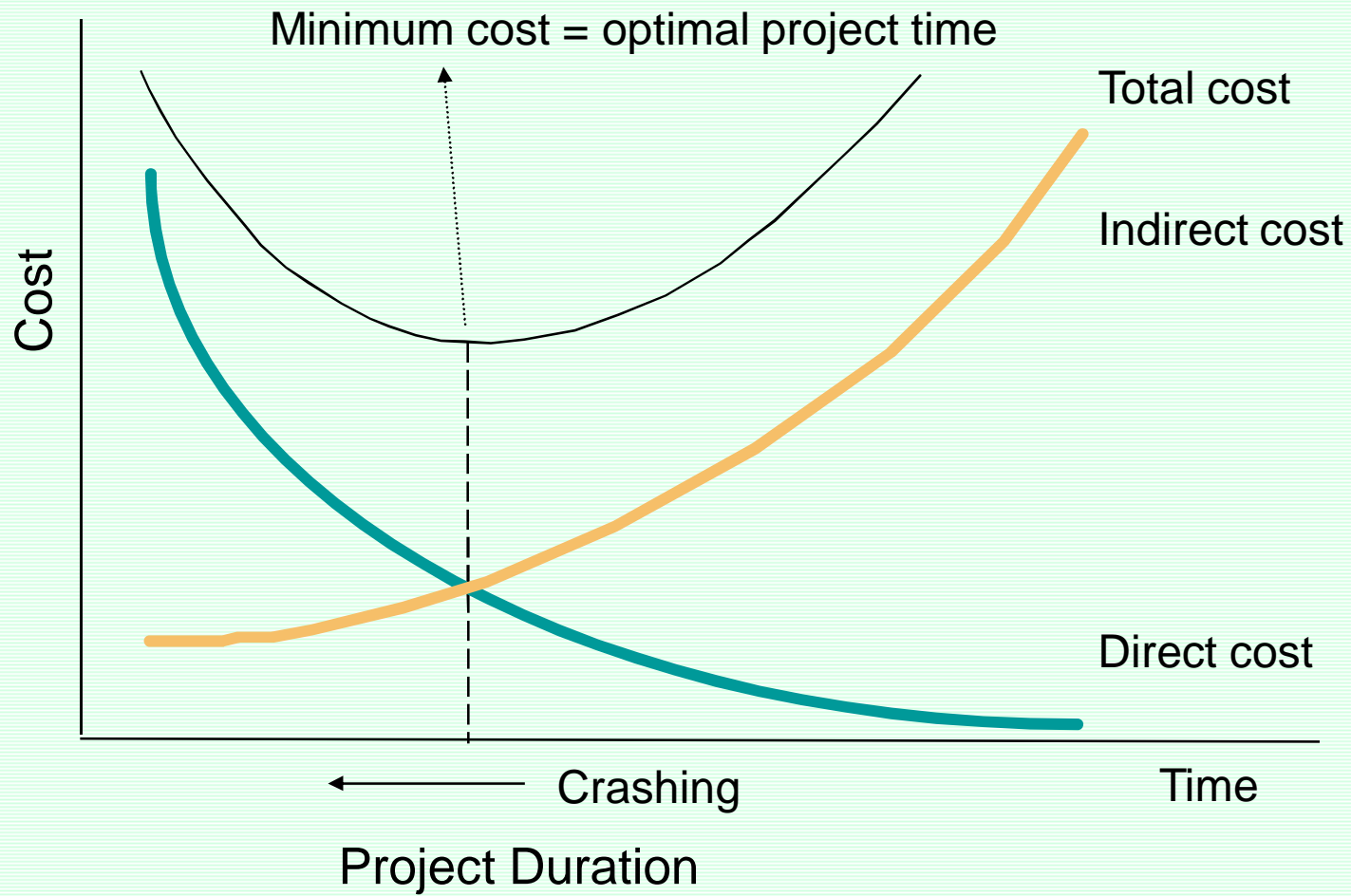
آیا فشردن زمانبندی پروژه، همواره به افزایش هزینه‌های پروژه منجر می‌شود؟

جواب سؤال فوق، منفی است. زیرا هزینه‌های پروژه متشکل از دو بخش است:

هزینه‌های مستقیم (ACTIVITY BASED) و هزینه‌های غیرمستقیم (PROJECT BASED).

هزینه‌های مستقیم با فشردگی زمانبندی و کاهش مدت زمان پروژه، افزایش می‌یابد.

هزینه‌های غیرمستقیم تابعی از مدت زمان پروژه می‌باشند و با کاهش مدت زمان پروژه، تقلیل می‌یابند.



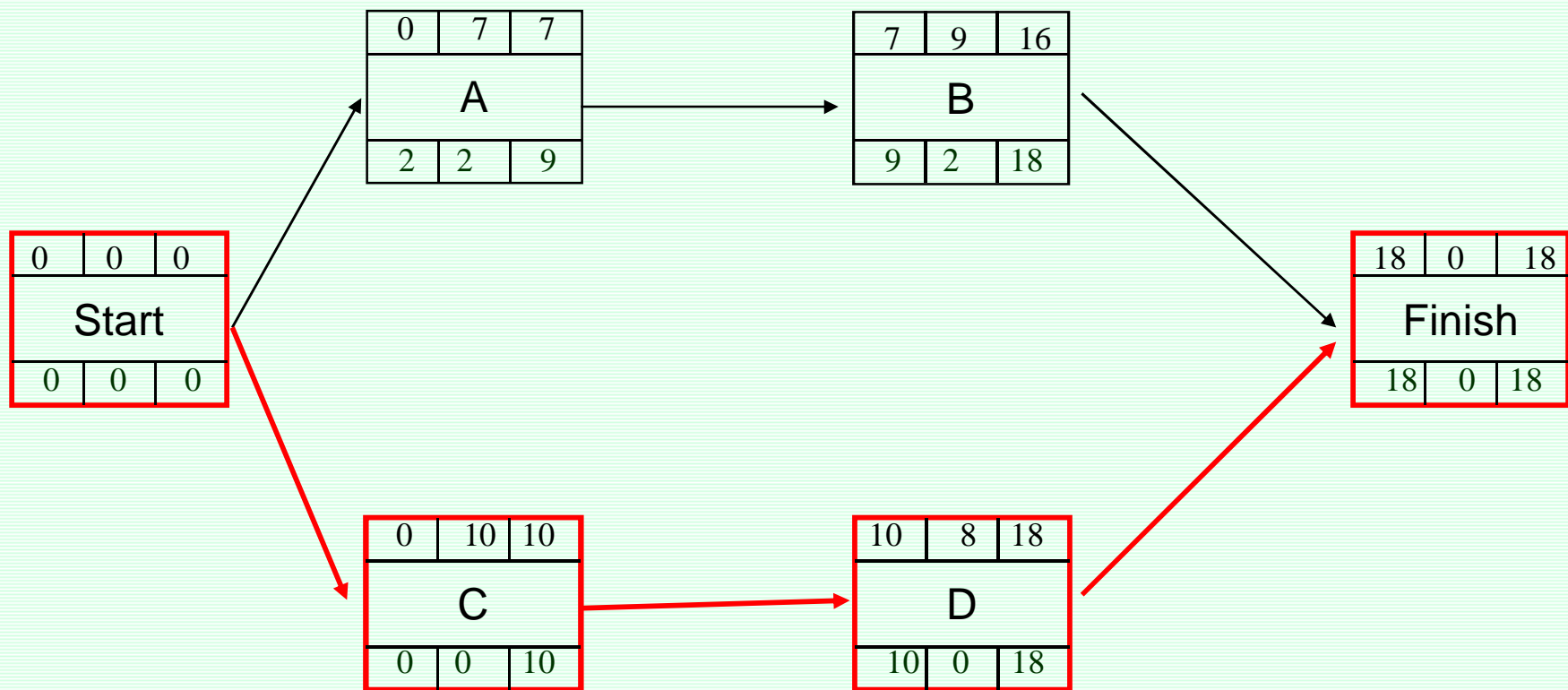
رویکرد حل مدل شماره دو

انجام محاسبات زمانبندی و تعیین مجموع هزینه‌های پروژه  
(جمع هزینه‌های مستقیم و غیرمستقیم)

کاهش مدت زمان پروژه تا زمانیکه با کاهش هزینه‌های پروژه همراه است.

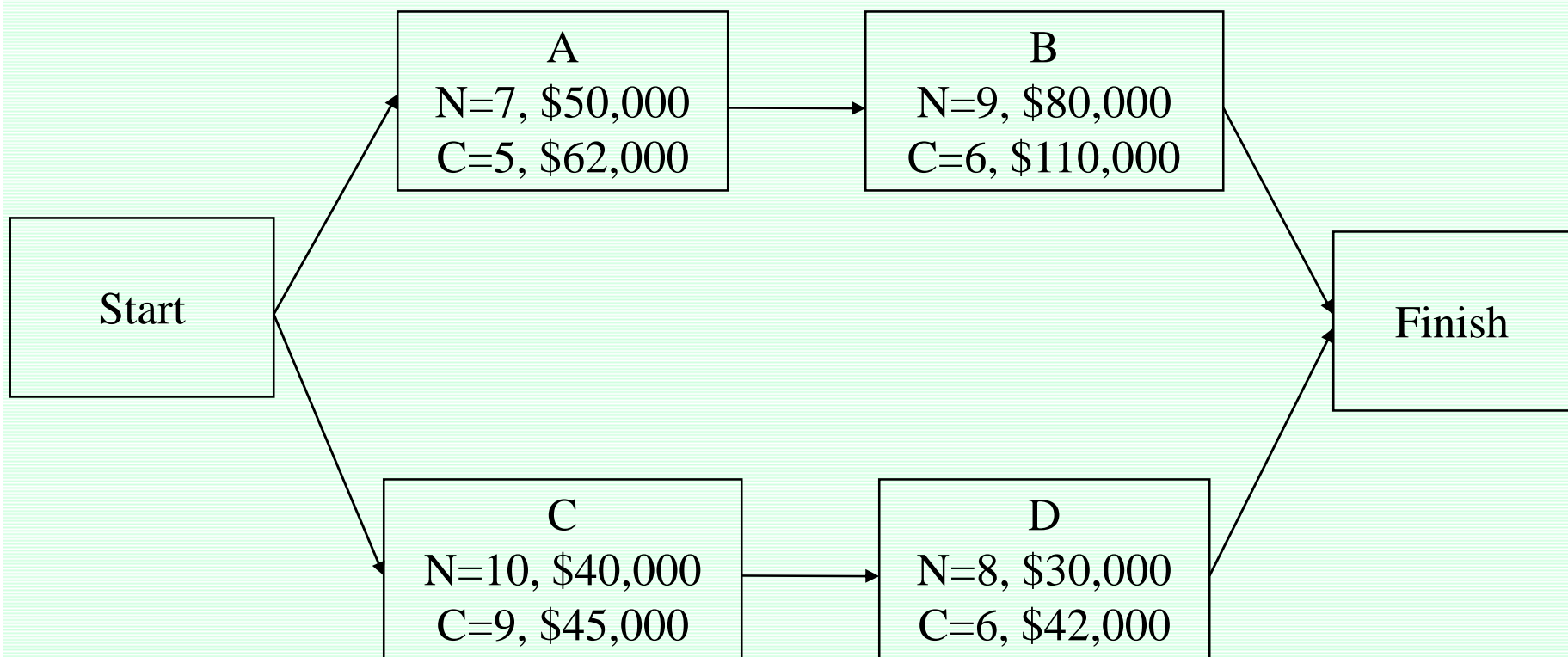
مثال - مدل شماره دو

قدم 1- انجام محاسبات زمانبندی با زمانهای نرمال



هزینه غیرمستقیم پروژه 0 در هر هفته برابر 10000 دلار است.

مثال - مدل شماره دو



هزینه غیرمستقیم پروژه =  $126000 = 7000 \times 18 = 0$

144

جمع هزینه های پروژه =  $326000 = 0$  ←

هزینه مستقیم پروژه =  $200000 = 30000 + 40000 + 80000 + 50000 = 0$



مثال - مدل شماره دو

قدم 2- کاهش مدت پروژه به 17 هفته (توسط کاهش فعالیت C)

Activity A, \$6,000/wk  
 Activity B, \$10,000/wk  
 Activity C, \$5,000/wk  
 Activity D, \$6,000/wk

0	0	0
Start		
0	0	0

0	7	7
A		
1	1	8

7	9	16
B		
8	1	17

17	0	17
Finish		
17	0	17

0	9	9
C		
0	0	9

9	8	17
D		
9	0	17

هزینه غیرمستقیم پروژه =  $7000 \times 17 = 119000$

145

هزینه مستقیم پروژه =  $200000 + 5000 = 205000$

جمع هزینه های پروژه =  $324000$  ←

مثال - مدل شماره یک

قدم 3- کاهش مدت زمان پروژه به 16 هفته (توسط فعالیت D)

Activity A, \$6,000/wk  
 Activity B, \$10,000/wk  
 Activity C, \$5,000/wk  
 Activity D, \$6,000/wk

0	0	0
Start		
0	0	0

0	7	7
A		
0	0	7

7	9	16
B		
7	0	16

16	0	16
Finish		
16	0	16

0	9	9
C		
0	0	9

9	7	16
D		
9	0	16

جمع هزینه های پروژه = 323000 ←

هزینه غیرمستقیم پروژه =  $7000 \times 16 = 112000$   
 هزینه مستقیم پروژه =  $205000 + 6000 = 211000$   
 146

مثال - مدل شماره یک

قدم 3- کاهش مدت زمان پروژه به 15 هفته (توسط فعالیتهای A و D)

Activity A, \$6,000/wk  
 Activity B, \$10,000/wk  
 Activity C, \$5,000/wk  
 Activity D, \$6,000/wk

0	0	0
Start		
0	0	0

0	6	6
A		
0	0	6

6	9	15
B		
6	0	15

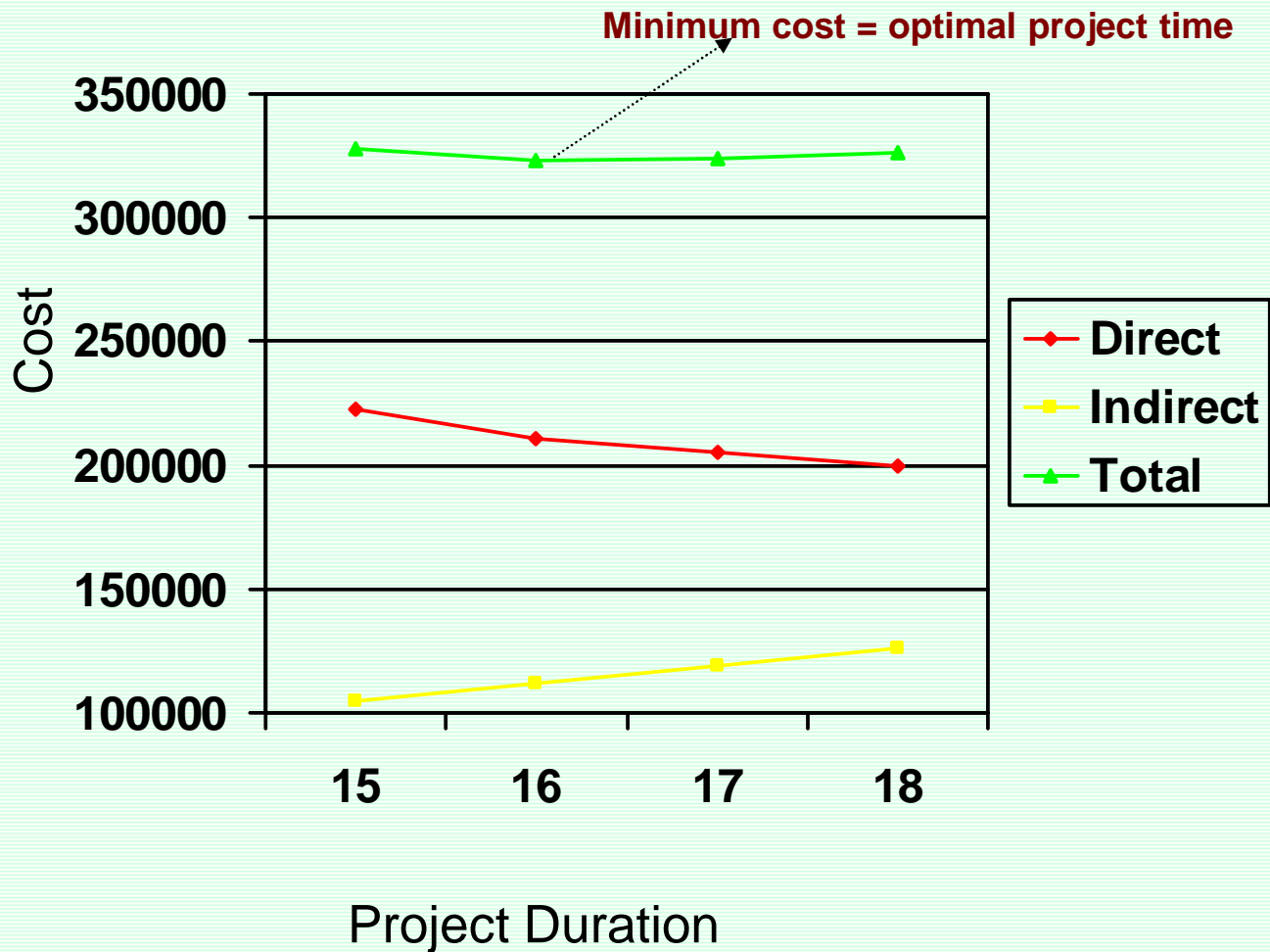
15	0	15
Finish		
15	0	15

0	9	9
C		
0	0	9

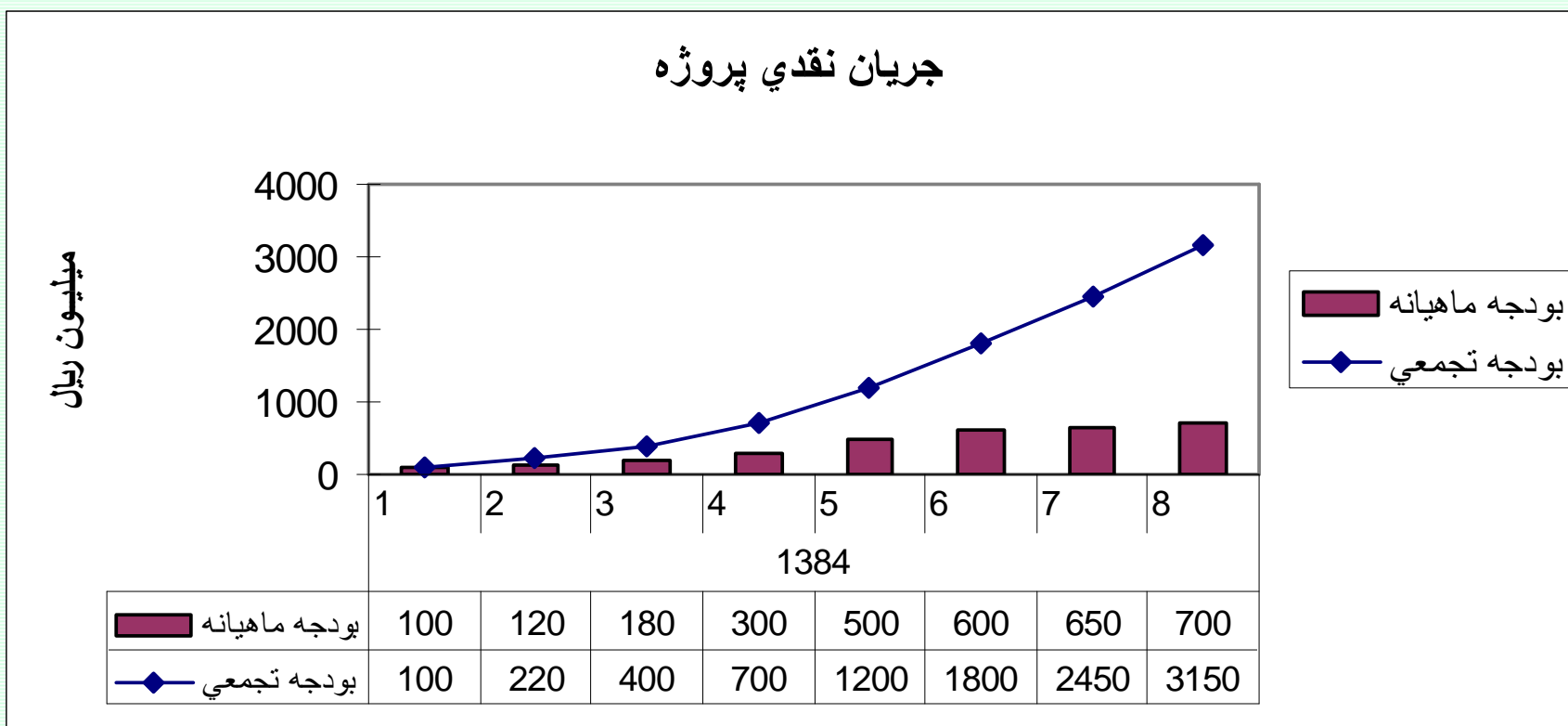
9	6	15
D		
9	0	15

← جمع هزینه های پروژه = 328000

هزینه غیرمستقیم پروژه =  $105000 = 7000 \times 15 = 0$   
 هزینه مستقیم پروژه =  $223000 = 211000 + 12000 = 0$



جریان نقدی پروژه نشاندهنده میزان بودجه مورد نیاز جهت اجرای زمانبندی می باشد.



روند توسعه ماتریس مسئولیتها

تعیین سازمان اجرایی پروژه

تعیین مسئولین و نقش آنها در اجرای هر یک از فعالیتها

توسعه نهایی ماتریس مسئولیتها



توسعه ماتريس مسؤليتها

OBS (Organization Breakdown Structure)

WBS(Work Breakdown Structure)

	بخش 1	بخش 2	بخش 3	بخش 4					
فعاليت 1	x	d							
فعاليت 2		x	p						
فعاليت 3	D		x						



# برنامه ریزی و کنترل پروژه

جزوه شماره 4 - برنامه ریزی منابع

استاد: امیرعباس نجفی

## برنامه‌ریزی منابع

### الف - تخصیص منابع محدود

### تخصیص منابع محدود

در محاسبات قبل، فرض بر این بود که منابع موردنیاز به اندازه کافی در دسترس باشند.

در صورتیکه در منابع پروژه دارای محدودیتهایی باشیم می بایست محدودیت منابع را در زمانبندی پروژه منعکس نمود. زیرا در زمانبندی پروژه، میزان منابع موردنیاز باید از منابع در دسترس کمتر باشد.

اگر زمانبندی مراحل قبل محدودیت منابع را مراعات نکرد به تغییراتی در زمانبندی نیاز است که ممکن است به افزایش مدت پروژه منتج شود. این تغییرات غالباً به جابجایی زمانبندی برخی از فعالیت‌های پروژه برمی گردد که طبیعتاً منجر به تغییراتی در زمانهای نیاز به منابع می شود.

مثالی برای تخصیص منابع محدود

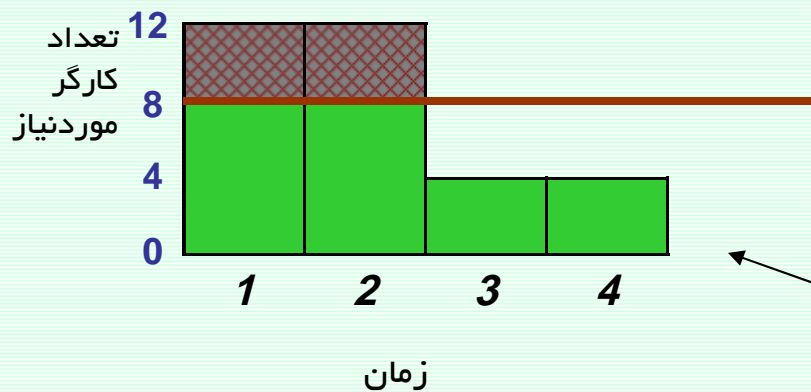
نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A	█			
B		█		
C	█	█		
D			█	█

اطلاعات فعالیت‌های پروژه

کد فعالیت	پیشنیاز	مدت	تعداد کارگر موردنیاز
A	-	1	4
B	A	1	4
C	-	2	8
D	C	2	4

تعداد کارگر در دسترس طی هر روز: 8 نفر



Resource Graph

استراتژیهای حل مسئله منابع محدود

1- استفاده از شناوری فعالیتها

2- طولانی کردن مدت فعالیت و کاهش نیاز به منابع در واحد زمان

3- گسیختگی زمانبندی یک فعالیت

4- استفاده از اضافه کاری در جهت حل مسئله

5- افزایش مدت زمان پروژه

[www.spowpowerplant.blogfa.com](http://www.spowpowerplant.blogfa.com)

وبلاگ یک مهندس

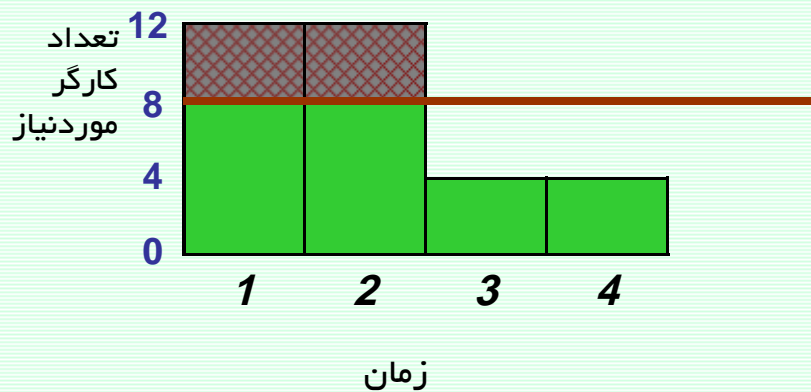
1 - استفاده از شناوری فعالیتها

نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A	█			
B		█		
C	█	█		
D			█	█

اطلاعات فعالیتهای پروژه

کد فعالیت	پیشنیاز	مدت	تعداد کارگر موردنیاز
A	-	1	4
B	A	1	4
C	-	2	8
D	C	2	4



تعداد کارگر در دسترس طی هر روز: 8 نفر

1 - استفاده از شناوری فعالیتها

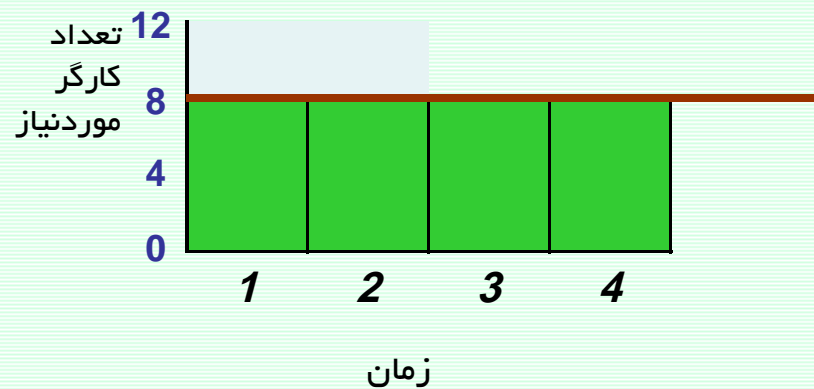
نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A			■	
B				■
C	■	■		
D			■	■

اطلاعات فعالیتهای پروژه

کد فعالیت	پیشنیاز	مدت	تعداد کارگر موردنیاز
A	-	1	4
B	A	1	4
C	-	2	8
D	C	2	4

تعداد کارگر در دسترس طی هر روز: 8 نفر



2- طولانی کردن مدت فعالیت و کاهش نیاز به منابع در واحد زمان

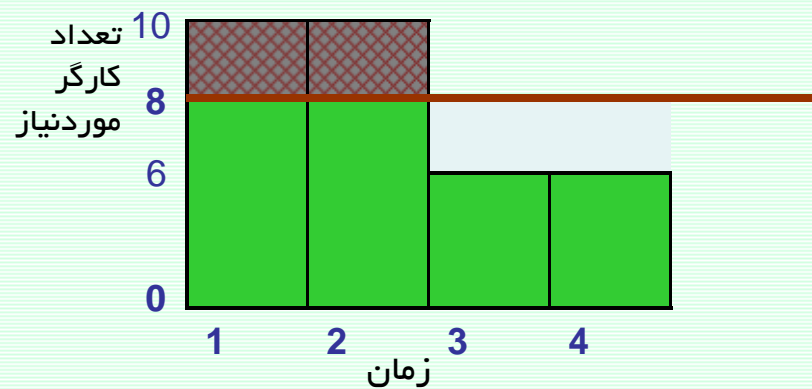
نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A	█			
B		█		
C	█	█		
D			█	█

اطلاعات فعالیت‌های پروژه

تعداد کارگر موردنیاز	مدت	پیشنیاز	کد فعالیت
4	1	-	A
4	1	A	B
6	2	-	C
6	2	C	D

تعداد کارگر در دسترس طی هر روز: 8 نفر





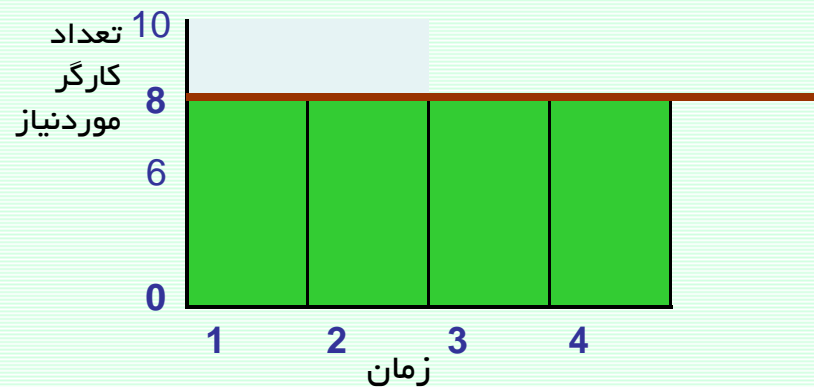
2- طولانی کردن مدت فعالیت و کاهش نیاز به منابع در واحد زمان

نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A	█			
B			█	
C	█			
D			█	

• افزایش مدت زمان فعالیت A به دو روز و کاهش کارگر موردنیاز به روزی دو کارگر

• افزایش مدت زمان فعالیت B به دو روز و کاهش کارگر موردنیاز به روزی دو کارگر



3 - گسیختگی زمانبندی یک فعالیت

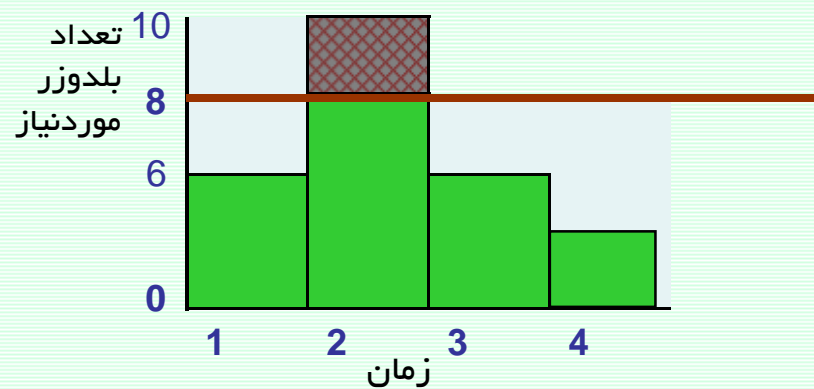
نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A	█			
B			█	
C	█			
D		█		
E			█	

اطلاعات فعالیت‌های پروژه

تعداد بلدوزر موردنیاز	مدت	پیشنیاز	کد فعالیت
2	2	-	A
2	1	A	B
4	1	-	C
8	1	C	D
4	2	D	E

تعداد بلدوزر در دسترس طی هر روز: 8 نفر

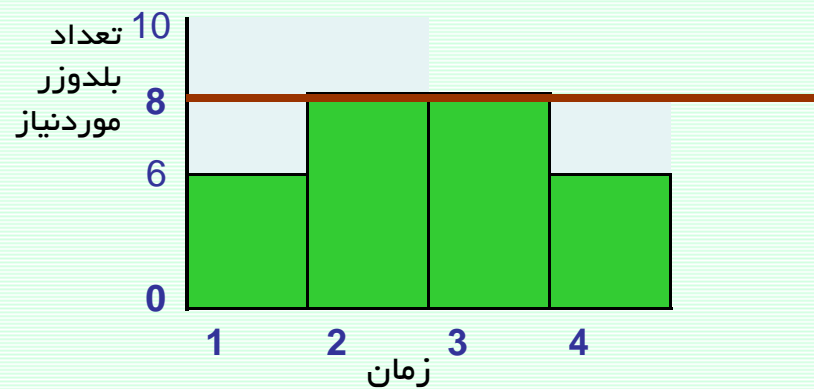


3- گسیختگی زمانبندی یک فعالیت

نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A	■		■	
B				■
C	■			
D		■		
E			■	■

• شکستن فعالیت A به دو بخش



4- استفاده از اضافه کاری در جهت حل مسئله

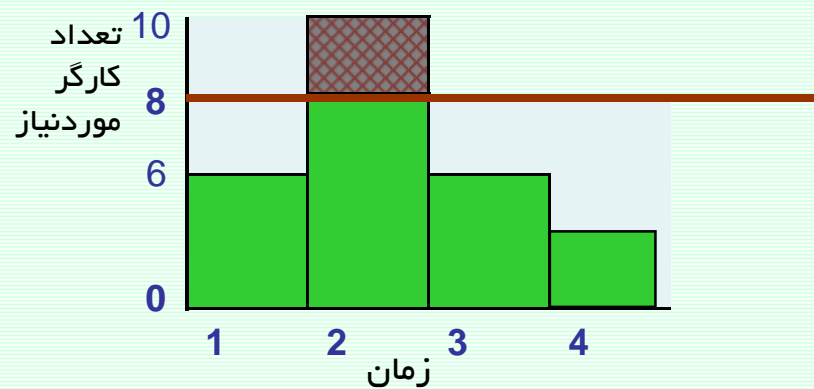
نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A	█			
B			█	
C	█			
D		█		
E			█	

اطلاعات فعالیت‌های پروژه

تعداد کارگر موردنیاز	مدت	پیشنیاز	کد فعالیت
2	2	-	A
2	1	A	B
4	1	-	C
8	1	C	D
4	2	D	E

تعداد کارگر در دسترس طی هر روز: 8 نفر

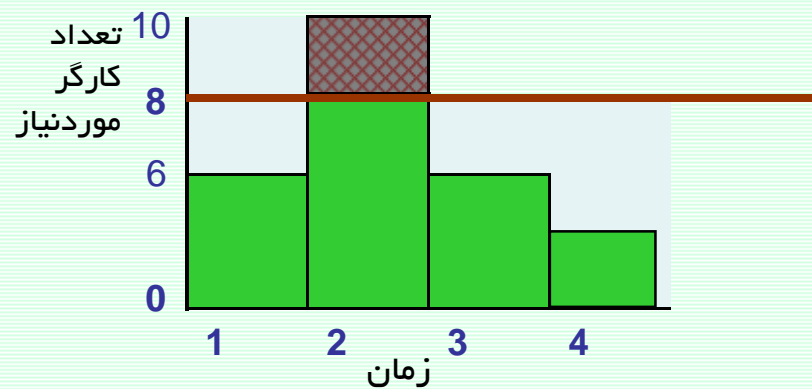


4- استفاده از اضافه کاری در جهت حل مسئله

نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A	█			
B			█	
C	█			
D		█		
E			█	

- در روز دوم با دادن اضافه کاری به کارگران، جبران کسری منابع صورت پذیرد.



5- افزایش مدت زمان پروژه

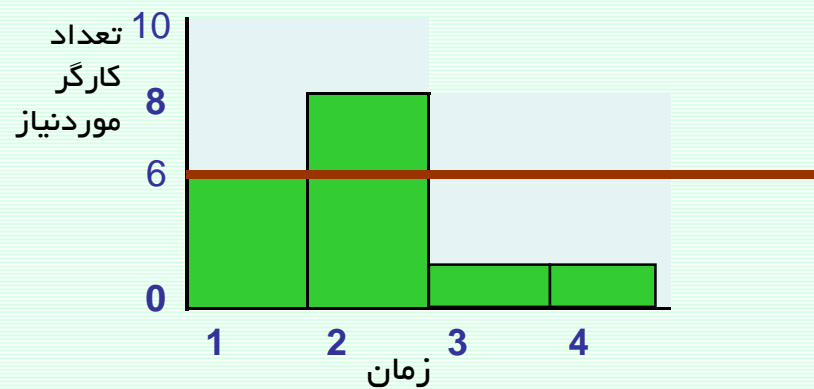
نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4
A	█			
B			█	
C	█			
D		█		
E			█	

اطلاعات فعالیت‌های پروژه

کد فعالیت	پیشنیاز	مدت	تعداد کارگر موردنیاز
A	-	2	4
B	A	2	1
C	-	1	2
D	C	1	4
E	D	2	1

تعداد کارگر در دسترس طی هر روز: 6 نفر

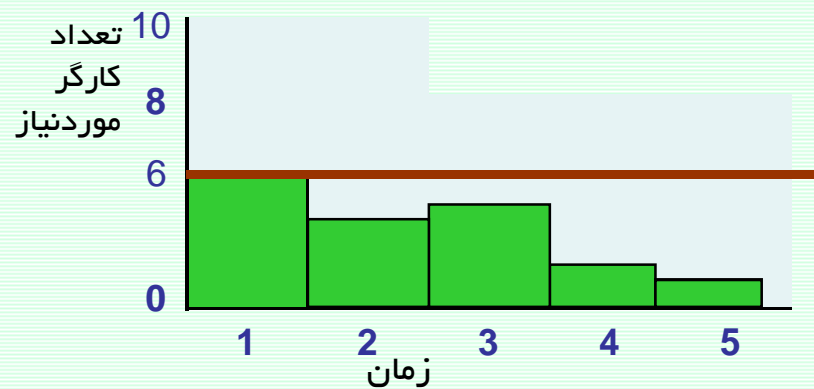


5- افزایش مدت زمان پروژه

نمودار گانت پروژه

نام/کد فعالیت	1	2	3	4	5
A	█				
B			█		
C	█				
D			█		
E				█	

• با افزایش یک واحد زمانی به مدت پروژه، کسری منابع جبران گردید.



الگوریتم تخصیص منابع محدود

فرضیات:

امکان بکارگیری استراتژی‌های زیر وجود ندارد.

1- طولانی کردن مدت فعالیت و کاهش نیاز به منابع در واحد زمان

2- گسیختگی زمانبندی یک فعالیت

3- استفاده از اضافه کاری در جهت حل مسئله

[www.spowpowerplant.blogfa.com](http://www.spowpowerplant.blogfa.com)

وبلاگ یک مهندس



الگوریتم تخصیص منابع محدود

قدم‌های الگوریتم:

قدم 1- محاسبات زمانبندی رفت و برگشت معمول را انجام دهید و قرار دهید  $T=0$

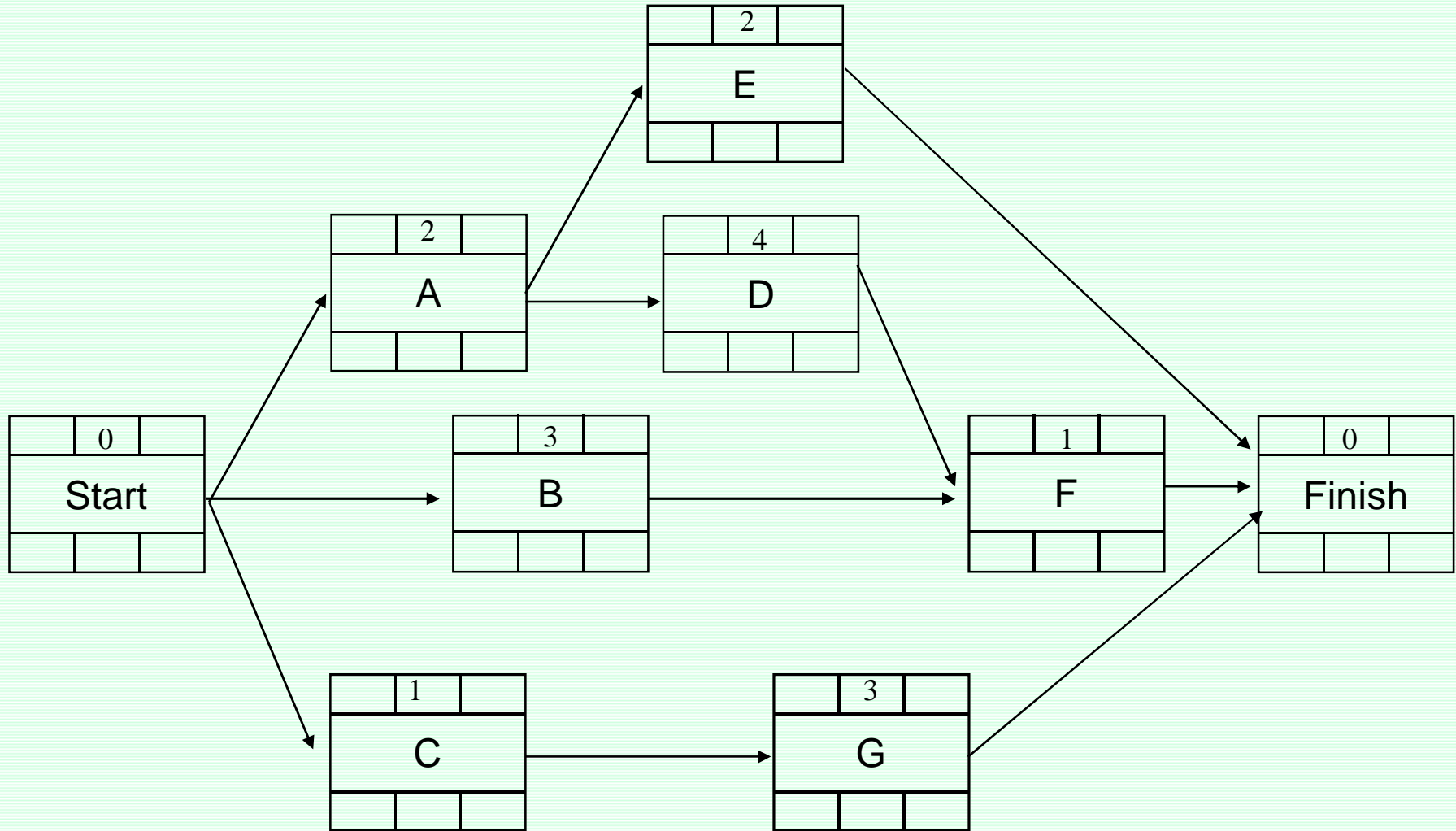
قدم 2- مجموعه فعالیت‌های **EAS** (مجموعه فعالیت‌های واجد شرایط **Eligible Activity Set**) را مشخص کنید. این مجموعه شامل فعالیت‌هایی است که هنوز برنامه‌ریزی نشده‌اند و همچنین یا پیشنهاد ندارند یا پیشنهاد آنها تا زمان  $T$  برنامه‌ریزی و تمام شده باشند.

قدم 3- براساس مجموعه فعالیت‌های **EAS**، مجموعه **OSS** (مجموعه فعالیت‌های مرتب شده برای برنامه‌ریزی **Ordered Scheduling Set**) را تشکیل دهید. در این مجموعه فعالیت‌های **EAS** براساس ترتیب صعودی **LS** مرتب شده‌اند و در صورت تساوی **LS** ملاک ترتیب صعودی مدت زمان فعالیت است.

قدم 4- فعالیت‌های **OSS** را به ترتیب، در صورتی که برای فعالیت در کل زمان اجرا، منابع کافی وجود دارد آن فعالیت را برای شروع در زمان  $T$  برنامه‌ریزی کنید.

قدم 4- در صورتیکه همه فعالیت‌ها برنامه‌ریزی شده‌اند توقف کنید. در غیر این صورت  $T=T+1$  و به قدم 2 بازگردید.

# مثال

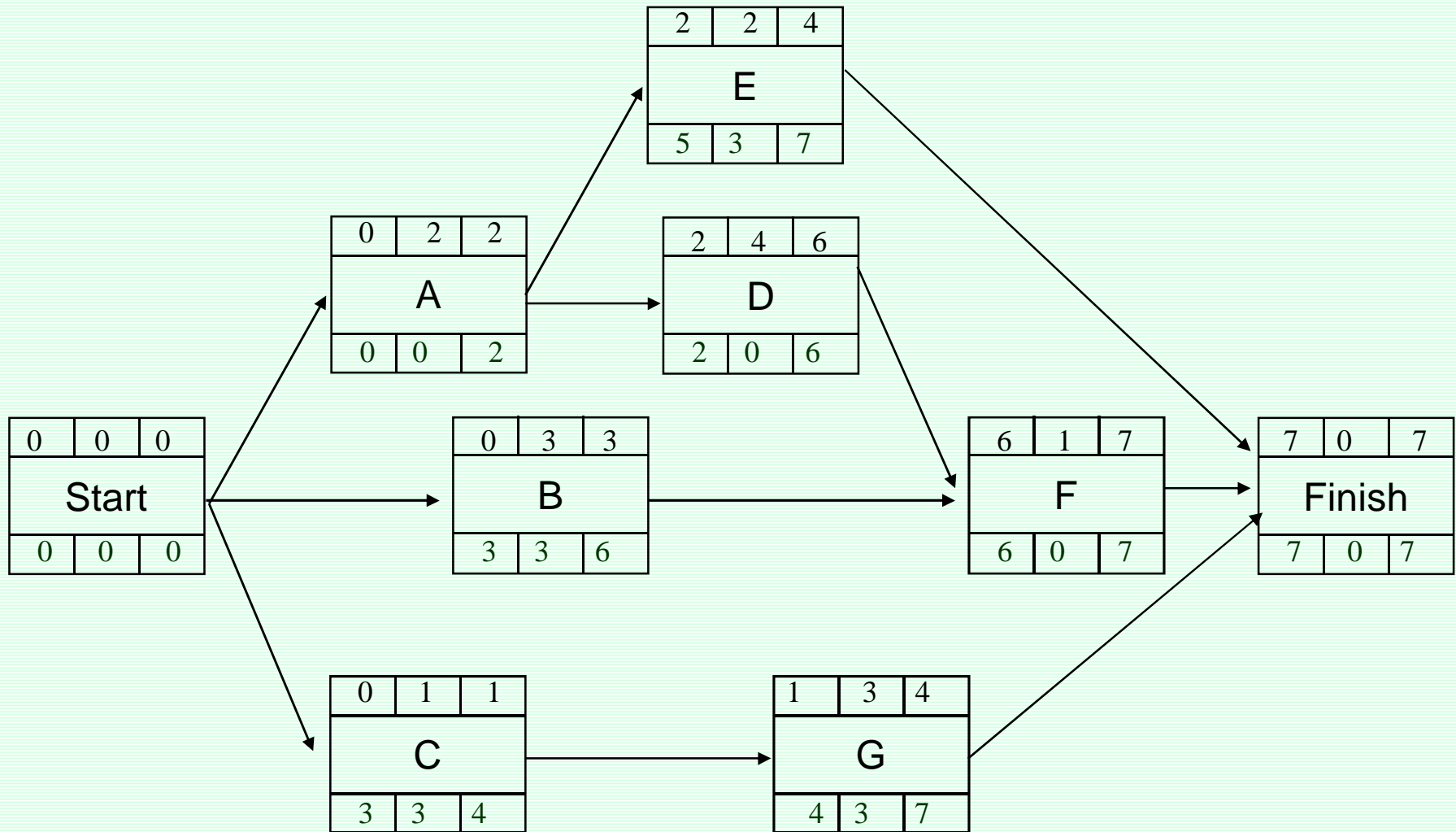


## مثال

در این پروژه، به دو نوع منبع نیاز است ماشین آلات ویژه (منبع نوع P) و کارگر (منبع نوع Q) برای اجرای پروژه، 4 ماشین ویژه و 5 کارگر در اختیار داریم. میزان نیاز فعالیتها به منابع در جدول زیر نشان داده شده است.

	A	B	C	D	E	F	G
P	2	4	0	2	0	3	0
Q	0	0	3	0	5	0	4

## حل مسئله و اجرای الگوریتم:



ACTIVITY	ES	LS	D	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	0	0	2											
B	0	3	3											
C	0	3	1											
D	2	2	4											
E	2	5	2											
F	6	6	1											
G	1	4	3											
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

ACTIVITY	ES	LS	D	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	0	0	2											
B	0	3	3											
C	0	3	1											
D	2	2	4											
E	2	5	2											
F	6	6	1											
G	1	4	3											
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

مرحله اول : T=0

**EAS={A,B,C}**

**OSS: A→C→B**

LS: 0 , 3 , 3

ACTIVITY	ES	LS	D	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$												
B	0	3	3														
C	0	3	1														
D	2	2	4														
E	2	5	2														
F	6	6	1														
G	1	4	3														
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

مرحله اول :  $T=0$

$EAS=\{A,B,C\}$

LS: 0 , 3 , 3

✓  
OSS:  $A \rightarrow C \rightarrow B$

ACTIVITY	ES	LS	D	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$												
B	0	3	3														
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$													
D	2	2	4														
E	2	5	2														
F	6	6	1														
G	1	4	3														
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

مرحله اول : T=0

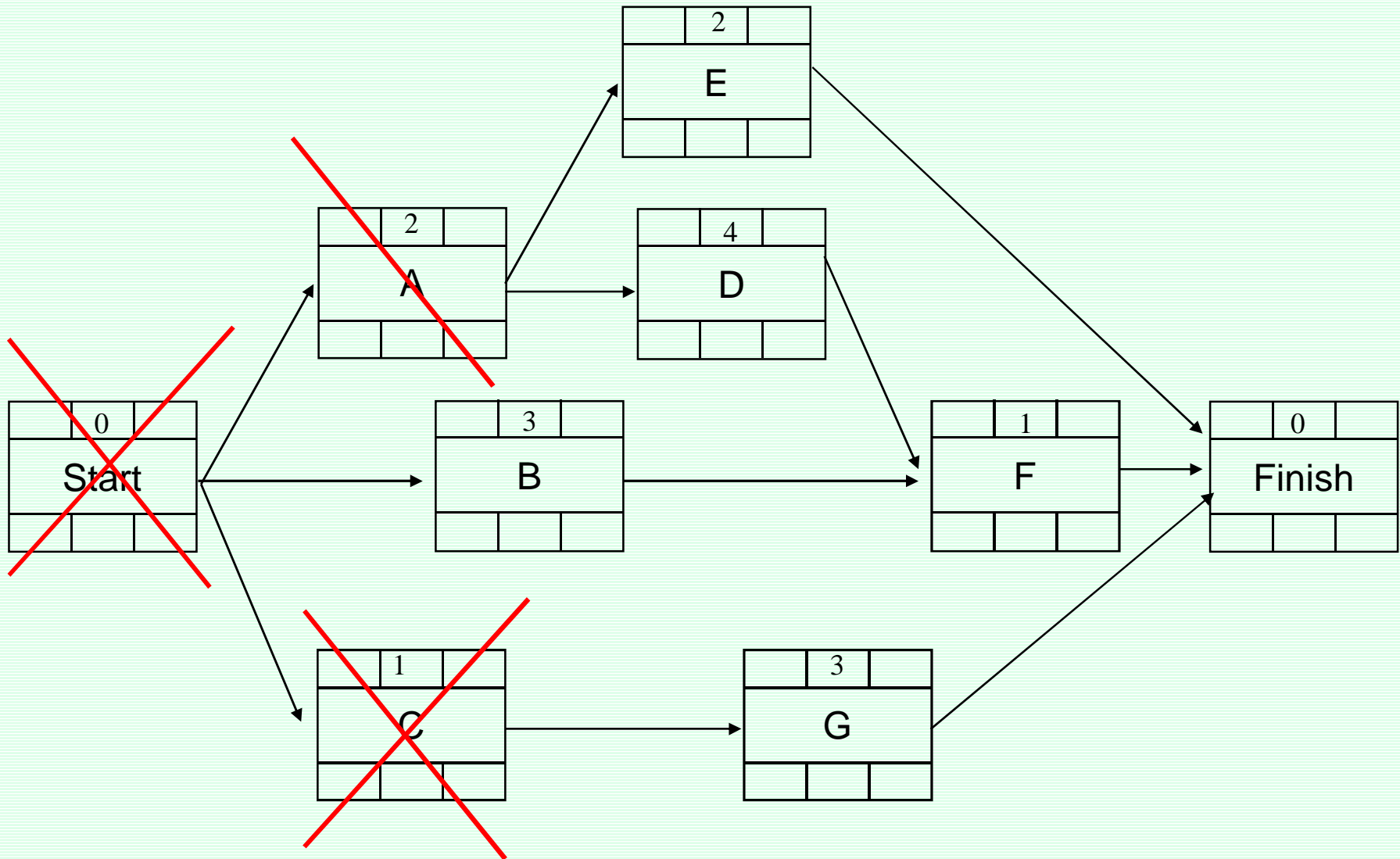
EAS={A,B,C}

LS: 0 , 3 , 3

OSS: A<sup>✓</sup>→C<sup>✓</sup>→B<sup>x</sup>



مرحله دوم : T=1



ACTIVITY	ES	LS	D	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$												
B	0	3	3														
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$													
D	2	2	4														
E	2	5	2														
F	6	6	1														
G	1	4	3														
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

مرحله دوم :  $T=1$

$EAS=\{B,G\}$

LS: 3, 4

$OSS: B \rightarrow G$

ACTIVITY	ES	LS	D	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$												
B	0	3	3														
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$													
D	2	2	4														
E	2	5	2														
F	6	6	1														
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$										
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

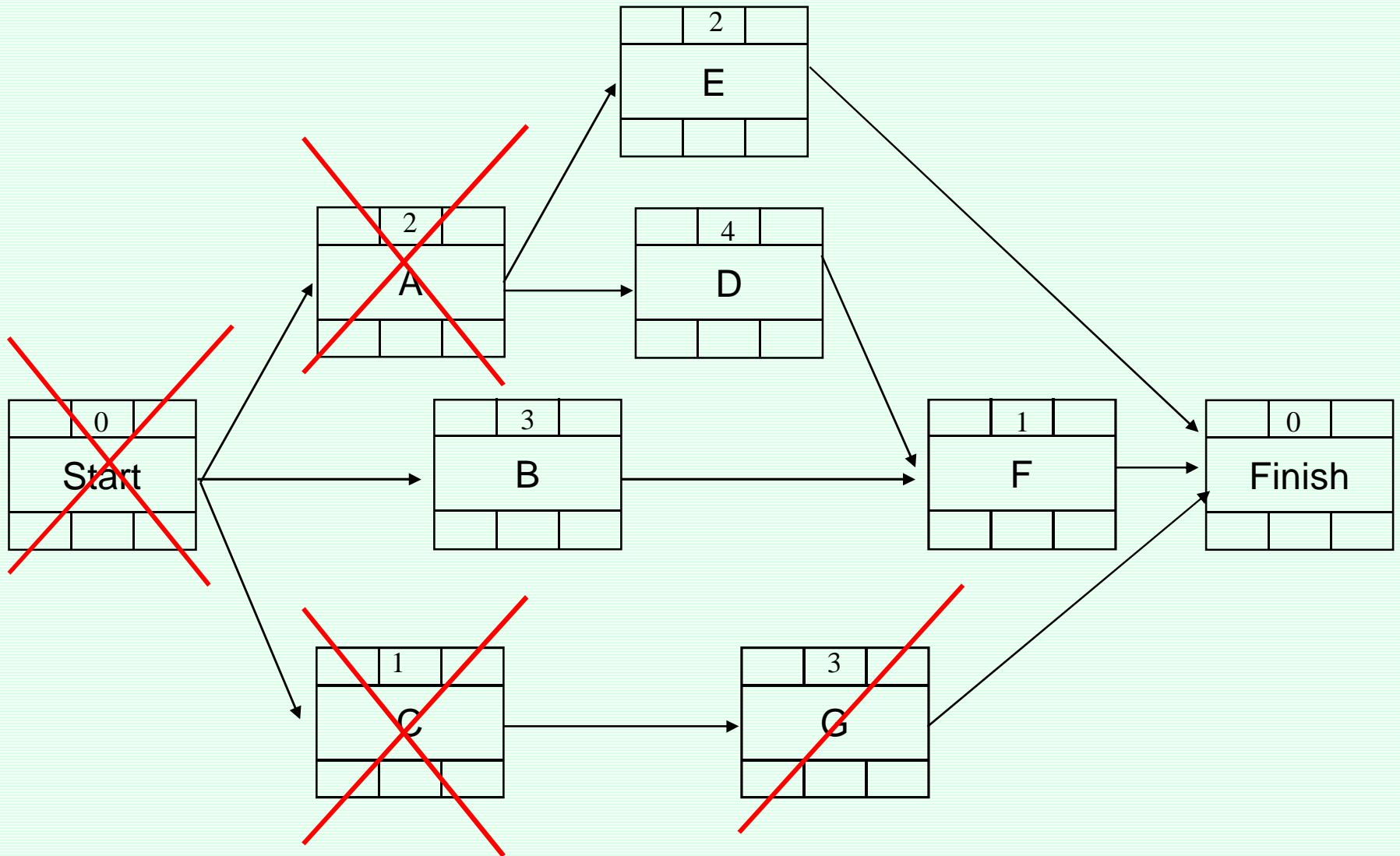
مرحله دوم : T=1

EAS={B,G}

LS: 3 , 4

OSS: B<sup>x</sup>→G<sup>✓</sup>

مرحله سوم : T=2



ACTIVITY	ES	LS	D	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$												
B	0	3	3														
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$													
D	2	2	4														
E	2	5	2														
F	6	6	1														
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$										
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

مرحله سوم :  $T=2$

**EAS={B,E,D}**

**OSS: D→B →E**

LS: 3 , 5 , 2

ACTIVITY	ES	LS	D	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$												
B	0	3	3														
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$													
D	2	2	4			$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$								
E	2	5	2														
F	6	6	1														
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$										
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	2	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

مرحله سوم : T=2

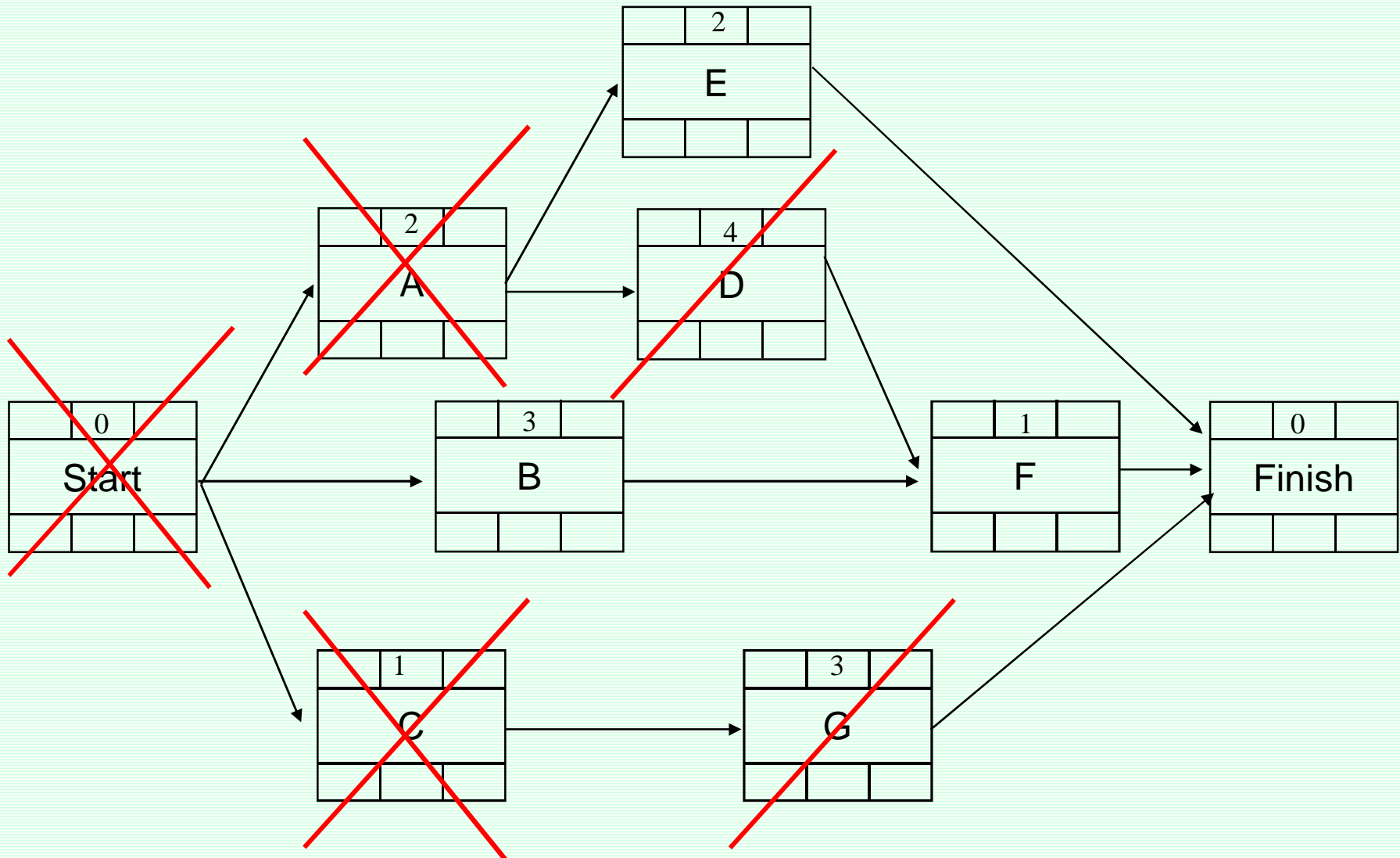
✓ x x

EAS={B,E,D}

OSS: D → B → E

LS: 3, 5, 2

مرحله چهارم : T=3



ACTIVITY	ES	LS	D	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$												
B	0	3	3														
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$													
D	2	2	4			$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$								
E	2	5	2														
F	6	6	1														
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$										
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	2	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

**EAS={B,E}**

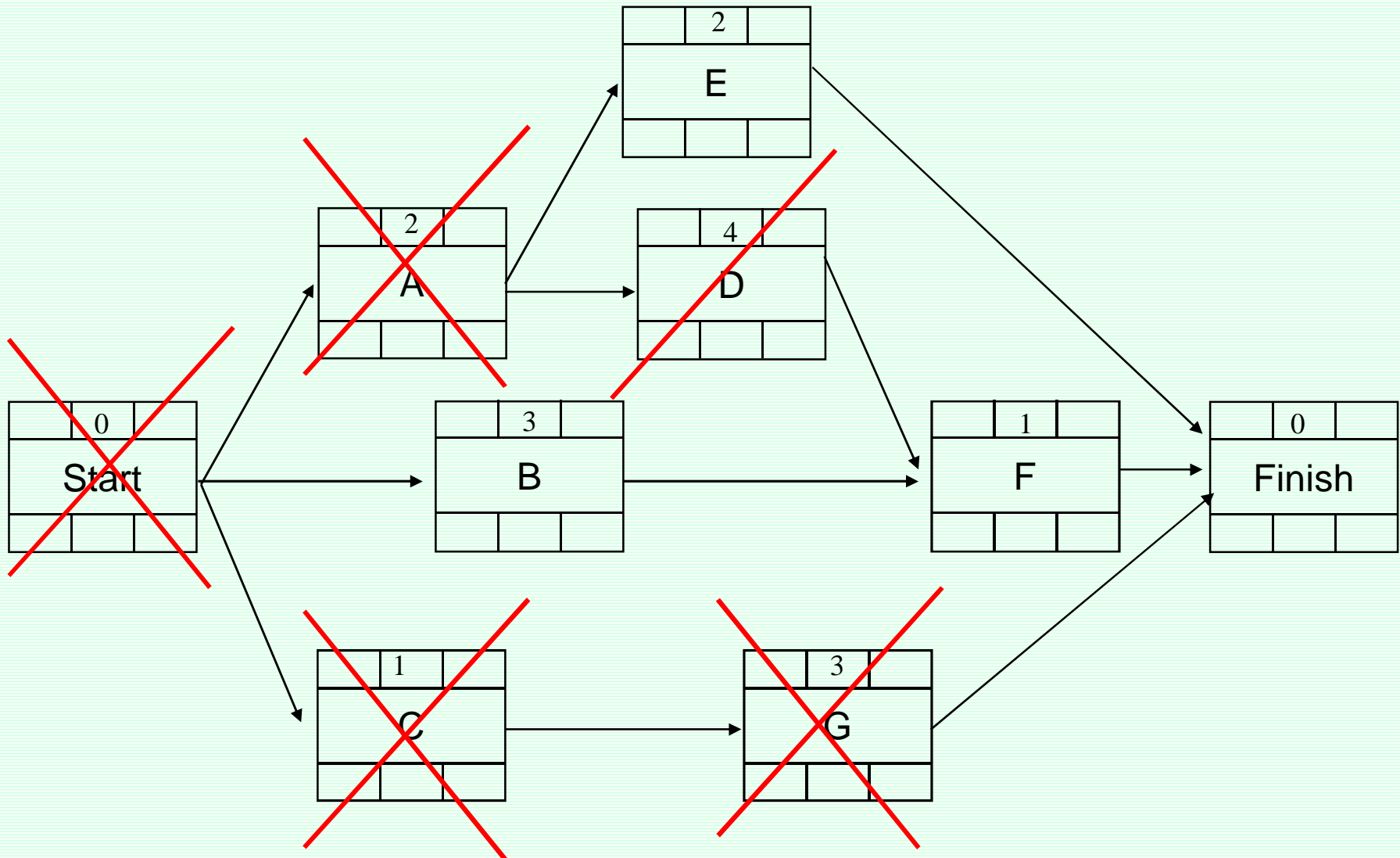
LS: 3, 5

**OSS: B → E**

مرحله چهارم : **T=3**



مرحله پنجم :  $T=4$



ACTIVITY	ES	LS	D	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$												
B	0	3	3														
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$													
D	2	2	4			$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$								
E	2	5	2														
F	6	6	1														
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$										
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	2	4	4	4	4	4	4	4
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

مرحله پنجم :  $T=4$

x

$EAS=\{B,E\}$

$OSS: B \rightarrow E$

LS: 3, 5

ACTIVITY	ES	LS	D	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$												
B	0	3	3														
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$													
D	2	2	4			$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$								
E	2	5	2					$\frac{0}{5}$	$\frac{0}{5}$								
F	6	6	1														
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$										
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	4	4	4	4				
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	0	0	5	5	5	5				

x ✓

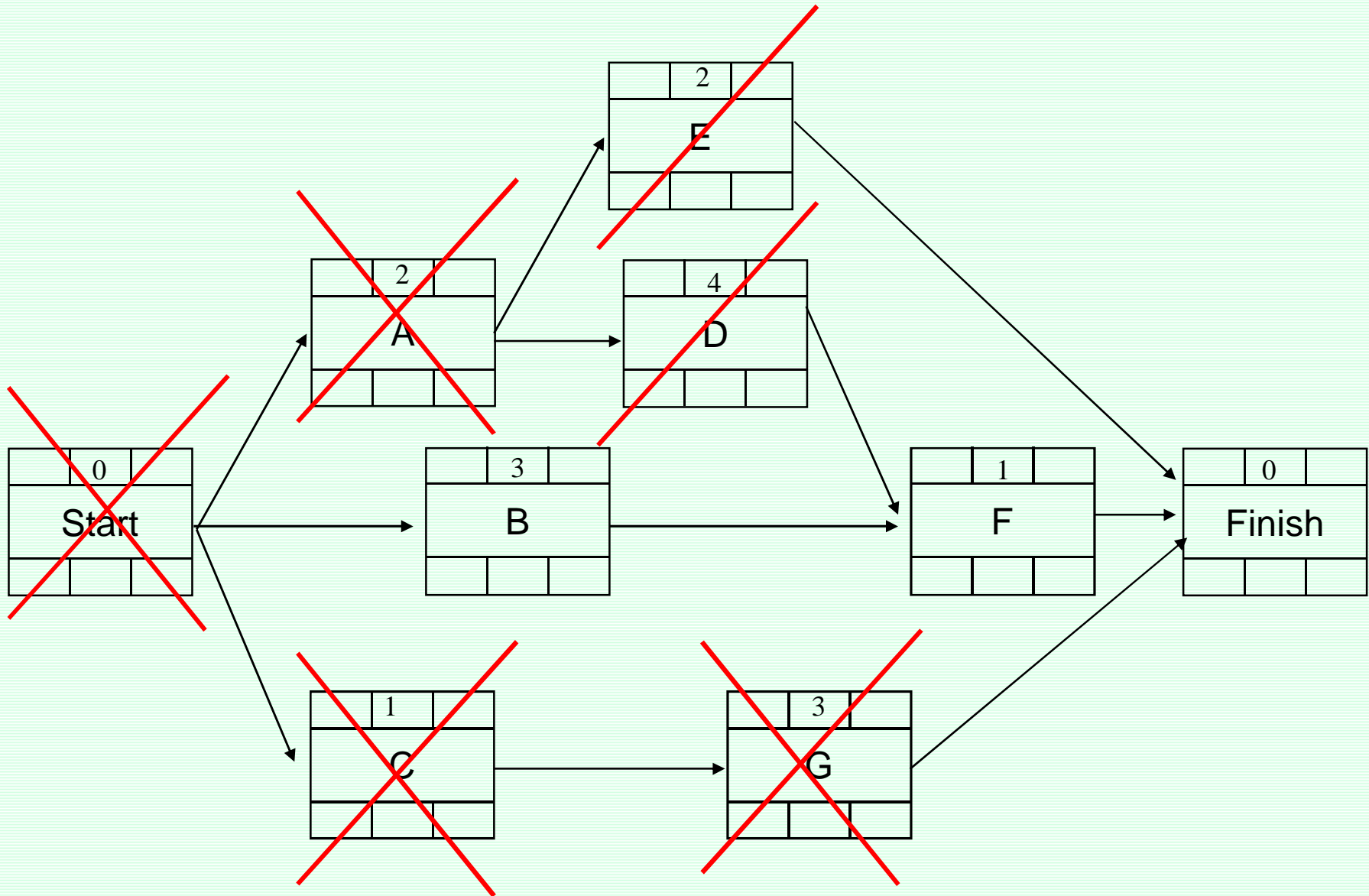
مرحله پنجم : T=4

EAS={B,E}

OSS: B → E

LS: 3, 5

مرحله ششم :  $T=5$



ACTIVITY	ES	LS	D	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$												
B	0	3	3														
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$													
D	2	2	4			$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$								
E	2	5	2					$\frac{0}{5}$	$\frac{0}{5}$								
F	6	6	1														
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$										
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	4	4	4	4				
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	0	0	5	5	5	5				

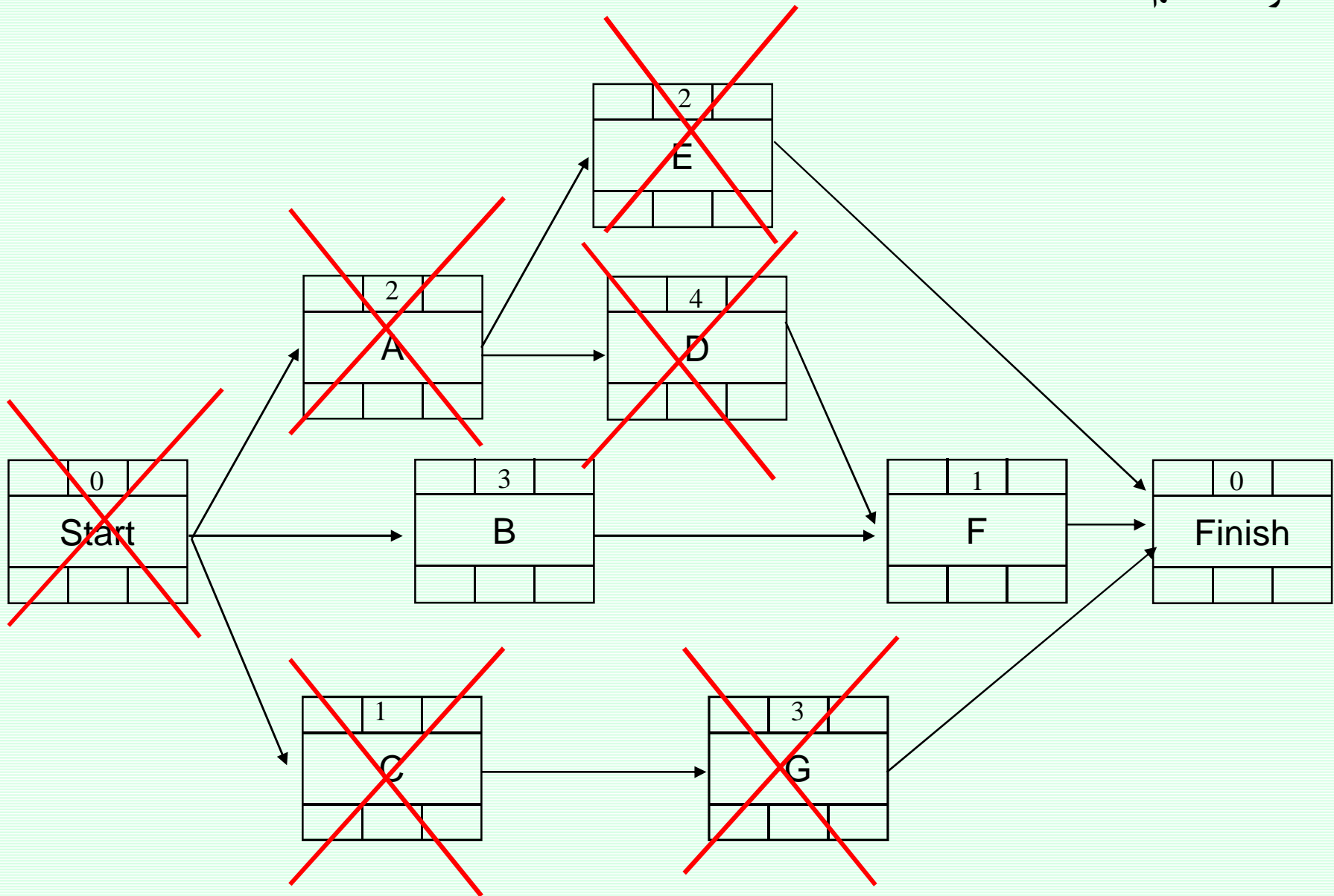
مرحله ششم :  $T=5$

**EAS={B}**

LS: 3

**OSS: B**

مرحله هفتم : T=6



ACTIVITY	ES	LS	D	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$												
B	0	3	3														
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$													
D	2	2	4			$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$								
E	2	5	2					$\frac{0}{5}$	$\frac{0}{5}$								
F	6	6	1														
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$										
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	4	4	4	4				
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	0	0	5	5	5	5				

مرحله هفتم :  $T=6$

**EAS={B}**

**OSS: B**

LS: 3

ACTIVITY	ES	LS	D	T														
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$													
B	0	3	3								$\frac{4}{0}$	$\frac{4}{0}$	$\frac{4}{0}$					
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$														
D	2	2	4			$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$									
E	2	5	2					$\frac{0}{5}$	$\frac{0}{5}$									
F	6	6	1															
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$											
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	4				
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	0	0	5	5	5	5					

مرحله هفتم : T=6

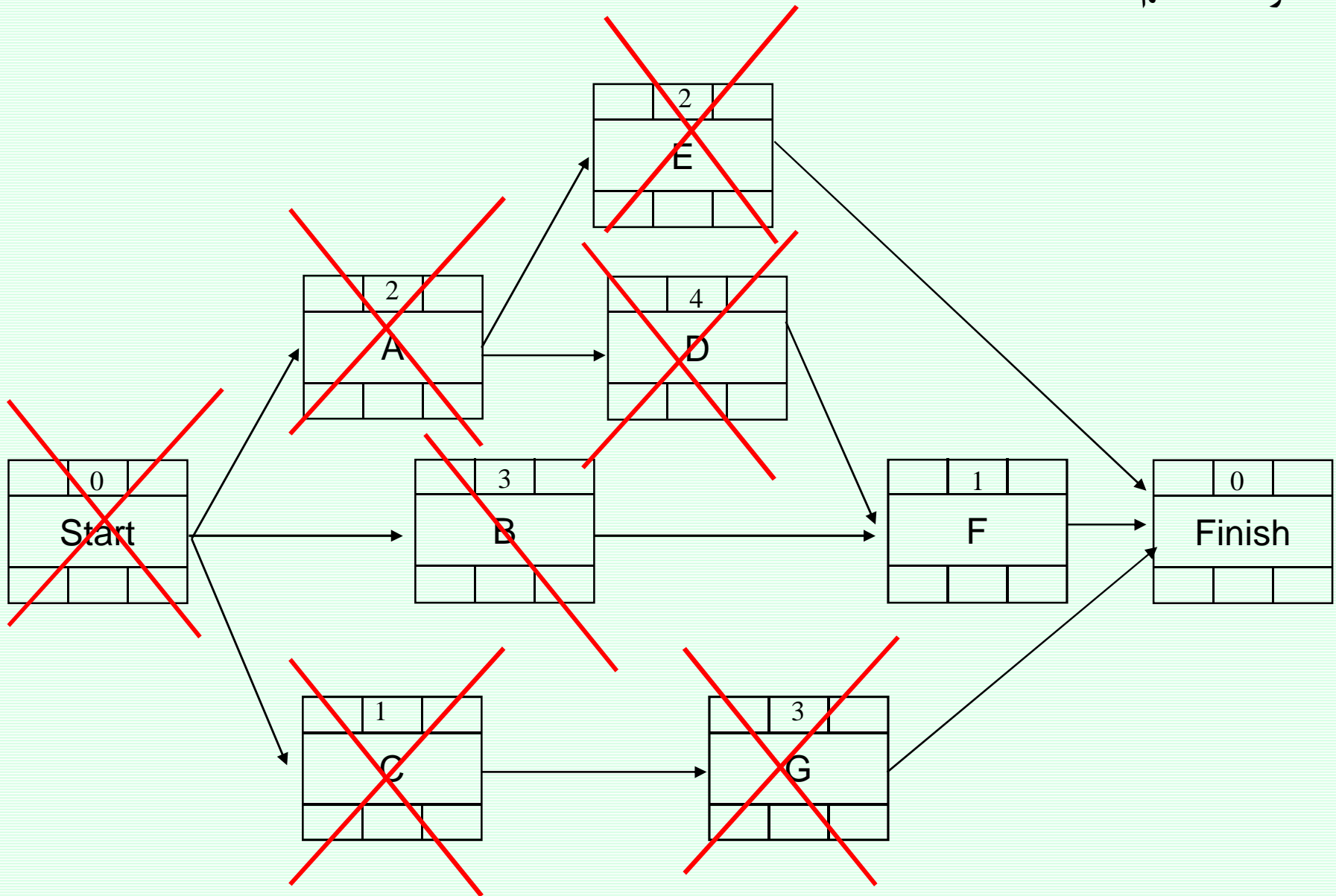
EAS={B}

✓  
OSS: B

LS: 3



مرحله هشتم :  $T=7$

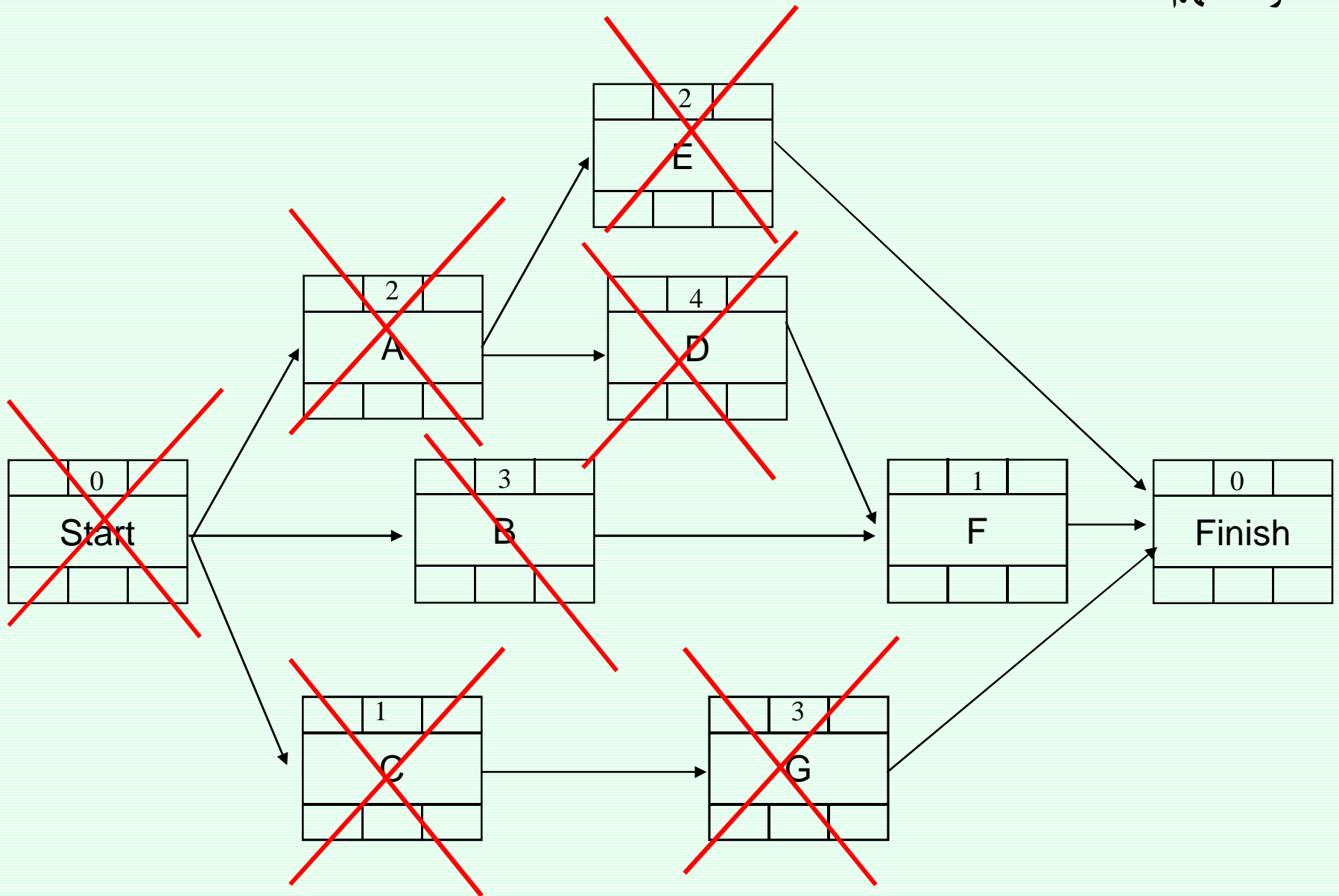


ACTIVITY	ES	LS	D	T														
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$													
B	0	3	3								$\frac{4}{0}$	$\frac{4}{0}$	$\frac{4}{0}$					
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$														
D	2	2	4			$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$									
E	2	5	2					$\frac{0}{5}$	$\frac{0}{5}$									
F	6	6	1															
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$											
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	4				
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	0	0	5	5	5	5					

مرحله هشتم : T=7

EAS={}

مرحله نهم : T=8

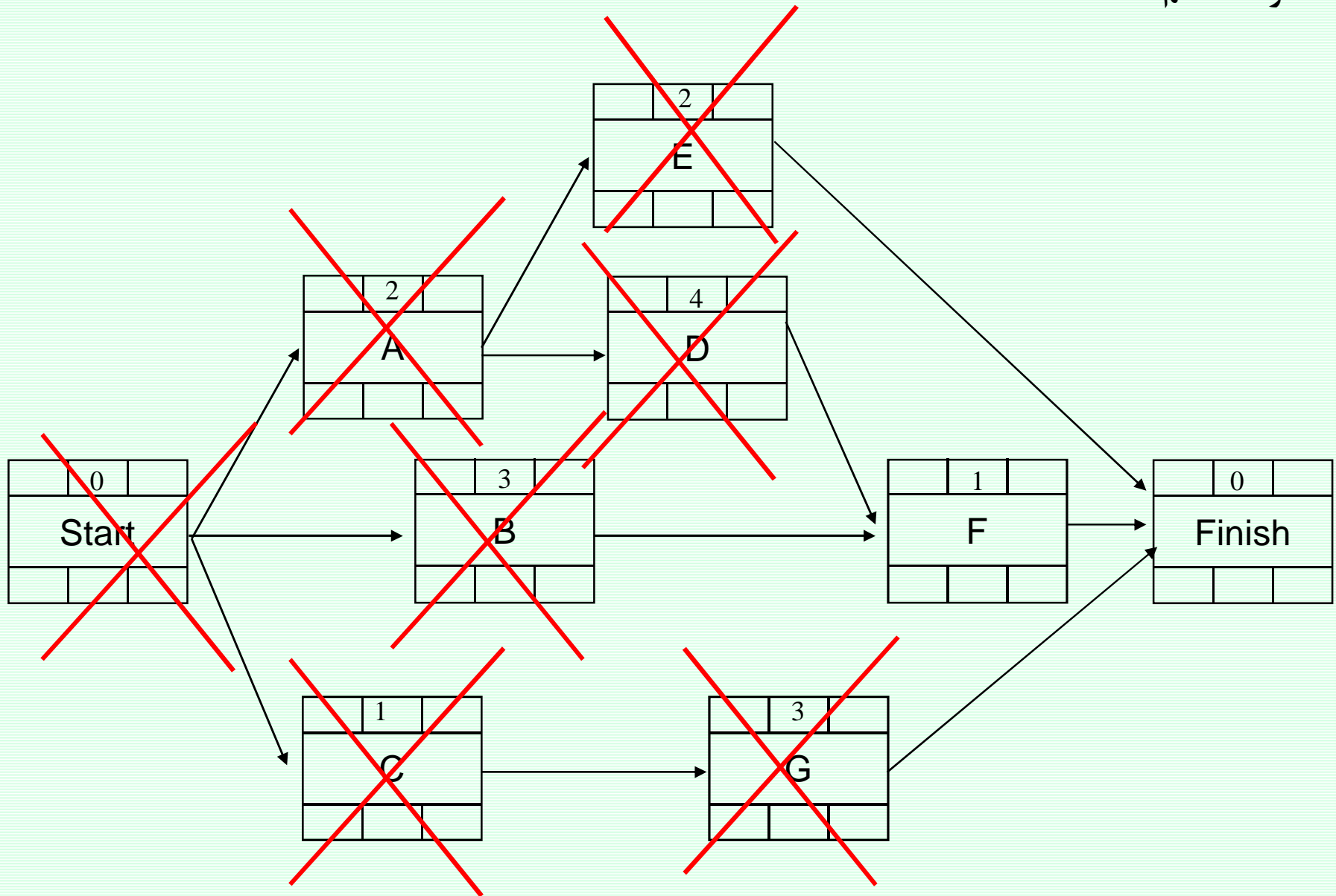


ACTIVITY	ES	LS	D	T														
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				
A	0	0	2	2 0														
B	0	3	3								4 0							
C	0	3	1	0 3														
D	2	2	4			2 0												
E	2	5	2					0 5										
F	6	6	1															
G	1	4	3		0 4													
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	4				
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	0	0	5	5	5	5					

مرحله نهم : T=8

EAS={}

مرحله دهم : T=9



ACTIVITY	ES	LS	D	T														
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$													
B	0	3	3								$\frac{4}{0}$	$\frac{4}{0}$	$\frac{4}{0}$					
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$														
D	2	2	4			$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$									
E	2	5	2					$\frac{0}{5}$	$\frac{0}{5}$									
F	6	6	1															
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$											
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	4				
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	0	0	5	5	5	5					

EAS={F}

OSS: F

مرحله دهم : T=9

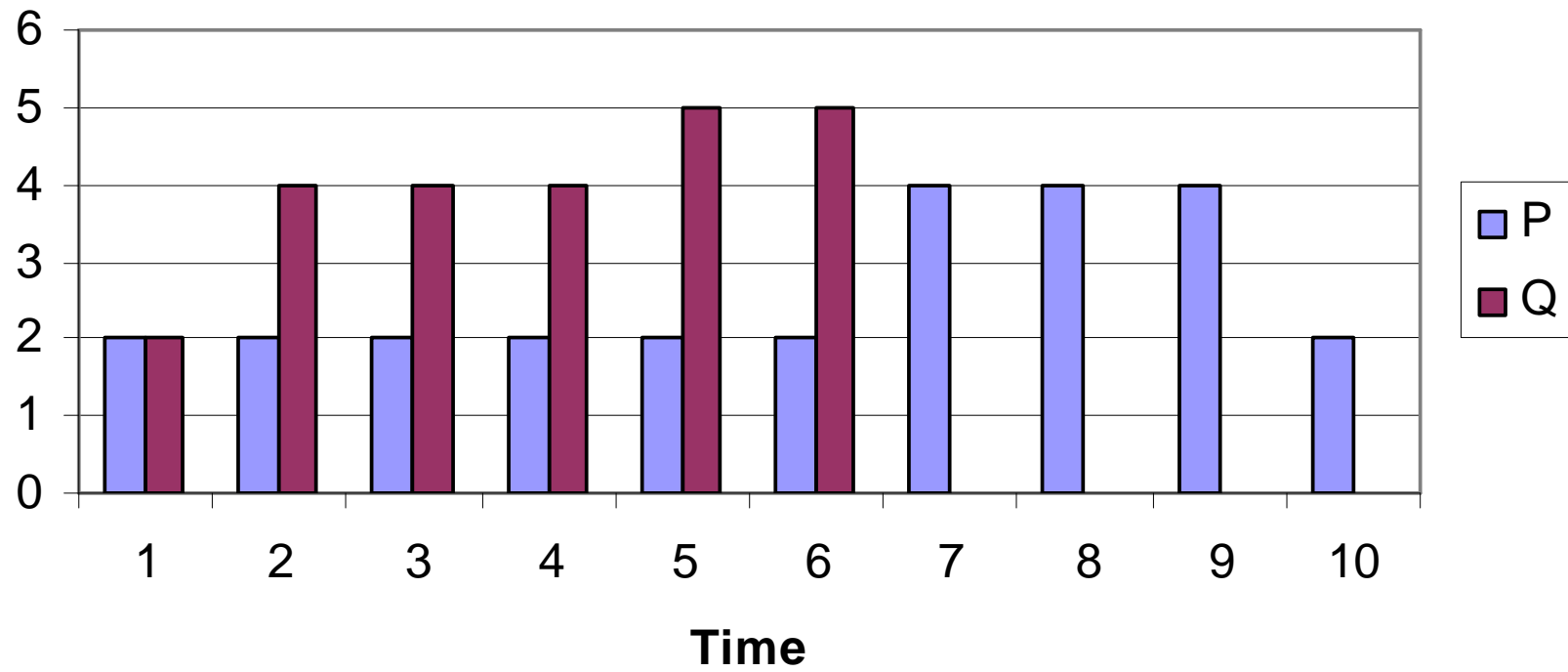
ACTIVITY	ES	LS	D	T														
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				
A	0	0	2	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$													
B	0	3	3								$\frac{4}{0}$	$\frac{4}{0}$	$\frac{4}{0}$					
C	0	3	1	$\frac{0}{3}$														
D	2	2	4			$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{0}$									
E	2	5	2					$\frac{0}{5}$	$\frac{0}{5}$									
F	6	6	1													$\frac{3}{0}$		
G	1	4	3		$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{4}$											
مقدار منبع P تخصیص داده نشده				2	2	2	2	2	2	0	0	0	0	2				
مقدار منبع Q تخصیص داده نشده				3	1	1	1	0	0	5	5	5	5					

EAS={F}

OSS: F ✓

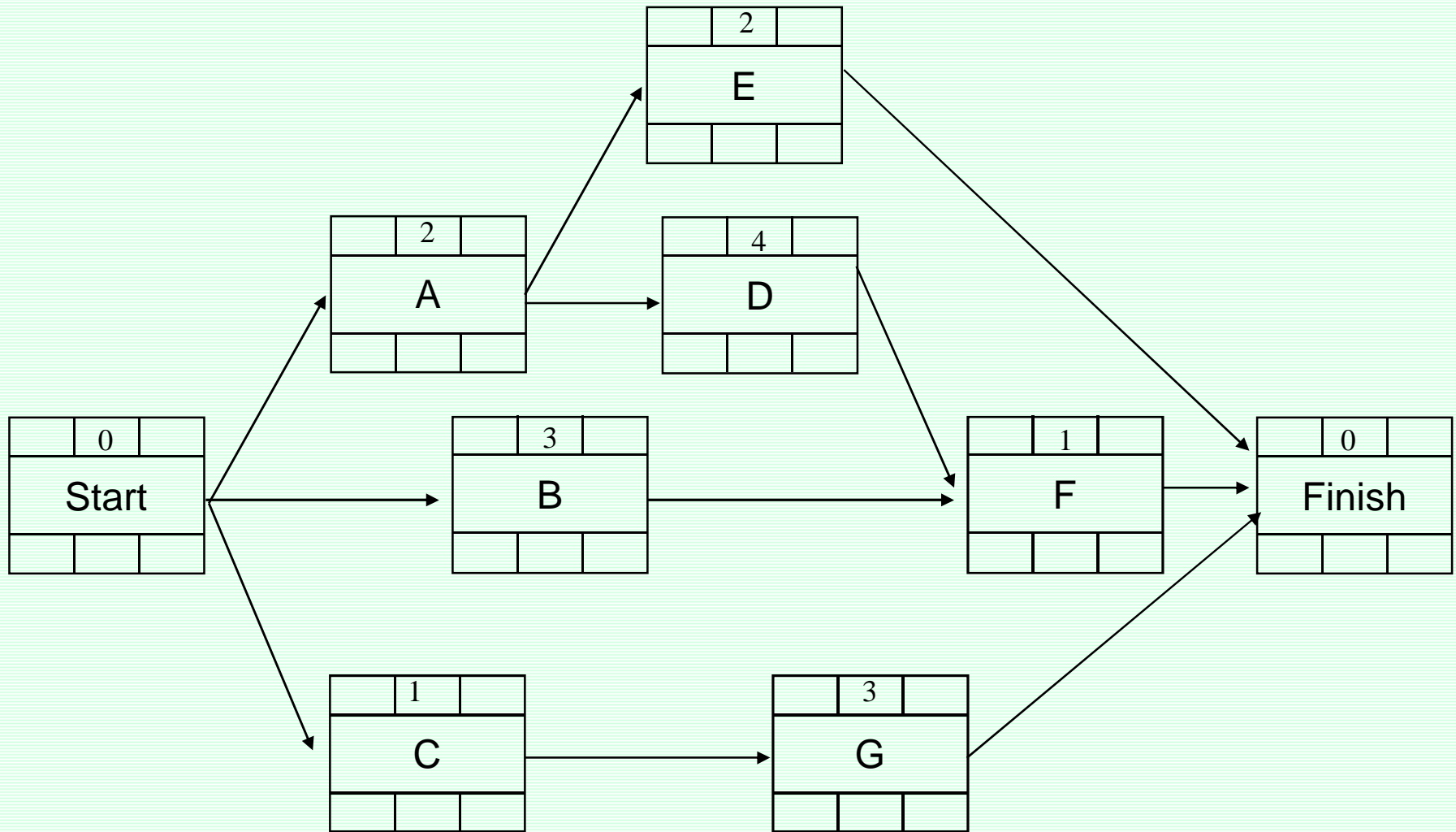
مرحله دهم : T=9

## Resource Graph





# تمرین

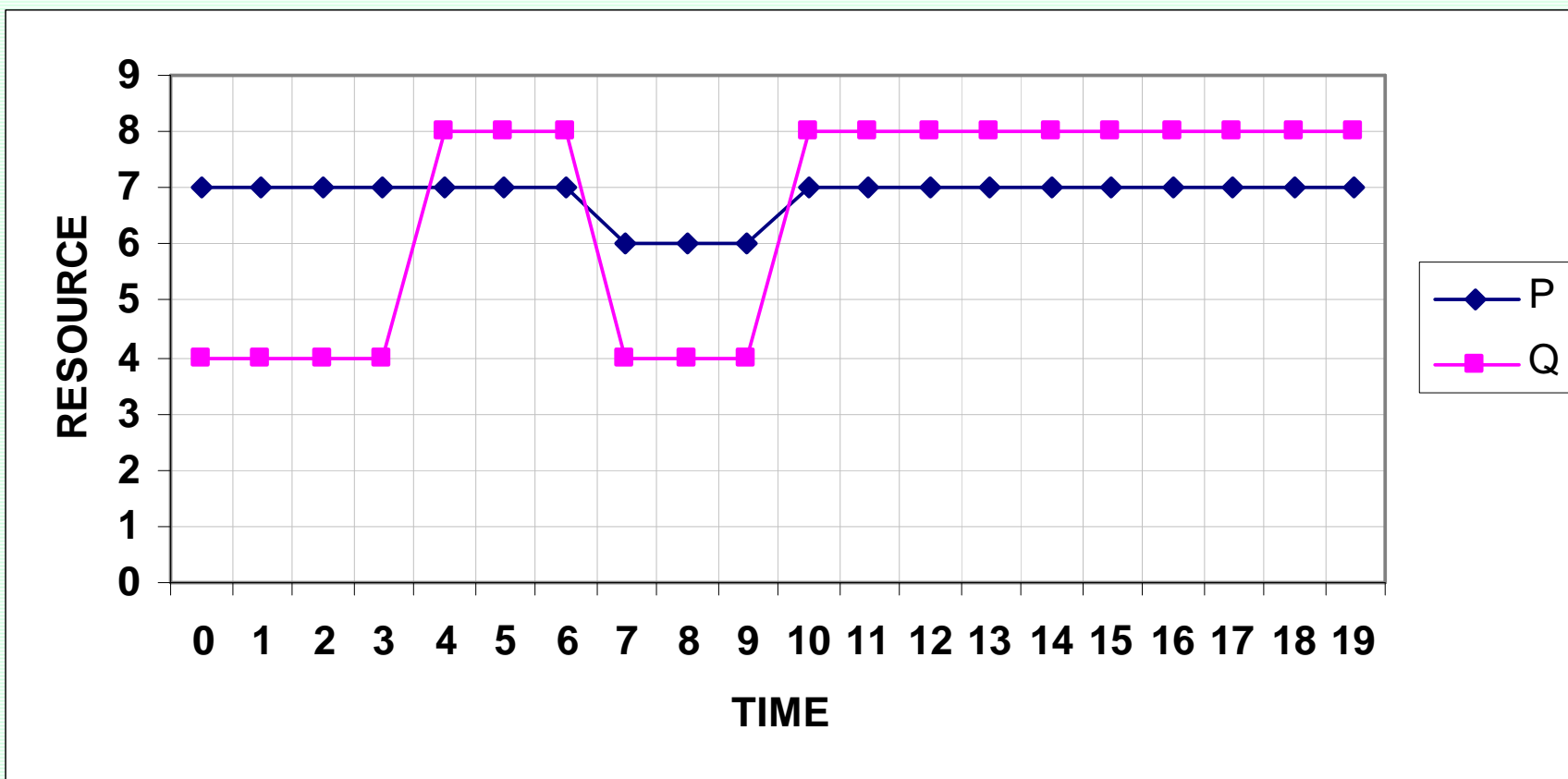


## تمرین

در این پروژه، به دو نوع منبع نیاز است ماشین آلات ویژه (منبع نوع P) و کارگر (منبع نوع Q) میزان نیاز فعالیتها به منابع در جدول زیر نشان داده شده است.

	A	B	C	D	E	F	G
P	2	4	1	2	0	3	1
Q	1	2	3	3	3	3	4

میزان منابع در دسترس

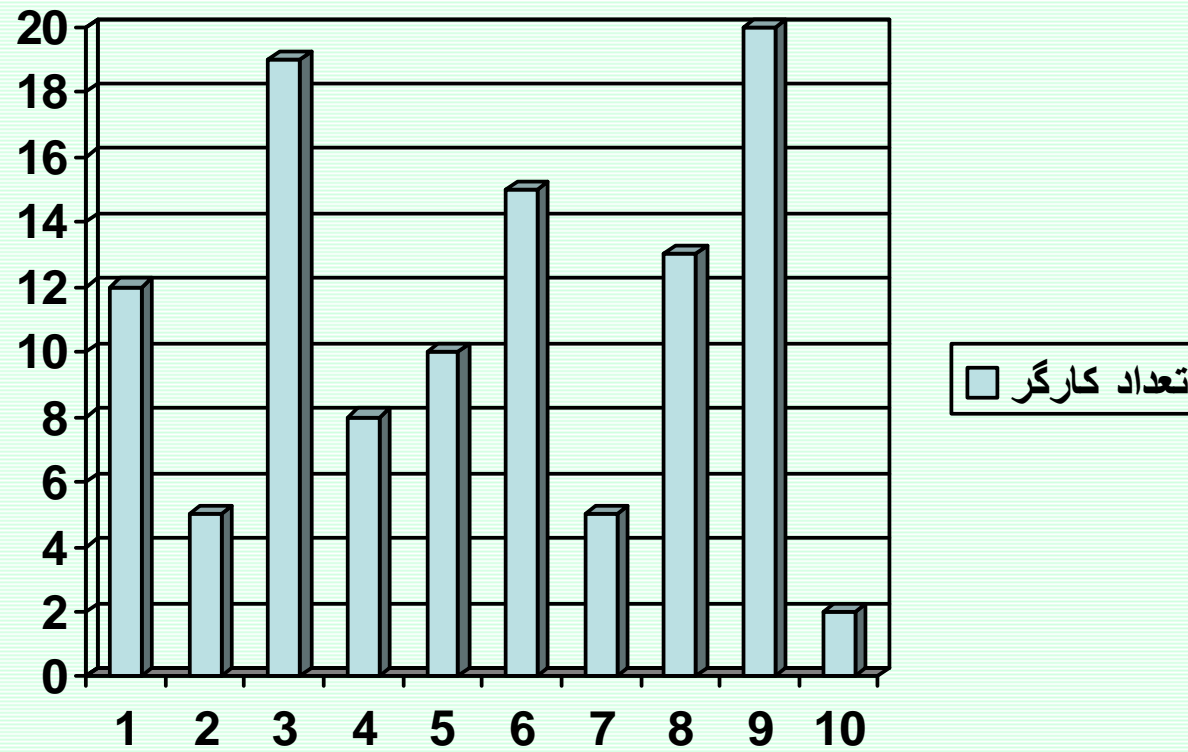


# برنامه‌ریزی منابع

ب- تخصیص منابع نامحدود (تسطیح منابع)

**Resource Leveling**

## Resource Graph



$r_t$  : تعداد منبع مورد استفاده در مقطع زمانی  $t$

$$\text{Min} \sum_{t=1}^{T_c} (r_{t+1} - r_t)^2$$

$$\text{Min} \sum_{t=1}^{T_c} (r_t)^2$$

## الگوریتم برگس (Burgess)

### قدم‌های الگوریتم:

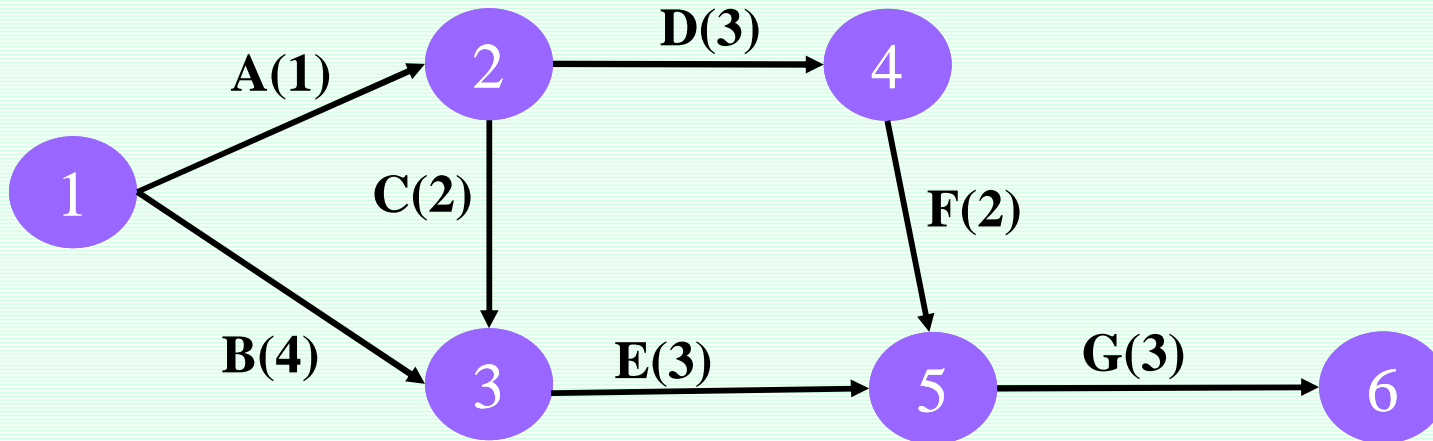
قدم 1- فعالیتها را به ترتیب شماره گره پایانی و در صورتی که دو فعالیت دارای یک گره پایانی هستند به ترتیب افزایش شماره گره شروعی از بالا به پایین در جدول قرار دهید.

قدم 2- از آخرین فعالیت (پایین لیست) شروع نموده و فعالیت را به نحوی برنامه ریزی کنید که رابطه  $z = \text{Min} \sum (r_t)^2$  در آن حداقل باشد در صورتی که این رابطه در دو یا چند وضعیت مختلف حداقل باشد وضعیت را انتخاب کنید که فعالیت از حداکثر شناوری خود استفاده کرده باشد.

قدم 3- عملیات مربوط به قدم 2 را به ترتیب برای سایر فعالیتها از پایین به بالا تکرار کنید.

قدم 4- پس از آنکه تمامی فعالیتها برنامه ریزی شدند مجدداً از پایین ترین فعالیت جدول، قدمهای 2 و 3 را برای تمامی فعالیتها تکرار می‌کنیم. این روند را آنقدر ادامه می‌دهیم تا کاهش بیشتری در تابع  $Z$  ممکن نباشد.

مثال

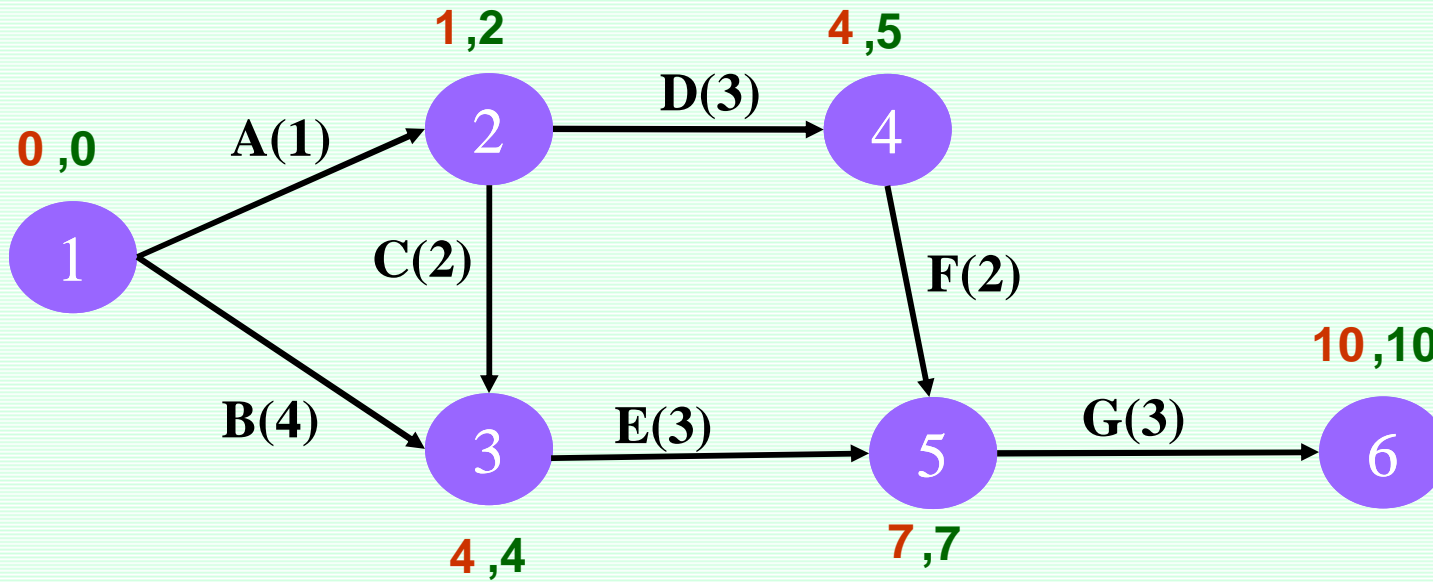


	A	B	C	D	E	F	G
تعداد کارگر	1	2	3	2	1	4	4

کارگر را بعنوان منبع نامحدود در نظر بگیرید.



## حل مسئله و اجرای الگوریتم:



ACTIVITY	ES	LS	r	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-2	0	1	1											
1-3	0	0	2											
2-3	1	2	3											
2-4	1	2	2											
3-5	4	4	1											
4-5	4	5	4											
5-6	7	7	4											
$r_t$														
$(r_t)^2$														

ACTIVITY	ES	LS	r	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1-2	0	1	1														
1-3	0	0	2														
2-3	1	2	3														
2-4	1	2	2														
3-5	4	4	1														
4-5	4	5	4														
5-6	7	7	4									<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>			
$r_t$												4	4	4			
$(r_t)^2$												16	16	16			

ACTIVITY	ES	LS	r	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-2	0	1	1											
1-3	0	0	2											
2-3	1	2	3											
2-4	1	2	2											
3-5	4	4	1											
4-5	4	5	4						4	4				
5-6	7	7	4								4	4	4	
$r_t$									4	4	4	4	4	
$(r_t)^2$									16	16	16	16	16	

ACTIVITY	ES	LS	r	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1-2	0	1	1														
1-3	0	0	2														
2-3	1	2	3														
2-4	1	2	2														
3-5	4	4	1					1	1	1							
4-5	4	5	4						4	4							
5-6	7	7	4									4	4	4			
$r_t$								1	5	5	4	4	4				
$(r_t)^2$								1	25	25	16	16	16				

ACTIVITY	ES	LS	r	T											
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1-2	0	1	1												
1-3	0	0	2												
2-3	1	2	3												
2-4	1	2	2		<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>								
3-5	4	4	1					<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>					
4-5	4	5	4						<u>4</u>	<u>4</u>					
5-6	7	7	4									<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	
$r_t$					2	2	2	1	5	5	4	4	4		
$(r_t)^2$					4	4	4	1	25	25	16	16	16		

ACTIVITY	ES	LS	r	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1-2	0	1	1														
1-3	0	0	2	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>										
2-3	1	2	3			<b>3</b>	<b>3</b>										
2-4	1	2	2		<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>										
3-5	4	4	1					<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>							
4-5	4	5	4						<b>4</b>	<b>4</b>							
5-6	7	7	4									<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>			
$r_t$				2	4	7	7	1	5	5	4	4	4				
$(r_t)^2$				4	16	49	49	1	25	25	16	16	16				

ACTIVITY	ES	LS	r	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1-2	0	1	1	<u>1</u>													
1-3	0	0	2	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>										
2-3	1	2	3			<u>3</u>	<u>3</u>										
2-4	1	2	2		<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>										
3-5	4	4	1					<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>							
4-5	4	5	4						<u>4</u>	<u>4</u>							
5-6	7	7	4									<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>			
$r_t$				3	4	7	7	1	5	5	4	4	4				
$(r_t)^2$				9	16	49	49	1	25	25	16	16	16				

**Z=222**



بررسی مجدد 1

ACTIVITY	ES	LS	r	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1-2	0	1	1	<u>1</u>													
1-3	0	0	2	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>									
2-3	1	2	3			<u>3</u>	<u>3</u>										
2-4	1	2	2		<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>										
3-5	4	4	1					<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>							
4-5	4	5	4						<u>4</u>	<u>4</u>							
5-6	7	7	4									<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>			
$r_t$				3	4	7	7	1	5	5	4	4	4				
$(r_t)^2$				9	16	49	49	1	25	25	16	16	16				

بررسی مجدد 1

ACTIVITY	ES	LS	r	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1-2	0	1	1	1													
1-3	0	0	2	2	2	2	2	2									
2-3	1	2	3			3	3										
2-4	1	2	2	2	2	2	2										
3-5	4	4	1					1	1	1							
4-5	4	5	4						4	4							
5-6	7	7	4								4	4	4				
$r_t$				3	4	7	7	1	5	5	4	4	4				
$(r_t)^2$				9	16	49	49	1	25	25	16	16	16				

بررسی مجدد 1

ACTIVITY	ES	LS	r	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1-2	0	1	1	<u>1</u>													
1-3	0	0	2	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>									
2-3	1	2	3			<u>3</u>	<u>3</u>										
2-4	1	2	2			<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>									
3-5	4	4	1					<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>							
4-5	4	5	4						<u>4</u>	<u>4</u>							
5-6	7	7	4									<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>			
$r_t$				3	2	7	7	3	5	5	4	4	4				
$(r_t)^2$				9	4	49	49	9	25	25	16	16	16				

**Z=218**

بررسی مجدد 2

ACTIVITY	ES	LS	r	T														
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				
1-2	0	1	1	<b>1</b>														
1-3	0	0	2	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>										
2-3	1	2	3			<b>3</b>	<b>3</b>											
2-4	1	2	2			<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>										
3-5	4	4	1					<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>								
4-5	4	5	4						<b>4</b>	<b>4</b>								
5-6	7	7	4									<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>				
$r_t$				3	2	7	7	3	5	5	4	4	4					
$(r_t)^2$				9	4	49	49	9	25	25	16	16	16					

بررسی مجدد 2

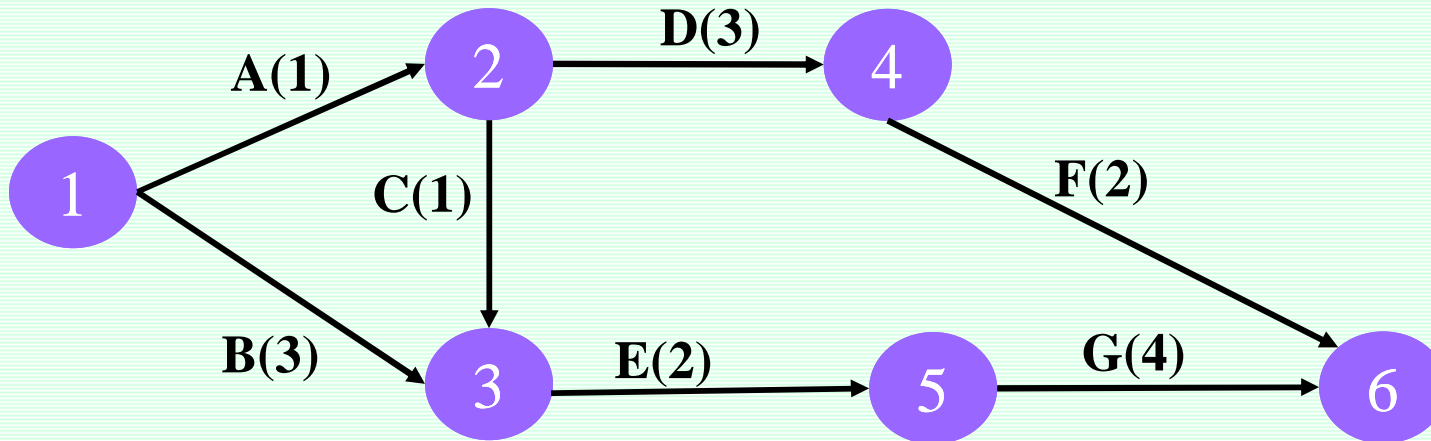
ACTIVITY	ES	LS	r	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1-2	0	1	1	1													
1-3	0	0	2	2	2	2	2	2									
2-3	1	2	3			3	3										
2-4	1	2	2			2	2	2									
3-5	4	4	1					1	1	1							
4-5	4	5	4						4	4							
5-6	7	7	4									4	4	4			
$r_t$				3	2	7	7	3	5	5	4	4	4				
$(r_t)^2$				9	4	49	49	9	25	25	16	16	16				

بررسی مجدد 2

ACTIVITY	ES	LS	r	T															
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10					
1-2	0	1	1	<u>1</u>															
1-3	0	0	2	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>											
2-3	1	2	3		<u>3</u>	<u>3</u>													
2-4	1	2	2			<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>											
3-5	4	4	1					<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>									
4-5	4	5	4						<u>4</u>	<u>4</u>									
5-6	7	7	4									<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>					
$r_t$				3	5	7	4	3	5	5	4	4	4						
$(r_t)^2$				9	25	49	16	9	25	25	16	16	16						

Z=206

## تمرین



	A	B	C	D	E	F	G
تعداد کارگر	1	3	2	2	4	3	4

کارگر را بعنوان منبع نامحدود در نظر بگیرید.

## برنامه ریزی و کنترل پروژه

جزوه شماره 5 - شبکه‌های پیشنیازی PN

استاد: امیرعباس نجفی



تعیین توالی فعالیتها (بسته‌های کاری)

**تعریف:** به فعالیت  $Y$  پیش‌نیاز (Predecessor) فعالیت  $X$  گفته می‌شود اگر انجام فعالیت  $X$  به انجام فعالیت  $Y$  وابسته باشد.



• در این صورت به فعالیت  $X$  نیز پی‌آمد (Successor) فعالیت  $Y$  اطلاق می‌شود.

### انواع ارتباط و وابستگی بین فعالیتها

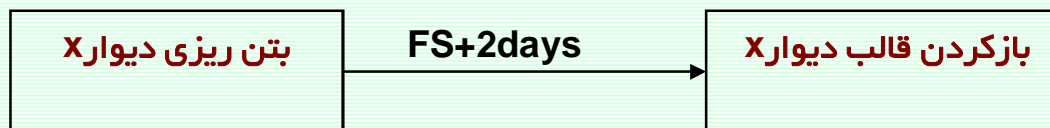
بطور کلی 4 نوع رابطه پیش‌نیازی بین فعالیتها وجود دارد:

#### 1 - پایان به شروع (FS) Finish to Start

ارتباط از فعالیتی که می‌باید خاتمه یابد به فعالیتی که می‌تواند پس از خاتمه آن شروع شود. بدین ترتیب آغاز فعالیت پی‌آمد منوط به پایان فعالیت پیش‌نیاز است.



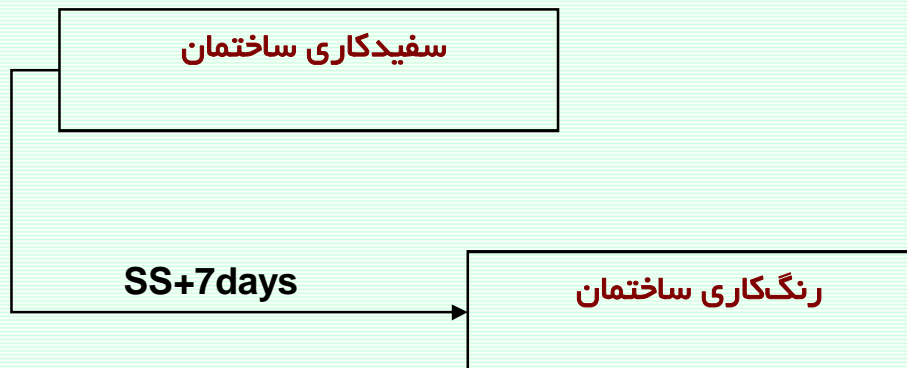
ارتباط می‌تواند همراه با یک تاخیر زمانی **Lag** باشد.



### انواع ارتباط و وابستگی بین فعالیتها

#### 2- شروع به شروع (SS) Start to Start

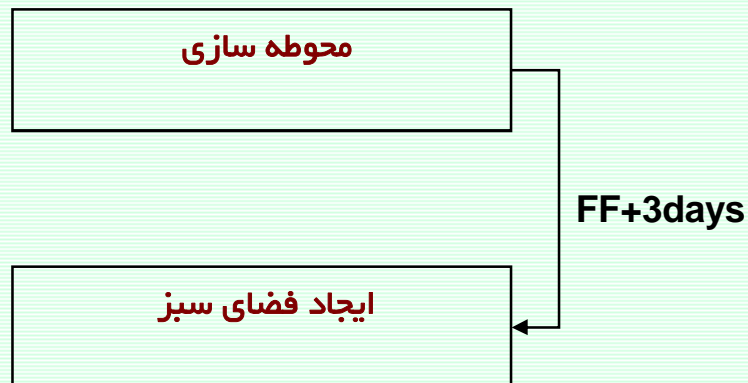
ارتباط از فعالیتی که می‌باید شروع شود به فعالیتی که می‌تواند پس از آغاز آن شروع شود. بدین ترتیب آغاز فعالیت پی‌آمد منوط به شروع فعالیت پیشیناز است.



### انواع ارتباط و وابستگی بین فعالیتها

#### 3 - پایان به پایان (FF) Finish to Finish

ارتباط از فعالیتی که می‌باید خاتمه یابد به فعالیتی که می‌تواند پس از خاتمه آن پایان پذیرد. بدین ترتیب تکمیل فعالیت پی‌آمد وابسته به پایان فعالیت پیشیاز است.



### انواع ارتباط و وابستگی بین فعالیتها

#### 4 - شروع به پایان (SF) Start to Finish

ارتباط از فعالیتی که می‌باید شروع شود به فعالیتی که می‌تواند پس از آغاز آن خاتمه یابد. بدین ترتیب تکمیل فعالیت پی‌آمد منوط به شروع فعالیت پیشیاز است.



چند مثال

$F_A F_B - 10\text{days}$

$S_A S_B + 30\text{days}$

$S_A F_B + 4\text{days}$

$F_A S_B + 8\text{days}$

$S_A S_B + 50\%$

[www.spowpowerplant.blogfa.com](http://www.spowpowerplant.blogfa.com)

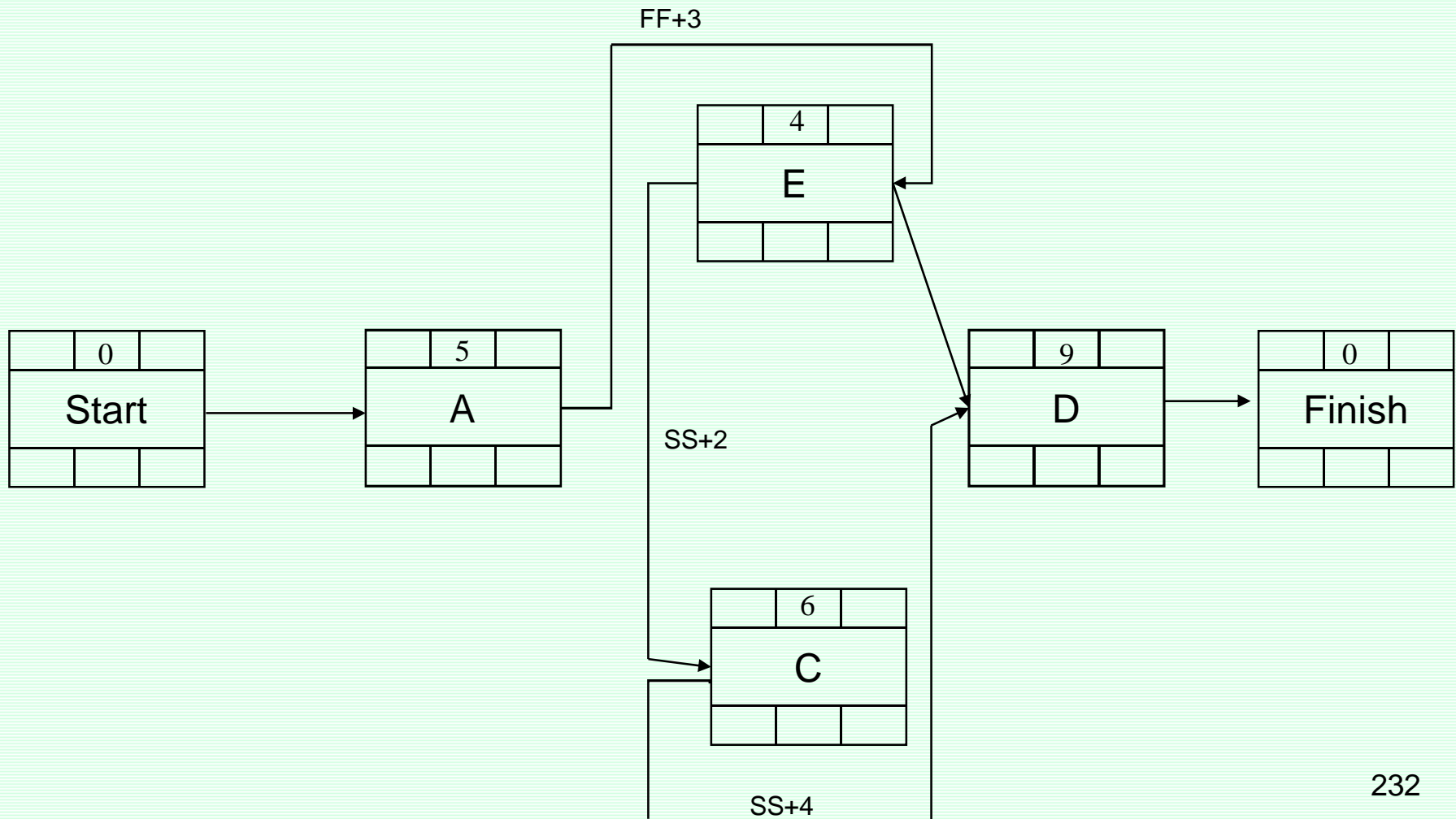
وبلاگ یک مهندس

ترسیم شبکه پیشنیازی

ترسیم شبکه پیشنیازی بصورت گرهی بوده ولیکن در بردارها، نوع روابط مشخص می شوند.

مثال:

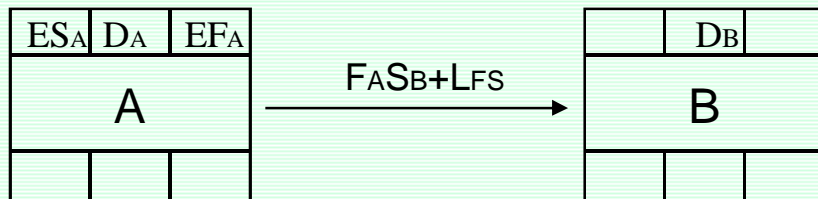
پیشنیاز	مدت	فعالیت
-	5	A
FAFB+3	4	B
SBSc+2	6	C
B;ScSD+4	9	D





محاسبات زمانبندی در شبکه پیشیازی

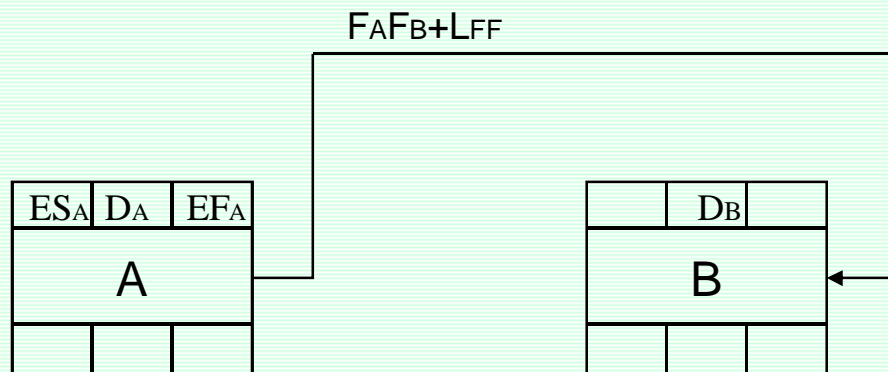
محاسبات رفت



$$ES_B = EF_A + LFS$$

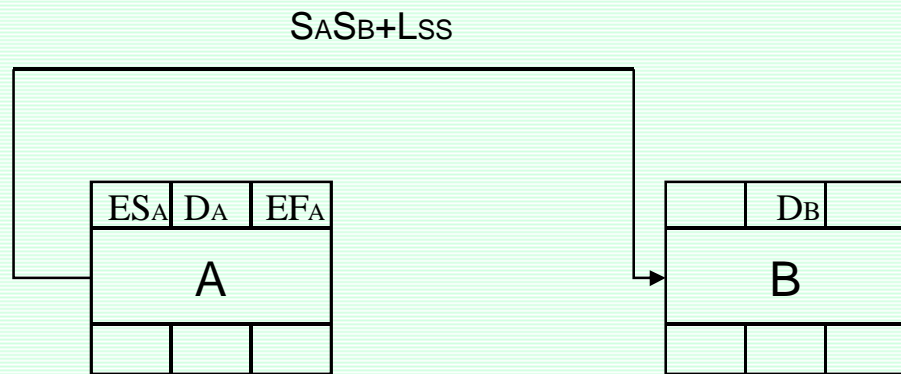
محاسبات زمانبندی در شبکه پیشنیازی

محاسبات رفت



$$ES_B = EFA + LFF - DB$$

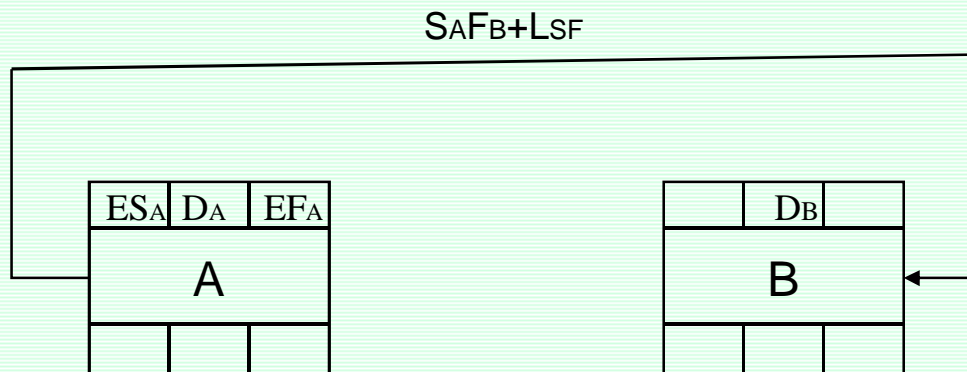
محاسبات زمانبندی در شبکه پیشنیازی



محاسبات رفت

$$ES_B = ES_B + L_{SS}$$

محاسبات زمانبندی در شبکه پیشیازی



محاسبات رفت

$$ES_B = ES_A + LSF - DA$$

زودترین زمان شروع فعالیت $i$	=	$ES_i$	(Earliest Start)
زودترین زمان پایان فعالیت $i$	=	$EF_i$	(Earliest Finish)
مدت زمان فعالیت $i$	=	$D_i$	(Duration)

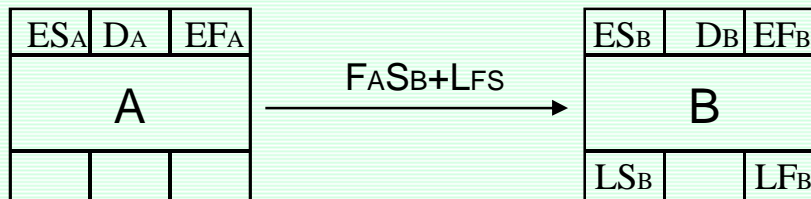
قواعد محاسبات رفت:

- 1)  $ES(\text{start}) = 0$
- 2)  $ES_i = \text{Max}\{ES_i\}$  به ازای تمامی روابط پیش نیازی فعالیت
- 3)  $EF_i = ES_i + D_i$

$EF(\text{finish})$  حداقل زمانی است که پروژه انجام می شود.

محاسبات زمانبندی در شبکه پیشنیازی

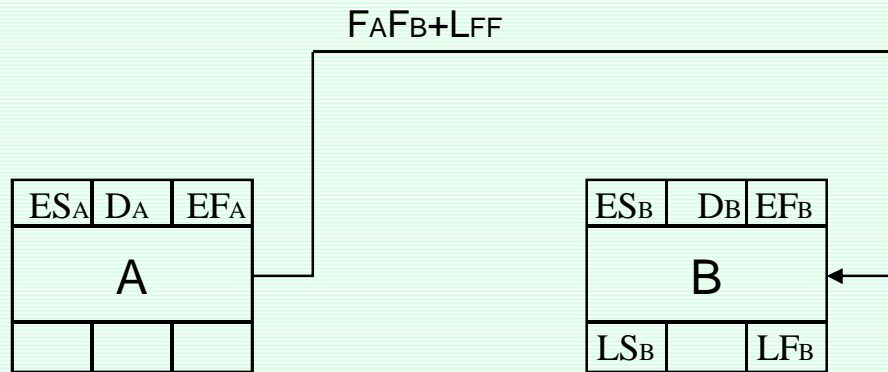
محاسبات برگشت



$$LF_A = LS_B - LFS$$

محاسبات زمانبندی در شبکه پیشنیازی

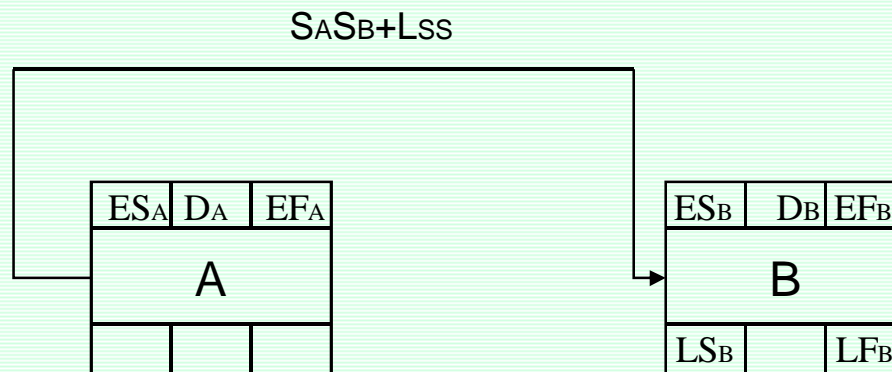
محاسبات رفت



$$LF_A = LF_B - L_{FF}$$

محاسبات زمانبندی در شبکه پیشنیازی

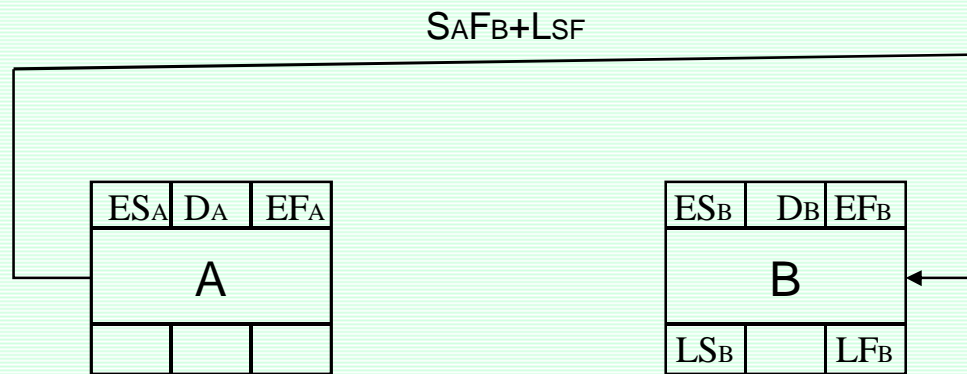
محاسبات رفت



$$LF_A = LS_B - L_{SS} + DA$$



محاسبات زمانبندی در شبکه پیشنیازی



محاسبات رفت

$$LF_A = LF_B - L_{SF} + DA$$

دیرترین زمان شروع فعالیت $i$	=	$LS_i$	(Latest Start)
دیرترین زمان پایان فعالیت $i$	=	$LF_i$	(Latest Finish)
مدت زمان فعالیت $i$	=	$D_i$	(Duration)

### قواعد محاسبات برگشت:

- 1)  $LF(\text{finish}) = EF(\text{finish})$
- 2)  $LF_i = \text{Min}\{LF_j\}$  به ازای تمامی روابط پیش نیازی فعالیت
- 3)  $LS_i = LF_i - D_i$

$EF(\text{Finish})$  می تواند عددی غیر از  $EF(\text{Finish})$  باشد (طبیعتاً" باید عددی بزرگتر از  $EF(\text{Finish})$

باشد) در این صورت ما برای اتمام پروژه مهلتی پیش از حداقل زمان پروژه تعیین کرده.

پروژه‌ای با 5 فعالیت زیر را در نظر بگیرید.

Activity	A	C	B	D	E
Duration	8	12	16	9	4

در روابط بین فعالیتها شرایط زیر حاکم است:

- 1- فعالیت B, C نمی‌توانند قبل از تکمیل فعالیت A آغاز شود.
- 2- فعالیت C بعد از شروع فعالیت B می‌تواند شروع شود اما لازم است که پایانش حداقل 2 روز بعد از پایان B باشد.
- 3- فعالیت D می‌تواند 7 روز بعد از شروع فعالیت C و 4 روز بعد از آغاز فعالیت B شروع شود ولی این فعالیت نمی‌تواند قبل از تکمیل فعالیت C پایان یابد. همچنین فعالیت D نمی‌تواند زودتر از 1 روز بعد از تکمیل B تمام شود.
- 4- حداقل 2 روز فاصله زمانی بین تکمیل D و آغاز E زمان نیاز است.

# برنامه ریزی و کنترل پروژه

جزوه شماره 6 - PERT

استاد: امیرعباس نجفی

تکنیکهای اولیهٔ زمانبندی پروژه در اواخر دههٔ 1950 میلادی ابداع شدند. اولین روش نظام مند که در جهت زمانبندی پروژه با هدف بهینگی توسعه داده شد، روش مسیر بحرانی [1] می باشد. این روش که تجزیه و تحلیل مسیر بحرانی نیز نام دارد [2] نتیجهٔ همکاری دوپونت [3] و رمینگتون رند [4] در سال 1957 میلادی است. در این روش مدت انجام فعالیتها به صورت یک مقدار عددی تخمین زده می شود و فرض می شود که تغییرات این مدت بسیار ناچیز و قابل چشم پوشی است. این شرایط در پروژه هایی عینیت دارد که سابقاً نمونه ای شبیه به آنها اجرا شده و یا تجاربی از مدت اجرای فعالیتها در دست باشد.

همزمان با معرفی روش مسیر بحرانی در زمانبندی پروژه ها، نیروی دریایی ایالات متحده با همکاری مشاوران مدیریت بوز آلن همیلتون [5] و همینطور شرکت هواپیماسازی لاکهید [6]، تکنیک ارزیابی و مرور پروژه [7] را در زمانبندی پروژهٔ زیردریایی پولاریس ارایه کرد. موفقیت این روش در زمانبندی پروژهٔ پولاریس به گسترش استفاده از این روش در سالهای بعد منتهی شد. کاربرد اصلی روش ارزیابی و مرور برنامه در پروژه هایی است که عدم قطعیت در مدت انجام فعالیتها وجود دارد و نمی توان از یک مقدار عددی ثابت برای تخمین زمان انجام فعالیتها استفاده کرد.

[1] Critical Path Method (CPM)

[2] Critical Path Analysis (CPA)

[3] De Pont

[4] Remington Rand

[5] Booz-Allen Hamilton

[6] Lockheed Corporation

[7] Project Evaluation & Review Technique (PERT)

مثال

فعالیت طراحی موتور جدید در یک پروژه تحقیقاتی .

از 10 نفر کارشناس مربوطه در خصوص مدت زمان فعالیت نظرخواهی شده و اطلاعات زیر حاصل شده است.

درصد کارشناسان دارای نظر	تعداد کارشناس دارای نظر	مدت زمان فعالیت (ماه)
10/0	1	1
20/0	2	2
50/0	5	3
10/0	1	5
10/0	1	6

میانگین مدت زمان =  $1/3$

واریانس مدت زمان =  $89/1$

## استفاده از تخمین سه زمانه

در روش PERT غالباً از 3 تخمین برای مدت زمان فعالیت استفاده می‌کنند:

### زمان خوش بینانه (a) Optimistic Time :

تعداد کمی از کارشناسان این حدس را زده‌اند و این تعداد با دید خوشبینانه زمان را پیش بینی کرده‌اند. و این زمان کمترین مقدار است.

### زمان محتمل (m) Most Likely Time :

زمانی که بیشترین تعداد کارشناسان این حدس را زده‌اند و یا در بیشتر مواقع زمان انجام فعالیت این باشد.

### زمان بد بینانه (b) Pessimistic Time :

تعداد کمی از کارشناسان این حدس را زده‌اند و این تعداد با دید بدبینانه زمان را پیش بینی کرده‌اند. و این زمان کمترین مقدار است.

مثال

فعالیت طراحی موتور جدید در یک پروژه تحقیقاتی .

از 10 نفر کارشناس مربوطه در خصوص مدت زمان فعالیت نظرخواهی شده و اطلاعات زیر حاصل شده است.

درصد کارشناسان دارای نظر	تعداد کارشناس دارای نظر	مدت زمان فعالیت (ماه)	
10/0	1	1	a=1
20/0	2	2	
50/0	5	3	m=3
10/0	1	5	
10/0	1	6	b=6



فرمولهای تقریب میانگین و واریانس فعالیتها

میانگین مدت زمان فعالیت  $E(D) = (a+4m+b)/6$

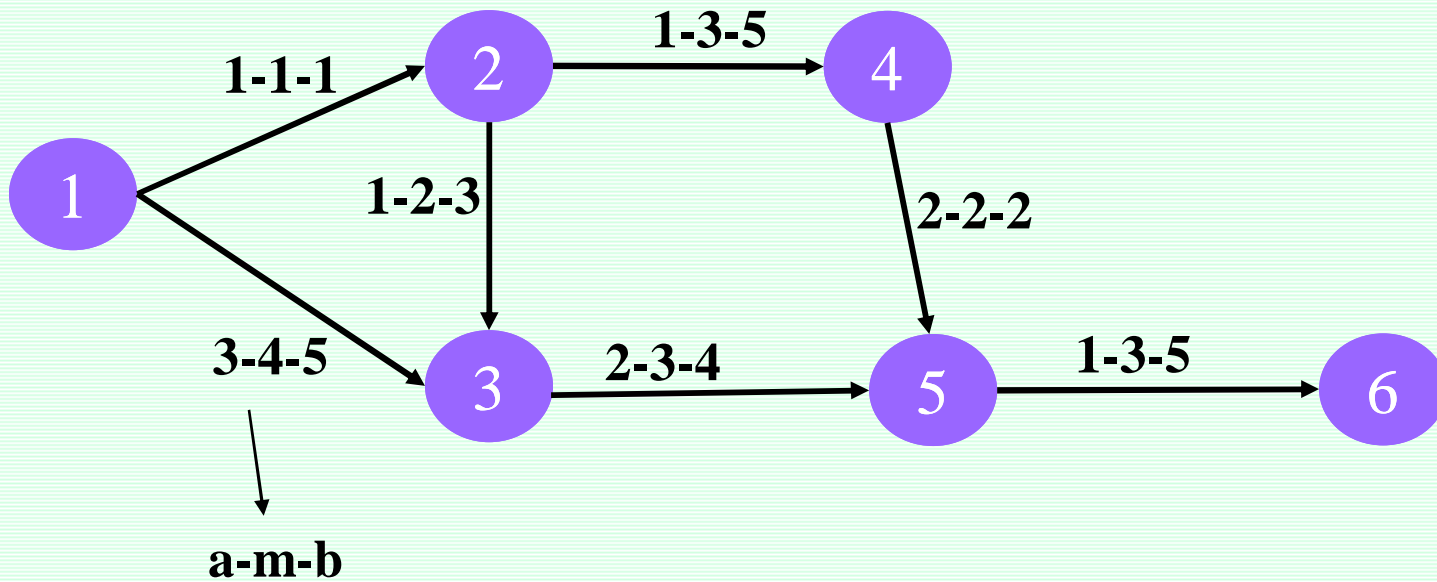
واریانس مدت زمان فعالیت  $Var(D) = [(b-a)/6]^2$  سیستم بازه 0% تا 100%

$Var(D) = [(b-a)/3.2]^2$  سیستم بازه 5% تا 95%

محاسبات زمانبندی در PERT

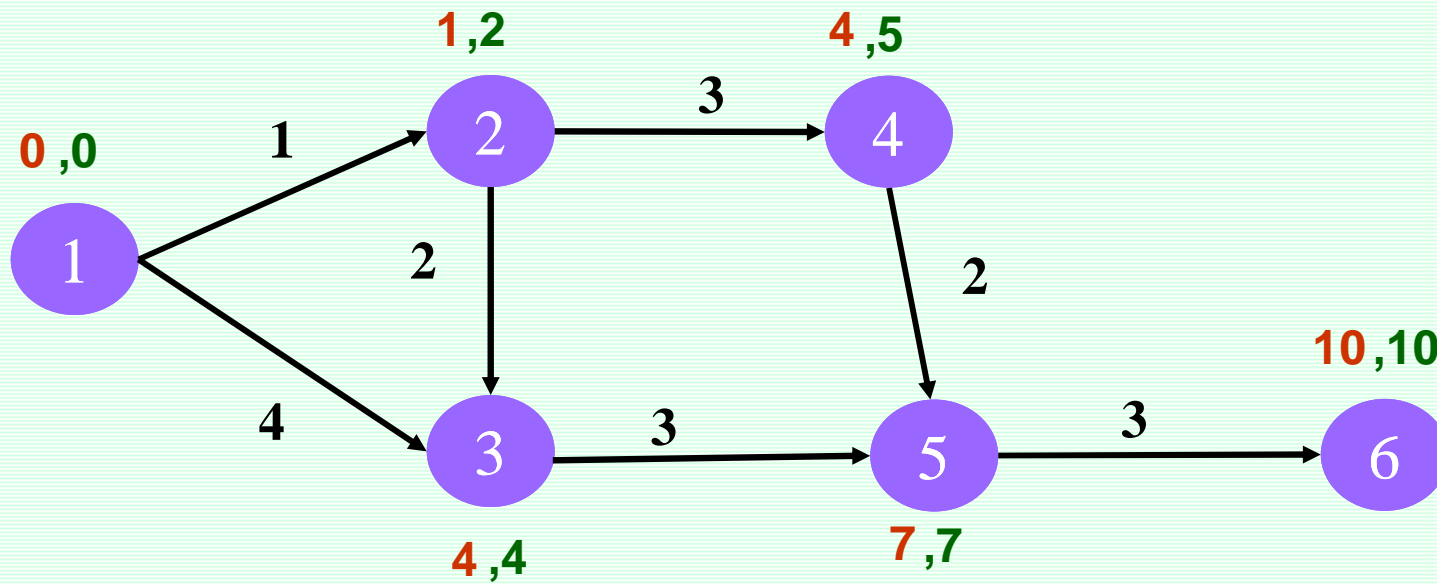
- گام اول در محاسبات PERT محاسبه میانگین و انحراف معیار فعالیتهاست.
- گام دوم محاسبات رفت و برگشت با استفاده از میانگین زمان فعالیتهاست.
- گام سوم تشخیص مسیر بحرانی است.
- گام چهارم انجام تحلیل ها می باشد.

مثال

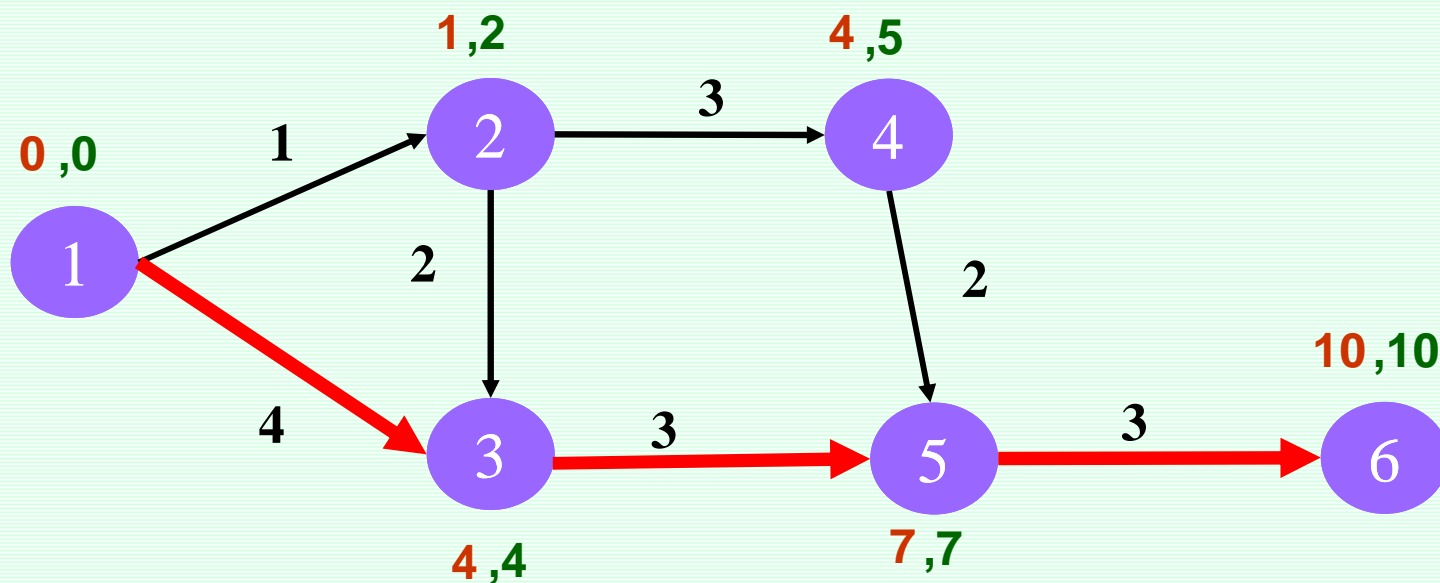


سیستم بازه 0% تا 100%

فعالیت	1-2	1-3	2-3	2-4	3-5	4-5	5-6
میانگین مدت زمان	1	4	2	3	3	2	3
واریانس مدت زمان	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$	0	$\frac{4}{9}$



تشخیص مسیر بحرانی



مسیرهای بحرانی شامل فعالیت‌های 1-3 و 3-5 و 5-6 می‌باشد.

مدت زمان اجرای پروژه برابر است با مجموع فعالیت‌های مسیر بحرانی. اگر  $T$  برابر مدت زمان اجرای پروژه تعریف شود می‌توان گفت که  $T$  برابر مدت زمان مسیر بحرانی است یا به عبارتی  $T$  برابر مجموع مدت زمان فعالیت‌های مسیر بحرانی است و چون زمان فعالیت‌ها متغیر تصادفی (احتمالی) می‌باشد و مدت زمان آنها از هم مستقل است طبق قضیه حد مرکزی  $T$  دارای توزیع نرمال با میانگین زمان مسیر بحرانی و واریانس برابر مجموع واریانس‌های فعالیت‌های مسیر بحرانی است.

$$T = D(1-3) + D(3-5) + D(5-6)$$

$$E[T] = E[D(1-3)] + E[D(3-5)] + E[D(5-6)]$$

$$E[T] = 4 + 3 + 3 = 10$$

$$\text{Var}[T] = \text{Var}[D(1-3)] + \text{Var}[D(3-5)] + \text{Var}[D(5-6)]$$

$$\begin{aligned} \text{Var}[T] &= \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9} \\ &= \frac{6}{9} \end{aligned}$$

$$T \sim N\left(10, \frac{6}{9}\right)$$



$$P(T \leq H) = P\left(Z \leq \frac{H - E(D)}{\sqrt{\text{Var}(D)}}\right)$$

با چه احتمالی پروژه در کمتر از 11 روز به اتمام میرسد؟

$$P(T \leq 11) = P\left(Z \leq \frac{11-10}{\sqrt{\frac{6}{9}}}\right) = P(Z \leq 1.5) = 0.93$$

[www.spowpowerplant.blogfa.com](http://www.spowpowerplant.blogfa.com)

وبلاگ یک مهندس

با چه احتمالی پروژه بین 9 تا 11 روز به اتمام میرسد؟

$$P(9 \leq T \leq 11) = P\left(\frac{9-10}{\sqrt{\frac{6}{9}}} \leq Z \leq \frac{11-10}{\sqrt{\frac{6}{9}}}\right) = P(-1.5 \leq Z \leq 1.5)$$

$$= P(Z \leq 1.5) - P(Z \leq -1.5) = 0.93 - 0.07 = 0.86$$

زمانی که به احتمال 90 درصد پروژه قبل از آن به اتمام رسیده است؟

$$P(T \leq H) = P\left(Z \leq \frac{H-10}{\sqrt{\frac{4}{9}}}\right) = 0.90$$

$$\frac{H-10}{\sqrt{\frac{4}{9}}} = 1.28 \quad \Rightarrow \quad H=10.85$$

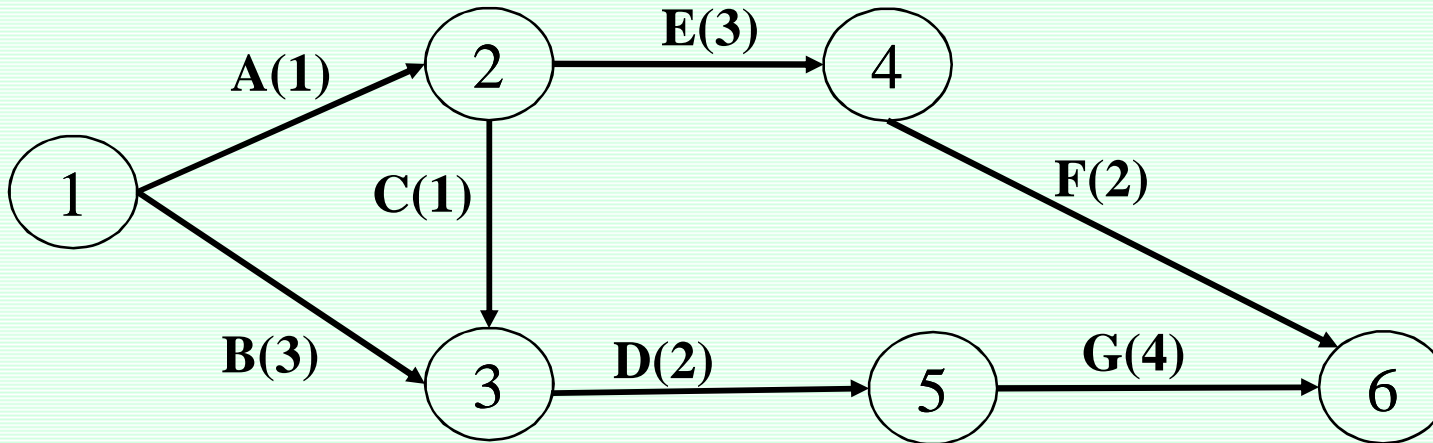
سایر موارد

خطا در محاسبات PERT

شبیه سازی مونت کارلو در PERT

GERT

## تمرین



	A	B	C	D	E	F	G
تعداد کارگر	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>

کارگر را بعنوان منبع نامحدود در نظر بگیرید.

ACTIVITY	ES	LS	r	T										
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-2	0	1	1											
1-3	0	0	3											
2-3	1	2	2											
2-4	1	4	2											
3-5	3	3	4											
4-6	4	7	3											
5-6	5	5	4						<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		
$r_t$									4	4	4	4		
$(r_t)^2$									16	16	16	16		

ACTIVITY	ES	LS	r	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1-2	0	1	1														
1-3	0	0	3														
2-3	1	2	2														
2-4	1	4	2														
3-5	3	3	4														
4-6	4	7	3					<b>3</b>	<b>3</b>								
5-6	5	5	4						<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>				
$r_t$								3	7	4	4	4					
$(r_t)^2$								9	49	16	16	16					



ACTIVITY	ES	LS	r	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1-2	0	1	1														
1-3	0	0	3														
2-3	1	2	2														
2-4	1	4	2														
3-5	3	3	4				<b>4</b>	<b>4</b>									
4-6	4	7	3					<b>3</b>	<b>3</b>								
5-6	5	5	4						<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>				
$r_t$							4	7	7	4	4	4					
$(r_t)^2$							16	49	49	16	16	16					

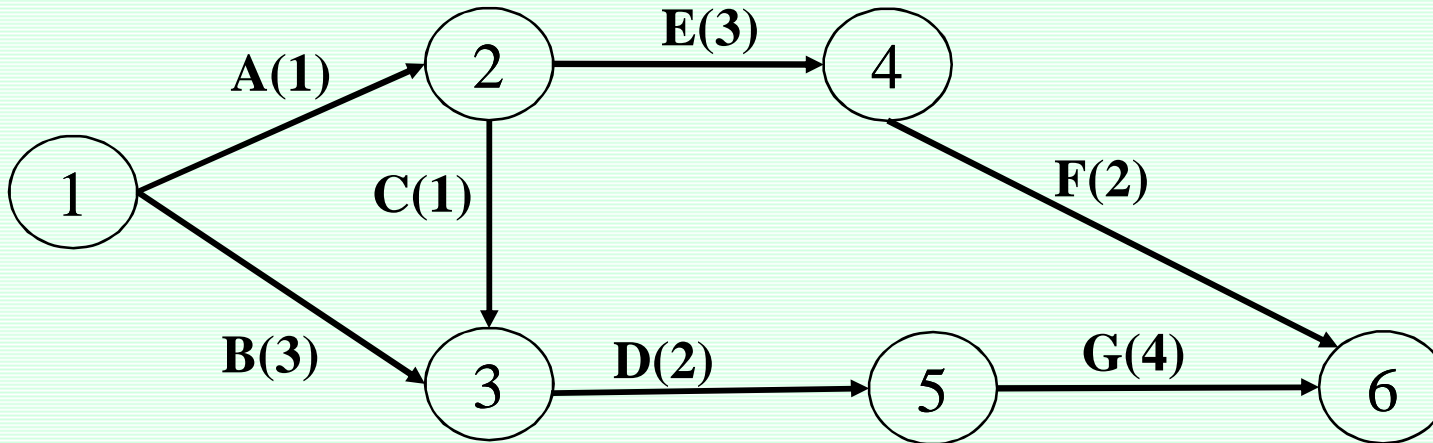
ACTIVITY	ES	LS	r	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1-2	0	1	1														
1-3	0	0	3														
2-3	1	2	2														
2-4	1	4	2		<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>										
3-5	3	3	4				<u>4</u>	<u>4</u>									
4-6	4	7	3					<u>3</u>	<u>3</u>								
5-6	5	5	4						<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>				
$r_t$					2	2	6	7	7	4	4	4					
$(r_t)^2$					4	4	36	49	49	16	16	16					

ACTIVITY	ES	LS	r	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1-2	0	1	1														
1-3	0	0	3														
2-3	1	2	2			<u>2</u>											
2-4	1	4	2		<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>										
3-5	3	3	4				<u>4</u>	<u>4</u>									
4-6	4	7	3					<u>3</u>	<u>3</u>								
5-6	5	5	4						<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>			
$r_t$					2	4	6	7	7	4	4	4					
$(r_t)^2$					4	16	36	49	49	16	16	16					

ACTIVITY	ES	LS	r	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1-2	0	1	1														
1-3	0	0	3	<del>3</del>	<del>3</del>	<del>3</del>											
2-3	1	2	2			<del>2</del>											
2-4	1	4	2		<del>2</del>	<del>2</del>	<del>2</del>										
3-5	3	3	4				<del>4</del>	<del>4</del>									
4-6	4	7	3					<del>3</del>	<del>3</del>								
5-6	5	5	4						<del>4</del>	<del>4</del>	<del>4</del>	<del>4</del>					
$r_t$				3	5	8	6	7	7	4	4	4					
$(r_t)^2$				9	25	64	36	49	49	16	16	16					

ACTIVITY	ES	LS	r	T																
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10						
1-2	0	1	1	<u>1</u>																
1-3	0	0	3	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>													
2-3	1	2	2			<u>2</u>	<u>2</u>													
2-4	1	4	2		<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>												
3-5	3	3	4				<u>4</u>	<u>4</u>												
4-6	4	7	3					<u>3</u>	<u>3</u>											
5-6	5	5	4						<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>						
$r_t$				4	5	8	6	7	7	4	4	4								
$(r_t)^2$				16	25	64	36	49	49	16	16	16								

## تمرین



	A	B	C	D	E	F	G
تعداد کارگر	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>

کارگر را بعنوان منبع نامحدود در نظر بگیرید.

ACTIVITY	ES	LS	r	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1-2	0	1	1														
1-3	0	0	3														
2-3	1	2	2														
2-4	1	4	2														
3-5	3	3	4														
4-6	4	7	3														
5-6	5	5	4							<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>				
$r_t$										4	4	4	4				
$(r_t)^2$										16	16	16	16				

ACTIVITY	ES	LS	r	T														
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				
1-2	0	1	1															
1-3	0	0	3															
2-3	1	2	2															
2-4	1	4	2															
3-5	3	3	4															
4-6	4	7	3						<b>3</b>	<b>3</b>								
5-6	5	5	4							<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>				
$r_t$									3	7	4	4	4					
$(r_t)^2$									9	49	16	16	16					



ACTIVITY	ES	LS	r	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1-2	0	1	1														
1-3	0	0	3														
2-3	1	2	2														
2-4	1	4	2														
3-5	3	3	4				<u>4</u>	<u>4</u>									
4-6	4	7	3					<u>3</u>	<u>3</u>								
5-6	5	5	4						<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>				
$r_t$							4	7	7	4	4	4					
$(r_t)^2$							16	49	49	16	16	16					

ACTIVITY	ES	LS	r	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1-2	0	1	1														
1-3	0	0	3														
2-3	1	2	2														
2-4	1	4	2		<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>										
3-5	3	3	4				<u>4</u>	<u>4</u>									
4-6	4	7	3					<u>3</u>	<u>3</u>								
5-6	5	5	4						<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>			
$r_t$					2	2	6	7	7	4	4	4					
$(r_t)^2$					4	4	36	49	49	16	16	16					

ACTIVITY	ES	LS	r	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1-2	0	1	1														
1-3	0	0	3														
2-3	1	2	2			<u>2</u>											
2-4	1	4	2		<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>										
3-5	3	3	4				<u>4</u>	<u>4</u>									
4-6	4	7	3					<u>3</u>	<u>3</u>								
5-6	5	5	4						<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>				
$r_t$					2	4	6	7	7	4	4	4					
$(r_t)^2$					4	16	36	49	49	16	16	16					

ACTIVITY	ES	LS	r	T														
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				
1-2	0	1	1															
1-3	0	0	3	<del>3</del>	<del>3</del>	<del>3</del>												
2-3	1	2	2			<del>2</del>												
2-4	1	4	2		<del>2</del>	<del>2</del>	<del>2</del>											
3-5	3	3	4				<del>4</del>	<del>4</del>										
4-6	4	7	3					<del>3</del>	<del>3</del>									
5-6	5	5	4						<del>4</del>	<del>4</del>	<del>4</del>	<del>4</del>	<del>4</del>	<del>4</del>	<del>4</del>	<del>4</del>	<del>4</del>	<del>4</del>
$r_t$				3	5	8	6	7	7	4	4	4						
$(r_t)^2$				9	25	64	36	49	49	16	16	16						

ACTIVITY	ES	LS	r	T													
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1-2	0	1	1	<u>1</u>													
1-3	0	0	3	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>											
2-3	1	2	2			<u>2</u>											
2-4	1	4	2		<u>2</u>	<u>2</u>	<u>2</u>										
3-5	3	3	4				<u>4</u>	<u>4</u>									
4-6	4	7	3					<u>3</u>	<u>3</u>								
5-6	5	5	4						<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>					
$r_t$				4	5	8	6	7	7	4	4	4					
$(r_t)^2$				16	25	64	36	49	49	16	16	16					