ناصری

بسمه تعالی

آزمون پایان ترم محاسبات عددی نیمسال دوم ۹۳-۹۲

مدت آزمون ۱۲۰ دقیقه

- ✓ استفاده از ماشین حساب مجاز می‌باشد.
- ✓ درک سوالات بخشی از امتحان است. سوال نفرمایید.

---

۱) با محاسبات چهار رقم اعشار می‌خواهیم مقدار تابع $u(x,y) = 6x^2(Ln\,x - sin2y)$ را به ازای $x = 2e$ و $y = 57°$ بدست آوریم. حدکثر خطای نسبی محاسبه تابع u را بیابید.

۲) وجود و یکتایی ریشه معادله $e^x - 3x^2 = 0$ را به ازای $x > 1$ بررسی نموده و در صورت وجود ریشه یکتا، به روش تکرار نقطه ثابت با دقت سه رقم اعشار، ریشه معادله را بدست آورید.

۳) الف) فرمول خطای درونیابی تابع مفروض $f(x)$ در $n+1$ نقطه مجزای: $x_i, i = 0,1,\dots,n$ را بدون اثبات بیان کنید.

ب)با استفاده از فرمول قسمت الف، تعیین کنید بازه $[0,1]$ را به چند زیربازه متساوی الفاصله تقسیم کنیم که خطای درونیابی تابع $f(x) = sin\frac{\pi}{8}x$ کمتر از $\varepsilon = 5 \times 10^{-2}$ باشد. با استفاده از نقاط گره‌ای حاصل با این معیار دقت چند جمله‌ای درونیاب تابع ذکر شده را بدست آورید.

۴) با استفاده از داده های جدولی زیر یک تابع به صورت $g(x) = a\,sinx + bcosx$ به روش کمترین مربعات خطا برازش کنید

x_i	0.05	0.1	0.15	0.20
f_i	0.5294	0.9415	1.1475	1.1093

۵) مقدار انتگرال $I = \int_0^1 y(x)\,dx$ را با دقت $\varepsilon = 10^{-2}$ با روش ذوزنقه‌ای بدست آورید که در آن $y(x)$ تابعی است که در مساله زیر صدق می‌کند

$$y' = \frac{1}{4}\cos(x+y+1), y(0) = 1$$

(برای حل معادله دیفرانسیل از روش رانگ-کوتای مرتبه ۲ استفاده کنید).

۶) به یکی از سوالات زیر پاسخ دهید

الف) جواب دستگاه معادلات خطی زیر را به روش گاوس-سایدل با سه تکرار با فرض $x^{(0)} = (1,-1,1)$ بدست آورید.

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + x_3 = 19 \\ x_1 - 3x_2 + 12x_3 = 31 \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$$

ب) دستگاه غیر خطی زیر را با فرض $(x^{(0)}, y^{(0)}) = (1.2, 1.7)$ تا ۲ تکرار حل کنید

$$\begin{cases} 2x^3 - y^2 = 1 \\ xy^3 - y = 4 \end{cases}$$

موفق باشید.

دانشگاه علم و صنعت ایران

دانشکده ریاضی

سوالات امتحان پایان ترم درس محاسبات عددی

نام استاد : گروه آموزشی: **ریاضی**

تاریخ امتحان: **۹۳/۱۰/۲۹** تعداد سوال :۶

زمان پاسخگویی :**۱۲۰ دقیقه** شماره صفحه : ۱

استفاده از ماشین حساب :مجاز ● غیرمجاز

نوع امتحان : باز ● بسته

«به همراه داشتن موبایل (خاموش یا روشن) تخلف محسوب گشته و اکیدا "ممنوع میباشد»

درک سوال بخشی از امتحان است، سوال نفرمایید

نام و نام خانوادگی دانشجو

شماره دانشجویی

کلیه محاسبات تا چهار رقم اعشار منظور گردد

۱) الف) اگر b کوچکترین ریشه مثبت معادله $3x + Sinx = e^x$ باشد، مطلوبست بازه شامل این ریشه و سپس تقریبی از این ریشه را به کمک روش نیوتن با دقت 10^{-3} بیابید.

ب) با استفاده از قسمت قبل حداکثر خطای مطلق و نسبی محاسبه تابع $f(x,y) = 2x^3(e^x + Cosy)$ را به ازای $x = b$ و $y = \frac{\pi}{6}$ بدست آورید.

۲) چند جمله ای درونیاب تابع $f(x) = Sin(\frac{\pi}{8}x)$ را به ازای نقاط $x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2$ بیابید و سپس کران بالای خطای درونیابی این تابع را در این نقاط بیابید. آیا چند جمله ای درونیاب حاصل تقریبی مناسب برای تابع فوق است و چرا؟

۳) بهترین تقریب کمترین مربعات به شکل $y = \frac{1}{Ax + B}$ را برای تابع جدولی زیر برازش کنید.

x_i	-1	0	1	2
y_i	1	0.5	0.25	0.25

۴) حداقل دوزنقه های لازم برای آنکه تقریبی از انتگرال $I = \int_0^{\pi} xSin(2x)dx$ دارای خطای کمتر از 10^{-2} باشد.

۵) تقریبی ازطول قوس منحنی $y(x)$ را از $x = 0$ تا $x = 1$ برابر است با $L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\, dx$ به کمک روش سیمپسون با انتخاب $h = 0.5$ بیابید، در صورتی که $y(x)$ در معادله دیفرانسیل با شرط اولیه زیر صدق کند. (در صورت نیاز به حل معادله دیفرانیسل از روش رونگه – کوتا مرتبه دوم کلاسیک استفاده کنید.)

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{2}Cos(x+y) - 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

۶) تنها یکی از دستگاههای زیر را به دلخواه حل کنید:

الف) جواب دستگاه خطی $\begin{cases} x - 9y + 2z = 1 \\ 2x + 3y + 6z = 31 \\ 8x + 2y + 3z = 30 \end{cases}$ را به روش گاوس – سایدل و تا سه تکرار با فرض $\dot{X}^{(0)} = [1\ ,\ 1\ ,\ 1]^T$ حل کنید.

ب) دستگاه غیرخطی $\begin{cases} yCos(xy) + 1 = 0 \\ Sin(xy) + x = y \end{cases}$ را با فرض $(x_0, y_0) = (1, 2)$ تا دو تکرار حل کنید.

راهنمایی (طول قوس منحنی $y = f(x)$ از $x = a$ تا $x = b$ برابر است با $L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\, dx$)

موفق باشید

باسمه تعالی

آزمون پایان ترم محاسبات عددی نیمسال اول ۹۳-۹۲

مدت آزمون ۱۲۰ دقیقه

- ✓ استفاده از ماشین حساب مجاز می‌باشد.
- ✓ درک سوال بخشی از امتحان است، لطفا سوال نفرمایید.

---

۱) به یکی از موارد زیر پاسخ دهید

الف) اگر $\tilde{x}$ گرد شده x تا n رقم اعشار در سیستم دهدهی باشد، نشان دهید

$$\left|\frac{x-\tilde{x}}{x}\right| \le \frac{1}{2}\times 10^{1-n}$$

ب) در یافتن ریشه مثبت معادله $x^2+\sqrt{2}x-\sqrt{3}=0$ با محاسبات پنج رقم اعشار با روش دلتا، حداکثر خطای نسبی محاسبات چقدر خواهد بود؟

۲) چند جمله‌ای درونیاب تابع $f(x)=\sin \pi x$ را به ازای نقاط $x_0=0, x_1=\frac{1}{2}, x_2=1, x_3=\frac{3}{2}$ بیابید و سپس کران بالای خطای درونیابی این تابع را محاسبه کنید.

۳) بهترین تقریب کمترین مربعات به شکل $y=ax^2+bx$ را برای تابع با داده‌های به صورت زوج‌های مرتب $(-1,-0.7),(0,0.1),(2,9),(3,14)$ برازش کنید.

۴) الف) طول گام h در روش ذوزنقه‌ای را برای محاسبه $\int_0^1 e^{\cos(x^2)}\,dx$ طوری تعیین کنید که خطای این روش حداکثر 10^{-2} باشد و به کمک آن مقدار تقریبی انتگرال را محاسبه کنید(محاسبات تا چهار رقم اعشار انجام شود).

ب) با استفاده از روش رامبرگ ذوزنقه‌ای تقریب مرتبه $O(h^6)$ انتگرال $\int_0^b e^{-x^2}\,dx$ را بیابید که در آن b ریشه معادله $sinx = e^{-x^2}$ است که در بازه $(0,1)$ تا سه رقم اعشاردقت محاسبه شده است (محاسبات مربوط به روش رامبرگ تا پنج رقم اعشار انجام شود).

۵) به یکی از سوالات زیر پاسخ دهید

الف) تقریبی از جواب دستگاه غیرخطی زیر را تا سه تکرار بدست آورید.

$$\begin{cases} sin(xy)+x+y=1 \\ e^x+xy=1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_0=0.5 \\ y_0=0.1 \end{cases}$$

ب) با استفاده از روش گوس-سایدل تا سه تکرار ریشه دستگاه خطی زیر را بدست آورید

$$\begin{cases} x_1+4x_2+5x_3=2 \\ 2x_1-x_2-x_3=1 \\ 5x_1+3x_2-4x_3=-2 \end{cases}, \quad X^{(0)}=[1,0,0]^T$$

۶) با استفاده از روش رانگ- کوتای کلاسیک مرتبه دوم معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید و مقدار $y(0.5)$ را با طول گام $h=0.25$ بدست آورید

$$y' - 2xy = x^2 + y^2$$
$$y(0)=1$$

موفق باشید.

برای دریافت جزوات، نمونه سوال و کتب بیشتر به ما بپیوندید در
https://telegram.me/iust_scientific

	دانشگاه علم و صنعت ایران دانشکده ریاضی	سؤالات امتحاني درس محاسبات عددی (پایان ترم) نیمسال دوم ۹۱ -۱۳۹۰
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۴/۵	رشته هاي فني و مهندسي	مدت پاسخگويي: ۱۲۰ دقيقه استفاده از ماشين حساب مجاز می باشد

سلیم رضائی
۸۹۴۱۲۱۵۷

محاسبات تا چهار رقم اعشار منظور گردد. *درک سوال جزئی از امتحان است سوال نکنید*

۱) به کمک روش نیوتن الگوریتمی برای محاسبه ریشه kام اعداد صحیح و مثبت ارایه دهید. آنگاه تقریب $\sqrt[7]{97}$ را با معیار دقت 10^{-3} با استفاده از الگوریتم فوق بیابید.

۲) در صورتیکه بخواهیم تابع $f(x)=\frac{1}{x}$ را در نقاط متساوی الفاصله $x_0, x_1, \dots, x_n$ با طول گام h ، برای بازه $[1,2]$ با استفاده از چند جمله ای درونیاب،تقریب بزنیم، حداکثر مقدار h را طوری بیابید که خطای تابع درونیاب f حداکثر 10^{-8} باشد.

۳) با فرض $x_0 = 2.4$ و $y_0 = -0.6$ مطلوبست محاسبه جواب تکراری x_1, y_1 برای دستگاه معادلات غیرخطی به روش نیوتن.

$$\begin{cases} Ln(x^2+y^2)+y=1 \\ xy+\sqrt{x}=0 \end{cases}$$

۴) یک چندجمله ای به فرم $P(x)=ax^2+bx+c$ را به روش حداقل مربعات برای تابع $f(x)=e^x$ در نقاط $x=0,1,2,3,4$ برازش کنید.

۵) دستگاه ذیل را با روش تکراری گاوس – سایدل و با معیار دقت 10^{-2} حل کنید .

$$\begin{cases} x+2y+z=4 \\ 3x+y-z=3 \\ x-y+4z=4 \end{cases}$$

۶) در محاسبه انتگرال $I=\int_0^1 \frac{dx}{(\alpha x+0.5)^2}$ تغییرات α در چه دامنه ای باشد که با انتخاب $h=0.2$ خطای حاصل از روش ذوزنقه ای از 10^{-1} تجاوز نکند.

۷) حجم حاصل از دوران ناحیه محدود به محور x ها ، خطوط $x=1$ و $x=2$ و تابع $y(x)$ با استفاده از فرمول $V=\pi\int_1^2 (y(x))^2 dx$ بدست می آید. مطلوبست تقریبی از حجم فوق به کمک روش سیمپسون با انتخاب طول گام $h=0.5$ در صورتیکه y در معادله دیفرانسیل با شرط اولیه زیر صدق کند.(برای حل معادله دیفرانسیل از روش رونگه کوتا مرتبه دوم کلاسیک استفاده کنید.)

$$\begin{cases} y' - xy = (2-x)e^{2x} \\ y(1) = e^2 \end{cases}$$

موفق باشید

دانشگاه علم و صنعت ایران دانشکده ریاضی	سؤالات امتحانی درس محاسبات عددی (پایان ترم) نیمسال دوم ۹۱-۱۳۹۰	
رشته های فنی و مهندسی	مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه استفاده از ماشین حساب مجاز می باشد	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۱۱/۲

محاسبات تا چهار رقم اعشار منظور گردد. درک سوال جزیی از امتحان است سوال نکنید

۱) ریشه مثبت معادله $f(x) = x^4 - 4x^2 + 4$ را با روش نیوتن رافسون وبا $x_0 = 1$ و با معیار دقت 10^{-3} بیابید. علت کندی همگرایی را بررسی کنید

۲) مزایا و معایب روشهای تکراری گاوس (ژاکوبی) و گاوس سایدل را به اختصار بیان کنید. دستگاه زیر را به روش تکراری گاوس سایدل حداکثر ۴ تکرار با شروع $(0.0.0)$ حل کنید.

$$\begin{cases} x - y + 10z = -7 \\ 20x + 3y - 2z = 51 \\ 2x + 8y + 4z = 25 \end{cases}$$

۳) دستگاه غیرخطی $\begin{cases} yCos(xy) + 1 = 0 \\ Sin(xy) + x - y = 0 \end{cases}$ را که دارای جوابی در همسایگی $x = 1$ و $y = 2$ می باشد را تا دو تکرار حل کنید .

۴) یک چندجمله ای به فرم $P(x) = ax^2 + bx + c$ را به روش حداقل مربعات برای نقاط تابع جدولی زیر برازش کنید.

x_i	0	1	2	3	4
f_i	0	1	3	3	2

۵) الف) روشهای درونیابی لاگرانژ و نیوتن را مقایسه کنید؟ ب) چندجمله ای درونیاب تابع جدولی را بدست آورید. سپس نقطه (۴،۶۳) را به جدول اضافه کرده و چندجمله ای درونیاب را مجددا بدست آورید.

x_i	-1	1	2	3	4
f_i	-2	0	7	26	63

۶) تابع y طوری داده شده است $|y^{(2)}| \le 1$ ، مطلوبست محاسبه $\int_0^1 y(x)dx$ با معیار دقت 10^{-2} در صورتیکه بدانیم y در معادله دیفرانسیل داده شده زیر صدق می کند. (در صورت نیاز به حل معادله دیفرانسیل از روش رونگه کوتا مرتبه دوم کلاسیک استفاده کنید.)

$$\begin{cases} y' = Cosx + Cosy \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

۷) تقریبی از ریشه معادله $f(x) = 3xe^x - 1$ را در بازه $[0\ ,\ 1]$ با بکارگیری روش وتری و معیار دقت $|f(x_n)| \le 10^{-2}$ بدست آورید.

موفق باشید

دانشگاه علم و صنعت ایران دانشکده ریاضی		سؤالات امتحاني درس محاسبات عددی (پایان ترم) نیمسال دوم ۹۱-۱۳۹۰
رشته هاي فني و مهندسي		مدت پاسخگويي: ۱۲۰ دقيقه استفاده از ماشين حساب مجاز می باشد
تاريخ امتحان: ۱۳۹۱/۱۱/۲		

محاسبات تا چهار رقم اعشار منظور گردد. درک سوال جزیی از امتحان است سوال نکنید

۱) ریشه مثبت معادله $f(x) = x^4 - 4x^2 + 4$ را با روش نیوتن رافسون وبا $x_0 = 1$ و با معیار دقت 10^{-3} بیابید. علت کندی همگرایی را بررسی کنید

۲) مزایا و معایب روشهای تکراری گاوس (ژاکوبی) و گاوس سایدل را به اختصار بیان کنید. دستگاه زیر را به روش تکراری گاوس سایدل حداکثر ۴ تکرار با شروع $(0.0.0)$ حل کنید.

$$\begin{cases} x - y + 10z = -7 \\ 20x + 3y - 2z = 51 \\ 2x + 8y + 4z = 25 \end{cases}$$

۳) دستگاه غیرخطی $\begin{cases} yCos(xy) + 1 = 0 \\ \mathrm{Sin(xy)} + \mathrm{x} - \mathrm{y} = 0 \end{cases}$ را که دارای جوابی در همسایگی $x = 1$ و $y = 2$ می باشد را تا دو تکرار حل کنید .

۴) یک چندجمله ای به فرم $P(x) = ax^2 + bx + c$ را به روش حداقل مربعات برای نقاط تابع جدولی زیر برازش کنید.

x_i	0	1	2	3	4
f_i	0	1	3	3	2

۵) الف) روشهای درونیابی لاگرانژ و نیوتن را مقایسه کنید؟ ب) چندجمله ای درونیاب تابع جدولی را بدست آورید. سپس نقطه (۴.۶۳) را به جدول اضافه کرده و چندجمله ای درونیاب را مجددا بدست آورید.

x_i	−1	1	2	3
f_i	−2	0	7	26

۶) تابع y طوری داده شده است $|y^{(2)}| \le 1$ ، مطلوبست محاسبه $\int_0^1 y(x)dx$ با معیار دقت 10^{-2} در صورتیکه بدانیم y در معادله دیفرانسیل داده شده زیر صدق می کند. (در صورت نیاز به حل معادله دیفرانسیل از روش رونگه کوتا مرتبه دوم کلاسیک استفاده کنید.)

$$\begin{cases} \mathrm{y}' = Cosx + Cosy \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

۷) تقریبی از ریشه معادله $f(x) = 3xe^x - 1$ را در بازه $[0\ ,\ 1]$ با بکارگیری روش وتری و معیار دقت $|f(x_n)| \le 10^{-2}$ بدست آورید.

موفق باشید

Subject :
Date

ب) $\begin{cases} f_x = 9x^2 \Rightarrow f_x(1,2,1/05) = 9,84, f(1,2,1,05) = 0,424 \\ f_y = -4y \Rightarrow f_y(1,2,1,05) = -8,4 \end{cases}$

$\begin{cases} g_x = y^3 \Rightarrow g(1,2,1,05) = 4,911 \\ g_y = 3xy^2 - 1 \Rightarrow g(1,2,1,05) = 9,405 \end{cases}$ $\quad g(1,2,1,05) = 0,194$

$\begin{cases} 9,84 \times h - 8,4 \times k = 0,424 \quad h = 0,0441 \\ \Rightarrow \\ 4,911 \times h + 9,605 k = -0,194 \quad k = -0,049 \end{cases}$

$\begin{cases} \alpha = 1,2 + 0,0441 = 1,2441 \\ \beta = 1,05 - 0,049 = 1,9851 \end{cases}$

یکبار دیگر با این اعداد همین روش را تکرار می‌کنیم.

Subject:
Date

سوال اول ۹۱-۹۰ سوال ۱)

$$\begin{cases} 20x + 25y - 12z = 0 \\ 12x + 18y + 22z = 0 \\ x - y + 10z = -1 \end{cases} \longrightarrow$$ سپس حل می‌کنیم.

سوال ۳)

$$\begin{cases} f_x = -y^2 \sin(xy) \\ f_y = \cos(xy) - xy \sin(xy) \end{cases}, \quad \begin{cases} g_x = y\cos(xy) + 1 \\ g_y = x\cos(xy) - 1 \end{cases}$$

سپس تقطه را جایگزین کرده

$$\begin{cases} h f_x(x^{(0)}, y^{(0)}) + k f_y(x^{(0)}, y^{(0)}) = -f(x^{(0)}, y^{(0)}) \\ h g_x(x^{(0)}, y^{(0)}) + k g_y(x^{(0)}, y^{(0)}) = -g(x^{(0)}, y^{(0)}) \end{cases}$$

		Δf_i	$\Delta^2 f_i$
۰	۰	۰/۱۴۱۴۲۴	-۰/۰۴۸
۱	۰/۱۴۱۴۲۴	۰/۱۴۲۴۲۴	
۲	۰/۷۰۷۱		

$x = 0 + 3 \times 1 \Rightarrow 3 = x$

$P_n(x) = 0 + 3 \times 0/۱۴۱۴۲۴ + \frac{3(3-1)}{2}$

$x - 0/۰۴۸ \Rightarrow$

$P_n(x) = 0/۱۴۱۴۲۴ x - \frac{x^2 - x}{2} \times 0/۰۴۸$

$E(P_n(x)) \leq \frac{(\pi/8)^3 \times 2^3}{(2+1)!} = 0/۰۸$

خیر چون خطای آن از $10^{-5} \times 0$ بیشتر است.

سیم سال اول ۹۴-۹۳ سؤال ۳:

$S = \sum ((Ax+B)^{-1} - y_i)^2$

$\frac{\partial S}{\partial A} = 2 \sum -x_i \left(\frac{1}{Ax_i+B} - y_i \right) = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{4} \frac{-x_i}{Ax_i+B} = -\sum x_i y_i$

$\frac{\partial S}{\partial B} = 2 \sum - \left(\frac{1}{Ax_i+B} - y_i \right) = 0 \quad \sum_{i=1}^{4} \frac{-1}{Ax_i+B} = -\sum y_i$

$\frac{+1}{-A+B} + \frac{-1}{A+B} + \frac{-2}{2A+B} = 0/۲۵$

$\frac{-1}{-A+B} + \frac{-1}{B} + \frac{-1}{A+B} + \frac{-1}{2A+B} = -2$

① ۰/۸۱۴۹۸		
② ۰/۵۷۴۹۸	$\frac{۴\times② - ①}{۳} = ۰/۵۰۱۴۵$	$\frac{۴^۲\times⑤ - ④}{۱۵} = ۰/۵۹۴۰۷$
③ ۰/۵۸۴۱۱	$\frac{۴\times③ - ②}{۳} = ۰/۵۸۸۱۹$	

سیمال اول ۹۲-۹۳ سؤال ۹

$$\begin{cases} y' = (x+y)^۲ \\ y(۰) = ۱ \end{cases}$$

$$K_۱ = ۰/۲۵ \times f(۰, ۱) = ۰/۲۵$$

$$y_۱ = ۱ + ۰/۲۵\left(۰/۱۲۵, ۱ + ۰/۱۱۲۵\right) = ۱/۲۶۵$$

$$K_۱ = ۰/۲۵ f(۰/۲۵, ۱/۲۶) = ۰/۲۷۲$$

$$y_۲ = ۱/۲۶ + ۰/۲۵ f\left(۰/۲۵ + ۰/۱۱۲۵, ۱/۲۶ + \frac{۰/۲۷۲}{۲}\right) = ۲/۲۶۲۵$$

سؤالات محاسبات عددی فصل ۱

دوم ۹۲-۹۳ سؤال ۱)

$$\frac{\partial U}{\partial x} = 12x \ln x + 4x - 12x \sin 2y$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = -12x^2 \cos 2y$$

$$E_p \leq \left|\frac{\partial U}{\partial x}(a_1, a_2) E_{x_1}\right| + \left|\frac{\partial U}{\partial y}(a_1, a_2) E_{x_2}\right|$$

$$a_1 = 2 \times e = 5/436 \quad , \quad E_{x_i} = 5 \times 10^{-5}$$

$$E_p \leq (12 \times 5/436 \times 1/4912 + 4 \times 5/436 - 12 \times 5/436 \times 0/9163 + 12 \times 5/436^2 \times -0/6547) \times 5 \times 10^{-5}$$

$$(85/6718 + 144/1248) \times 5 \times 10^{-5} = 115/8504 \times 10^{-5}$$

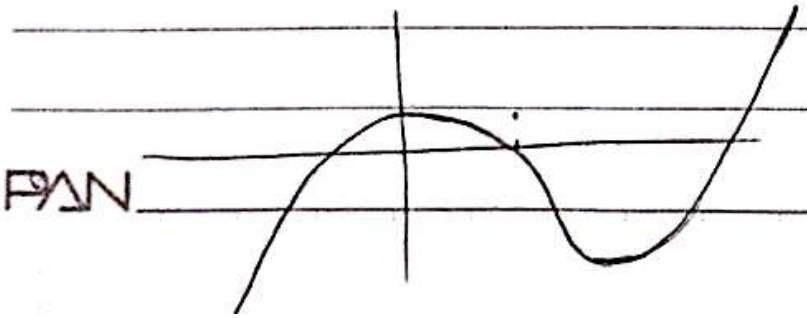
سؤالات محاسبات عددی فصل ۲

دوم ۹۲-۹۳ سؤال ۲)

$$f(x) = e^x - 4x^2 \Rightarrow f'(x) = e^x - 4x = 0 \Rightarrow$$

+	−	+

یک ریشه دارد



Date

سیمسال دوم ۹۳-۹۴ سؤال ۴)

الف) if $\max|f^{(n+1)}(x)| = M$. if $(b-a)^n = A \Rightarrow$

$$E(P_n(x)) \leq \frac{MA}{(n+1)!}$$

ب) $\frac{(\frac{\pi}{4})^{n+1}}{(n+1)!} \leq \Delta \times 10^{-2} \Rightarrow n = 2$.

x_i	y_i	Δf_i	$\Delta^2 f_i$
0	0	0/1950	-0/0054
$\frac{1}{4}$	0/1950	0/1896	
1	0/3846		

$x = 0 + \frac{1}{4}S \Rightarrow S = 4x$

$\Rightarrow P(x) = 0 + 4x \times 0/1950 + \frac{4x(4x-1)}{2}$

سیمسال دوم ۹۳-۹۴ سؤال ۴)

$S = \sum (a\sin x + b\cos x - y_i)^2 \Rightarrow$

$\frac{\partial S}{\partial a} = 2\sum \sin x (a\sin x + b\cos x - y_i) = 0$

$\frac{\partial S}{\partial b} = 2\sum \cos x (a\sin x + b\cos x - y_i) = 0$

$$\begin{cases} a\sum \sin^2 x + b\sum \sin x\cos x = \sum \sin x\, y_i \\ a\sum \sin x\cos x + b\sum \cos^2 x = \sum \cos x\, y_i \end{cases}$$

Subject
Date

سید کریم میرزاده ۹۴۴۴۱۰۶۵ کلاس عددی

سوال اول ۹۲-۹۳ سوال ۴

الف) $f(x)=e^{\cos x^2} \Rightarrow f'(x)=2x\times -\sin x^2 \times e^{\cos x^2} \Rightarrow$

$f''(x)=2x-\sin x^2 \times e^{\cos x^2} - 4x^2 \times \cos x^2 \times e^{\cos x^2} +$

$2x\times -\sin x^2 \times 2x\times -\sin x^2 \times e^{\cos x^2} \Rightarrow f''(x)\leq 10e$

$\frac{1}{12} h^2 \times 10e \leq 10^{-2} \Rightarrow h \leq 0/044 \Rightarrow$ باتقسیم ۱۴

$\Rightarrow S=\frac{\frac{1}{14}}{2}[f_0+2f_{1+}\cdots\cdots+2f_{14}+f_{16}]$

ب) $\ln(\sin x)=-x^2 \Rightarrow x=\sqrt{-\ln(\sin x)} \Rightarrow x_1=0/8675$

$x_2=0/8758 \Rightarrow x=0/9850$,

$T(0/98)=0/98\left(\frac{1+0/99975}{2}\right)=0/81898$

$T(0/94)=0/94\left(\frac{1}{2}+0/8985^2+\frac{0/99975}{2}\right)=0/8799$

$T(0/92)=0/92\left(\frac{1}{2}+0/9818^2+0/8985^2+\frac{0/99975}{2}\right)$

$=0/8594$

x_i	y_i	$\sin x_i$	$\sin^2 x_i$	$\cos x_i$	$\cos^2 x_i$	$\sin 2x_i$	$\sin y_i$	$\cos y_i$
۰/۰۵	۰/۰۵۱۹۴	۰/۰۴۹۹	۰/۰۰۲۵	۰/۹۹۸۷	۰/۹۹۷۴	۰/۰۴۹۸	۰/۰۵۱۲۴	۰/۹۹۸۷
۰/۱	۰/۹۴۱۵	۰/۰۹۹۸	۰/۰۱	۰/۹۹۵	۰/۹۹	۰/۰۹۹۲	۰/۰۹۴۵	۰/۹۹۵
۰/۵	۱/۱۴۷۵	۰/۱۴۹۴	۰/۰۲۲۴	۰/۹۸۸۷	۰/۹۷۷۵	۰/۱۴۷۷	۰/۱۷۱۴	۱/۱۴۵۵
۰/۴	۱/۱۰۹۴	۰/۱۹۸۶	۰/۰۳۸۷	۰/۹۸	۰/۹۶۰۴	۰/۱۹۲۹	۰/۲۱۸۲	۱/۱۰۲۱
			۰/۰۷۲۵		۳/۹۲۵۷	۰/۶۹۷	۰/۵۱۰۱	۳/۴۸۲

$$\begin{cases} 0.0725a + 0.3897b = 0.5101 \\ 0.3897a + 3.9205b = 3.4872 \end{cases} \Rightarrow \quad a = 4.04, \quad b = 0.44$$

حل ۴،۵ محاسبات عددی

نیمسال دوم ۹۴-۹۳ سوال ۵)

$$\frac{b-a}{12} \times h^4 \times \frac{1}{4} \le 10^{-4} \Rightarrow h^4 \le 12 \times 4 \times 10^{-4} \Rightarrow h \le 0.49$$

$$\Rightarrow h = 0.5 \Rightarrow x_0 = 0, \quad x_1 = 0.5, \quad x_2 = 1$$

$$T = \frac{h}{2}\left[f_0 + 2f_1 + f_2\right], \quad k_1 = 0.5 f(0, 1) = 0.5 \times \cos 2 = -0.208$$

$$k_2 = 0.5 f\left(0.25, 1 + \frac{-0.208}{2}\right) = 0.227$$

$$f_1: \quad k_1 = 0.5\,(0.5, 0.772) = -0.250$$

$$k_2 = 0.227 + 0.5\, f\left(0.5 + 0.25, 0.772 - \frac{0.250}{2}\right) = 0.264$$

$$I = \frac{0.5}{2}\left[1 + 2 \times 0.227 + 0.264\right] = 0.7595$$

نیمسال دوم ۹۱-۹۰ سؤال ۶)

$$f(x)=\frac{1}{(ax+0/5)^2} \Rightarrow f'(x)=\frac{-2a}{(ax+0/5)^3},\ f''(x)=\frac{6a^2}{(ax+0/5)^4}$$

← صادق در صفر است ⇒ $\max_{0<x<1} |f''(x)| = \frac{6a^2}{0/54}$

$$\Rightarrow \frac{1}{12} \times 0/1^2 \times \frac{6a^2}{0/54} \leq 10^{-1} \Rightarrow a^2 \leq \frac{5}{14} \Rightarrow$$

$$-\sqrt{\frac{5}{14}} \leq a \leq \sqrt{\frac{5}{14}}$$

نیمسال دوم ۹۱-۹۰ سؤال ۷)

$$f_0 = \pi \times e^4 = 171/5251$$

$$f_1: K_1 = 0/5 f(1, e^2) = 7/1890$$

$$f_1' = e^2 + 0/5 f\left(1+0/25, e^2 + \frac{7/1890}{2}\right) = 15/6251 \Rightarrow f_2 = 76/0001$$

$$f_2: K_1 = 0/5 f(1/5, 15/6251) = 25/6758$$

$$f_2' = 76/0001 + 0/5\left(1/75, 76/0001 + \frac{25/6758}{2}\right) = 140/0796$$

$$\Rightarrow \pi \times f^2 = 4960918/5 \text{ cm}^2$$

PdPCO

~~$\frac{0/5}{2}\left[171/5251 + 4 \times 76/0001 + 140/0796\right] = 781/4008$~~

سیمسال اول ۹۴-۹۵ سوال ۷)

$$\begin{cases} 8x+2y+3z=30 \\ x-9y+2z=1 \\ 2x+3y+4z=31 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x=\frac{1}{8}[30-2y-3z] \quad y=\frac{-1}{9}[1-x-2z] \quad \Rightarrow z=\frac{1}{4}[31-2x-3y]$$

$$x=\frac{1}{8}[30-2-3]=3/25,\ y=-\frac{1}{9}[1-1-3]=0/33333$$

$$z=\frac{1}{4}[31-2-3]=4/33333$$

تکرار ۲: $x=\frac{1}{8}[30-2\times 0/33333-3\times 4/33333]=2/9111$

$$y=1/144,\quad z=\frac{1}{4}[31-2\times 2/9111-3\times 1/144]=3/1725$$

تکرار ۳: $x=\frac{1}{8}[30-2\times 1/144-3\times 3/1725]=2/9431$

$$y=\frac{-1}{9}[1-2/9431-2\times 3/1725]=0/9981$$

$$z=\frac{1}{4}[31-2\times 2/9431-3\times 0/9981]=4/1405$$

تمرین سال اول ۹۰-۹۰ سوال ۴)

$a_0 + a_1 x + a_2 x^2$

x_i	y_i	x_i^1	x_i^2	x_i^3	x_i^4	$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۲	۴	۴	۸	۱۶	۳۲	۸	۱۶
۳	۳	۹	۲۷	۸۱	۲۴۳	۹	۲۷
۴	۲	۱۶	۶۴	۲۵۶	۱۰۲۴	۸	۳۲
۱۰	۹	۳۰	۱۰۰	۳۵۴	۱۳۰۰	۲۶	۷۲

$$\begin{cases} S_{x^0} a_0 + S_x a_1 + S_{x^2} a_2 = S_y \\ S_x a_0 + S_{x^2} a_1 + S_{x^3} a_2 = S_{xy} \\ S_{x^2} a_0 + S_{x^3} a_1 + S_{x^4} a_2 = S_{x^2 y} \end{cases}$$

$a_0 = -0/28$

$\Rightarrow a_1 = 2/31$

$a_2 = -0/42$

حل سوال ۹۰-۹۱ ۵)

x_i	y_i	f_i	f^2		
-۱	-۲	۱	۴	۱	۰
۱	۰	۷	۹	۱	
۲	۷	۱۹	۹		
۳	۲۴	۳۷			
۴	۶۳				

$$-2 + 1(x+1) + 2(x+1)(x-1) + 1(x+1)(x-1)(x-2)$$

$$= x^3 - 1$$

فرق تقسیم نیوتن تقریبا صفر می‌شود

۱۲

Subject:
Date

سال اول ۹۱-۹۲ سؤال ۹

$$\frac{1}{12} \times h^4 \times 1 \leq 10^{-4} \Rightarrow h^4 \leq 0.12 \Rightarrow h \leq 0.64$$

$$x_0 = 0,\ x_1 = \frac{1}{3},\ x_2 = \frac{2}{3},\ x_3 = 1$$

$$f(0) = 0$$

$$f_1: K_1 = \frac{1}{3} f(0,0) = \frac{2}{3} = 0.6667$$

$$f_1' = 0 + \frac{1}{3} f\left(0 + \frac{1}{6}, 0 + \frac{1}{3}\right) = 0.6423$$

$$f_2: K_1 = \frac{1}{3} f\left(\frac{1}{3}, 0.6423\right) = 0.6805$$

$$f_2 = 0.6423 + \frac{1}{3} f\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}, 0.6423 + \frac{0.6805}{2}\right) = 1.1375$$

$$f_3: K_1 = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}, 1.1375\right) = 0.6042$$

$$f_3 = 1.1375 + \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6}, 1.1375 + \frac{0.6042}{2}\right) = 1.6428$$

$$S = \frac{1/3}{2}\left(0 + 2 \times 0.6423 + 2 \times 1.1375 + 1.6428\right) = 0.8424$$

Subject:
Date

سیال اول ۹۴-۹۳ سوال ۵

$$\begin{cases} f_x = y\cos(xy) + 1 \\ f_y = x\cos(xy) + 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} g_x = e^x + y \\ g_y = x \end{cases}$$

$f_x(0/05, 1) = 1/1 \quad f_y(0/05, 0/1) = 1/05 \quad f(0/05, 0/1) = -0/05$

$g_x(0/05, 0/1) = 1/05, \; g_y = 0/05, \; g(0/05, 0/1) = 0/1$

$$\begin{cases} 1/1 \times h + 1/05 K = 0/05 \\ 1/05 h + 0/05 K = -0/1 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} h = -0/09 \\ K = 0/19 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} \alpha = 0/5 - 0/09 = -0/09 \\ \beta = 0/1 + 0/19 = 0/29 \end{cases}$$

دو مرتبه دیگر همین کار را تکرار می‌کنیم.

سوال ۵: حل می‌کنیم.

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ 9x_1 + 7x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 4 \end{cases}$$

Subject

Date

نمونه سوال دوم ۹۰-۹۱ سوال ۲

$f(x)=\frac{1}{x}$, $f'(x)=-\frac{1}{x^2}$, $f''(x)=\frac{+2}{x^3} \Rightarrow f^{n+1}=\frac{(n+1)!}{x^{n+2}}\times(-1)^{n+1}$

$\Rightarrow E(x)=\frac{(n+1)!}{x^{n+1}\times(n+1)!} \Rightarrow \frac{1}{2^{n+1}} < 10^{-8} \Rightarrow 2^{n+1} > 10^8$

$\Rightarrow n+1=27 \Rightarrow n=26$

نمونه سوال دوم ۹۰-۹۱ سوال ۴

$a_0+a_1x+a_2x^2$

x_i	y_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	xy	x^2y
0	1	0	0	0	0	0
1	2,7182	1	1	1	2,7182	2,7182
2	7,389	4	8	16	14,778	29,5564
3	20,0855	9	27	81	60,2565	180,7695
4	54,5982	16	64	256	218,3928	873,5712
10	85,9718	30	100	354	294, 1581	1086,4, 4132

$S_{x^0}a_0+S_{x^1}a_1+S_{x^2}a_2=S_y$

$S_{x^1}a_0+S_{x^2}a_1+S_{x^3}a_2=S_{xy}$

$S_{x^2}a_0+S_{x^3}a_1+S_{x^4}a_2=S_{x^2y}$

$\Rightarrow a_0=2,7418$

$a_1=-1,8547$

$a_2=0,8421$

Subject

Date

دوم ۹۰-۹۱، سؤال ۱

$$\sqrt[k]{C} = x \Rightarrow x^k = C \Rightarrow x^k - C = 0 \Rightarrow f'(x) = kx^{k-1}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n^k - C}{kx_n^{k-1}} \Rightarrow x_{n+1} = \frac{kx_n^k - x_n^k + C}{kx_n^{k-1}} \Rightarrow$$

$$x_{n+1} = \frac{x_n^k (k-1) + C}{kx_n^{k-1}} \Rightarrow \begin{cases} C = 9V \\ k = 3 \end{cases} \Rightarrow x_{n+1} = \frac{2x_n^3 + 9V}{3x_n^2}$$

$$x_n = 4,0 \Rightarrow x_1 = 4,094V \;,\; x_2 = 4,094V \;,\; x_3 = 4,094V$$

ادامه ۹۱-۹۰ سؤال ۱)

$$x_{n+1} = x_n + \frac{x^4 - 4x^2 + 4}{4x^3 - 8x} = \frac{4x^4 - 8x^2 - x^4 + 4x^2 - 4}{4x^3 - 8x} = \frac{3x^4 - 4x^2 - 4}{4x^3 - 8x}$$

$$x_1 = 1,60 \;,\; x_2 = 1,433V \;,\; x_3 = 1,4149 \;,\; x_4 = 1,4142 \;,\; x_5 = 1,4142$$

$$x_6 = 1,4149 \;,\; x_7 = 1,4111 \;,\; x_8 = 1,4119 \;,\; x_9 = 1,4116 \;,\; x_{10} = 1,4114$$

سؤالات فصل سوم

نیمسال اول ۹۴-۹۵ سؤال ۴

Subject
Date

سیسال اول ۹۲-۹۳ سؤال ۴

$f(x) = x\sin 2x \Rightarrow f'(x) = \sin 2x + 2x\cos 2x \Rightarrow$

$f''(x) = 2\cos 2x + 2\cos 2x - 4x\sin 2x \Rightarrow f''(x) \leq 8$

$\Rightarrow \frac{b-a}{12} h^2 \times 8 \leq 10^{-2} \Rightarrow \frac{2\pi}{12} \times h^2 \times 8 \leq 10^{-2} \Rightarrow$

$h^2 \leq 0/0012 \Rightarrow h \leq 0/04 \Rightarrow$ تعداد ۱۵۸

سیسال اول ۹۴-۹۳ سؤال ۵

$f_0 = \sqrt{1+y'(0)} = \sqrt{2} = 1/414$

f_1: $k_1 = 0/5 f(0/1) = -0/1495$

$f_1' = 1 + 0/5 f(0+0/25, 1+\frac{-0/1495}{2}) = 0/91 \Rightarrow f_1 = 0/1449$

f_2: $k_1 = 0/5 f(0/5, 0/92) = -0/1391$

$f_2' = 0/92 + 0/5 f(0/75, 0/92 + \frac{-0/1391}{2}) = 0/1319 \Rightarrow f_2 = 0/1347$

$\Rightarrow S = \frac{0/5}{3} [1/41 + 4 \times 0/1449 + 0/1347] = 0/1457$

سوالات فصل پنجم

سیمال دوم ۹۲-۹۱ سوال ۷

الف)
$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 - x_3 = 4 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{4}[4 - x_2 + x_3] \\ 2x_1 + 7x_2 + x_3 = 19 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{17}[19 - 2x_1 - x_3] \\ x_1 - 2x_2 + 11x_3 = 31 \Rightarrow x_3 = \frac{1}{11}[31 - x_1 + 2x_2] \end{cases}$$

$$x = \frac{1}{4}[4 + 1 + 1] = \frac{6}{4} = 1,25$$

$$y = \frac{1}{17}[19 - 2 \times 1,25 - 1] = 0,9118$$

$$z = \frac{1}{11}[31 - 1,25 + 3 \times 0,9118] = 2,70501$$

تکرار ۱: $x = \frac{1}{4}[4 - 0,9118 + 2,70501] = 1,19818$

$$y = \frac{1}{17}[19 - 2 \times 1,19818 - 2,70501] = 0,81173$$

$$z = \frac{1}{11}[31 - 1,19818 + 3 \times 0,81173] = 2,69777$$

تکرار ۲: $x = \frac{1}{4}[4 - 0,81173 + 2,69777] = 1,21726$

$$y = \frac{1}{17}[19 - 2 \times 1,21726 - 2,69777] = 0,81923$$

$$z = \frac{1}{11}[31 - 1,21726 + 3 \times 0,81923] = 2,69859$$

$F(1.5) = -1.44 = x_0$, $e^x = 12x^1 \Rightarrow x = \ln(12x^2)$

$x_1 = 2.604$, $x_2 = 2.442$, 2.489 , 2.712, 2.721, 2.724

2.729 , 2.730 , 2.731, 2.731

سوال ۱ ، ارل ۱۴)

۱- الف) $f(0) = 0 + 0 - 1 = -1$, $f(0.5) = 0.66 \Rightarrow$ بولتزانو : $0 < b < 0.5$

$x_{i+1} = x_i - \frac{2x + \sin x - e^x}{2 + \cos x - e^x}$, $x_1 = 0.4247$, $x_2 = 0.4504$

$x_3 = 0.450442 \Rightarrow x = 0.450$

ب) $\frac{\pi}{7} = 0.4488$ $\frac{\partial f}{\partial x} = 4x^3 \times e^x + 2x^4 e^x + 4x^3 \cos y$

$\frac{\partial f}{\partial y} = -\sin y \times 2x^4$

$Ev = \left(\left| 4 \times 0.450^3 \times e^{0.450} + 2 \times 0.450^4 \times e^{0.66} + 4 \times 0.450^3 \times \cos 0.4488 \right| + \right.$

$\left. \left| -\sin 0.4488 \times 2 \times 0.450^4 \right| \right) \times 5 \times 10^{-4} = 2.0051 \times 5 \times 10^{-4}$

معیار ماشین حساب $\cdot 0.4185 \Rightarrow \delta(f(x)) = \frac{2.0051 \times 5 \times 10^{-4}}{0.4185}$

سیمال اول ۹۲-۹۱ سوال ۱

۰	۰	۱	-۲	۲
۱/۲	۱	-۱	۰	
۱	۰	-۱		
۱/۲	-۱			

$x = 0 + \frac{1}{2}S \Rightarrow S = 2x$

$\Rightarrow P(x) = 0 + 2x \times 1 + \frac{2x(2x-1)}{2} x - 2 + \frac{2x(2x-1)(2x-2)}{3!} \times 2$

$E(P(x)) \leq \frac{\pi^4 \times (2)^4}{(4+1)!} = 0.95$

سیمال اول ۹۲-۹۱ سوال ۲)

$P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$

$$\begin{cases} S_{x^0} a_0 + S_x a_1 + S_{x^2} a_2 = S_y \\ S_{x^1} a_0 + S_{x^2} a_1 + S_{x^3} a_2 = S_{xy} \\ S_{x^2} a_0 + S_{x^3} a_1 + S_{x^4} a_2 = S_{x^2 y} \end{cases}$$

x_i	y_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$
-۱	-۰/۷	۱	۱	۱	۰/۷	-۰/۷
۰	۰/۱	۰	۰	۰	۰	۰
۲	۹	۴	۸	۱۶	۱۸	۳۶
۳	۱۴	۹	۲۷	۸۱	۴۲	۱۲۶
۴	۲۳/۴	۱۴	۳۶	۹۸	۶۰/۷	۱۶۱/۲

$$\begin{cases} 4a_1 + 14a_2 = 23/4 \\ 14a_1 + 36a_2 = 60/7 \end{cases}$$

$\Rightarrow a_1 = 0/84$

$a_2 = 1/36$

سوال ۴ سال دوم ۹۱-۹۰

$$\begin{cases} f_x = \dfrac{2x}{x^2+y^2} \\ f_y = \dfrac{2y}{x^2+y^2} \end{cases} \quad , \quad \begin{cases} g_x = y + \dfrac{1}{2\sqrt{x}} \\ g_y = x \end{cases}$$

$f_x = 0/0848$, $f_y = -0/2$, $f = 1/41$

$g_x = -0/248$, $g_y = 2/4$, $g = 0/11$

$$\begin{cases} 0/0848 \times h - 0/2k = -1/41 \Rightarrow h = -1/84 \\ -0/248\,h + 2/4k = -0/11 \Rightarrow k = -0/24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = 2/4 - 1/84 = 0/56 \\ \beta = -0/4 - 0/24 = -0/84 \end{cases}$$