بسمه تـ

جزوه

اندازه گیری الکتریکی

دانشگاه

علم و صنعت

استاد

دکتر غلامی

دکتر غلامی

اندازه گیری الکتریکی :

میان‌ترم ٤ نمره

پایان‌ترم ۱٤ نمره

کوئیز ۲ نمره

دانشگاه تهران
مراجع : دستگاه های اندازه گیری الکتریکی (مسعود سلطانی)

sawbney " a carse in electrical → تمرین های خوب

Indiapress & electronic measurments &

Inbtrumentation "

اهداف اندازه گیری الکتریکی چیست؟

۱- تعیین وجود یا عدم وجود یک کمیت مورد نظر

۲- تعیین مقدار یک کمیت مجهول

۳- کنترل مقدار یک کمیت در حین یک بازه زمانی (monitoring)

٤- تولید وسایل تولیدی متناسب با ویژگی های قابل انتظار

(مثلاً تنظیم کردن دستگاه های الکتریکی (calibration)

۵- ارزیابی کیفیت تجهیزات (test device)

٤٩٫٥ < f < ٥٠٫٥

رنج مجاز فرکانس شبکه سراسری برق

دستگاه اندازه گیری چیست؟

وسیله ای برای محقق شدن اهداف اندازه گیری

اندازه گیری یعنی چه؟

- مقایسه یک کمیت مجهول با یک کمیت معلوم (استاندارد)
- مقایسه دو کمیت (دو بار شارژ) قابل قیاس

} جهت تعیین کمیت یا پدیده مجهول

خطای اندازه گیری :

تفاوت میان مقدار واقعی و مقدار اندازه گیری شده

حالت های خطا
۱- خطای مطلق
۲- خطای نسبی
۳- درصد خطای نسبی

$$\underset{\text{خطای مطلق}}{\Delta A} = \overset{\text{مقدار اندازه گیری شده}}{A_m} - A \rightarrow \text{مقدار واقعی}$$

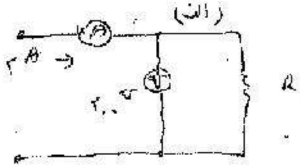
$$\varepsilon_a = \frac{\Delta A}{A}$$

$$\% \varepsilon_a = \varepsilon_a \times 100 = \frac{\Delta A}{A} \times 100$$

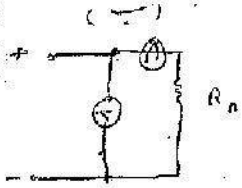
خطای مطلق دارای ابعاد و علامت است ← باید توجه شود (مهم!)

مثال: درصد خطای نسبی اندازه‌گیری مقاومت با مدار (الف) چقدر است؟

(الف)



(ب)



$R_a = 1\ \Omega$ $\quad R_v = 200\ k\Omega$

R_x اندازه‌گیری شده : $\frac{V}{I} = 100\ \Omega$

واقعی $R = \frac{V}{I_x} = \frac{V}{I - I_v}$

$I_v = \frac{V}{R_v} = \frac{200}{200000} = 1\ mA$

$R = \frac{200}{1.999} =$ [illegible]

$\Rightarrow \%\ \epsilon_r = \left(\frac{100 - R}{R}\right) \times 100 \simeq \overset{\text{مهم}}{\ominus}\ 0.05\ \%$

انواع خطاها :

در رابطه با عوامل تأثیرگذار

۱- خطاهای اصولی (تابع ضابطه، رابطه و قابل محاسبه) مانند خطای ناشی از روش اندازه‌گیری (قابل پیش‌بینی)

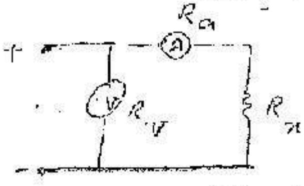
به عنوان مثال: روش ولتمتر - آمپرمتر برای اندازه‌گیری R_x

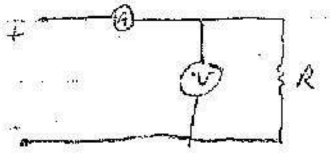
$x_m = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ ← مقدار میانگین کمیت مجهول

۲- خطاهای اتفاقی (تصادفی): غیرقابل پیش‌بینی و غیرقابل محاسبه.

در این حالت تخمین مقدار واقعی کمیت مجهول با تکرار اندازه‌گیری بدست می‌آید

روش ولتمتر آمپرمتر:





مقاومت آمپرمتر

$\%\ E_r = + \frac{R_a}{R_x} \times 100$

$\%\ E_r = - \frac{R_x}{R_v} \times 100$

$(R_x)_m = \hat{R}_x = \frac{V}{I}$

اندازه گیری الکتریکی :

میان ترم ۶ نمره
پایان ترم ۱۴ نمره
کوئیز ۲ نمره

دانشگاه تهران
مراجع : دستگاه های اندازه گیری الکتریکی (مسعود سلطانی)

sawhney "a course in electrical → تمرین های خوب
India press & electronic measurments & Instrumentation"

اهداف اندازه گیری الکتریکی چیست؟

۱- تعیین وجود یا عدم وجود یک کمیت مورد نظر
۲- تعیین مقدار یک کمیت مجهول
۳- کنترل مقدار یک کمیت در حین بهره برداری (monitoring)
۴- تولید وسایل تولیدی متناسب با ویژگی های قابل انتظار
(مثلاً تنظیم کردن دستگاه های الکتریکی (calibration)
۵- ارزیابی کیفیت تجهیزات (test device)

$۴۹٫۵ \leq f \leq ۵۰٫۵$
دامنه مجاز فرکانس شبکه سراسری برق

دستگاه اندازه گیری چیست؟

وسیله ای برای محقق شدن اهداف اندازه گیری

اندازه گیری یعنی چه؟

- مقایسه یک کمیت مجهول با یک کمیت معلوم را گویند
- مقایسه دو کمیت (هم ارز) قابل قیاس)

جهت تعیین کمیت یا پدیده مجهول

خطای اندازه گیری :

تفاوت میان مقدار واقعی و مقدار اندازه گیری شده

حالت های ممکن
۱- خطای مطلق
۲- خطای نسبی
۳- درصد خطای نسبی

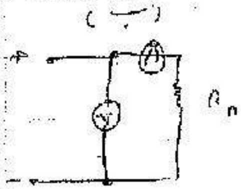
$$\Delta A = \overset{\text{مقدار اندازه گیری شده}}{A_m} - \overset{\text{مقدار واقعی}}{A} \Rightarrow \text{خطای مطلق}$$

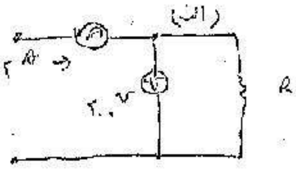
$$\varepsilon_r = \frac{\Delta A}{A}$$

$$\%\varepsilon_r = \varepsilon_r \times 100 = \frac{\Delta A}{A} \times 100$$

خطای مطلق دارای ابعاد و واحد است که باید توجه شود (مهم)

مثال: درصد خطای نسبی اندازه‌گیری مقاومت با مدار (الف) چقدر است؟





$R_a = 1\ \Omega$ $R_V = ۲۰۰\ k\Omega$

R_n اندازه‌گیری شده : $\frac{V}{I} = ۱۰۰\ \Omega$

واقعی $R = \frac{V}{I_n} = \frac{V}{I - I_V}$

$I_V = \frac{V}{R_V} = \frac{۲۰۰V}{۲۰۰k\Omega} = ۱\ mA$

$R = \frac{۲۰۰}{۱٫۹۹۹} = \ldots$

$$\Rightarrow \%\varepsilon_r = \left(\frac{۱۰۰ - R}{R}\right) \times ۱۰۰ \cong \overset{مهم}{\ominus}\ ۰/۰۵\ \%$$

انواع خطاها :

۱ـ خطاهای اصولی (تابع ضابطه، با علت و قابل محاسبه) مانند خطای ناشی از روش اندازه‌گیری (قابل پیش‌بینی)

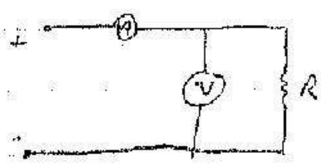
در ارتباط با عوامل تأثیرگذار

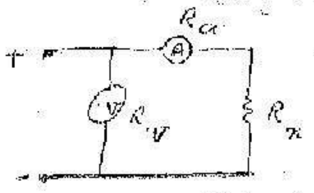
به عنوان مثال: روش ولتمتر ـ آمپرمتری برای اندازه‌گیری R_x

مقدار یقینی است به عنوان $x_m = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

۲ـ خطاهای اتفاقی (تصادفی): غیرقابل پیش‌بینی، غیرقابل محاسبه.
در این حالت تخمین مقدار واقعی کمیت به وسیله تکرار اندازه‌گیری بدست می‌آید.

روش ولتمتر آمپرمتری :





$\%\varepsilon_r = -\frac{R_x}{R_V} \times ۱۰۰$

مقاومت آمپرمتر

$\%\varepsilon_r = +\frac{R_a}{R_x} \times ۱۰۰$

$(R_x)_m = R'_x = \frac{V}{I}$

خطاهای اتفاقی ← $\% \ \varepsilon_x = \frac{X_m - X}{X} \times 100$

منابع خطا ساز: (عوامل ایجاد کننده خطا در اندازه‌گیری ها)

انواع خطای سیستماتیک ←
۱- روش اندازه‌گیری
۲- دستگاه اندازه‌گیری
۳- عوامل خارجی (دما، رطوبت، فشار، شار مغناطیسی پراکنده، میدان الکتریکی ساکن موجود)

$R_t = R_0(1 + \alpha T)$

۴- شخص اندازه‌گیر (خستگی، کسالت، بی‌دقتی و ...)

آنالیز خطاها: تعیین ارتباطات بین خطاهای متوالی مرتبط با هم، مانند خطای جمع، ضرب، تفریق و تقسیم

فرض: در یک مدار ساده $P = VI$

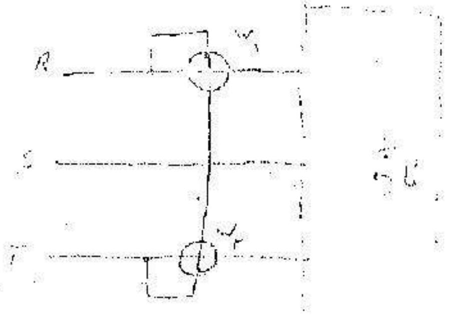
خطای اندازه‌گیری توان $\varepsilon_P = \overset{\Delta P}{P}(\varepsilon_V + \varepsilon_I)$
« « « ولتاژ
« « « جریان

جمع: $\varphi < 60^\circ \quad P_t = P_1 + P_2$

تفریق: $\varphi > 60^\circ \quad P_t = P_1 - P_2$

ضرب: $P = V.I\cos\varphi$

تقسیم: $R = \frac{V}{I}$



$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = (\hat{V}_{RN}, I) < 60^\circ \\ P_t = P_1 + P_2 \end{array} \right.$ ↘

روش آرون در واتمتری

$\left\{ \begin{array}{l} \varphi > 60^\circ \\ P_t = P_2 - P_1 \end{array} \right.$ ↗

خطای حاصل جمع :

$y = u + v$ مقادیر واقعی

$y_m = u_m + v_m$ اندازه‌گیری

خطای مطلق

$$\Rightarrow y_m - y = \Delta y = \Delta u + \Delta v$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta u}{y} + \frac{\Delta v}{y} = \frac{\Delta u}{u} \cdot \frac{u}{y} + \frac{\Delta v}{v} \frac{v}{y}$$

$$\underline{\Rightarrow \varepsilon_y = \varepsilon_u \cdot \frac{u}{y} + \varepsilon_v \frac{v}{y}}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_y = \left(\pm |\varepsilon_u| \frac{u}{y}\right) + \left(\pm |\varepsilon_v| \frac{v}{y}\right)$$

بدترین شرایط (خطاهای جزئی هم علامت باشند)

$$\varepsilon_y = \pm \left[|\varepsilon_u| \frac{u}{y} + |\varepsilon_v| \frac{v}{y} \right]$$

خطای حاصل تفریق :

$y = u - v$ مقادیر واقعی

$$\Rightarrow y_m - y = \Delta y = \Delta u - \Delta v \Rightarrow$$

$y_m = u_m - v_m$ اندازه‌گیری شده

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta u}{y} - \frac{\Delta v}{y} = \varepsilon_u \cdot \frac{u}{y} - \varepsilon_v \frac{v}{y}$$

$$\underline{\Rightarrow \varepsilon_y = \left(\pm |\varepsilon_u| \frac{u}{y}\right) - \left(\pm |\varepsilon_v| \frac{v}{y}\right)}$$

بدترین شرایط (خطاهای جزئی مختلف العلامه باشند)

$$\varepsilon_y = \pm \left[|\varepsilon_u| \frac{u}{y} + |\varepsilon_v| \frac{v}{y} \right]$$

وقتی u و v خیلی نزدیک [illegible] خطای حاصل تفریق بالا است. ($\frac{v}{y}$) [illegible]

خطای حاصلضرب :

$$y = u \cdot v \xrightarrow{\text{لگاریتم}} \ln y = \ln u + \ln v$$

مشتق نسبت به y $\Rightarrow$ $$\frac{1}{y} = \frac{1}{u}\frac{du}{dy} + \frac{1}{v}\frac{dv}{dy}$$

با تقریب قابل تبدیل $\Rightarrow$ $$\frac{1}{y} = \frac{1}{u}\frac{\Delta u}{\Delta y} + \frac{1}{v}\frac{\Delta v}{\Delta y}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta u}{u} + \frac{\Delta v}{v}}$$

$$\underbrace{\varepsilon_y = \varepsilon_u + \varepsilon_v}$$ هرکدام میتوانند علامت های مختلف داشته باشند

$$\varepsilon_y = (\pm|\varepsilon_u|) + (\pm|\varepsilon_v|)$$

در بدترین شرایط $\Rightarrow$ $$\varepsilon_y = \pm\left[|\varepsilon_u| + |\varepsilon_v|\right]$$

(هم علامت بودن خطاهای فرضی)

خطای حاصلتقسیم :

$$y = \frac{u}{v} \xrightarrow{\text{لگاریتم}} \ln y = \ln u - \ln v$$

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{u}\frac{du}{dy} - \frac{1}{v}\frac{dv}{dy}$$

$$\underbrace{\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta u}{u} - \frac{\Delta v}{v}}$$

$$\underbrace{\varepsilon_y = \varepsilon_u - \varepsilon_v}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_y = (\pm|\varepsilon_u|) - (\pm|\varepsilon_v|)$$

(مختلف العلامت بودن خطاهای فرضی) در بدترین شرایط $\Rightarrow$ $\varepsilon_y = \pm\left[|\varepsilon_u| + |\varepsilon_v|\right]$

در حالت کلی:

$$y = u^m \cdot v^n$$

بدترین شرایط $\Rightarrow \varepsilon_y = \pm \left[|m \varepsilon_u| + |n \varepsilon_v| \right]$

دقت دستگاه اندازه‌گیری ← حداکثر خطای مربوط به آن

صحت دستگاه اندازه‌گیری ← پایداری پاسخ دستگاه در تکرار اندازه‌گیری یک کمیت مجهول

حساسیت دستگاه اندازه‌گیری ← نسبت واکنش دستگاه به کمیت مورد سنجش (کمیت تحریک کننده)

مثال: θ = زاویه انحراف I = جریان مورد سنجش

$$S_i = \frac{\theta}{I} \left[rad/A \right]$$

علائم دستگاه‌های اندازه‌گیری الکتریکی:

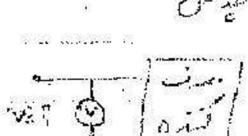
حالت‌های ممکن:

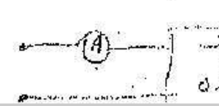
۱- علائم مربوط به کمیت مورد سنجش

۲- علائم مربوط به نوع دستگاه اندازه‌گیری

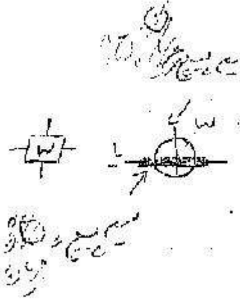
۳- علائم مشترک

نوع کمیت مورد سنجش	نام دستگاه	علامت دستگاه	ملاحظات
اختلاف پتانسیل	ولتمتر	Ⓥ یا	دارای مقاومت داخلی خیلی زیاد، با اتصال موازی
جریان الکتریکی	آمپرمتر	Ⓐ یا [A]	دارای مقاومت داخلی (امپدانس) خیلی کم با اتصال سری در مدار





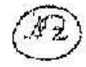
توان الکتریکی ... واتمتر



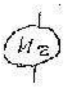
سیم پیچ جریان با مقاومت کم داخلی

سیم پیچ ولتاژ با مقاومت زیاد داخلی

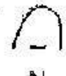
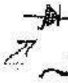
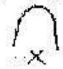
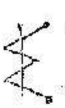
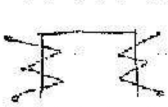
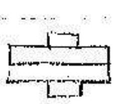
مقاومت اهمی ... اهم‌متر



فرکانس ... فرکانس‌متر



۲- نوع دستگاه :

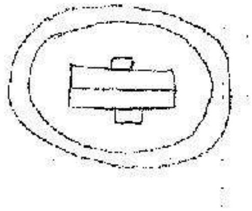
علامت دستگاه	شرح آن
	ثابت دستگاه اندازه‌گیری با سیم پیچ متحرک و آهنربای دائمی
	دستگاه مجهز به یکسوساز می‌شود با یکسوساز کمیت‌های AC را هم اندازه می‌گیرد بدون یکسوساز کمیت DC را اندازه می‌گیرد
	دستگاه اندازه‌گیری با دو سیم پیچ متحرک با آهنربای دائم (نسبت سنج)
	دستگاه اندازه‌گیری با آهن نرم گردان (متحرک) [illegible]
	دستگاه اندازه‌گیری با آهن نرم گردان نسبت سنج
	دستگاه اندازه‌گیری الکترودینامیکی

$$\left.\begin{aligned} nBSI &= c\theta \\ I &= k\theta \\ c &= \frac{k}{nBS} \end{aligned}\right\}$$

ثابت پیچش

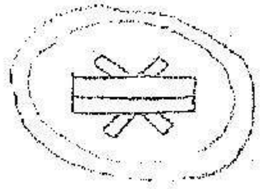
ثابت دستگاه

۴

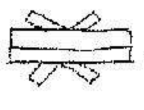


دستگاه اندازه گیری فرودینامیکی

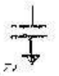
مانند قسمت آهنی است ولی الکترودینامیکی ندارد



دستگاه اندازه گیری فرودینامیکی نسبت سنج



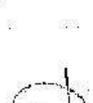
دستگاه اندازه گیری الکترودینامیکی نسبت سنج



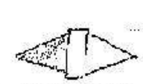
دستگاه اندازه گیری الکترواستاتیکی

دو صفحه خازن

[illegible]



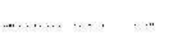
دستگاه اندازه گیری اندوکسیونی



دستگاه اندازه گیری با آهن ربای متحرک [illegible]

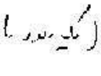
۳- علائم مشترک

علامت	شرح
x (کلاس دقت ۰/۵)	بیان درصد خطای نسبی دستگاه نسبت به رنج آن

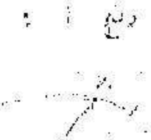


رنج ۱ : ۱۰ دستگاه یعنی ۱/۱ [illegible]

رنج‌های مجاز { ۱/۲ ، ۵ ، ۸



۰/۲ ، ۰/۱ ، ۰/۵ در رنج ۱



ولتاژ آزمایش

این دستگاه با ۲ کیلو ولت استقامت عایقی آزمایش شده است

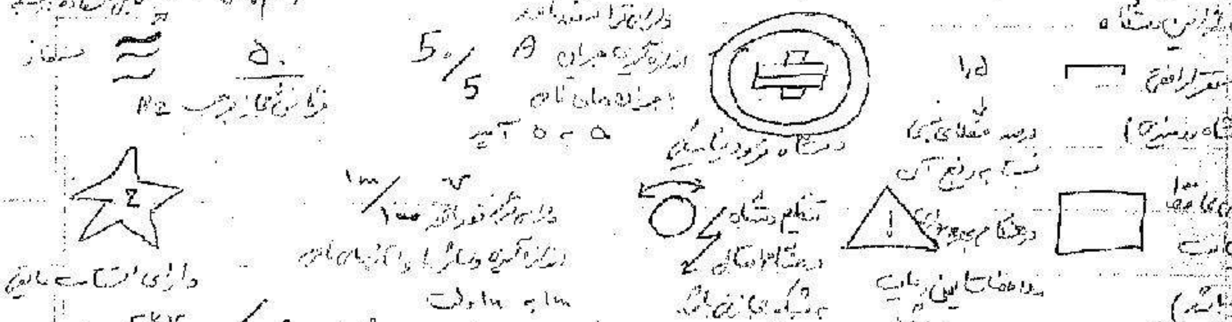
☆ استقامت عایقی این دستگاه در سطح ۵۰۰ تضمین می‌شود .

☆ استقامت عایقی این دستگاه در سطح x کیلو ولت تضمین می‌شود .

تمرین ۱- علائم دستگاه‌های با سیم پیچ متحرک و آهنربای دائم‌ها ، آهن نرم گردان ، بشره دینامیکی ، الکترواستاتیکی ، اندوکسیونی ، ارتعاشی را ترسیم کنید .

ابتکار عمل

تمرین ۲- روی یک دستگاه اندازه‌گیری علائم زیر دیده می‌شود .


در وضعیت استقرار افقی
۱٫۵
درصد خطای نسبی
5/5
A
۵ و ۵ آمپر
۵۰
Hz
Z
۲KV
دارای استقامت عایقی
تنظیم دستگاه

معنای هر علامت را توضیح دهید — کمیت مورد اندازه‌گیری توسط این دستگاه را مشخص کنید .

حداکثر مقدار کمیت مورد سنجش را مشخص کنید — خطای نسبی کمیت مورد سنجش را از طرف وسط را محاسبه نمایید .

کمیت مورد سنجش : وات - وار
↑ (P) اکتیو ↑ (Q) راکتیو

حداکثر کمیت مورد سنجش : $\frac{50\,\text{kW}}{\sqrt{3}}$ یا $\frac{50\,\text{kVAR}}{\sqrt{3}}$ ← چون دستگاه سه فاز است .

تاج دستگاه

خطای نسبی : ۲٪

انواع دستگاه های اندازه‌گیری الکتریکی

الف ـ دستگاه های انحرافی

ب ـ دستگاه های مقایسه‌ای

اصول کار دستگاه های انحرافی: کمیت مورد سنجش (x) با کمک مرحله‌ای (y) باعث ایجاد گشتاور محرک و به دنبال آن [illegible] اصلی دستگاه (θ) می‌گردد، در این ارتباط روابط زیر حاکم است.

یعنی گشتاور محرک

مدل دستگاه ←

① $y = f_1(x)$

② $\theta = f_2(y)$

$\Rightarrow$ ③ $\theta = f(x)$

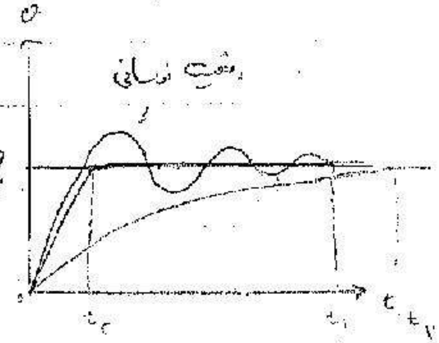
روابط کلی دستگاه

انواع گشتاورهای لازم در یک دستگاه اندازه‌گیری:

1- گشتاور محرک: تابع کمیت مورد سنجش

2- گشتاور مقاوم: تابع زاویه انحراف دستگاه

3- گشتاور مستهلک‌کننده نوسانات دستگاه: تابع سرعت زاویه‌ای



t_2: حالت ایده‌آل

t_1, t_3: غیر ایده‌آل

t_2: وقتی عقربه به [illegible] نزدیک شود سرعت آن [illegible]

زمان لازم [illegible] (زمان استقرار عقربه)

و [illegible] ایده‌آل [illegible]

زمان لازم جهت حرکت عقربه و استقرار آن

در انحراف [illegible] تحت رژیم بحرانی

تحت رژیم نوسانی

(بیشترین [illegible])

۳) [illegible] است ، [illegible] است [illegible]

شود که گشتاور کنترل مساوی نداریم ولی گشتاور مستهلک کننده در حالات دینامیکی داریم .

گشتاور محرک $T_e = F(x)$ شرایط اولیه $\begin{cases} x = 0 \\ T_e = 0 \end{cases}$

$\uparrow$ کمیت مورد سنجش

اشکالها :؟

گشتاور کنترل (مقاوم) $T_r = F(\theta)$ شرایط اولیه $\begin{cases} \theta = 0 \\ T_r = 0 \end{cases}$

گشتاور مستهلک کننده در حالات دینامیکی $T_a = F\left(\frac{d\theta}{dt}\right)$ شرایط اولیه $\begin{cases} \frac{d\theta}{dt} = 0 \\ T_a = 0 \end{cases}$

حل تمرین ۵

تمرین اول - ۱ :

$1A,\ 0.5V \Rightarrow R_a = \frac{0.5}{1} = 0.5\ \Omega$

$(R_x)_m = \frac{1000}{0.25} = 4000\ \Omega$

$R_x = (R_x)_m - R_a = 3999.5 \Rightarrow \%\varepsilon_r = \frac{4000 - 3999.5}{3999.5} \times 100 = \%0.0125$

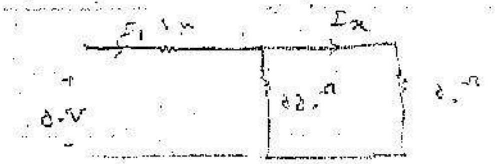
تمرین اول - ۲ :

$(R_x)_m = \frac{V}{I} = \frac{1.5}{3} = 0.5\ \Omega$

$\%\varepsilon_r = \%\varepsilon_V - \%\varepsilon_I = 1.5 - (-1) = 2.5\%$

$\%\varepsilon_r = \frac{(R_x)_m - R_x}{R_x} \times 100 \Rightarrow R_x = \frac{(R_x)_m}{1 + \%\varepsilon_r} = \frac{0.5}{1.025} \approx 0.4878$

تمرین ۵۱ ۳۰ :

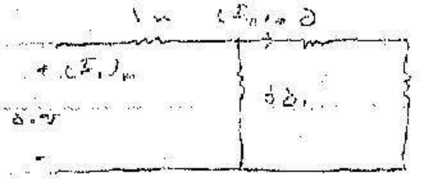


$\leftarrow R_{eq}$

$$R_{eq} = (۵۰ \,||\, ۵۵۰) + ۱۰۰۰ = ۱۰۴۵٫۸۳\ \Omega$$

$$I_1 = \frac{۵۰}{۱۰۴۵٫۸۳} = ۰٫۰۴۷۸\ A$$

$$I_x = \frac{۵۵۰}{۵۰ + ۵۵۰} \times I_1 = ۰٫۰۴۳۸$$



$\leftarrow R_{eq}$

$$R_{eq} = (۵۵ \,||\, ۵۵۰) + 1k = ۱۰۵۰\ \Omega$$

$$I_1(m) = ۰٫۰۴۷۶\ A$$

$$(I_x)_m = \frac{۵۵۰}{۵۵۰ + ۵۵} \times (I_1)_m = ۰٫۰۴۳۳$$

$$\%\varepsilon_i = \frac{۰٫۰۴۳۳ - ۰٫۰۴۳۸}{۰٫۰۴۳۸} \times ۱۰۰ = -۱٫۱۴\ \%$$

تمرین فصل ۲ - ۴ :

$$P_x = R_m I_m^۲$$

$$\Rightarrow \%\varepsilon_p = \%\varepsilon_r + ۲\%\varepsilon_i = -۲٫۱\ \%$$

$$P_m = ۱۷٫۳۴\ (W)$$

$$\therefore P_x = \frac{(P_x)_m}{۱ + \varepsilon_p} = \frac{۱۷٫۳۴}{۱ - ۰٫۰۲۱} = ۱۷٫۷۱\ (Watt)$$

تمرین فصل ۲ - ۵ :

$$P = \frac{V^۲}{R} \Rightarrow \varepsilon_p = ۲\varepsilon_v - \varepsilon_r =$$

$$\Rightarrow \%\varepsilon_{p_{max}} = \pm \{ ۲\varepsilon_v + \varepsilon_r \} = \pm ۲٫۵\%$$

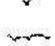
$$\%\varepsilon_{p_{min}} = \pm ۰٫۵\ \%$$

تمرین دوم - سوال ۱:

درجه صحت نسبت به مقیاس (دامنه اکثر) $\underline{1.5}$

وضعیت استقرار $\perp \pm 5^\circ$ عمودی یا افقی

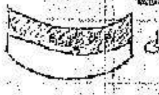
۲ کیلوولت

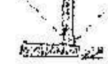
الکترواستاتیکی


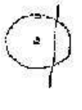
ولتاژ تست عایقی

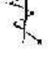
≈ دستگاه مورد استفاده در ac و dc کار میکند

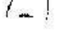
تمرین دوم - ۲:

آهنربای دائمی










روش های ایجاد گشتاور مقاوم:

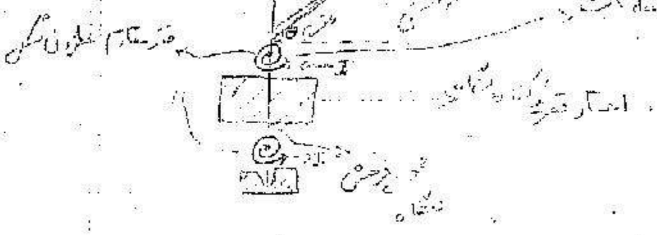
الف - با استفاده از فنر مقاوم => گشتاور مقاوم فنری

$$T_r = C\theta \Rightarrow \begin{cases}\theta = 0\\ T_r = 0\end{cases}$$

$$f(\theta)$$

ب - از نیروی ثقل یک وزنه مشخص => گشتاور مقاوم ثقلی (وزنه)

الف - جنس فنر معمولا آلیاژ فسفر برنز است (نسبت به تغییرات دما حساسیت کمتری دارد و دارای خاصیت ارتجاعی کمتری است)

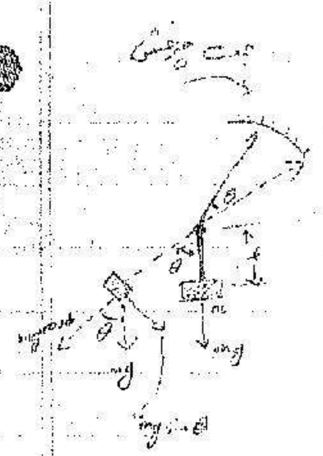

جهت چرخش عقربه
عقربه
نقطه ثابت
فنر مقاوم حلزونی شکل
استوانه متحرک
محور چرخش عقربه

ضریب گشتاور مقاوم ($= C\theta$)

$$T_r = f(\theta) = C\theta$$

ثابت ارتجاعی

C: $N.m/rad$



ب :

m : جرم وزنه دستگاه

l : طول بازوی متصل به وزنه m

mg : نیروی ثقل وزنه m

θ : زاویه چرخش در دستگاه

$$\Rightarrow T_r = F_r\, l = mg\sin\theta\, l \qquad \Rightarrow T_r = k\sin\theta$$

$$k = mgl = constant$$

سوال امتحانی : کلاً مزایا و معایب روشهای مذکور را به‌طور کامل شرح داده و موارد کاربرد هر روش را تعیین کنید !

کنترل وزنی

موارد کاربرد : ⊥ صفحه مدرج حالت قائم دارد . ⊓ صفحه مدرج حالت افقی ... $\angle\alpha$

بسته به وضعیت نصب دستگاه نوع روش را انتخاب می‌کنیم . روش ب به حالت ⊥

نکته : در صفحات قابل استفاده است .

روش های ایجاد گشتاور مستهلک کننده نوسانات دستگاه :

. دستگاه‌های دقیق

$$T_a = f(\overset{\text{سرعت دستگاه}}{\frac{d\theta}{dt}}) \Rightarrow \begin{cases} \frac{d\theta}{dt} = \\ T_a = \end{cases}$$

الف - روش های الکتریکی : ۱ - روش قابی (حلقه‌ای)

۲ - روش صفحه‌ای

نیروی الکترومغناطیسی سبب ایجاد

ب - روش مکانیکی : ۱ - روش پیستونی

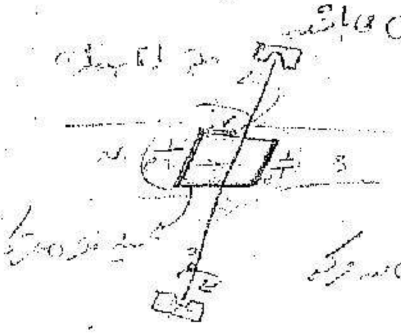
۲ - روش پره‌ای

اصطکاک هوا سبب ایجاد

الف ـ ۱ : برای دستگاه‌های با آهنربای دائم بهترین روش می‌باشد

دستگاه آهنربای دائم :

حرکت پیچه با قاب انجام می‌شود .



ε نیروی محرکه $= B . l . v$

سرعت خطی

چون در هر دو ضلع این اتفاق می‌افتد .

$\Rightarrow$ نیروی محرکه کل $\varepsilon = 2 B \ell v$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{2 B \ell v}{R} = \frac{B S}{R} \frac{d\theta}{dt}$$

شعاع چرخش قاب $v = r \frac{d\theta}{dt}$

(مقاومت الکتریکی مجموع مدار (قاب))

مساحت قاب

$$\Rightarrow I = k \frac{d\theta}{dt}$$

تأثیر جریان I : عبور جریان در قاب حاوی میدان است که گشتاور T_a متناسب با سرعت $\frac{d\theta}{dt}$ را ایجاد می‌کند

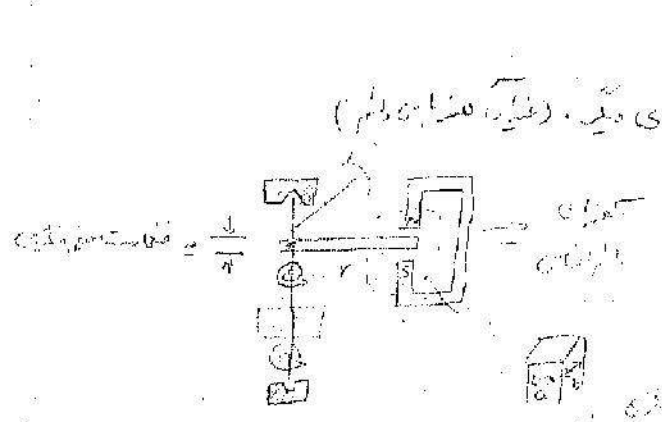
$F = B . l . I$ نیروی وارده بر هر ضلع قاب

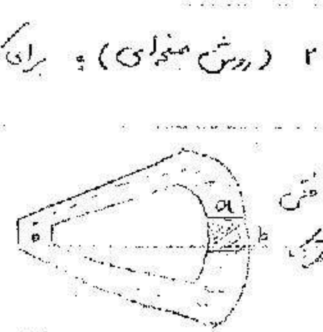
ضریب استهلاک در مدار A

$$\Rightarrow T = T_a = \underbrace{F \times 2r}_{2(F \times r)} = 2 B \ell r I = B S I = \underbrace{\overbrace{\frac{B^2 S^2}{R}}^{A} \frac{d\theta}{dt}}$$

A را ضریب تضعیف مکانیکی این دستگاه می‌نامند $\Rightarrow T_a = A \frac{d\theta}{dt}$

الف ـ ۲ (روش متداول) : برای کلیه دستگاه‌های دیگر . (غیر آهنربای دائم)





r : شعاع چرخش قطب متحرک

a: مدل کشش آهنربا   b: مدل کشش آهنربا

b: اندوکسیون (جریان‌های ناشی آهنربا) گرمایی (مقاومتی)

سرعت گردشی

E ولتاژ القا شده در پیچش جریان فوکو $E = B \cdot a \cdot v = B \cdot a \cdot r \frac{d\theta}{dt}$

مقاومت اهمی مسیر جریان فوکو $I = \frac{E}{R}$ $R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{a}{b \cdot c}$

مقاومت ویژه صفحه فلزی

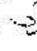
$$\Rightarrow I = \frac{B \cdot a \cdot c \cdot r}{\rho} \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

گشتاور ترمزکننده

انرژی مصرف شده در صفحه فلزی در زمان dt $dW = R I^2 dt \Rightarrow \frac{dW}{d\theta} = T_a = R I^2 \frac{dt}{d\theta}$

$$\Rightarrow T_a = \frac{B^2 r^2}{\rho} a \cdot b \cdot c \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \underline{T_a = A \frac{d\theta}{dt}}$$ گشتاور میراکننده نوسانات

گالوانومتر: یک دستگاه اندازه‌گیری با سیم پیچ متحرک و آهنربای دائم و دارای تیغه‌ای انحرافی



۱- دارای میزان نوسانات خطی

۲- دارای حساسیت جریانی بسیار زیاد است.

حساسیت $(S_i = \frac{\theta}{I} >> 1)$

۳- گشتاور اینرسی این دستگاه غیر قابل اغماض است.

۴- اندازه گشتاور میراکننده نوسانات محدود است.

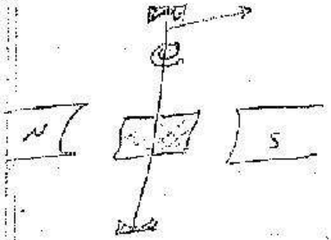
۵- دقت نمایش دستگاه خیلی کم (حدود ...) می‌باشد.

کاربرد دستگاه:

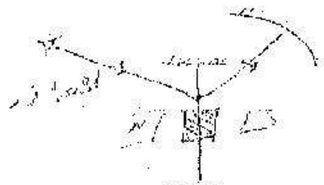
۱- اندازه‌گیری جریان های ~~[illegible]~~ خیلی کم.
۲- اندازه‌گیری ولتاژهای خیلی کم.
۳- تشخیص حالت تعادل در دستگاه های مقایسه ای.
* ۴- بررسی وضعیت دینامیکی دستگاه های انحرافی

انواع گالوانومترهای D:

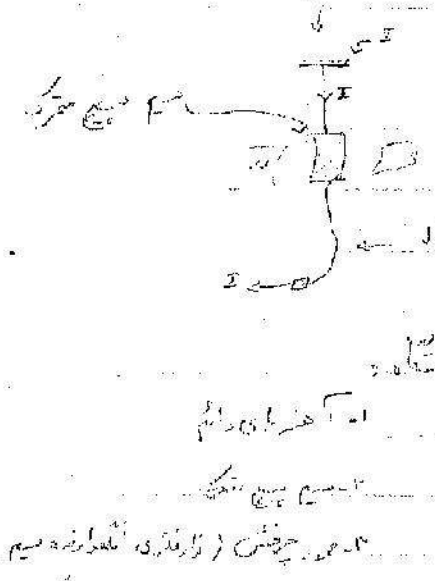
۱- گالوانومترهای تکیه‌ای
۲- گالوانومترهای آویزان.



۱- گالوانومترهای تکیه‌ای ← محور چرخش دستگاه بین دو نقطه ثابت قرار دارد.



۲- آویزان.
الف- آویزان کشیده ←
ب- آویزان آزاد

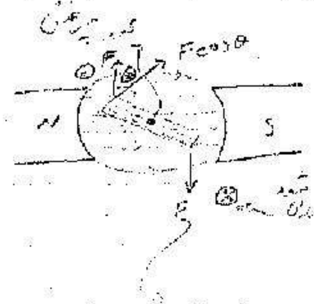


اجزای مهم دستگاه:

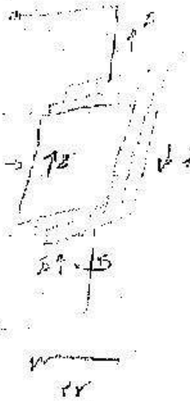
۱- آهنربای دائم
۲- سیم پیچ متحرک
۳- محور چرخش (از فنری اطراف سیم پیچ)
۴- فنرها (در دستگاه های تکیه‌ای)
۵- استوانه آهنی ثابت (جهت شعاعی کردن میدان مغناطیسی)
۶- قاب فلزی (جنس مس) جهت ایجاد گشتاور مستهلک کننده است
۷- عقربه یا آینه کوچک متصل به [illegible]

طرز کار دستگاه :

گشتاور محرک



جریان از سیم پیچ متحرک عبور می‌کند ←



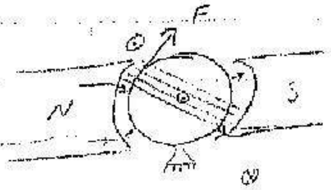
$F = nBlI$

اگر سیم پیچ [illegible] DC [illegible]

[illegible]

$\Rightarrow T_e = F \cdot 2r \cdot \cos\theta = nBsI\cos\theta$

[illegible] ([illegible])



$F = nBlI$

$\Rightarrow T_e = nBsI \Rightarrow \underbrace{T_e = K' \cdot I}$

گشتاور مقاوم :

$\Rightarrow T_r = C\theta$

$T_e = f(x)$
$T_r = f(\theta)$
$\xrightarrow{\text{تعادل}} T_r = T_e \Rightarrow C\theta = nBsI \Rightarrow I = \frac{C}{nBs}\theta$

$K = cte$

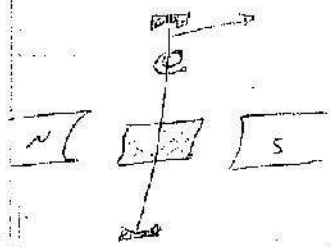
$(\theta = \theta_0)$ [illegible] $\Rightarrow \underbrace{I = K\theta}$

کاربرد دستگاه:

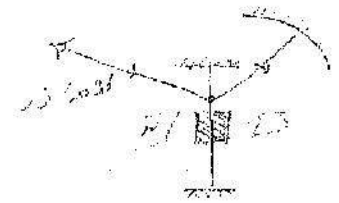
۱- اندازه‌گیری جریان های [illegible] خیلی کم.
۲- اندازه‌گیری ولتاژ های خیلی کم.
۳- تشخیص حالت تعادل در دستگاه های مقایسه ای.
* ۴- بررسی وضعیت دینامیکی دستگاه های اندازه.

انواع گالوانومترهای ∩:

۱- گالوانومترهای تکی
۲- گالوانومترهای آویزان.



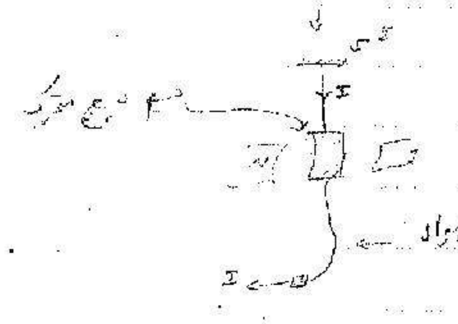
۱- گالوانومترهای تکی ـ محور چرخش دستگاه بین دو نقطه ثابت قرار دارد.



۲- آویزان

الف- آویزان کشیده ـ

ب- آویزان آزاد

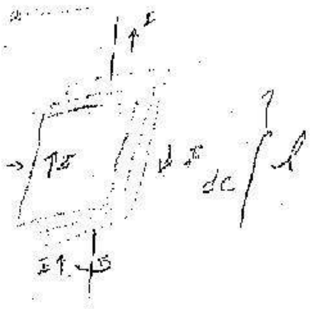


اجزای مهم دستگاه:

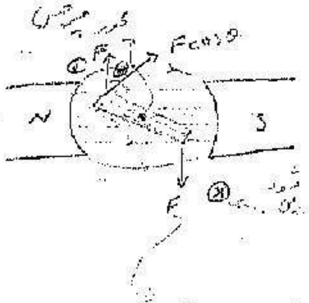
۱- آهنربای دائم
۲- سیم پیچ متحرک
۳- محور چرخش (و لولاهای نگهدارنده سیم پیچ)
۴- فنرها (در دستگاه های تکی)
۵- استوانه آهنی ثابت (جهت شعاعی کردن میدان مغناطیسی)
۶- ثابت [illegible] (جسب مدرج) جهت [illegible]
۷- [illegible]

طرز کار دستگاه :

گشتاور محرک



جریان در سیم پیچ [illegible] ←



$F = nBlI$

n تعداد دور سیم پیچ [illegible]

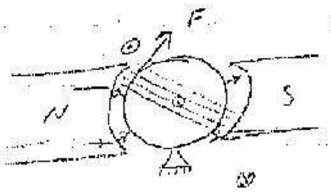
l طول [illegible]

اگر جریان [illegible] جهت حرکت [illegible] برای آن [illegible] DC [illegible]

که [illegible] از [illegible] استفاده [illegible]

$\Rightarrow T_e = F \cdot 2r \cdot \cos\theta = nBS\,I\cos\theta$

که اثر [illegible] (شعاعی) [illegible] (مغناطیسی [illegible])



یعنی θ حذف می شود

$F = nBlI$

$\Rightarrow T_e = nBSI \Rightarrow \underbrace{T_e = K' \cdot I}$ رابطه خطی

گشتاور مقاوم :

توسط دو فنر [illegible] که [illegible]

ضریب [illegible] فنر [illegible]

$\Rightarrow T_r = C\theta$

$$\left.\begin{array}{l} T_e = f(x) \\ T_r = f(\theta) \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تعادل}} T_r = T_e \Rightarrow C\theta = nBSI \Rightarrow I = \underbrace{\frac{C}{nBS}}_{k = cte}\theta$$

$(\theta = \theta_f)$ در حالت تعادل $\Rightarrow \underbrace{I = K\theta}$

* بررسی وضعیت دینامیکی:

گشتاورهای موجود در گالوانومتر تحت شرایط دینامیکی آن:

۱- گشتاور محرک $T_e = nBSi$ ، $\propto i$

۲- " مقاوم $T_r = c\theta$

۳- " میرا کننده نوسانات ناشی از اصطکاک هوا $T_a = f\frac{d\theta}{dt}$ ضریب اصطکاک نوسانات ناشی از اصطکاک هوا   سرعت

۴- " اینرسی $T_J = J\frac{d^2\theta}{dt^2}$ شتاب

۱،۲،۳ ـ مغناطیسی   ۴ ـ مکانیکی ، سیستم متحرک :

رابطه موجود در وضعیت دینامیکی دستگاه:

رابطه گشتاورها:

گشتاور مقاوم $c\theta$ وابسته به جرم سیستم متحرک $J\frac{d^2\theta}{dt^2}$

$$\underbrace{T_e}_{nBSi} = \underbrace{T_r + T_a}_{} + T_J$$

گشتاور محرک   گشتاور میرا کننده نوسانات ناشی از اصطکاک هوا

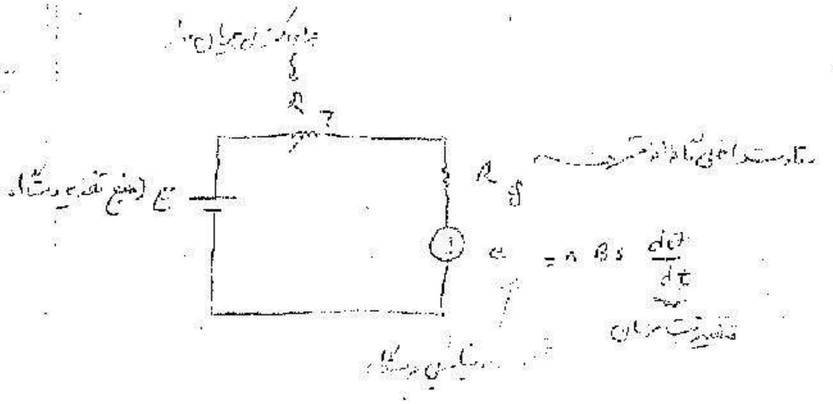
$f\frac{d\theta}{dt}$ ضریب اصطکاک نوسانات ناشی از اصطکاک هوا

گشتاور اینرسی

عامل ایجاد حرکت نوسانی
نشانگرها حول نقطه تعادل

بدست آوردن T_e :

مدار معادل الکترودینامیکی دستگاه:

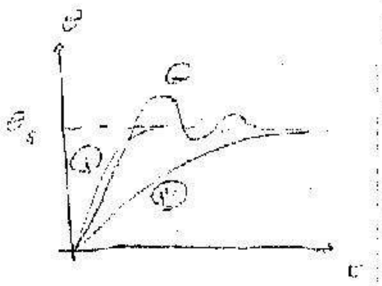

مقاومت بیرونی مدار
R
i
E (منبع تغذیه دستگاه)
R_g
مقاومت داخلی گالوانومتر
e
دینامیکی دستگاه

$e = nBS\frac{d\theta}{dt}$

تغییرات سرعت

$$i_s = \frac{E-e}{R+R_g} = \underline{\frac{E}{R+R_g}} - \frac{nBS}{R+R_g}\frac{d\theta}{dt}$$

I_s جریان دائم و انحراف ثابت θ_s



$$\Rightarrow \underline{nBS\left[I_s - \frac{nBS}{R+R_g}\cdot\frac{d\theta}{dt}\right]} = C\theta + F\frac{d\theta}{dt} + J\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

حالت پایدار $C\theta_s = nBS\, I_s$

ثابت دستگاه

$$I_s = k\theta_s \Rightarrow \underline{nBS = \frac{C}{k}}$$

$$\Longrightarrow J\frac{d^2\theta}{dt^2} + \underline{\left[F + \frac{C^2}{k^2(R+R_g)}\right]}\frac{d\theta}{dt} + C\theta = \frac{C}{k}I_s$$

ضریب میرایی ← A ضریب کوپل استهلاک نوسانات دستگاه

معادله عمومی حرکت دینامیکی دستگاه $\Longrightarrow \underline{J\frac{d^2\theta}{dt^2} + A\frac{d\theta}{dt} + C\theta = \frac{C}{k}I_s}$

* بررسی حالات دینامیکی یعنی استخراج پاسخهای معادله حرکت دینامیکی موجود:

الف - پاسخ خصوصی (وضعیت ایستا هنگامی که عقربه به سکون می‌رسد) ... انحراف ثابت دستگاه در حالت ماندگار

$$i = I_s \quad \theta = \theta_s \Rightarrow \begin{cases} \frac{d\theta}{dt} = 0 \\ \frac{d^2\theta}{dt^2} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow C\theta_s = \frac{C}{k}I_s \Rightarrow \theta_s = \frac{1}{k}\cdot I_s$$ پاسخ خصوصی

ب - پاسخ عمومی (در حالت گذرا transient)

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2} + A\frac{d\theta}{dt} + C\theta = 0 \Rightarrow \theta_t = m e^{pt}$$ — جواب پاسخ گذرا

$$\Rightarrow J m p^2 e^{pt} + p m A e^{pt} + C m e^{pt} = 0$$

$$\Rightarrow m e^{pt}\left[Jp^2 + Ap + C\right] = 0 \Rightarrow Jp^2 + Ap + C = 0$$

معادله مشخصه

$$p = \frac{-A \pm \sqrt{A^2 - 4JC}}{2J}$$

۱- $A^2 - 4JC > 0$ ⇐ دو پاسخ حقیقی : (فوق میرا) $\theta_t = m_1 e^{p_1 t} + m_2 e^{p_2 t}$

حالت های ممکن ۲- $A^2 - 4JC = 0$ ⇐ دو پاسخ مضاعف (میرای بحرانی) $\theta_t = m_1 e^{pt} + m_2 t e^{pt}$

۳- $A^2 - 4JC < 0$ ⇐ دو پاسخ موهومی : (حالت نوسانی یا زیر میرایی)

$$\theta_t = e^{-\alpha t}\left[m_1 e^{j\omega t} + m_2 e^{-j\omega t}\right]$$

$$\begin{cases} \alpha = \frac{A}{2J} \\ \omega = \sqrt{\frac{C}{J} - \alpha^2} \end{cases}$$

پاسخ کلی ⇐ $\theta = \theta_s + \theta_t$

* مطلوب ترین حالت، حالت میرای بحرانی است که دستگاه سریع به حالت پایدار خود می رسد.

تعریف پارامترهای اصلی گالوانومتر

۱- ضریب میرایی نسبی (h) : طبق تعریف $h = \frac{\alpha}{\sqrt{C/J}} = \alpha\sqrt{J/C}$

بدون دیمانسیون

α : ضریب میرایی C = ضریب سختی فنر

$h = 1$ ⇐ حالت میرای بحرانی

$h > 1$ ⇐ " فوق میرا

$h < 1$ ⇐ " نوسانی

۲- مقاومت میرای بحرانی (R_c) : مقاومتی که در حالت میرای بحرانی ($A^2 - 4JC = 0$)

حالت میرایی بحرانی : $R_c = R + R_g$

۳- ضریب کاهش استهلاک نوسانات در حالت میرایی بحرانی (k ، l) : A_c
بحرانی

$$A = f + \frac{c^2}{k^2(R+R_g)} \Rightarrow \underbrace{A_c = f + \frac{c^2}{k^2 R_c}}_{} = 2\sqrt{Jc}$$

$$A^2 - 4Jc = 0 \Rightarrow A = 2\sqrt{Jc}$$

* اگر f را نادیده بگیریم، [illegible] f در مقابل $\frac{c^2}{k^2 R_c}$ ناچیز است.

$$\Rightarrow R_c = \frac{c^2}{2k^2\sqrt{Jc}} = cte$$

$R_g + R = R_c \Rightarrow$ بحرانی

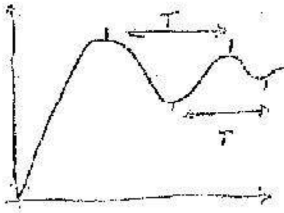
$R_g + R < R_c \Rightarrow$ فوق میرایی ([illegible])

$R_g + R > R_c \Rightarrow$ زیر میرایی

۴- زمان تناوب نوسانات دستگاه: زمان لازم برای یک سیکل کامل در وضعیت نوسانی

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{J} - a^2}$$

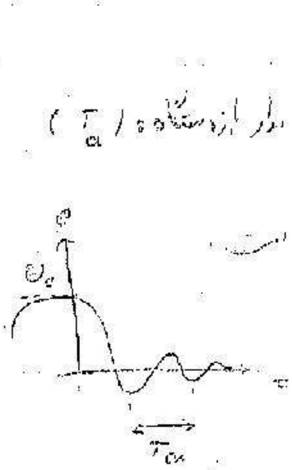


$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{c}{J}\left[1 - \left(\frac{R_c}{R+R_g}\right)^2\right]}}$$

۵- زمان تناوب نوسانات آزاد دستگاه (T_a)

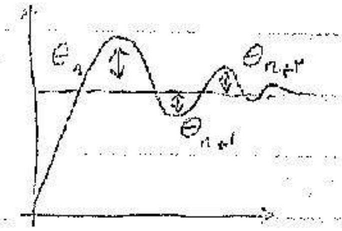
$$T_a = \frac{2\pi}{\sqrt{c/J}} = 2\pi\sqrt{J/c}$$

مدار باز $R+R_g$ بی نهایت است



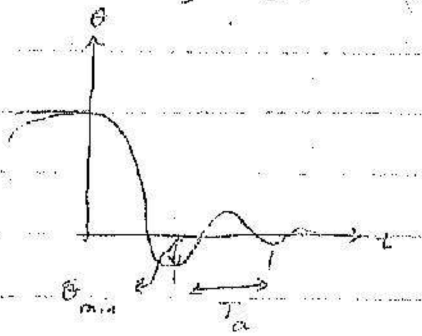
۲ـ تنزل لگاریتمی نوسانات دستگاه (نرخ کاهش نوسانات):

$\lambda = \ln \frac{\theta_n}{\theta_{n+1}}$ لگاریتم نسبت دامنه‌های دو نوسان پشت سر هم

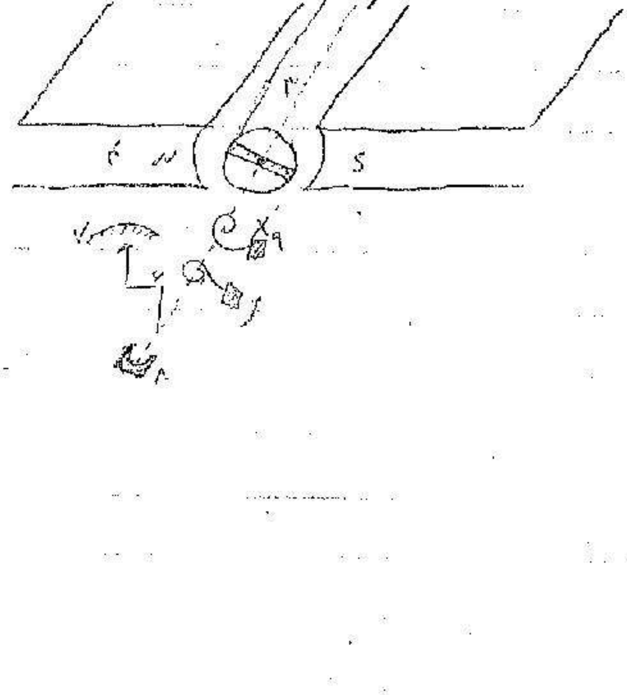


۳ـ تنزل لگاریتمی نوسانات مدار باز دستگاه:

$\lambda_{oa} = \ln \frac{\theta_s}{\theta_{min}}$



دستگاه اندازه‌گیری با سیم پیچ متحرک و آهن ربای دائم (۵)



سر یا آلومینیم
۱ـ سیم پیچ متحرک با شکاف چرخش
۲ـ استوانه آهنی ثابت
۳ـ شاسی چرخشی سه آلومینیم
۴ـ آهنربای دائم
۵ـ فنرهای مارپیچ
۶ـ عقربه سه آلومینیوم
۷ـ صفحه مدرج
۸ـ تکیه‌گاه محور چرخش
۹ـ ترمینال‌های ورودی X و X

نشان: گالوانومتر مکانیکی با حساسیت معمولی

استوانه آهنی به منظور شعاعی کردن میدان مغناطیسی و از جنس آهن نرم می باشد.

آهن ربای دائم: تأمین کننده میدان مغناطیسی با مقدار ثابت از جنس فولاد - کبالت (برای افزایش شار مغناطیسی)

فنر حلزونی: تأمین کننده گشتاور مقاوم از جنس فسفر برنز است.

هسته و سیم پیچ شکل دهنده میدان اطراف دستگاه است که یک مربع مستطیل

تکیه گاه: تأمین کننده پایداری قسمت متحرک

ترمینال های ورودی: مسیر ورود و خروج جریان الکتریکی

طرز کار دستگاه:

اساس حساسیت که از گشتاورهای ایجادی و متحرک کننده و ساختمان مغناطیسی تعیین می شود پس گشتاورهای اصلی عبارتند از:

۱- گشتاور محرک

ذرات چرخش — طول سیم پیچی

$T_e = nBSI \quad , S = p.d = 2rl$

۲- گشتاور مقاوم

$T_r = C\theta \longrightarrow$ ضریب فنر (C)

در وضعیت تعادل $\Rightarrow T_r = T_e$

$C\theta = nBSI \Rightarrow I = \frac{C}{nBS}\theta = k\theta \longrightarrow$ ثابت دستگاه

جریان dc

کاربرد دستگاه (۱):

۱- اندازه گیری جریان های dc بدون نیاز به کمک ساز (آمپرمتر)

$I = \frac{V}{R} \; , \; I = k\theta \Rightarrow V = Rk\theta \Rightarrow \theta = \frac{1}{Rk}V$

۲- اندازه گیری ولتاژهای dc بدون نیاز به کمک ساز (ولتمتر)

۳- اندازه گیری مقاومت های dc بدون نیاز به کمک ساز (اهم متر)

۴- اندازه گیری جریان های ac با استفاده از کمک ساز (آمپرمتر) $\quad$ if $V = cons$

۵- اندازه گیری ولتاژهای ac (ولتمتر) $\quad R = \frac{V}{I} = \frac{V}{k\theta}$

$R = f(\theta)$

۱ ←

درحدود میلی آمپر است ← رنج طبیعی دستگاه میزان جریان ۰ تا
ماکزیمم θ_m دستگاه میزان انحراف عقربه که

الف $I \leq I_m$

ب $I > I_m$

$\overset{mA}{I} = \overset{mA/rad}{k}\theta \to rad$

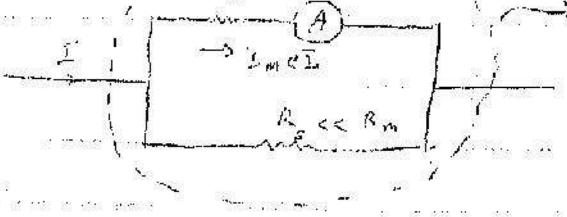
الف: دارای معانی کاربردی است . چون k ثابت I_m در جنبه‌ای کوچک است .

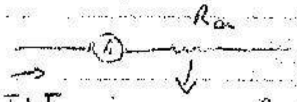
ب ـ افزایش رنج با استفاده از مقاومت شنت (موازی)

R_m
مقاومت داخلی دستگاه
A

$I_m \longrightarrow$ رنج دستگاه

۲ آمپرمتر تک رنج افزایش یافته





$$R_a = \frac{R_m R_s}{R_m + R_s}$$

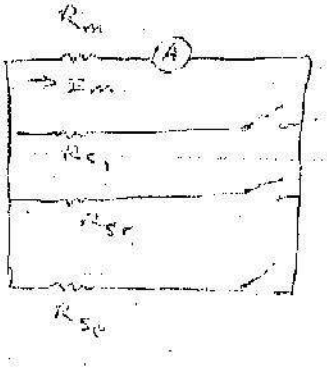
ضریب گسترش رنج دستگاه $n = \frac{I}{I_m} >>$

$$\Rightarrow \underbrace{R_s = \frac{R_m}{n-1}}, \quad \underbrace{R_a = \frac{R_m}{n}}$$

آمپرمتر چند رنجی (چند حوزه‌ای)

۱ـ مدار معمولی (برای هر رنج یک مقاومت موازی در نظر گرفته می‌شود)

۲ـ مدار پیشرفته (بر تعداد مقاومت‌های استفاده شده برابر تعداد رنج‌های دستگاه است که با هم به صورت اشتراکی مورد استفاده قرار می‌گیرند)



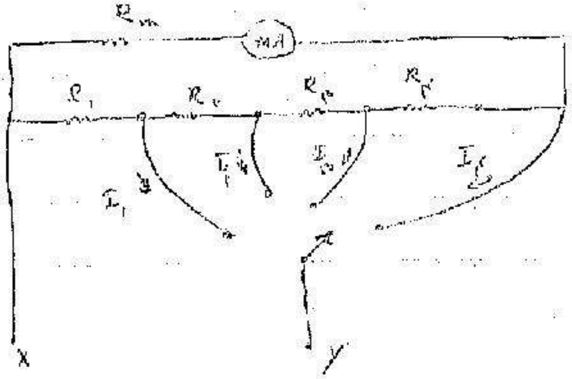
⇐ کلید های چند وضعیتی

$I_1 = n_1 I_m \Rightarrow n_1 = \frac{I_1}{I_m}$ $\qquad R_{s_1} = \frac{R_m}{n_1 - 1}$

$I_2 = n_2 I_m \Rightarrow n_2 = \frac{I_2}{I_m}$ $\qquad R_{s_2} = \frac{R_m}{n_2 - 1}$

$I_3 = n_3 I_m \Rightarrow n_3 = \frac{I_3}{I_m}$ $\qquad R_{s_3} = \frac{R_m}{n_3 - 1}$

روش پیشرفته :



حتماً ، $I_1 > I_2 > I_3 > I_4$

ضرایب گسترش داریم $\quad n_1 = \frac{I_1}{I_m} \quad n_2 = \frac{I_2}{I_m} \quad n_3 = \frac{I_3}{I_m}$

$n_4 = \frac{I_4}{I_m}$

$R_s = \frac{R_m}{n - 1}$

با فرض اینکه کلید سلکتور در حالت اول باشد

$n_1 > n_2 > n_3 > n_4$

وضعیت کلید → ① $\quad R_1 = \frac{R_m + R_2 + R_3 + R_4}{n_1 - 1}$

② $\quad R_1 + R_2 = \frac{R_m + R_3 + R_4}{n_2 - 1}$

③ $\quad R_1 + R_2 + R_3 = \frac{R_m + R_4}{n_3 - 1}$

④ $\quad R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = \frac{R_m}{n_4 - 1}$

کاربرد دستگاه :

۱- اندازه‌گیری جریان‌های dc به عنوان آمپرمتر dc

۲- اندازه‌گیری ولتاژهای dc به عنوان ولتمتر dc

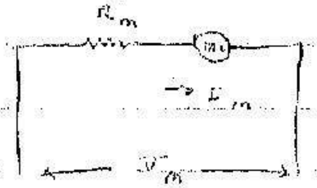
۳- اندازه‌گیری مقاومت‌های اهمی به عنوان اهم‌متر

۴- اندازه‌گیری جریان‌های ac با استفاده از یکسوسازها به عنوان آمپرمتر ac

۵- اندازه‌گیری ولتاژهای ac با استفاده از یکسوسازها به عنوان ولتمتر ac

۲ ←

مقاومت داخلی دستگاه (ولتمتر)

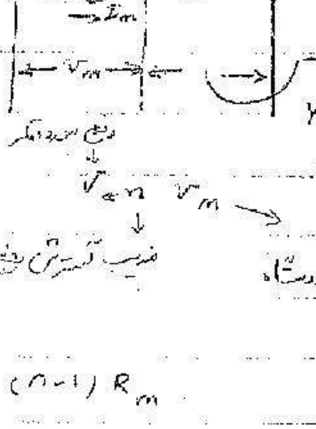


$$I = \frac{V}{R_m} \qquad I = k\theta \;\rightarrow\; V = \underbrace{k\,R_m}\,\theta \qquad V = k'\theta$$

$\Rightarrow$ (ولتمتر) $V_m = k'\theta$ <<

۵) گسترش رنج ولتمتر { — با استفاده از مقاومت سری شده با دستگاه $\underbrace{\quad}_{R_v}$
— [illegible]

مدار معادل :



$\rightarrow (V - V_m) = (n-1)V_m$

رنج مورد نظر
↓
$V = nV_m$
↓
ضریب گسترش رنج دستگاه

V_m → حداکثر ولتاژ قابل اندازه‌گیری توسط خود دستگاه

$$\Rightarrow \frac{V_m}{R_m} = \frac{(n-1)V_m}{R_v} \Rightarrow R_v = (n-1)R_m$$

[illegible]

* اگر رنج با اطراف دستگاه تغییر کرد (وقتی مقاومت x را روی دستگاه داریم) حساسیت دستگاه نیز تغییر می‌کند.

چند رنجی بودن یک دستگاه این است که با انتخاب رنج مناسب خطای دستگاه کمتر شود.

* هرچه مقدار اندازه‌گیری به ماکزیمم باشد خطای درصد، خطا کمتر است
نسبی

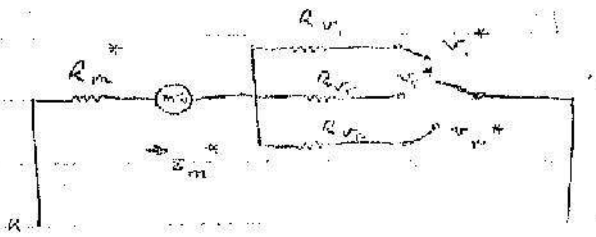
$\epsilon_x = \frac{\Delta A}{A}$

ولتمتر چند رنجی :

۱- با استفاده از مقاومت های سری مستقل

۲- با استفاده " " " مرتبط

اندازه مقاومت‌های سری یک ولتمتر ۳ رنجی
حالت اول را بدست آورید؟



R_m^*
R_{v_1}
R_{v_2}
R_{v_3}
V_1^*
V_2^*
V_3^*
I_m^*
x
y

⇐ اگر [illegible] باشد

$V_m = R_m I_m$ ✓

$n_1 = \frac{V_1}{V_m}$ ✓

$n_2 = \frac{V_2}{V_m}$ ✓

$n_3 = \frac{V_3}{V_m}$ ✓

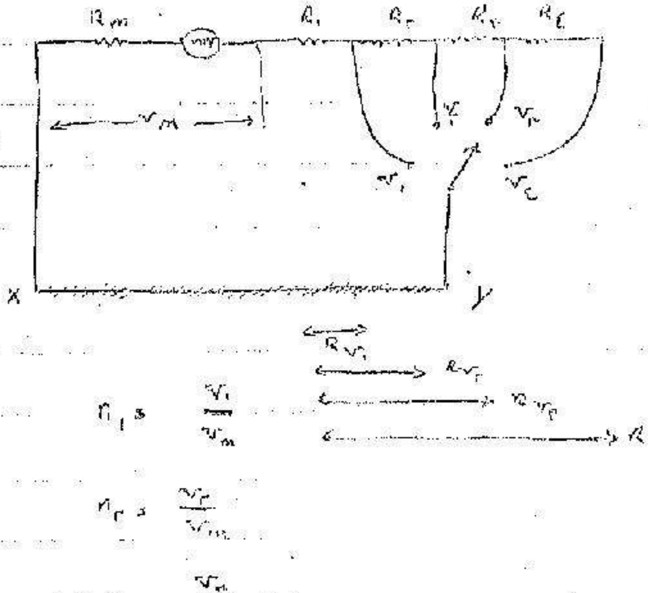
⇒

$R_{v_1} = (n_1 - 1) R_m$ ✓

$R_{v_2} = (n_2 - 1) R_m$ ✓

$R_{v_3} = (n_3 - 1) R_m$ ✓

حالت ۲ :



R_m
R_1
R_2
R_3
R_4
V_m
V_1
V_2
V_3
V_4
x
y
R_{v_1}
R_{v_2}
R_{v_3}
R_{v_4}

$n_1 = \frac{V_1}{V_m}$

$n_2 = \frac{V_2}{V_m}$

$n_3 = \frac{V_3}{V_m}$

$n_4 = \frac{V_4}{V_m}$

$R_1 = R_{v_1} = (n_1 - 1) R_m$

$R_2 = R_{v_2} - R_1 = (n_2 - 1) R_m - R_1$

$R_3 = R_{v_3} - (R_1 + R_2) = (n_3 - 1) R_m - (R_1 + R_2)$

$R_4 = R_{v_4} - (R_1 + R_2 + R_3) = (n_4 - 1) R_m - ($

۳ـ کاربرد دستگاه Ω بعنوان اهم‌متر

الف ـ اهم‌متر سری

ب ـ اهم‌متر موازی

اجزاء اهم‌متر:

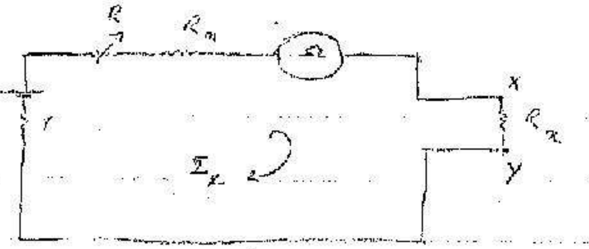
۱ـ دستگاه Ω

۲ـ منبع ولتاژ (باطری)

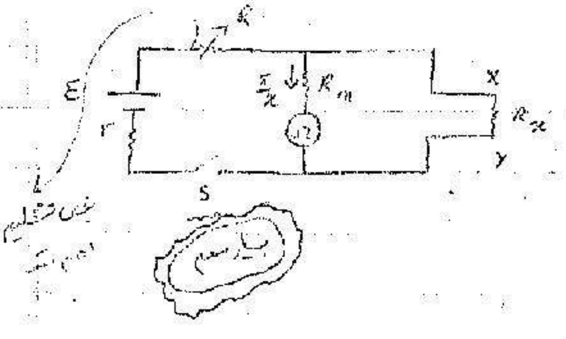
۳ـ مقاومت متغیر جهت تنظیم دستگاه (جبران اثر پیری باطری)

۴ـ کلید یا بست برای اهم‌متر موازی

اهم‌متر سری ـ کلیه اجزاء اهم‌متر با مقاومت مجهول اتصال سری دارند.



اهم‌متر موازی ـ دستگاه Ω با مقاومت مجهول موازی‌اند بجز منبع تغذیه و مقاومت متغیر که حلقه دیگر تشکیل می‌دهند



[illegible] تغییر [illegible] دستگاه [illegible]

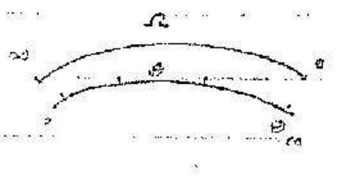
[illegible] جریان دستگاه [illegible]

ارتباط زاویه انحراف دستگاه با مقاومت مجهول؟

الف ـ اهم‌متر سری

$$I_x = \frac{E}{r+R+R_m+R_x}$$

$$r+R+R_m = R_S = \frac{E}{I_m} = cons$$



+ وقتی اتصال کوتاه شود با تغییر R [illegible]

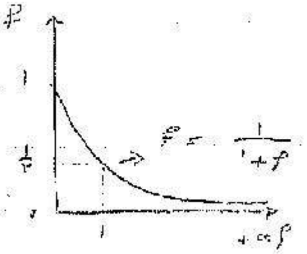
تا I حداکثر انحراف دستگاه را داشته باشد.

$R_x = 0 \Rightarrow I_x = I_m$

$R_x = \infty \Rightarrow I_x = 0$

$$I_x = \frac{E}{R_s + R_x} = \frac{\frac{E}{R_s}}{1 + \frac{R_x}{R_s}} = \frac{I_m}{1 + \frac{R_x}{R_s}} \Rightarrow \underbrace{\frac{I_x}{I_m}}_{f} = \frac{1}{1 + \underbrace{\frac{R_x}{R_s}}_{P}}$$

معادله منحنی اهم متر سری $\Rightarrow f = \frac{1}{1+P}$

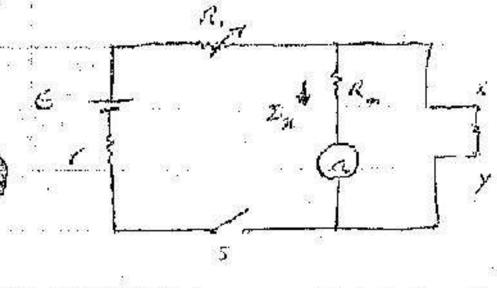


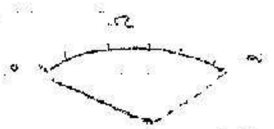
اهم متر موازی :

۱- از تمام زاویه انحراف اکثر مورد سنجش

۲- برای مقاومت‌های کم‌تر

کلمه موازی این است که وقتی از رسانا استفاده می‌کنیم با مدار موازی می‌شود ولی در سری موازی نیست چون روش استفاده نمی‌کنیم سایر بایت.





$0 \le R_x \le \infty$

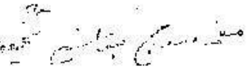
رنج تغییرات R_x

$R_x = 0 \Rightarrow I_x = 0 \Rightarrow \theta_x = 0$

$R_x = \infty \Rightarrow I_x = I_m \Rightarrow \theta_x = \theta_m$

* بنابراین صفحه مدرج اهم‌متر موازی عکس صفحه اهم‌متر سری است :

اهم‌متر سری →



$$I_m = \frac{E}{r + R + R_m} = \frac{E}{R_s}$$

مقاومت معادل (اهم‌متر موازی) $\Rightarrow$ خیلی کم $R_p = \frac{(r + R_1) \cdot R_m}{r + R_1 + R_m} \ll R_s$

$$\theta_x = \frac{1}{k} I_x \Rightarrow I_x = f(R_x) \Rightarrow I = \frac{E}{r+R_1+\frac{R_m R_x}{R_m+R_x}}$$

$$I_x = I \frac{R_x}{R_x+R_m} = \frac{E(R_m+R_x)}{(r+R_1)(R_m+R_x)+R_m R_x} \cdot \frac{R_x}{(R_m+R_x)}$$

$$I_x = \frac{E R_x}{(r+R_1)R_m+(r+R_1)R_x+R_m R_x} = \frac{E}{\frac{(r+R_1)R_m}{R_x}+r+R_1+R_m}$$

سوال: رابطهٔ فوق را اثبات کنید.

$$F = \frac{1}{1+\frac{1}{\rho}}$$

$$\Rightarrow I_x = \frac{\overbrace{\left(\frac{E}{r+R_1+R_m}\right)}^{I_m}}{1+\underbrace{\left(\frac{(r+R_1)R_m}{r+R_1+R_m}\right)}_{R_p}\Big/R_x} \Rightarrow I_x = \frac{I_m}{1+\frac{R_p}{R_x}}$$

I_m در دستگاه اندازه‌گیری مقدار ثابتی است یعنی مثلاً بازای یک میلی آمپر رنج دستگاه ماکزیمم است

R_p نیز مقدار ثابتی است ولی R_x مقدار متغیر می‌باشد.

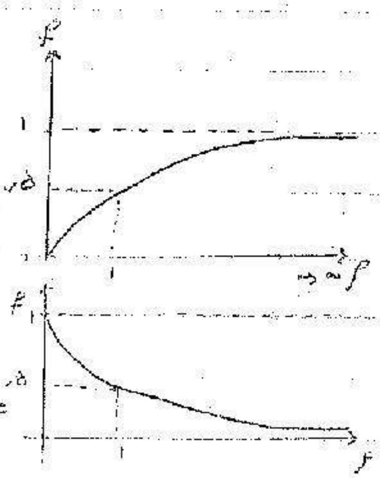
$$\Rightarrow \frac{I_x}{I_m} = \frac{1}{1+\frac{R_p}{R_x}} \qquad \text{فرض} \begin{cases} \frac{I_x}{I_m} = F & 0 \le F \le 1 \\ \frac{R_x}{R_p} = \rho & 0 \le \rho \le \infty \end{cases} \Rightarrow F = \frac{1}{1+\frac{1}{\rho}}$$

$$\rho = \frac{R_x}{R_p}$$

$$R_p = \frac{(r+R_1)R_m}{r+R_1+R_m}$$

$$\rho = \frac{R_x}{R_s}$$

$$R_s = r+R_1+R_m$$



فرمول بالا در حالت موازی دستگاه

← منحنی مشخصه اهم‌متر موازی

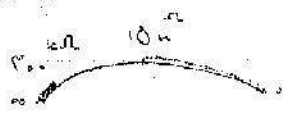
منحنی مشخصه اهم‌متر سری

بررسی اهم‌متر

- هرچه صفحه‌ی دستگاه بزرگ‌تر باشد دقت اندازه‌گیری دستگاه بیشتر می‌باشد.

- به علت تغییرات کم شیب منحنی [illegible] نشان می‌دهد این دو دستگاه برای اندازه‌گیری مقاومت‌های بزرگ مناسب نمی‌باشد.

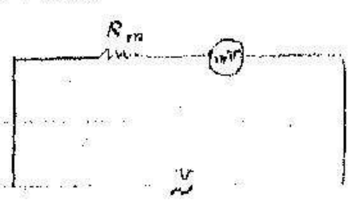
- ۵۰٪ صفحه‌ی مدرج اهم‌متر موازی مربوط است به R_p و در اهم‌متر سری مربوط است به R_s بنابراین اهم‌متر موازی نسبت به مقاومت‌های خیلی کوچک حساسیت زیادی دارد.



$R_p \ll R_s$

یعنی در اوایل صفحه‌ی مدرج در سری اهم‌متر کاربرد بیشتری دارد.

کاربرد دستگاه D برای اندازه‌گیری ولتاژ و جریان متناوب:



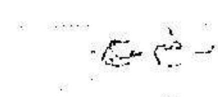
- ولتمتر ac
- آمپرمتر ac
- منحنی سینوسی نسبت به زمان [illegible] است $(T_e)_{ave}$ ... => $I_{ave} = 0$ =>
- 〃 〃 [illegible] 〃 〃 چپ

با توجه به اینکه زمان لازم برای حرکت دستگاه در حد ثانیه و زمان هر نیم سیکل در حد میلی ثانیه است تحت ولتاژ و جریان ac عقربه حول نقطه‌ی صفر کمی نوسان ضعیف دارد.

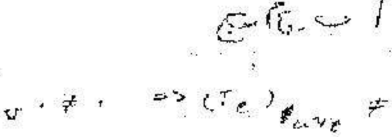
راهکار ممکن: یکسو کردن جریان ورودی دستگاه به صورت:
الف- نیم موج
ب- تمام موج

$\Rightarrow I_{ave} \neq 0 \Rightarrow (T_e)_{ave} \neq 0$

شکل موج یکسو شده:
الف- به صورت نیم موج
ب- به صورت تمام موج

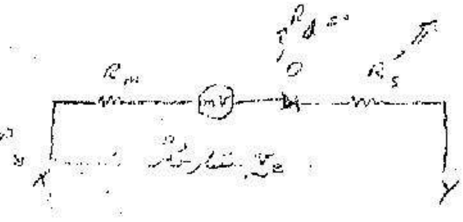


به ابزار صرف نیاز یک دیود است



〃 〃 ۲ یا ۴ دیود

مقاومت گسترش حوزه سنجش دستگاه



ولتمتر a.c.
آمپرمتر a.c.
با یکسوساز نیم موج

رنج نامی دستگاه V_m

رنج مورد نیاز دستگاه V_e
حداکثر شده

ضریب گسترش حوزه سنجش دستگاه $n = \frac{V_e}{V_m}$

در حالت نیم موج ⇒ $I_{ave} = \frac{I_{peak}}{\pi}$ $i = I_{peak} \sin \omega t \Rightarrow I_{av} = \frac{1}{T}\int_0^T i\,dt$

$V_{av} = I_{av}(R_m + R_s')$

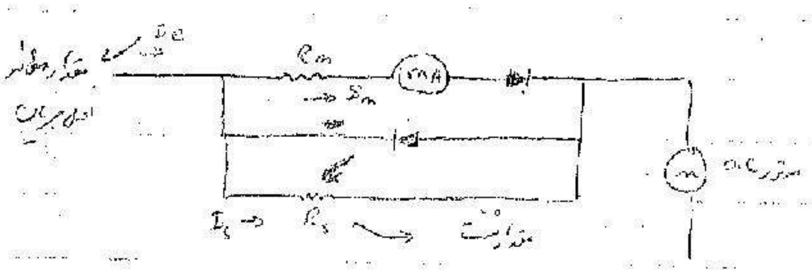
[illegible] $V_e \equiv V_m = \frac{V_{peak}}{\sqrt{2}}$ اگر منبع را از اول با ولتاژ اگر بدهیم دستگاه $\Rightarrow \frac{V_e}{V_{av}} = \frac{\frac{V_{peak}}{\sqrt{2}}}{\frac{V_{peak}}{\pi}} = 2.22$

مقدار مؤثر ولتاژ مورد اندازه گیری $V_e = 2.22\ V_{ave}$ ⇒ مقدار متوسط یکسو شده ولتاژ مورد اندازه گیری $\Rightarrow n' = \frac{V_{ave}}{V_m} = \frac{\frac{V_e}{2.22}}{V_m} = \frac{n}{2.22}$
رنج نامی دستگاه

$$\Rightarrow \begin{cases} R_s' = (n'-1)R_m & \text{با دیود ایده آل} \\ R_s' = (n'-1)R_m - R_d \end{cases}$$

R_d → مقاومت دیود واقعی در bias مستقیم

آمپرمتر a.c.



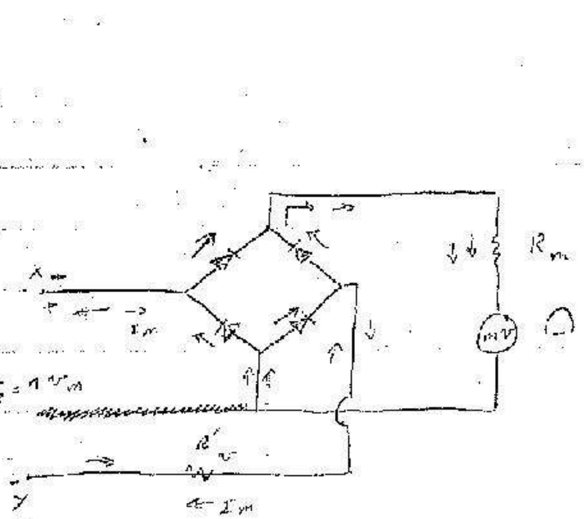
مقدار مؤثر جریان اصلی $I_e = \frac{I_{peak}}{\sqrt{2}}$

مقدار متوسط جریان اصلی $I_{ave} = \frac{I_{peak}}{\pi}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{I_e}{I_m} = n \\ \frac{I_{ave}}{I_m} = n' \end{cases} \Rightarrow n' = \frac{n}{2.22} \Rightarrow \begin{cases} R_s' = \frac{R_m}{n'-1} & \text{دیود ایده آل} \\ R_s' = \frac{R_m + R_d}{n'-1} & \text{دیود غیر ایده آل} \end{cases}$$

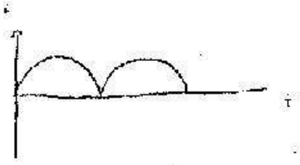
ولتمتر ac با یکسوساز تمام موج :

آمپرمتر [illegible]



[illegible]

$V = V_e = n V_m$

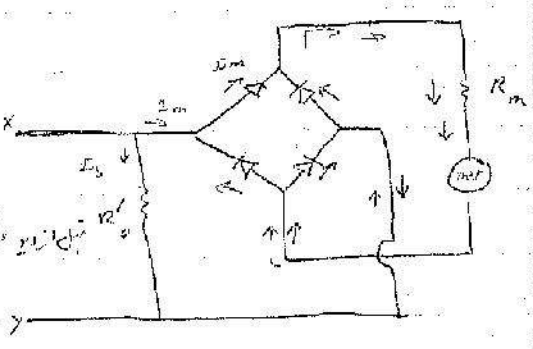


[illegible]

$$\begin{cases} v_{av} = \dfrac{2 v_{peak}}{\pi} \\ v_e = \dfrac{v_{peak}}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow v_e = 1.11\, v_{av} \Rightarrow \begin{cases} v_{av} = n' v_m \\ n' = \dfrac{n}{1.11} \end{cases} \Rightarrow R'_v = (n'-1) R_m - 2R_d$$

آمپرمتر [illegible]

$I = I_e = n I_m$



[illegible]

$$R'_s = \frac{R_m + 2R_d}{n' - 1}$$

روش خنثی کردن تأثیرات دما :

بر عملکرد دستگاه Ω :

الف - حالت آمپرمتری که [illegible] دستگاه :

$nBSI = C\theta$

$$\begin{cases} \theta = \dfrac{nBS}{C} \cdot I \\ \theta_t = \dfrac{N_t \cdot B_t \cdot S_t}{C_t} \cdot I_t \end{cases} \Rightarrow \Delta\theta = \theta_t - \theta$$

انحراف در دمای [illegible]

خطای [illegible]

اثرات دما [illegible] :

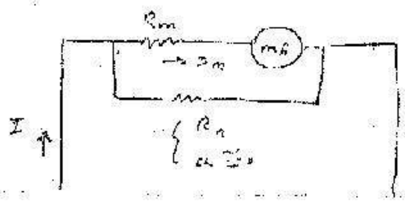
$$\begin{cases} B_t = (1 - \beta \Delta T) B \\ C_t = (1 - \delta \Delta T) C \\ S_t = S \cong const \\ R_{m_t} = (1 + \alpha \Delta T) R_m \end{cases} \Rightarrow$$

[illegible]

جبران خطای ناشی از تغییر دما :

الف ـ حالت آمپرمتری :

قراردادن یک مقاومت شنت R_n با ضریب افزایش حرارتی تقریباً صفر به صورت موازی با دستگاه



$$I = \text{const} \Rightarrow \Delta\theta = 0 \Rightarrow R_n = ?$$

$$\begin{cases} I_m = I\,\dfrac{R_n}{R_m+R_n} \\ I_{m_t} = I\,\dfrac{R_n}{R_n+R_{m_t}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \theta = \dfrac{nBS}{C}\,I_m = \dfrac{nBS}{C}\cdot\dfrac{R_n}{R_m+R_n}\cdot I \\ \theta_t = \dfrac{n\,B_t\,S}{C_T}\,I_{m_t} \end{cases}$$

$$= \frac{nB(1-\beta\Delta T)S}{C(1-\delta\Delta T)}\cdot\frac{R_n}{R_n+R_m(1+\alpha\Delta T)}\cdot I$$

$$\Delta\theta = 0 \Rightarrow \theta = \theta_t$$

$$\Rightarrow \frac{nBS}{C}\cdot\frac{R_n}{R_n+R_m}\cdot I = \frac{nB(1-\beta\Delta T)S}{C(1-\delta\Delta T)}\cdot\frac{R_n}{[R_n+R_m(1+\alpha\Delta T)]}\cdot I$$

$$\Rightarrow (R_n+R_m)(1-\beta\Delta T) = (1-\delta\Delta T)[R_n+R_m(1+\alpha\Delta T)] \qquad (\alpha\delta \ll)$$

$$R_n - R_n\beta\Delta T + R_m - R_m\beta\Delta T = R_n + R_m + R_m\alpha\Delta T - R_n\delta\Delta T - R_m\delta\Delta T - \cancel{R_m\alpha\delta\Delta T}$$

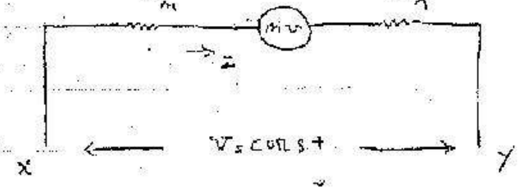
$$\Rightarrow R_n = \left(\frac{\alpha}{\delta-\beta} - 1\right)R_m \qquad \xrightarrow{\text{Manganin}} \frac{\alpha}{\delta-\beta} = 1 \Rightarrow R_n =$$

$$\delta > \beta$$

یعنی اصلاً مقاومت منگانین نیازی استفاده نکنیم

ب ـ حالت ولتمتری :

قراردادن یک مقاومت شنت R_n با ضریب افزایش حرارتی تقریباً صفر به صورت سری با دستگاه



به ازای ولتاژ ثابت روی دو سر انحراف دستگاه ثابت باشد

$$\theta = \frac{nBS}{C} \cdot I = \frac{nBS}{C} \cdot \frac{V}{R_m + R_n}$$

$$\theta_t = \frac{n \cdot B_t \cdot S}{C_t} \cdot I_t = \frac{nB(1-\beta\Delta T)}{C(1-\delta\Delta T)} \cdot \frac{V}{[R_n + R_m(1+\alpha\Delta T)]}$$

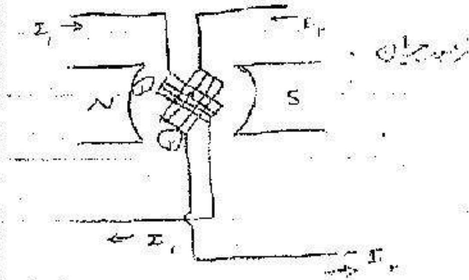
$$\Delta\theta = 0 \Rightarrow \theta = \theta_t \Rightarrow$$

$$R_n = \left(\frac{\alpha}{\delta - \beta} - 1\right) R_m$$

$$\xrightarrow{\text{حالت ایده‌آل}} \frac{\alpha}{\delta - \beta} = 1 \rightarrow R_n = 0$$

دستگاه اندازه‌گیری با دو سیم پیچ متحرک و آهنربای دائم (X) :
(دستگاه نسبت سنج)

تفاوت دستگاه با دستگاه معمولی ← وجود دو سیم پیچ با مدارهای الکتریکی جدا که به صورت مکانیکی به هم متصل می‌باشند.

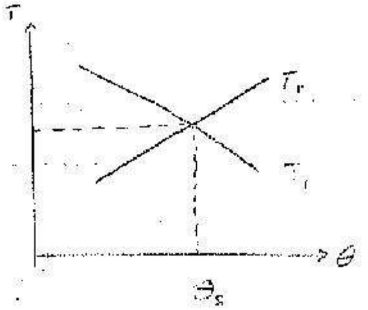


گشتاور حاصل از عبور جریان I_1 از سیم پیچ اول

$$\begin{cases} T_1 = N_1 B_1 S_1 I_1 = N_1 I_1 S_1 f_1(\theta) \\ B_1 = f_1(\theta) \end{cases}$$

میدان غیر یکنواخت است ←

$$\begin{cases} T_2 = N_2 B_2 S_2 I_2 = N_2 I_2 S_2 f_2(\theta) \\ B_2 = f_2(\theta) \end{cases}$$



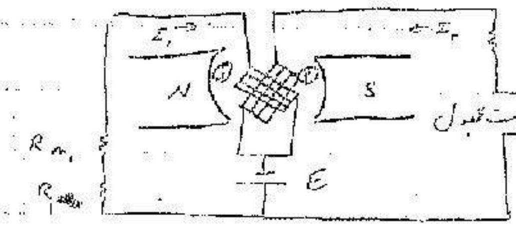
$T_1 = T_2$ (تعادل) ← در حالت پایدار دو گشتاور مکانیکی (انحراف عقربه)

فرض k=1

$$N_1 S_1 I_1 f_1(\theta) = N_2 S_2 I_2 f_2(\theta)$$

$$\Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{N_2 S_2}{N_1 S_1}\right) \frac{f_2(\theta)}{f_1(\theta)} = f(\theta)$$

$\Rightarrow \theta = f\left(\frac{I_1}{I_2}\right)$ ← دستگاه نسبت سنج

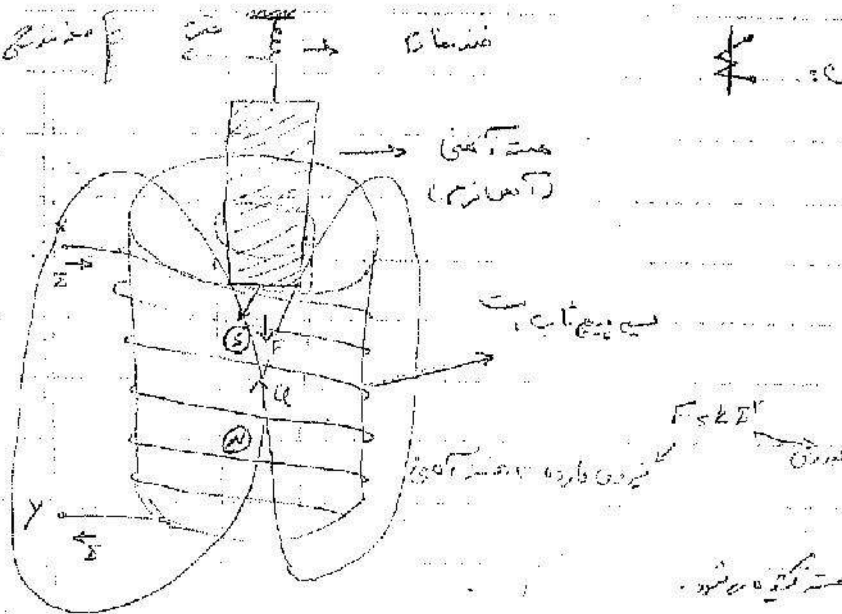

I_1
I_2
R_{m_2}
N
S
θ
R_x
R_{m_1}
R_1
E

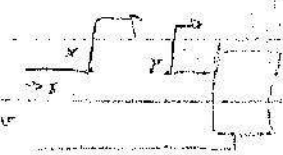
$$\begin{cases} I_1 = \dfrac{E}{R_{m_1}+R_1} \\ I_2 = \dfrac{E}{R_{m_2}+R_x} \end{cases} \Rightarrow \theta = f\left(\frac{\frac{E}{R_1+R_{m_1}}}{\frac{E}{R_x+R_{m_2}}}\right)$$

$$\Rightarrow \theta = f\left(\frac{R_{m_2}+R_x}{R_{m_1}+R_1}\right) \Rightarrow \theta \equiv R_x$$

اهم متر با درجه بندی لگاریتمی برای مقاومت های در رنج عالی که خیلی زیاد هستند؟ میگر (megger)

دستگاه اندازه گیری با آهن نرم گردان :


فنرها
هسته آهنی
(آهن نرم)
سیم پیچ ثابت
S
N
F
I
X
Y



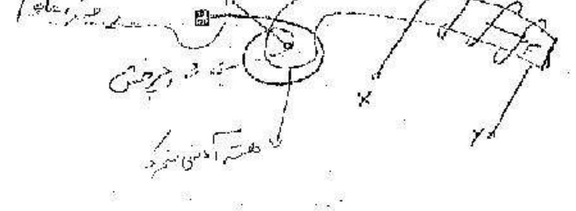
$F = kI^2$ ← متناسب با مجذور جریان عبوری از سیم پیچ

نیروی وارده به هسته آهنی

با به وجود آمدن قطب S و N هسته کشیده می‌شود.

اگر جریان متناوب باشد نیرو شکل عوض نمی‌کند S و N هم عوض می‌شود بنابراین باز هم آهن حرکت می‌کند.

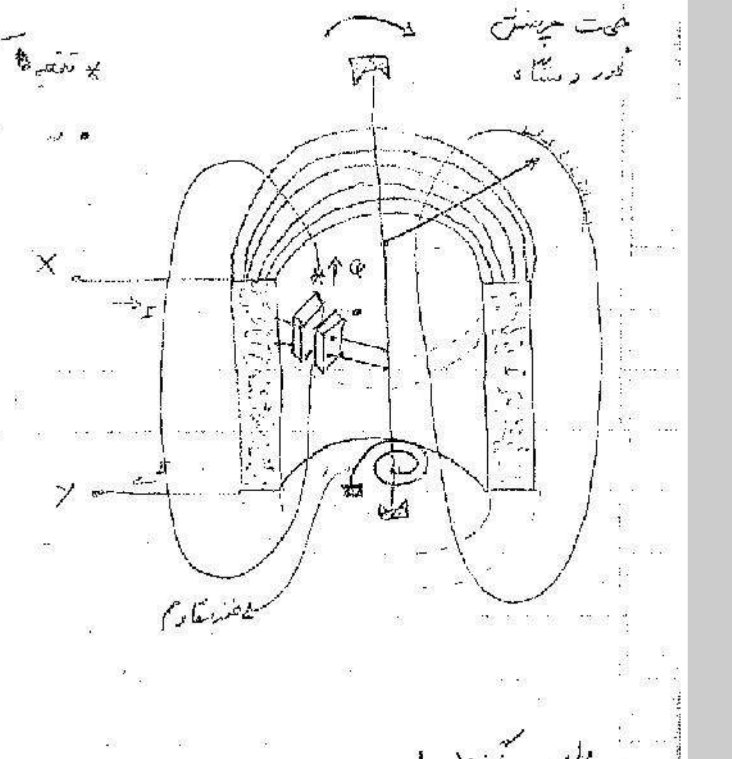
برای به وجود آوردن حرکت دورانی در عقربه ←


عقربه
هسته آهنی متحرک
X
Y

هر سه این عناصر هم اتصال فنری دارند

* تیغه آهنی ثابت (متصل به بدنه) [illegible] (ثابت) ← دو تیغه آهنی مغناطیسی (دو قطب)
« « متحرک « « محور چرخش (متحرک)

دو تیغه یکدیگر را دفع کنند و باعث چرخش محور دستگاه می‌شوند.



محاسبه گشتاورها :

الف - گشتاور مقاوم : $T_r = c\theta$

ب - گشتاور محرک : $T_e = \frac{dW}{d\theta}$ ← انرژی ذخیره شده در سیم‌پیچ W

تعریف کلی

$\frac{dW}{d\theta}$ تغییرات انرژی ذخیره شده در سیم‌پیچ به تغییر زاویه انحراف

$L = f(\theta)$ ضریب خودالقایی سیم‌پیچ $\neq const$ (متغیر است)

اگر جریان ورودی را مستقل از زاویه در نظر بگیریم ← صفر می‌شود

$$W = \frac{1}{2} L I^2 \Rightarrow \frac{d(W)}{d\theta} = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{d\theta} + \frac{1}{2} L \frac{d}{d\theta}(I^2)$$

$$\Rightarrow T_e = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{d\theta}$$

در حالت تعادل

$$\begin{cases} T_e = T_r \\ \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{d\theta} = c\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{فرض میکنیم} \\ \frac{dL}{d\theta} = const. \end{cases} \Rightarrow \theta = k I^2$$

* در این رابطه I مقدار موثر جریان می‌باشد.

حل تمرین

۱- چنانچه از دستگاهی که روی آن ۲۵ درجه تقسیم شده به عنوان واتمتر استفاده شود و رنج آن ۱۵۰ (وات) باشد، اندازه گیری ۳۰ w با این دستگاه چه خطایی دارد؟

۲/۵ : [illegible]

$$\frac{2.5}{100} = \frac{x}{150} \Rightarrow x = 3.75\,W = \Delta P$$

$$\%\varepsilon_p = \frac{3.75}{30} \times 100 = 12.5\,\%$$

انحراف مناسب برای اندازه گیری توان توسط دستگاه مذبور برای که خطای اندازه گیری ۵% باشد چقدر است؟

ΔP ثابت است:

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta P}{P_x} \Rightarrow \frac{5}{100} = \frac{3.75}{P_x} \Rightarrow P_x = 75\,[W]$$

اگر P_x بین ۷۵ و ۱۵۰ هر چه باشد خطای اندازه گیری از ۵ کمتر است.

۳- عقربه در یک آمپرمتر ... جریان ... متناسب می باشد. به ازای جریان ۵ A به میزان ۸۰° منحرف می شود. دستگاه به ازای جریان ۴ A انحرافش چقدر است؟

$T_e = kI$

$$\begin{cases} 5\,A \\ 80^\circ \end{cases} \qquad \begin{cases} 4\,A \\ \theta_m = ? \end{cases}$$

$$T_r = k'\sin\theta$$
$$kI = k'\sin\theta \Rightarrow \frac{T_e}{T_r} = \frac{5k}{k'\sin 80^\circ} = \frac{4k}{k'\sin\theta_x}$$

$$\Rightarrow \theta_x = 52.06^\circ \xrightarrow{\times\frac{\pi}{180}} 0.92\,[Rad]$$

۴- یک گالوانومتر با مشخصات زیر در دست است.

$B = 0.1\ Wb/m^2$, $N = 400$, $l = 40\,mm$, $d = 20\,mm$, $C = 1\times10^{-6}\ N.m/rad$

$J = 5\times10^{-8}\ kg\,m^2$, $A = 5\times10^{-8}\ \frac{N.m}{rad\,s^{-1}}$, $R_g = 100\,\Omega$, $I_m = 1\,mA$

مطلوب است محاسبه:

۱- انحراف ماکزیمم دستگاه ۲- حساسیت جریانی دستگاه ۳- مقاومت بحرانی دستگاه ۴- ضریب ... استهلاک نوسانات دستگاه در حالت میرایی بحرانی.

انحراف ماکزیمم $\Leftarrow T_e = T_r \Rightarrow NBI\,dl = C\theta_m \Rightarrow \theta_m = 1.5\times10^{-4}\,[rad]$

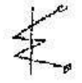
$8.6\times10^{-3}\,[degree]$

حساسیت جریانی : $S_i = \frac{\theta}{I} = \frac{1/5 \times 10^{-2}}{10^{-4}} = 150 \left[\frac{rad}{A}\right]$

$\Delta = A_c^2 - 4JC = 0 \Rightarrow A_c = 2\sqrt{JC} = 4/9 \times 10^{-6}$

$A_c \approx A_f + \frac{c^2}{k^2 R_c} \Rightarrow R_c = \frac{c^2}{k^2 A_c}$, $k = \frac{1}{S_i} \Rightarrow R_c = \frac{c^2 S_i^2}{A_c} = 0/44\ [\Omega]$

کاربرد دستگاه :



اندازه‌گیری جریان های dc و ac به عنوان آمپرمتر

ولتمتر — ولتاژهای —

$\theta = kI^2$

با [illegible] تغییر دستگاه

جریان غیر سینوسی [illegible]

صورت ثابت

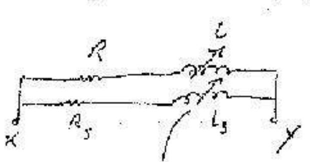
به صورت [illegible] $k = \frac{\frac{1}{2}\frac{dL}{d\theta}}{C} = \frac{\left(\frac{dL}{d\theta}\right)}{2C}$

۱ـ

الف ـ در رنج جریان های کمتر از حدود ۰/۱ A بدون نیاز به گسترش حوزه سنجش

ب ـ رنج های خیلی زیاد با گسترش حوزه سنجش دستگاه از طریق ؟

مدار معادل دستگاه



I_m : جریان ماکزیمم دستگاه

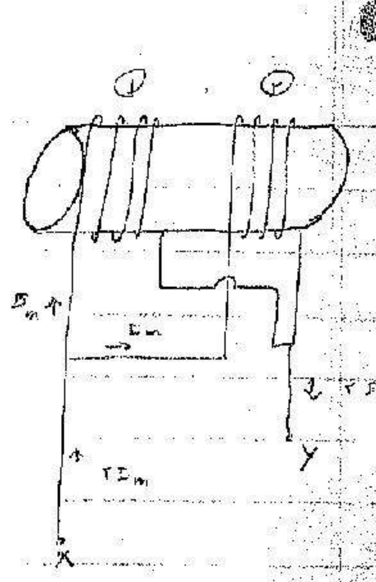
$I = nI_m$ جریان مورد نظر

L چگونه ؟

تقسیم جریان [illegible] به نسبت [illegible]

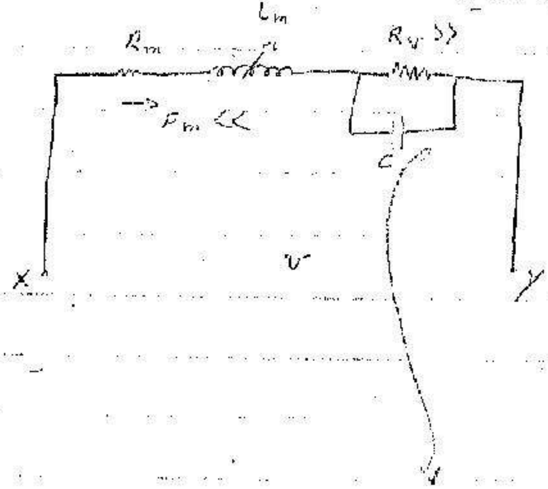
$\begin{cases} Z = Z_s \\ \frac{R_m}{L_m} = \frac{R_s}{L_s} \end{cases}$

ثابت زمانی [illegible]



۲ـ

با استفاده از یک مقاومت اهمی با رنج بالا زیر



$\theta = kI^2 \Rightarrow \theta_m = kI_m^2$

$V_x = Z I_m \Rightarrow Z = \sqrt{(R_m+R_v)^2+(L\omega)^2}$

$R_m+R_v >> L\omega \Rightarrow Z \cong R_L+R_v$

$\begin{cases} \omega = 2\pi f = const \\ Z = const \Rightarrow \theta = k\left(\frac{V}{Z}\right)^2 \Rightarrow \theta = \frac{k}{Z^2}\cdot V^2 \Rightarrow \theta = k'V^2 \end{cases}$

سؤال : خطای ناشی از تغییر فرکانس در حالت ولتمتر چگونه حذف می‌شود ؟

خازن است که می‌شود تغییرات فرکانس را از بین ببرد .

$\underbrace{C = \frac{L_m}{R_v^2}}$ ← !!! ثابت شده [illegible]

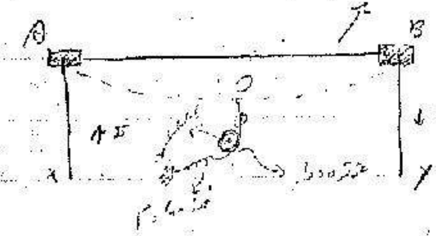
دستگاه اندازه‌گیری حرارتی :

⇓

اصول عملکرد این دستگاه :

مبتنی بر اثر گرمای الکتریکی حرارتی می‌باشد .

انواع دستگاه‌های حرارتی :
۱ـ دستگاه سیم حرارتی
۲ـ 〃 〃 ترموکوپل
۳ـ 〃 〃 بی‌متالی



گرمای تولید شده

ضریب گرمای ویژه

$Q = kRI^2t = mc\Delta T = mc(T_2 - T_1)$

زمان عبور جریان از سیم [illegible]

[illegible]

$\overline{AB}$: طول سیم در دمای (T_1) : l_1

$\overline{AO'B}$: (T_2) در دمای " " : l_2

$$\begin{cases} kRI^2t = mc\Delta T & ① \\ l_2 - l_1 = \Delta l = l_1\alpha\Delta T & ② \end{cases}$$

ضریب انبساط طولی سیم فلزی

در مثلث قائم الزاویه $AO'O$: $AO = \frac{1}{2}l_1$

$\Delta l = \frac{1}{2}\sqrt{l_2^2 - l_1^2} = OO'$

$OO' = r\theta$

شعاع قرقره

زاویه چرخش عقربه برحسب rad

$\Rightarrow r\theta = \underset{\text{ثابت}}{k'\Delta l}$

اگر Δl کوچک

از رابطه ② و ①

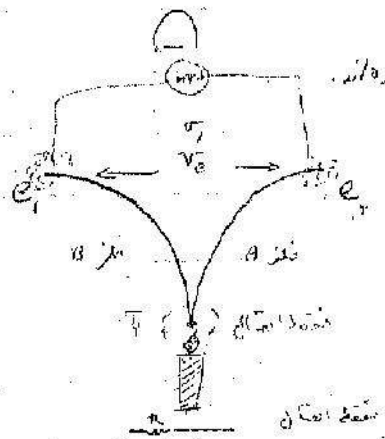
$$\left\{ \Delta T = \frac{kRI^2t}{mc} = \frac{\Delta l}{l_1\alpha} = \frac{r\theta}{k'l_1\alpha} \Rightarrow \theta = \frac{k'l_1\alpha \cdot kRI^2t}{mcr} = aI^2 \right.$$

زاویه انحراف عقربه دستگاه با مجذور جریان عبوری از آن متناسب است $\Rightarrow \theta = aI^2$

$\theta = aI^2 \; F(\Delta l)$

دستگاه ترموکوپل :

ترموکوپل : دو سیم از دو فلز متفاوت که در یک نقطه به هم متصل شده‌اند.



$\Rightarrow e_1 \neq e_2 \Rightarrow V_{Te} \neq 0$

برحسب ولت

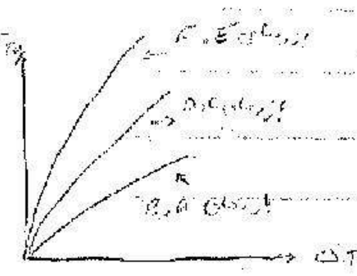
اختلاف پتانسیل تولید شده بین دو سر آزاد ترموکوپل

T_2 = دمای نقطه اتصال

T_1 = دمای محیط

$\Rightarrow T_2 - T_1 \neq 0 \Rightarrow V_{Te} \neq 0$

$V_{Te} = f$ (عامل وجنس ازدیاد اختلاف دما) ثابت $\Rightarrow V_{Te} = k f(\Delta T)$



$Q = k R I^2 t = m c \Delta T$

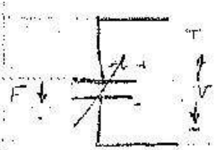
$\Delta T = k' I^2$

$\Rightarrow V_{Te} = k f(\Delta T) = k_1 f(k' I^2)$

دماتر نیرو کلی با جریان متغیر جاری (مقاومت R) مناسب است

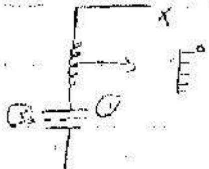
دستگاه اندازه گیری الکترواستاتیکی :

اساس کار دستگاه مبتنی بر ایجاد نیروی الکترواستاتیکی در یک خازن متغیر باشد.



$F = k \frac{Q^2}{d^2}$
$\downarrow$
نیرو متناسب با اندازه صفحات را جابجا می‌کند

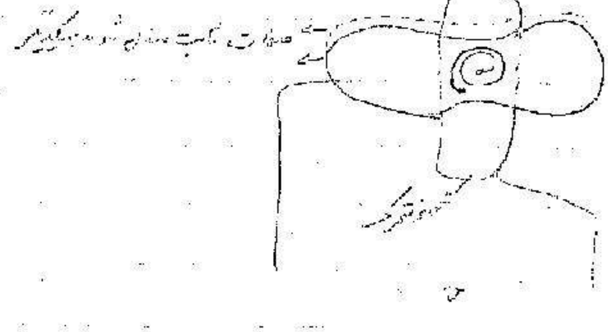
صفحه‌ی متحرک (جوشن A)
" " ثابت (" " B)

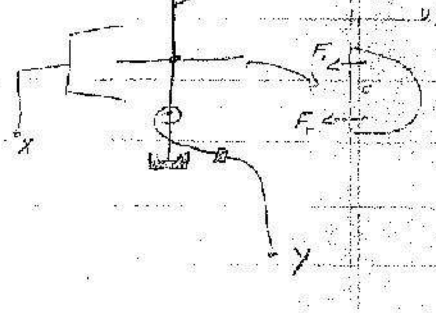


① ترمینال صفر متحرک متصل به ابتدای دستگاه

② " " " " انتهای " "

$Q = CV \rightarrow$ هرگاه ولتاژ تغییر کند Q تغییر کرده و C تغییر کرده و F تغییر می‌کند





دستگاه نوع تحت ولتاژ های AC و DC جواب می‌دهد.

دارای گشتاورها :

الف- گشتاور مقاوم : $T_r = \overset{\text{ضریب ثابت فنر مقاوم}}{c}\,\theta$

ب- گشتاور محرک : $T_e = \frac{dw}{d\theta}$

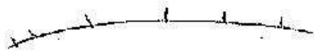
w: انرژی ذخیره شده در دستگاه

$\Rightarrow w = \frac{1}{2} c_m \underbrace{v^2}_{\text{مقدار موثر ولتاژ اعمال شده به دستگاه (ثابت)}}$, $c_m = f(\theta)$ متغیر

$$\Rightarrow T_e = \frac{1}{2} v^2 \frac{dc_m}{d\theta}$$

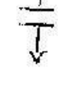
در حالت تعادل : $T_r = T_e \Rightarrow c\theta = \frac{1}{2} v^2 \frac{dc_m}{d\theta} \xrightarrow{\text{فرض می‌کنیم}} \frac{dc_m}{d\theta} = k_1 = const$

$$\Rightarrow \theta = \underbrace{k}_{\text{ضریب ثابت}} v^2$$



(درجه بندی غیرخطی است)

کاربرد دستگاه :



۱- اندازه‌گیری ولتاژ از DC و ac به عنوان ولتمتر

X ۲- " " بار الکتریکی (Q) به عنوان کولمب‌متر

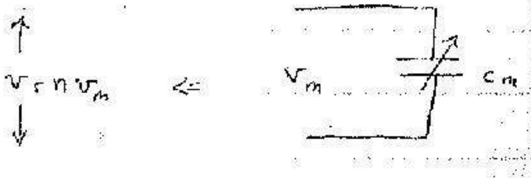
۱- مزایا و معایب ولتمتر الکترواستاتیکی ؟

۲- گسترش حوزه سنجش ولتمتر الکترواستاتیکی ؟

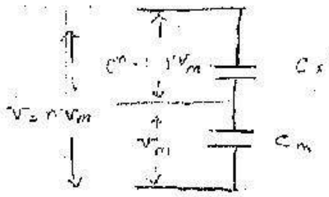
گسترش حوزه سنجش ولتمتر الکترواستاتیکی :

الف - استفاده از یک خازن سری

ب - استفاده از دو خازن سری و موازی



$$\theta_m = k V_m^2$$



$$\Rightarrow (n-1)\ V_m = V_m C_m \Rightarrow C = \frac{C_m}{n-1}$$

اشکالات موجود :

۱- متغیر بودن خازن C_m باعث مشکل جدی می باشد.

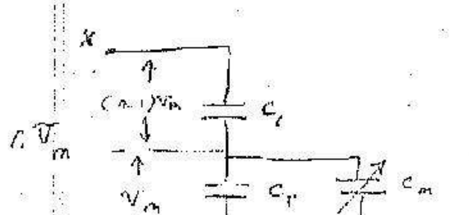
۲- کوچک بودن ظرفیت C باعث افزایش خطای دستگاه می شود.

$n \gg \Rightarrow C \ll$

راه حل جبران اشکالات مزبور :

استفاده از روش دوم ←

خازن نسبتاً بزرگی را با خود دستگاه موازی کرده، مجموعه را با خازن سری ترکیب می‌کنیم.



$$\Rightarrow \begin{cases} C_1 = \dfrac{C_2 + C_m}{n-1} \\ C_2 \gg C_m \end{cases} \Rightarrow C_1 \approx \frac{C_2}{n-1}$$

(معادل مناسب ابزار سنجش)

دستگاه اندازه‌گیری الکترودینامیکی :

تقریباً مشابه دستگاه های ∩ است با این تفاوت که به جای آهنربای دائم از یک میدان مغناطیسی سیم‌پیچ استفاده می شود.

- اجزای مهم دستگاه:

۱- سیم پیچ ثابت (سری، سیم پیچ شماره ۱، سیم پیچ جریان)

۲- " " متحرک (سیم پیچ موازی، سیم پیچ شماره ۲، سیم پیچ ولتاژ)

۳- محور چرخش متصل به سیم پیچ متحرک

۴- عقربه متصل به محور چرخش

۵- فنر مارپیچ جهت ایجاد گشتاور مقاوم

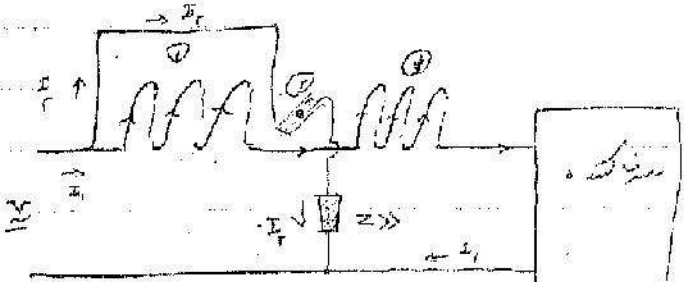
۶-

مشخصات اصلی دستگاه: I_1، R_1، L_1: جریان، مقاومت و ضریب خودالقایی سیم پیچ اول (مستقل از زاویه انحراف دستگاه)

I_2، R_2، L_2: " " " دوم " "

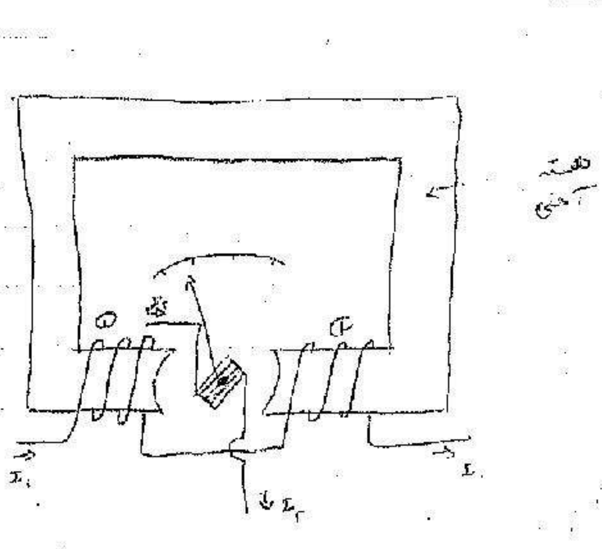
M: ضریب القای متقابل دستگاه بین دو سیم پیچ (تابع زاویه انحراف دستگاه ← $M = f(\theta)$)

مدار معادل دستگاه:



مشابه دستگاه الکترودینامیکی

دارای هسته آهنی ← فرودینامیکی



هسته آهنی ـ شار مغناطیسی را جمع می‌کند (برای رنج های پایین)

محاسبه گشتاورهای مؤثر

الف ـ گشتاور مقاوم

c ضریب پیچشی فنر مقاوم

$T_r = c\theta$

ب ـ گشتاور محرک

$T_e = \frac{dw}{d\theta}$, $w = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2$

$\Rightarrow \frac{dw}{d\theta} = I_1 I_2 \left(\frac{dM}{d\theta}\right) \neq 0 \xrightarrow{\text{فرض می‌کنیم}} \begin{cases} M = a\theta \\ \frac{dM}{d\theta} = a = \text{const} \end{cases}$

$\Rightarrow \underbrace{T_e = a I_1 I_2}$

در حالت تعادل $T_e = T_r \Rightarrow \underbrace{a I_1 I_2 = c\theta}$

$\xrightarrow{DC \quad I_2, I_1} \underbrace{\theta = k I_1 I_2}$, $k = \frac{a}{c}$

$\xrightarrow{AC \quad I_2, I_1} \begin{cases} i_1 = \hat{I}_1 \sin\omega t \\ i_2 = \hat{I}_2 \sin(\omega t - \varphi) \end{cases}$

$\varphi = (I_1, I_2) \Rightarrow \underbrace{\theta = k I_1 I_2 \cos\varphi}$

مقادیر مؤثر جریان های I_1 ، I_2

$I_1 = I_{e_1} = \frac{\hat{I}_1}{\sqrt{2}}$

$I_2 = I_{e_2} = \frac{\hat{I}_2}{\sqrt{2}}$

$T_e = \int_0^T i_1 i_2 \, dt$

کاربرد دستگاه:

۱- اندازه‌گیری جریان به عنوان آمپرمتر
۲- « ولتاژ « ولتمتر
} امکان پذیر ولی توصیه نمی‌شود

۳- « توان اکتیو « واتمتر
۴- « توان راکتیو « وارمتر
} اکثراً مورد استفاده قرار می‌گیرد

۵- « ضریب توان (cosφ) به عنوان کسینوس فی متر
۶- « فرکانس (f) به عنوان فرکانس متر
} از طریق اتصالات خاص با استفاده از وسایل جانبی امکان پذیر است ولی مورد استفاده نمی‌باشد.

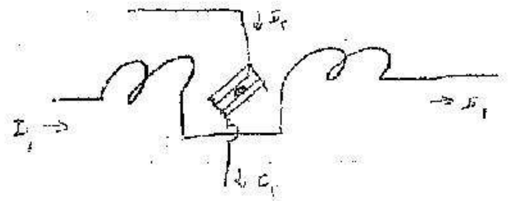
آمپرمتر الکترودینامیکی

ضریب ثابت — جریان سیم پیچ اول — جریان سیم پیچ دوم

زاویه انحراف عقربه ← $\theta = k I_1 I_2 \cos\varphi$

$\varphi = (\hat{I_1 , I_2})$

زاویه اختلاف فاز بین جریان های I_1 و I_2



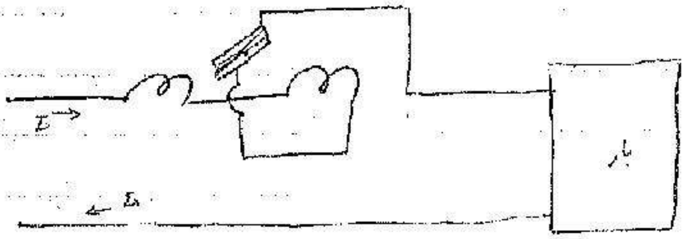
به I_2
$I_1 \rightarrow$
$\rightarrow I_1$
به I_1

I : جریان مورد نظر

۱) I_1 و I_2 با جریان مورد نظر ارتباط مشخصی داشته باشد

۲) $\cos\varphi = cte$

← راه حل: دو سیم پیچ با هم اتصال سری داشته باشند



$I \rightarrow$
$\leftarrow I$
بار

$I_1 = I_2 = I$

$\varphi = (\hat{I_1 , I_2}) = 0$

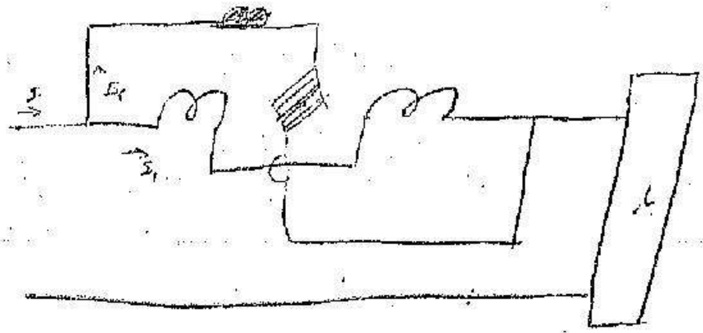
اشکالات موجود:

۱- ثابت نبودن امپدانس آمپرمتر

۲- کم بودن رنج آمپرمتر (کمتر از ۰/۵ آمپر)

راه حل مشکل ۱: موازی کردن سیم پیچ ها بشرط برقراری رابطه زیر:

$$\frac{L_1}{R_1} = \frac{L_2}{R_2}$$



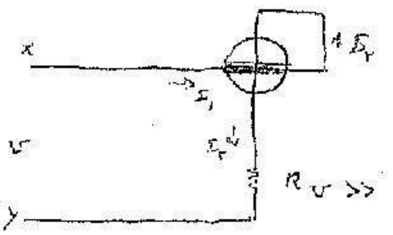
$I_1 = k_1 I_P$

$I_2 = (1-k_1) I_P = k_2 I \quad \Rightarrow \theta = k k_1 k_2 I^2 = k_i I^2$

$\varphi = 0 \Rightarrow \cos\varphi = 1$

۲- ولتمتر الکترودینامیکی :

اتصال سری دو سیم پیچ دستگاه به همراه یک مقاومت اهمی خیلی بزرگ

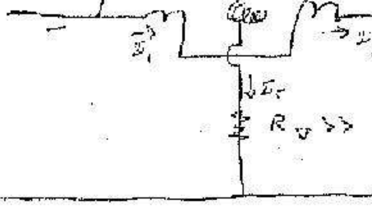


$$\begin{cases} I_1 = I_2 = I_2 \simeq \dfrac{V}{R} \\ \cos\varphi = 1 \end{cases} \Rightarrow \theta = k\frac{V^2}{R_V} = \underbrace{k_v \cdot V^2}$$

ولتمتر

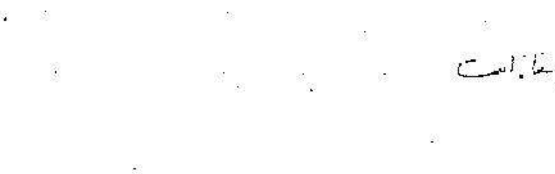
۳- واتمتر الکترودینامیکی :
* * * *

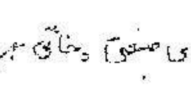
← [illegible] اساسی (از جنس الکترودینامیکی)



$P = V \cdot I \cos\varphi'$

$\varphi' = (\widehat{V, I})$





دیاگرام برداری
**
* *

$$\begin{cases} I_2 \approx \dfrac{V}{R_V} \\ (\widehat{I_2, V}) \approx 0 \end{cases}$$ ← بار اهمی ← $\varphi = \varphi'$

در واتمترهای صنعتی [illegible] جبران [illegible] به کار [illegible] است

$\theta = k I_1 I_2 \cos\varphi$

$I_1 = I$

$I_2 = \frac{V}{R_V}$

$\varphi = \varphi'$

$\Longrightarrow \theta = \frac{k}{R_V} . V . I . \cos\varphi' \Rightarrow \underbrace{\theta = k' P}$

با رسم خطی به ترتیب ضریبی ثابت

$(\hat{I_2 , V}) = \delta \neq 0$ فرض میکنیم

در این صورت

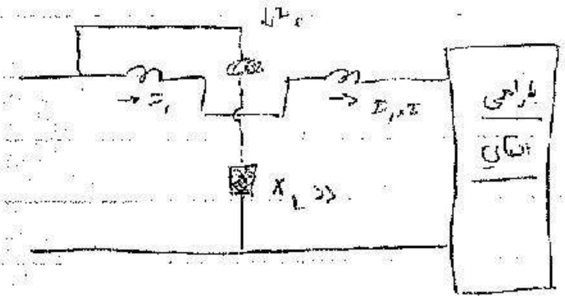
۱- خطای مربوطه چیست؟

۲- چگونه میتوان این خطا را حذف کرد؟

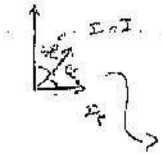
۴- وارمتر الکترودینامیکی:

$Q = V I \sin\varphi'$

$\sin\varphi' = \cos(\frac{\pi}{2} - \varphi')$



$$\begin{cases} I_2 \approx \frac{V}{X_L} << \\ (\hat{I_2 , V}) \approx \frac{\pi}{2} \end{cases}$$



$$\begin{cases} \cos(\hat{I_1 , I_2}) \\ \varphi = \frac{\pi}{2} - \varphi' \end{cases}$$

$\Rightarrow \theta = k \frac{V}{X_L} I \cos(\frac{\pi}{2} - \varphi') = \frac{k}{X_L} Q$ وارمتر

اگر دستگاه را مستقیماً به DC ببریم نشانگر صفر را (بخاطر X_L)

در حالت واقعی $(\hat{V , I_2}) = \frac{\pi}{2} - \gamma$, $\gamma <<$

۱- خطای مربوطه چیست؟

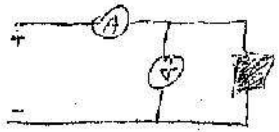
۲- راه حل حذف این خطا چیست؟

روش‌های اندازه‌گیری :

۳ـ ضریب خودالقایی L_x $\Rightarrow$ ۳ـ۱ـ روش ولت‌آمپرمتری
۳ـ۲ـ 〃 〃 〃 واتمتری
۳ـ۳ـ روش ۳ ولتمتری
۳ـ۴ـ 〃 ۳ آمپرمتری
۳ـ۵ـ روش پل

۳ـ۱ـ ۱ـ تحت ولتاژ dc
۲ـ 〃 〃 ac

۱ـ dc

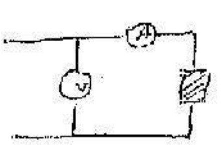


$$\Rightarrow r_x = \frac{V_{dc}}{I_{dc}}$$

روش ما مناسب است یا ؟؟
Z_x [illegible]

۲ـ ac

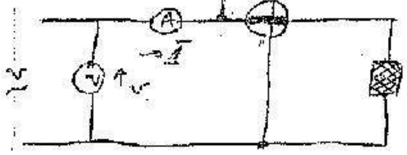
$R_x \ll Z_x$



$$Z_x = \sqrt{R_x^2 + (L\omega)^2}$$

$$\Rightarrow L_x = \frac{1}{2\pi f}\sqrt{\left(\frac{V_{ac}}{I_{ac}}\right)^2 - \left(\frac{V_{dc}}{I_{dc}}\right)^2}$$

۳ـ۲

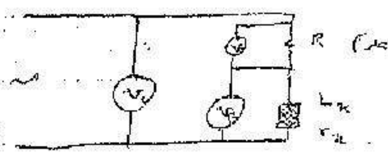


W $\Rightarrow P = r_x \cdot I^2 \Rightarrow$ $R_x = \frac{P}{I^2}$

$P \rightarrow$ قرائت واتمتر
$I^2 \rightarrow$ قرائت آمپرمتر

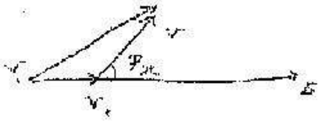
$$L_x = \frac{1}{2\pi f}\sqrt{\left(\frac{V}{I}\right)^2 - \left(\frac{P}{I^2}\right)^2}$$

۲-۲ اندازه‌گیری سه ولت با استفاده V_3 , V_2 , V_1



~
V_1
V_2
V_3
R معلوم
↓I
L_x
r_x

بوبین V_1 = ولت‌متر V_2 ، V_3



V_1
V_3
φ_x
V_2
E

$$V_1^2 = V_2^2 + V_3^2 - 2V_2V_3\cos(180-\varphi_x)$$

$$= V_2^2 + V_3^2 + 2V_2V_3\cos\varphi_x$$

$$\cos\varphi_x = \frac{V_1^2 - V_2^2 - V_3^2}{2V_2V_3}$$

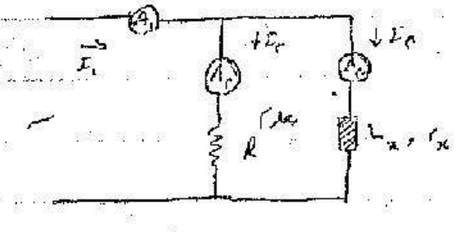
①

$$\underline{\frac{r_x}{Z_x} = \cos\varphi_x}$$

$$Z_x = \frac{V_3}{I} \quad , \quad I = \frac{V_2}{R} \quad \Rightarrow \quad \underline{Z_x = \frac{V_3}{V_2}\cdot R} \quad ②$$

$$①, ② \Rightarrow L_x = \frac{1}{2\pi f}\sqrt{Z_x^2 - r_x^2}$$

۲-۳ روش سه آمپرمتری



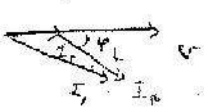
$\vec{I_1}$
A_1
A_2
A_3
$\downarrow I_2$
$\downarrow I_3$
~
R معلوم
L_x , r_x

$R_a \simeq 0$

$$\vec{I_1} = \vec{I_2} + \vec{I_3}$$

I_3 نسبت به V پس‌فاز

$$I_1^2 = I_2^2 + I_3^2 + 2I_2I_3\cos\varphi_L$$



φ_L
V
I_1
I_3

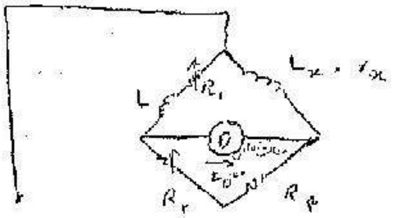
$$\Rightarrow \cos\varphi_L = \frac{I_1^2 - I_2^2 - I_3^2}{2I_2I_3} = \frac{r_x}{Z_x} \quad (1)$$

$$Z_x = \frac{V}{I_3} = \frac{R\,I_2}{I_3} \quad (2)$$

$r_x =$ [illegible] $\Rightarrow r_x = Z_x \cos\varphi_L$

$$\begin{cases} L_x = \frac{1}{\omega}\sqrt{(Z_x)^2 - (r_x)^2} \\ \omega = 2\pi f \end{cases}$$

۳-۴- روش پل

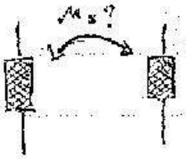


$\Rightarrow R_2(r_x + jL_x\omega) = R_4(R_1 + jL\omega)$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_2 r_x = R_1 R_4 \\ R_2 L_x = R_4 L \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r_x = \frac{R_1 R_4}{R_2} \\ L_x = \frac{R_4}{R_2} \cdot L \end{cases}$$

۴- روش های اندازه گیری ضریب القا متقابل دو سیم پیچ :



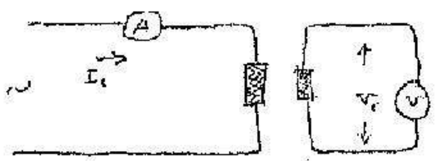
۱- روش ولتمتر آمپرمتر

۲- » اتصال سری دو در حالت موافق و مخالف

۳- » پل — براساس جبران شارها

کمترین [illegible]

۴-۱- ←



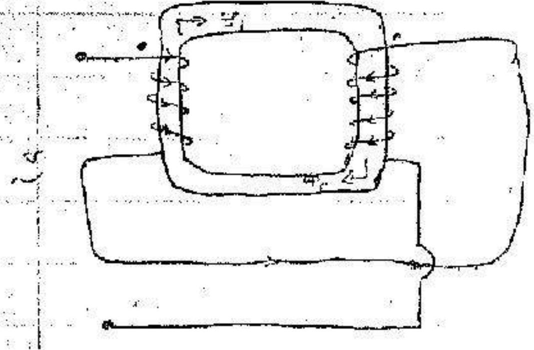
بهترین ولتمتر الکترونیکی

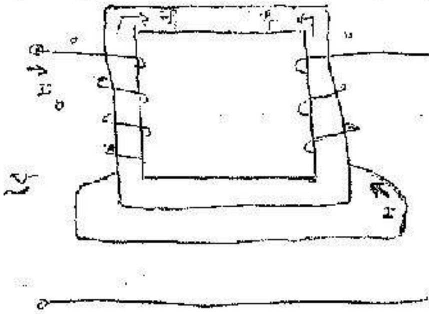
$R_V \approx \infty$ (خیلی خیلی زیاد) $\Rightarrow I_2 \approx 0$

$V_2 = M\omega I_1 \Rightarrow M = \frac{V_2}{\omega I_1}$

۳-۴

موافق

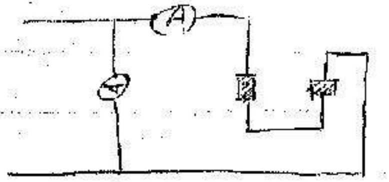




$$Z_a = r_1 + r_2 + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)$$

$$Z_b = r_1 + r_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)$$

اتصال موافق



فرض می کنیم

$$L_a = L_1 + L_2 + 2M = \frac{1}{\omega}\sqrt{\left(\frac{V_a}{I_a}\right)^2 - \underbrace{(r_1+r_2)^2}} \quad (1)$$

← جمع مقاومت اهمی دو سیم پیچ (مدار)

$$L_b = L_1 + L_2 - 2M = \frac{1}{\omega}\sqrt{\left(\frac{V_b}{I_b}\right)^2 - (r_1+r_2)^2} \quad (2)$$

$$\Longrightarrow M = \frac{L_a - L_b}{4}$$

۴ - روش های اندازه گیری ظرفیت خازن

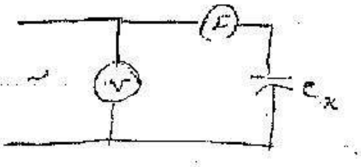
۱- روش ولتمتر آمپرمتری

۲- روش مقایسه جریان

۳- " " ولتاژ

۴- " پل [illegible] ۳ [illegible] است

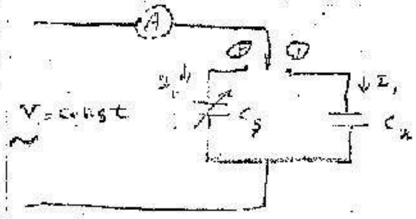
۱-۴



$$X_c = \frac{1}{C_x\omega} = \frac{V}{I}$$

$$C_x = \frac{I}{V\omega}$$

۲-۴



$$(1) \Rightarrow I_1 = V \cdot C_x \cdot \omega$$

$$(2) \Rightarrow I_2 = V \cdot C_s \cdot \omega \quad \Rightarrow \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{C_x}{C_s}$$

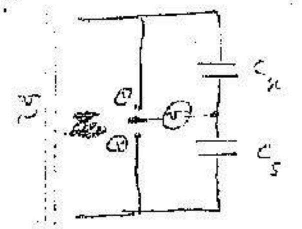
$$\Rightarrow C_x = \frac{I_1}{I_2} C_s$$

اگر فرکانس منبع ولتاژ [illegible] حذف شود چه [illegible] تغییر [illegible]

C_s تغییر I_1 , I_2 ⇐

[illegible] ⇒ $C_x = C_s$

۳-۴



$$(1) \quad V_1 = \frac{I}{C_x \omega}$$

$$(2) \quad V_2 = \frac{I}{C_s \cdot \omega} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{C_s}{C_x} \Rightarrow C_x = \frac{V_2}{V_1} \cdot C_s$$

اگر با تغییر C_s ← $V_1 = V_2$ ⇐ $C_x = C_s$ ؛ نقطه [illegible]