خط کوتاه : $A = D = 1 \quad B = Z \quad C = 0$

خط متوسط :
$$\begin{cases} \pi \text{ مدل}: A = D = 1 + \frac{ZY}{2} \quad B = Z \quad C = Y\left(1 + \frac{ZY}{2}\right) \\ T \text{ مدل}: A = D = 1 + \frac{ZY}{2} \quad B = Z\left(1 + \frac{ZY}{4}\right) \quad C = Y \end{cases}$$

خط طویل : $A = D = \cosh \gamma l \quad B = Z_c \sinh \gamma l \quad C = \frac{1}{Z_c} \sinh \gamma l$

امپدانس مشخصه $Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{Z \cdot l}{Y \cdot l}}$

$$\gamma = \underbrace{\sqrt{ZY}}_{\text{در واحد طول}} \rightarrow \gamma l = \underbrace{\sqrt{ZY}}_{\text{کل خط}}$$

$\gamma l = \alpha l + j\beta l$

$\gamma = \alpha + j\beta$

$$\cosh(\alpha l + j\beta l) = \cosh \alpha l \cos \beta l + j \sinh \alpha l \sin \beta l$$

$$\sinh(\alpha l + j\beta l) = \sinh \alpha l \cos \beta l + j \cosh \alpha l \sin \beta l$$

در بعضی موارد $\alpha = 0$ قرار می‌دهیم یعنی خط را بدون تلفات فرض می‌کنیم.

$$\left.\begin{matrix} \gamma = \sqrt{z \cdot y} = \sqrt{(r + jL\omega)\, jC\omega} \\ r = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \gamma = j\omega\sqrt{LC} = 0 + j\beta \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = 2\pi f \sqrt{LC} \end{cases}$$

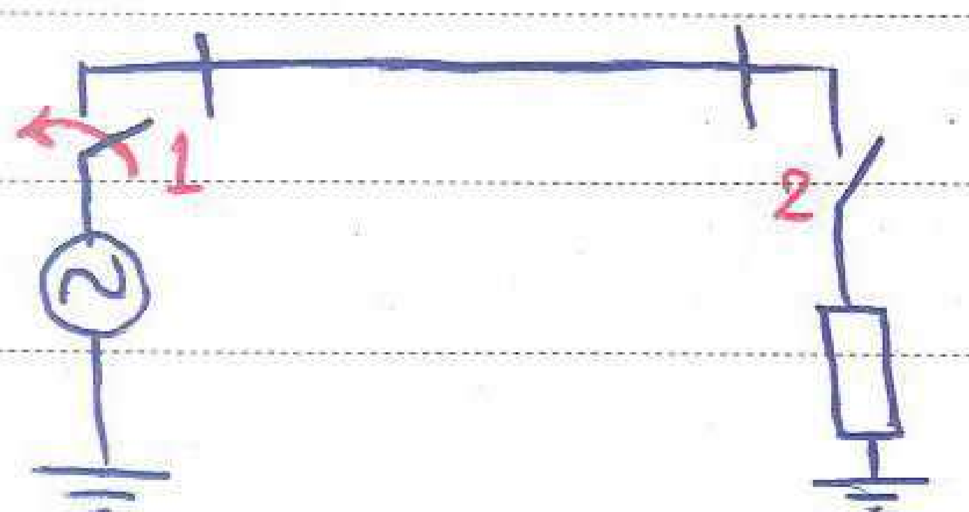
$Z_c = \sqrt{\frac{r + jL\omega}{jC\omega}} \xrightarrow{r = 0} \sqrt{\frac{L}{C}}$ : عدد حقیقی

وقتی در $Z_c$ از r خط صرف‌نظر شود به $Z_c$ امپدانس موجی می‌گویند.

$$V_S = AV_R + BI_R = V_R\cos\beta l + jZ_c\sin\beta l\, I_R$$
$$I_S = V_R\frac{1}{Z_c}j\sin\beta l + I_R\cos\beta l$$
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & jZ_c\sin\theta \\ \frac{j}{Z_c}\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

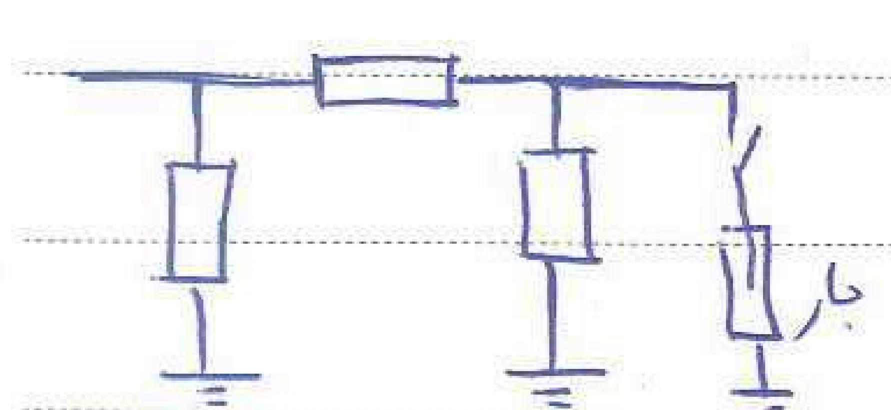
بنابراین ماتریس را ساده‌تر کرده‌ایم.

## Ferranti Effect: اثر فرانتی:




کلید ۱ را می‌بندیم و کلید ۲ را باز می‌گذاریم. در این حالت ولتاژ انتهای خط بسیار بزرگتر از ولتاژ ابتدای خط می‌گردد، یعنی: $V_R >> V_S$

$$\left.\begin{array}{l} V_S = AV_R + BI_R \\ I_R = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow V_S = AV_R \Rightarrow |V_R| = \frac{|V_S|}{|A|}$$
$$\left.\begin{array}{l} I_S = CV_R + DI_R \\ I_R = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow I_S = CV_R$$
$$\Rightarrow I_S = \frac{C\,|V_S|}{|A|} \Rightarrow I_S = \frac{C}{A}V_S$$

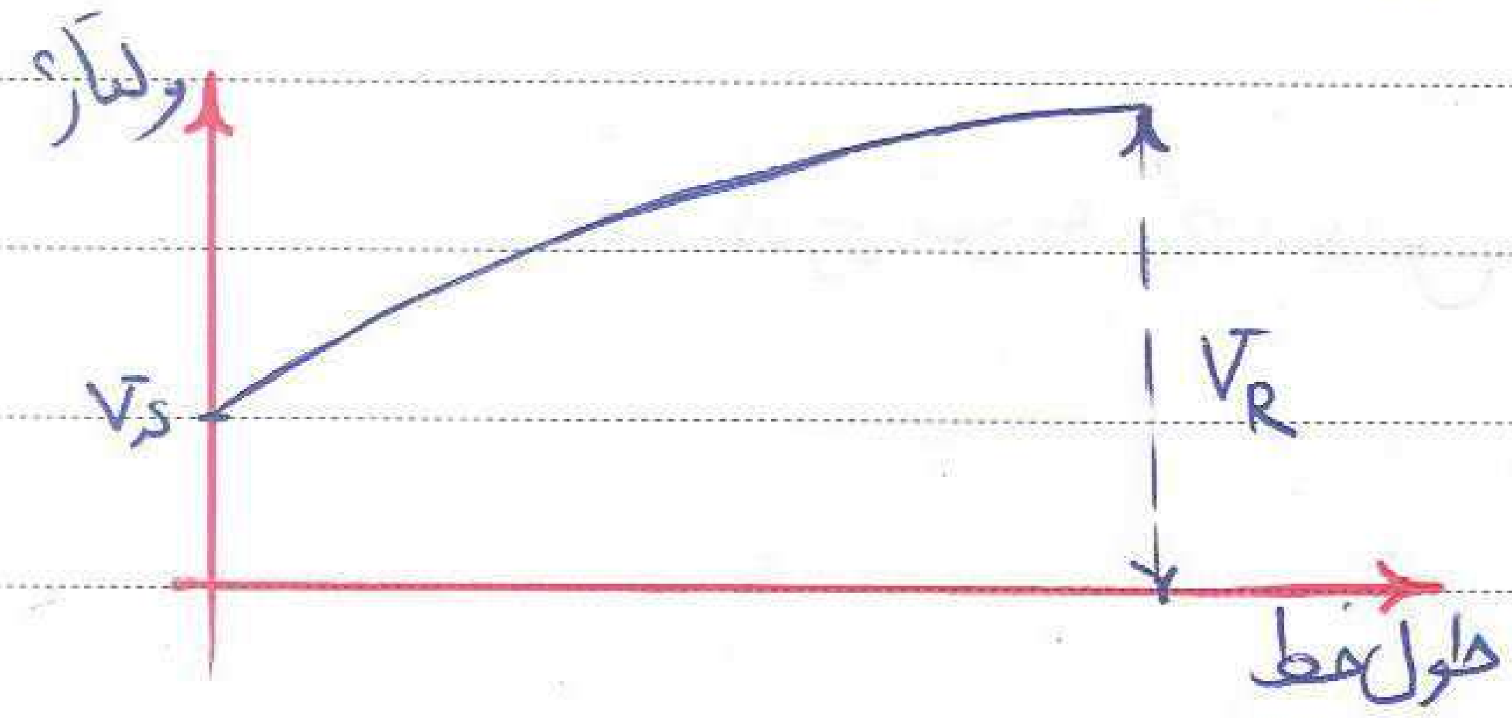



با توجه به مدل π می‌توان جریان $I_S$ را به صورت مقابل بدست آورد.

اگر خط کوتاه داشته باشیم آنگاه $A = 1$ اما با افزایش طول خط A کم می‌شود.

$$\beta = 2\pi f\sqrt{LC} \xrightarrow{\text{سرانگشتی}} 0/06\ \frac{deg}{km}$$

بنابراین در یک خط 1000 km، زاویه‌ی β برابر با 60° می‌گردد و این یعنی ولتاژ انتهای خط دو برابر ولتاژ ابتدای آن است. با توجه به اینکه از تلفات صرف‌نظر کرده‌ایم، ولتاژ انتها اندکی کمتر از دو برابر خواهد بود.



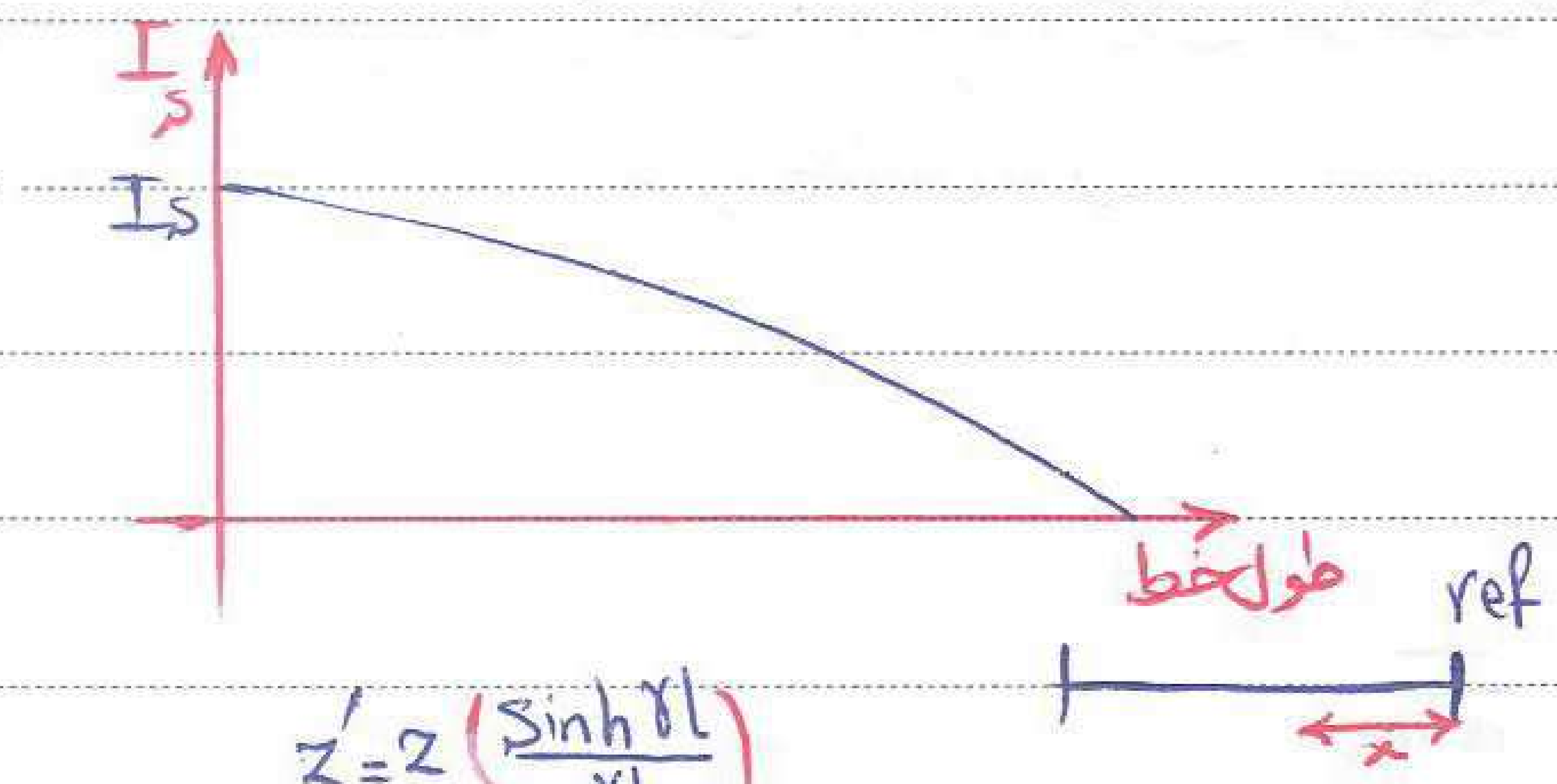

$$V_R = \frac{V_S}{\cos\beta l}$$

به اثر فوق، اثر فرانتی می‌گویند.

* جریان کشیده شده از ولتاژ ۹۰° جلوتر است پس جریان خازنی برده و توان جذب شده توسط منبع توانی و کشیده شده از خط، توانی راکتیو است.

$$I_S = j\frac{V_R}{Z_c}\sin\beta l$$

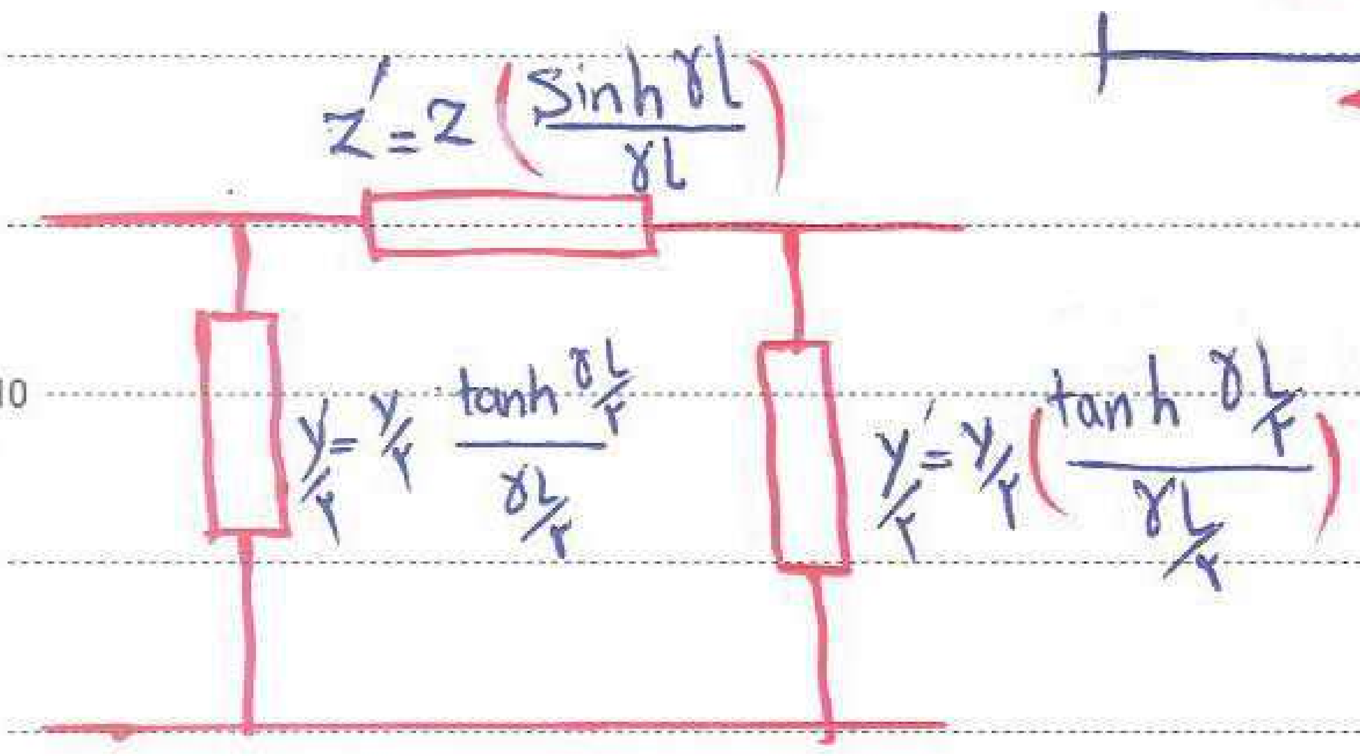
$$I_S = j\frac{V_S}{Z_c\cos\beta l}\sin\beta l \Rightarrow I_S = j\frac{V_S}{Z_c}\tan\beta l$$




* مرجع مکان انتهای خط است بنابراین برای بدست آوردن جریان در یک نقطه به فاصله $x$ از انتهای خط، به صورت مقابل است:

$$I_x = j\frac{V_S}{Z_c}\tanh\beta x$$

مدل π برای خط طویل:




هرچه مقدار $\gamma l$ کوچکتر شود آنگاه $\sinh\gamma l$ به $\gamma l$ نزدیک می شود، خط طویل به سمت خط متوسط می رود.

$$\left.\begin{array}{l} \text{خط متوسط} \longrightarrow V_S = \left(1+\frac{ZY}{2}\right)V_R + Z I_R \\ \text{خط طویل} \longrightarrow V_S = \cosh\gamma l\, V_R + Z_c \sinh\gamma l\, I_R \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 1+\frac{ZY}{2} = \cosh\gamma l \\ Z = Z_c\sinh\gamma l \end{array}\right.$$

$$\sinh\gamma l = \frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2} \Rightarrow 2\sinh\gamma l = e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}$$

یک خط سه فاز با طول ۲۲۵ مایل دارای ولتاژ نامی ۱۳۸ kv، فرکانس ۶۰ Hz است. پارامترهای خط عبارتند از:

$R = 0.169 \ \frac{\Omega}{mile}$

$l = 2.093 \ \frac{mH}{mile}$

$C = 0.01427 \ \frac{\mu F}{mile}$

$G = \infty$

خط انتقال توان ۴۰MW را در ولتاژ ۱۳۲ kv و ضریب توان پس فاز ۹۵٪ تحویل بار می‌دهد. ولتاژ و جریان در ابتدای خط، راندمان خط و رگولاسیون خط را محاسبه کنید.

$z = 0.169 + j\,2\pi\, 60 \times 2.093 \times 10^{-3} = 0.807 \angle 77.9^\circ \ \frac{\Omega}{mile}$

$y = j2\pi f C = j\,2\pi \times 60 \times 0.01427 \times 10^{-6} = 5.38 \times 10^{-6} \angle 90^\circ \ \frac{\mho}{mile}$

$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{0.807 \angle 77.9^\circ}{5.38 \times 10^{-6} \angle 90}} = 387.3 \angle -6.05^\circ$

$\gamma l = \sqrt{zy}\ \ \gamma = \sqrt{(0.807 \angle 77.9)\times(5.38 \times 10^{-6} \angle 90^\circ)} \times 225 = 0.0494 + j0.466 = 0.4688 \angle 83.95^\circ$

$2\sinh \gamma l = e^{\gamma l} - e^{-\gamma l} = e^{0.0494} \angle \underset{\text{رادیان}}{0.466} - e^{-0.0494} \angle \underset{\text{رادیان}}{-0.466}$  محاسبه $\cosh \gamma l$ , $\sinh \gamma l$ :

$\Rightarrow \sinh \gamma l = 0.452 \angle 24.4^\circ$

$\cosh \gamma l = 0.8950 \angle 1.42^\circ$

$A = D = \cosh \gamma l = 0.8950 \angle 1.42^\circ$  محاسبه پارامترهای خط:

$C = \frac{1}{Z_c} \sinh \gamma l = \frac{1}{387.3 \angle -6.05} \times 0.452 \angle 24.4 =$

$B = Z_c \sinh \gamma l = (387.3 \angle -6.05)(0.452 \angle 24.4)$

$V_R = \frac{132000}{\sqrt{3}} = 76200 \angle 0 \rightarrow$ مرجع می‌گیریم

$I_R = \frac{P_R}{\sqrt{3}\,|V_R| \cos\phi} = \frac{40 \times 10^6}{\sqrt{3} \times 132000 \times 0.95} = 184.1^A \angle -18.2^\circ$

$V_S = AV_R + BI_R = 89280 \angle 19.39^\circ$  فازی است.

$V_{S,\text{خطی}} = \sqrt{3} \times 89280 = 154 \ kV$

$I_S = CV_R + DI_R = 162.42 \angle 14.76^\circ$   $S_S = \sqrt{3}\, \underset{\text{خطی}}{V_S}\, I_S^* = [\sqrt{3} \times 154 \angle 19.39^\circ \times 162.42 \angle -14.76^\circ] \times 10^{-3}$

$\Rightarrow S_s = 43.35 + j3.51 \ MVA$

$\%Reg = \frac{\frac{V_s}{A} - V_R}{132} \times 100$

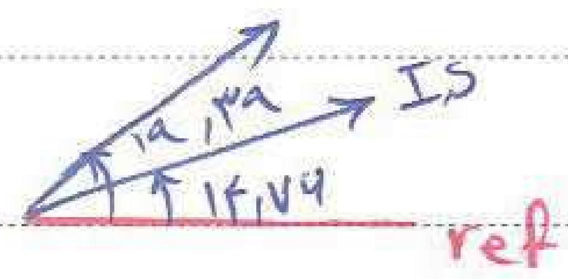
$P_R = 40MW$

$P_S = ?$

$\Rightarrow$ راندمان $= \frac{P_S}{P_R} \times 100 = \frac{40}{43.35} \times 100 = 92\%$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

بدون استفاده از $S_d$ نمی‌توانیم درجه را حساب کنیم اما بایست دیاگرام را بکشیم، پس داریم:



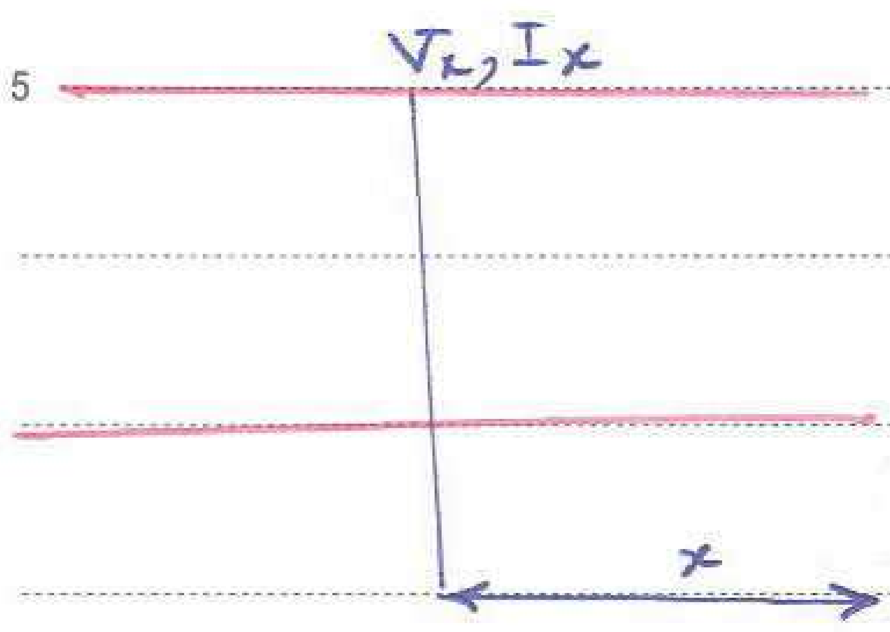
Subject: جلسه پانزدهم
Year.　Month. ۸　Date. ۳۰ ( )

## معادلات خط طویل: امواج سیار:

ضریب انتشار

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta$$

ضریب تضعیف　　زاویه فاز




$$\begin{cases} V_x = \dfrac{V_R + Z_c I_R}{2} e^{\gamma x} + \dfrac{V_R - Z_c I_R}{2} e^{-\gamma x} \\ I_x = \dfrac{V_R + Z_c I_R}{2Z_c} e^{\gamma x} - \dfrac{V_R - Z_c I_R}{2Z_c} e^{-\gamma x} \end{cases}$$

$$V_x = V_{x1} + V_{x2} \Rightarrow V_{x1} = \frac{V_R + Z_c I_R}{2} e^{\gamma x} \xrightarrow[\text{خط بی تلفات}]{\alpha = 0} V_{x1} = \frac{V_R + Z_c I_R}{2} e^{j\beta x}$$

$$\Rightarrow V_{x1} = Re\left\{\sqrt{2}\left|\frac{V_R + Z_c I_R}{2}\right| e^{j\beta x} e^{j\omega t}\right\} = \sqrt{2}\left|\frac{V_R + Z_c I_R}{2}\right| \cos(\omega t + \beta x)$$

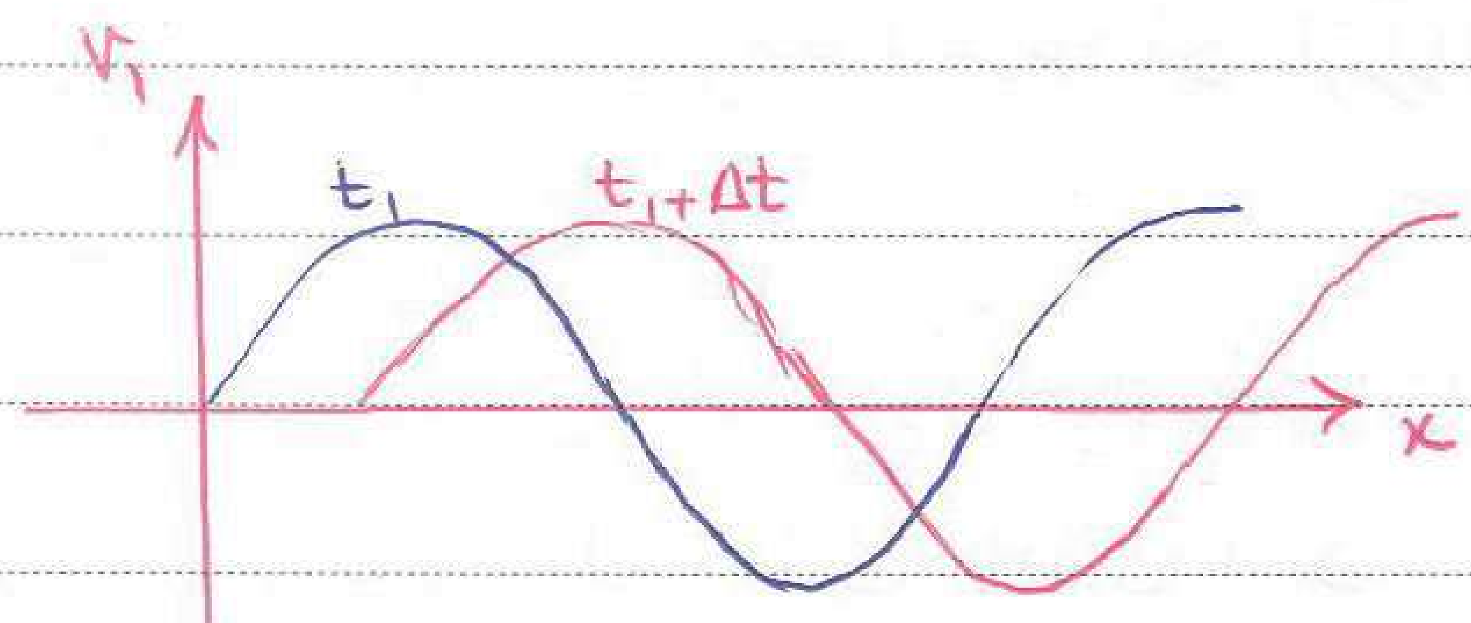
$$\alpha \neq 0 \Rightarrow V_{x1} = \frac{V_R + Z_c I_R}{2} e^{\alpha x} e^{j\beta x}$$

موج رفت ـ موج تابش

اختلاف فاز با مرجع

$$\alpha = 0 \Rightarrow V_1(t, x) = \sqrt{2}\left|\frac{V_R + Z_c I_R}{2}\right| \cos(\omega t + \beta x + \varphi)$$

بنابراین اگر در $t = t_1$ به ولتاژ نگاه کنیم می بینیم توزیع سینوسی روی محور داریم.




بنابراین می توان فرض کرد موج سینوسی داریم که روی خط حرکت می کند.

اگر $V_{x2}$ را بنویسیم خواهیم دید در طول خط تضعیف می شود، می توان ولتاژ در هر نقطه از محور را از جمع این دو موج بدست آورد. به امواج مربوط به $V_{x2}$ موج انعکاس یا برگشت می گویند.

$V_{x1}$ ——— $V_{x2}$ ($\Delta x$) $\Rightarrow \beta(\Delta x)$, $\beta \rightarrow \frac{rad}{m}$

$V_S\angle\delta$ ——— $V_R\angle 0$ $\Rightarrow \theta = \beta l$

طول موج: طولی از خط است که اختلاف فاز در آن $2\pi$ باشد.

$$\begin{matrix} \lambda & 2\pi \\ 1 & \beta \end{matrix} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{2\pi f\sqrt{LC}} = \frac{1}{f\sqrt{LC}}$$

سرعت انتشار:

$$v = f\lambda = \frac{f}{f\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\left.\begin{aligned} L &= \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\frac{D}{r} \\ C &= \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\frac{D}{r}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow v = \frac{1}{\left(\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{D}{r} \times \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln D/r}\right)^{0.5}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$$

چون $\epsilon_0$ و $\mu_0$ قرار دادیم، پس سرعت انتشار در خلا را حساب کردیم.

$\Rightarrow v = 300000 \frac{km}{s}$ که سرعت انتشار امواج الکترومغناطیسی است.

اگر بخواهیم ولتاژ هر نقطه از خط را بدست آوریم، آنگاه باید مقدار دو بردار را در آن نقطه به دست آورده و باهم جمع بزنیم.

$$\left.\begin{aligned} &\text{موج دوم} = \frac{V_R - Z_c I_R}{2} e^{-\gamma x} = 0 \Rightarrow Z_c I_R = V_R \Rightarrow \frac{V_R}{I_R} = Z_c \\ &\text{از طرف دیگر} = \frac{V_R}{I_R} = Z_R \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

برای اینکه موج برگشت در کل خط صفر شود باید بار قرار گرفته شده در انتهای خط برابر با امپدانس مشخصه خط باشد

در این حالت داریم: $V_x = V_{x_1}$

حال اگر خط را بدون تلفات فرض کنیم، اندازه‌ی ولتاژ در تمام نقاط خط اندازه‌ی ثابتی داشته و در نتیجه در نقاط مختلف تنها اختلاف فازی موجود می‌باشد

به این نوع خطوط، خط بینهایت می‌گویند زیرا تنها در صورتی موج برگشت نداریم که طول خط بینهایت باشد

به این نوع خطوط، خط مسطح می‌گویند زیرا ولتاژ در تمام نقاط آن اندازه‌ای برابر دارد

به این شرایط $\underbrace{\text{Surge Impedance}}_{Z_c}$ Loading (SIL) می‌گویند

حال اگر بار را از امپدانس مشخصه زیادتر بگیریم در انتهای خط افزایش ولتاژ داریم. بار بی‌نهایت ← ولتاژ بسیار زیاد

اگر بار را از امپدانس مشخصه کمتر بگیریم در انتهای خط کاهش ولتاژ داریم. اتصال کوتاه ← ولتاژ صفر

بار طبیعی خط (SIL)   $V_S = V_R$

کم باری خط (بی باری) اثر فرانتی   $V_R > V_S$

پر باری خط (اتصال کوتاه)   $V_R < V_S$

در شرایط SIL توان راکتیو مصرفی خط با تولیدی آن برابر است.

$Q_L = X|I|^2 = 2\pi f L|I|^2$   توان راکتیو مصرفی خط

$Q_C = B|V|^2 = 2\pi f C|V|^2$   توان راکتیو تولیدی خط

در این شرایط همان مقدار که در یک المان خط خاصیت سلفی ولتاژ را پایین می آورد، خاصیت خازنی ولتاژ را بالا می برد.

پرباری $\Rightarrow Q_L > Q_C$

کم باری $\Rightarrow Q_C > Q_L$

در خطوط انتقال صرف نظر از مقاومت خط، خطای زیادی ایجاد نمی کند.

شرایط SIL $\Rightarrow 2\pi f L|I|^2 = 2\pi f C|V|^2 \Rightarrow \frac{L}{C} = \frac{|V|^2}{|I|^2} = Z_c^2$

در این حالت اگر $V_x$ را به $I_x$ تقسیم کنیم خواهیم دید که امپدانس در هر نقطه خط برابر با $Z_c$ خواهد بود.

در شرایط SIL، ولتاژ و جریان در هر نقطه هم فاز هستند.

در شرایط SIL، در ترمینال ها توان راکتیو صفر است.

حال می خواهیم شرایط SIL را با توجه به جریان یا توان بیان کنیم. فرضاً اگر از خط ۴۰۰ A یا ۲۰۰ MW عبور کند، شرایط SIL است یا خیر.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

در $SIL$ شرایط $\Longrightarrow$ درهر نقطه داریم : $\cos\varphi = 1$

$$\frac{V_R}{I_R} = Z_c$$

$$P_R = 3V_R I_R = 3V_R \frac{V_R}{Z_c} = 3\frac{|V_R|^2}{Z_c}$$

$$P = \frac{|V|^2}{Z_c} \Rightarrow (SIL)_{3\varphi} = \frac{|V|^2}{Z_c}$$

حال فرض کنیم $\rightarrow \begin{cases} V = 400\ kV \\ Z_c = 200\ \Omega \end{cases} \Rightarrow SIL = \frac{400^2}{200} = 800\ MW \rightarrow \begin{cases} \text{افزایش ولتاژ} \Leftarrow SIL < \text{توان} \\ \text{کاهش ولتاژ} \Leftarrow \text{توان} < SIL \end{cases}$

درشرایط $SIL$ نیاز با جبران سازی نداریم.

در $V_R < V_S$ $\Leftarrow$ با نصب راکتور موازی جبران سازی می کنیم

با نصب خازن موازی جبران سازی می کنیم. $\Leftarrow$ $V_R < V_S$

خط انتقال سه فاز $400^{kV}$ ، $300^{km}$ ، اندوکتانس خط $1\ \frac{mH}{km.\varphi}$ ، کاپاسیتانس خط $0.015\ \frac{\mu F}{km/ph}$

خط بدون تلفات است. محاسبه کنید

۱) ثابت فاز خط $\beta$

۲) امپدانس موجی یا مشخصه خط $Z_c$

۳) سرعت انتشار $v$

۴) طول موج $\lambda$

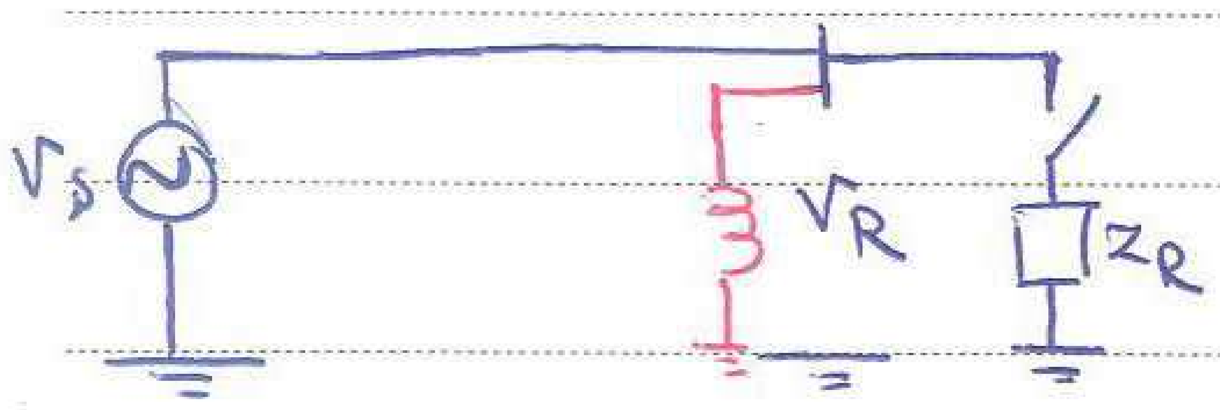
ب) اگر انتهای خط باز باشد، ولتاژ انتهای خط $V_R$ را محاسبه کنید.

ج) اگر بخواهیم در شرایط قسمت (ب) ولتاژ انتهای خط را با ابتدای خط برابر کنیم چه عنصری را در انتهای خط اضافه کنیم راکتانس عنصر اضافه شده را حساب کنید

Subject:

Year. Month. Date. ( )

ج) اگر در انتهای خط بار ۸۰۰ $^{kW}$ با ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز قرار گیرد و لتاژ و جریان انتهای خط و Reg




برای برابری $V_R$ و $V_S$ باید در انتهای خط یک راکتور اضافه کنیم.

$$V_S = V_R \cos\beta l + j Z_c I_R \sin\beta l \xrightarrow{I_R = 0} V_S = V_R \cos\beta l \Rightarrow V_R = \frac{V_S}{\cos\beta l}$$

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \quad , \quad f = ۵۰\ Hz$$

$$I_R = \frac{V_R}{jX}$$

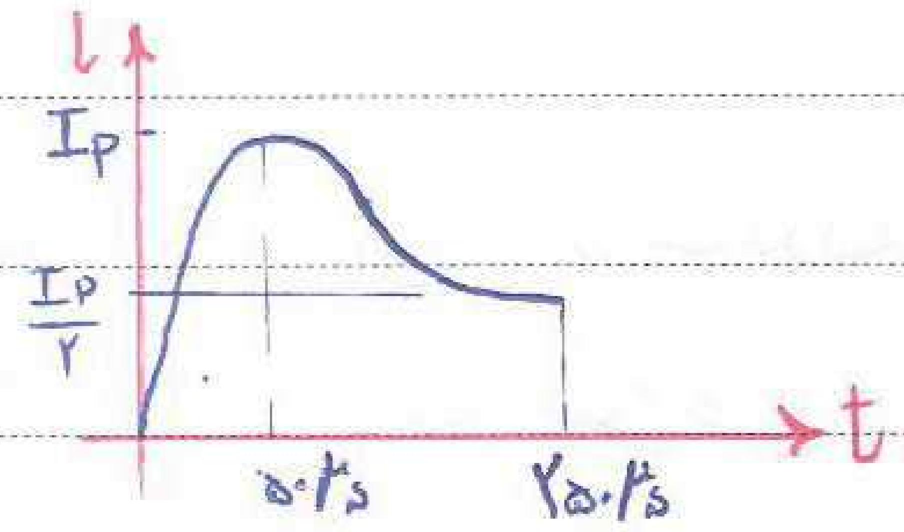
$$V_S = V_R \cos\beta l + j Z_c I_R \sin\beta l = V_R \cos\beta l + j Z_c \frac{V_R}{jX} \sin l$$

$$\Rightarrow V_S = V_R \cos\theta + \frac{Z_c V_R}{X} \sin\theta \Rightarrow V_S = V_R \left( \cos\theta + \frac{Z_c}{X} \sin\theta \right)$$

$$\Rightarrow \cos\theta + \frac{Z_c}{X} \sin\theta = 1 \Rightarrow X = Z_c \left( \frac{\sin\theta}{1-\cos\theta} \right)$$

## روش ترسیمی حل معادلات:

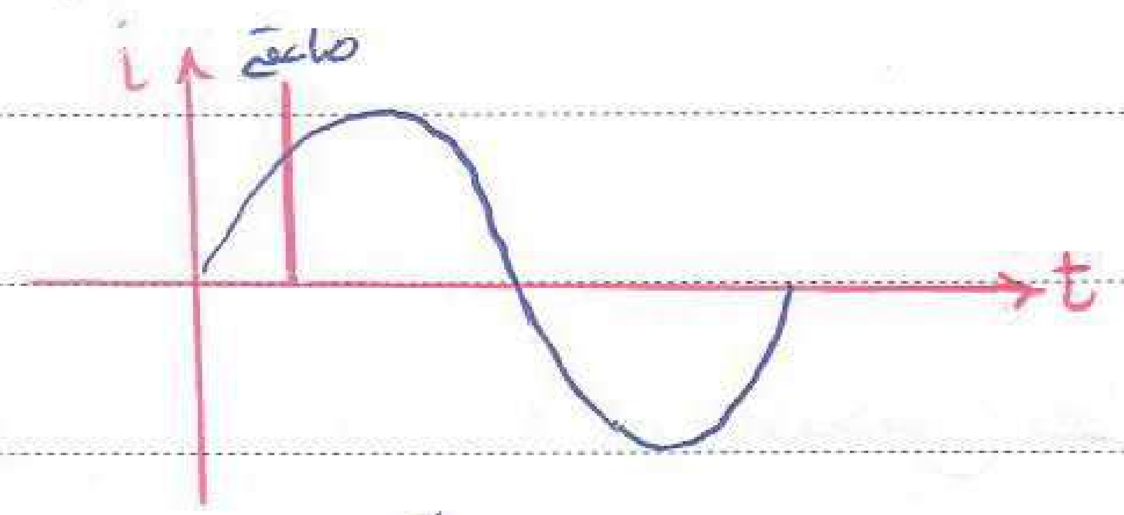
## امواج سیار_ حالت گذرا:

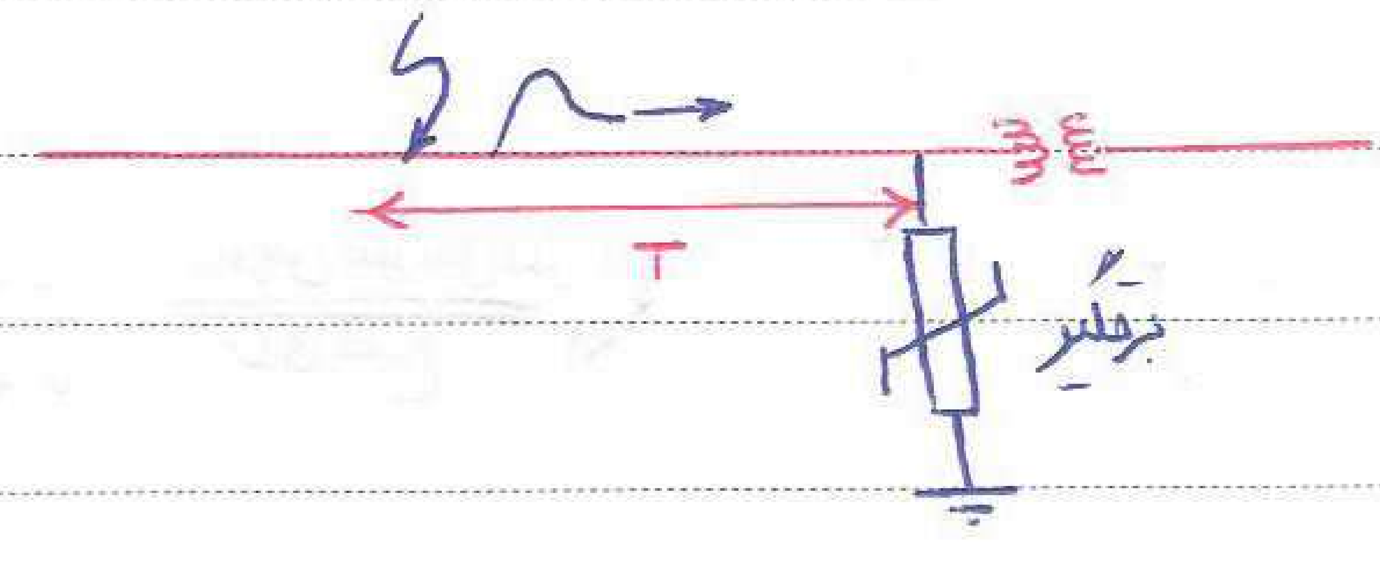



rise time

≡ ۱۰۰ kA ۵۰/۲۵۰ μs

$I_p = 100\ kA$




با توجه به سرعت انتشار می توان مدت زمانی را که لازم است موج صاعقه به محل مورد نظرمان برسد را محاسبه کنیم.

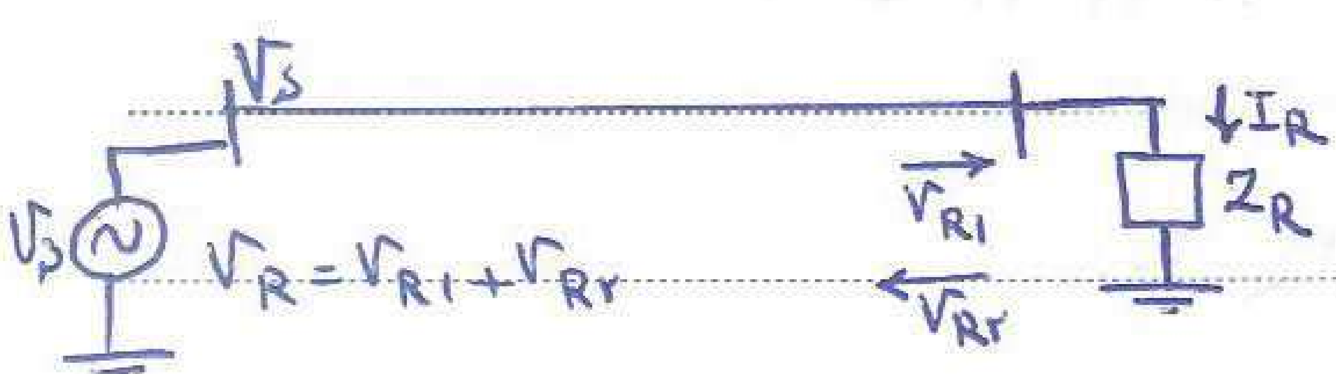
$$V_x = \underbrace{\frac{V_R + Z_c I_R}{2} e^{\gamma x}}_{V_{x1}} + \underbrace{\frac{V_R - Z_c I_R}{2} e^{-\gamma x}}_{V_{x2}}$$

$$I_x = \underbrace{\frac{V_R + Z_c I_R}{2Z_c} e^{\gamma x}}_{I_{x1}} - \underbrace{\frac{V_R - Z_c I_R}{2Z_c} e^{-\gamma x}}_{I_{x2}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{V_{x1}}{Z_c} = I_{x1} \Rightarrow \frac{V_{x1}}{I_{x1}} = Z_c \\ \frac{V_{x2}}{I_{x2}} = -Z_c \end{cases}$$

اگر خط بدون تلفات باشد، آنگاه $Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$ ، ثابت می باشد.

اثبات می شود که می توان $V_{x2}$ را با اعمال یک ضریب ثابت از $V_{x1}$ بدست آورد.

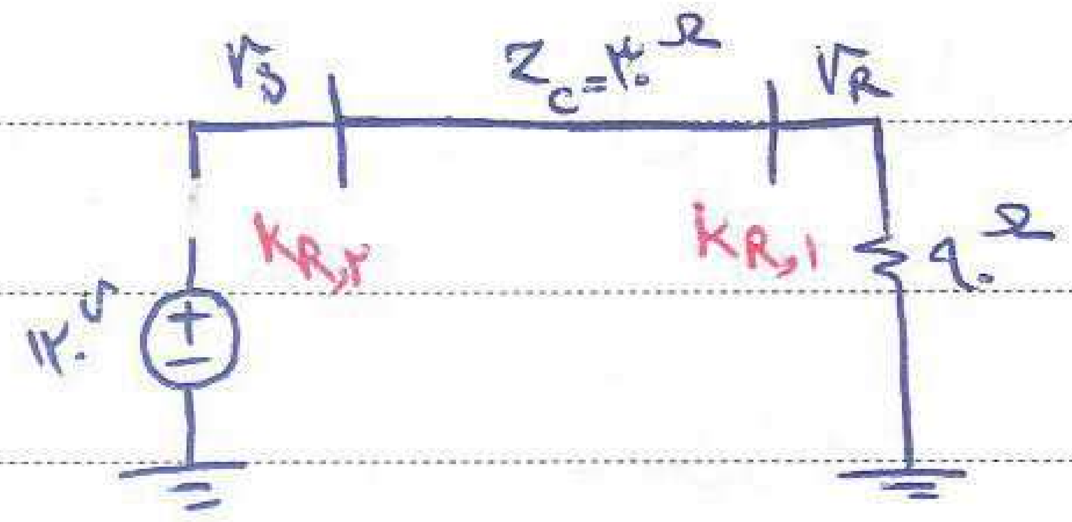



$k_R$: ثابت انتشار

$$Z_R = \frac{V_R}{I_R} = \frac{V_{R1}+V_{R2}}{I_{R1}+I_{R2}} = \frac{V_{R1}+V_{R2}}{\frac{V_{R1}}{Z_c} - \frac{V_{R2}}{Z_c}} \Rightarrow \frac{V_{R1}}{V_{R2}} = \frac{Z_R + Z_c}{Z_R - Z_c} \Rightarrow V_{R2} = V_{R1}\overbrace{\left(\frac{Z_R - Z_c}{Z_R + Z_c}\right)}^{k_R}$$

در محل منبع $\Rightarrow k_R = \dfrac{\text{امپدانس دیده شده در پشت سر} - \text{امپدانس دیده شده در مقابل}}{〃 + 〃}$

Subject:
Year. Month. Date. ( )



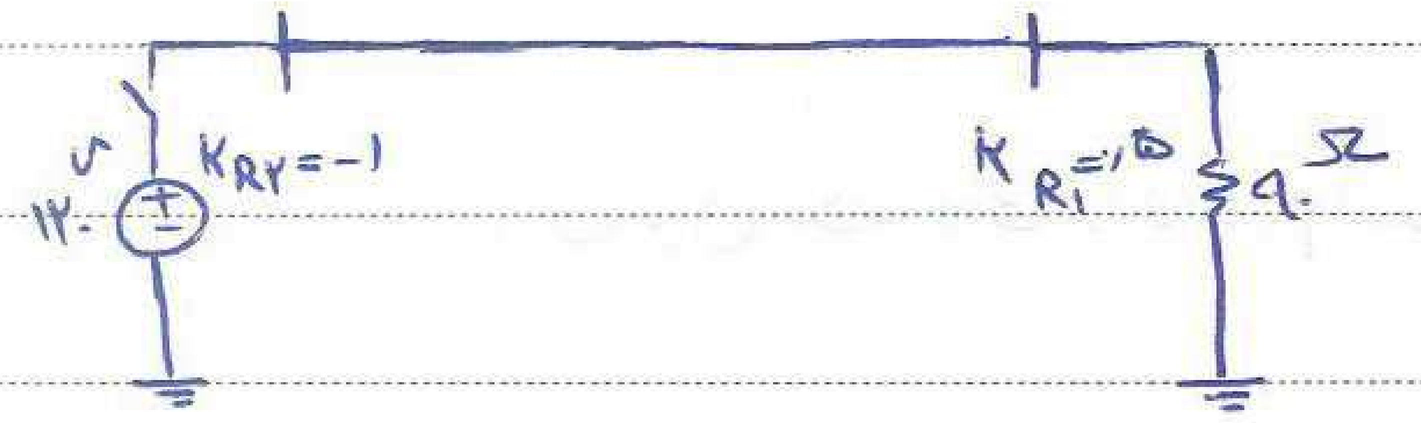

## روش دیاگرام لاتیس:

چون کابل داریم پس امپدانس مشخصه کمتر از محدوده هوایی ($400-200$) $\Omega$ می باشد.

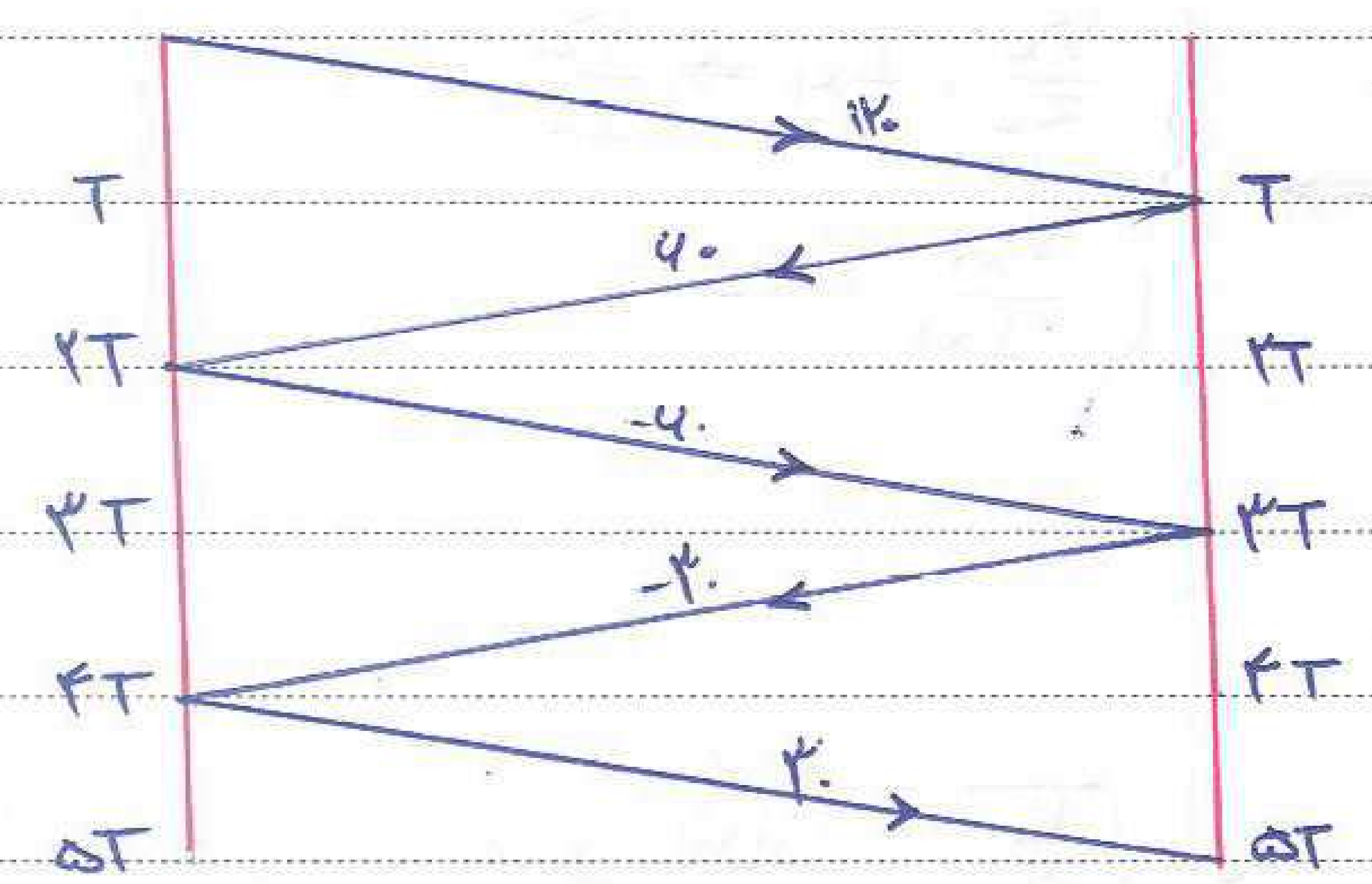
ولتاژ $V_R$ را پس از گذشت مدت زمان $5T$ محاسبه کنید.

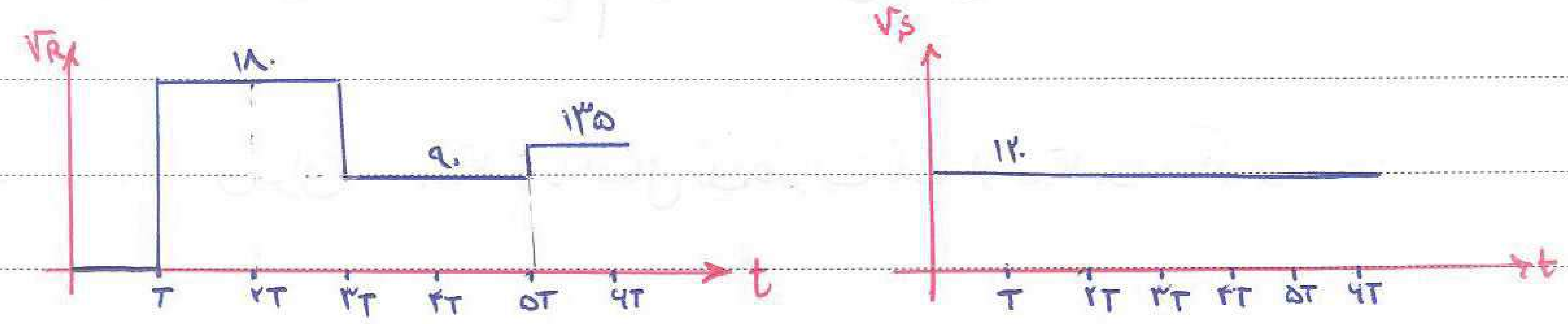
($T$ مدت زمانی است که موج طول کابل را طی می کند)

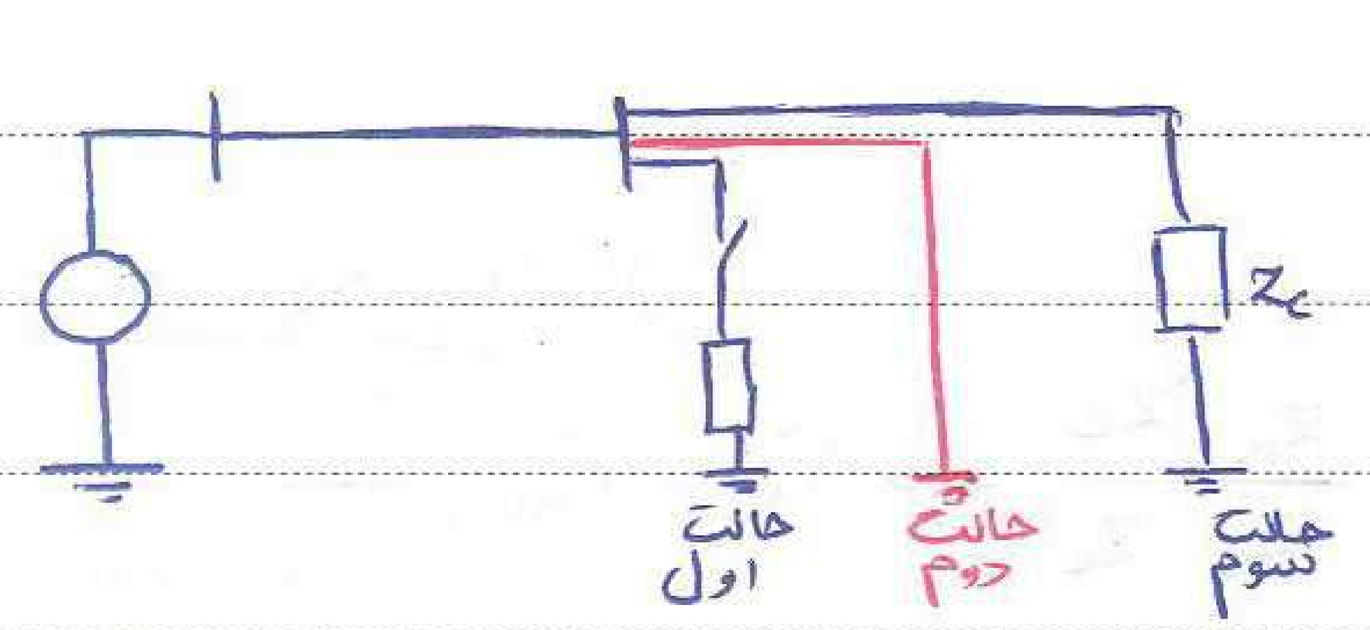
$$k_{R1} = \frac{90-30}{90+30} = 0.5 \qquad k_{R2} \xrightarrow[\text{برای منبع}]{\text{با فرض امپدانس صفر}} \frac{0-30}{0+30} = -1$$




در این مثال منبع dc بوده و همچنین خط بی تلفات می باشد.




1) $k_R = 1 \Rightarrow V_R = 2V_S$ ، تأییدکننده‌ی اثر فرانتی

2) $k_R = -1 \Rightarrow V_R = 0$

3) $k_R = 0 \Rightarrow$ موج برگشت نداریم

اگر ورودی ما سینوسی باشد آنگاه این سینوسی را به پالس ها تجزیه کرده و هر کدام از پالس ها را به روش فوق تحلیل می کنیم و در نهایت خروجی مربوط به سینوسی ورودی را به دست می آوریم.

در مثال مربوط به دیاگرام لاتیس اگر $Z_R < Z_c$ آنگاه $V_R$ هیچگاه از ابتدا بیشتر نمی‌شود و با شروع از صفر افزایش یافته تا به ولتاژ ابتدا برسد.

تمرین: در مثال قبل $Z_R = ۱۰\,\Omega$ و $Z_c = ۲۰\,\Omega$ گرفته و حل کنید.

معادلات کلی $Q_R$ و $P_R$ را نوشتیم.

$|V_R|$ , $|V_S|$ ثابت

$A, B, C, D$ ثابت

$\delta$ متغیر $\leftarrow$ $\delta = (\widehat{V_S, V_R})$

زمانی $P_{R,max}$ حاصل می‌شود که $\beta = \delta$ باشد. از طرفی $\beta$ زاویه‌ای مشخص است و با تغییر $\delta$ می‌توانیم $P_R$ را تغییر دهیم و اگر $\beta = \delta$ بگیریم، آنگاه $P_R$ حداکثر می‌شود.

$$P_{R\,max} = \frac{|V_R||V_S|}{|B|} - \frac{|A|}{|B|}|V_R|^2\cos(\beta - \alpha)$$

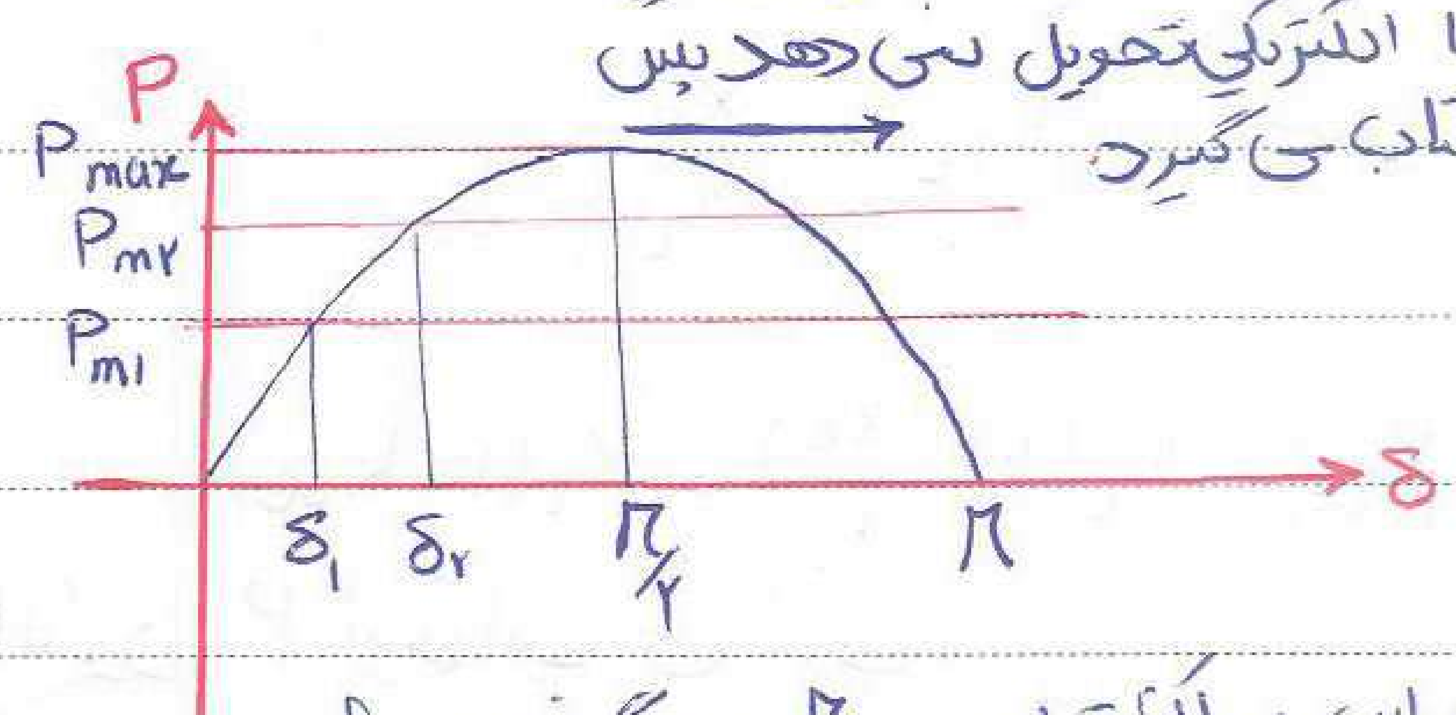
$$Q_R\Big|_{P_R = P_{R,max}} = -\frac{|A|}{|B|}|V_R|^2\cos(\beta-\alpha)$$

## خط کوتاه بدون تلفات:

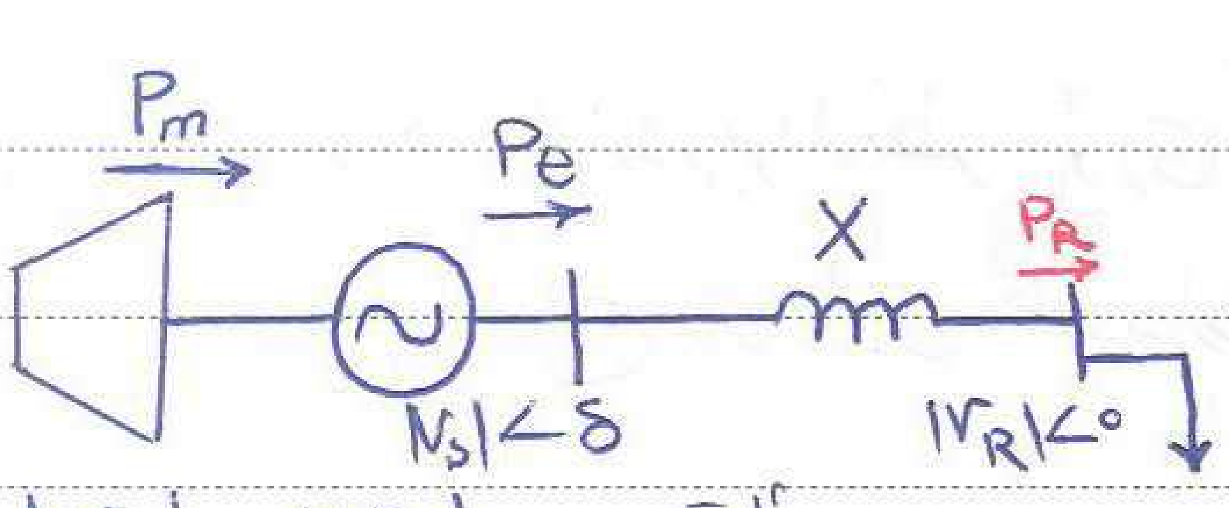
$$P_R = \frac{|V_R||V_S|}{X}\sin\delta$$

$$Q_R = \frac{|V_R|}{X}(|V_S|\cos\delta - |V_R|)$$

در این ناحیه ژنراتور توان مکانیکی می‌گیرد اما الکتریکی تحویل نمی‌دهد پس شتاب می‌گیرد




بنابراین حداکثر توان در $\delta = \pi/2$ گرفته می‌شود.



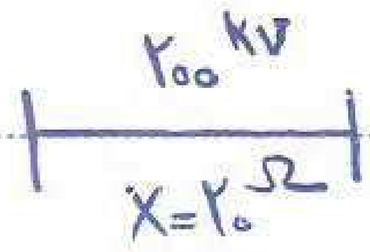

$|V_S|$ , $|V_R|$ ثابت

$|V_S| = |V_R| = 1$ pu

$X = 0.3$ pu

$$P_R = \frac{|V_S||V_R|}{X}\sin\delta \longrightarrow \begin{cases} 0 < \delta < \pi/2 & P_m\uparrow \quad P_e\uparrow \\ \pi/2 < \delta < \pi & P_m\uparrow \quad P_e\downarrow \end{cases}$$

ناپایداری گردد.




برای خط انتقال نیز حد پایداری تعیین می‌کند.

$$\text{حد پایداری} = \frac{200}{20} \times 1 = 2000 \text{ MW}$$

در نمودار هرچه از ۰ به سمت $\frac{\pi}{2}$ می‌رویم مشتق کم می‌شود، بنابراین ضریب سنکرون کنندگی را تعریف می‌کنیم و هر چه این ضریب بیشتر شود، پایداری بیشتر است.

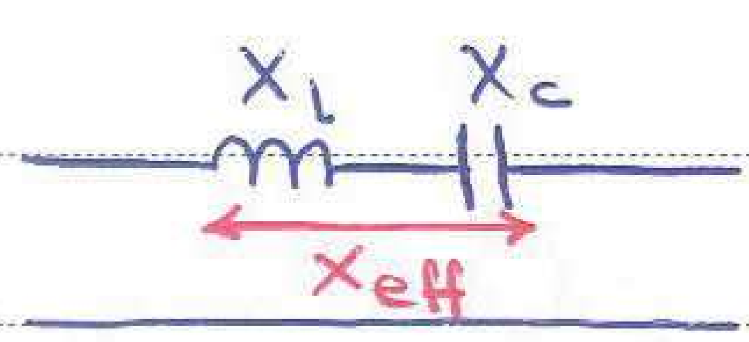
$$k_s = \frac{dP}{d\delta} = \frac{|V_R||V_S|}{X}\cos\delta$$

مرز پایداری $\delta = 90$ می‌باشد اما هیچگاه ژنراتور در مرز کار نمی‌کند

همواره یک حاشیه پایداری نیز قرار می‌دهند. رابطه بین P و δ زیاد بوده، رابطه ای قوی بین آنها برقرار است.

با استفاده از $|V_S|$ نیز می‌توان P را تغییر داد اما وابستگی P به δ قوی‌تر از $|V_S|$ است زیرا تغییرات P به ازای تغییر برابر در δ و $|V_S|$، در حالت δ بیشتر است.

همچنین با حفظ زاویه δ می‌توان P را با استفاده از X تغییر داد. در اینجا بحث جبران سازی خطوط مطرح می‌شود که به صورت زیر است.




جبران سازی خطوط:
- جبران سری: خازن
- جبران موازی: خازن، راکتور

$$X_{eff} = X_L - X_C$$

ضریب جبران سازی $k_{se} = \frac{X_C}{X_L}$

اهداف جبران سازی:
- بهبود پروفیل ولتاژ
- افزایش توان انتقالی

$$X_{eff} = X_L\left(1-\frac{X_C}{X_L}\right) = X_L(1-k_{se})$$

جبران سازی نیز حدی دارد زیرا از نظر تئوری اگر $k_{se} = 1$ شود P بینهایت می‌شود.

از طرف دیگر امکان وقوع رزونانس وجود دارد. با افزایش $k_{se}$ امکان وقوع رزونانس نیز زیاد می‌شود.

# توان عبوری از خط انتقال:


برای محاسبه $S_S$ ، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم.

$$S_S = V_S I_S^*$$

$$S_R = V_R I_R^*$$

در اینجا می‌خواهیم فرمولی برای توان عبوری از خط برحسب پارامترهای خط بدست آوریم و جریان را از محاسبات حذف کنیم و در نهایت رابطه تنها برحسب ولتاژ گره‌ها و پارامترهای خط بدست آید.

$$V_R = |V_R|\angle 0 \qquad S_R = V_R I_R^*$$

$$V_S = |V_S|\angle \delta \qquad V_S = AV_R + BI_R \Rightarrow I_R = \frac{V_S - AV_R}{B} \Rightarrow S_R = V_R\left(\frac{V_S - AV_R}{B}\right)^*$$

$$A = |A|\angle \alpha \qquad \Rightarrow S_R = |V_R|\angle 0 \left(\frac{|V_S|\angle\delta - |A||V_R|\angle\alpha}{|B|\angle\beta}\right)^*$$

$$B = |B|\angle \beta$$

$$\Rightarrow S_R = \frac{|V_R||V_S|}{|B|}\angle \beta-\delta - \frac{|A||V_R|^2}{|B|}\angle(\beta-\alpha)$$

$$P_R = \frac{|V_R||V_S|}{|B|}\cos(\beta-\delta) - \frac{|A||V_R|^2}{|B|}\cos(\beta-\alpha)$$

$$Q_R = \frac{|V_R||V_S|}{|B|}\sin(\beta-\delta) - \frac{|A||V_R|^2}{|B|}\sin(\beta-\alpha)$$

اگر رابطه را در ۳ ضرب کنیم توان‌های اکتیو و راکتیو سه فاز بدست می‌آید. این یعنی به جای $V_R$ و $V_S$ فازی از مقادیر خطی آنها استفاده کنیم.

$$P_S = \frac{|A||V_S|^2}{|B|}\cos(\beta-\alpha) - \frac{|V_S||V_R|}{|B|}\cos(\beta+\delta)$$

$$Q_S = \frac{|A||V_S|^2}{|B|}\sin(\beta-\alpha) - \frac{|V_S||V_R|}{|B|}\sin(\beta+\delta)$$

اگر در رابطه $P_R$ ، $\delta$ را به $-\delta$ تبدیل کرده و در یک منفی ضرب کنیم $P_S$ بدست می‌آید.

اگر خط کوتاه باشد آنگاه روابط را می‌توان ساده‌تر کرد: $A = 1 , \alpha = 0 \quad |B| = |Z|$

$$P_S = \frac{|V_S|^2}{|Z|}\cos\beta - \frac{|V_S||V_R|}{|Z|}\cos(\beta+\delta)$$

$$Q_S = \frac{|V_S|^2}{|Z|}\sin\beta - \frac{|V_S||V_R|}{|Z|}\sin(\beta+\delta)$$

حال اگر از مقاومت خط کوتاه صرف نظر کنیم داریم: $\beta = 90 \quad |Z| = X$

$$P_S = \frac{|V_S|^2}{X}\cos 90 - \frac{|V_S||V_R|}{X}\cos(90+\delta) = \frac{|V_S||V_R|}{X}\sin\delta$$

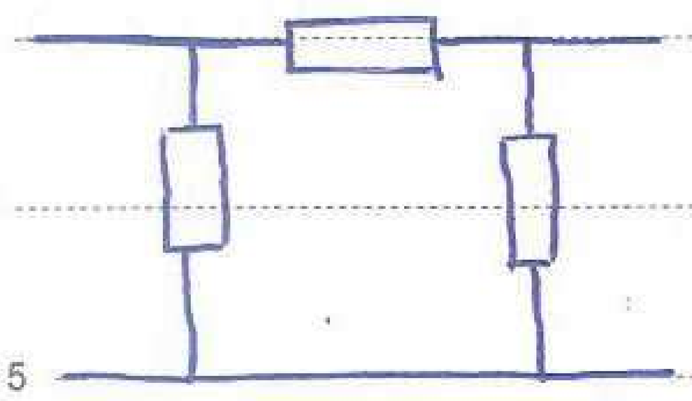
$$Q_S = \frac{|V_S|^2}{X}\sin 90 - \frac{|V_S||V_R|}{X}\sin(90+\delta) = \frac{|V_S|^2}{X} - \frac{|V_S||V_R|}{X}\cos(\delta)$$

$$P_R = \frac{|V_R||V_S|}{X}\cos(90-\delta) - \frac{|V_R|^2}{X}\cos 90 = \frac{|V_R||V_S|}{X}\sin\delta = P_S$$ چون خط تلفات ندارد:

$$Q_R = \frac{|V_R||V_S|}{X}\sin(90-\delta) - \frac{|V_R|^2}{X}\sin 90 = \frac{|V_R|}{X}\left(|V_S|\cos\delta - |V_R|\right)$$

در مورد خط طویل اگر مدار π را در نظر بگیریم، داریم:

چون در ماتریس خط B امپدانس خط بود بنابراین جبران سازی B را تغییر می دهد.



$$B_c^{eff} = (B_c + B_{sh}) = B_c\Big(1+\underbrace{\frac{B_{sh}}{B_c}}_{K_{sh}}\Big)$$

$K_{sh}$: ضریب جبران سازی

سلف موازی $B_{sh}$ منفی

خازن موازی $B_{sh}$ مثبت

حال با توجه به رابطه ی: $Q_R = \frac{|V_R|}{X}(|V_S|\cos\delta - |V_R|)$

در اینحالت بین Q و زاویه δ رابطه ضعیف است و برعکس بین Q و $|V_S|$ رابطه ی قوی وجود دارد.

$|V_S|\cos\delta$ و $|V_R|$

$|V_S|\cos\delta = |V_R| \Rightarrow Q = 0$

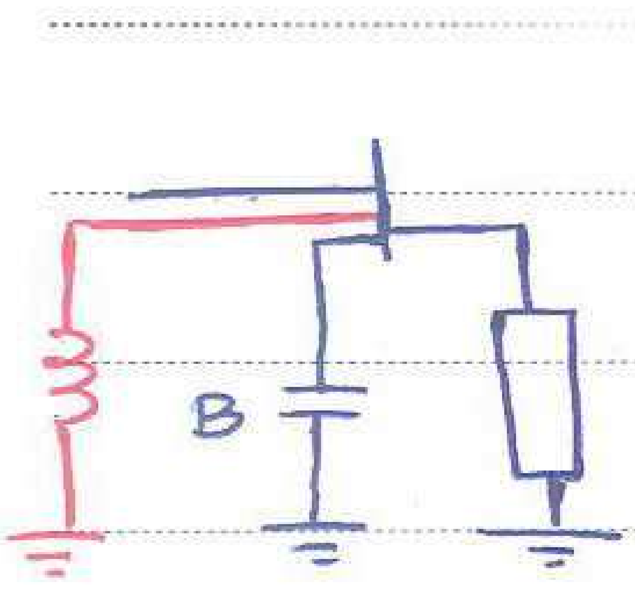
$|V_S|\cos\delta > |V_R| \Rightarrow Q > 0$

$|V_S|\cos\delta < |V_R| \Rightarrow Q < 0$

پس برای اینکه توان بیشتری داشته باشیم به سراغ δ می رویم (یعنی در خطی که جبران سازی انجام شده است) برای زیاد کردن δ باید دریچه ی بخار را بیشتر باز کنیم تا توان مکانیکی بیشتر شود.

برای اینکه Q را تنظیم کنیم نیز با سراغ $|V_S|$ می رویم. برای اینکار باید جریان تحریک را زیاد کنیم. به ازای یک جریان تحریک معین، ژنراتور توان راکتیو نه تولید و نه مصرف می کند. با تغییر این جریان می توانیم کاری کنیم که ژنراتور توان راکتیو تولید یا مصرف کند.

* کنترل توان راکتیو ارتباط خوبی با ولتاژ دارد.




$Q_c = B|V|^2$

$Q_c = C\omega|V|^2$

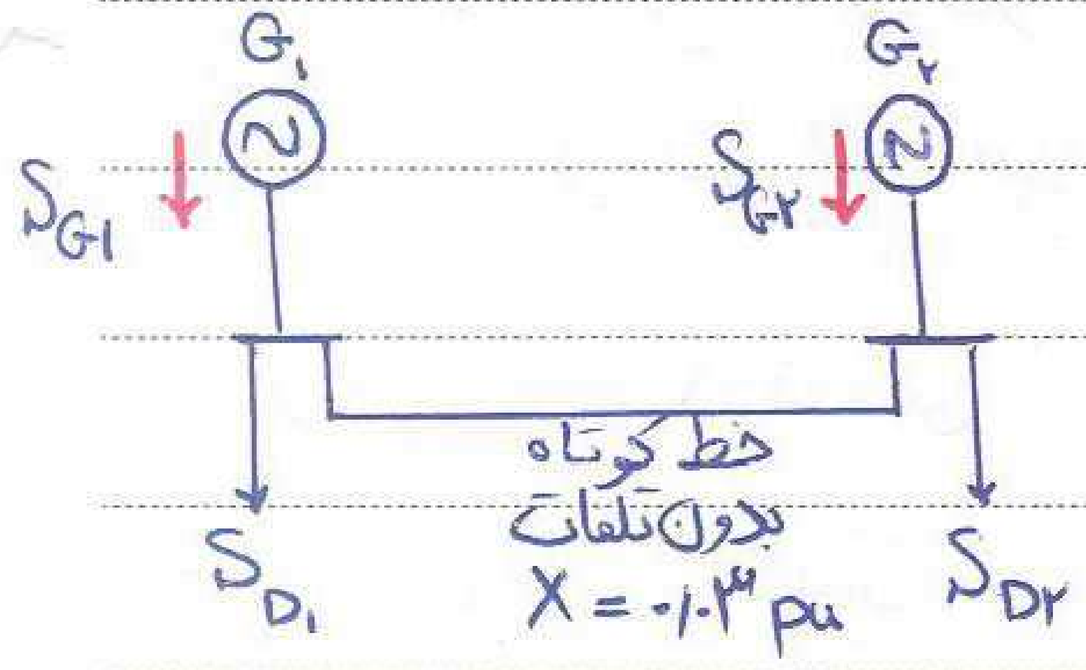
مثال:

هرگاه ولتاژ کم شد، خازن را وارد مدار می کنیم.

هرگاه ولتاژ زیاد شد، سلف را وارد مدار می کنیم.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال: دو ژنراتور مطابق شکل به هم دیگر متصل شده اند.




الف) با توجه به اطلاعات داده شده توان ژنراتورها را محاسبه کنید.

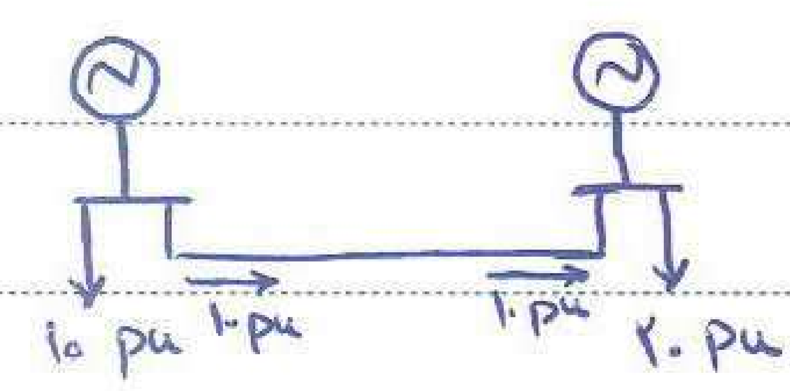
ب) ضریب قدرت ژنراتورها را حساب کنید.

$S_{D1} = 10 + j3$ pu

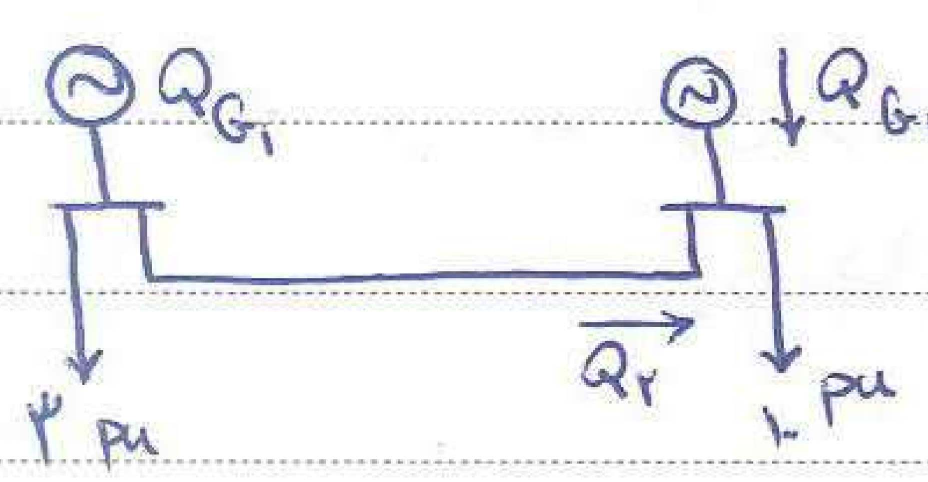
$S_{D2} = 20 + j10$ pu

$|V_1| = |V_2| = 1$ pu — تحریک ژنراتورها می تواند مقادیر مقابل را ثابت کرد.

$P_{G2} = 10$ pu




چون خط تلفات ندارد پس می توان نوشت: $P_{G1} = P_{D1} + P_{D2} - P_{G2} = 20$ pu




$$\left.\begin{array}{l} Q_2 = \dfrac{|V_2|}{X}\left(|V_1|\cos\delta - |V_2|\right) \\ P_1 = P_2 = \dfrac{|V_1||V_2|}{X}\sin\delta \Rightarrow \delta = 17.5^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow Q_2 = -1.54 \text{ pu}$$

$Q_{G2} = 1.54 + 10 = 11.54$

$Q_1 = \dfrac{1}{0.03}(1 - 1 \times \cos 17.5) = 1.54 \Rightarrow Q_{G1} = 3 + 1.54 = 4.54$ pu

پس ژنراتورها مجموعا $4.54 + 11.54 = 16.08$ pu است.
مقدار مصرف بارها برابر با 13 است
} تفاضل در خط مصرف می شود.

$I = \dfrac{V_1 - V_2}{X} = \dfrac{1\angle 17.3 - 1\angle 0}{0.03\angle 90}$

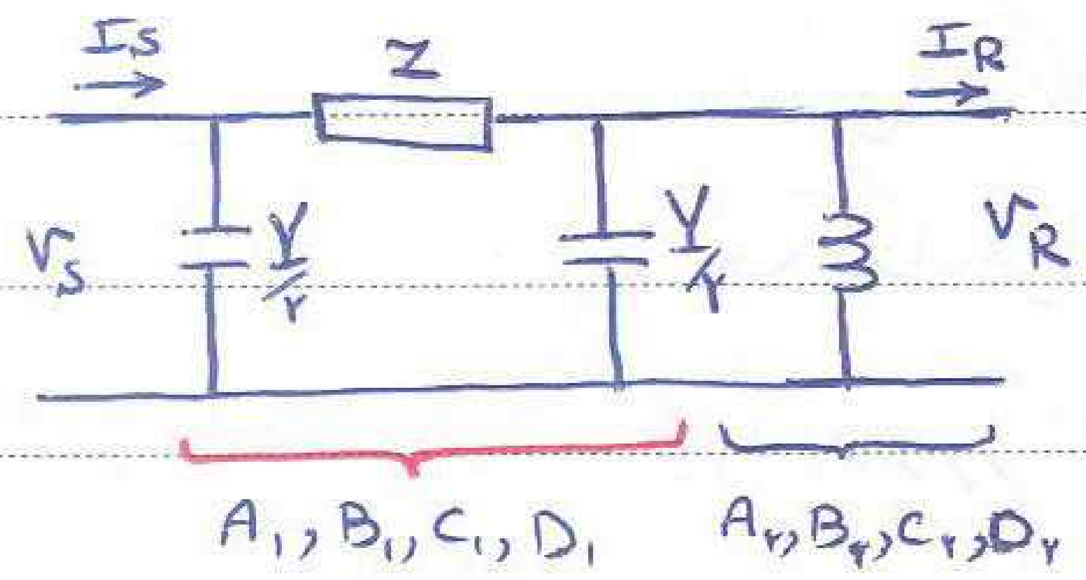
$\tan\varphi_1 = \dfrac{4.54}{20} \Rightarrow \varphi_1 \Rightarrow \cos\varphi_1$ — به طور مقابل برای ژنراتور دوم نیز حساب می کنیم.

تمرین: مثال فوق را با فرض اینکه خط مقاومتی برابر $0.02$ pu داشته باشد بدست آورید.

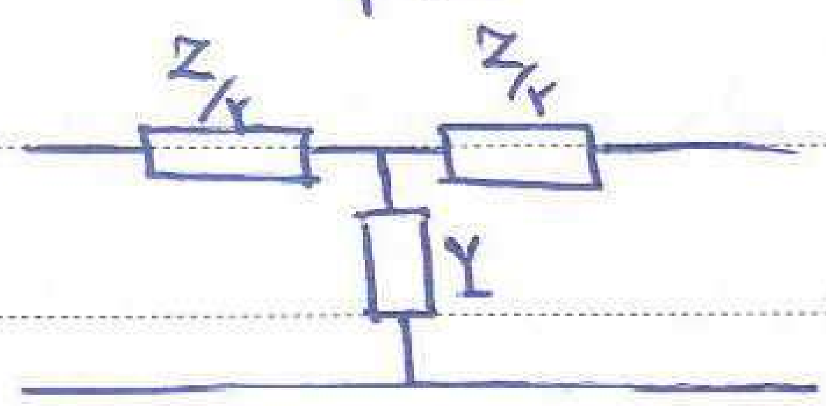
PAPCO

اتصال دو خط: (یا اتصال خط و یک مدل π):

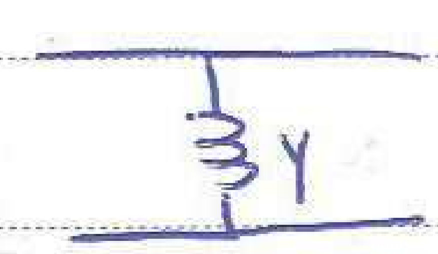

$$\begin{bmatrix} A_{eq} & B_{eq} \\ C_{eq} & D_{eq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix}$$




$X = L\omega$

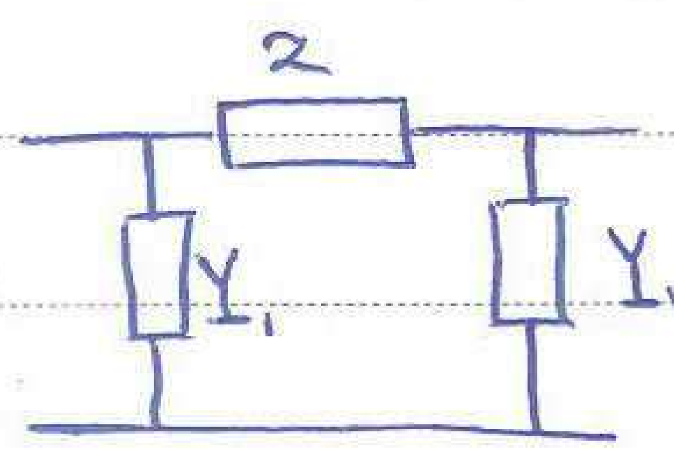



$$\Rightarrow \begin{cases} A = D = 1 + \frac{ZY}{2} \\ B = Z\left(1 + \frac{ZY}{4}\right) \\ C = Y \end{cases} \Rightarrow$$



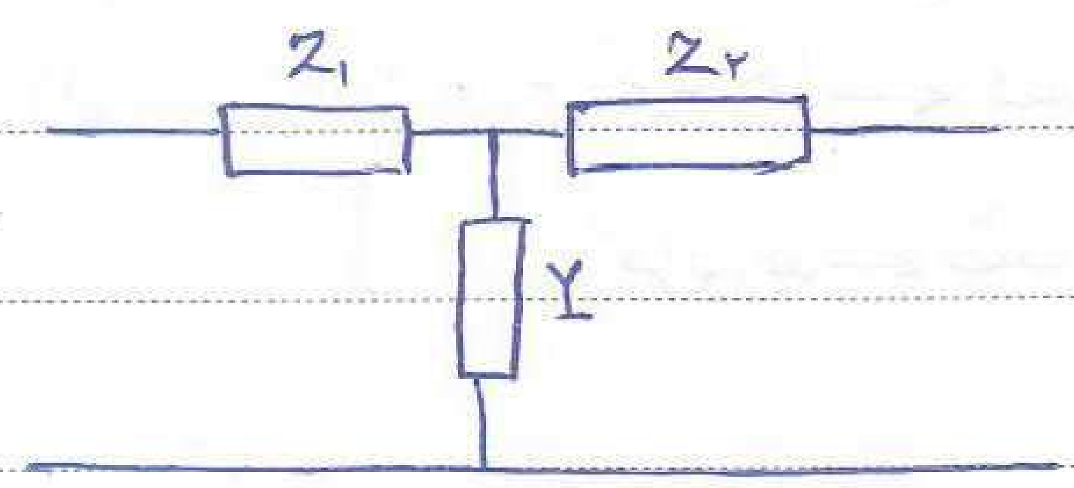

$$\Rightarrow \begin{cases} A = D = 1 \\ B = 0 \\ C = Y \end{cases}$$

π نامتعادل:




$$A = 1 + Y_2 Z$$
$$B = Z$$
$$C = Y_1 + Y_2 + Z Y_1 Y_2$$
$$D = 1 + Y_1 Z$$

T نامتعادل:




$$A = 1 + Y Z_1$$
$$B = Z_1 + Z_2 + Y Z_1 Z_2$$
$$C = Y$$
$$D = 1 + Y Z_2$$

جریان بارگیری خط (شارژ خط):

$$\left.\begin{cases} V_S = A V_R + B I_R \\ I_S = C V_R + D I_R \end{cases} \quad I_R = 0 \right\} \Rightarrow \begin{cases} V_S = A V_R \\ I_S = C V_R \end{cases}$$

$$I_S = C V_R = C \frac{V_S}{A} \Longrightarrow I_S = \frac{C}{A} V_S$$

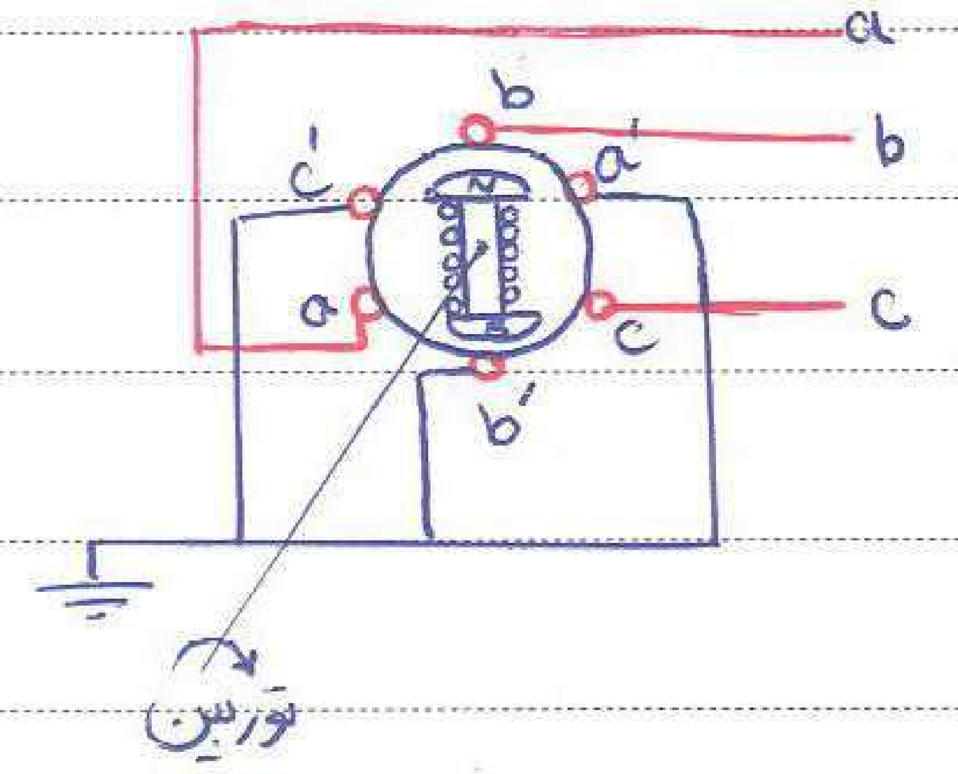
π مدل : $C = Y\left(1 + \frac{ZY}{4}\right)$

T مدل : $C = Z$

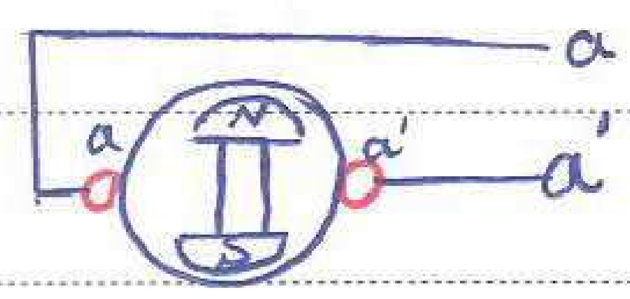
$C = \frac{1}{Z_c} \sinh \gamma l$

# فصل ششم : مدلسازی ژنراتور

## ساختار:

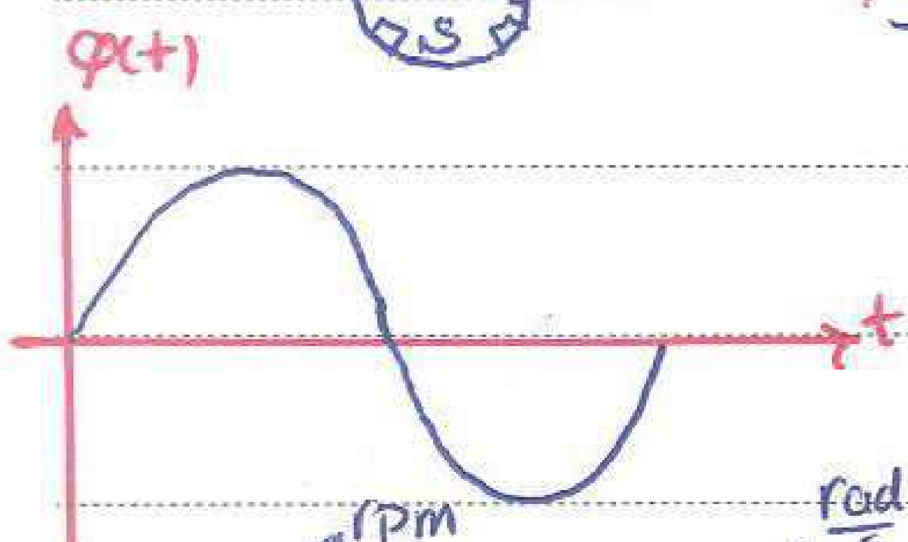



یک ماشین سنکرون ساده ماشینی است که روتور آن ۲ شیار دارد.
اگر روتور ۱ دور در ثانیه بچرخد آنگاه فرکانس 1 Hz خواهد بود.
چون برق 50 Hz می خواهیم باید روتور 50 rps بچرخد و یا سرعت 3000 rpm داشته باشد.




اگر ماشین دو زوج قطب می داشت آنگاه با یک دور چرخش روتور دو سیکل شار خواهیم داشت و در نتیجه فرکانس 2 Hz خواهد برد.
پس در این حالت برای فرکانس 50 Hz سرعت 1500 rpm کافیست.


برای اینکه فاصلی هوایی زیادی نداشته باشیم آنگاه از ساختار مقابل استفاده می شود.




بنابراین روتورهای قطب صاف در محل هایی استفاده می شود که سرعت چرخش روتور بالاست.

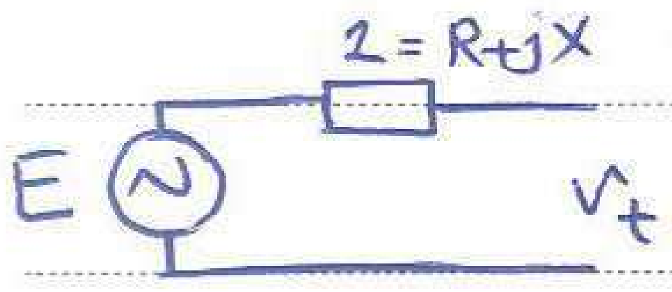
توربوژنراتورها ← قطب صاف (سرعت بالا)
هیدروژنراتورها ← قطب برجسته (سرعت پایین)

$$f = \frac{N}{60}P = nP \qquad (N:\ rpm,\ n:\ \tfrac{rad}{s})$$

فاز $a'$ چون زمین است.

$$\begin{cases} e_{aa'} = E_m \sin\omega t \\ e_{bb'} = E_m \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ e_{cc'} = E_m \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_a = |E|\angle 0 \\ E_b = |E|\angle -120 \\ E_c = |E|\angle 120 \end{cases}$$

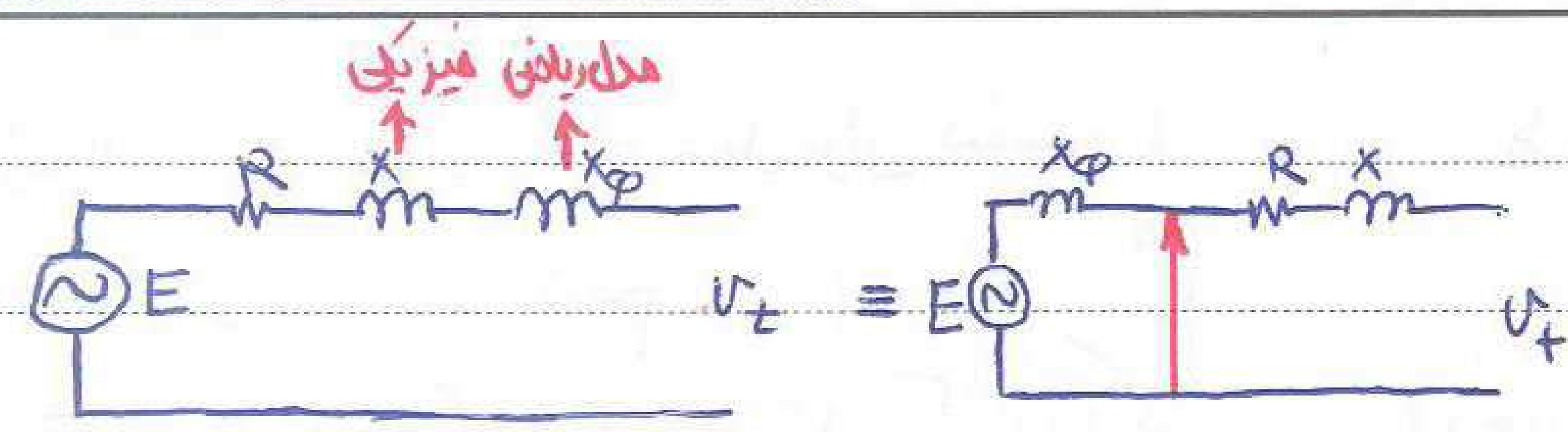
چون مدارها را تکفاز حل می کنیم با توجه به روابط بالا می فهمیم که می توان ژنراتور را با یک منبع ولتاژ مدل کرد. این مدل تا زمانی درست است که از ژنراتور بار نگیریم. در حالت باردار بودن ولتاژ $V_t$ کمتر از $E_a$ می شود و این تفاوت را با امپدانس $Z$ مدل می کنیم:




$$V_t = E - ZI$$

اما باز هم ولت متر مقداری کمتر از مقدار محاسبه شده در فوق را نشان می دهد و این یعنی افت های دیگری نیز داریم. علت کاهش $E$ به دلیل عبور جریان و در نتیجه کاهش شار به علت عکس العمل مغناطیسی استاتور

افت ولتاژها را با یک راکتانس مدل می‌کنیم.




$X_\phi I$ = افت معادل کاهش شار

$RI$ = افت ناشی از مقاومت اهمی استاتور

$XI$ = افت ناشی از راکتانس استاتور

$$V_t = E_f - RI - jI(\overbrace{X + X_\phi}^{X_s})$$

$$\Rightarrow V_t = E_f - (\overbrace{R + jX_s}^{Z_s})\, I$$

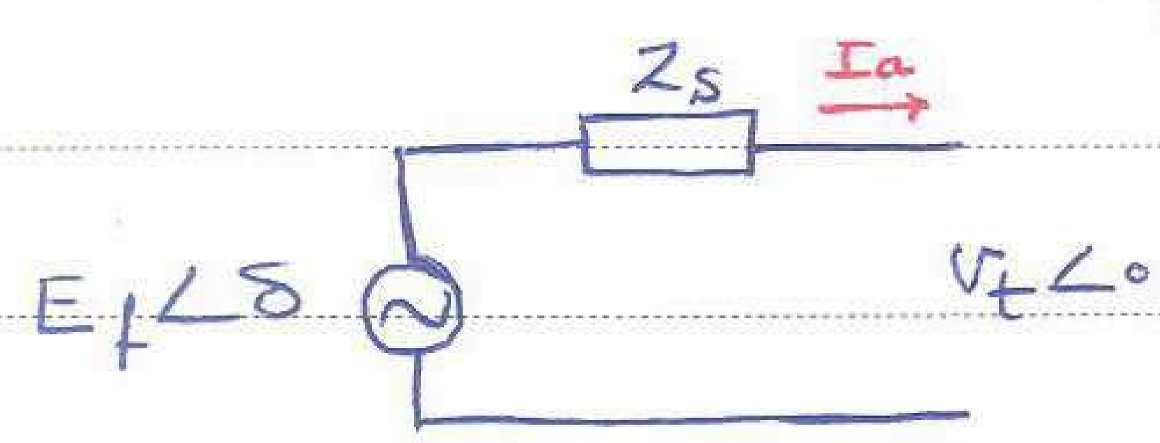
$$\Rightarrow V_t = E_f - Z_s I$$

مثال: ژنراتور ۵۰ MVA با راکتانس سنکرون ۰/۱۲ pu = $X_s$ : مقاومت قابل صرف نظر بوده است.

مقدار مبنا نیز با مقادیر نامی بدست می‌آید.

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = \frac{20^2}{50} = 8\ \Omega \Rightarrow X_s = 0.96\ \Omega$$

به دلیل وجود راکتانس بین $V_t$ و $E$ اختلاف فاز داریم پس داریم:

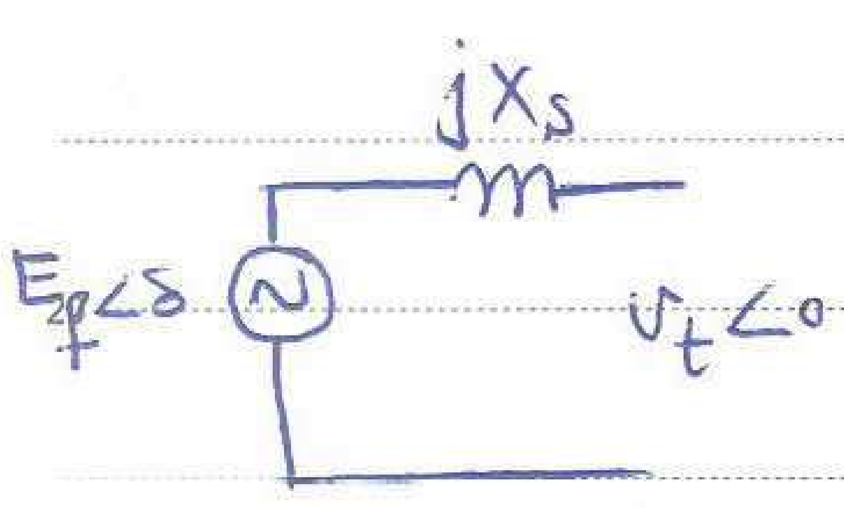



$$E_f = V_t + Z_s I = |V_t|\angle 0 + |Z_s|\angle\theta\ |I_a|\angle\varphi$$

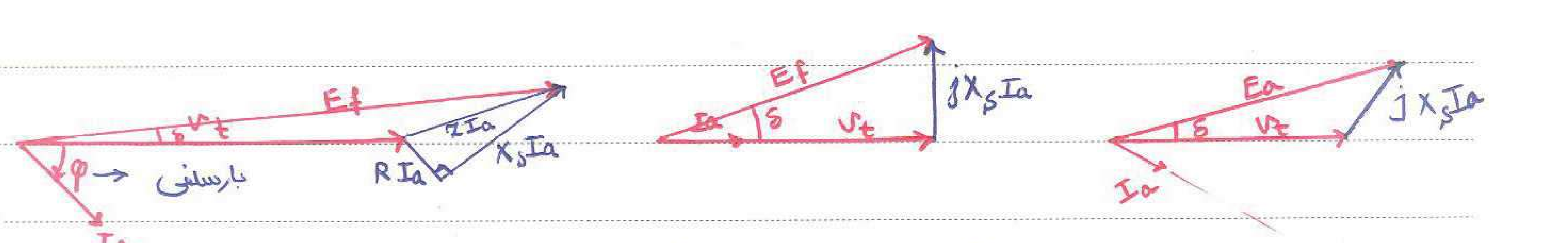
$$E_f = |E_f|\angle\delta$$

اگر مقاومت قابل صرف نظر کردن باشد، آنگاه مدل ساده‌تر شده و داریم:

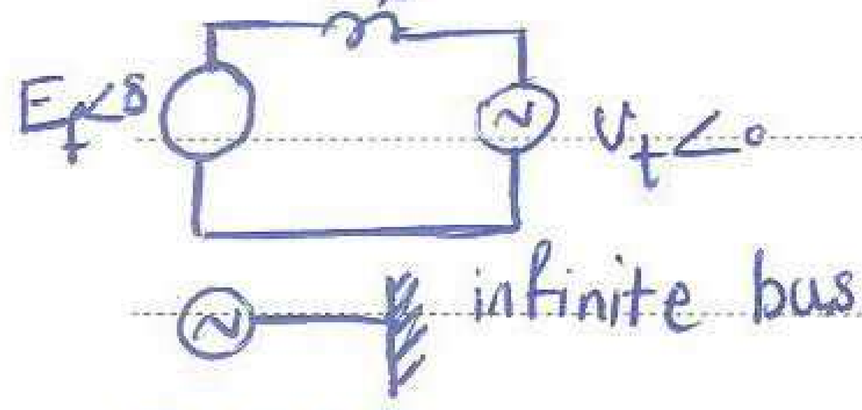
$Z_s = X_s$




$$E_f = V_t + jX_s I$$




شبکه را با یک ژنراتور خیلی بزرگ مدل می‌کنیم و چون این شبکه از ترکیب موازی بینهایت ژنراتور دیگر بدست آمده پس $Z_{s,eq} = 0$ بوده و به آن باس بینهایت می‌گوییم:



$$\frac{Q_S}{P_S} \overset{X_S}{\sim\!\sim} \frac{Q_R}{P_R}$$

برای اینکه ژنراتور را وارد کنیم با شبکه توان بیشتری بدهد باید $\delta$ را زیاد کنیم.

$$P = \frac{|E_f||V_t|}{X_s}\sin\delta$$

$E_f$ خود به شار بستگی دارد ولی توانیم آن را زیاد کنیم به گونه‌ای که $|E_f|\cos\delta > |V_t|$

$$Q = \frac{|E_f|}{X_s}\left[|E_f|\cos\delta - |V_t|\right]$$

وقتی که $|V_t| = |E_f|\cos\delta$ بوده و در نتیجه توان راکتیو ژنراتور صفر است به این حالت تحریک عادی می‌گوییم.

$i_{ex0} \longrightarrow Q = 0$

$i > i_{ex0} \longrightarrow Q > 0$

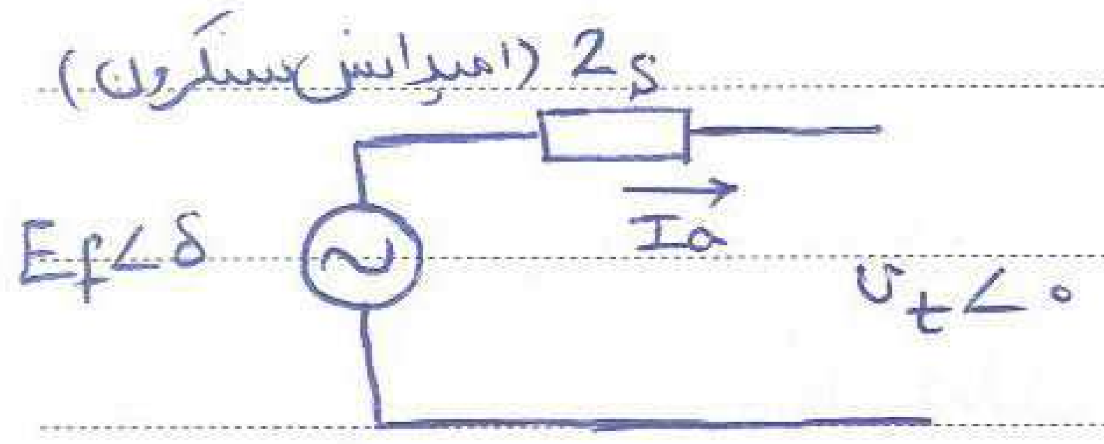
$i < i_{ex0} \longrightarrow Q < 0$

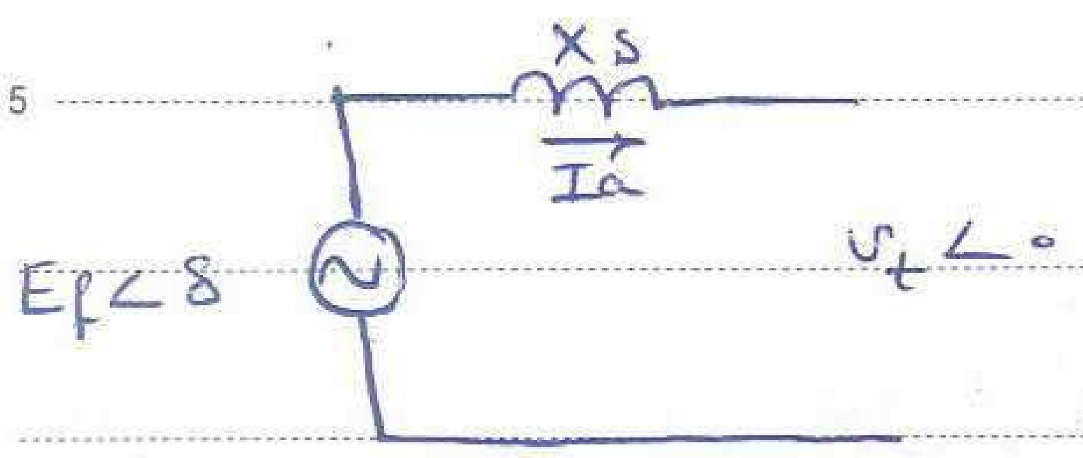
از نظر اکتیو ژنراتور تنها یک مود کاری دارد

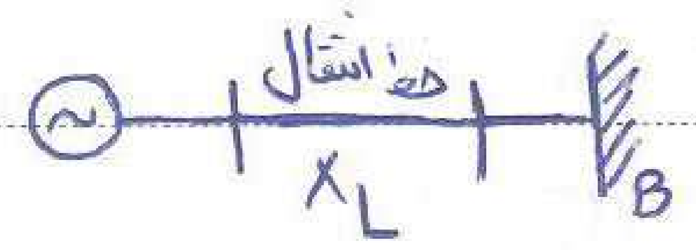
از نظر راکتیو ژنراتور سه مود کاری دارد.

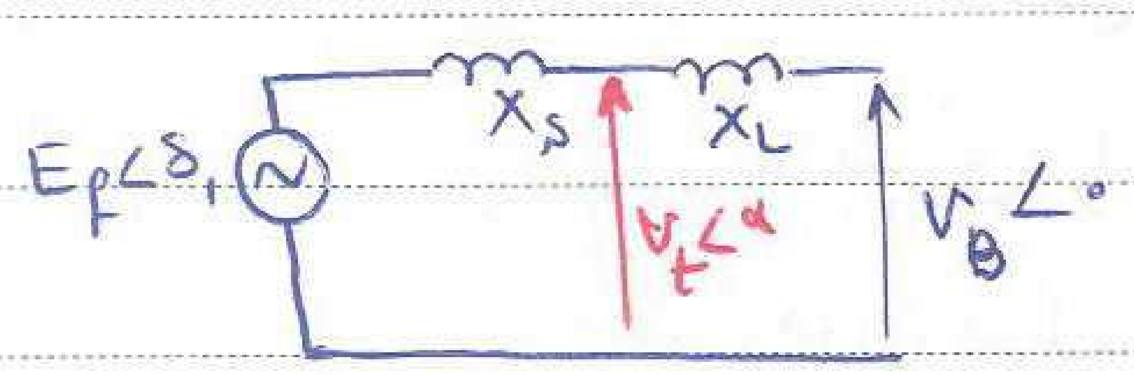
## مدلسازی ژنراتور و موتور سنکرون :

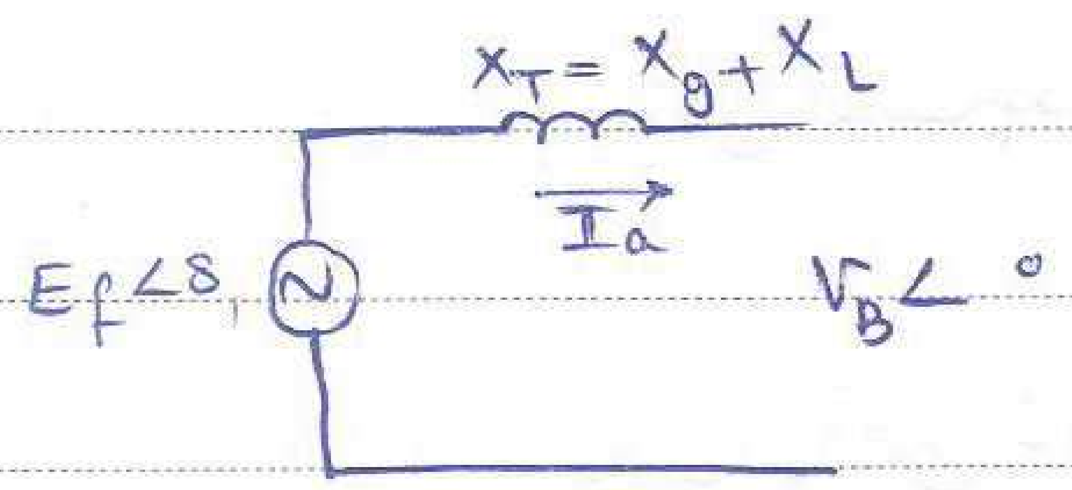
ژنراتور



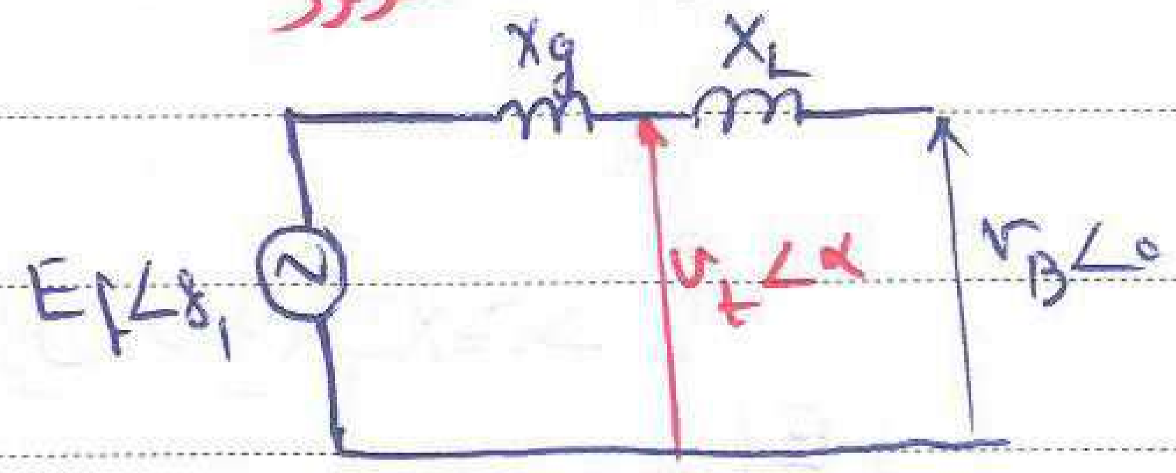



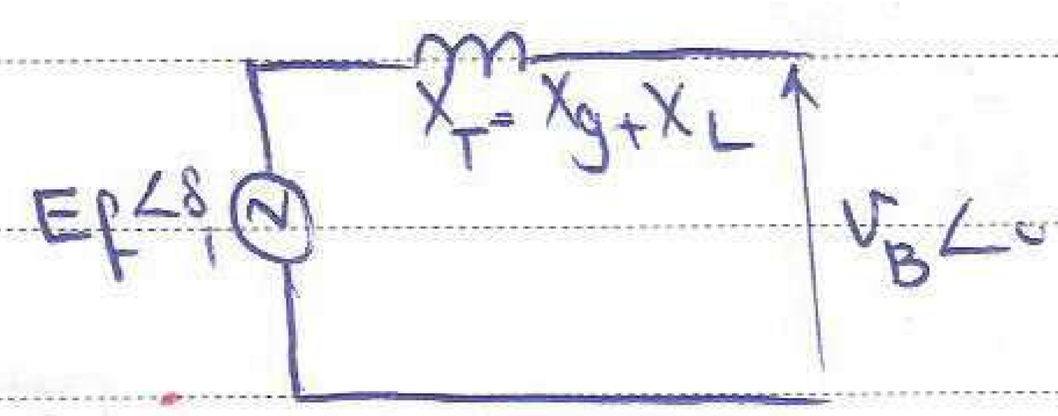




موتور



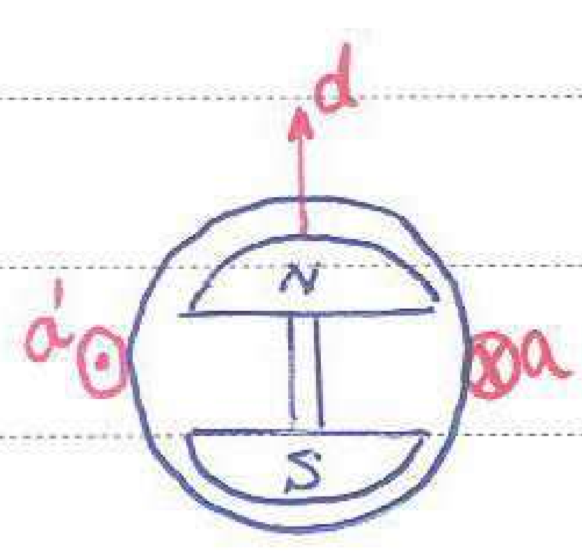



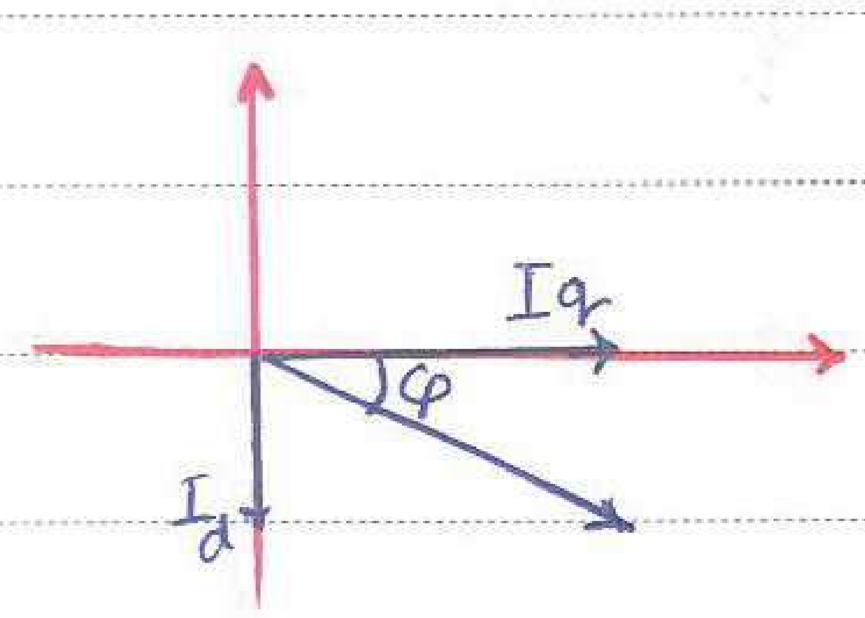

برای ماشین های قطب صاف داریم $\begin{cases} X_s & \text{راکتانس سنکرون} \\ Z_s & \text{امپدانس سنکرون} \end{cases}$

$$X_s = X + X_\varphi$$

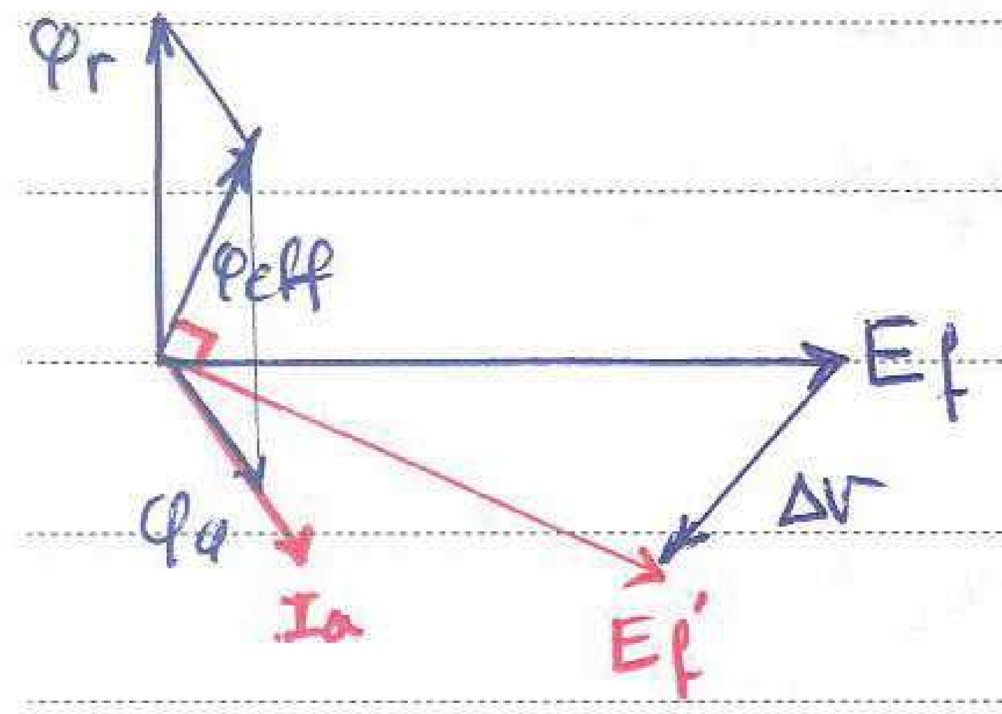
$X$ ← راکتانس سیم پیچ $aa'$

$X_\varphi$ ← راکتانس ناشی از تضعیف شار



تا زمانی که جریان از سیم پیچ $aa'$ نگذرد، آنگاه مدل مقابل را داریم:




$\Delta V$ متناسب با جریان $I_a$ می باشد.

$\Delta V$ با جریان $I_a$ به اندازه $90^\circ$ اختلاف فاز دارد.

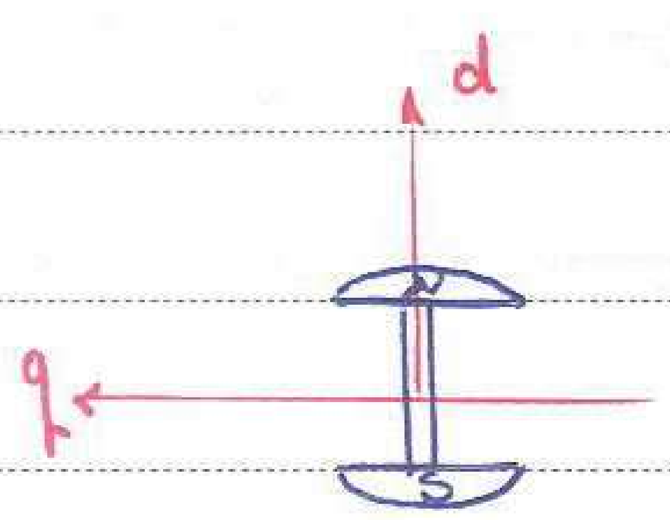
بنابراین داریم $\Delta V = X I_a$

پس به طور ریاضی به جای اثر فوق از یک $X$ استفاده می کنیم.

اگر روتور قطب صاف باشد آنگاه فاصله هوایی در تمام سطوح یکسان است و با چرخش روتور ما تمایزی نمی بینیم. در روتور قطب صاف نیز می توانیم $I_a$ را تجزیه کنیم ولی در این حالت در دو امتداد فرقی از نظر نداریم اما در روتورهای قطب برجسته چون در یک راستا آهن بیشتر است و در یک راستا فاصله هوایی بیشتر است حتماً باید جریان را به دو بخش تقسیم کنیم.

برای نمونه در مورد ژنراتوری دو قطبی $1 < X_d < 1.5$ , $0.9 < X_q < 1.4$

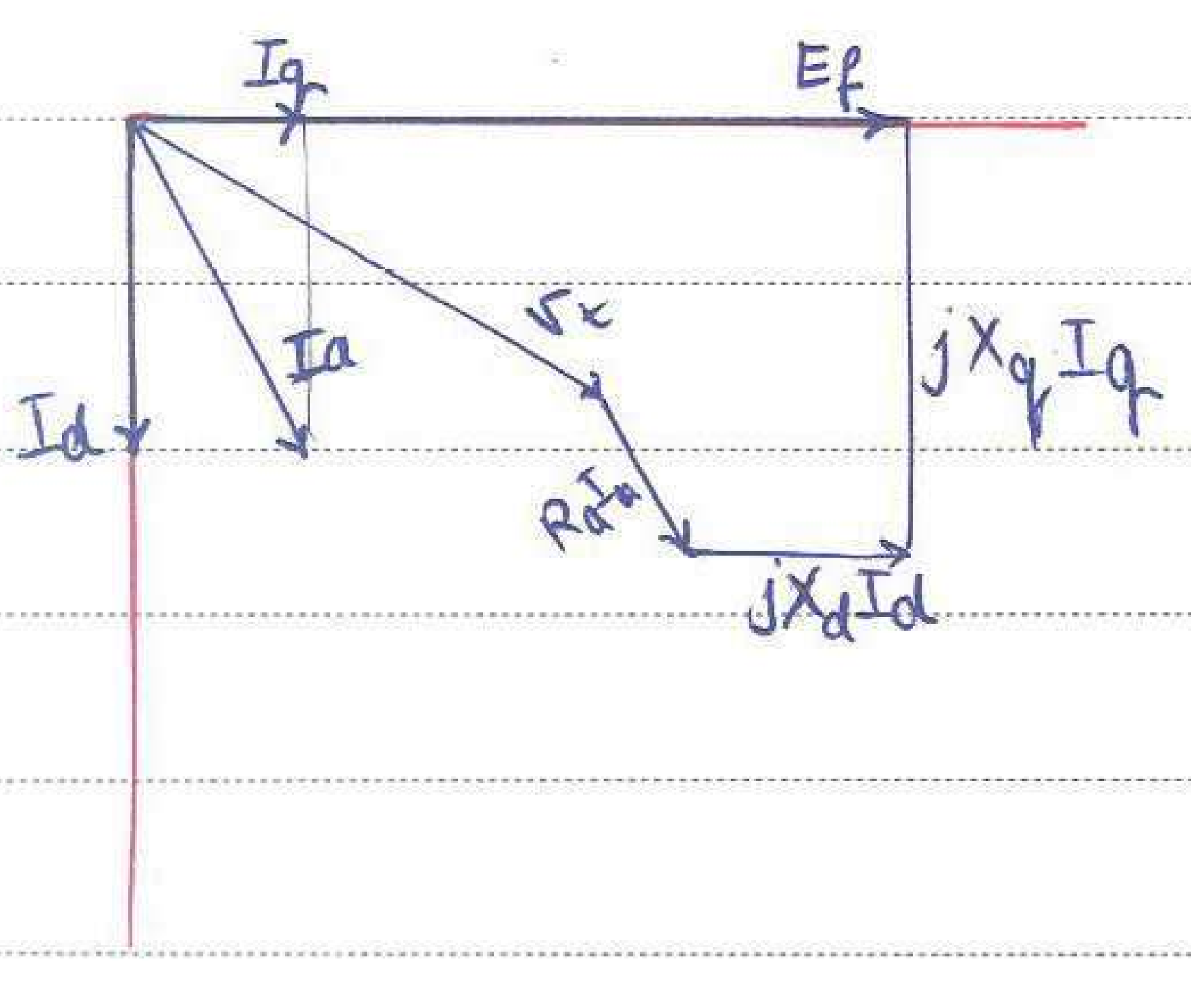
برای ژنراتورهای قطب برجسته دو مدل داریم و باید یکبار برای مدار $q$ و یکبار برای مدار $d$ محاسبات را انجام دهیم.



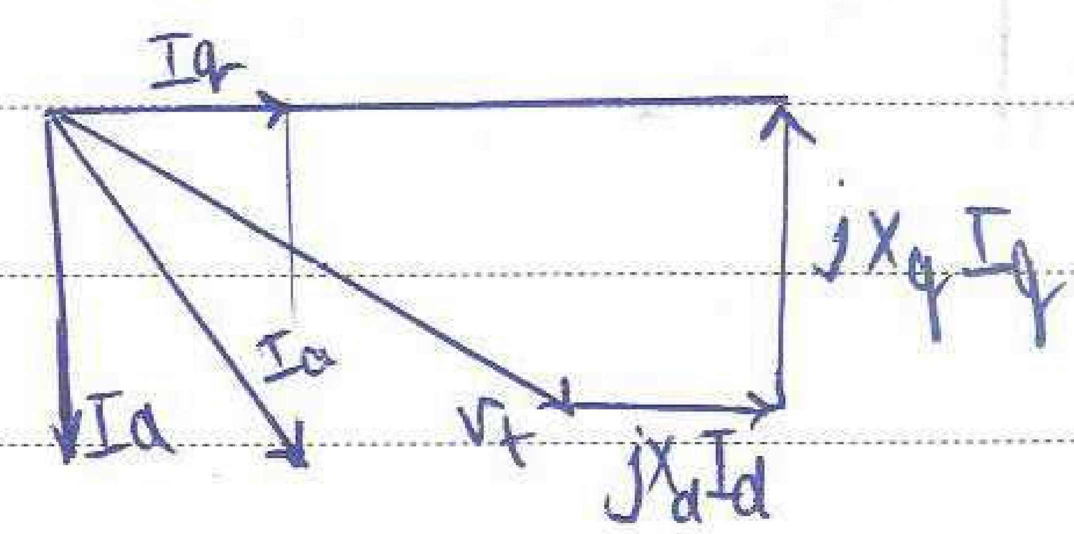

محور مستقیم $d$ : $X + X_{\phi d} = X_d$

محور عمودی $q$ : $X + X_{\phi q} = X_q$

دیاگرام برداری: ماشین سنکرون با قطب برجسته




$\xrightarrow[\text{از } R_a]{\text{صرف نظر}}$



برای ماشین قطب صاف داشتیم:

$$P=\frac{|E_f||V_t|}{X_s}\sin\delta \quad , R=0$$

در اینجا باید دو توان را در دو جهت محاسبه کرده و با هم جمع کنیم:

$$P=I_q|V_t|\cos\delta+I_d|V_t|\sin\delta \quad , R=0$$

می خواهیم فرمول را به گونه ای درآوریم که در آن جریان نداشته باشیم، پس:

$$|V_t|\sin\delta=X_q I_q \Rightarrow I_q=\frac{|V_t|\sin\delta}{X_q}$$

$$|E_f|-|V_t|\cos\delta=X_d I_d \Rightarrow I_d=\frac{|E_f|-|V_t|\cos\delta}{X_d}$$

$\Rightarrow$ با جایگذاری در رابطه بالا داریم:

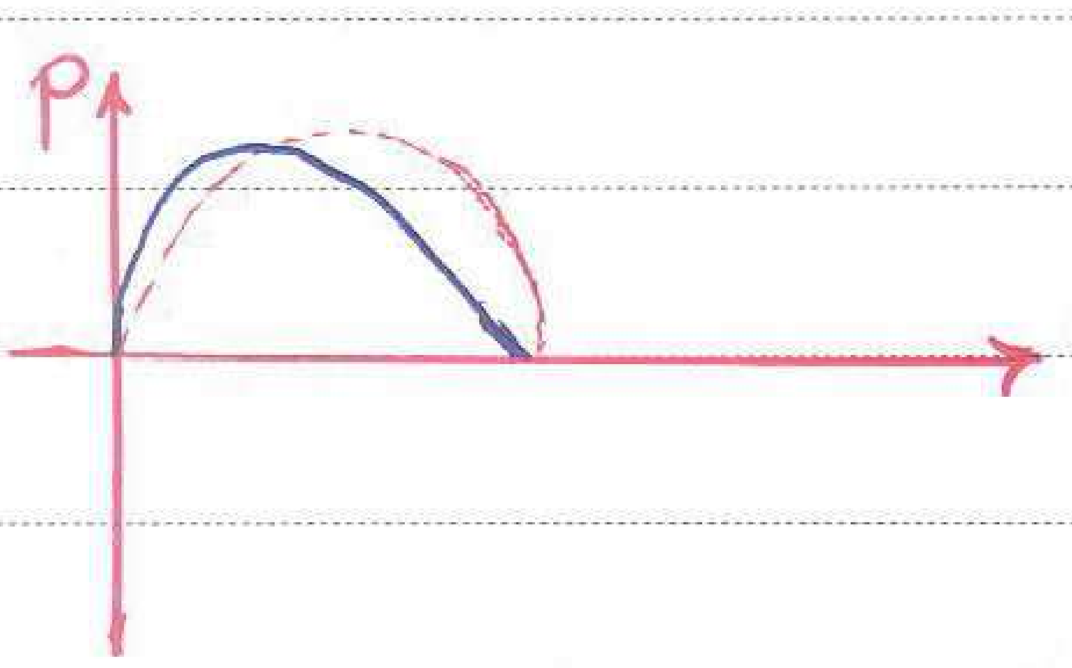
در ژنراتور قطب برجسته با $R=0$:

$$\Rightarrow P=\underbrace{\frac{|V_t||E_f|}{X_d}\sin\delta}+\underbrace{\frac{|V_t|^2}{2}\left(\frac{1}{X_q}-\frac{1}{X_d}\right)\sin2\delta}_{\text{درصد کمتری از توان را می دهد.}}$$

محاسبه توان راکتیو:

$$Q=|I_d||V_t|\cos\delta-|I_q||V_t|\sin\delta$$

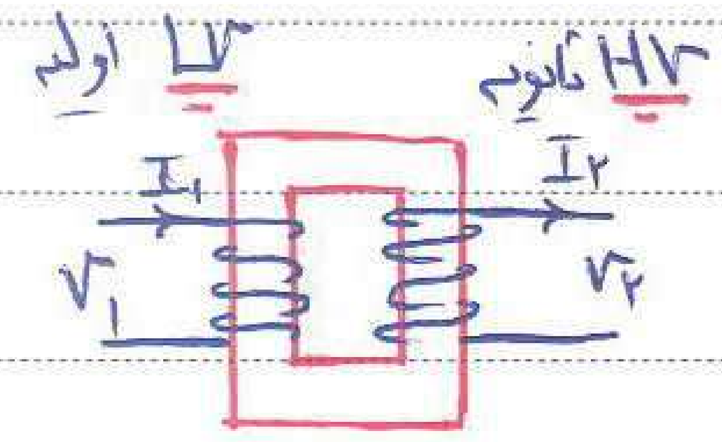
$$\Rightarrow Q=\frac{|V_t|}{X_d}\left(|E_f|\cos\delta-|V_t|\right)-|V_t|^2\left(\frac{1}{X_q}-\frac{1}{X_d}\right)\sin^2\delta$$

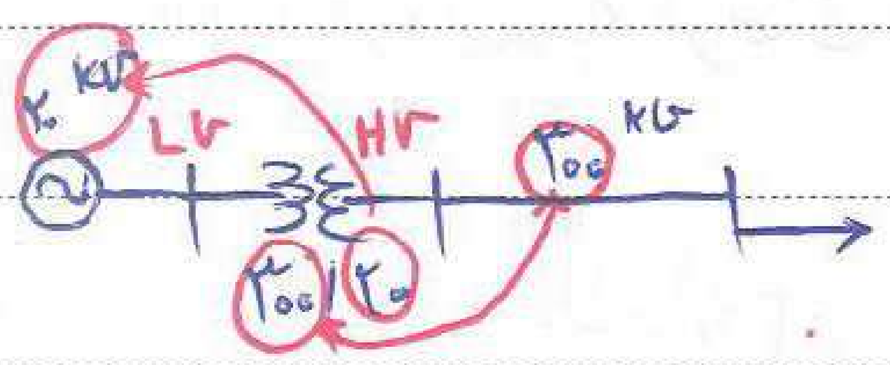


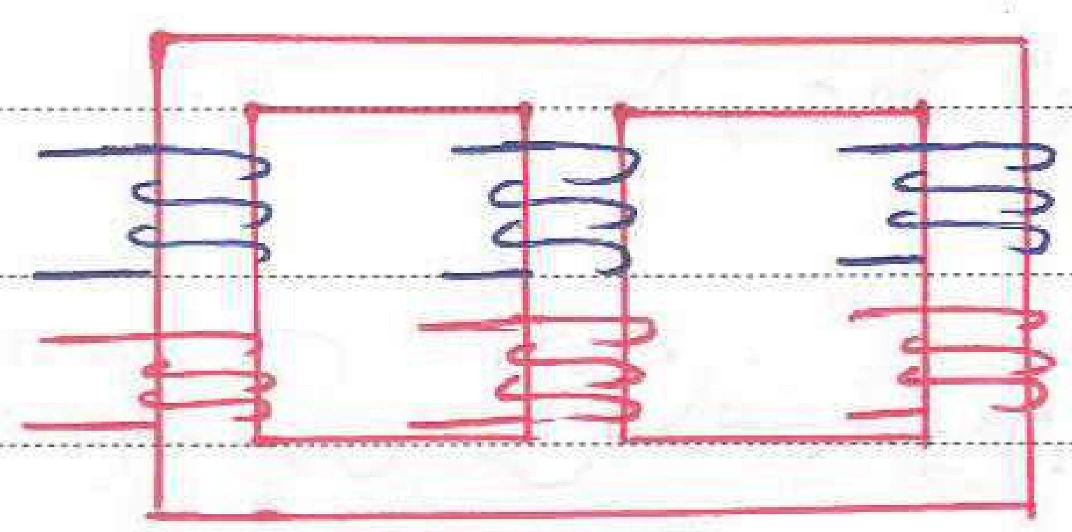

در خیلی از موارد می توان از اثر برجستگی قطب ها چشم پوشی کرد و عبارت دوم در P که درصد کمتری از توان را تشکیل می دهد حذف می کنیم.

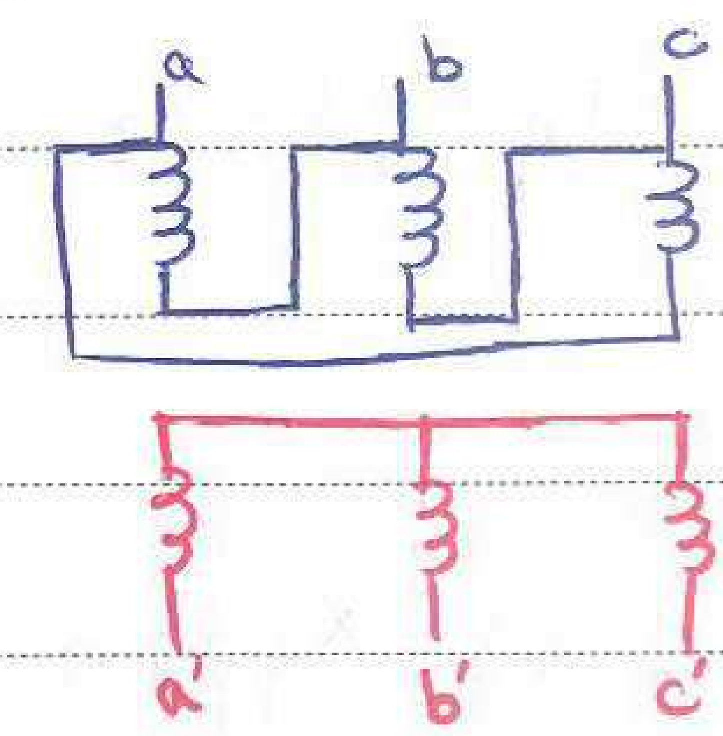
## مدلسازی ترانسفورماتور:

ترانس های قدرت
- تک فاز
- سه فاز
  - دو سیم پیچه
  - سه سیم پیچه






اگر بخواهیم از یک ترانس تک فاز یک ترانس سه فاز بسازیم بابه ولتاژهای آنها توجه کنیم.

**مثال:** از سه ترانس تک فاز ۱۰۰ kVA و ۲۰ kV/۵۰ kV یک ترانس قدرت سه فاز درست شده است. اگر اتصال HV، Δ و LV، Y باشد مشخصات ترانس سه فاز چیست؟

$S = ۳۰۰\ kVA$

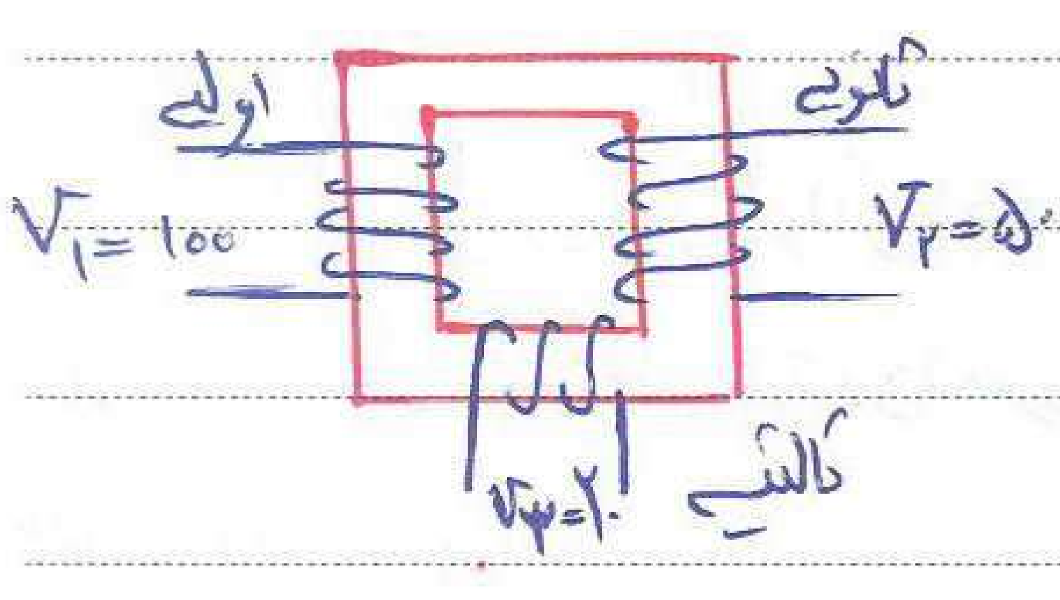
$HV: V = ۲۰\ kV$

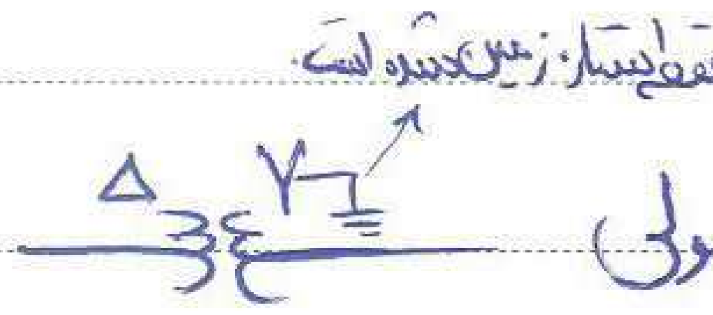
$LV: V = ۵\sqrt{۳}$

$X = ۰٫۱۲\ pu$

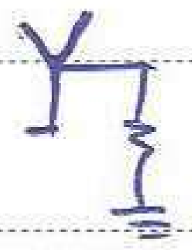
اگر راکتانس برای ترانس سه فاز داده شود، آنگاه آن راکتانس مربوط به یک فاز است.

## ترانس سه سیم پیچه:

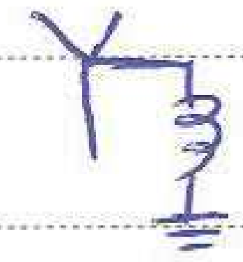


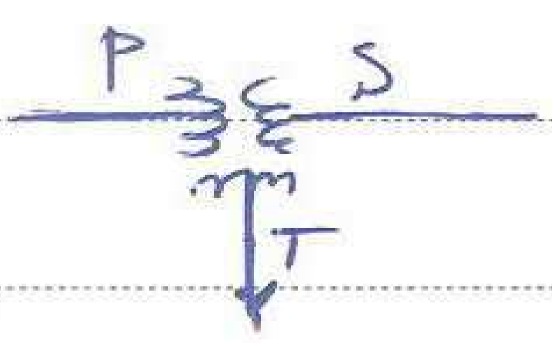

ترانس قدرت معمولی

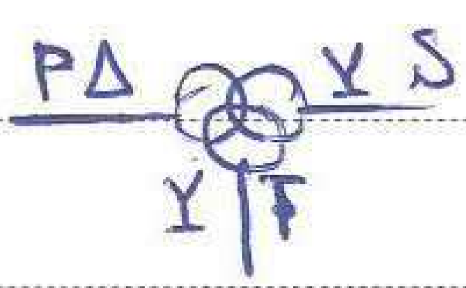



با مقاومت زمین شده است

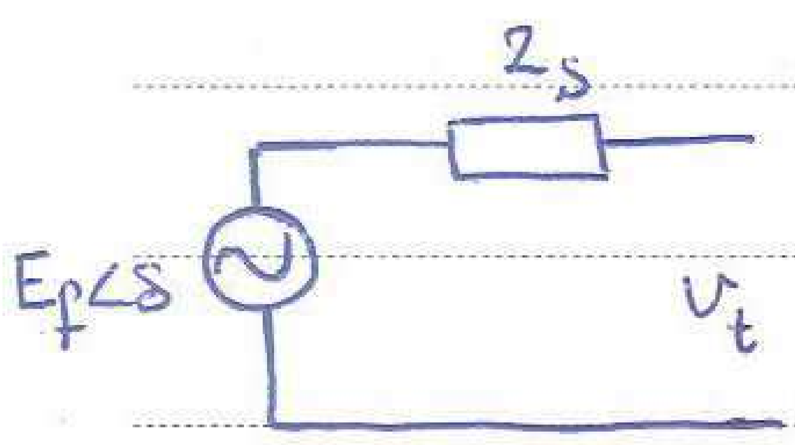



با راکتور زمین شده است.



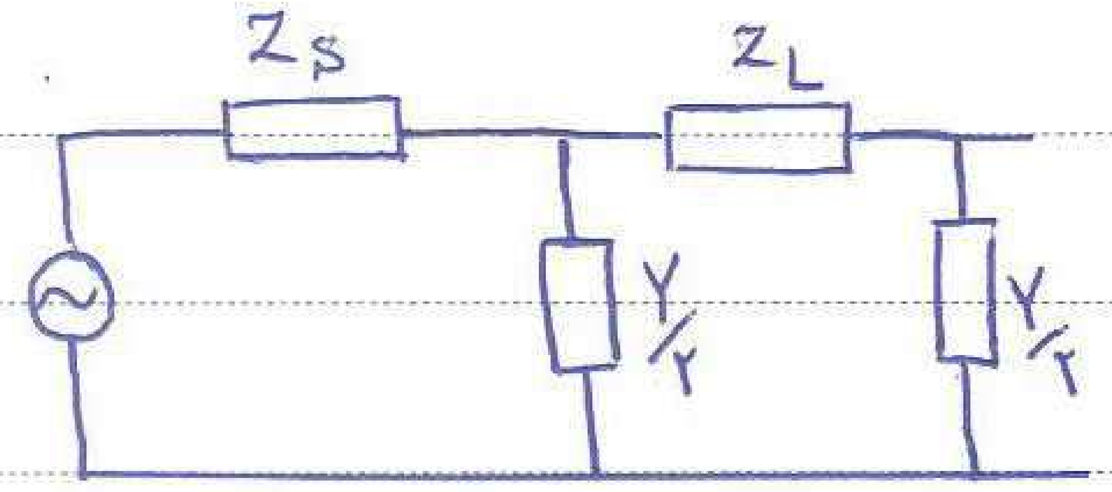



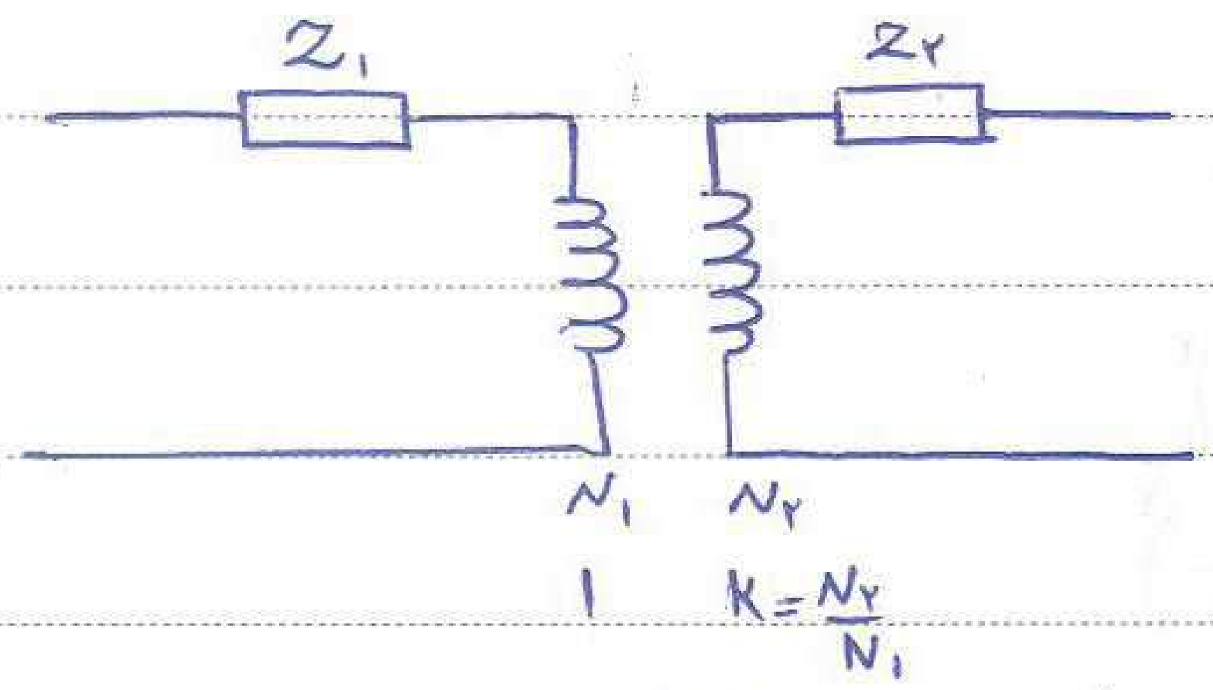
## مدل ترانسفورماتور قدرت:



مدل ژنراتور سنکرون

از آنجاییکه سیستم را متعادل فرض می‌کنیم پس آن را تک فاز مدل می‌کنیم.




ترانس:

$$\left.\begin{array}{l} Z_1=R_1+jX_1 \\ Z_2=R_2+jX_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} Z_{12}=Z_1+Z_2\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \\ Z_{ps}=Z_p+Z_s\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \end{array}\right.$$

اگر مقادیر مبنای متفاوتی در دو طرف ترانس انتخاب کنیم آنگاه می‌توانیم با پریونیت کردن مقادیر امپدانس‌ها نسبت را در مبناها قرار داده و کاری کنیم که $Z_{ps}^{pu}=Z_{ps}^{pu}$

$$Z_{ps}=Z_p+Z_s\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \Rightarrow Z_{ps}=\frac{Z_p+Z_s\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2}{Z_{b1}}=\frac{Z_p}{Z_{b1}}+\frac{Z_s}{Z_{b1}\left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2}$$

* ضریب را در مبنا قرار داده‌ایم

$\Rightarrow$

بنابراین باید هنگام انتخاب مبنا برای ترانس باید یک $S_b$ ولی دو $Z_b$ انتخاب کنیم. بنابراین:

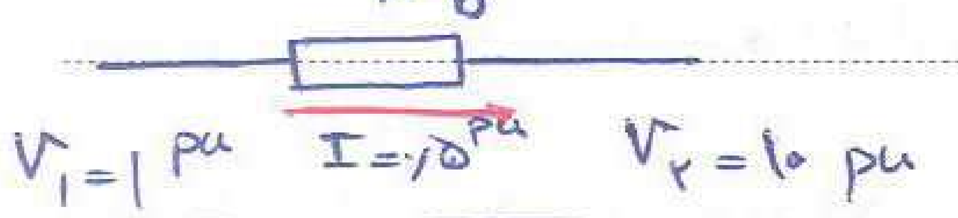
$S_b$ برای ترانس

برای اولیه $V_{b1}=V_1$ $\qquad \frac{63^k/20^k}{}$ ۶۳

برای ثانویه $V_{b2}=V_2$ $\qquad \frac{63^k/20^k}{}$ ۲۰

$$\left.\begin{array}{l} Z_{b1}=\frac{V_{b1}^2}{S_b} \\ \\ Z_{b2}=\frac{V_{b2}^2}{S_b} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{Z_{b1}}{Z_{b2}}=\left(\frac{V_{b1}}{V_{b2}}\right)^2=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2=\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

بنابراین پس از پریونیت کردن نسبت‌ها داریم:

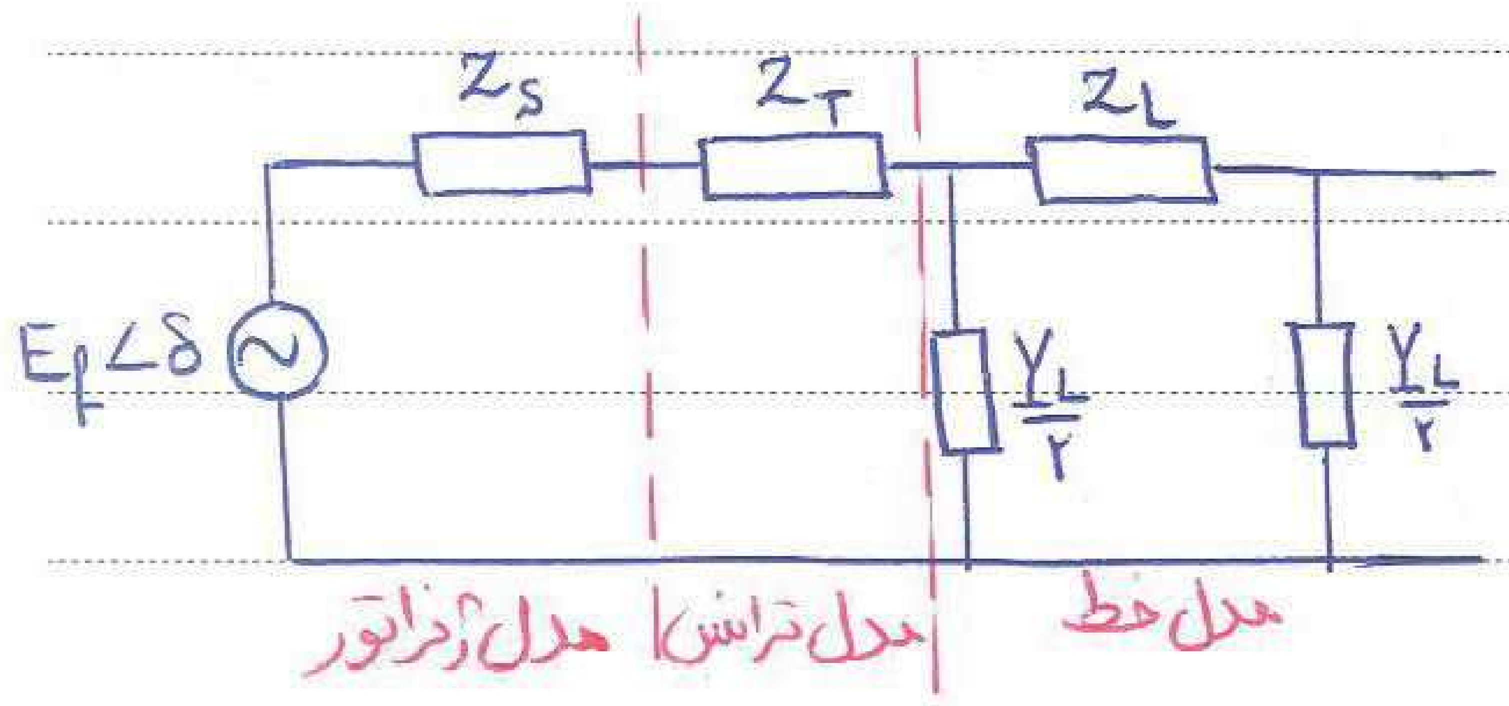



I به پریونیت در دو طرف برابر است اما از آنجاییکه مقادیر مبنا فرق می‌کند پس مقادیر واقعی جریان در دو طرف متفاوت است

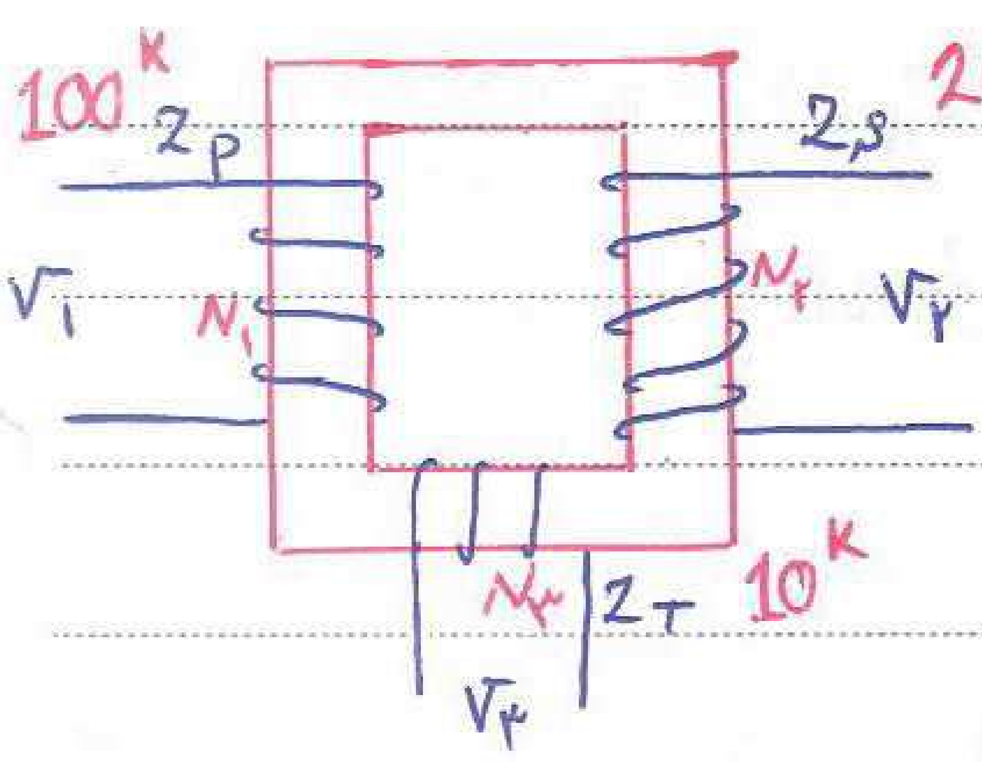
$$I_{b1}=\frac{S_b}{V_{b1}} \qquad I_{b2}=\frac{S_b}{V_{b2}}$$

مقادیر نامی روی ترانس نوشته شده است و می توان با استفاده از آن مقادیر مبنا را برای دو طرف محاسبه کرد

بنابراین برای مدل کردن خط همراه ترانس داریم:




مدلسازی ترانس سه سیم پیچه:




مقادیر اهمی

$$\begin{cases} Z_{PS} = Z_P + Z_S \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \\ Z_{PT} = Z_P + Z_T \left(\frac{N_1}{N_3}\right)^2 \\ Z_{ST} = Z_S + Z_T \left(\frac{N_2}{N_3}\right)^2 \end{cases}$$

در محیط پریونیت

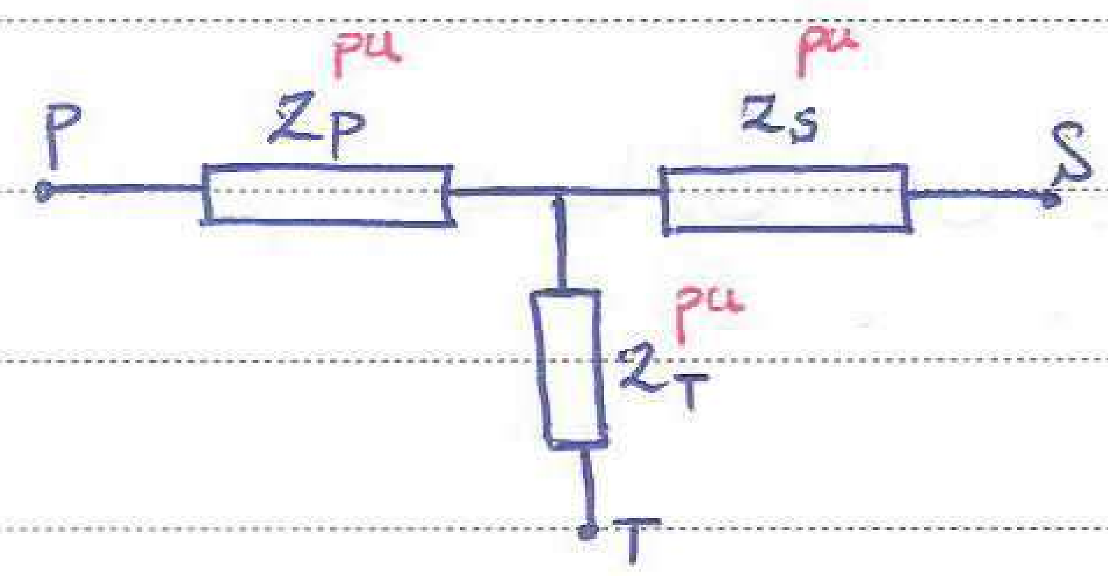
$$\begin{cases} Z_{PS} = Z_P + Z_S \\ Z_{PT} = Z_P + Z_T \\ Z_{ST} = Z_S + Z_T \end{cases}$$

$Z_{PS}$ و $Z_{PT}$ $\rightarrow$ براساس مقادیر مبنای اولیه باید پریونیت شود $\rightarrow V_{b1} = 100^k$

$Z_{ST}$ $\rightarrow$ براساس مقادیر مبنای ثانویه باید پریونیت شود. $\rightarrow V_{b2} = 20^k$

امپدانس های پریونیت شده روی پلاک ترانس موجود می باشند.

در بعضی موارد نیز نحوه ی پریونیت کردن گفته می شود. حال اگر این راه درست بود که مقادیر را داریم وگرنه باید از روش فوق مقادیر مبنا را بدست آوریم.




مقادیر $Z_{PS}$ ، $Z_{PT}$ و $Z_{ST}$ معلومند و ما می توانیم با استفاده از روابط موجود، $Z_P$ ، $Z_S$ و $Z_T$ را بدست آوریم.

$$Z_P = \frac{1}{2}(Z_{PS} + Z_{PT} - Z_{ST})$$

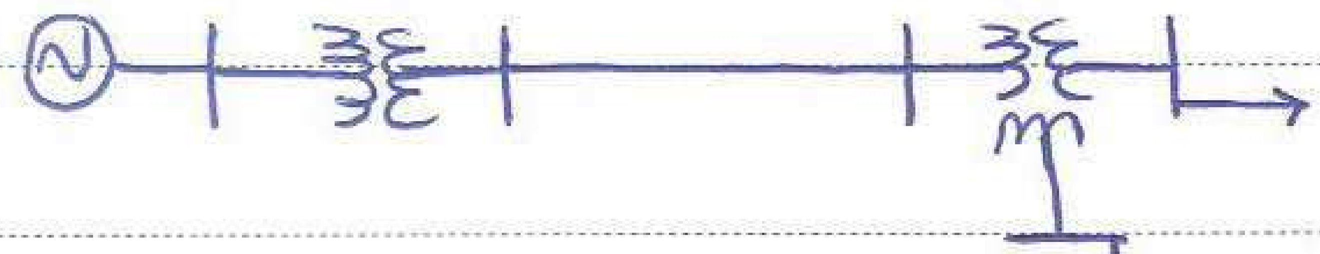
$$Z_S = \frac{1}{2}(Z_{PS} + Z_{ST} - Z_{PT})$$

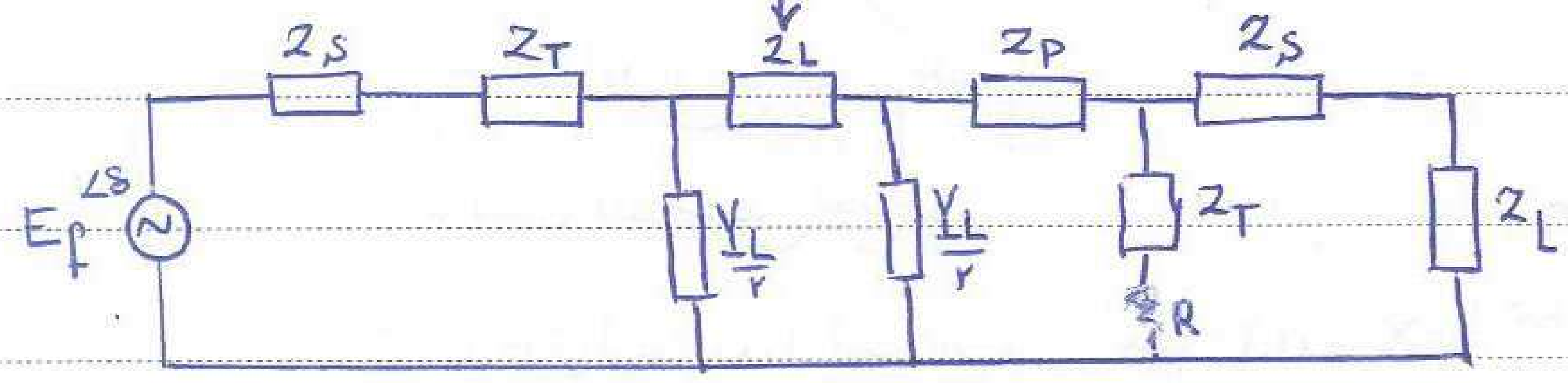
$$Z_T = \frac{1}{2}(Z_{PT} + Z_{ST} - Z_{PS})$$

بنابراین در اینجا مجبوریم مسأله را در محیط پریونیت حل کنیم.

امکان دارد یکی از مقادیر مقابل منفی گردد و این مشکلی ایجاد نمی کند زیرا این مقادیر از روی یک مدل صرفاً ریاضی بدست آمده اند.

$$\begin{cases} V_S = V_R \cosh \gamma l + I_R Z_c \sinh \gamma l \\ I_S = V_R \frac{1}{Z_c} \sinh \gamma l + I_R \cosh \gamma l \end{cases}$$



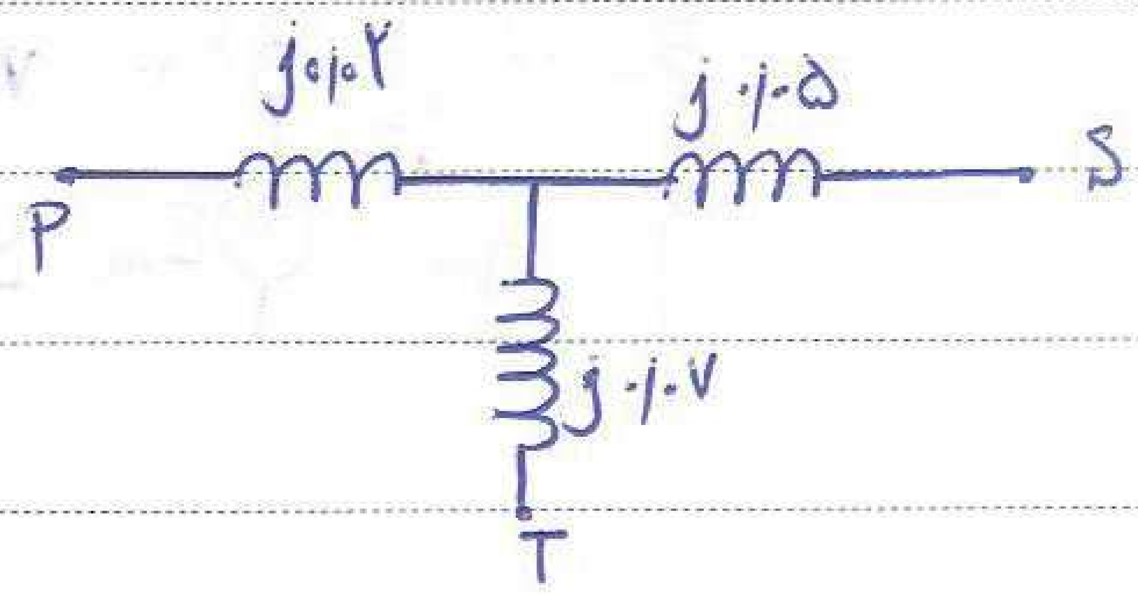



مثال: از نظر توان پریونیت کردن ایراد دارد زیرا باید $S_b$ داریم.

P Y : 44 kv 15 MVA

S Y : 13.2 kv 10 MVA

T Δ : 2.3 kv 5 MVA




$$\begin{cases} X_{PS} = 7\% = 0.07\ pu & 15\,MVA \quad 44\,kv \\ X_{PT} = 9\% = 0.09\ pu & 15\,MVA \quad 44\,kv \\ X_{ST} = 8\% = 0.08\ pu & 15\,MVA \quad 13.2\,kv \end{cases}$$

ایراد دارد.

if $\left\{ PT \text{ اگر } = \begin{cases} 13.2\ kv \\ 5\ MVA \end{cases} \rightarrow X_{PT} = 0.09 \left(\frac{15}{5}\right)\left(\frac{13.2}{44}\right)^2 \right\}$

* هر توانی می‌تواند مبنا باشد اما در اینجا در صورت سؤال خواسته $15^{MVA}$ مبنا انتخاب شود.

* در مورد ولتاژها نیز مقید هستیم که برای دو مورد اول $V_{b1}$ را مبنا بگیریم و برای سومی $V_{b2}$ را مبنا بگیریم.

$$X_{ST} = 0.08 \ \frac{15}{10} = 0.12^{pu}$$

$$X_P = \tfrac{1}{2}(0.07 + 0.09 - 0.12) = j0.02 \ pu$$

$$X_S = j0.05 \ pu$$

$$X_T = j0.07 \ pu$$

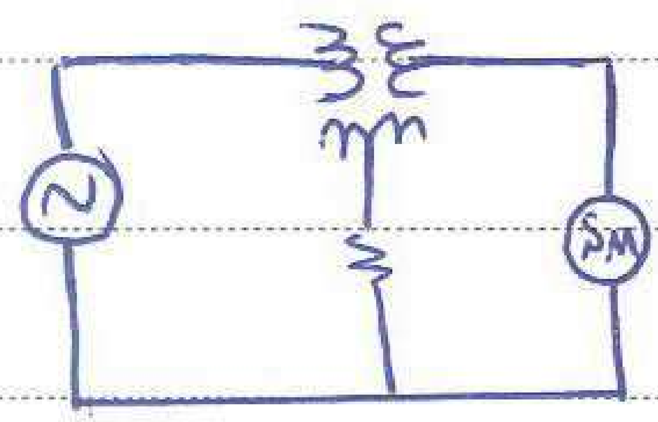
اگر به ما گفته نشد چه توانی را مبنا بگیریم بهتر بود $10^{MVA}$ را مبنا می‌گرفتیم اما فرض کنیم گفته شود که $15^{MVA}$ را مبنا انتخاب کنیم، پس داریم:

اگر:
$$X_{PS} = 0.05^{pu} \quad 15^{MVA} \quad 44^{kv}$$
$$X_{PT} = 0.1^{pu} \quad 10^{MVA} \quad 13.2^{kv}$$
$$X_{ST} = 0.06^{pu} \quad 10^{MVA} \quad 2.3^{k}$$

$$X_{PT} = 0.1 \left(\frac{15}{10}\right)\left(\frac{13.2}{44}\right)^2$$

$$X_{ST} = 0.06 \left(\frac{15}{10}\right)\left(\frac{2.3}{13.2}\right)^2$$

در ادامه مثال داریم:



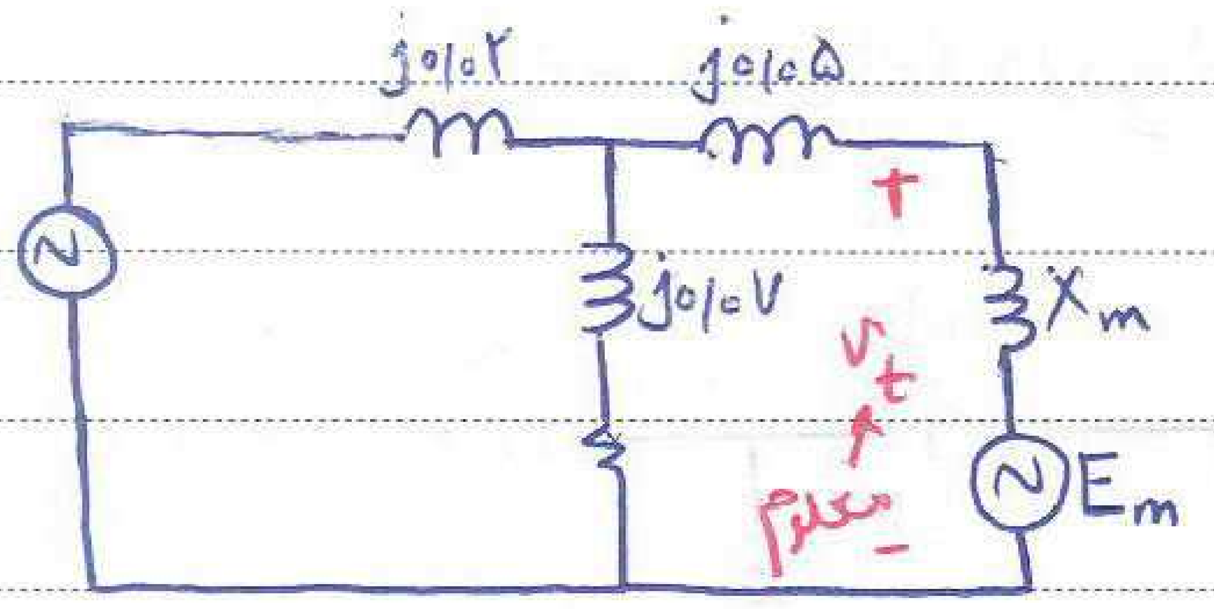
حال می‌خواهیم دیاگرام امپدانسی را رسم کنیم.
و کمیت‌ها را برحسب پریونیت مشخص کنیم.

ثالثیه ← ۵ MVA  ۲٫۳ kv

ثانویه ← ۷٫۵ MVA  $13.2^{kv}$ ، $X = 0.2\ pu$

مقادیر $66^{kv}$ ، $15^{MVA}$ را برای اولیه مبنا انتخاب کنید.

منبع ولتاژ با امپدانس داخلی صفر ← اولیه




R در ثالثیه است و ۳ عدد $V_b$ داریم. هر کمیتی که در ثانویه وجود دارد مبنای آن، مبناهای گ است، یعنی: $V_b = 13.2^{kv}$

* توان مبنا برای تمام قسمت‌ها یکسان است.

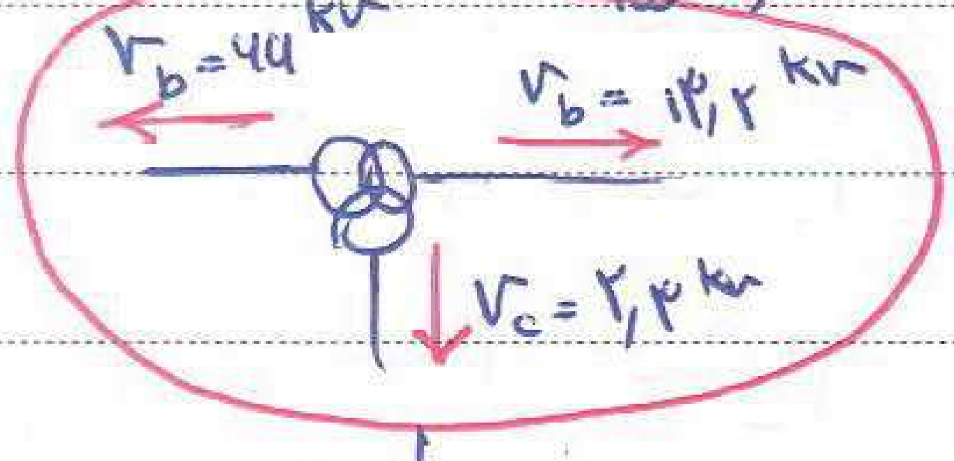
بنابراین اگر بخواهیم $X_m$ را پریونیت کنیم داریم:
ولتاژ $X_m$ درست است اما توان آن با توان انتخابی ما متفاوت است، پس داریم:

$$X_m = j0.02\,\frac{15}{7.5} = j0.04\ pu$$

اگر توان در R برابر $15^{MVA}$ بود آنگاه مقدار R، ۱ pu بود اما در اینجا داریم:

$$R = \frac{V^2}{S} = \frac{2.3^2}{5}\ \Omega$$

$$R = \frac{2.3^2}{5} \times \frac{1}{\left(\frac{2.3^2}{15}\right)} = 3\ pu$$ یا $$R = 1\left(\frac{15}{5}\right) = 3^{pu}$$




$S_b = 15^{MVA}$

درصورتی می‌توانیم مدار معادل را قرار دهیم که نسبت تبدیل‌ها را در ولتاژهای مبنا رعایت کنیم.

اگر توان مصرفی موتور در ولتاژ $13.2^{kv}$ برابر با $5^{MW}$ در ضریب قدرت ۰٫۸ پیش فاز باشد ولتاژ منبع را محاسبه کنید.

ولتاژ ← جریان $= \frac{P}{\cancel{\sqrt{3}}\, V \cos\varphi} \angle$ (با توجه به ۰٫۸)

چون پریونیت حل می‌کنیم.

چون موتور سنکرون است می‌تواند پیش فاز باشد

## مدلسازی بارهای مصرفی :

### a) مدل امپدانس :

اگر ولتاژ و جریان را داشته باشیم آنگاه از رابطه $Z=\frac{V}{I}=|Z|\angle\theta=R+jX$ امپدانس را بدست می آوریم.

ممکن است P ، V ، $\cos\varphi$ معلوم بوده و از روی آنها بتوانیم Z را بدست آوریم.

$$Z=\frac{V}{I}=\frac{VV^*}{S^*}=\frac{|V|^2}{P-jQ}$$

### b) مدل توانی :

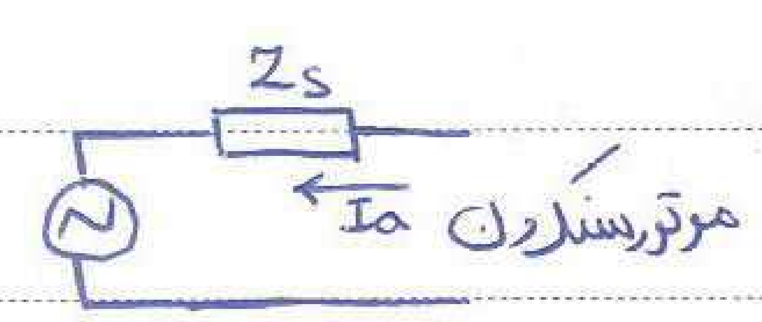
در این مدل بار یا مصرف کننده را با توان مدل می کنیم $S_D=P_D+jQ_D$

### c) مدل جریانی :

در این مدل بار را با یک منبع جریان مدل می کنیم، البته جهت جریان باید به سمت تزریق باشد $I=|I|\angle\theta$

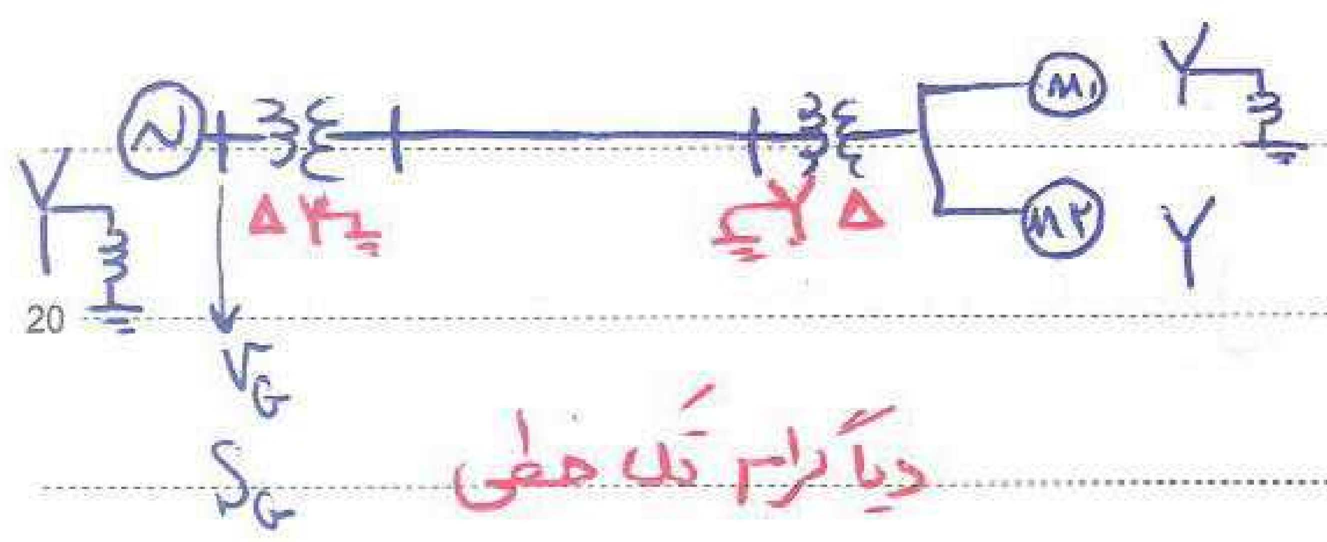
### d) مدل منبع ولتاژ :

از این مدل برای نشان دادن یک موتور سنکرون استفاده می شود.




## مدل سازی یک سیستم قدرت جهت مطالعه حالت دائم : بخش بار Load Flow

شکل مقابل یک شبکه ساده از سیستم قدرت است.




سیستم قدرت { شعاعی / بهم پیوسته

در شکل فوق می خواهیم $V_G$ را بدست آوریم

یکی از اهداف پخش بار تعیین ولتاژ در باس ها می باشد.

برای حل شبکه، بجای اجزاء، از معادل های آنها استفاده می کنیم.

اطلاعات زیر داده شده است:

Gen: $300\ MVA \quad 20\ kV \quad X_g = j0.2\ pu$

$T_1$: $350\ MVA \quad 230^{kV}/20^{kV} \quad X_{T_1} = j0.1$

TL: $40\ mile \quad X_L = 0.5\ \frac{\Omega}{mile} \quad R_L = 0$

$T_2$: از سه ترانس تکفاز تشکیل شده است.

مشخصات تک فاز: $100\ MVA \quad 127^{kV}/13.2^{kV} \quad X_{T_2} = j0.1$

$M_1$: $200\ MVA \quad 13.2\ kV \quad X_{m1} = j0.2$

$M_2$: $100\ MVA \quad 13.2\ kV \quad X_{m2} = j0.2$

موتور سنکرون

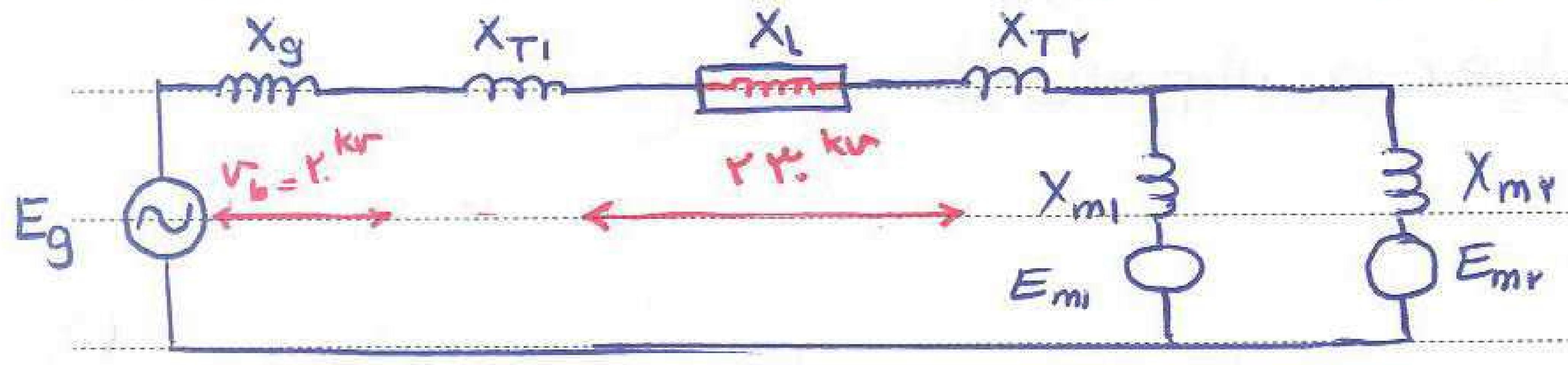
$P_{M1} = 120\ MW \quad V = 13.2\ kV \quad \cos\varphi_1 = 1$

$P_{M2} = 60\ MW \quad V = 13.2\ kV \quad \cos\varphi_2 = 1$

$V_g = ?$

مقادیر مبنای ژنراتور را برای ژنراتور مبنا انتخاب کنید.

$\frac{230}{220} \times 13.2^{kV}$




به دیاگرام فوق دیاگرام امپدانسی گفته می شود، چون هیچ مقاومتی وجود ندارد می توان به آن دیاگرام راکتانسی نیز گفت.

چون ترانس ها را با یک امپدانس مدل کردیم پس حتماً باید مسأله را در محیط پریونیت حل کرد.

$S_b \;\; \frac{\text{صورت مسأله}}{\text{گفته است.}} \;\; 300^{MVA}$

$V_b = 20^{kV}$ (سمت ژنراتور)

چون باید هنگام عبور از ترانس نسبت تبدیل را رعایت کنیم پس مبنا را برای سمت راست $T_1$ $230^{kV}$ درنظر می گیریم

برای بدست آوردن مشخصات سه فاز ترانس از اتصال ترانس استفاده می کنیم و داریم

$T_2$: $300^{MVA} \quad \frac{\sqrt{3} \times 127}{13.2}$

نسبت تبدیل همراه نسبت ولتاژهای خطی است.

حال به پریونیت کردن مقادیر می پردازیم

$X_g$ درست است زیرا هم مبنای توان و هم ولتاژ آن درست است.

$$X_{T_1} = j0.1 \left(\frac{300}{350}\right) = j0.0857$$

$X_L = 40 \times 1.6 \times 0.5 = 32\ \Omega$

$Z_b = \dfrac{V_b^2}{S_b} = \dfrac{230^2}{300} = 176.3\ \Omega$ حال مقدار فوق را باید پریونیت کنیم

$X_L^{pu} = \dfrac{j32}{176.3} = j0.1815$

X برای ترانس تکفاز و سه فاز فرقی نمی کند زیرا تکفاز مدل کرده ایم.

توان درست است اما ولتاژ را باید درست کنیم.

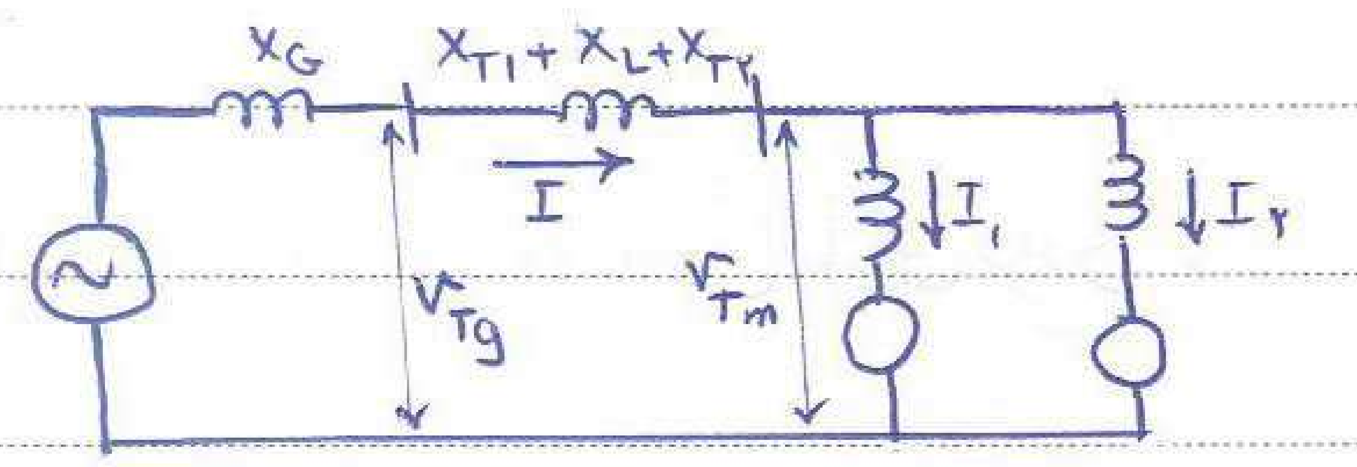
$X_{T2} = j0.1 \left(\dfrac{220}{230}\right)^2 = j0.1 \left(\dfrac{13.2}{13.8}\right)^2 = j0.0915$

$X_{m1}$ هم از لحاظ توان و هم از لحاظ ولتاژ ایراد دارد.

$X_{m1} = j0.2 \left(\dfrac{300}{200}\right)\left(\dfrac{13.2}{13.8}\right)^2 = j0.2745$

$X_{m2} = j0.2 \left(\dfrac{300}{100}\right)\left(\dfrac{13.2}{13.8}\right)^2 = j0.5490$

بنابراین تمام کمیت ها با مقادیر مبنای درست پریونیت شدند.




$V_{tg} = V_{tm} + j(X_{T1} + X_L + X_{T2})\, I$

مرجع می گیریم

$V_{tm} = 13.2 \Rightarrow V_{tm}^{pu} = \dfrac{13.2}{13.8} = 0.9565 \angle 0.0$

$\left.\begin{aligned} P_{m1} &= V_{tm} I_1 \cos\varphi_1 \\ P_{m1} &= \frac{120}{300} = 0.4\ pu \end{aligned}\right\} \Rightarrow I_1 = \dfrac{0.4}{0.9565 \times 1}$

$\left.\begin{aligned} P_{m2} &= V_{tm} I_2 \cos\varphi_2 \\ P_{m2} &= \frac{60}{300} = 0.2\ pu \end{aligned}\right\} \Rightarrow I_2 = \dfrac{0.2}{0.9565 \times 1}$

$\Rightarrow I = I_1 + I_2 = 0.6273 \angle 0\ pu$

$I = \dfrac{0.2 + 0.4}{0.9565 \times 1}$ می توانستیم چون $\cos\varphi_1 = \cos\varphi_2$ است $I$ را مستقیما حساب کنیم:

$V_{tg} = 0.9565\angle 0 + j(0.0857 + 0.1815 + 0.0915)\, 0.6274\angle 0 = 0.9826 \angle 13.2^\circ\ pu$

$V_{tg} = 0.9826 \angle 13.2 \times 20^{kV} = 19.65^{kV}$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

اگر ولتاژ $E_g$ خواسته می‌شد می‌بایست اثر $X_g$ را اینزرم می‌کردیم.

$$E_g = V_{tg} + j0.2 \times 0.4273 \angle 0 = 0.9826 \angle 13.2^\circ + j0.2 \times 0.4273 \angle 0$$

$$S_g = V_{tg} I^* = 0.9826 \angle 13.2 \times 0.4273 = 0.9826 \times 0.4273 \angle 13.2^\circ = P_g + jQ_g$$

$P_g$ تقریباً باید ۰٪ در بیاید زیرا در مدار فقط دو موتور هستند که توان اکتیو مصرف می‌کنند.

$$\tan\varphi_g = \frac{Q_g}{P_g}$$

ژنراتور دارای ۳ حالت کاری بود:

تحریک عادی    توان راکتیو صفر

فوق تحریک    توان راکتیو تولید می‌کند ✓

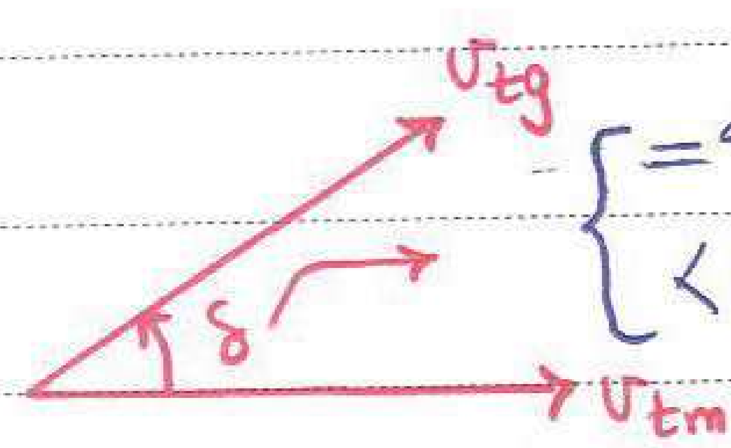
زیر تحریک    توان راکتیو مصرف می‌کند

حال می‌خواهیم جریان ثانویه ترانس $T_1$ را بدست آوریم.

$$I = 0.4273 \angle 0 \ ^{pu}$$

$$\left.\begin{array}{l} I = 0.4273 \angle 0 \times I_b \\ I_b = \dfrac{S_b}{\sqrt{3} V_b} = \dfrac{300^{MVA}}{\sqrt{3} \times 230^{kV}} = I^{\ kA} \end{array}\right\} \Rightarrow I = 0.4273 \times \frac{300}{\sqrt{3} \times 230} \ ^{kA}$$

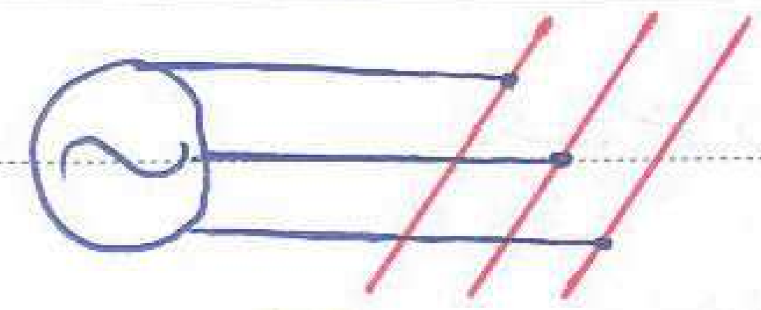
به مسائل فوق مسأله پخش بار می‌گویند.

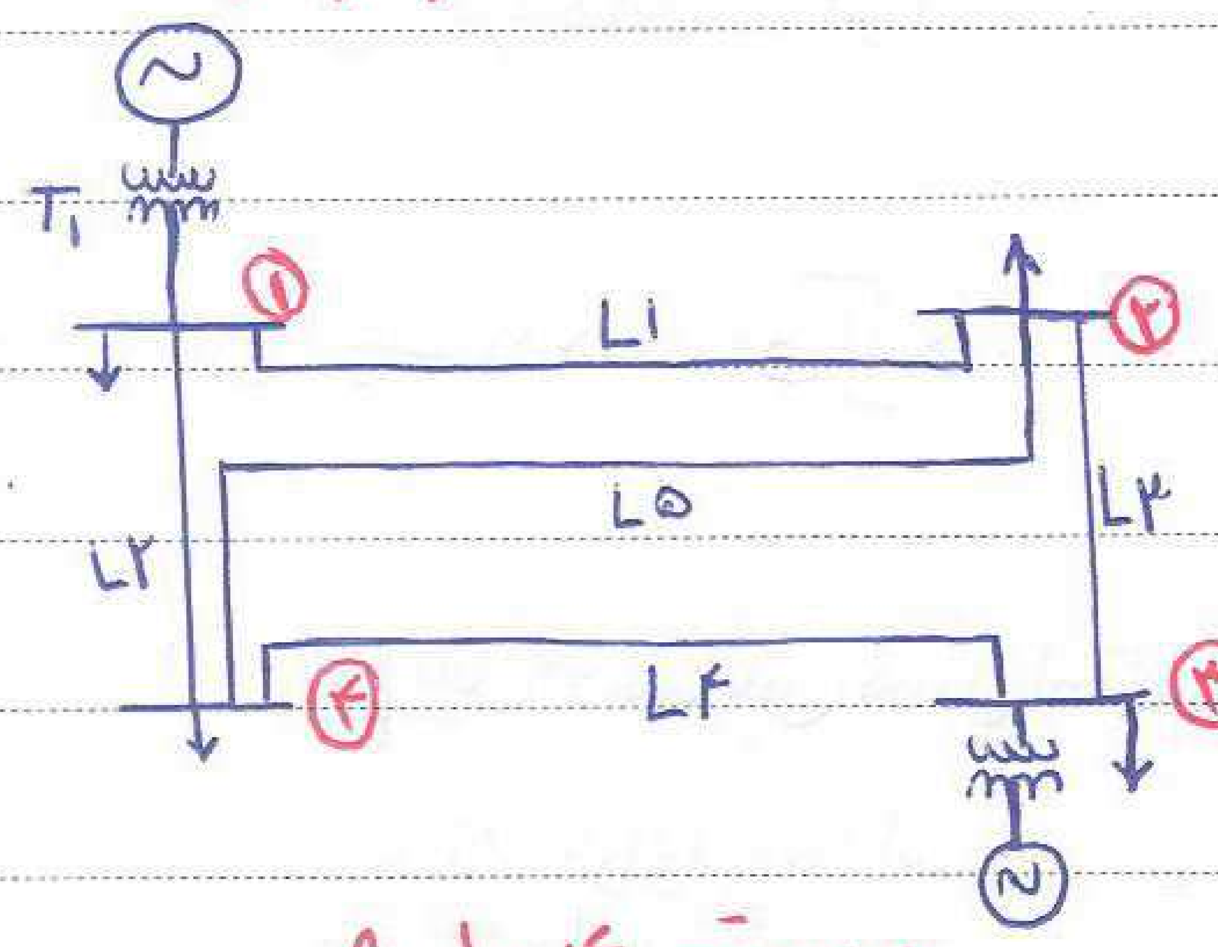



$$\delta \begin{cases} = 90 \Rightarrow \text{در مرز ناپایداری هستیم.} \\ < 90 \Rightarrow \text{به نسبت فاصله از ۹۰ پایداری داریم.} \end{cases}$$

## فصل هشتم:

## ماتریس ادمیتانس و امپدانس شبکه قدرت:






هر باس را می توان مشابه یک گره مداری در نظر گرفت.

شبکه مقابل ۲ نیروگاه و تعدادی مصرف کننده که در اینجا مجموع آنها ۴ عدد است.

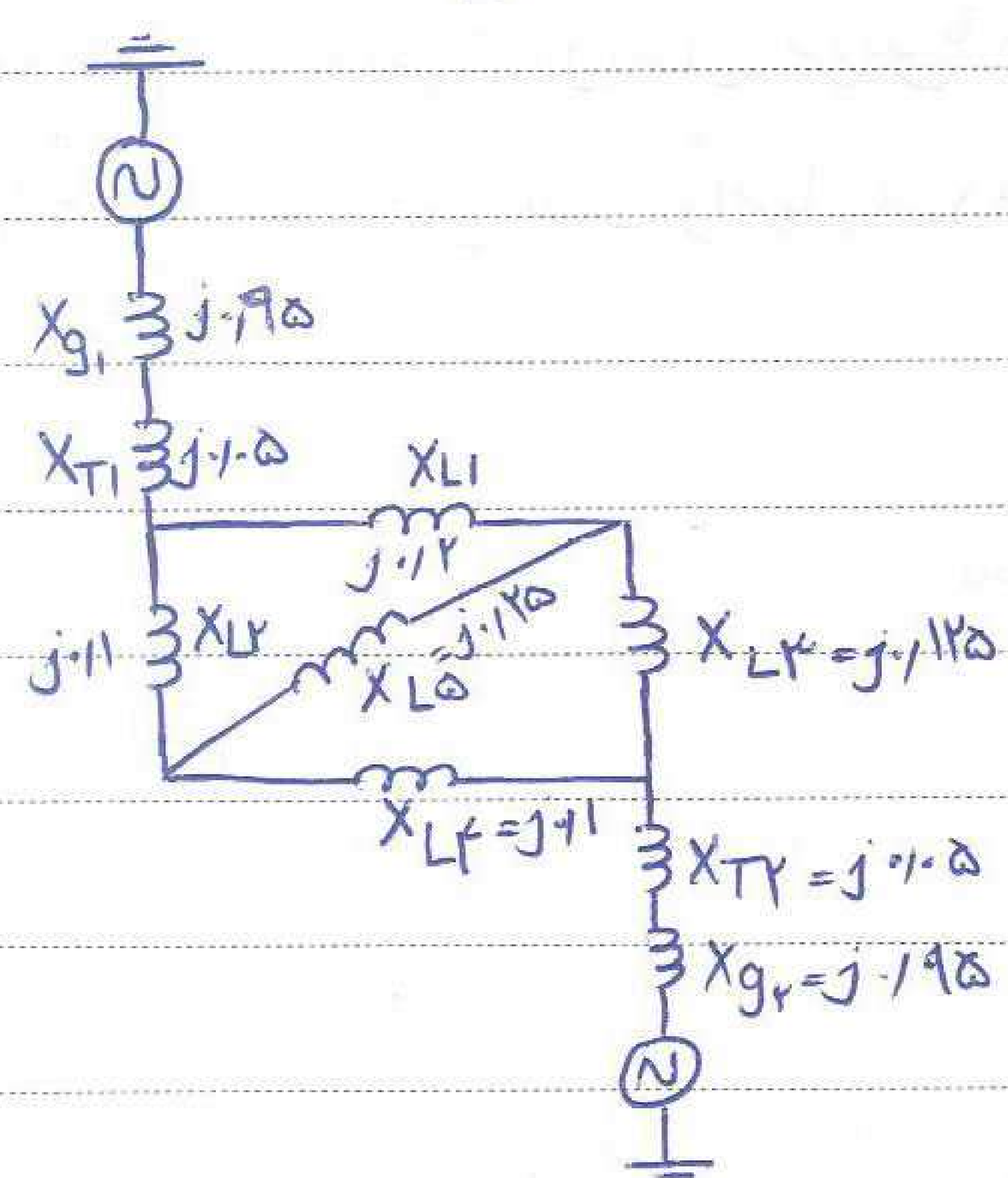
معمولاً از ما خواسته می شود ولتاژ گره ها یا باس ها را بدست آوریم. $V_1, V_2, V_3, V_4$

سیستم ۴ باسه

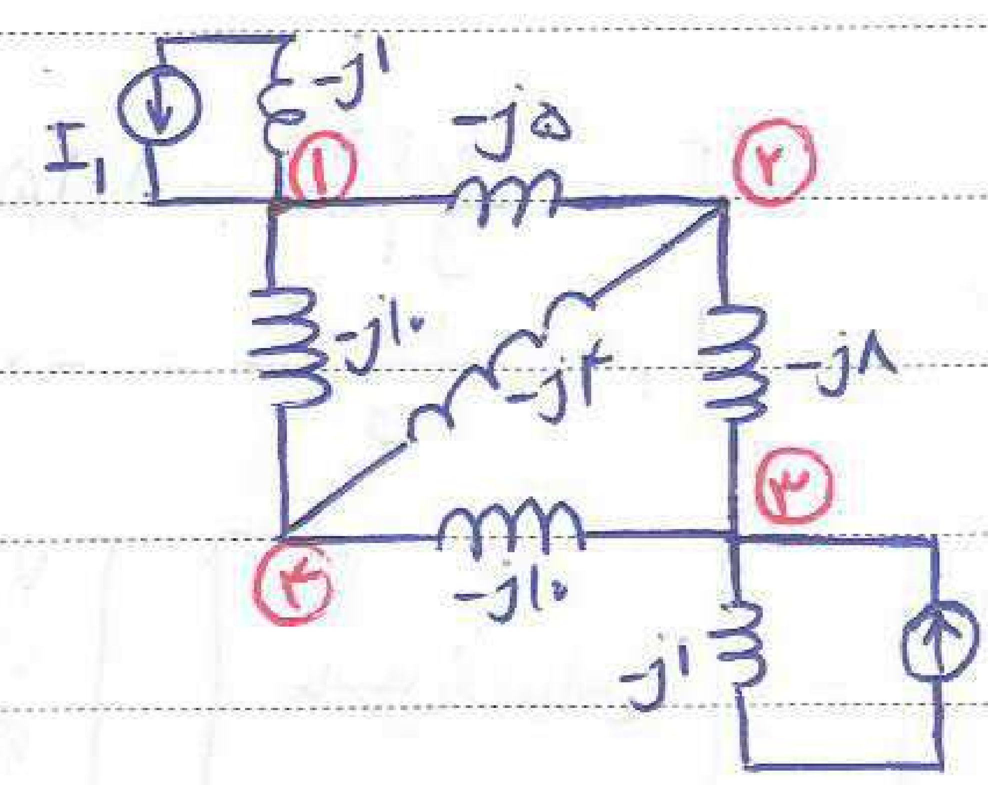
دیاگرام تک خطی

شبکه فوق یک شبکه بهم پیوسته است که معمولاً در شبکه انتقال دیده می شود.

اولین قدم برای بدست آوردن ولتاژها باید مدار معادل الکتریکی سیستم را بدست آوریم.




در اینجا مصرف کننده ها را با استفاده از منبع جریان مدل می کنیم




حال در ۴ گره عددگذاری شده KCL می زنیم

۱- $I_1 = V_1(-j1) + (V_1 - V_2)(-j5) + (V_1 - V_4)(-j10)$

۲- $0 = (V_2 - V_1)(-j5) + (V_2 - V_3)(-j8) + (V_2 - V_4)(-j4)$

۳- $I_3 = V_3(-j1) + (V_3 - V_4)(-j10) + (V_3 - V_2)(-j8)$

۴- $0 = (V_4 - V_3)(-j10) + (V_4 - V_2)(-j4) + (V_4 - V_1)(-j10)$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_1 = -j16V_1 + j5V_2 + j10V_4 \\ 0 = j5V_1 - j17V_2 + j8V_3 + j4V_4 \\ I_3 = j8V_2 - j19V_3 + j10V_4 \\ 0 = j10V_1 + j4V_2 + j10V_3 - j24V_4 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \\ I_3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j16 & j5 & 0 & j10 \\ j5 & -j17 & j8 & j4 \\ 0 & j8 & -j19 & j10 \\ j10 & j4 & j10 & -j24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

عناصر قطر اصلی برابر مجموع ادمیتانس های متصل به گره متناظر است

منفی

$Y_{12}$ : ادمیتانس بین گره های ۱ و ۲

$Y_{21} = Y_{12}$

و سایر عناصر به همین ترتیب به دست می آیند.

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix}$$

به ماتریس مقابل ماتریس ادمیتانس شبکه است.

این ماتریس مربعی و از مرتبهٔ تعداد گره ها است.

این ماتریس متقارن است.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

بردار مقابل ولتاژ مربوط به گره ها است.

سمت چپ معادله نیز جریان های تزریقی به گره است و در محلی وجود دارد که یا نیروگاه و یا بار وجود داشته باشد.

اگر نیروگاه باشد جریان مثبت و اگر بار باشد جریان منفی خواهد بود.

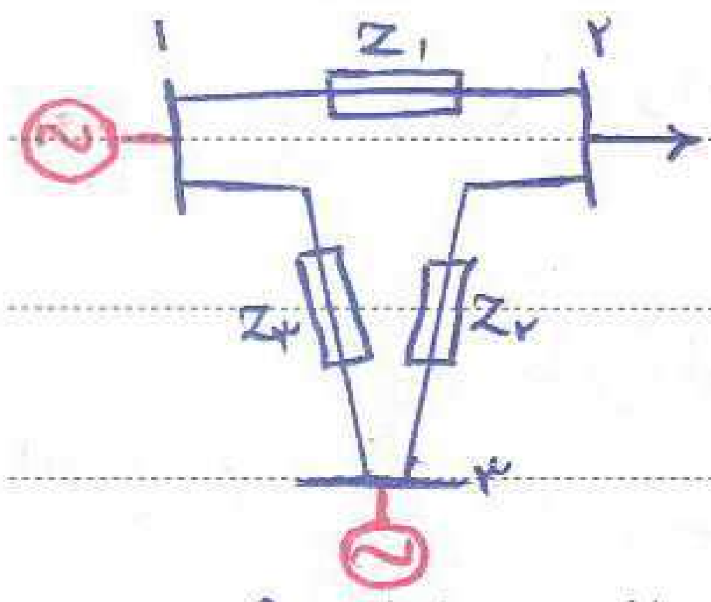
$E_1 = 1.25 \angle 0$ $\qquad I_1 = \dfrac{1.25}{j1} = -j1.25$

$E_3 = 1 \angle -30^\circ$ $\qquad I_3 = \dfrac{1 \angle -30}{j1} = -0.5 - j0.866$ pu

$$\begin{bmatrix} -j1.25 \\ 0 \\ -0.5-j0.866 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ماتریس ادمیتانس} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

حال ماتریس ادمیتانس را معکوس کرده و ولتاژها را بدست می آوریم.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.099 \angle -12.4 \\ 1.085 \angle -13.5 \\ 1.080 \angle -14.2 \\ 1.087 \angle -13.3 \end{bmatrix}$$



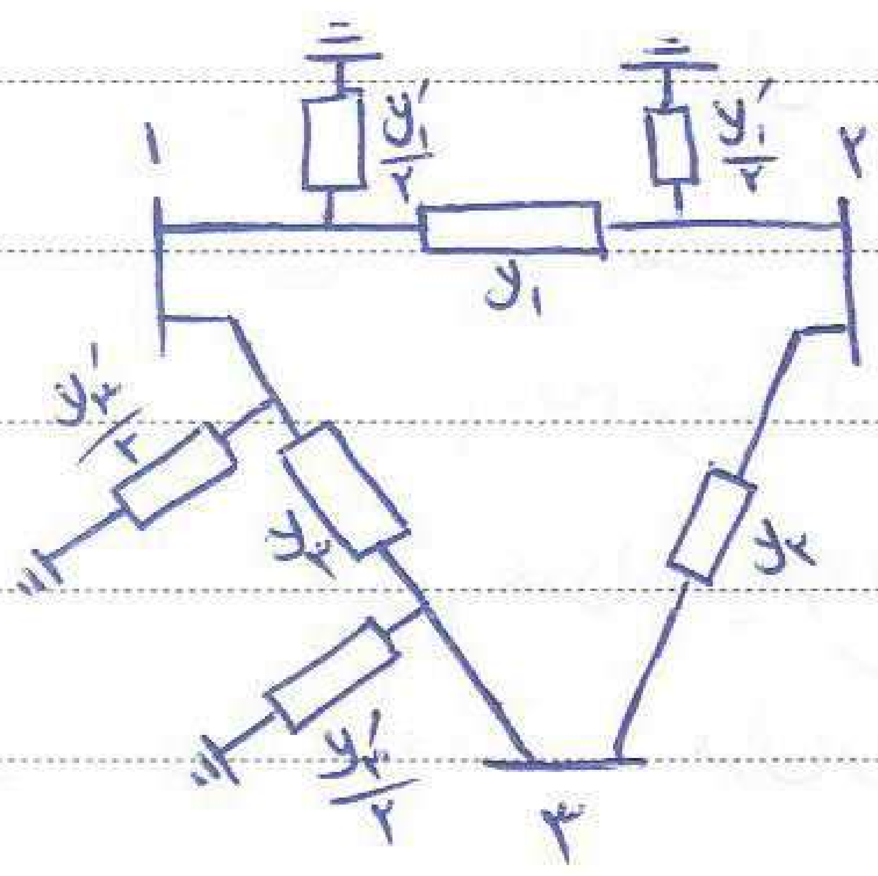

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix}$$

$Z_1 = R_1 + jX_1 \Rightarrow y_1 = \frac{1}{R_1 + jX_1}$

$Y_{11} = y_1 + y_3 \qquad Y_{12} = -y_1$

$Y_{22} = y_1 + y_2 \qquad Y_{13} = -y_3$

$Y_{33} = y_2 + y_3 \qquad Y_{23} = -y_2$




در این حالت عناصر غیرقطری فرقی نمی‌کند، همان مقدارهای قبل است.

$Y_{12} = -y_1$

$Y_{23} = -y_2$

$Y_{13} = -y_3$

اما عناصر غیرقطری تغییر می‌کند و داریم:

$Y_{11} = y_1 + y_3 + \frac{y_1'}{2} + \frac{y_3'}{2}$

$Y_{22} = y_1 + y_2 + \frac{y_2'}{2}$

$Y_{33} = y_2 + y_3 + \frac{y_3'}{2}$

عناصر $Y_{bus}$ را معمولاً سعی می‌کنیم به صورت قطبی قرار دهیم.

هر کدام از عناصر $Y_{bus}$ نیز عددی مختلط است.

اگر در یک شبکه و در یک باس نه ژنراتور و نه مصرف کننده باشد می‌توانیم آن باس را حذف کرده و $Y_{bus}$ را ساده نماییم

این کار را به صورت مقابل انجام می‌دهیم

$$Y_{ij}^{new} = Y_{ij}^{old} - \frac{Y_{in} Y_{nj}}{Y_{nn}}$$

برای حذف باس n‌ام: $i, j = 1, 2, \dots, n-1$

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} -j15 & j5 & j10 \\ j5 & -j15 & j10 \\ j10 & j10 & -j25 \end{bmatrix} \qquad Y_{11}^N = Y_{11} - \frac{Y_{13} Y_{31}}{Y_{33}} = -j15 - \frac{j10 \times j10}{-j25} = -j11$$

$$Y_{ij}^N = Y_{ij}^O - \frac{Y_{in} Y_{nj}}{Y_{nn}} \Rightarrow \qquad Y_{22}^N = Y_{22} - \frac{Y_{23} Y_{32}}{Y_{33}} = -j11$$

$$Y_{12}^N = Y_{12} - \frac{Y_{13} Y_{32}}{Y_{33}} = j9$$

$$\Rightarrow Y_{bus}^N = \begin{bmatrix} -j11 & j9 \\ j9 & -j11 \end{bmatrix}$$

Subject:

Year　Month　Date

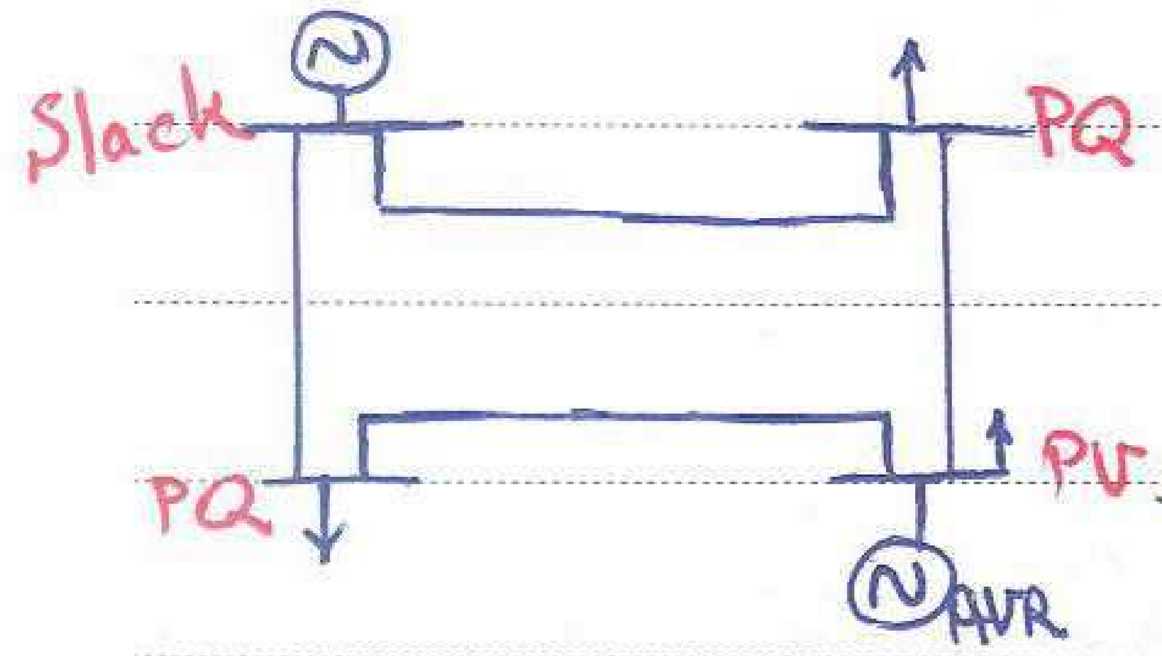
Refrence bus

**انواع باس**

باس اسلک

باس بار　PQ - Load Bus

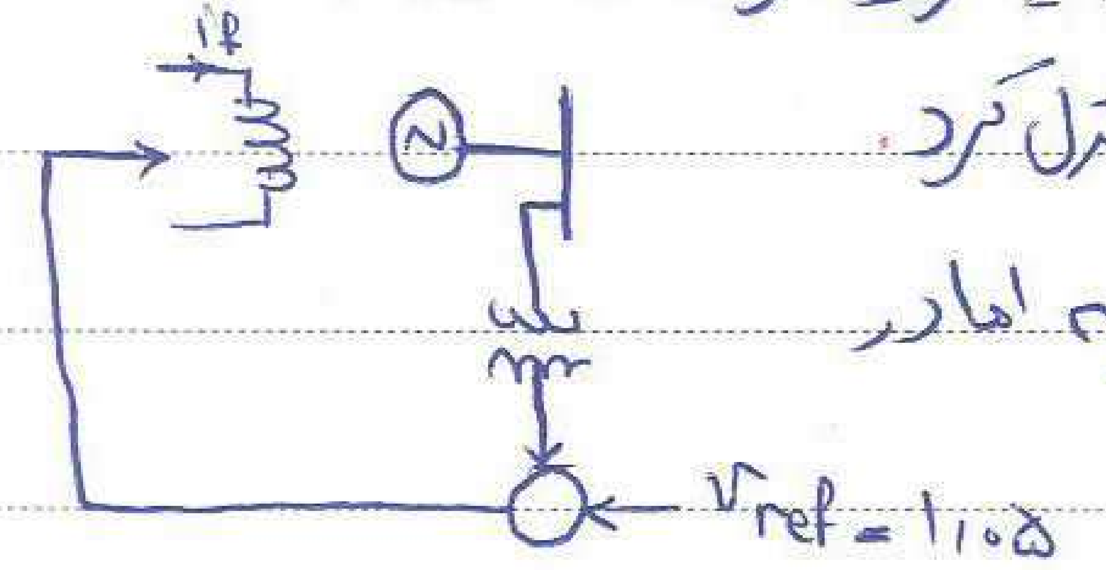
باس کنترلی　PV - Control Bus - باس‌های ژنراتوری




باس هایی که ژنراتور دارند را باس های کنترلی می گویند زیرا در این باس ها ژنراتور می تواند ولتاژ باس را تغییر دهد.

باس های کنترلی می توانند کندانسور سنکرون نیز باشند. این وسایل موتوری هستند که با تغییر جریان تحریک آنها می توان توسط آنها توان راکتیو جذب یا تولید کرد.

AVR:




بنابراین اگر در باسی SC باشد آنگاه می توان ولتاژ باس را کنترل کرد.

در جایی که ژنراتور داریم هم تولید P و هم تولید یا مصرف Q داریم اما در جایی که SC داریم مقدار بسیار ناچیزی P جهت تحریک مصرف می کند اما به طور عمده توان راکتیو مصرف یا تولید می کند.

در باس های کنترلی ولتاژ قابل کنترل است و توان اکتیو نیز داده می شود بنابراین در باس هایی که ژنراتور داریم P معلوم است. اندازه ی ولتاژ نیز با توجه به AVR تنظیم شده معلوم است و Q و $\delta$ مجهول هستند به همین دلیل به این باس ها، باس PV می گویند.

باس بار باس هایی است که در آنها فقط بار یا مصرف کننده داریم
در این باس ها P و Q مشخص می شوند و اندازه ولتاژ و زاویه آن مجهول است

در یک سیستم حتماً باید یک باس را مرجع انتخاب کنیم. انتخاب مرجع نیز برای اینست که زوایای سایر مقادیر را نسبت به آن بدست آوریم. با انتخاب باس مرجع، سایر زوایا نسبت به آن بدست می آید. چون در باس مرجع زاویه ی ولتاژ را که همان مبناست صفر در نظر می گیریم پس در این باس ها ولتاژ هم اندازه هم زاویه اش معلوم است ... مجهول هستند

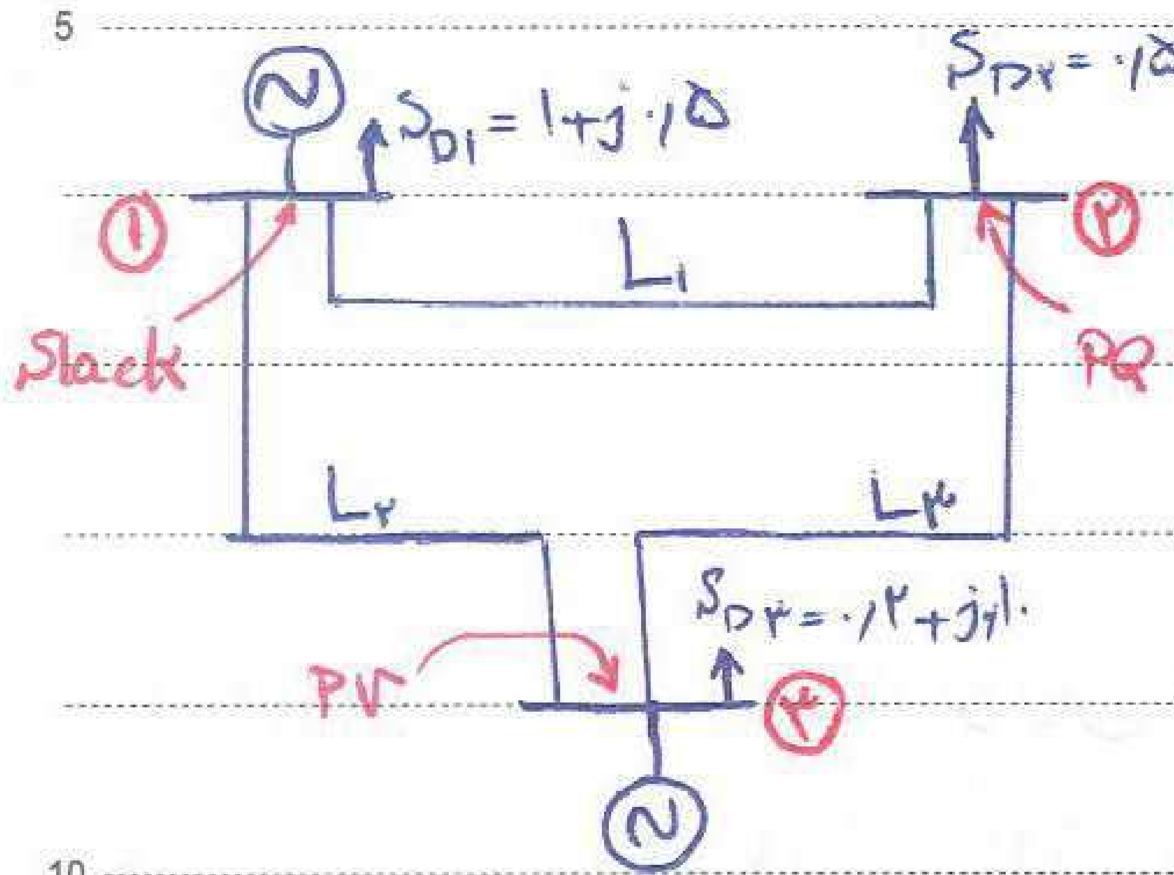
علت اینکه توان ژنراتور مبنا را مجهول می گیریم اینست که اگر این توان نیز مشخص باشد آنگاه چون تمام توان ها را داریم و می توان با بخش بار تلفات را نیز حساب کرد. با انجام کارهای فوق نمی توان گفت حتماً مجموع توان مصرفی + توان تلفاتی برابر توان تولیدی ژنراتور ها است.

بنابراین باس slack دارای $|V|$، $\delta$ معلوم بوده و P آن نیز پس از پخش بار بدست می‌آید

معمولاً به باس slack شماره ۱ را نسبت می‌دهیم.

در اینجا ولتاژ باس ۱ که مرجع است معلوم است پس برای سیستمی n باسه تعداد معادلات (n-1) می‌شود.

$Y_{bus}$ را برای سیستم ۴ باسه می‌نویسیم لذا ۳ معادله را حل می‌کنیم.




مثال:

$L_1: R_1 = 0.02$ pu $X_1 = 0.08$ pu $B = 0.0$

$L_2: R_2 = 0.02$ pu $X_2 = 0.08$ pu $B = 0$

$L_3: R_3 = 0.02$ pu $X_3 = 0.08$ pu $B = 0$

دیاگرام تک‌خطی سیستم قدرت ۳ باسه

همانطور که می‌بینیم مدل بار از نوع توانی است

اطلاعات باس‌ها:

| شماره باس | نوع | $\|V\|$ | $\delta$ | Gen $P_G$ | Gen $Q_G$ | Load $P_D$ | Load $Q_D$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Slack | 1.02 | 0.0 | ? | ? | 1 | 0.5 |
| 2 | PQ | ? | ? | تولید ندارد | | 0.5 | 0.25 |
| 3 | PV | 1 | ? | 1 | ? | 0.2 | 0.1 |

اگر در باس slack مصرف کننده‌ای باشد باید اطلاعات آن داده شود.

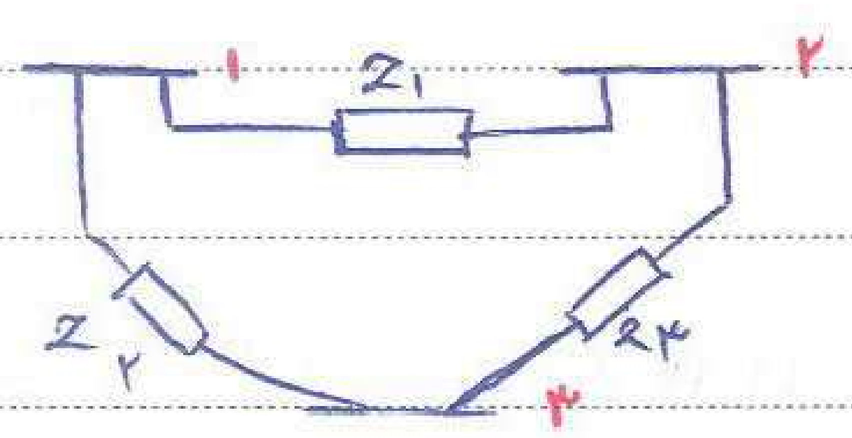
۱) از ما ولتاژ خواسته شده ولتاژ باس‌ها را با روش گوس سایدل بدست آوریم. یعنی ← $|V_2|\angle\delta_2 ,\ \angle\delta_3$

$\epsilon = 0.000001$

۲) توان ژنراتور باس اسلک، توان راکتیو باس PV، تلفات شبکه، توان عبوری از خطوط و .....

برای حل با ابتدا مدار معادل (دیاگرام امپدانسی) را باید بدست آوریم. امپدانس‌ها را به ادمیتانس تبدیل می‌کنیم

تشکیل $Y_{bus}$




$$y_1 = \frac{1}{z_1} = \frac{1}{0.02+j0.08} = \frac{0.02-j0.08}{(0.02+j0.08)(0.02-j0.08)} = \angle$$

$$y_1 = y_2 = y_3$$

$$Y_{11} = y_1 + y_2 = 24.23\angle -76 = Y_{22} = Y_{33}$$

$$Y_{12} = -y_1 = 12.13\angle 104$$

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 24.23\angle -76 & 12.13\angle 104 & 12.13\angle 104 \\ 12.13\angle 104 & 24.23\angle -76 & 12.13\angle 104 \\ 12.13\angle 104 & 12.13\angle 104 & 24.23\angle -76 \end{bmatrix}$$

قدم سوم: نوشتن معادلات پخش بار: $n$ رس

$$V_i = \frac{1}{Y_{ii}}\left[\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} Y_{ij}V_j\right], \quad n = 2, 3, \dots n$$

$P_i$ و $Q_i$ توان های اکتیو و راکتیو تزریقی هستند.

$$V_2 = \frac{1}{Y_{22}}\left[\frac{P_2 - jQ_2}{V_2^*} - \left(Y_{21}V_1 + Y_{23}V_3\right)\right]$$

 $\Rightarrow P_i = P_{G_i} - P_{D_i}$

$$V_3 = \frac{1}{Y_{33}}\left[\frac{P_3 - jQ_3}{V_3^*} - \left(Y_{31}V_1 + Y_{32}V_2\right)\right]$$

باس ۲ $\Rightarrow P_2 = -0/5 \quad Q_2 = -0/025$

باس ۳ $\Rightarrow P_3 = 0/8 \quad Q_3 = ?$

بنابراین $Q_3$ باید محاسبه شود پس نمی توان دو معادله را حل کرد.

قدم پنجم: محاسبه توان راکتیو در باس های PV با استفاده از رابطه ی *

$$I_i = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij}V_j, \qquad I_i = \frac{S_i^*}{V_i^*} = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*}$$

$$\Rightarrow \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = \sum Y_{ij}V_j \Rightarrow P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{j=1}^{n} V_j Y_{ij}$$

$$\Rightarrow Q_i = -\operatorname{Im}\left\{V_i^* \sum Y_{ij}V_j\right\} \; *$$

$$P_i = \operatorname{Re}\left\{V_i^* \cdot \sum Y_{ij}V_j\right\}$$

$$Q_3 = -\operatorname{Im}\left\{V_3^* \cdot \left(Y_{31}V_1 + Y_{32}V_2 + Y_{33}V_3\right)\right\}$$

حال به حل معادله می پردازیم.

قدم ششم: حل معادلات پخش بار:

حدس درست برابر داده شده است.

حدس اولیه:

$$V_2^{(0)} = 1\angle 0^{(0)} \qquad V_3^{(0)} = 1\angle 0^{(0)} \qquad V_1 = 1/02\angle 0$$

$$V_2^{(1)} = \frac{1}{24/23\angle -79}\left[\frac{-0/5 + j0/025}{1} - \left(12/13\angle 104 \times 1/02\angle 0 + 12/13\angle 104 \times 1\angle 0\right)\right] = 0/99592\angle -1/2$$

$$Q_3^{(1)} = -0/2579$$

در محاسبه $Q_3^{(1)}$ آخرین مقدار بدست آمده برای $V_2$ یعنی $V_2^{(1)}$ را قرار می دهیم.

$$V_3^{(1)} = 1\angle 1/45$$

مقدار $V_3^{(1)}$، pu ۱ می شود اما آن را در نظر نمی گیریم زیرا مقدار $V_3$ داده شده است.

پس می توان گفت معادله را برای زاویه حل می کنیم.

$\Delta V_2^{(1)} = |0.9959 \angle -1.02 - 1\angle 0|$

$\Delta V_3^{(1)} = |1 \angle 1.45 - 1\angle 0|$

اگر هر دو مقدار $\Delta V_2$ و $\Delta V_3$ کمتر از $\epsilon$ داده شده بودند آنگاه مقدارهای $V_2^{(1)}$، $V_3^{(1)}$ مناسب بود و از آنها استفاده می‌کنیم.

$V_2^{(2)} = 0.9952 \angle -0.277$

$Q_3^{(2)} = -0.3550$

$V_3^{(2)} = 1 \angle 1.87$

حال $\Delta V_2^{(2)}$ و $\Delta V_3^{(2)}$ را تشکیل می‌دهیم و باز با $\epsilon$ مقایسه می‌کنیم.

در تکرار ۱۲ به جواب می‌رسیم و داریم:

$V_2^{(12)} = 0.9954 \angle -2.44$

$V_3^{(12)} = 1 \angle 2.03$

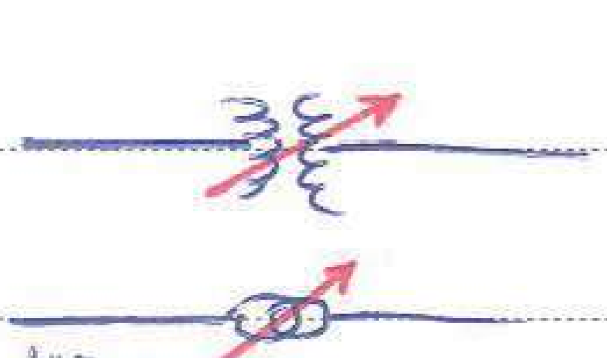
$Q_3^{(12)} = -0.3967 \qquad -0.5 < Q_G < 1.6 \Rightarrow \boxed{-0.6 < Q_{\text{تزریق}} < 1.5}$

ممکن است برای باس‌های PV قیدی داده شود مثلاً گفته شود $Q_{min} \leq Q_G \leq Q_{max}$ می‌باشد.

اگر قید داده شود آنگاه یعنی ژنراتور هر Q را نمی‌تواند تولید کند و هر Q را نمی‌تواند مصرف کند زیرا به مرز ناپایداری می‌رسد. حال باید در تکرارها Q را چک کنیم که آیا در محدوده است یا نه؟ اگر بود کار خود را ادامه می‌دهیم اگر نبود دو حالت اتفاق می‌افتد یا از ۱.۵ بیشتر یا از ۰.۶- کمتر است هر کدام از حدود را که رد کردیم همان حد را به عنوان Q در نظر می‌گیریم و در آن تکرار باس، باس PQ می‌شود در اینجا مقدار ولتاژ را دور نمی‌ریزیم زیرا در این تکرار باس به PQ تبدیل شده است. یعنی مقدار ولتاژ را در این تکرار مقدار بدست آمده می‌گیریم ولی برای بار بعد مقدار را همان $1^{pu}$ در نظر می‌گیریم.

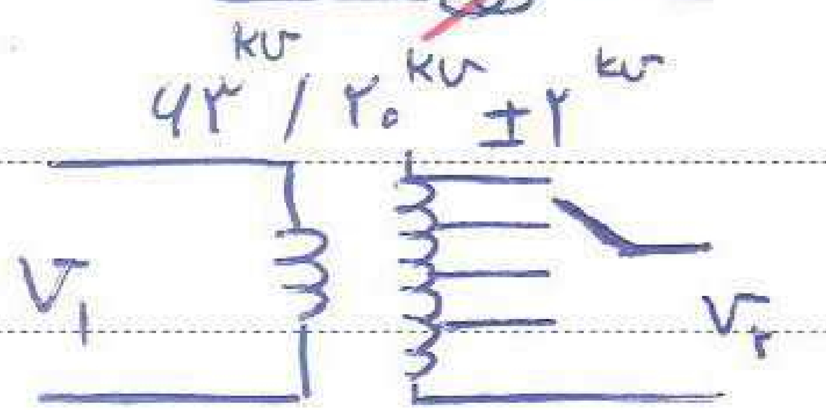
در تکرار بعد $V_3$ را با مقدار ولتاژ $1^{pu}$ برای $V_2$ حساب می‌کنیم و از روی $Q_3$ نوع باس را تشخیص می‌دهیم.

در آخرین تکرار باز هم با توجه به $Q_3$ نوع باس را تشخیص می‌دهیم و براساس آن $Q_3$ را تعیین می‌کنیم.



ترانسفورماتور تنظیم:
- تنظیم دامنه ولتاژ
- تنظیم فاز ولتاژ

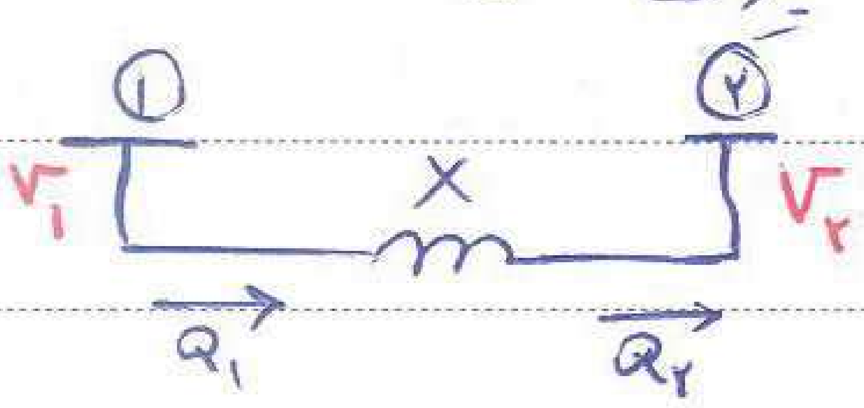
Regulating Trans




در ترانس مقابل می توان نسبت تبدیل را تغییر داد.

اگر ولتاژ جایی کم بود آنگاه می توان با افزایش Tap ولتاژ را بالا برد.

چون این ترانس دامنه ولتاژ را تغییر می دهد، پس توان راکتیو عبوری را تغییر می دهد.




$$Q_2 = \frac{|V_2|}{X}\left(|V_1|\cos\delta - |V_2|\right)$$

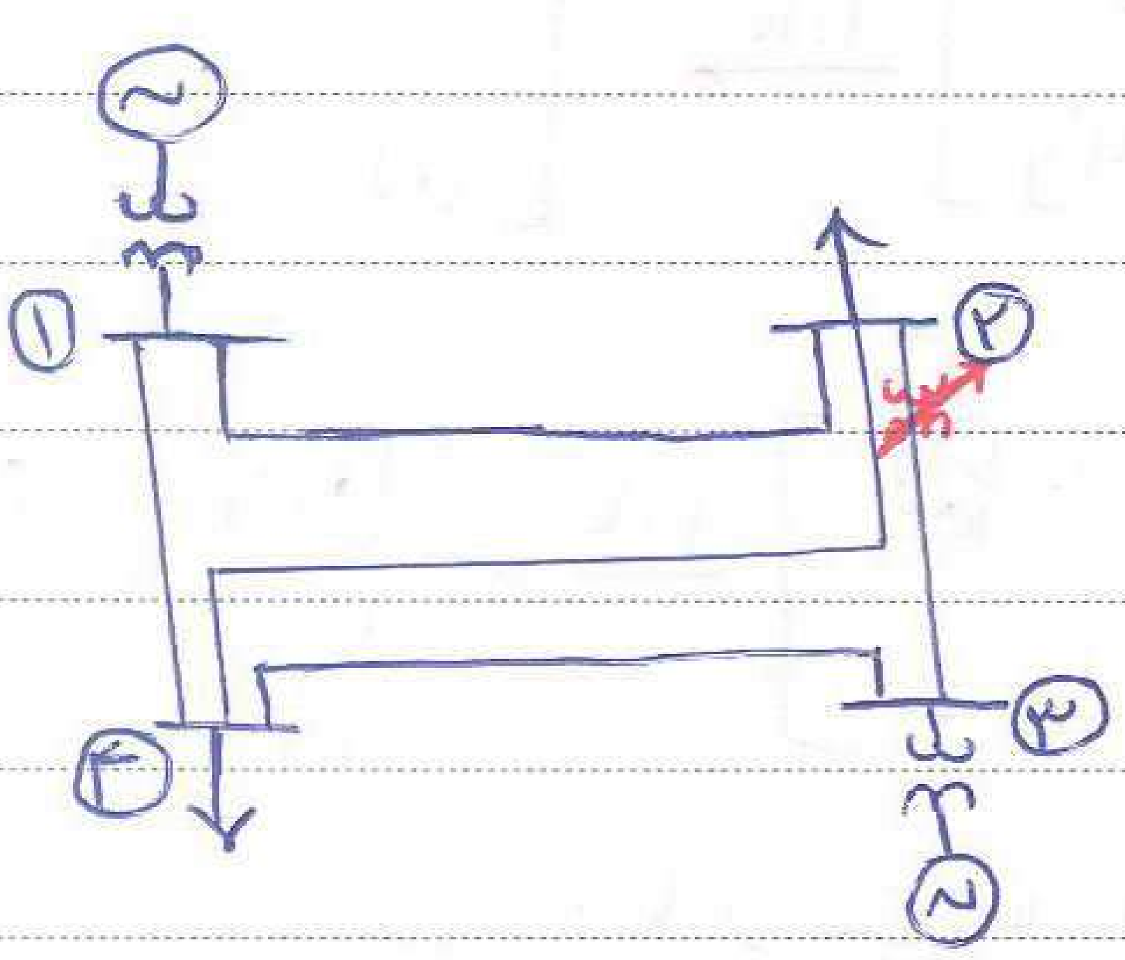
$$Q_1 = \frac{|V_1|}{X}\left(|V_1| - |V_2|\cos\delta\right)$$

در ترانس های تنظیم فاز فقط فاز خروجی تغییر می کند. مثلاً با ورودی ستاره، خروجی Δ می توان ۳۰° اختلاف بین ولتاژ فازها ایجاد کرد.

با تغییر فاز می توان توان انتقالی از خط را تغییر داد. پس ترانس های تنظیم توان اکتیو را کنترل می کنند.

$$P = \frac{|V_1||V_2|}{X}\cos\delta$$

حال می خواهیم چگونگی مدل کردن این گونه ترانس ها در $Y_{bus}$ را بدست آوریم.



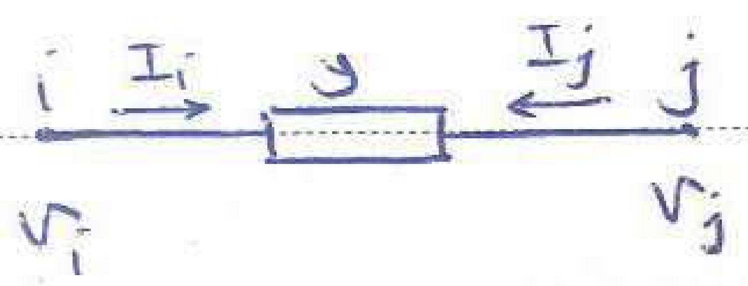

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} -j14 & j5 & 0 & j10 \\ j5 & -j17 & j8 & j4 \\ 0 & j8 & -j19 & j10 \\ j10 & j4 & j10 & -j24 \end{bmatrix}$$

در محل نشان داده شده ترانس تبدیل را با نسبت تبدیل ۰٫۹۵ قرار دادیم، حال $Y_{bus}$ را می نویسیم:

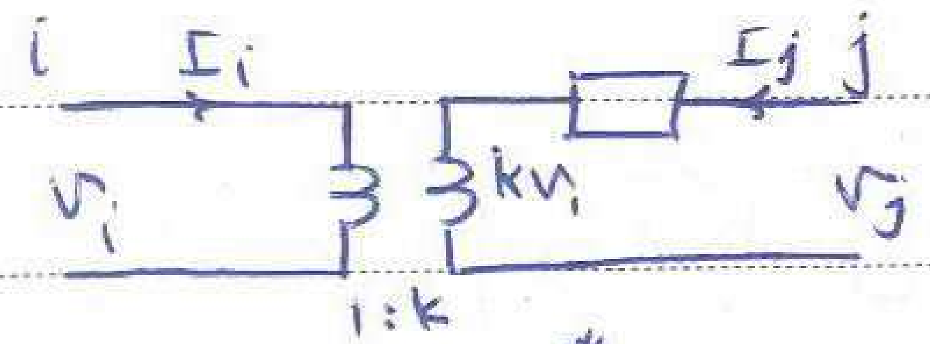
چون بین باس ۲ و ۳ قرار دادیم انتظار داریم $Y_{22}$، $Y_{33}$، $Y_{32}$ و $Y_{23}$ تغییر کنند.

چون $k = 0.95$ پس دیگر متقارن نیستیم.

Subject:
Year. Month. Date. ( )


$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & -y \\ -y & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix}$$




$$V_i I_i^* = kV_i I_i'^* \Rightarrow I_i = k^* I_i'$$

$$I_j = (V_j - kV_i)y \Rightarrow I_j = yV_j - kyV_i \Rightarrow I_i' = y(kV_i - V_j) \xrightarrow{\times k^*} I_i = k^2 y V_i - k^* y V_j$$

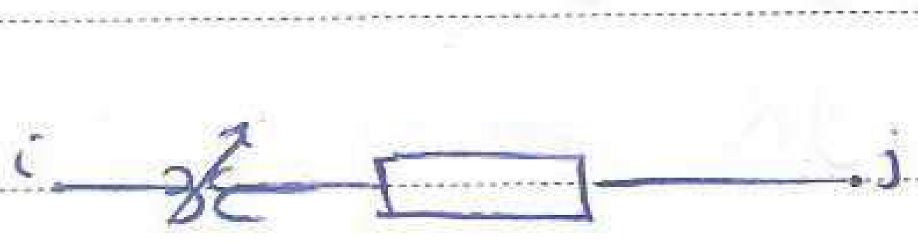
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |k|^2 y & -k^* y \\ -ky & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix}$$

اگر بخواهیم هم اندازه و هم زاویه تغییر کند آنگاه نسبت تبدیل ترانس مختلط خواهد بود.

بنابراین اگر ترانس را در نزدیکی باس i-ام گذاشتیم، آنگاه اگر این ترانس نسبت تبدیل 1:k داشت تغییرات فوق در ماتریس بدست می‌آید.

بخشی از ادمیتانس که بین باس i و j قرار دارد و نام ادمیتانس متصل


$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} y & -ky \\ -k^* y & |k|^2 y \end{bmatrix} \xrightarrow{1:k} \begin{bmatrix} y & -\frac{1}{k}y \\ -\frac{1}{k^*}y & \frac{1}{|k|^2}y \end{bmatrix}$$




$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} \frac{y}{|k|^2} & -\frac{1}{k^*}y \\ -\frac{1}{k}y & y \end{bmatrix} \xrightarrow{1:k} \begin{bmatrix} |k|^2 y & -k^* y \\ -ky & y \end{bmatrix}$$

می‌توان به جای نسبت k:1 از نسبت 1:k استفاده کرد که باعث معکوس شدن هر جا k در ماتریس داریم می‌شود.

k می‌تواند متغیر باشد و ما $Y_{bus}$ را پارامتری می‌نویسیم یعنی به ازای هر k می‌توانیم $Y_{bus}$ را بنویسیم.

$$
Y_{bus} = \begin{bmatrix} -j14 & j5 & 0 & j10 \\ j5 & \boxed{-j17} & \boxed{j8} & j4 \\ 0 & \boxed{j8} & \boxed{-j19} & j10 \\ j10 & j4 & j10 & -j24 \end{bmatrix}
$$

چون در بین باس ۲ و ۳ تاثیری ندارند ⟵ تغییر نمی‌کند

$$
Y = \begin{bmatrix} Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j5 - j4 - j8 & j8 \\ j8 & \underbrace{-j19}_{\text{تغییر نمی‌کند}} \end{bmatrix}
$$

$$
\longrightarrow \begin{bmatrix} -j5 - j4 - j8(k)^2 & j8(k) \\ j8(k) & -j19 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j9 - j8k^2 & j8k \\ j8k & -j19 \end{bmatrix}
$$

## پخش بار نیوتن رافسون:

معادلات می‌توانند خطی یا غیرخطی باشند.

می‌خواهیم به روش تکرار معادلات را حل کنیم.

مجهولات $x_1, x_2, \dots, x_n$

حدس اولیه $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$

$$
\begin{aligned}
f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= k_1 \\
f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= k_2 \\
&\vdots \\
f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= k_n
\end{aligned}
$$

$$
\left.\begin{aligned}
&|f_1^{(0)} - k_1| \\
&|f_2^{(0)} - k_2| \\
&\quad\vdots \\
&|f_n^{(0)} - k_n|
\end{aligned}\right\} \Rightarrow D = \begin{bmatrix} |f_1^{(0)} - \overset{k_1}{f_1^{sp}}| \\ |f_2^{(0)} - f_2^{sp}| \\ \vdots \\ |f_n^{(0)} - f_n^{sp}| \end{bmatrix}
$$

اگر بردار D اندازه‌ای کوچکتر از $\epsilon$ داشته باشد مقدار حدس زده‌شده جواب است.

حال حدس اولیه را با توجه به اینکه $f_1^{(0)}$ بزرگتر، کوچکتر بود از $f_1^{sp}$، مقداری $\Delta x$ به هرکدام از حدس ها اضافه می‌کنیم

$$
x_1^{(1)} = x_1^{(0)} + \Delta x_1, \quad x_2^{(1)} = x_2^{(0)} + \Delta x_2, \quad \dots, \quad x_n^{(1)} = x_n^{(0)} + \Delta x_n
$$

حال می‌خواهیم $\Delta x_i$ ها را محاسبه کنیم:

بسط تیلور تابع f:

$$
\begin{aligned}
f_1^{(0)}(x_1, x_2, \dots, x_n) + \Delta x_1 \left.\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right|_0 + \Delta x_2 \left.\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right|_0 + \dots + \Delta x_n \left.\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right|_0 &= k_1 \\
f_2^{(0)}(x_1, x_2, \dots, x_n) + \Delta x_1 \left.\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right|_0 + \Delta x_2 \left.\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right|_0 + \dots + \Delta x_n \left.\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right|_0 &= k_2 \\
f_n^{(0)}(x_1, x_2, \dots, x_n) + \Delta x_1 \left.\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right|_0 + \Delta x_2 \left.\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right|_0 + \dots + \Delta x_n \left.\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right|_0 &= k_n
\end{aligned}
$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\overbrace{\begin{bmatrix} |f_1^{sp}-f_1^{0}| \\ |f_2^{sp}-f_2^{0}| \\ \vdots \\ |f_n^{sp}-f_n^{0}| \end{bmatrix}}^{D} = \overbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}^{(0)}}^{J \text{ ژاکوبین}} \overbrace{\begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix}^{(0)}}^{C}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}^{(0)} + \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix}^{(0)}$$

مثال:- معادلات غیرخطی زیر را به روش نیوتن رافسون حل کنید.

$$\begin{cases} y^2-4x=4 \\ 2y-x=2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x^{(0)}=-1 \\ y^{(0)}=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_1(x,y)=y^2-4x-4 \\ f_2(x,y)=2y-x-2 \end{cases}$$

درمعادله مقابل مقدار sp، صفر خواهد بود اگر توابع راست چپ بیاوریم مقدار sp، ۴ و ۲ خواهد بود.

معادلات پخش بار:

الف) فرم قطبی

ب) مختصات قائم

$$I_i=\sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \quad , \quad i=1,2,\dots,n$$

$$\frac{P_i-jQ_i}{V_i^*}=\sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j$$

$$Y_{ij}=|Y_{ij}|\angle\theta_{ij}$$

$$Y_{ii}=|Y_{ii}|\angle\theta_{ii}$$

$$V_i=|V_i|\angle\delta_i$$

$$V_j=|V_j|\angle\delta_j$$

$$P_i-jQ_i=|V_i|\angle-\delta_i\sum_{j=1}^{n}|Y_{ij}||V_j|\angle\theta_{ij}+\delta_j$$

$$\Longrightarrow P_i=|V_i|\sum_{j=1}^{n}|Y_{ij}||V_j|\cos(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i)$$

$$Q_i=-|V_i|\sum_{j=1}^{n}|Y_{ij}||V_j|\sin(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i)$$

$i=2,3,\dots,n \Leftarrow$ باس شماره ۱ اسلک است و با آن کاری نداریم.

حال می‌خواهیم معادلات پخش بار را برای شبکه‌ای سه باسه حل کنیم.

معادلات مقابل معادلات پخش بار هستند.

$$f_1:\ P_2 = |V_2| \sum_{j=1}^{3} |Y_{ij}||V_j| \cos(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i)$$

$$f_2:\ P_3 = |V_3| \sum$$

$$f_3:\ Q_2 = -|V_2| \sum$$

$$f_4:\ Q_3 = -|V_3| \sum$$

یک باس را کنار می‌گذاریم.

در اینجا برای شبکه $n$ باسه $2(n-1)$ معادله داریم حال اینکه در روش گوس $n$ معادله داشتیم.

در اینجا متغیرها اندازه‌ی ولتاژها و زوایای مربوط به آنهاست.

پس در شبکه سه باسه مجهولات عبارتند از: $|V_2|, |V_3|, \delta_2, \delta_3$

$P_2(|V|,\delta)$ , $P_3(|V|,\delta)$ , $Q_2(|V|,\delta)$ , $Q_3(|V|,\delta)$

برای حل ابتدا حدس اولیه برای $|V_2|$ ، $|V_3|$ ، $\delta_2$ ، $\delta_3$ می‌زنیم. (ولتاژها یک پریونیت و زوایا صفر)

حال حدس اولیه را در توابع قرار می‌دهیم:

$$\begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix}^0 \longrightarrow \text{معلوم}$$

توان تزریقی = تولید - مصرف

$$\begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix}^{sp} , \quad D = \begin{bmatrix} P_2^{cal} - P_2^{sp} \\ P_3^{cal} - P_3^{sp} \\ Q_2^{cal} - Q_2^{sp} \\ Q_3^{cal} - Q_3^{sp} \end{bmatrix} \leq \epsilon \longrightarrow$$

اگر برقرار شد، حدس ما جواب است.

$$\begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ |V_2| \\ |V_3| \end{bmatrix}^0 + \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta|V_2| \\ \Delta|V_3| \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ |V_2| \\ |V_3| \end{bmatrix}^{(1)}$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_2|} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_2|} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_3|} \end{bmatrix}$$

حال $J^{(0)}$ را حساب می‌کنیم، یعنی مجهولات را از حدس اولی می‌گذاریم.

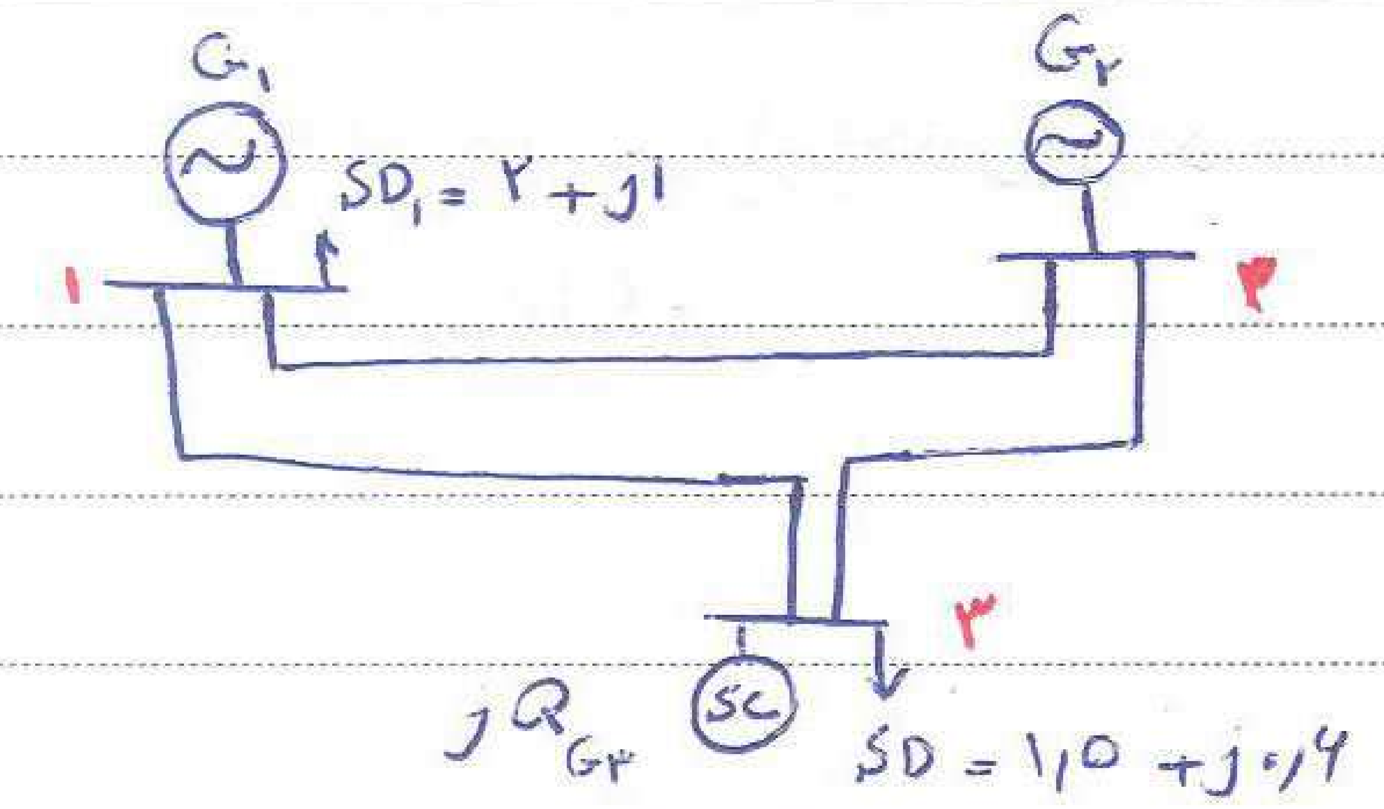
گاهی اوقات $\Delta|V_2|$ را نیز پریونیت می‌کنیم یعنی $\frac{\Delta|V_2|}{V_2} = \Delta V_2^{pu}$ و در این حالت باید ستون ضرب شونده در $\Delta V_2$ را هم در $|V_2|$ ضرب کنیم

$$D = JC$$

$$\begin{bmatrix} P_2^{sp}-P_2^{cal} \\ P_3^{sp}-P_3^{cal} \\ Q_2^{sp}-Q_2^{cal} \\ Q_3^{sp}-Q_3^{cal} \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} & & \\ & J^{(0)} & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta|V_2| \\ \Delta|V_3| \end{bmatrix}^{(0)}$$

توان‌های تطبیق نشده

Subject: جلسه بیست و پنجم
Year. Month. ۱۰ Date. ۷ ( )




مثال:

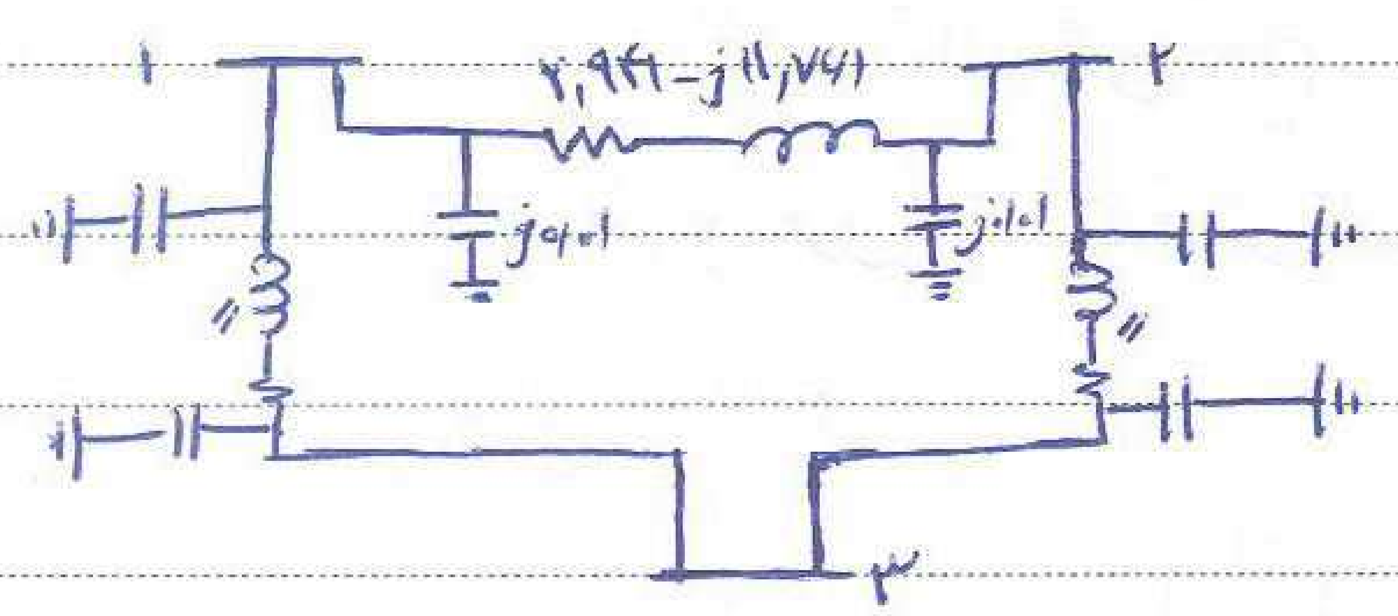
| Bus No | type | توان تزریقی $P_G$ | توان تزریقی $Q_G$ | توان مصرفی $P_D$ | توان مصرفی $Q_D$ | ولتاژ $\lvert V\rvert$ | ولتاژ $\delta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Slack | ? | ? | 2 | 1 | 1.04 | 0 |
| 2 | PQ | 0.5 | 1 | 0 | 0 | ? | ? |
| 3 | PV | 0 | ? | 1.5 | 0.6 | 1.04 | ? |

اطلاعات خطوط: اگر ترانسی وجود داشت، باید اطلاعاتش داده می‌شد.
مدل π: $R=0.02^{pu}$ $X=j0.08^{pu}$ $Y=j0.02^{pu}$

هر سه خط دارای اطلاعات مشابه هستند.

مجهولات: $|V_2|, \delta_2, \delta_3$

قدم اول: رسم دیاگرام امپدانسی:




قدم دوم: تبدیل امپدانس‌ها به ادمیتانس: $Z=0.02+j0.08 \Rightarrow Y=\frac{1}{0.02+j0.08}=2.941-j11.761$

قدم سوم: تشکیل $Y_{bus}$:

$Y_{33}=Y_{22}=Y_{11}=2(2.941-j11.761)+2\times j0.01=5.882-j23.508=24.23\angle -75.95$

$Y_{12}=Y_{21}=Y_{31}=Y_{13}=Y_{23}=Y_{32}=-2.941+j11.764=12.13\angle 10{,}04$

$$Y_{bus}=\begin{bmatrix} 24.23\angle -75 & 12.13\angle 104 & 12.13\angle 104 \\ 12.13\angle 104 & 24.23\angle -75 & 12.13\angle 104 \\ 12.13\angle 104 & 12.13\angle 104 & 24.23\angle -75 \end{bmatrix}$$

قدم چهارم: معادلات کلی پخش بار: $\left\{ \begin{array}{l} i=2 \\ j=1,2,3 \end{array} \right.$

$P_2=|V_2||V_1||Y_{21}|\cos(\theta_{21}+\delta_1-\delta_2)+|V_2|^2|Y_{22}|\cos\theta_{22}+|V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)$

$Q_2=-|V_2||V_1||Y_{21}|\sin(\theta_{21}+\delta_1-\delta_2)-|V_2|^2|Y_{22}|\sin\theta_{22}-|V_2||V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)$

$P_3=|V_3||V_1||Y\ |\cos(\theta_{31}+\delta_1-\delta_3)+|V_3||V_2||Y\ |$

$1=Q_2$ $P_2$ توان تزریقی در باس ۲ است یعنی $P_G-P_D=0.5$

$P_3$ توان تزریقی در باس ۳ است یعنی $-1.5$

Subject:

Year.        Month.        Date.        (  )

$V_1 = 1.04 \quad \delta_1 = 0 \quad |V_3| = 1.04$ مقادیر مقابل معلوم هستند و نیازی به حدس ندارند

قدم پنجم : حدس اولیه :

$V_2^{(0)} = 1 \quad \delta_2^{(0)} = 0 \quad \delta_3^{(0)} = 0$

$$\begin{bmatrix} P_2^{(0)} \\ P_3^{(0)} \\ Q_2^{(0)} \end{bmatrix}^{cal} = \begin{bmatrix} -0.23 \\ 0.12 \\ -0.96 \end{bmatrix}$$

حال $\Delta P_2$ ، $\Delta P_3$ ، $\Delta Q_2$ را محاسبه می کنیم

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0.73 \\ -1.42 \\ 1.96 \end{bmatrix}$$

مقادیر فوق را با $\epsilon = 0.01$ مقایسه می کنیم.

چون تمام عناصر ماتریس فوق از $\epsilon$ کمتر نشد پس باید ژاکوبین را تشکیل دهیم.

مقادیر مقابل را باید محاسبه کنیم

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} \\ & H & N \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_2|} \\ & J & L \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta |V_2| \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 0.73 \\ -1.42 \\ 1.96 \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} 24.47 & -12.23 & 5.64 \\ -12.23 & 24.95 & -3.05 \\ -6.11 & 3.05 & 22.54 \end{bmatrix}^{(0)} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta |V_2| \end{bmatrix}^{(0)}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta |V_2| \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} -0.023 \\ -0.0454 \\ 0.089 \end{bmatrix}^{(0)}$$

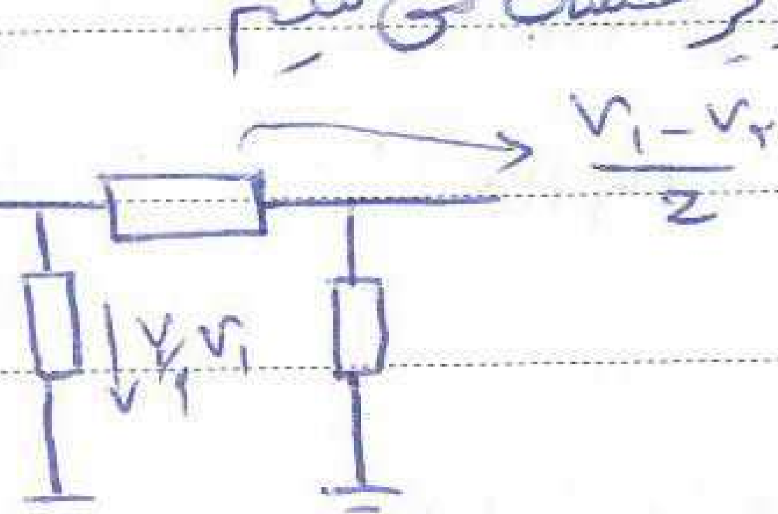
$$\begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ |V_2| \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^{(0)} + \begin{bmatrix} -0.023 \\ -0.0454 \\ 0.089 \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} -0.023 \\ -0.0454 \\ 1.089 \end{bmatrix}^{(1)}$$

بعد از چند تکرار به جواب خواهیم رسید. حال می خواهیم مقادیر $P_{G1}$ ، $Q_{G1}$ و $Q_{G3}$ را با استفاده از فرمول دبی بدست می آوریم اما با توجه داشته باشیم که مقادیر بدست آمده از فرمول کلی مقادیر تزریقی هستند و باید با توجه به مصرف باس مقدار را بدست آوریم.

$P_{G1} = P_1 + P_{D1}$

$Q_{G1} = Q_1 + Q_{D1}$

برای بدست آوردن $S_{12}$ ، $I_{12}$ را بدست می آوریم . $I_{12}$ را نیز با طریق زیر حساب می کنیم



برای محاسبه تلفات خطوط کافیست توان های تزریقی در دو طرف را با هم جمع کنیم.


$$P_{ij} - \Delta P = -P_{ji} \Rightarrow P_{ij} + P_{ji} = \Delta P$$

اولین هدف پخش بار بدست آوردن ولتاژ باس هاست و بقیه مجهولات را از روی شکل بدست می آوریم.

یکی از مشکلات مشتق گیری در روش نیوتن رافسون است. برای حل این مشکل از روش زیر استفاده می کنند.

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} H & N \\ \hline J & L \end{array}\right] \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta|V| \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \Delta P = H\Delta\delta + N\Delta|V| \\ \Delta Q = J\Delta\delta + L\Delta|V| \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_{ii} = -Q_i - |V_i|^2 |Y_{ii}| \sin(-\theta_{ii}) \\ H_{ij} = P_i - |V_i|^2 |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij}) \end{cases}$$

قبلاً دیدیم که وابستگی $\Delta P$ به دامنه ولتاژ کم بود اما این وابستگی نسبت به زاویه زیاد است. در توان راکتیو برعکس است.

پخش بار مجزا Decoupled Load Flow :

در این قسمت روابط ضعیف را حذف می کنیم یعنی از تقریب مقابل استفاده می کنیم:

$$\begin{cases} \Delta P = H\Delta\delta \\ \Delta Q = L\Delta|V| \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta|V| \end{bmatrix}$$

در این روش سرعت بالا می رود، ولی دقت پایین می آید.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مقایسه روش‌های مختلف پخش بار:

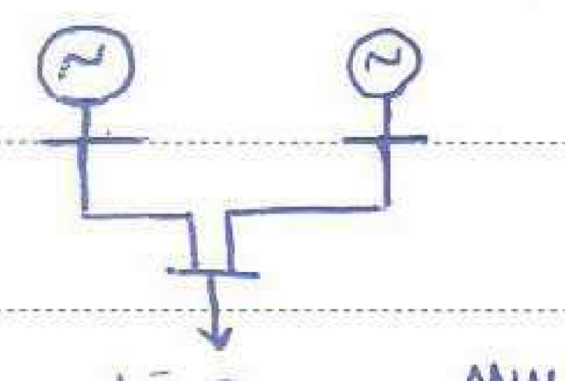
شاخص‌های مقایسه یکی دقت است. دقت نیوتن رافسون بیشتر است. همچنین همگرایی نیوتن رافسون بهتر است. تعداد تکرار نیز در روش نیوتن رافسون کمتر است. مقدار محاسبات در نیوتن رافسون بیشتر است.

# فصل ۹- پخش بار اقتصادی : Economic Load Dispatch

بهره برداری اقتصادی از سیستم قدرت.

## منظور از پخش بار اقتصادی ؟

منظور اینست که توزیع بار بین نیروگاهها چگونه باشد تا هزینه حداقل گردد.
توان اکتیو



توان مصرفی $P_D = 500^{MW}$
$P_{Loss} = 0$

حال می خواهیم $500^{MW}$ را بین دو نیروگاه تقسیم کنیم . در یک حالت است که وضعیت هزینه حداقل برقرار گردد

## تابع هزینه ، منحنی سوخت Cost Function

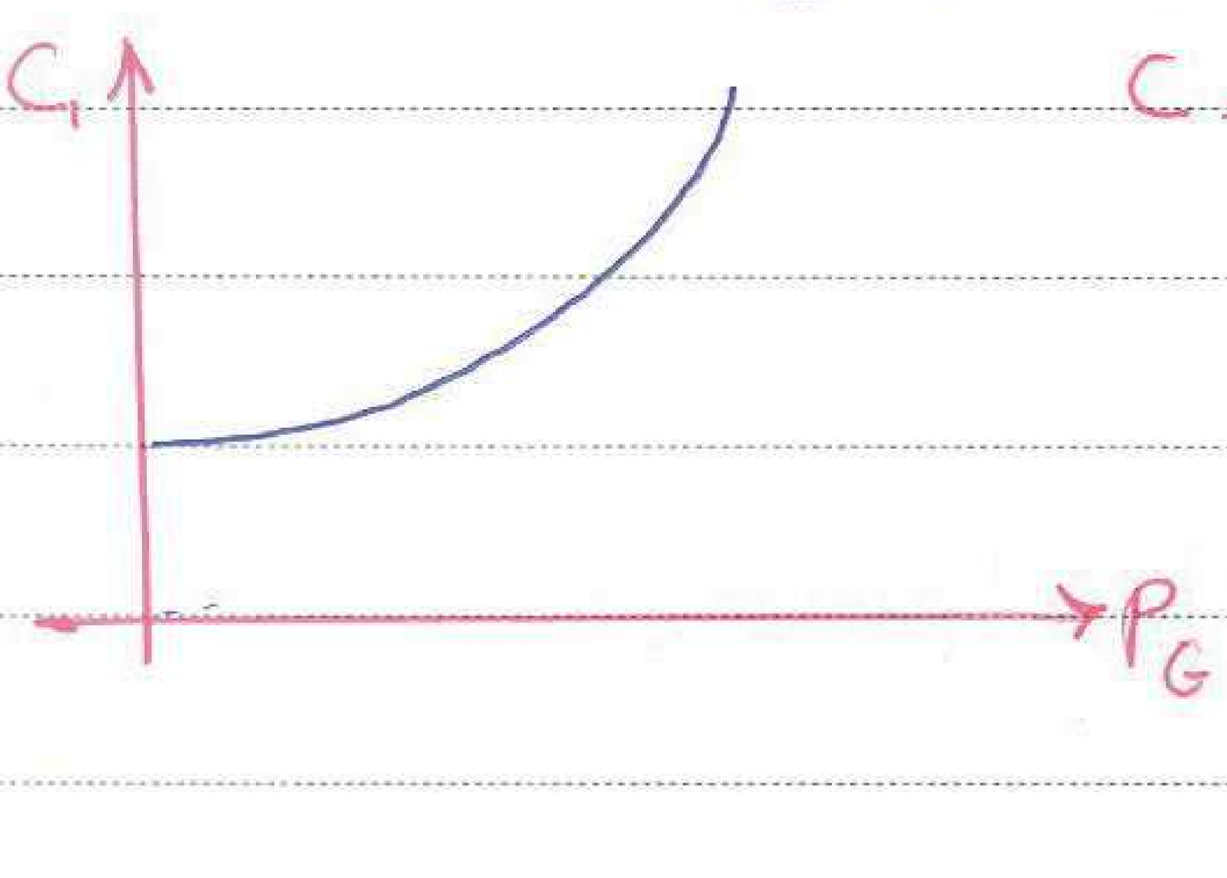
انرژی حرارتی ← انرژی الکتریکی

MBtu/h MW

ریال/h
$/h

| $P_G$ | $P_{G1}$ | $P_{G2}$ | ...... | $P_{Gn}$ |
|---|---|---|---|---|
| $C$ | $C_1$ | $C_2$ | ...... | $C_n$ |

علاوه بر هزینه حرارتی فوق هزینه‌ای ثابت نیز وجود دارد که برای تعمیرات ، پرسنل و ..... صرف می شود



به منحنی مقابل تابع هزینه می گوییم $C = C_i(P_{G_i})$

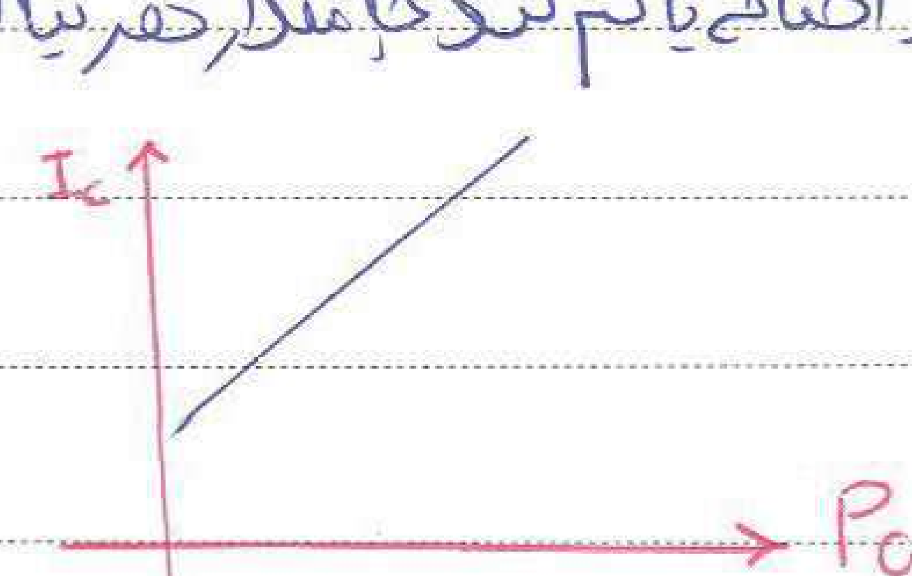
می توان با به دست آوردن تجربی مقادیر جدول منحنی را با تابع $C_i = \alpha_i + \beta_i P_{G_i} + \gamma_i P_{G_i}^2$ بدست آورد.

$\alpha_i$ , $\beta_i$ , $\gamma_i$ مقادیر ثابت هستند

می خواهیم توزیع بار گونه ای باشد تا $C_i$ حداقل گردد.

در اینجا تابع دیگری با نام نمو هزینه Incremental cost تعریف می شود که نشان می دهد اگر نیروگاه بخواهد ۱ واحد به توان خود اضافه یا کم کند چه مقدار هزینه‌اش زیاد یا کم می شود . این تابع را با $I_c$ و یا $\lambda$ نشان می دهیم

$$(I_c)_i = \frac{dC_i}{dP_{G_i}} \quad \frac{\text{ریال}}{Mwh} \quad \frac{\$}{Mwh}$$



$$(I_c)_i = \beta_i + 2\gamma_i P_{G_i}$$

الف) از تلفات شبکه صرف نظر می شود. (هزینه کل) $C = C_1 + C_2 + \dots + C_m$

$$\Rightarrow C = C_1(P_{G1}) + C_2(P_{G2}) + \dots + C_m(P_{Gm}) = \sum_{i=1}^{m} C_i(P_{Gi}) = C(P_{G1}, P_{G2}, \dots, P_{Gm})$$

$m$ تعداد نیروگاه‌ها می باشند.

حال می خواهیم: $dC = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial C}{\partial P_{Gi}} dP_{Gi} = 0$

شرط‌های برقرار: $P_{G1} + \dots + P_{Gm} = P_D \Rightarrow \sum_{i=1}^{m} P_{Gi} = P_D$ * $\quad P_{Gi}^{min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{max}$

هزینه ثابت در منحنی هزینه لحاظ شده است.

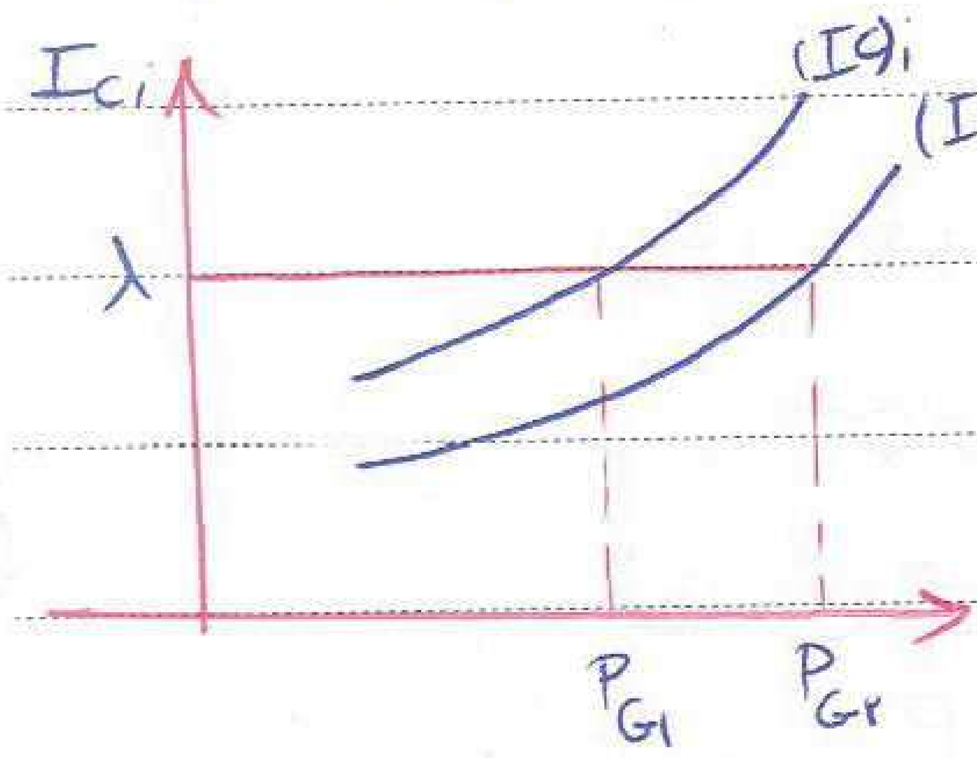
$$* \xrightarrow{\text{مشتق می گیریم}} \sum_{i=1}^{m} dP_{Gi} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{m} \left( \frac{\partial C}{\partial P_{Gi}} - \lambda \right) dP_{Gi} = 0$$

اگر شرط فوق برقرار باشد هر دو شرط * و ** برقرار خواهد بود.

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\partial C}{\partial P_{Gi}} = \frac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}} \Rightarrow \lambda = \frac{\partial C_1}{\partial P_{G1}} = \frac{\partial C_2}{\partial P_{G2}} = \dots = \frac{\partial C_m}{\partial P_{Gm}}$$

$$\Rightarrow (I_c)_1 = (I_c)_2 = \dots = (I_c)_m = \lambda$$




از نمودار می فهمیم نمودار نیروگاه ۱ بالاتر بوده، هزینه برق آن گرانتر است. نقطه کمینه نقطه ای است که در آن Incremental Cost ها با هم برابر می شوند.

حال شرط معادله را بررسی می کنیم، اگر شرایط نامعادله نقض شده بود خود را به حد آن محدود می کنیم.

مثال:

- دو واحد نیروگاهی نمو هزینه های به صورت مقابل هستند.

$$(IC)_1 = \frac{dC_1}{dP_1} = 0.0080\,P_1 + 8 \quad \frac{\$}{MWh} \qquad 100 \leqslant P_1 \leqslant 625^{MW}$$

$$(IC)_2 = \frac{dC_2}{dP_2} = 0.0096\,P_2 + 6.4 \quad \frac{\$}{MWh} \qquad 100^{MW} \leqslant P_2 \leqslant 625^{MW}$$

توزیع اقتصادی برای توان های مصرفی ۳۰۰ MW ، ۹۰۰ MW و ۱۲۵۰ MW را انجام دهید.

$$(IC_1) = (IC_2) = \lambda$$

$$\left.\begin{aligned} 0.0080P_1 + 8 &= 0.0096P_2 + 6.4 \\ P_1 + P_2 &= 300^{MW} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 73^{MW} \\ P_2 = 227^{MW} \end{cases}$$

حال چک می کنیم که آیا شرط نامعادله ای برقرار است یا خیر.

$\longrightarrow$ شرط نامعادله برقرار نیست $\Rightarrow \begin{cases} P_1 = 100^{MW} \\ P_2 = 200^{MW} \end{cases}$

برای حالات دیگر نیز از همین روش استفاده می کنیم. $\rightarrow (IC)_1\big|_{P_1=400} = 11.2 = \lambda$

حالت دوم $\Rightarrow \begin{cases} P_1 = 400 \\ P_2 = 500 \end{cases}$ شرایط نامعادله نیز برقرار است پس جوابهای مقابل هم نهایی و هم بهینه اند $\Rightarrow$

$\rightarrow (IC)_2\big|_{P_2=500} = 11.2 = \lambda$

حالت سوم $\Rightarrow \begin{cases} P_1 = 590 \\ P_2 = 660 \end{cases} \xrightarrow[\text{نیست}]{\text{نامعادله برقرار}}$ جواب نهایی $\begin{cases} P_1 = 625 \\ P_2 = 625 \end{cases}$

$P_D = 900^{MW} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 400^{MW} \\ P_2 = 500^{MW} \end{cases}$

- می خواهیم ببینیم اگر ۹۰۰ مگاوات را به جای روش مقابل به صورت نصف بین دو نیروگاه تقسیم می کردیم هزینه ها چه تغییری می کرد.
- با این کار هزینه افزایش پیدا می کند
- مقدار افزایش هزینه در یک سال

$$\left.\begin{aligned} \Delta C_1 &= \int_{400}^{450} (0.008\,P_1 + 8)\,dP_1 = 570 \ \frac{\$}{h} \ \text{افزایش هزینه} \\ \Delta C_2 &= \int_{500}^{450} (0.0096\,P_2 + 6.4)\,dP_2 = 548 \ \frac{\$}{h} \ \text{کاهش هزینه} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta C = 22 \ \frac{\$}{h} \ \text{افزایش هزینه}$$

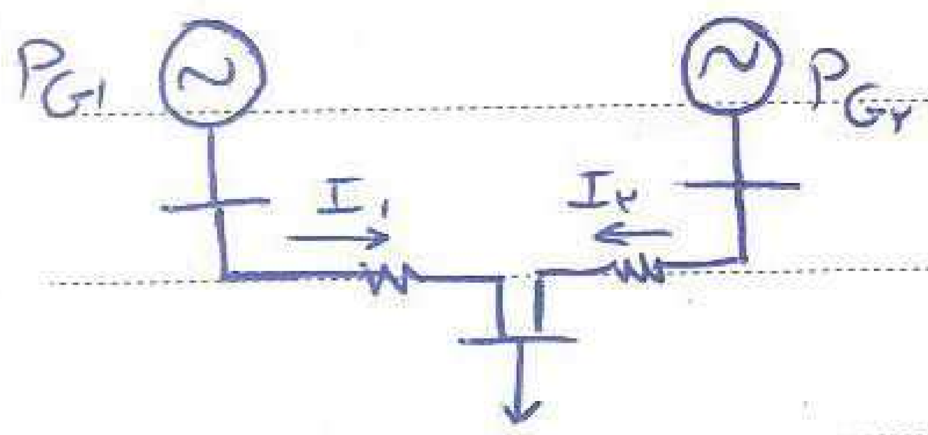
$$\Longrightarrow \Delta C = 22 \times 24 \times 365 = 192720 \ \frac{\$}{Year}$$

ب) از تلفات صرف نظر نمی شود.

$$\sum_{i=1}^{m}\frac{\partial C}{\partial P_{G_i}}\,dP_{G_i}=0 \quad *$$

اگر توان ها تغییر کنند آنگاه تلفات نیز عوض می شود اما $P_D$ ثابت است

$$\sum_{i=1}^{m} P_{G_i} = \underbrace{P_D}_{\text{ثابت}} + \underbrace{P_L}_{\text{تابعی از } P_{G_i} \text{ ها}}$$




در شکل ساده مقابل با تغییر هر کدام از $P_{G_i}$ ها، $I_i$ ها تغییر کرده و در نتیجه تلفات عوض می شوند.

$$\sum_{i=1}^{m} dP_{G_i} = dP_L \Rightarrow \sum_{i=1}^{m} dP_{G_i} - \sum_{i=1}^{m}\frac{\partial P_L}{\partial P_{G_i}}\,dP_{G_i} = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{m}\left(1-\frac{\partial P_L}{\partial P_{G_i}}\right)dP_{G_i}=0 \quad **$$

حال رابطه * را در $\lambda$ ضرب کرده از ** کم می کنیم.

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{m}\left[\frac{\partial C_i}{\partial P_{G_i}} + \left(\frac{\partial P_L}{\partial P_{G_i}}-1\right)\lambda\right]dP_{G_i}=0$$

اگر رابطه فوق صفر شود آنگاه هم شرط معادله ای برقرار است و هم شرط بهینه بودن.

$$\Rightarrow \underbrace{\lambda}_{\text{عدد ثابت، ضریب لاگرانژ}} = \frac{\frac{\partial C_i}{\partial P_{G_i}}}{1-\frac{\partial P_L}{\partial P_{G_i}}} = \frac{(IC)_i}{1-(ITL)_i} \quad \forall i$$

$$L_i = \frac{1}{1-(ITL)_i}$$ ضریب جریمه (Penalty factor)

$$\Rightarrow \lambda = L_i (IC)_i \quad , \ \forall i$$

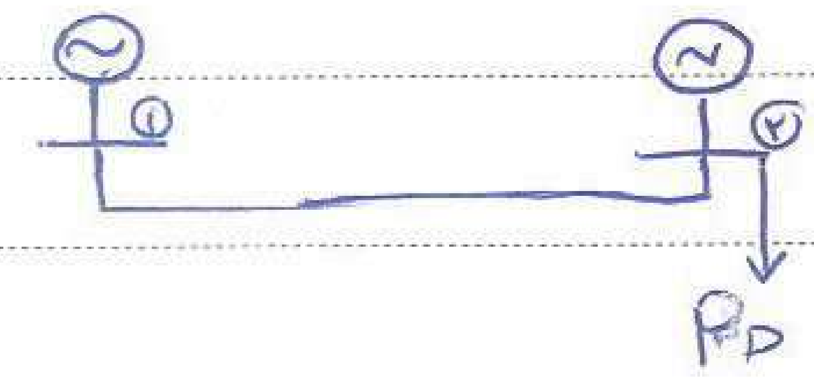
$$\Rightarrow L_1 (IC)_1 = L_2 (IC)_2 = \dots = L_m (IC)_m = \lambda$$

Incremental Transmission Lost $(ITL)_i = \frac{\partial P_L}{\partial P_{G_i}}$ نمو تلفات نیروگاه i-ام

| ITL | IC | L | $\lambda$ |
|---|---|---|---|
| | | | |

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال: دو نیروگاه از طریق یک خط انتقال مطابق شکل با یکدیگر وصل شده اند.




بار مصرفی در باس شماره ۲ قرار دارد وقتی توان $200^{MW}$ از نیروگاه ۱ به ۲ انتقال می یابد $16^{MW}$ تلفات شبکه داریم. اگر $\lambda = 12.5 \frac{\$}{MWh}$ و $(IC)_i$ را نیز با صورت زیر داشته باشیم، $P_{G1}$ و $P_{G2}$ را برای توزیع اقتصادی بدست آورید.

در اینجا مصرف داده نشده است بلکه $\lambda$ را داده است

$$(IC)_1 = \frac{dC_1}{dP_1} = 0.01 P_1 + 8.5 \frac{\$}{MWh}$$

$$(IC)_2 = \frac{dC_2}{dP_2} = 0.015 P_2 + 9.5 \frac{\$}{MWh}$$

$$L_1 (IC)_1 = L_2 (IC)_2 = \lambda \Rightarrow \begin{cases} L_1 (IC)_1 = 12.5 \\ L_2 (IC)_2 = 12.5 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} L_1 = \dfrac{1}{1-(ITL)_1}, \quad (ITL)_1 = \dfrac{dP_L}{dP_1} \\ L_2 = \dfrac{1}{1-(ITL)_2}, \quad (ITL)_2 = \dfrac{dP_L}{dP_2} \end{array}\right\} , \quad P_L = f(P_1, P_2)$$

$$P_L = B_{11} P_1^2 + B_{22} P_2^2 + 2 B_{12} P_1 P_2$$

ضرایب $B_{11}$، $B_{22}$، $B_{12}$ ثابت هستند

$$P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_m \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1m} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2m} \\ \vdots & & & \\ B_{m1} & B_{m2} & \cdots & B_{mm} \end{bmatrix} \quad P_L = P^T B P$$

چون بار روی باس ۲ است پس با تغییر توان نیروگاه ۲، تلفات عوض نمی شود ولی با تغییر $P_1$، تلفات عوض می شود و بنابراین در تابع $P_L$ باید $B_{12} = B_{22} = 0$ برقرار باشد تنها ضریب $B_{11}$ را داریم

$$\Rightarrow P_L = f(P_1) = B_{11} P_1^2 \Rightarrow B_{11} = \left.\frac{P_L}{P_1^2}\right|_{\text{توان عبوری } 200^{MW}} = \frac{16}{200^2} = 0.0004 \ MW^{-1}$$

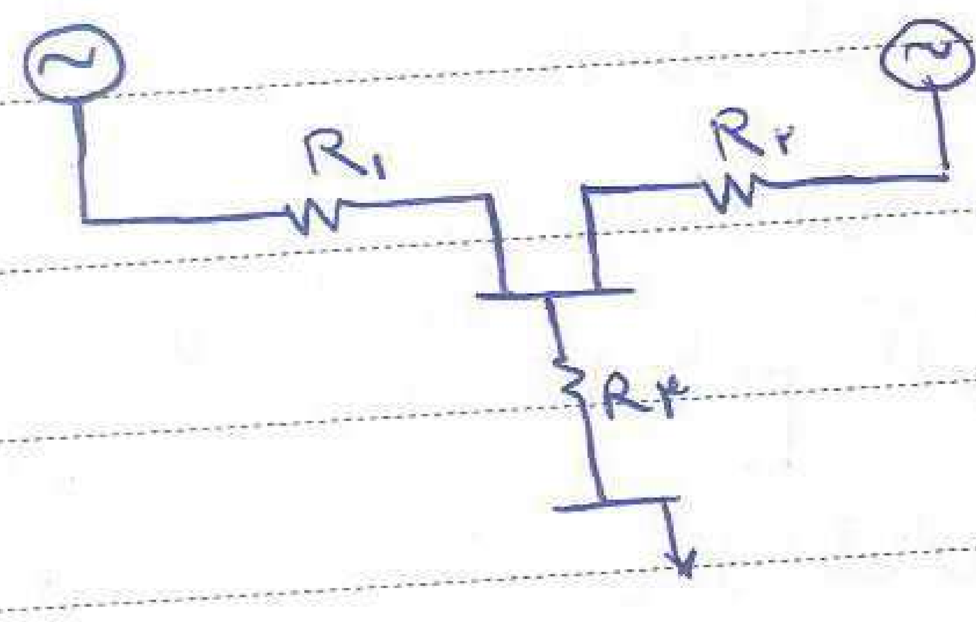
$$(ITL)_1 = \frac{dP_L}{dP_1} = 0.0008 P_1 \qquad L_1 = \frac{1}{1-0.0008 P_1}$$

$$(ITL)_2 = \frac{dP_L}{dP_2} = 0 \qquad L_2 = 1$$

$$L_1 (IC)_1 = \frac{1}{1-0.0008 P_1} (0.01 P_1 + 8.5) = 12.5 \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 200 \\ P_2 = 200 \end{cases} \Rightarrow P_D = 200 + 200 - 16 = 384^{MW}$$

$$L_2 (IC)_2 = \qquad = 12.5$$

اگر نقطه غیر بهینه داده شود و گفته شود تغییر هزینه چقدر است باید از $(IC)_i$ از نقطه بهینه تا داده شده انتگرال گرفته و این $\Delta C_i$ ها را جبری با هم جمع کنیم.

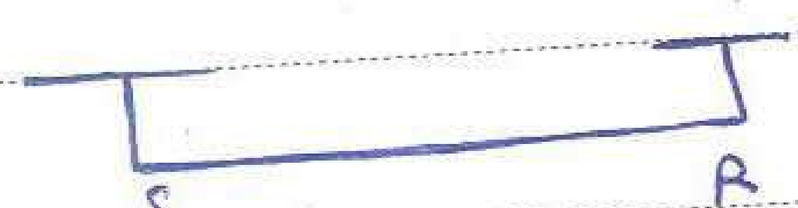



$$P_L = 3R_1|I_1|^2 + 3R_2|I_2|^2 + 3R_3|I_1+I_2|^2$$

$$P_1 = \sqrt{3}\, V_1 I_1 \cos\varphi_1 \Rightarrow I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3}\, V_1 \cos\varphi_1}$$

$$I_2 = \frac{P_2}{\sqrt{3}\, V_2 \cos\varphi_2}$$

$$\Rightarrow P_L = \underbrace{3R_1 \frac{P_1^2}{3 V_1^2 \cos^2\varphi_1}}_{B_{11}} + \cdots$$




$$\left.\begin{array}{l} P = \dfrac{V_s V_R \sin\delta}{Z_c \sin\beta l} \\[2ex] SIL = \dfrac{V_n^2}{Z_c} \end{array}\right\} \Rightarrow P = \frac{V_s^{pu} V_L^{pu} V_n^2}{Z_c \sin\beta l}\sin\delta = \frac{V_S^{pu} V_L^{pu}}{\sin\beta l}\,\frac{V_n^2}{Z_c}\sin\delta = \frac{V_S^{pu} V_L^{pu}}{\sin\beta l}(SIL)\sin\delta$$

توان SIL $\Rightarrow \sin\delta = \sin\beta l$