مخابرات

(بخش اول)

استاد صافی

مخابرات (استادصادقی)

منبع: سیستم های مخابراتی (کارلسون) ترجمه ی محمودنیایی

ارزشیابی: پایان ترم ۱۲ نمره میان ترم ۶ نمره ۹۹ تکالیف ۲ نمره

مهلت تحویل تکالیف ۲ هفته بعد

رئوس مطالب:

فصل اول: مقدمه
فصل دوم: انتقال سیگنال
فصل سوم: مدولاسیون خطی
فصل چهارم: مدولاسیون زاویه ای
فصل پنجم: سیستم های مخابراتی آنالوگ
فصل ششم: احتمال و متغیرهای تصادفی (یادآوری - در امتحان نیست)
فصل هفتم: فرایندهای تصادفی و نویز
فصل هشتم: انتقال سیگنال در حضور نویز

فصل اول کتاب { ۱-۱ کامل ; ۱-۲ تا سر گذاری } تشریحی

فصل سوم کتاب { ۳-۲ کامل ; ۳-۳ تا سر نویز باند }

فصل چهارم { ۴-۱ تا سر انتقال میانگذر ; ۴-۲ کامل ; ۴-۳ کامل بجز ساختار دوم ; ۴-۴ تا سر VSB ; ۴-۵ کامل }

فصل اول : مقدمه

تعریف سیستم مخابراتی : سیستم مخابراتی سیستمی است که اطلاعات را از یک نقطه (مبدا) به نقطه‌ی دیگر (مقصد) می‌فرستد.

(انتقال اطلاعات)

انتقال اطلاعات ← تصویر ← صوت
انتقال اطلاعات ← داده

پیام : تجسم فیزیکی اطلاعات تولید شده توسط منبع ← آنالوگ
پیام : تجسم فیزیکی اطلاعات تولید شده توسط منبع ← دیجیتال

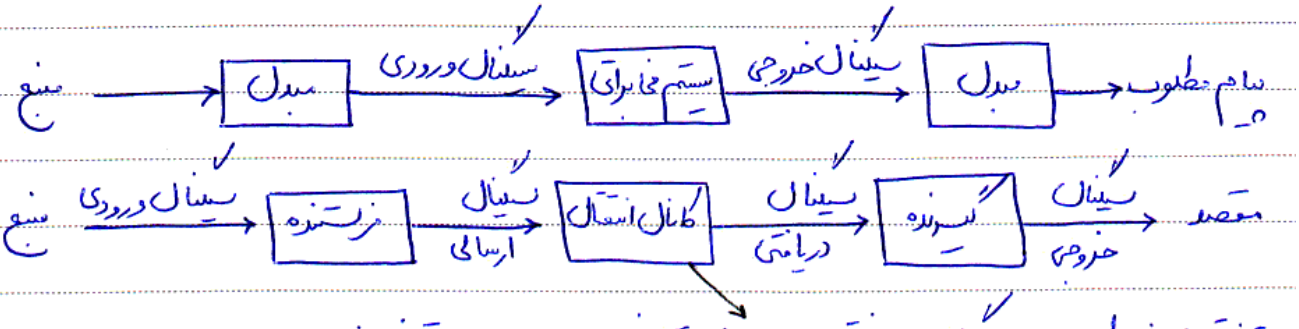
پیام آنالوگ : پیامی فیزیکی است که به صورت پیوسته و متغیر با زمان با دامنه‌ی دمای محیط، شدت نور، ولتاژ گرفته از میکروفون، صدای محیط.

پیام دیجیتال : رشته‌ای مرتب از نمادها است که این نمادها از یک مجموعه متناهی از عناصر گسسته انتخاب شده است.

(گروه خونی افراد، پیامی که در یک کتاب وجود دارد، دمای محیط در هر ساعت، متوسط قیمت هر شنبه در هر هفته از چیزهای که به صورت یک عدد یا نماد است که بهترین و گویاترین آن گسسته بودن است.)

سیگنال : اغلب پیام تولید شده توسط منابع پیامی غیرالکتریکی است، لذا (ورودی و خروجی سیستم‌های مخابراتی از مبدل‌ها استفاده می‌شود. این مبدل‌ها ورودی پیام را به سیگنال الکتریکی (ولتاژ یا جریان) و در خروجی سیگنال الکتریکی را به پیام مطلوب تبدیل می‌کند.

مبدل : مثل میکروفون، بلندگو، سنسورها (فتوترانزیستور، فتودیود، سنسورهای گرمایی)



آفات ناخواسته در سیگنال دریافتی : نویز، تداخل، اعوجاج، تضعیف

فرستنده : سیگنال ورودی را به گونه ای پردازش می کند که سیگنالی متناسب با مشخصات کانال فراهم آورد.

معمولا پردازش شامل تقویت، مدولاسیون و کدینگ و ... می شود.

کانال انتقال : محیطی الکتریکی است که واسط بین منبع و مقصد است و ممکن است یک زوج سیم، کابل هم محور فضا و غیره باشد.

گیرنده : هر کانال مقداری تضعیف دارد (تلفات) که با افزایش فاصله بیشتر می شود. سیگنال خروجی کانال را دریافت کرده و سیگنال مناسبی را برای مبدل خروجی فراهم می کند. گیرنده به تقاضای جبران سازی اثر تضعیف عمل تقویت صورت می دهد. همچنین سیگنال دمدولاسیون و دکدینگ نیز انجام می شود.

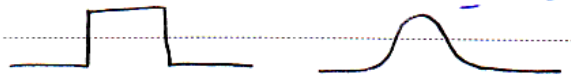
اثرات ناخواسته کانال :

تضعیف : سطح سیگنال تغییر می کند بلکه توان سیگنال کاهش می یابد.

نویز : شکل موج را تغییر می‌دهد بلکه توان آن را تغییر می‌دهد.

اعوجاج : تغییر شکل موج سیگنال است که در اثر ناقص بودن سیستم به سیگنال مطلوب ایجاد می‌شود.

برای جبران سازی اعوجاج از نوع خاصی از فیلترها به نام اکولایزر (تعدیل کننده) استفاده می‌شود.



تداخل :

در اثر وارد شدن سیگنال‌های ناخواسته (با منبع انسانی) به سیگنال اصلی ضربه می‌زند. در تداخل، گیرنده نمی‌تواند چند سیگنال را با هم دریافت می‌کند. جایی که سیگنال‌های تداخلی در محدوده‌ی فرکانسی دیگری غیر از محدوده‌ی سیگنال اصلی باشند با فیلتر کردن می‌توان اثرات آن را کاهش داد.

نویز : سیگنال‌های الکتریکی، تصادفی و غیرقابل پیش‌بینی هستند که روی سیگنال‌های دارای اطلاعات سوار شده و سیگنال را آسیب‌زدایی می‌کنند و از بین می‌برند که با فیلتر کردن می‌توان آلودگی ناشی از نویز را کاهش داد.

انواع سیستم‌های مخابراتی از نظر ارسال و دریافت اطلاعات :

۱) سیستم‌های یک طرفه (Simplex) (SX) : (رادیو، تلویزیون) ، یک طرف فرستنده و طرف دیگر فقط گیرنده است.

۲) سیستم‌های دوطرفه کامل (full duplex) : (FDX) ، سیستمی که هر دو طرف هم فرستنده هم گیرنده هستند و به طور همزمان ارسال و دریافت انجام می‌دهند. مثل تلفن و تلفون.

۳) سیستم‌های نیمه دوطرفه (Half duplex) (HDX) : هر دو طرف هم فرستنده هم گیرنده هستند ولی به صورت غیرهم‌زمان یعنی در هر لحظه یا فرستنده و یا گیرنده هستند مثل بی‌سیم.

* در انتقال اطلاعات به صورت الکترونیکی دو محدودیت اساسی وجود دارد :

۱) پهنای باند : هرچه تغییرات یک سیگنال نسبت به زمان بیشتر باشد سیگنال واجد بسامدهای بالاتری را شامل می‌شود و در نتیجه محدوده‌ی فرکانسی آن گسترده‌تر خواهد بود و به عبارت دیگر پهنای باند سیگنال بیشتر خواهد بود.

منظور از پهنای باند سیستم : گستره‌ی فرکانسی است که در آن سیستم می‌تواند تغییرات سیگنال را انتقال دهد چون طبیعی سیستم‌های الکترونیکی شامل عناصر ذخیره‌کننده‌ی انرژی هستند (مثل خازن و سلف و ...) و انرژی ذخیره شده نمی‌تواند تغییرات ناگهانی داشته باشد لذا هر سیستم فیزیکی، دارای پهنای باند محدودی است که باعث محدود شدن پهنای باند سیگنال می‌شود و چنانچه پهنای باند سیستم کافی نباشد، سیگنال دچار اعوجاج می‌شود.

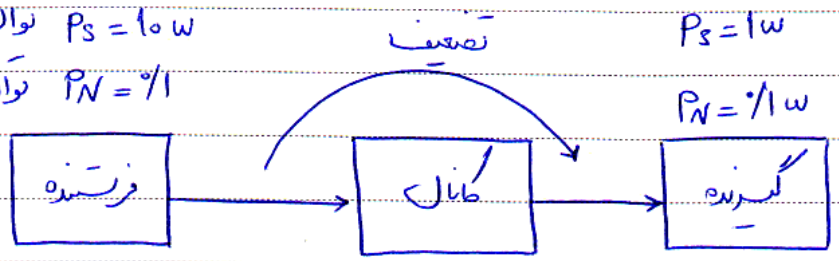
۲) نویز : در هر دمای بالاتر از صفر مطلق، انرژی گرمایی موجب حرکت تصادفی ذرات باردار می‌شود که در نتیجه‌ی آن جریان‌ها و ولتاژهایی به نام نویز حرارتی تولید می‌شود.

نسبت سیگنال به نویز را برحسب نسبت توان آن‌ها بیان می‌کنیم و با SNR یا (S/N) نمایش می‌دهیم.

معمولاً توان نویز گرمایی بسیار کم است و لذا SNR عدد بزرگی می‌شود. در فیبرهای نوری به علت تضعیف در

کانال انتقال توان سیگنال دریافتی را با کاهش یا تقویت و به همراه نویز می‌رساند. لذا SNR عددی توصیف شده

و تقویت سیگنال نیز بی‌نیاز است زیرا توان نویز نیز به همراه سیگنال مطلوب افزایش می‌یابد.



$SNR = 100$ $\quad SNR = \frac{\text{توان سیگنال } P_S}{\text{توان نویز } P_N}$ $\quad SNR = 10$

جلسه دوم

فصل دوم: انتقال سیگنال

اعوجاج سیگنال در انتقال — سیگنالی که شکلش بدلیل تقویت و تضعیف شود اعوجاج پیدا نکرده.

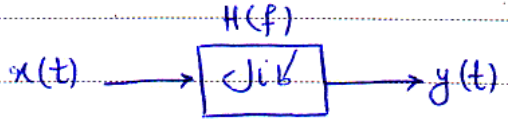
انتقال بدون اعوجاج: انتقالی است که در آن سیگنال خروجی همان شکل سیگنال ورودی را داشته باشد

به بیان دقیق‌تر برای سیگنال ورودی $x(t)$ خروجی در صورتی بدون اعوجاج خواهد بود که تفاوت آن با سیگنال ورودی

تنها در یک ضریب ثابت (مثلاً K) و یک تأخیر زمانی معین (t_d) باشد.

$\begin{cases} K<1 \rightarrow \text{تضعیف} \\ K>1 \rightarrow \text{تقویت} \end{cases}$

به عبارت دیگر:



که در آن K و t_d مقادیر ثابت هستند. $\quad y(t) = K\,x(t - t_d) \rightarrow$ بدون اعوجاج

برای انتقال بدون اعوجاج در حوزه‌ی فرکانس داریم: (تبدیل فوریه)

$$Y(f) = K\,e^{-jwt_d}\,X(f) \qquad (w = 2\pi f)$$

P4PCO

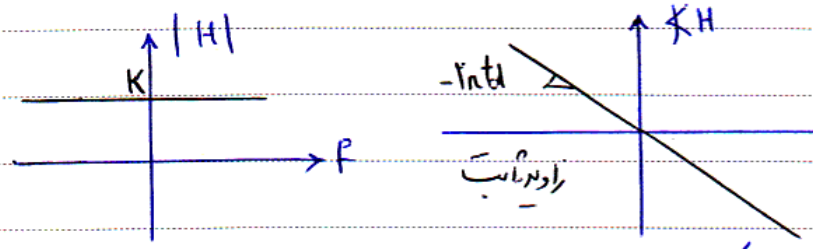
چنانچه تابع تبدیل سیستم انتقال را با $H(f)$ نمایش دهیم ؛

$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)} = k e^{-j\omega t_d} = k e^{-j2\pi f t_d}$$

← می‌توان دید که اعوجاج باشد تابع تبدیل آن به صورت برونده باشد

$|H(f)| = K \qquad \angle H(f) = -2\pi f t_d$

یادآوری : $re^{j\theta}$ → اندازه r ، θ



یک خط با زاویه‌ی $-2\pi t_d$

یادآوری : $y = -2x$ → یک خط با زاویه‌ی -3

مشاهده می‌شود که تنها پاسخ این سیستم بی‌نهایت است (چون تمام ورودی‌ها را اعوجاج می‌دهد) که در عمل چنین چیزی امکان‌پذیر نیست و لذا حوالی صفر اعوجاج در سیگنال ایجاد می‌شود.

به طور کلی ۲ نوع اعوجاج معمولاً رخ می‌دهد ؛ ۱ـ اعوجاج خطی ۲ـ اعوجاج غیرخطی

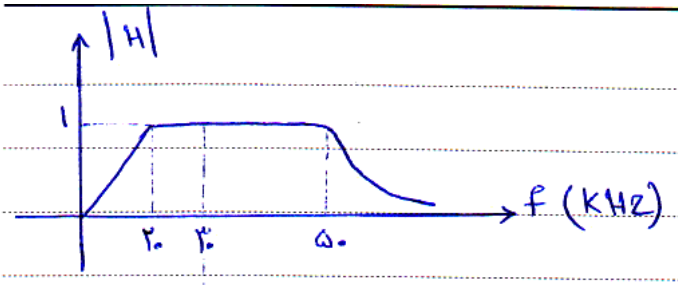
۱ـ اعوجاج خطی : خود به دو دسته‌ی اعوجاج دامنه‌ای و اعوجاج تأخیری تقسیم می‌شود.

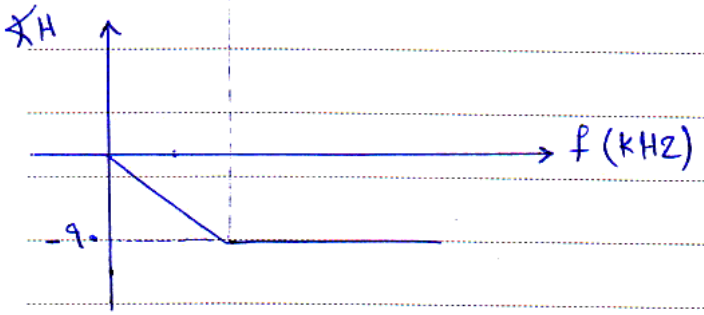
الف) اعوجاج دامنه‌ای : در صورتی ایجاد می‌شود که $|H(f)|$ مخالف K (یک مقدار ثابت) باشد. $|H(f)| \neq K$

ب) اعوجاج تأخیری : در صورتی ایجاد می‌شود که $\angle H(f) \neq -2\pi f t_d$ باشد. خطی بودن از میدانی گذرد نباشد.

۲ـ سیستم غیرخطی : در صورتی ایجاد می‌شود که سیستم شامل عناصر غیرخطی باشد.

مثال) چنانچه پاسخ ضربه‌ی یک سیستم اعوجاج به صورت زیر باشد طرح ؛





پاسخ: فیلتر بالاگذر چون فرکانس ۰ را در ۰ ضرب میکند و فرکانس ۲۰ را در ۱ ضرب میکند یعنی فرکانس های بالا را بیشتر عبور می دهد.

$f < 20\,kHz$ ⟵ اعوجاج دامنه‌ای

$20^k < f < 30^k$ ⟵ نزول اعوجاج

$30^k < f < 50^k$ ⟵ اعوجاج تأخیری

$f > 50\,K$ ⟵ هم اعوجاج دامنه‌ای هم تأخیری

اعوجاج خطی است.

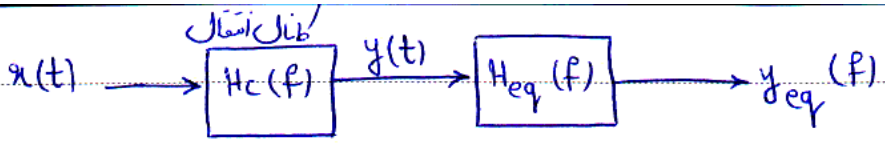
مشاهده می‌شود بهترین محدوده‌ی ارسال سیگنال از بین این سیگنال $20^k < f < 30^k$ است.

نکته: گوش انسان به اعوجاج تأخیری حساس نیست، بنابراین می‌توان سیگنال‌های صوتی را در محدوده‌ی $30^k < f < 50^k$ هم ارسال کرد.

تعدیل کننده یا اکولایزر: مسأله‌ی اعوجاج خطی با استفاده از شبکه‌های تعدیل حل شدنی است.

در شکل زیر یک تعدیل کننده با تابع تبدیل $H_{eq}(f)$ با کانال انتقال دارای اعوجاج $H_C(f)$ سری شده است.

اکولایزر



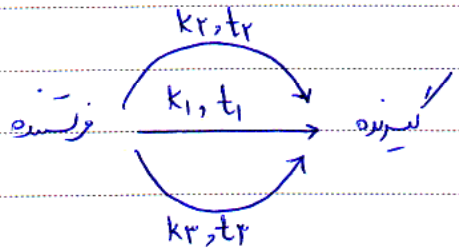
$H(f) = H_c(f)\, H_{eq}(f)$ تابع تبدیل کل سیستم

خروجی نهایی در صورتی بدون اعوجاج خواهد بود (در صورتی اعوجاج جبران سازی می‌شود) که:

$$H(f) = k e^{-j\omega t_d}$$

$$\Rightarrow H_c(f)\, H_{eq}(f) = k e^{-j\omega t_d} \Rightarrow \boxed{H_{eq}(f) = \frac{k e^{-j\omega t_d}}{H_c(f)}}$$

مثال) اعوجاج چندمسیره: در سیستم‌های رادیویی گاهی در اثر وجود دو یا چند مسیر انتشار بین فرستنده و گیرنده اعوجاج چندمسیره ایجاد می‌شود که عملاً به صورت اکو (پژواک) مشاهده می‌شود.



فرض کنیم اعوجاج ۲ مسیره باشد:

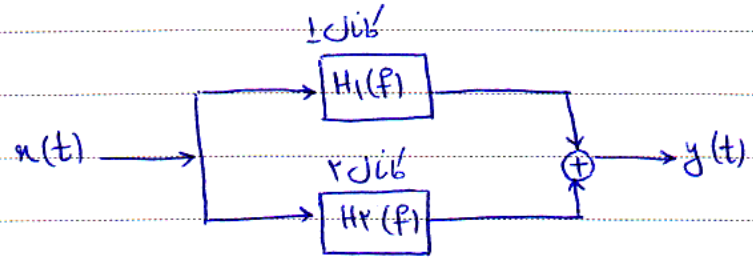
اکو

$$y(t) = k_1 x(t - t_1) + k_2 x(t - t_2)$$

$t_2 > t_1$

$k_2 < k_1$

سیگنال اصلی — چون تضعیف شده‌تر شامل حالش شده.



$$H_1(f) = k_1 e^{-j\omega t_1}, \quad H_2(f) = k_2 e^{-j\omega t_2}$$

یادآوری: تابع تبدیل دو سیستم موازی از جمع دو تابع تبدیل حاصل می‌شود.

تابع تبدیل کل کانال $\Rightarrow H_c(f) = H_1(f) + H_2(f) = k_1 e^{-j\omega t_1} + k_2 e^{-j\omega t_2}$

$\Rightarrow H_c(f) = k_1 e^{-j\omega t_1}\left(1 + \frac{k_2}{k_1} e^{-j\omega (t_2 - t_1)}\right)$, t_0

$\Rightarrow H_c(f) = k_1 e^{-j\omega t_1}\left(1 + K e^{-j\omega t_0}\right)$, K

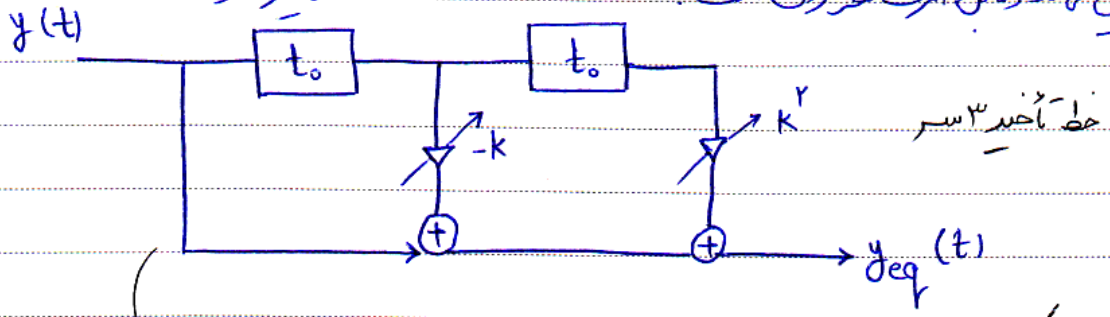
$H_{eq}(f) = \frac{k e^{-j\omega t_d}}{H_c(f)} = \frac{k e^{-j\omega t_d}}{\left(1 + K e^{-j\omega t_0}\right) k_1 e^{-j\omega t_1}}$ k و t_d مقادیر دلخواهند.

$H_{eq}(f) = \frac{1}{1 + K e^{-j\omega t_0}} = \left(1 + K e^{-j\omega t_0}\right)^{-1}$ با فرض $K = k_1$ ، $t_1 = t_d$

بادآوری: بسط دوجمله‌ای $(a+b)^n = a^n + n a^{n-1} b + \frac{n(n-1)}{2!} a^{n-2} b^2 + \dots$

$H_{eq}(f) = 1 - K e^{-j\omega t_0} + K^2 e^{-2j\omega t_0} + \cancel{\dots}$ صرف نظر

با فرض وجود اکوی ضعیف، چون $K = \frac{k_2}{k_1}$ ، $k_2 < k_1$ پس K^n برای nهای بزرگ‌تر از ۲ ($n > 2$) به صفر میل می‌کند و قابل صرف نظر کردن است.



خط تأخیر ۳ سر

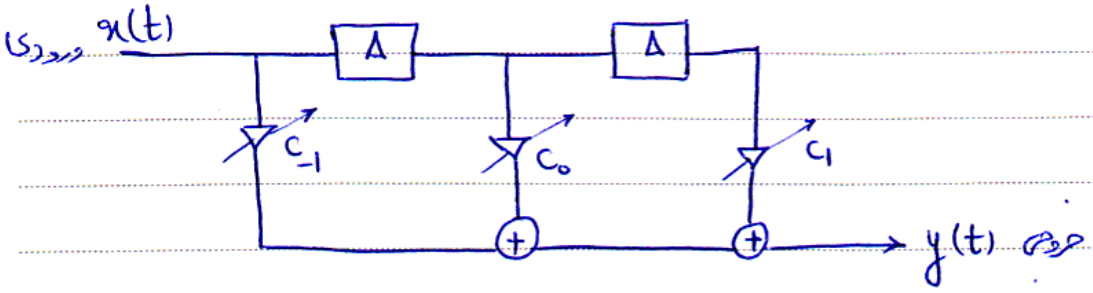
فیلترهای عرضی (اکولایزرهای دارای خط تأخیر چندسر):

$y_{eq}(t) = 1 \times x(t) - k x(t - t_0) + k^2 x(t - 2t_0)$

$Y_{eq}(f) = x(f) - k e^{-j\omega t_0} x(f) + k^2 e^{-j\omega 2t_0} x(f) \Rightarrow H_{eq}(f) = \frac{Y(f)}{x(f)}$

P4PCO

برای سلف عرضی دارای ۲ خط تاخیر سه سر داریم : (سلف عرضی دارای ۲ تاخیر دهنده یا ۲ خط تاخیر)



$$y(t) = C_{-1}x(t) + C_0 x(t-\Delta) + C_1 x(t-2\Delta)$$

$$Y(f) = C_{-1}X(f) + C_0 X(f)e^{-j\omega\Delta} + C_1 X(f) e^{-j\omega 2\Delta}$$

$$H_{eq} = \frac{Y(f)}{X(f)} = C_{-1} + C_0 e^{-j\omega\Delta} + C_1 e^{-j\omega 2\Delta} = e^{-j\omega\Delta}\left(C_{-1}e^{j\omega\Delta} + C_0 + C_1 e^{-j\omega\Delta}\right)$$

در صورتیکه تعداد خطوط تاخیر $2M$ باشد ($1+2M$ سر داشته باشیم) (تاخیر کل خط $2M\Delta$ باشد) رابطه ی بود به صورت زیر تعمیم داده می شود :

$$H_{eq}(f) = e^{-j\omega M\Delta}\left(\sum_{m=-M}^{M} C_m e^{-j\omega m\Delta}\right)$$

تابع سلف

عبارت داخل پرانتز بسط سری فوریه ی تابع دوره تناوب $\frac{1}{\Delta}$ است.

از عبارت $e^{-j\omega m\Delta}$ می توانیم صرف تاخیر زمانی را متوجه شویم.

* اگر تابع کانال $H_c(f)$ باشد :

$$H_{eq}(f) = \frac{k e^{-j\omega t_d}}{H_c(f)}$$

چنانکه سمت راست معادله ی بود را بسط سری فوریه ای که دوره تناوب آن بزرگ تر از پهنای باند سیگنال است ،

$(W < \frac{1}{\Delta})$ تقریب نزدیک و تعداد جمله‌های مهم آن را مشخص کنید. Δ و M تعیین می‌شوند، بهره‌ی سرهانیز برابر

صرایب سری فوریه هستند.

جلسه‌ی هشتم

مثال) تابع تبدیل یک کانال به صورت $H_c(f) = (1 + 2\alpha \cos wT)\, e^{-jwT}$ است، T یک مقدار ثابت

$H(f) = k e^{-jwt_d}$

تأخیری: اگر t_d ثابت باشد در حالیکه اینجا T ثابت است.

الف) نوع اعوجاج را مشخص کنید.

ب) خروجی $y(t)$ را برحسب $x(t)$ (ورودی) بیابید و نشان دهید خروجی شامل دو ورودی و دو الو یا تأخیری

تفاوت است.

ج) یک اکولایزر برای جبران سازی اعوجاج این کانال با فرض $\alpha \ll 1$ طراحی کنید.

د) برای اکولایزر طراحی شده، تابع تبدیل کل را به دست آورید. راهنمایی:

$$\cos\alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}$$

الف) اعوجاج دامنه‌ای

$$\begin{cases} |H_c(f)| = 1 + 2\alpha \cos wT & \text{دامنه بازگشتی تغییر می‌کند} \\ \angle H_c(f) = -wT \end{cases}$$

ب)
$$\frac{Y(f)}{X(f)} = (1 + 2\alpha \cos wT)\, e^{-jwT} = \left(1 + \alpha e^{jwT} + \alpha e^{-jwT}\right) e^{-jwT} =$$

$$e^{-jwT} + \alpha + \alpha e^{-2jwT} \Rightarrow Y(f) = e^{-jwT} X(f) + \alpha X(f) + \alpha e^{-2jwT} X(f)$$

عکس تبدیل فوریه

$$\longrightarrow y(t) = x(t - T) + \alpha x(t) + \alpha x(t - 2T)$$

الوی اول — سیگنال اصلی — الوی دوم

تعداد T ثانیه تأخیر دارد. — تضعیف شده چون $\alpha \ll 1$ — تعداد $2T$ ثانیه تأخیر دارد.

P4PCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$(1+x)^{-1} = 1-x \qquad x \ll 1$$

ج) اعوجاج نداشته

$$x(t) \rightarrow \boxed{H_c(f)} \xrightarrow{y(t)} \boxed{H_{eq}(f)} \rightarrow y_{eq}(t)$$

$$H_{eq}(f) = \frac{k e^{-j\omega t_d}}{H_c(f)} \overset{k=1}{=} \frac{e^{-j\omega nT}}{(1+2\alpha\cos\omega T)e^{-j\omega T}} = e^{-j\omega mT}(1+2\alpha\cos\omega T)^{-1} =$$

حول تقویت و تضعیف برای ما مهم نیست.

$t_d = nT$

$$e^{-j\omega mT}(1-2\alpha\cos\omega T) = e^{-j\omega mT}(1-\alpha e^{-j\omega T} - \alpha e^{j\omega T}) \overset{m=1}{=} e^{-j\omega T} - \alpha e^{-2j\omega T} - \alpha$$

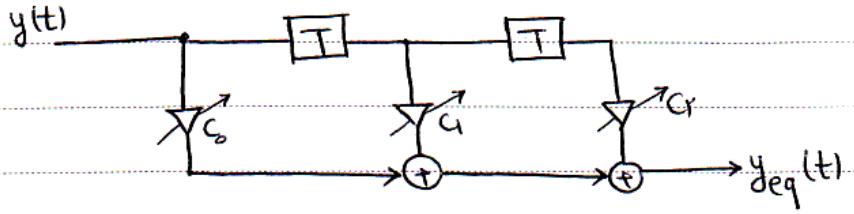
(تقدم / تأخیر / نه تقدم نه تأخیر (هم زمان))

علی است (در واقعیت نمی‌تواند رخ دهد)

سیستم به تقدم داشته باشد وجود ندارد پس m را یک انتخاب می‌کنیم.

اگر سئوال تقدم می‌داد می‌توانستیم m را صفر در نظر بگیریم.

* جمله‌ی $\alpha e^{j\omega T}$ بیانگر تقدم زمانی است و نه تأخیر زمانی، لذا سیستم غیرعلی است. پس باید m را به گونه‌ای انتخاب کنیم که حاصل ضرب $e^{-j\omega mT}$ در برابر جملات تأخیری ایجاد کند.



$C_0 = -\alpha$

$C_1 = 1$

$C_2 = -\alpha$

د)

$$H_t(f) = H_c(f)H_{eq}(f) = \left[\alpha + \alpha e^{-2j\omega T} + e^{-j\omega T}\right]\left[-\alpha + e^{-j\omega T} - \alpha e^{-2j\omega T}\right]$$

$(a-b)(a+b)$

$a^2 - b^2$

$$= e^{-2j\omega T} - (\alpha + \alpha e^{-2j\omega T})^2$$

$\alpha^2(\quad)$

$\alpha^2 \to 0$

بنابراین کل سیستم مسافت تأخیری به اندازه‌ی $2T$ است.

$H_c(f) = e^{-j(\omega T - \alpha\sin\omega T)}$ است.

ه) تابع تبدیل طلایی چیست

الف) نوع اعوجاج را مشخص کنید؟

$$x(t)y(t) \xrightarrow{\text{تبدیل فوریه } \mathcal{F}} X(f) * Y(f)$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

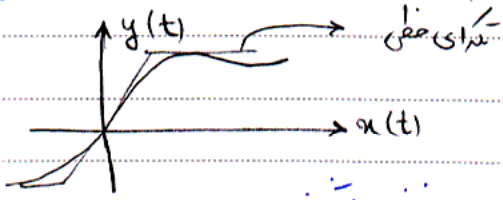
ب) بازه‌ی $|\alpha| \ll \frac{\pi}{2}$ بسان دهیدروجی شامل یک اتم کربن متصل به اتم اکسیژن خواهد بود.

ج) بازه‌ی $\alpha = \pi/2$ یک اتم را در جهت حرکت سازی اعوجاج خواهی نمید.

د) تابع تبدیل کل سیستم را به دست آورید. راهنمایی: $\sin \omega T = \frac{e^{j\omega T} - e^{-j\omega T}}{2j}$

اعوجاج غیرخطی:

سیستم غیرخطی را می‌توان تابع تبدیل نامید که در ورودی مقادیر لحظه‌ای ورودی، خروجی را می‌سازد توسط نمونه‌ی $y(t) = f(x(t))$



هم مربوط ساخت. این نمونه، مشخصه‌ی تبدیل نام دارد.

می‌توان مشخصه را به صورت نمای خطی بسان داد و یا توسط یک جمله‌ای نمونه‌ی تخمین زد.

$$y(t) = a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_3 x^3(t) + \cdots$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل فوریه}} Y(f) = a_1 X(f) + a_2 X(f) * X(f) + a_3 X(f) * X(f) * X(f) + \cdots$$

در واقع جمله‌ی دوم به بعد باعث ایجاد اعوجاج می‌شود.

چنانچه $x(t)$ دارای پهنای باند محدود W باشد، خروجی تبدیل خطی تنها در $|f| < W$ دارای

دامنه‌های برابر است ولی در تبدیل غیرخطی، خروجی شامل $X(f) * X(f)$ با پهنای باند $2W$ و

$X(f) * X(f) * X(f)$ با پهنای باند $3W$ و ... خواهد بود؛ لذا در خروجی سیستم‌های غیرخطی، فرکانس‌های جدیدی در

Subject: با خودپسنال حیوان!

Year. Month. Date. ( )

$\cos(2\pi f_0 t) \xleftrightarrow{F} \frac{1}{2}[\delta(f-f_0)+\delta(f+f_0)]$

$\sin(2\pi f_0 t) \xleftrightarrow{F} \frac{1}{2j}[\delta(f-f_0)-\delta(f+f_0)]$

ورودی بوده‌اند. از طرف دیگر حاصل $x(f)*x(f)$ دارای مولفه‌هایی در $|f|<W$ نیز هست که با $x(f)$

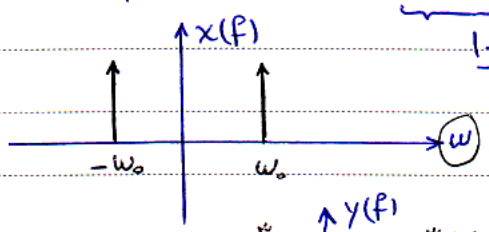
هم پوشانی دارد و حتی اگر توسط فیلتر ایدئال مولفه‌های اضافی لوزی $|f|>W$ را حذف کنیم، روش مناسبی جهت حذف

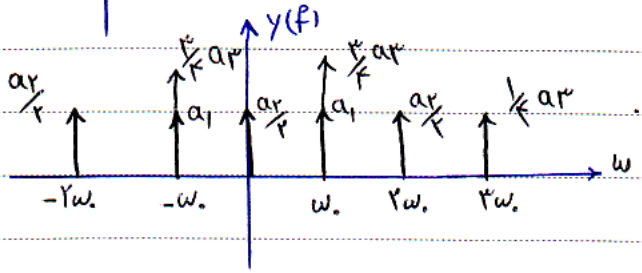
مولفه‌های اضافی لوزی $|f|<W$ وجود ندارد.

$$\begin{cases} \cos^2 u = \frac{1+\cos 2u}{2} \\ \cos^3 u = \frac{3}{4}\cos u + \frac{1}{4}\cos 3u \end{cases}$$

مثال: اگر $x(t)=\cos w_0 t$ را به عنوان ورودی یک سیستم غیرخطی اعمال کنیم داریم:

$$y(t) = a_1 \cos w_0 t + a_2 \underbrace{\cos^2 w_0 t}_{\frac{1+\cos 2w_0 t}{2}} + a_3 \underbrace{\cos^3 w_0 t}_{\frac{3}{4}\cos w_0 t + \frac{1}{4}\cos 3w_0 t}$$





DC فرکانس آن صفر است.

$$y(t) = \left(\frac{a_2}{2} + \frac{3a_4}{8} + \dots\right) + \left(a_1 + \frac{3}{4}a_3 + \dots\right)\cos w_0 t +$$

$$\left(\frac{a_2}{2} + \frac{a_4}{4} + \dots\right)\cos 2w_0 t + \dots$$

هارمونیک دوم، فرکانس آن دو برابر فرکانس اصلی است.

$$\text{اعوجاج هارمونیک دوم} = \frac{\text{دامنه‌ی هارمونیک دوم}}{\text{دامنه‌ی هارمونیک اصلی}} \times 100\% = \frac{\frac{a_2}{2} + \frac{a_4}{4} + \dots}{a_1 + \frac{3}{4}a_3 + \dots}$$

نکته: اگر $x(t)=\cos w_0 t \cos w_1 t$ به ورودی غیرخطی با هارمونیک‌های f_1، f_2، f_1-f_2،

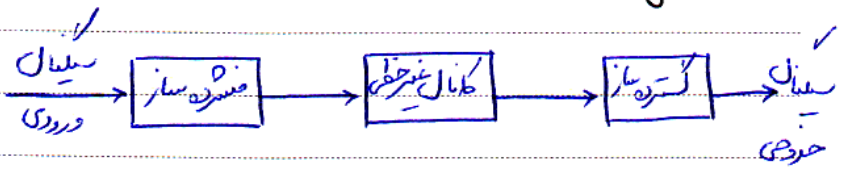
f_1+f_2، f_1-2f_2، ... نیز ظاهر می‌شود.

روش Companding :

Companding

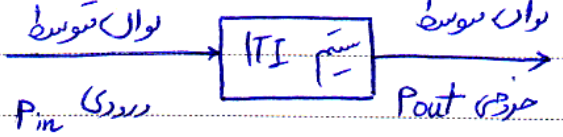
فشرده سازی Compressing

گسترده سازی expanding



یک راه برای جبران اعوجاج غیرخطی، آرایش دادن سیگنال در محدوده‌ی خطی سیگنال است. بدین ترتیب که ابتدا با استفاده از فشرده سازی در ورودی، دامنه‌ی سیگنال ورودی را طوری داده و در محدوده‌ی خطی کانال قرار می‌دهیم. در انتها نیز در گیرنده با استفاده از گسترده سازی سیگنال را به شکل اولیه‌ی خودش برمی‌گردانیم.

تضعیف (افت) در انتقال :



بهره توان : $g = \frac{P_{out}}{P_{in}}$

در سیستم‌های با بهره توان بسیار بالا (یا پایین) بسیار پایین) بهتر است g به صورت dB (دسی بل) نوشته شود.

$$g_{dB} = 10 \log_{10} g \Rightarrow g = 10^{(g_{dB}/10)}$$

مزیت استفاده از dB : توان‌های ۱۰ را به ضرب تبدیل می‌کند.

مثال)

$$g = 10^m \Rightarrow g_{dB} = 10 \log_{10} 10^m = 10m$$

* اگر $g<1 \Rightarrow$ تضعیف $\Rightarrow g_{dB} < 0$

* $g=1 \Rightarrow g_{dB}=0$: بهره واحد ؛ همان چیزی که ارسال شده دریافت می‌شود.

* $g>1 \Rightarrow g_{dB}>0$: تقویت

گاهی اوقات خود توان (و نه بر حسب توان) را بر حسب dB بیان کنیم، در این صورت آن را بر 1W یا 1mW تقسیم می‌کنیم.

$$P_{dBW}=10\log_{10}\frac{P}{1W}$$

$$P_{dBm}=10\log_{10}\frac{P}{1mW}$$

$$P_{out}=gP_{in} \Rightarrow \frac{P_{out}}{1mW}=g\frac{P_{in}}{1mW} \xrightarrow{\text{لگاریتم}} P_{out\,dBm}=g_{dB}+P_{in\,dBm}$$

ضرب ؛ تقسیم به جمع و تفریق تبدیل می‌شود.

دامنه ورودی A_x → $H(f)$ → دامنه خروجی A_y

$$|H(f)|=\frac{A_y}{A_x}$$

$$P_x=\frac{1}{2}A_x^2$$

فرض کنید ولتاژ مربوطه به صورت $\frac{V^2}{2}$ داریم.

$$P_y=\frac{1}{2}A_y^2=\frac{1}{2}A_x^2|H(f)|^2=|H(f)|^2P_x \Rightarrow \frac{P_y}{P_x}=|H(f)|^2=g$$

مثال) اثر $H(f)=ke^{-jwt_d}$ ثابت

$|H(f)|=k \Rightarrow g=k^2=const$

سیستم خطی است چون تابع تبدیل دارد.

برازای مرحله‌های مختلف بهره توان یکی است.

اثر $H(f)\neq ke^{-jwt_d}$ در این صورت $|H(f)|^2$ تغییرات g را بر حسب مرحله نشان می‌دهد.

$$|H(f)|^2=k^2f^2=g$$

تضعیف: جایی که $P_{in} > P_{out}$ است و برحسب توان از تضعیف استفاده می‌کنیم.

$$L = \frac{1}{g} = \frac{P_{in}}{P_{out}} \qquad L_{dB} = -g_{dB} = 10 \log_{10} \frac{P_{in}}{P_{out}}$$

$$P_{out} = \frac{P_{in}}{L} \Rightarrow P_{out_{dBm}} = P_{in_{dBm}} - L_{dB}$$

نکته: برای خطوط انتقال، کابل‌های هم‌محور و موج‌برها، توان خروجی با افزایش طول به صورت نمایی کاهش می‌یابد.

یک خط انتقال برای انتقال امواج

$$P_{out} = 10^{-\frac{\alpha d}{10}} P_{in}$$

d: طول مسیر

α: ضریب تضعیف برحسب $\frac{dB}{km}$

$$L = \frac{P_{in}}{P_{out}} = 10^{\frac{\alpha d}{10}}$$

$$L_{dB} = 10 \log_{10} L = 10 \log_{10} 10^{\frac{\alpha d}{10}} = 10 \times \frac{\alpha d}{10} = \alpha d \Rightarrow \boxed{L_{dB} = \alpha d}$$

α برای خط‌های انتقال مختلف و برای فرکانس‌های مختلف متفاوت است.

مثال) وقتی که طول یک کابل انتقال با ضریب تضعیف $\alpha = 3 \frac{dB}{km}$ برابر $30\,km$ است. در این صورت

$$\begin{cases} \alpha = 3 \frac{dB}{Km} \\ d = 30\,km \end{cases} \Rightarrow L_{dB} = \alpha d = 90\,dB \Rightarrow L = 10^{\frac{L_{dB}}{10}} = 10^9$$

دایم:

$$\Rightarrow P_{in} = 10^9 P_{out}$$

چنانچه طول مسیر ۲ برابر شود:

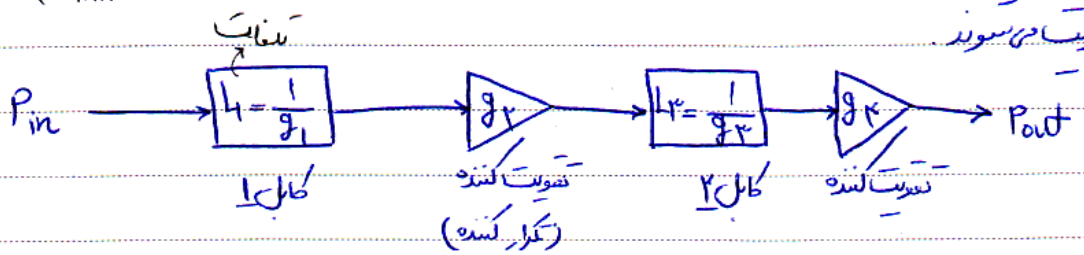
$$L_{dB} = 2\alpha d = 180\,dB$$

$$L = 10^{18} \Rightarrow P_{in} = 10^{18} P_{out}$$

به توان سیگنال حداقل $P_{in}=1G_W$ باشد $P_{out}=1mW$ خواهد بود.

در هنگام تضعیف زیاد، برای افزایش توان خروجی به تقویت نیاز داریم. تقویت کننده را باید در طول مسیر قرار دهیم زیرا اگر در انتها عمل تقویت انجام شود سطح توان سیگنال بسیار ضعیف یافته و به حد نویز می‌رسد و لذا هم سیگنال و هم نویز تقویت می‌شوند.

100 mW 25 mW



$$P_{out}=g_1 g_2 g_3 g_4 P_{in}=\frac{g_2 g_4}{L_1 L_3}P_{in}$$

$$P_{out\,dBm}=g_{2\,dB}+g_{4\,dB}-L_{1\,dB}-L_{3\,dB}+P_{in\,dBm}$$

مثال ۲) یک سیستم فرستنده با طول کابل ۳۰۰۰ km از n قطعه کابل یکسان با ضریب تضعیف $\alpha=0.4\ \frac{dB}{km}$ و n تقویت کننده‌ی یکسان تشکیل شده است. n را طوری بیابید که $P_{out}=P_{in}=100\ mW$ شود. توان ورودی؟

هر تقویت کننده حداکثر ۲۵ mW باشد. (حداکثر n چقدر باشد.) ابتدا d را حساب می‌کنیم.

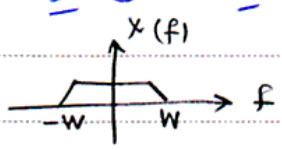
بهره‌ی توان تقویت کننده‌ها را برای n به دست آمده حساب کنید.

فصل سوم: مدولاسیون خطی

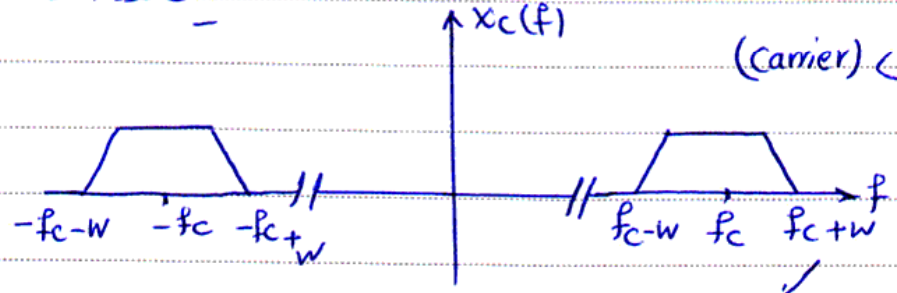
مدولاسیون: مراحلی است خطی که در آن یک سیگنال پایین گذر به یک سیگنال میان گذر تبدیل می‌شود. سیگنال پایین گذر سیگنالی است که طیف آن فقط در محدوده‌ی فرکانس های پایین مقدار دارد. برعکس عمل مدولاسیون، دمدولاسیون می‌گوییم.

هدف از مدولاسیون ایجاد سیگنالی مطابق ویژگی های کانال است.

$x(t)$: سیگنال پیام ⇒ سیگنال پایین گذر



$x_c(t)$: سیگنال مدوله شده



f_c: فرکانس حامل (carrier)

در مدولاسیون علاوه بر سیگنال پیام، یک سیگنال دیگر به نام موج حامل نیز داریم. در واقع در مدولاسیون، یک ویژگی موج حامل، متناسب با سیگنال پیام تغییر می‌کند.

مزایای مدولاسیون:

۱) انتقال برد زده: با استفاده از ویژگی جابجایی فرکانسی در مدولاسیون می‌توان اطلاعات را بر موج حاملی سوار کرد.

فرکانس آن بیشترین بازده (کمترین تلفات) را داشته باشد.

مثلاً در انتشار امواج رادیویی، طول آنتن باید حدود ۱/۰ طول موج سیگنال باشد چنانچه برای سیستم نهایی باند

برابر ۱۰۰ MHz باشد طول آنتن: $f = 100\,HZ \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\times10^8}{10^2} = 3\times10^6\,m = 3000\,Km$

$$\text{طول آنتن} = \frac{1}{10} \times 3000\,km = 300\,km$$

اگر در همین سیستم مدولاسیون انجام شود (فرکانس حامل 100 MHZ باشد):

$$f = 100\,MHZ$$

$$\lambda = \frac{3\times10^8}{10^8} = 3m \Rightarrow \text{طول آنتن} = 30cm$$

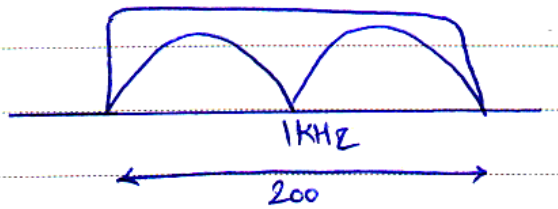
۲) رفع محدودیت های سخت افزاری: قیمت و دسترسی به اغلب سخت افزارها به فرکانس کاری آن ها بستگی دارد.

با استفاده از مدولاسیون، فرکانس سیگنال را در محدوده ای قرار می دهیم که محدودیت های سخت افزاری از بین برود.

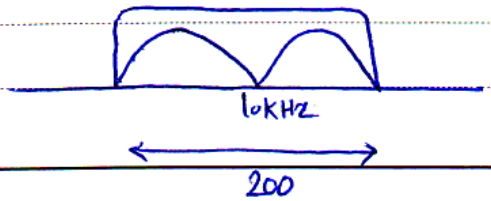
به عنوان مثال برای میکروفن ها، حیطه پهنای باند سیگنال در محدوده ۱ تا ۱۰ کیلو هرتز است، پیچیدگی و هزینه های سخت افزاری

را حداقل خواهد نمود.

$$\text{پهنای باند نسبی} = \frac{B}{f_c} = \frac{\text{پهنای باند}}{\text{فرکانس مرکزی}}$$



$$\text{پهنای باند نسبی} = \frac{200}{1K} = \%2 \text{ یا } \%20$$



$$\text{پهنای باند نسبی} = \frac{200}{10K} = \%2$$

PAPCO

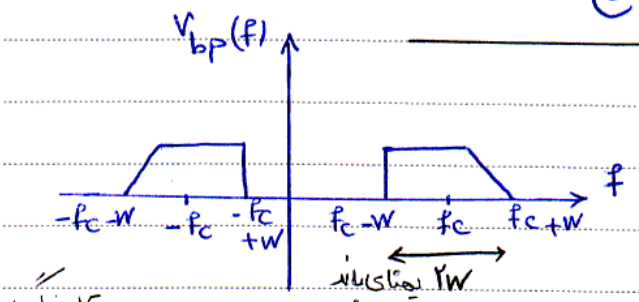
۳) کاهش نویز تداخل و اعوجاج ، برتری برخی از روش های مدولاسیون خرب نویز و تداخل است به عنوان مثال نویز متعارف هیچ اثری بر سیگنال مدوله شده ی FM ندارد. همچنین با افزایش سطحات فاصل در روش های مختلف می توان مرحله ی حامل را به گونه ای انتخاب کرد که کمترین اعوجاج را داشته باشد.

۴) تخصیص مرحله ، با اختصاص مرحله های حامل متفاوت به ایستگاه ها، امکان جداسازی سیگنال مورد نظر توسط فیلتر ایجاد می شود.

۵) امکان دسترسی چندگانه به کانال (Multiplexing) : با تقسیم بندی مرحله ای برای سیگنال های مختلف می توان چند سیگنال را به طور همزمان توسط یک کانال ارسال کرد.

۶) ایجاد امنیت در محاوره ی تلفنی و ارسال پیام با تغییرات سریع مرحله ی حامل.

سیگنال های باند گذر :



شکل طیفی سیگنال باند در حوزه ی مرحله :

$$\begin{cases} V_{bp}(f) = 0 & |f| > f_c+W \quad , \quad |f| < f_c-W \\ V_{bp}(f) \neq 0 & f_c-W < |f| < f_c+W \end{cases}$$

شکل موجک

شکل طیفی در حوزه ی زمان :

$$V_{bp}(t) = A(t)\cos\left(\omega_c t + \phi(t)\right)$$

۱۲ $v_{bp}(t) = V_i(t)\cos\omega_c t - V_q(t)\sin\omega_c t$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

فاز سیگنال : $\phi(t)$ — دامنه (پوش) سیگنال : $A(t)$

فرکانس حامل : f_c — فرکانس زاویه‌ای سیگنال : $\omega = 2\pi f_c$

$$\text{فرکانس لحظه‌ای} = \frac{1}{2\pi}\frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{1}{2\pi}\frac{d(\omega_c(t)+\phi(t))}{dt} = \frac{1}{2\pi}\left(\omega_c + \frac{d\phi(t)}{dt}\right)$$

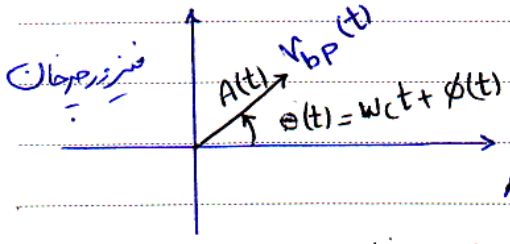
$$= f_c + \frac{1}{2\pi}\phi'(t)$$

$A(t) \geq 0$ فرض می‌شود

حداکثر تغییر فاز با فرکانس $\pm 180°$ مجاز اعمال می‌شود.

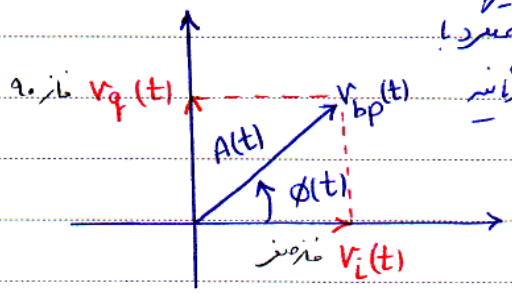
نمایش برداری (فیزوری) سیگنال :

فیزور چرخان



$\omega_c t$: چرخش پادساعتگرد با سرعت f_c دور در ثانیه

فیزور با حذف چرخش



مولفه‌ی هم‌فاز $V_i(t) = A(t)\cos\phi(t)$ — $A(t) = \sqrt{V_i^2(t) + V_q^2(t)}$

مولفه‌ی ربعی $V_q(t) = A(t)\sin\phi(t)$ — $\phi(t) = \tan^{-1}\frac{V_q(t)}{V_i(t)}$

$$v_{bp}(t) = A(t)\cos\underbrace{\left(\omega_c t + \phi(t)\right)}_{\alpha\ \ \ \beta} =$$

از رابطه‌ی دیفرانسیل :

$$A(t)\left[\cos\omega_c t\cos\phi(t) - \sin\omega_c t\sin\phi(t)\right] =$$

$$V_i(t)\cos\omega_c t - V_q(t)\sin\omega_c t = V_i(t)\cos\omega_c t + V_q(t)\cos(\omega_c t + 90)$$

PqPCO

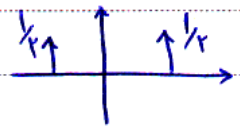
فاز صفر — فاز ۹۰

هم‌فاز — ربعی

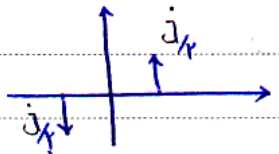
نکته ۱) توصیف سیگنال براساس مولفه‌های هم‌فاز و ربعی جهت تعیین سیگنال در حوزه‌ی زمان مفید است.

یادآوری:

$$\cos w_c t \xrightarrow{F} \frac{1}{2}\left[\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)\right]$$



$$\sin w_c t \xrightarrow{F} \frac{j}{2}\left[\delta(f+f_c)-\delta(f-f_c)\right]$$



$$v_i(t)\cos w_c t \xleftrightarrow{F} \frac{1}{2}V_i(f) * \left(\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)\right)$$

$$= \frac{1}{2}V_i(f-f_c)+\frac{1}{2}V_i(f+f_c)$$

$$v_q(t)\sin w_c t \xleftrightarrow{F} \frac{j}{2}V_q(f-f_c)-\frac{j}{2}V_q(f+f_c)$$

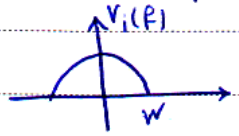
$$v_i(t) \xleftrightarrow{F} V_i(f) \qquad v_q(t) \xleftrightarrow{F} V_q(f)$$

تبدیل دوربه عبارت آخر به تحلیل

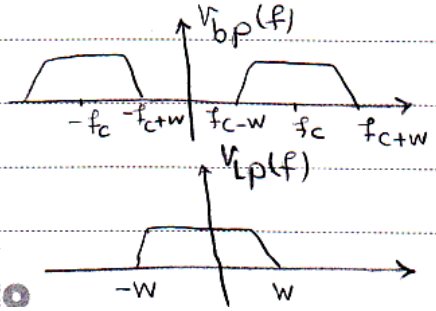
$$V_{bp}(f) = \frac{1}{2}V_i(f-f_c)+\frac{1}{2}V_i(f+f_c)+\frac{j}{2}V_q(f+f_c)-\frac{j}{2}V_q(f-f_c)$$

نکته ۲) توابع هم‌فاز و ربعی (v_i, v_q) سیگنال‌های باس‌باند هستند، یعنی برازای $|f|>w$:

$$|f|>w \;:\; V_i(f)=V_q(f)=0$$



نتیجه: $V_{bp}(f)$ از روی طیف باس‌باند $V_i(f)$ و $V_q(f)$ تشکیل شده است نه انتقال یافته‌ی آن‌ها (سیگنال باس‌باند).



$V_q(f)$ به اندازه‌ی ۹۰° تغییر فاز یافته است.

طیف هم‌ارز باس‌باند یک سیگنال میان‌باند:

PAPCO

۱۳

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$u(f) = \begin{cases} 0 & f<0 \\ 1 & f>0 \end{cases}$ $\quad u(f-f_c) = \begin{cases} 0 & f<f_c \\ 1 & f>f_c \end{cases}$

low pass

$$V_{Lp}(f) = \frac{1}{2}\left(V_i(f) + jV_q(f)\right) = V_{bp}(f+f_c)\,u(f+f_c)$$

به عبارت دیگر $V_{Lp}(f)$ همان بخش مثبت $V_{bp}(f)$ است که به حول مبدا منتقل شده است.

$$V_{Lp}(t) = \frac{1}{2}\underbrace{V_i(t)}_{A(t)\cos\phi(t)} + \frac{j}{2}\underbrace{V_q(t)}_{A(t)\sin\phi(t)} = \frac{1}{2}A(t)\,e^{j\phi(t)}$$

تبدیل پایین گذر به میان گذر و (حوزه زمان)

$$V_{bp}(t) = Re\left\{A(t)\,e^{j\phi(t)}\,e^{jw_ct}\right\}$$

$$= 2Re\left\{\frac{1}{2}A(t)\,e^{j\phi(t)}\,e^{jw_ct}\right\} = 2Re\left\{V_{Lp}(t)\,e^{jw_ct}\right\}$$

در حوزه فرکانس:

$$V_{bp}(f) = V_{Lp}(f-f_c) + V^*_{Lp}(-f-f_c)$$

که $V^*_{Lp}(f)$ از ترسیم روی $V_{Lp}(f)$ حول محور عمودی به دست می‌آید.

$$V_{bp}(f) = V_{Lp}(f-f_c) + V^*_{Lp}(-f-f_c)$$

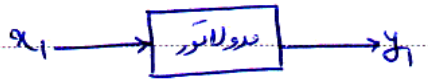
$$V_{Lp}(t) = \frac{1}{2}A(t)\,e^{j\phi(t)}$$

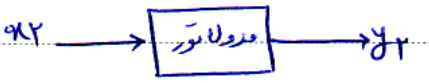
$$V_{bp}(t) = 2Re\left\{V_{Lp}(t)\,e^{jw_ct}\right\}$$

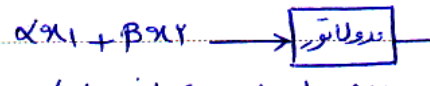
مدولاسیون آنالوگ

خطی

زاویه‌ای







خطی

مدولاسیون دامنه دوکنار باندی

مدولاسیون خطی

AM ← (مدولاسیون دامنه معمولی)

DSB ← (مدولاسیون دوکنار باندی بدون حامل)

مدولاسیون دامنه تک کنار باندی

SSB ← (مدولاسیون تک کنار باندی)

VSB ← (مدولاسیون تک کنار باندی بقایی)