سوالات امتحان آمار و احتمال مهندسی ۱۳۹۳/۱۰/۲۱ مدت: ۲ ساعت

۱ $X_1 - X_2$ متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع $N(\mu, \sigma^2)$ می باشند. ضریب همبستگی Y_1 و Y_2 را بدست آورید به طوری که : $\begin{matrix} Y_1 = X_1 + X_2 \\ Y_2 = X_1 + 2X_2 \end{matrix}$ باشد.

---

۲ مداری شامل ۲ درگاه خروجی A و B است که ولتاژ خروجی آنها دارای توزیع نرمال مستقل از هم ، به ترتیب با میانگین های ۴۰ و ۵۰ و واریانس های ۴ و ۱۲ ولت است . دستگاهی شامل ۴ مدار از نوع فوق بوده و زمانی آژیر اعلام خطر آن به صدا در می آید که میانگین ولتاژ خروجی هر دو درگاه برای لااقل ۳ تا از آنها بیشتر از ۵۰ ولت شود . احتمال اینکه آژیر اعلام خطر در این دستگاه به صدا در آید چقدر است ؟

---

۳ متغیرهای تصادفی X و Y مستقل از هم و هر یک دارای توزیع نمایی با پارامتر ۱ هستند. مطلوب است:

الف) $P(1 < X + Y < 2)$

ب) $P(X < Y \mid X < 2Y)$

ج) $P(0 < X < 1 \mid Y = 2)$

---

۴ در یک کلاس بزرگی از دانشجویان آمار، تعداد سالهایی که دانشجویان گذرانده اند را با X نشان داده و دارای توزیع احتمال زیر است :

X	۰	۱	۲
$P(X = x)$	۰/۳	۰/۳	۰/۴

اگر ۳۵ دانشجو به تصادف انتخاب شده باشند ، $P(\overline{X} \leq 1/3)$ را با تقریب بدست آورید .

---

۵ فرض کنید $X_1, \ldots, X_n$ یک نمونه تصادفی از جامعه‌ای با توزیع $N(0, \sigma^2)$ باشد. نشان دهید :

$$T = \frac{\sum X_i}{\sqrt{\sum X_i^2}} \sim t(n)$$

---

۶ درس آمار به یک گروه ۱۱ نفره از دانشجویان به روش A و به گروه ۱۴ نفره دیگری به روش B تدریس شده است . در پایان ترم پس از یک آزمون مشترک ۱۰۰ نمره ای از هر دو گروه ، میانگین و انحراف معیار نمرات گروه A به ترتیب ۶۱ و ۷/۳ و گروه B ، ۸۴ و ۷/۲ بوده است . با فرض نرمال بودن داده ها و تساوی واریانس ها ، یک فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برای $\mu_B - 1/5\mu_A$ بیابید .

---

۷ ظرفی شامل ۹ مهره است. دو مهره با شماره ۱، سه مهره با شماره ۲ و چهار مهره با شماره ۳ مشخص شده اند. ۳ مهره تصادفی و بدون جایگذاری انتخاب می کنیم. فرض کنید X شماره کوچکتر بین ۳ مهره انتخابی و Y شماره بزرگتر بین ۳ مهره انتخابی باشند:

الف) تابع احتمال توام X و Y را بدست آورید.

ب) $P(X \leq 2 \mid Y = 3)$ را حساب کنید.

ج) $E[X]$ را محاسبه کنید.