

1

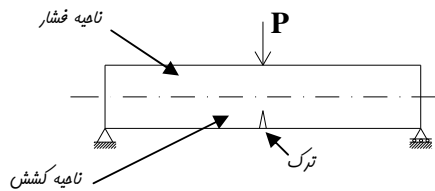
فصل اول:

خواص بتن و فولاد

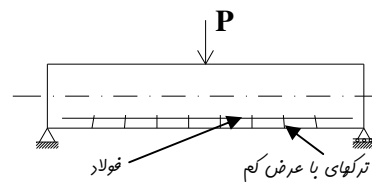
- بتن آرمه
- ویژگی های بتن آرمه
- بتن
- خواص بتن
- نمونه برداری برای پذیرش بتن
- مدول الاستیسیته بتن E_c
- فولاد

بتن آرمه (بتن مسلح):

بتنی که توسط فولاد مسلح شده است را بتن آرمه گویند. عموماً بتن را به علت ضعف کششی آن، توسط فولاد (در ناحیه کششی) تقویت می کنند که مجموعه حاصل بتن آرمه یا بتن مسلح نامیده می شود. برای آزمایش، دو تیر بتنی مشابه مطابق شکل الف و ب را در نظر میگیریم که تیر بتنی شکل ب توسط فولاد در ناحیه کششی مسلح شده است و بعد از بارگذاری به صورت زیر، دیده می شود که تیر بتن آرمه ظرفیت باربری بسیار بالایی نسبت به تیر بتنی ساده (بدون فولاد) دارد. زیرا در تیر بتنی ساده با ایجاد اولین ترک در ناحیه کششی تیر دچار گسیختگی می گردد و در حالت مسلح به علت وجود فولاد در ناحیه کششی پس از ایجاد اولین ترک فولاد وارد عمل شده و در مقابل کشش مقاومت می کند تا زمانی که ترکهای بیشتری در این ناحیه بوجود آید و باعث گسیختگی در تیر گردد.



شکل 1-1- الف: تیر بتنی ساده



شکل 1-1- ب: تیر بتن آرمه

نکته: در آزمایشات دیده شده است که تیر بتن آرمه ظرفیت باربری تا حدود 20 برابر تیرهای ساده (مسلح نشده) از خود نشان می دهد.

ویژگی های بتن آرمه:

از ویژگی های بتن آرمه می توان به موارد زیر اشاره کرد:

- 1- مقاومت فشاری خوب و شکل گیری عالی در درون قالب از جانب بتن.
- 2- چسبندگی خوب بین بتن سخت شده و فولاد.
- 3- ضریب انبساط حرارتی تقریباً یکسان بتن و فولاد.

$$\alpha_{concret} = 1.0 \times 10^{-6} \text{ } 1/\text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\alpha_{steel} = 1.2 \times 10^{-6} \text{ } 1/\text{ } ^\circ\text{C}$$

- 4- مقاومت بالا در برابر آتش سوزی و خوردگی (از جانب بتن).

توجه: در سازه های بتن آرمه تحت اثر بار، امکان ایجاد ترک در قسمت کششی مقطع می باشد. البته این ترکها با چشم قابل رویت نیستند و بسیار کم اهمیت می باشند و استفاده از سازه را تحت تاثیر قرار نمی دهند.

بتن:

بتن ماده ای مرکب از سیمان، مصالح سنگی (شن و ماسه)، آب و گاهی مواقع مواد مضاف (افزودنی) می باشد که در ابتدا پس از اختلاط مواد فوق، به صورت خمیری است و بعد از مدتی به صورت جسمی سخت تبدیل می گردد. وزن مخصوص بتن نرمال (بتنی که مصالح سنگی در آن استفاده شده باشد) تقریباً برابر

$$\gamma_{بتن} = 2300 \text{ Kg}/\text{m}^3 \cong 23 \text{ KN}/\text{m}^3$$

می باشد که اگر به صورت بتن آرمه بکار رود وزن مخصوص آن به مقدار

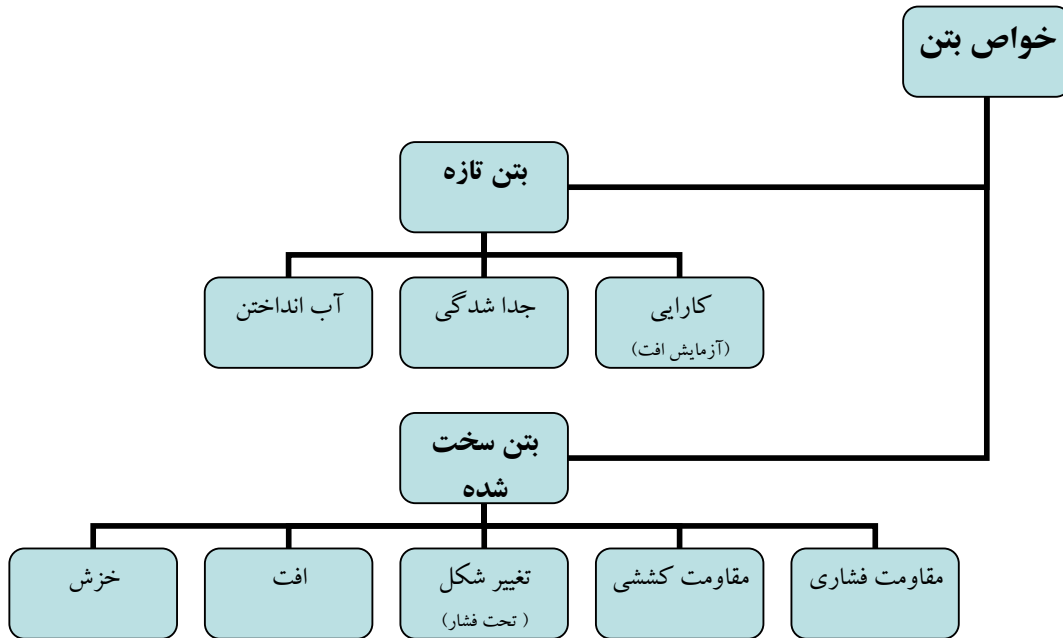
$$\gamma = 2400 \text{ Kg/m}^3 \cong 24 \text{ KN/m}^3$$

بتن آرمه

افزایش پیدا می کند.

خواص بتن:

خواص بتن را می توان در دو حالت بتن تازه و بتن سخت شده به صورت زیر خلاصه کرد:



توضیح: کارایی بتن تازه با استفاده از آزمایش افت اسلامپ تعیین می گردد که مقدار افت برای ساختمانهای معمولی بین 5 تا 7/5 سانتیمتر می باشد.

توضیح: جدا شدگی

توضیح: آب انداختن

1- مقاومت فشاری

برای تعیین مقاومت فشاری بتن از آزمایش مقاومت فشاری بر روی نمونه های استاندارد 28 روزه بتن استفاده می گردد. نمونه های استاندارد مورد استفاده در این آزمایش دو نوع می باشند.

- نمونه های استوانه ای $15 \times 30 \text{ Cm}$ (استاندارد ایران و آمریکا) با مقاومت فشاری 28 روزه f_c
- نمونه های مکعبی $15 \times 15 \text{ Cm}$ (استاندارد اروپا) با مقاومت فشاری 28 روزه f_{cu}

توجه: در شرایط معمول بین مقاومت فشاری دو نمونه استاندارد بالا رابطه زیر برقرار است:

$$f_c = 0.8 f_{cu}$$

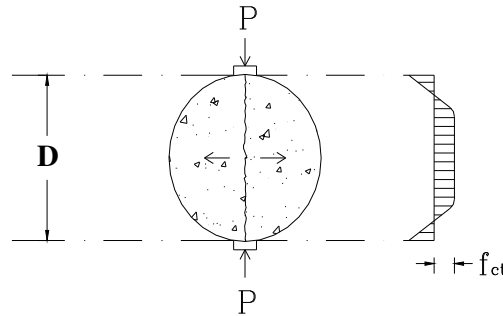
2- مقاومت کششی

بطوری که آزمایشات نشان می دهد مقاومت کششی بتن در حدود 7 تا 11 درصد مقاومت فشاری آن می باشد بنابراین بتن در مقابل کشش ضعیف است. برای تعیین مقاومت کششی بتن از روشهای زیر استفاده می گردد.

- **آزمایش مقاومت کششی مستقیم:** که نمونه باید تحت نیروی کششی مستقیم و خالص قرار گیرد و به علت مشکل بودن آزمایش و ایجاد کشش خالص، متداول نمی باشد.
- **آزمایش مقاومت کششی غیر مستقیم:**
 - آزمایش شکافت نمونه استوانه ای (روش برزلیلی)
 - آزمایش مدول گسیختگی (مقاومت کششی خمشی بتن)

آزمایش شکافت نمونه استوانه ای

در این آزمایش نمونه استوانه ای 15×30 به صورت افقی مطابق شکل در زیر دستگاه قرار داده می شود و نیروی P بر آن وارد می گردد تا نمونه دچار گسیختگی مطابق شکل گردد. مقاومت کششی بتن در این آزمایش از رابطه زیر بدست می آید.



شکل 1-2: نمایش شکافت نمونه استوانه ای

$$f_{ct} = \frac{2P}{\pi \cdot D \cdot L}$$

f_{ct} : مقاومت شکافت خوردگی بتن

D : قطر نمونه استوانه ای (در حالت استاندارد 15 سانتیمتر)

L : ارتفاع نمونه استوانه ای (در حالت استاندارد 30 سانتیمتر)

P : نیرویی که باعث شکافت نمونه می گردد.

توجه: مقاومت کششی بدست آمده از آزمایش بالا در حدود 15٪ بیشتر از مقاومت کششی بتن در آزمایش مستقیم می باشد.

مطابق آیین نامه آبا مقاومت کششی شکافت خوردگی بتن نرمال را می توان با استفاده از رابطه زیر از روی مقاومت فشاری نمونه استوانه ای استاندارد بدست آورد.

$$f_{ct} = 0.55 \sqrt{f_c}$$

f_c : مقاومت فشاری 28 روزه نمونه استاندارد بر حسب N/mm^2

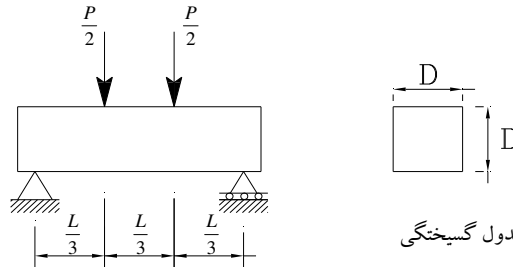
رابطه فوق در آیین نامه ACI به صورت زیر بیان شده است:

$$f_{ct} = 1.78 \sqrt{f'_c}$$

f'_c : مقاومت فشاری 28 روزه نمونه استاندارد بر حسب kg/cm^2

مقاومت کششی در خمش (مدول گسیختگی)

در این روش تیر بتنی با ابعاد D (به اندازه یک سوم طول دهانه) ساخته شده و بر روی دو تکیه گاه ساده به صورت زیر تحت بار متمرکز قرار می گیرد.



شکل 1-3: نمونه آزمایش مدول گسیختگی

تنش بوجود آمده در ناحیه کششی برابر است با:

$$\sigma = \frac{M.C}{I}$$

$$M = \frac{P.L}{6}, \quad C = \frac{D}{2} = \frac{L}{6}, \quad I = \frac{D^4}{12} = \frac{L^4}{12 \times 81}$$

$$\Rightarrow \sigma = f_r = \frac{27P}{L^2}$$

مقاومت کششی بتن در لحظه گسیختگی مطابق آبا با استفاده از رابطه زیر بدست می آید.

$$f_r = 0.63\sqrt{f_c}$$

f_c : مقاومت فشاری 28 روزه نمونه استاندارد بر حسب N/mm^2

طبق آیین نامه ACI مقاومت کششی بتن در خمش برابر است با:

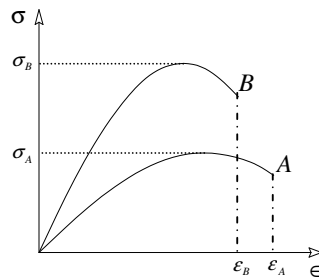
$$f_r = 2\sqrt{f'_c}$$

f'_c : مقاومت فشاری 28 روزه نمونه استاندارد بر حسب kg/cm^2

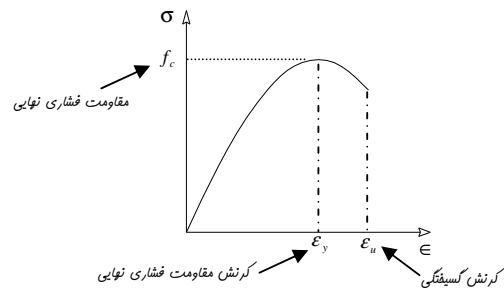
3- تغییر شکل تحت فشار

نمودار تنش - کرنش بتن که نشانگر رفتار بتن (تغییر شکل آن) در برابر نیروی فشاری می باشد را می توان به صورت زیر در نظر گرفت. شکل نمودار تنش - کرنش بستگی به مقاومت، عمر بتن در هنگام بارگذاری، سرعت بارگذاری، مشخصات سیمان و دانه ها و نوع و اندازه نمونه دارد. از خواص مهم این نمودار می توان به دو مورد زیر اشاره کرد.

- نمودار دارای قسمت اولیه خطی و در تنش های بالاتر دارای انحنا می باشد.
- بتن های کم مقاومت تر مانند نمونه A ، تغییر شکل بیشتری دارند. ($\epsilon_A > \epsilon_B \Leftrightarrow \sigma_A < \sigma_B$)



شکل 1-4: اثر مقاومت فشاری بر نمودار تنش - کرنش بتن



شکل 1-5: مشخصات نواحی مختلف نمودار تنش-کرنش بتن

مطابق نتایج بدست آمده از آزمایشات تجربی بر روی نمونه های بتنی با مقاومت های مختلف می توان گفت:

نکته 1: کرنش در هنگام مقاومت فشاری نهایی در حدود $0/003 - 0/0015$ می باشد.

نکته 2: کرنش در هنگام گسیختگی در حدود $0/003 - 0/004$ می باشد.

توضیح: طبق آیین نامه آبا حداکثر کرنش در دورترین تار فشاری بتن $0/003$ در نظر گرفته می شود.

4- افت

تغییر حجم بتن بدون وابستگی به تاثیر نیروهای خارجی را افت یا جمع شدگی بتن گویند.

5- خزش

تغییر شکل پی در پی بتن به مرور زمان تحت اثر بار ثابت (به شرط آنکه تنش های ایجاد شده در بتن در محدوده الاستیک باشد) را خزش بتن گویند.

نمونه برداری برای پذیرش بتن

برای آنکه بتن ساخته شده در عمل دارای مشخصات مورد نیاز طراح باشد و بتوان آن را کنترل کرد از بتن نمونه برداری می شود. نمونه برداری می تواند از بتن تازه (برای آزمایشهای اسلامپ، مقاومت فشاری، مقاومت کششی و...) و یا از بتن سخت شده (کر گیری و...) باشد. بر روی نمونه های گرفته شده با توجه به استاندارد و آیین نامه مورد استفاده آزمایشهای لازم صورت می گیرد و در صورتی که نتایج بدست آمده شرایط مورد نیاز آیین نامه را بر آورده کنند بتن فوق مورد قبول می باشد.

برای آنکه بتوان گفت بتن مورد استفاده دارای مقاومت فشاری مناسب طرح می باشد (مقاومتی که طراح در نظر گرفته است f_c) مطابق آیین نامه بتن ایران باید مقاومت فشاری بدست آمده از سه نمونه متوالی یعنی f_1, f_2, f_3 شرایط زیر را داشته باشند (f_c : مقاومت فشاری مشخصه 28 روزه نمونه استاندارد بر حسب N/mm^2).

1- در آزمایش فشاری سه نمونه متوالی مقاومت هیچکدام کمتر از مقاومت مشخصه نباشد.

$$f_1, f_2, f_3 \geq f_c (N/mm^2)$$

2- متوسط مقاومت نمونه ها حداقل $1.5 N/mm^2$ بیشتر از مقاومت مشخصه باشد و کوچکترین مقاومت نمونه ها

از مقاومت مشخصه منهای $4 N/mm^2$ کمتر نباشد.

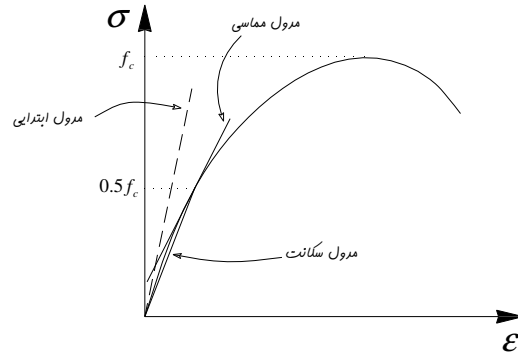
$$IF \quad \bar{f} = \frac{f_1 + f_2 + f_3}{3}, \quad f_{\min} = \min(f_1, f_2, f_3)$$

$$\Rightarrow \bar{f} \geq f_c + 1.5(N/mm^2), \quad f_{\min} \geq f_c - 4(N/mm^2)$$

مدول الاستیسیته بتن E_c

با توجه به اینکه برخلاف فولاد، نمودار تنش- کرنش بتن به صورت خطی نمی باشد بنابراین نمی توان مدول الاستیسیته مشخصی و ثابتی برای آن در نظر گرفت. به همین جهت از تعاریف مدول ابتدایی، مدول مماسی و مدول سکانت استفاده می گردد.

مدول ابتدایی: شیب خط مماس به ابتدای منحنی تنش کرنش بتن را مدول ابتدایی گویند.
 مدول مماسی: شیب خط مماس به منحنی تنش- کرنش در هر نقطه از منحنی را مدول مماسی در آن نقطه گویند.
 مدول سکانت: شیب خط مماسی را که نقطه ابتدای منحنی را به نقطه نظیر تنش $0.5 f_c$ متصل می کند، گویند.



شکل 1-6: نمایش مدولهای ابتدایی، مماسی و سکانت در نمودار تنش- کرنش بتن

چون مدول الاستیسیته بتن ثابت نیست و بستگی به f_c آن دارد از مدول سکانت نظیر 25 تا 50 درصد مقاومت فشاری بتن به عنوان مدول الاستیسیته آن استفاده می گردد.

مطابق آیین نامه بتن ایران مدول الاستیسیته بتن از رابطه زیر بدست می آید.

$$E_c = 5000\sqrt{f_c} \quad (10-1)$$

f_c : مقاومت فشاری 28 روزه نمونه استاندارد بر حسب N/mm^2

در آیین نامه ACI رابطه فوق به صورت زیر ذکر شده است:

$$E_c = 15000\sqrt{f'_c}$$

f'_c : مقاومت فشاری 28 روزه نمونه استاندارد بر حسب kg/cm^2

برای مثال مدول الاستیسیته چند نوع بتن با مقاومت های مشخصه مختلف مطابق ACI در جدول زیر آمده است.

جدول 1-1: نمایش مدول الاستیسیته چند نوع بتن با مقاومت های مختلف در ACI

$f'_c (kg/Cm^2)$	$E_c (kg/Cm^2)$
200	2.1×10^5
240	2.3×10^5
280	2.5×10^5

فولاد

فولاد آلیاژی پر مقاومت و شکل پذیر است که از آهن و کربن و عناصر دیگر از قبیل منگنز ساخته می شود و با توجه به میزان عناصر فوق در فولاد خواص آن تغییر می کند.

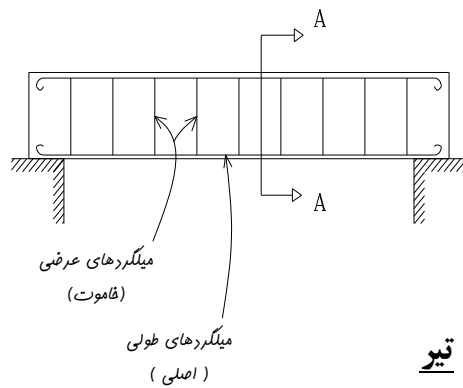
نکته 1: افزودن کربن به آهن مقاومت را بالاتر اما خاصیت شکل پذیری را کاهش می دهد.

نکته 2: میزان کربن فولاد در حدود $0/2$ تا $0/3$ درصد می باشد.

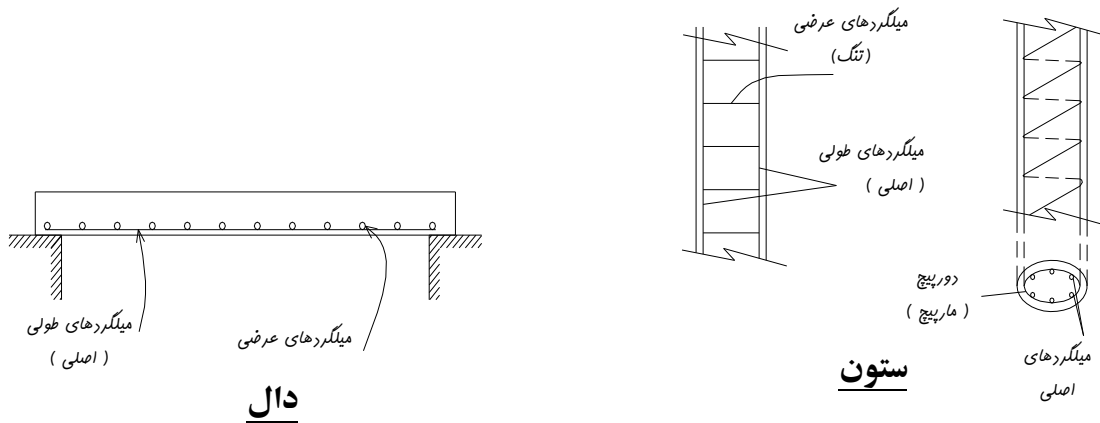
نکته 3: افزودن منگنز به آهن نیز مقاومت را بالا می برد.

نقش فولاد در قطعات بتن مسلح را می توان به صورت زیر خلاصه کرد:

- تحمل کشش مستقیم
- تحمل کشش ناشی از برش
- تحمل فشار در عناصر فشاری و خمشی



تیر



ستون

دال

شکل 1-7: کاربرد فولاد به صورت میلگرد در قطعات مختلف بتن مسلح

فولاد در ساختمانهای بتن مسلح (بتن آرمه) بصورتهای زیر مورد استفاده قرار می گیرد.

- میلگرد (آرما تور)
- شبکه یا توریهای جوش شده از مفتول
- مفتول
- کابل

میلگرد (آرماتور):

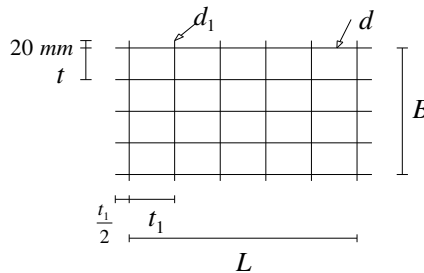
میلگرد ها به دو صورت ساده ϕ و آجدار $\bar{\phi}$ در بازار موجود می باشند. و به دلیل مسئله چسبندگی بهتر، امروزه به تاکید آیین نامه باید از نوع آجدار در قطعات سازه ای ساختمانها استفاده گردد. همچنین از نظر مقاومتی سه نوع میلگرد در ایران با مشخصات زیر مطابق آیین نامه آبا وجود دارند که قطر آنها از 6 تا 32 متغیر بوده و در طولهای 12 متری تولید می گردند. در صورت نیاز به قطر بزرگتر و طول بیشتر باید به کارخانه سازنده سفارش داده شود. در غیر این صورت می توان از طریق وصله طولهای مورد نیاز را تامین کرد. نکته: نمودار تنش - کرنش میلگرد مطابق آیین نامه آبا به صورت دو خطی (خطی - خمیری) و مدول الاستیسیته آن برای قسمت خطی نمودار برابر $2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ در نظر گرفته می شود.

جدول 1-2: مشخصات میلگرد های متداول در ایران مطابق آبا

استاندارد روسی	نامگذاری در آبا	$f_y (N/mm^2)$	$f_u (N/mm^2)$	$\epsilon_u \%$
A_1	S220	220	380	25%
A_2	S300	300	500	19%
A_3	S400	400	800	14%

شبکه های جوش شده از مفتول

این شبکه ها از دو سری مفتول عمود بر هم تشکیل می گردد که توسط جوش به یکدیگر متصل شده اند. تنش جاری شدن مفتولها حداقل 500 N/mm^2 می باشد و در نوع صاف با علامت ϕ و در نوع آجدار با علامت $\bar{\phi}$ نمایش داده می شوند. شبکه ها در دالها، دیوارها، دیواره تونلها، عملیات نیلینگ و پوسته های نازکی که امکان عملیات آرماتور بندی با میلگرد نیست مورد استفاده قرار می گیرند و سرعت بسیار زیادی در اجرای عملیات آرماتوربندی بوجود می آورند. شبکه ها در طولهای حداکثر 9 متر و عرض حداکثر 2/5 متر ساخته می شوند.



شکل 1-8: شبکه جوش شده از مفتول - WWF

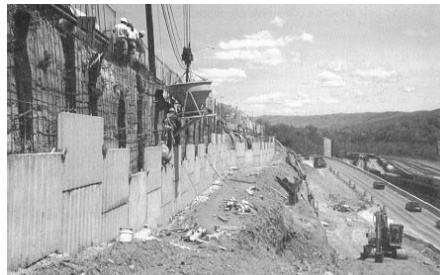
$$WWF \frac{t/t_1 / \phi d / \phi d_1}{B/L} \text{ : علامت اختصاری}$$

$$\Rightarrow \text{مثال } WWF \frac{250/200 / \phi 4 / \phi 8}{2300/5900}$$

یعنی فاصله میلگردهای طولی 250 mm و قطر آنها 4 mm و فاصله میلگردهای عرضی 200 mm و قطر آنها 8 mm و پهناي شبکه 2300 mm و طول شبکه 5900 mm است.



Source: Porterfield et al. (1994).



Source: Elias et al. (2001).



Source: Porterfield et al. (1994).

شکل 1-9: استفاده از شبکه های جوش شده از مفتول در ساخت دیوارهای حایل و نیلینگ

مفتولها و کابلها

مفتولها به صورت تک در کارهای ساختمانی و یا به حالت گروهی که کابل نامیده می شوند در کارهای بتن پیش تنیده و پس تنیده مورد استفاده قرار می گیرند. معمولترین کابلها، کابل 7 مفتولی می باشد که در آن یک مفتول مرکزی توسط 6 مفتول محیطی به صورت مارپیچ درگیر شده است. کابلهای 7 مفتولی با مفتولهایی به قطر $1/5$ تا 5 میلیمتر تولید می شوند که قطر کابل سه برابر قطر مفتول تشکیل دهنده آن می باشد. مقاومت نهایی کابلهای معمولی بین $1700 N/mm^2$ تا $1850 N/mm^2$ می باشند.



شکل 1-9: کابلهای 3 و 7 مفتوله

2

فصل دوم:

روشهای طراحی سازه های بتن آرمه

- بار
- تامین ایمنی در مقابل فروریختگی
- روش تنش مجاز
- روش مقاومت نهایی
- روش حدی

طراحی سازه های بتن آرمه

هدف از طراحی سازه ها را می توان در دو مورد زیر خلاصه کرد.

- 1- تامین ایمنی در مقابل فرو ریختگی
 - 2- عملکرد مناسب در زمان بهره برداری
- توضیح 1: ایمنی (safety)** یک ساختمان یعنی آنکه مقاومت سازه در مقابل تمام بارهایی که احتمال اعمال آن بر سازه می رود کافی باشد.
- توضیح 2: خدمت پذیری (Serviceability)** یک ساختمان عدم تجاوز تغییر شکلها و عرض ترکها از مقادیر مجاز و حداقل بودن لرزش ساختمان می باشد.

بار

بارهایی که بر یک سازه وارد می شوند به سه گروه تقسیم می گردند:

- 1- بارهای مرده
- 2- بارهای زنده
- 3- بارهای ناشی از طبیعت

بارهای مرده: بارهایی که از لحاظ مقدار و محل تاثیر در طول عمر سازه ثابت هستند. مانند وزن کفها، تیر و ستونها، دیوارها، وزن تاسیسات ثابت ساختمانها و... که با توجه به ابعاد و اندازه آنها محاسبه می گردند.

بارهای زنده: بارهای زنده بارهایی هستند که مقدار و محل تاثیر آنها می تواند متغیر باشد و مقدار و نحوه توزیع بار زنده در یک لحظه معین نامشخص و حتی حداکثر آن در طول عمر سازه با دقت معلوم نمی باشد. با این وجود آیین نامه 519 مقادیر مختلف بارهای زنده را برای طراحی در سازه های مختلف ارائه کرده است. این مقادیر از لحاظ آماری نزدیک به مقادیر حداکثر و بیشتر از مقادیر متوسط بارهای احتمالی وارد بر سازه می باشند.

بارهای ناشی از طبیعت پیرامون سازه: بارهای ناشی از عوامل طبیعی بر یک ساختمان شامل بار برف، بار ناشی از فشار و مکش باد، بار زلزله، بار ناشی از فشار خاک، نیروهای ناشی از انباشته شدن آب باران بر روی بامهای تخت، نیروهای ناشی از تغییرات درجه حرارت می شوند. این بارها نیز مانند بار زنده محل و مقدار آنها دقیقاً مشخص نیست و مقادیر ارائه شده در آیین نامه 519 نزدیک به مقادیر حداکثر می باشد.

تامین ایمنی در مقابل فروریختگی

در آنالیز و طراحی سازه ها بنا به دلایل زیر بکارگیری یک حاشیه اطمینان یا ضریب اطمینان ضروری می باشد.

- 1- متفاوت بودن مقدار و موقعیت مکانی واقعی بار با آنچه که در طرح در نظر گرفته شده است.
 - 2- متفاوت بودن مقاومت حقیقی بتن و فولاد با آنچه که در طرح در نظر گرفته شده است.
 - 3- ابعاد واقعی اعضای سازه کوچکتر از آنچه که در طرح در نظر گرفته شده است اجرا گردد.
 - 4- در نظر گرفتن فرضیاتی جهت ساده نمودن محاسبات که ممکن است با رفتار حقیقی سازه انطباق نداشته باشد.
- در محاسبات سازه های بتن آرمه بکارگیری حاشیه اطمینان در قالب روشهای متفاوتی از جمله روش تنش مجاز، روش مقاومت نهائی و روش حالت حدی صورت می گیرد.

روش تنش مجاز

این روش قبلاً با عنوان روش سرویس دهی، امروزه به عنوان روش دیگر طراحی نامیده می شود. در این روش ابتدا با استفاده از آیین نامه 519 و 2800 بارهای مرده، زنده، برف، باد و زلزله تعیین شده و با استفاده از روش تئوری الاستیک آنالیز سازه صورت می گیرد. سپس تنش های مجاز بدست آمده و مقطع با فرض برابری تنش های موجود و تنش های مجاز طراحی می گردد. مقادیر تنش های مجاز برای بتن و فولاد مطابق *ACI* به صورت زیر است:

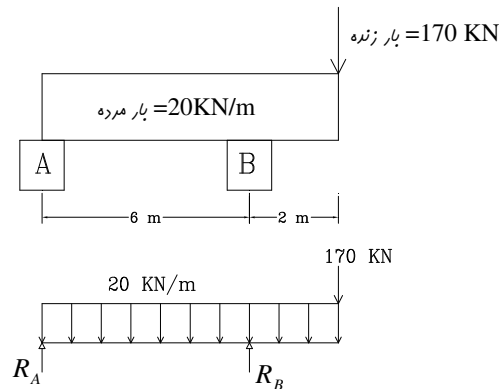
f'_c : مقاومت مشخصه نمونه استوانه ای استاندارد (طبق آیین نامه *ACI*)

$$\text{تنش کششی مجاز در میلگرد} \begin{cases} 1400 \text{ kg/cm}^2 & \text{if } F_y \leq 3500 \text{ kg/cm}^2 \\ 1680 \text{ kg/cm}^2 & \text{if } F_y \geq 4000 \text{ kg/cm}^2 \end{cases}$$

معایب روش تنش مجاز:

- استفاده از یک ضریب اطمینان برای تمام خطاهای گفته شده کافی نیست.
- بتن صرفاً در تنش های کوچک، الاستیک (خطی) است. لذا بکار بردن درصدی از مقاومت فشاری نمی تواند اطلاعاتی از اطمینان کلی سازه در مقابل فرو ریختگی بدهد.
- برای ستونهای لاغر مناسب نیست. ($\delta \neq K \times P$)
- اقتصادی نیست.
- در ارتباط با پایداری سازه ها که تحت اثر نیروهای واژگونی قرار گرفته است، مناسب نیست.

مثال: تیری مطابق شکل زیر تحت بار مرده و زنده بر روی دو پی *A* و *B* تکیه نموده است. اولاً: وزن مورد نیاز پی *A* را به گونه ای تعیین کنید تا تیر واژگون نگردد. ثانياً: تحقیق کنید که تاثیر 7٪ افزایش بار زنده، روی وزن مورد نیاز پی *A* چقدر تاثیر می گذارد.



$$R_A = \frac{(170 \times 2 - 20 \times 8 \times 2)}{6} = 3.33 \text{ KN}$$

$$1.07 \times 170 = 181.9$$

$$R_A = \frac{(181.9 \times 2 - 20 \times 8 \times 2)}{6} = 7.33 \text{ KN}$$

توجه: افزایش جزئی در بار زنده (7٪) تاثیر زیادی (بیش از دو برابر) بر روی مقدار R_A دارد.

روش مقاومت نهایی

در این روش رفتار غیر خطی بتن و مقاومت نهایی مصالح در محاسبات در نظر گرفته می شود. مراحل محاسبات به صورت زیر است:

1- بدست آوردن بارهای ضربیدار

بار بهره برداری \times ضریب بار = بار ضربیدار (U)

$$U = 1.4D + 1.7L$$

D: بار مرده

$$U = 0.75(1.4D + 1.7L + 1.7W)$$

L: بار زنده

$$U = .9D + 1.3W$$

E: بار زلزله

$$U = 0.75(1.4D + 1.7L + 1.87E)$$

W: بار باد

$$U = 0.9D + 1.43E$$

H: بار فشار خاک

$$U = (1.4D + 1.7L + 1.7H)$$

$$U = 0.9D + 1.7H$$

2- تعیین نیروهای داخلی به کمک آنالیز خطی

3- تعیین مقاومت طراحی با ضرب مقاومت اسمی در ضریب کاهش مقاومت ϕ

$$\text{مقاومت طراحی} = \phi.(V_n, M_n, P_n)$$

P_n, V_n, M_n : حداکثر مقاومت خمشی، برشی و محوری که مقطع قبل از گسیختگی دارا می باشد (مقاومت اسمی).

توضیح: مقاومت اسمی با استفاده از ابعاد مقطع، مقدار فولاد و مشخصات مکانیکی مصالح بدست می آید و ضریب ϕ نیز با توجه به اینکه عضو مورد طراحی تحت چه نیرویی می باشد، انتخاب می گردد. مثلاً برای قطعات خمشی $\phi = 0.9$ و برشی $\phi = 0.85$ ، ستون با تنگ $\phi = 0.7$ و ستون با دور پیچ $\phi = 0.75$ در نظر گرفته می شود.

معایب روش مقاومت نهایی:

● در این روش ضریب کاهش مقاومت برای فولاد و بتن یکسان در نظر گرفته می شود و چون کاهش مقاومت و ضعف این دو ماده یکسان نیست در نظر گرفتن یک ضریب کاهش مقاومت، یکی ایراد های این روش بشمار می رود.

روش حدی

روش طراحی در آیین نامه بتن ایران طراحی در حالت حدی است. حالت های حدی حالتی هستند که عضو تا رسیدن به آنها، وظایف خود را به طور کامل انجام می دهد ولی پس از رسیدن به هر یک از این حالتها، قادر به انجام وظایف خود در آن حالت نخواهد بود. در طراحی به روش حدی سازه طوری طراحی می شود که با ایمنی مشخصی، تحت هیچ یک از شرایط نامساعد بارگذاری به هیچ یک از حالات حدی نرسد. برای طراحی دو حالت مهم حدی نهایی و حدی بهره برداری مورد استفاده می باشد.

حالت حدی نهایی: به حالتی گفته می شود که حداکثر ظرفیت باربری عضو فرا رسیده است و دو حالت عمده آن حالت حدی نهایی گسیختگی و حالت حدی نهایی کماتش می باشد.
حالت حدی بهره برداری: حالتی است که حداکثر معیارهای بهره برداری مانند تغییر شکل، لرزش، ترک، پایایی به حداکثر معیار قابل قبول، رسیده باشد.

نکته: در آیین نامه بتن ایران روش کار به این صورت است که ابتدا طراحی بر اساس حالت حدی نهایی صورت می گیرد و سپس برای حالت حدی بهره برداری کنترل می گردد.

طراحی در حالت حدی نهایی:

در طراحی حدی نهایی، طراحی عضو چنان صورت می گیرد که مقاومت نهایی یا حداکثر ظرفیت باربری عضو در مقطع دلخواه بزرگتر یا مساوی نیروهای داخلی موجود در مقطع تحت اثر بارهای نهایی باشند. بارهای نهایی و مقاومت نهایی با استفاده از ضرایب ایمنی ϕ, γ_f بدست می آیند.

1- ضرایب ایمنی در مورد بارها γ_f (ضرایب تشدید بار): ضرایب بزرگتر از واحدی هستند که بسته به میزان عدم قطعیت در برآورد بار، متفاوت اند و طبق آیین نامه بتن ایران به صورت زیر در بارها ضرب می گردد و به بارهای ضربیدار بارهای نهایی نیز گفته می شود.

$$U = 1.25D + 1.5L$$

$$U = 0.8(1.25D + 1.5L \pm 1.5W) \quad \text{or} \quad D + 1.2L \pm 1.2W$$

$$U = 0.85D \pm 1.2W$$

$$U = D + 1.2L + 1.2E$$

$$U = 0.85D \pm 1.2E$$

$$U = 1.25D + 1.5L + 1.5H$$

$$U = 0.85D + 1.5H$$

D : بار مرده

L : بار زنده

E : بار زلزله

W : بار باد

H : فشار جانبی خاک

2- ضرایب کاهش ظرفیت مصالح: که به ضرایب تقلیل مقاومت معروف می باشند مقادیر کوچکتر از واحدی هستند که در مقادیر مقاومت مشخصه بتن و فولاد ضرب می شوند. این ضرایب به جهت عدم اطمینان در کیفیت مصالح، نحوه اجرا، درستی ابعاد و اندازه قطعات، در مقاومت مشخصه فولاد و بتن ضرب می شوند.

$$\text{ضریب کاهش مقاومت بتن} \quad \phi_c = 0.6$$

$$\text{ضریب کاهش مقاومت فولاد} \quad \phi_s = 0.85$$

کنترل در حالت حدی بهره برداری :

حالت حدی بهره برداری شامل دو حالت حدی تغییر شکل و ترک خوردگی است و تغییر شکل ها و عرض ترکهای ایجاد شده در هر عضو تحت اثر بارهای بهره برداری یا بار خدمت (بار بدون ضریب) باید کوچکتر از مقادیر مجاز باشند. در این حالت ضرایب کاهش مقاومت و افزایش بار برابر یک در نظر گرفته می شوند.

3

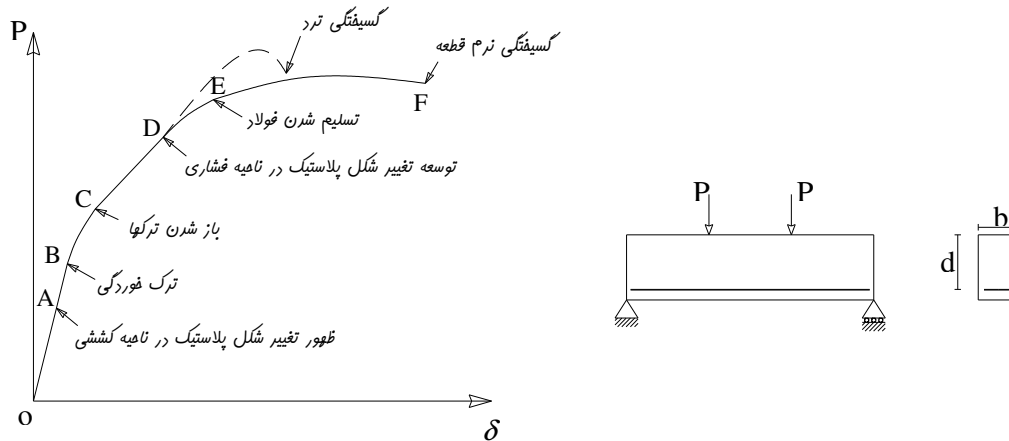
فصل سوم:

آنالیز و طراحی تیرها برای خمش

- مشخصات بتن مسلح تحت اثر خمش
- تحلیل تیر تحت خمش
 - 1- تحلیل مقطع ترک نخورده
 - 2- تحلیل مقطع ترک خورده در حالت الاستیک
 - 3- مقطع ترک خورده در حالت حدی نهائی
- مقاطع مستطیلی تک آرمه (با فولاد کششی تنها)
- مقاطع مستطیلی دوبله آرمه (با فولاد فشاری)
- آنالیز و طرح تیرهای با مقاطع T شکل

مشخصات بتن مسلح تحت اثر خمش

تیر ساده بتن آرمه ای با ابعاد زیر تحت اثر بار P که مقدار آن از صفر شروع شده و به تدریج افزایش می یابد، قرار می گیرد. رفتار این تیر در مراحل مختلف به صورت نمودار در شکل نشان داده شده است.



شکل 3-1: تیر بتن آرمه مورد آزمایش و نمودار نیرو- تغییر مکان در هنگام افزایش بار

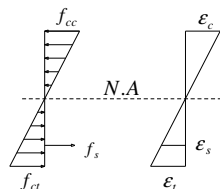
نکته 1: یک قطعه خمشی تحت اثر بارهای وارده در یکی از سه حالت زیر ممکن است قرار گیرد.

- الاستیک: تنشهای خطی در مقطع ترک نخورده (ناحیه OA)
- الاستو پلاستیک: تنشهای خطی در مقطع ترک خورده (ناحیه CD)
- پلاستیک: تنشهای غیر خطی در حالت نهایی (ناحیه EF)

نکته 2: اگر تنش فشاری بتن کمتر از $0.5f_c$ و تنش فولاد نیز کمتر از تنش جاری شدن آن F_y باشد هر دو مصالح بصورت الاستیک و یا نزدیک به آن رفتار می نمایند.

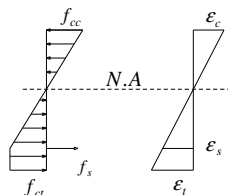
1- ناحیه OA مربوط به حالتی است که تنشها کوچک هستند و فولاد و بتن با هم نیروهای واره را تحمل می کنند و

نمودار تنش و کرنش به صورت زیر است.



2- در ناحیه AB تغییر شکلهای پلاستیک در ناحیه کششی بوجود می آیند و نمودار تنش کرنش آن به صورت زیر

است.

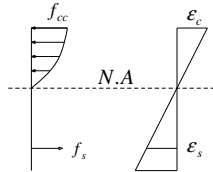


3- در نقطه **B** به علت افزایش تنش در ناحیه کششی و زیاد شدن آن از مدول گسیختگی (مقاومت کششی بتن در خمش) بتن در ناحیه کششی ترک می خورد و در محدوده **B** تا **C** بر تعداد ترکها افزوده می شود و به همین دلیل ناحیه **BC** به صورت غیر خطی می گردد.

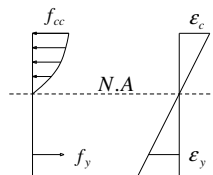
4- در ناحیه **CD** با ایجاد ترک در بتن ناحیه کششی، بتن مقاومت خود را از دست می دهد و دیگر کشش را تحمل نمی کند در عوض فولادی که در ناحیه کششی قرار گرفته است تنشهای کششی را متحمل می شود و با افزایش تنش فولاد دچار تغییر شکل می شود و عرض ترکها در این ناحیه زیاد می گردد. مادامی که میزان تنش فشاری از $0.5f_c$ تجاوز نکرده باشد تنش متناسب با کرنش است.



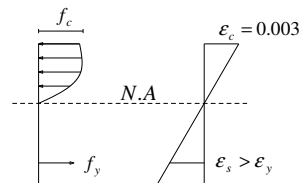
5- از نقطه **D** به بعد نمودار تنش کرنش به صورت غیر خطی می شود و با افزایش بار با اینکه تغییرات کرنش در ارتفاع خطی است تنش متناسب با کرنش تغییر نکرده و توزیع تنش فشاری در بتن به صورت غیر خطی می گردد و بر مقدار تنش کششی فولاد نیز افزوده می شود تا در نقطه **E** که فولاد جاری می گردد.



6- در حالتی که فولاد کششی به حد تسلیم نرسیده (به علت سطح مقطع زیاد فولاد در بتن) و بتن زودتر از تسلیم فولاد به مقاومت فشاری خود برسد بتن به طور ناگهانی از هم پاشیده می شود که به آن شکست ترد گویند و در نمودار به صورت خط چین نشان داده شده است. ولی در حالتی که مقطع برای حالت نرم طراحی شده باشد با افزایش تنش در فولاد و رسیدن تنش به حد تسلیم در نقطه **E** فولاد جاری می شود و با افزایش تغییر شکل فولاد در ناحیه کششی، ترکهای ایجاد شده به سمت بالا حرکت می کنند و از طول ناحیه فشاری کاسته می شود.



7- با کاهش طول ناحیه فشاری بتن و افزایش تنش فشاری، میزان کرنش در دورترین تار فشاری به حد 0.003 می رسد که سبب از هم پاشیدگی تیر می گردد در این حالت باری که سبب از هم پاشیدگی بتن می شود اندکی بیشتر از باری است که سبب تسلیم فولاد می شود.



تحلیل تیر تحت خمش

1- تحلیل مقطع ترک نخورده

در این حالت مقدار تنش کششی از مدول گسیختگی کمتر و بتن در ناحیه کششی ترک نخورده است و طراحی بر مبنای حالت ترک نخورده برای حالتی است که ایجاد ترک در قطعه مجاز نمی باشد (مثل مخازن گاز و ...) مناسب است. در تحلیل مقاطع ترک نخورده با تبدیل فولاد به بتن معادل آن و توزیع تنش خطی در ارتفاع مقطع، مقاومت مقطع و میزان تنش در هر نقطه ای از تار خشی بدست می آید.

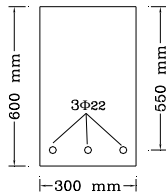
مثال 1:

تیر بتن آرمه با مقطع زیر مفروض است. مطلوب است تعیین:

اولاً: تنش های ایجاد شده در مقطع توسط ممان خمشی 50 KN-m .

ثانیاً: مقدار ممان لازم برای ایجاد ترک در مقطع فوق.

$$E_s = 2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2 \text{ و } f_y = 400 \text{ N/mm}^2 \text{ و } f_c = 30 \text{ N/mm}^2$$



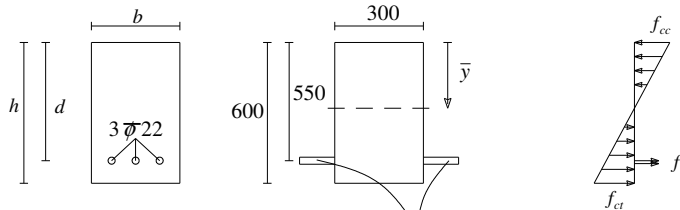
حل:

با فرض اینکه تنشها در ناحیه کششی از مدول گسیختگی بتن کمتر هستند و بتن ترک نمی خورد مقطع معادل را بدست می آوریم و سپس با بدست آوردن مقدار تنشها فرض اولیه را تایید می کنیم.

$$E_c = 5000\sqrt{f_c} = 5000\sqrt{30} = 0.277 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^5}{0.277 \times 10^5} = 7.3$$

$$A_s = 1140 \text{ mm}^2$$



$$\bar{y} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = \frac{[b.h.h/2 + (n-1).A_s.d]}{[b.h + (n-1).A_s]} = 310 \text{ mm} \quad (nA_s - A_s) = 7182 \text{ mm}^2$$

$$I = \frac{b.h^3}{12} + b.h.(h/2 - \bar{y})^2 + A_s.(n-1).d^2 = 5.83 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

$$f_{cc} = \frac{M.y_c}{I} = \frac{50 \times 10^6 \times 310}{5.83 \times 10^9} = 2.66 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ct} = \frac{M.y_{ct}}{I} = \frac{50 \times 10^6 \times 290}{5.83 \times 10^9} = 2.49 \text{ N/mm}^2 < f_r = 0.63\sqrt{f_c} = 3.45$$

بتن ناحیه کششی

ترک نخورده

$$f_s = n \cdot \frac{M.y_s}{I} = 7.3 \times \frac{50 \times 10^6 \times 240}{5.83 \times 10^9} = 15.03 \text{ N/mm}^2 < f_y \text{ تنش در فولاد}$$

با توجه به اینکه تنشهای بدست آمده خیلی کمتر از مقاومت مشخصه بتن و تسلیم فولاد هستند مقطع در حالت الاستیک است و فرض اولیه صحیح می باشد.

حالت دوم:

با فرض مقطع ترک نخورده مانند قبل تنش کششی را در بتن بدست می آوریم و لنگری که باعث ترک خوردن مقطع می شود برابر است با:

$$f_{ct} = \frac{M \cdot y_{ct}}{I} = f_r \Rightarrow M_{cr} = \frac{f_r \cdot I}{y_{ct}} \quad \text{لنگر ترک خوردگی}$$

نکته 1: در رابطه فوق I ممان اینرسی مقطع ترک نخورده است.

نکته 2: در این رابطه y_{ct} فاصله تار خنثی تا دورترین تار کششی بتن است.

نکته 3: اگر لنگر موجود بیشتر از لنگر ترک خوردگی باشد مقطع ترک نخورده است

نکته 4: برای بدست آوردن تنشها در مقطع ترک نخورده باید از مشخصات مقطع ترک نخورده در محاسبات استفاده گردد.

$$M_{cr} = \frac{f_r \cdot I}{y_{ct}} = \frac{3.45 \times 5.83 \times 10^9}{290} = 69.4 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$M_{cr} = 69.4 \text{ KN.m}$$

2- تحلیل مقطع ترک نخورده در حالت الاستیک

وقتی که لنگر وارد بر مقطع بیشتر از لنگر ترک خوردگی باشد ناحیه کششی بتن ترک نخورده و دیگر تنش تحمل نمی کند و به جای آن فولاد وارد عمل شده و تنشها را تحمل می کند. در صورتی که تنش فشاری بتن کمتر از $0.5f_c$ و تنش فولاد نیز کمتر از تنش جاری شدن باشد هر دو مصالح به صورت الاستیک (خطی) و یا نزدیک به آن رفتار می کنند این وضعیت معمولاً در سازه های تحت بار خدمت بوجود می آید.

فرضیات لازم برای تحلیل الاستیک مقطع:

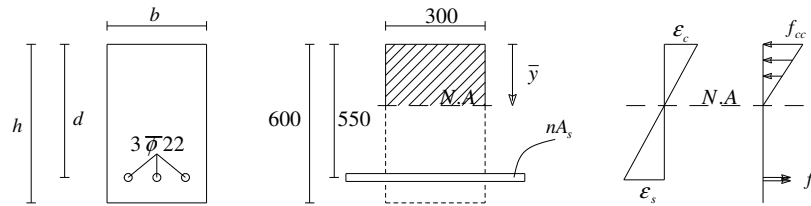
- 1- مقاطع صفحه ای عمود بر محور تیر، پس از خمش نیز به صورت صفحه باقی می مانند (تغییرات کرنش در ارتفاع تیر خطی است).
- 2- هم بتن و هم فولاد مسلح کننده از قانون هوک پیروی می کنند (تنش متناسب با کرنش است).
- 3- تغییرات تنش در ارتفاع مقطع به صورت خطی است.
- 4- از مقاومت کششی بتن صرف نظر می شود.
- 5- چسبندگی کافی بین بتن و فولاد وجود دارد تا مانع لغزش میلگرد در داخل بتن شود.

مثال 2:

اگر ممان خمشی در مثال 1 100 KN-m باشد مطلوب است تعیین تنش های وارده بر مقطع.

حل:

از آنجائیکه $M > M_{cr}$ موجود است، مقطع بصورت ترک نخورده می باشد لذا با توجه به ترک خوردگی مقطع مشخصات آن تغییر می کند و باید دوباره آنها را بدست آورد. ابتدا با فرض رفتار خطی برای بتن ناحیه فشاری، تنش در دورترین تار فشاری مقطع بدست می آید. در صورتی که مقدار آن از $0.5f_c$ کمتر باشد بتن در ناحیه خطی بوده و فرض اولیه صحیح است.



$$b \cdot \bar{y} \cdot \bar{y} / 2 = n \cdot A_s \cdot (d - \bar{y})$$

$$300 \times 0.5 \times \bar{y}^2 = 7.3 \times 1140 \times (550 - \bar{y}) \rightarrow \bar{y} = 149 \text{ mm}$$

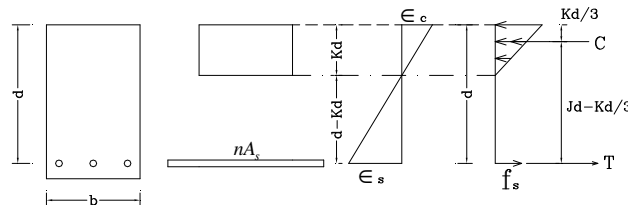
$$I = \frac{b \cdot \bar{y}^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - \bar{y})^2 = 1.67 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

$$f_{cc} = \frac{M \cdot y_c}{I} = \frac{100 \times 10^6 \times 149}{1.67 \times 10^9} = 8.9 \text{ N/mm}^2 < \frac{1}{2} f_c = 15 \text{ N/mm}^2$$

$$f_s = n \cdot \frac{M \cdot y_s}{I} = 7.3 \times \frac{100 \times 10^6 \times (550 - 149)}{1.67 \times 10^9} = 175.3 \text{ N/mm}^2 < f_y = 400 \text{ N/mm}^2$$

همانطور که دیده می شود تنشها در محدوده خطی هستند و فرض اولیه صحیح بوده است.

روش دوم:



$$kd = y = 149 \text{ mm}$$

$$Jd = d - \frac{kd}{3} = 550 - \frac{149}{3} = 500 \text{ mm}$$

$$c = \frac{1}{2} f_c \cdot kd \cdot b \quad T = A_s \cdot f_s$$

$$M = c \cdot Jd = 0.5 f_c \cdot kd \cdot b \cdot Jd \Rightarrow f_c = \frac{M}{0.5 b \cdot kd \cdot Jd}$$

$$f_c = \frac{100 \times 10^6}{0.5 \times 300 \times 149 \times 500} = 8.9 \text{ N/mm}^2$$

$$M = T \cdot Jd = A_s \cdot f_s \cdot Jd$$

$$f_s = \frac{M}{A_s \cdot Jd} = \frac{100 \times 10^6}{1140 \times 500} = 175.3 \text{ N/mm}^2$$

با مقایسه دو حالت بالا نتایج زیر بدست می آید:

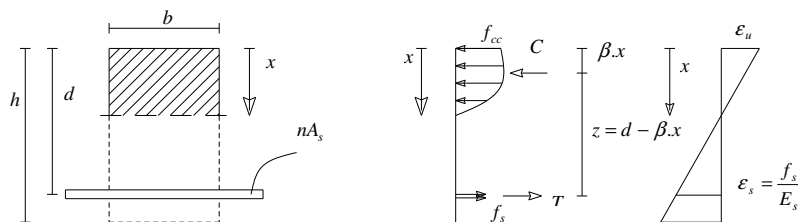
با افزایش لنگر خمشی به میزان 2 برابر و ترک خوردن مقطع تار خنثی به سمت ناحیه فشاری حرکت می کند بطوری که دیده می شود \bar{y} از مقدار 310 به مقدار 149 میلیمتر کاهش می یابد. تنش در فولاد کششی از 15 به 175/3 و تنش در بتن از 2/66 به 8/9 نیوتن بر میلیمتر مربع افزایش می یابد و ممان اینرسی مقطع در اثر ترک خوردگی کاهش می یابد.

جدول 3-1: مقایسه وضعیت مقطع بتنی در دو حالت ترک خورده و ترک نخورده

مثال (1)	مثال (2)	ملاحظات
$\bar{y} = 310 \text{ mm}$	$\bar{y} = 149 \text{ mm}$	با ایجاد ترک، تار خنثی به سمت بالا حرکت می نماید.
$f_s = 15$	$f_s = 175.3 \frac{N}{\text{mm}^2}$	با دو برابر نمودن ممان خمشی تنشی در فولاد 12 برابر شد.
$I = 5.83 \times 10^9 \text{ mm}^4$	$1.67 \times 10^9 \text{ mm}^4$	در اثر ایجاد ترک ممان اینرسی کاهش یافته (70%) لذا با ایجاد ترک خیز به میزان قابل توجه افزایش می یابد

3- مقطع ترک خورده در حالت حدی نهایی

همانطور که نمودارهای تنش کرنش نشان می دهند در حالت حدی نهایی با وجود خطی بودن کرنش در ارتفاع مقطع، تغییرات تنش با کرنش متناسب نبوده و تغییرات تنش در ارتفاع مقطع خطی نیست و اگر بتوان توزیع تنش فشاری بتن در حالت نهایی را توسط یک مدل هندسی تعریف نمود می توان مقاومت خمشی نهایی مقطع را به راحتی بدست آورد. مطابق آزمایشات بعمل آمده دیاگرام توزیع تنش در یک مقطع مستطیلی را در حالت مقاومت نهایی می توان به صورت سهمی زیر در نظر گرفت که دو حالت برای خرابی مقطع وجود دارد. حالت اول زمانی است که مقدار فولاد کششی زیاد نبوده و شکست نهایی با تسلیم فولاد صورت پذیرد و در حالت دوم به علت مقدار فولاد زیاد گسیختگی با شکست بتن فشاری ایجاد می گردد که به صورت ناگهانی می باشد.



برای بدست آوردن ظرفیت خمشی نهایی مقطع مستطیلی بالا، باید فرضیات زیر در نظر گرفته شود:

- 1- فاصله x دورترین تار فشاری بتن تا محور خنثی معلوم است.
- 2- برآیند تنشهای فشاری بتن برابر $C = f_{av} \cdot b \cdot x$ می باشد که b عرض مقطع و f_{av} تنش متوسط فشاری است.
- 3- محل اثر برآیند نیروی فشاری تا دورترین تار فشاری برابر $\beta \cdot x$ است.
- 4- f_{av} ضریبی از f_c می باشد. $f_{av} = \alpha \cdot f_c$
- 5- با اعمال ضریب کاهش مقاومت برای بتن مقدار C به صورت زیر می گردد. $C = \phi_c \cdot \alpha \cdot f_c \cdot b \cdot x$
- 6- مقادیر α, β به طور تجربی بوده و به مقدار f_c بستگی دارند.

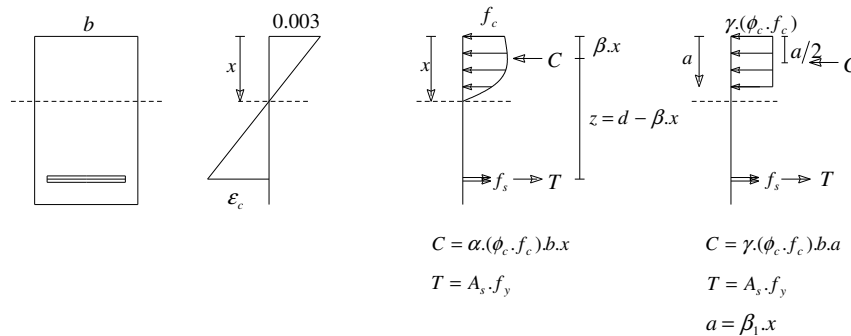
بلوک تنش مستطیلی (بلوک ویتنی)

همانطور که در بالا دیده می شود تعیین محل اثر و مقدار نیروی فشاری به صورت تجربی بوده و بستگی به f_c دارد. از طرفی محاسبه ظرفیت مقطع با استفاده از این روش کمی دشوار بوده و اگر طراح در محاسبات خود دچار اشتباه شود قادر به تشخیص آن نخواهد بود. لذا روش دیگری که بعد ها توسط ویتنی پیشنهاد گردید در ادامه ذکر می گردد. اگر چه این روش بصورت تقریبی می باشد ولی نتایج آن با دقت خوبی با نتایج اصلی مطابقت دارد. ضمن آنکه روند محاسبات ساده تر بوده و دیگر نیازی به در نظر گرفتن توزیع تنش فشاری به صورت سهمی (غیر خطی) نمی باشد.

نکته 1: ویتنی با فرضیات زیر توزیع سهمی تنش فشاری را به یک توزیع یکنواخت مستطیلی تبدیل کرد.

1- مقدار نیروی فشاری با استفاده از ضریب γ به صورتی تعیین گردید که درست به اندازه نیروی فشاری در روش اصلی (توزیع غیر خطی) باشد.

2- محل اثر نیروی فشاری نیز با استفاده از ضریب β_1 درست در محل اثر نیروی فشاری در حالت غیر یکنواخت در نظر گرفته شد.



جدول 3-2: تعیین ضرایب β_1 و γ با توجه به مقدار f_c

ضرایب	f_c					
	≤ 30	35	40	45	50	55
β_1	0.85	0.8	0.77	0.73	0.69	0.65
γ	0.85	0.85	0.85	0.85	0.86	0.86

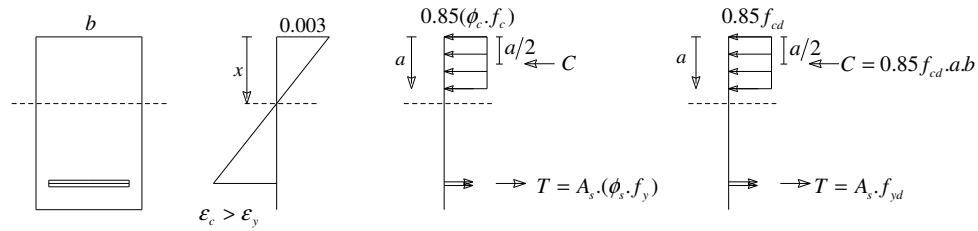
نکته 2: برای تعیین مقدار β_1 می توان از روابط زیر استفاده کرد.

$$f_c \leq 30 \text{ N/mm}^2 \quad \rightarrow \beta_1 = 0.85$$

$$30 \text{ N/mm}^2 < f_c < 55 \text{ N/mm}^2 \quad \rightarrow \beta_1 = 0.85 - 0.008 \times (f_c - 30)$$

$$f_c \geq 55 \text{ N/mm}^2 \quad \rightarrow \beta_1 = 0.65$$

نکته 3: همانگونه که در جدول بالا دیده می شود تغییرات γ بطور قابل توجهی زیاد نبوده و می توان مقدار آن را در بتن های با مقاومت معمولی برابر $\gamma = 0.85$ در نظر گرفت.



نکته 4: با توجه به اینکه در مقطع فوق باید روابط تعادل برقرار باشد می توان مقدار a عمق بلوک تنش وبتنی و M_r ظرفیت نهایی مقطع را به صورت زیر بدست آورد.

$$T = C$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0.85 f_{cd} \cdot a \cdot b \quad \Rightarrow \quad a = \frac{A_s (\phi_s \cdot f_y)}{0.85 (\phi_c f_c) \cdot b}$$

$$M_r = C \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$M_r = T \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad M_r = A_s \cdot f_{yd} \left(d - \frac{a}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad M_r = A_s \cdot f_{yd} \left(d - 0.5 \times \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0.85 f_{cd} \cdot b}\right)$$

نکته 5: روش بلوک تنش وبتنی هر چند برای مقاطع مستطیلی ابداع شده است ولیکن تجربه نشان داده که برای مقاطع غیر مستطیلی نیز قابل قبول می باشد.

مقاطع مستطیلی با فولاد کششی تنها

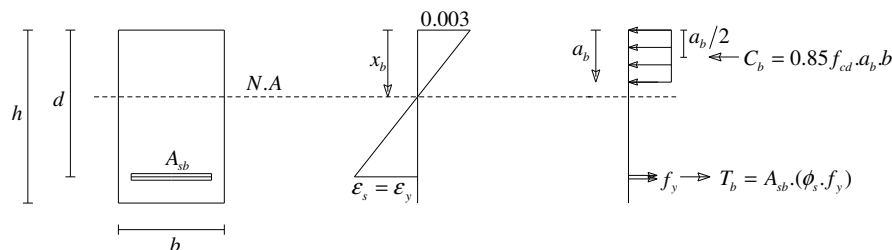
متداولترین مقاطع در سازه های بتن آرمه مقاطع مستطیلی با فولاد کششی تنها می باشند. در این مقاطع با توجه به دو نوع گسیختگی نرم و ترد یا به عبارتی مقطع کم فولاد و شکست فشاری، باید قبل از محاسبه M_r معیار کم یا زیاد بودن میلگرد مشخص گردد.

نکته 6: درصد فولاد در یک مقطع به صورت زیر تعریف می گردد که در این رابطه b عرض مقطع و d فاصله دورترین تار فشاری مقطع تا مرکز ثقل فولاد های کششی می باشد.

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d}$$

نکته 7: درصد فولاد متعادل یا ρ_b نسبت فولادی است که در مرز بین کم یا زیاد بودن میلگرد در لحظه مقاومت نهایی قرار دارد و میزان فولادی است که به ازای آن درست در لحظه ای که کرنش در دورترین تار فشاری بتن به 0/003 می رسد فولاد نیز به حد جاری شدن می رسد.

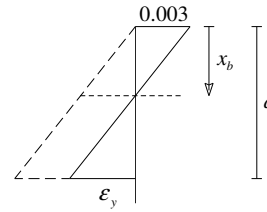
درصد فولاد متعادل یا بالانس در مقاطع مستطیلی با فولاد کششی تنها



از تشابه مثلثها در دیاگرام کرنش:

$$\frac{0.003}{x_b} = \frac{0.003 + \varepsilon_y}{d}$$

$$x_b = \frac{0.003 \times d}{0.003 + \varepsilon_y} = \frac{600 \times d}{600 + f_y}$$



از رابطه تعادل نیروها:

$$T_b = C_b$$

$$C_b = 0.85 \phi_c \cdot f_c \cdot a_b \cdot b = 0.85 \phi_c \cdot f_c \cdot (\beta_1 \cdot x_b) \cdot b$$

$$T_b = A_{sb} \cdot (\phi_s \cdot f_y) \quad , \quad A_{sb} = \rho_b \cdot b \cdot d \quad \Rightarrow \quad T_b = \rho_b \cdot b \cdot d \cdot (\phi_s \cdot f_y)$$

$$T_b = C_b$$

$$\rho_b \cdot b \cdot d \cdot (\phi_s \cdot f_y) = 0.85 \phi_c \cdot f_c \cdot (\beta_1 \cdot x_b) \cdot b$$

$$\rho_b = \frac{0.85 \phi_c \cdot f_c \cdot (\beta_1 \cdot x_b) \cdot b}{b \cdot d \cdot (\phi_s \cdot f_y)} \quad , \quad x_b = \frac{600 \times d}{600 + f_y}$$

$$\rho_b = 0.6 \beta_1 \cdot \frac{f_c}{f_y} \cdot \frac{600}{600 + f_y}$$

نکته 8: آیین نامه بتن ایران (آبا) به منظور اطمینان از شکست نرم (شکل پذیر) حداکثر درصد فولاد کششی را به درصد فولاد متعادل ρ_b محدود می کند.

$$\rho_{Max} = \rho_b = 0.6 \beta_1 \cdot \frac{f_c}{f_y} \cdot \frac{600}{600 + f_y}$$

همچنین برای محدودیت در بکارگیری حداقل میلگرد و جلوگیری از شکست ترد ناشی از کم بودن میلگردهای کششی آیین نامه لازم می داند که رابطه زیر برقرار باشد.

$$\rho \geq \rho_{min} = \frac{1.4}{f_y}$$

نتیجه: بنابراین برای ایجاد گسیختگی نرم باید

$$\rho_{min} \leq \rho \leq \rho_{Max}$$

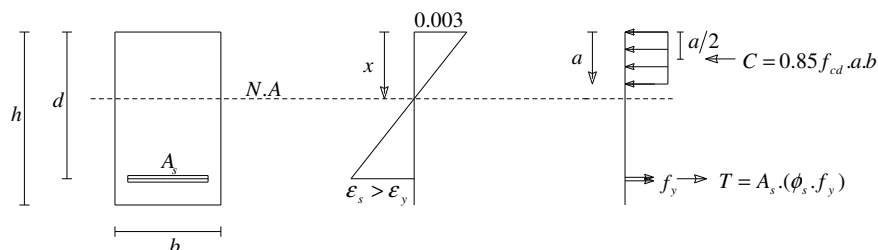
و در صورت اینکه $\rho > \rho_{Max}$ باشد گسیختگی از نوع ترد است.

تذکر: اگر میزان سطح مقطع میلگرد بکار گرفته شده 33٪ بیشتر از مقدار لازم محاسبه شده باشد نیاز به کنترل ρ_{min} نمی باشد.

محاسبه ظرفیت خمشی مقطع تک آرمه

الف. حالت گسیختگی نرم

$$\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max}$$



از رابطه تعادل نیروها:

$$C = 0.85 \phi_c \cdot f_c \cdot a \cdot b$$

$$T = A_s \cdot (\phi_s \cdot f_y)$$

$$T = C$$

$$A_s \cdot (\phi_s \cdot f_y) = 0.85 \phi_c \cdot f_c \cdot a \cdot b$$

$$a = \frac{A_s \cdot (\phi_s \cdot f_y)}{0.85 \phi_c \cdot f_c \cdot b} = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0.85 f_{cd} \cdot b}$$

از رابطه تعادل ممان:

$$M_r = A_s \cdot \phi_s \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$M_r = A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$M_r = A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(d - 0.5 \frac{A_s}{b} \cdot \frac{f_{yd}}{0.85 f_{cd}}\right)$$

ظرفیت خمشی یک مقطع را می توان بر حسب درصد فولاد ρ نیز بیان کرد.

$$M_r = \rho \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{yd} \cdot \left(1 - 0.5 \rho \cdot \frac{f_{yd}}{0.85 f_{cd}}\right)$$

ب. حالت گسیختگی ترد

$$\rho > \rho_{\max}$$

در عمل صرفنظر از فولاد مازاد بر حداکثر $\rho = \rho_{\max}$ اختیار می گردد و با استفاده از رابطه بالا مقدار M_r بر اساس ρ_{\max} تعیین می گردد.

$$M_r = b \cdot d^2 \cdot \rho_{\max} \cdot f_{yd} \cdot \left(1 - 0.5 \rho_{\max} \cdot \frac{f_{yd}}{0.85 f_{cd}}\right)$$

$$M_r \approx 0.2 f_{cd} \cdot b \cdot d^2$$

حل مسائل تیرهای بتن آرمه تحت خمشی

در هر حالت مشخصات مکانیکی مقطع معلوم است.

1- آنالیز مقطع: مشخصات مقطع مانند b, d, A_s معلوم می باشد و هدف بدست آوردن ممان مقاوم نهایی مقطع می باشد.

2- طراحی مقطع:

- مشخصات مربوط به بار بهره برداری w یا بار ضریب دار w_u ، طول تیر L معلوم بوده و ابعاد مقطع b, d و میزان فولاد A_s تعیین می گردد.
- مشخصات مربوط به بار بهره برداری w یا بار ضریب دار w_u ، طول تیر L و ابعاد مقطع b, d معلوم بوده و میزان فولاد A_s تعیین می گردد.

مراحل تحلیل برای آنالیز مقطع

گام اول: تعیین درصد فولاد ρ با توجه به مقدار A_s و ابعاد مقطع b, d

$$\rho = \frac{A_s}{b.d}$$

گام دوم: محاسبه ρ_{Max} ، ρ_{min} و مقایسه آنها با ρ و تعیین نوع گسیختگی گام سوم:

- اگر $\rho \leq \rho_{Max}$ باشد گسیختگی از نوع نرم بوده و ظرفیت نهایی مقطع از روابط زیر بدست می آید.

$$M_r = A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(d - 0.5 \frac{A_s}{b} \cdot \frac{f_{yd}}{0.85 f_{cd}} \right)$$

$$M_r = \rho \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{yd} \cdot \left(1 - 0.5 \rho \cdot \frac{f_{yd}}{0.85 f_{cd}} \right)$$

- اگر $\rho > \rho_{Max}$ باشد گسیختگی از نوع ترد است و با اختیار نمودن $\rho = \rho_{Max}$ برای جلوگیری از شکست ترد، ظرفیت مقطع از روابط زیر بدست می آید.

$$M_r = b \cdot d^2 \cdot \rho_{Max} \cdot f_{yd} \cdot \left(1 - 0.5 \rho_{Max} \cdot \frac{f_{yd}}{0.85 f_{cd}} \right)$$

$$M_r \approx 0.2 f_{cd} \cdot b \cdot d^2$$

مراحل تحلیل برای طراحی مقطع

گام اول: تعیین بار نهایی (بار ضریبدار) از روی بار بهره برداری

$$w_u = 1.25D + 1.5L$$

$$w_u = 1.0D + 1.2L \pm 1.2E$$

گام دوم: تعیین ممان خمشی لازم M_u با استفاده از آنالیز خطی

گام سوم: به منظور حصول اطمینان، ظرفیت خمشی مقطع حداقل باید برابر ممان خمشی لازم از آنالیز خطی مقطع باشد.

$$M_u = M_r$$

گام چهارم: تعیین $(b.d^2)$ حداقل با منظور نمودن $\rho = \rho_{Max}$ ، $M_r = M_u$ و با استفاده از رابطه زیر

$$\text{حداقل } (b.d^2) = \frac{M_u}{\rho_{Max} \cdot f_{yd} \left(1 - 0.5 \rho_{Max} \cdot \frac{f_{yd}}{0.85 f_{cd}}\right)}$$

$$m = \frac{f_{yd}}{0.85 f_{cd}} = \frac{f_y}{f_{cd}} = \frac{f_y}{0.6 \times f_c}$$

$$\text{حداقل } (b.d^2) = \frac{M_u}{\rho_{Max} \cdot f_{yd} (1 - 0.5 \rho_{Max} \cdot m)}$$

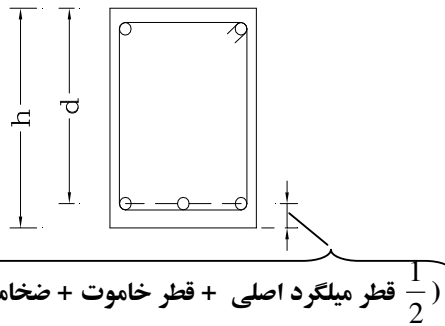
گام پنجم: کنترل حداقل ارتفاع مقطع برای کنترل تغییر شکل تیر

بر اساس آیین نامه بتن ایران در صورتی که $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$ باشد حداقل ارتفاع تیر برابر است با:

$$h_{\min} = \begin{cases} \frac{L}{16} & \text{تیر ساده} \\ \frac{L}{18.5} & \text{تیر با یک سر پیوسته} \\ \frac{L}{21} & \text{تیر با دو سر پیوسته} \\ \frac{L}{8} & \text{تیر کنسول} \end{cases}$$

تذکر: در صورتی که $f_y \neq 400 \text{ N/mm}^2$ باشد مقادیر h_{\min} باید در ضریب α زیر ضرب گردند.

$$\alpha = \left(0.4 + \frac{f_y}{670}\right)$$



$$d = h - \left(\frac{1}{2} \text{ قطر میلگرد اصلی} + \text{ضخامت بتن محافظ میلگرد}\right)$$

گام ششم: تعیین سطح مقطع فولاد A_s از رابطه زیر

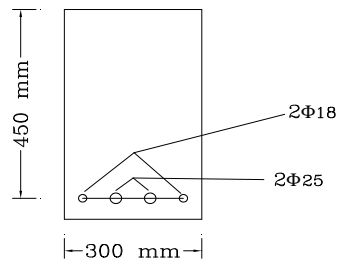
$$A_s = \frac{0.85 f_{cd} \cdot b \cdot d}{f_{yd}} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2M_u}{0.85 f_{cd} \cdot b \cdot d^2}}\right)$$

مثال 1:

مطلوبست تعیین مقاومت خمشی نهائی مقطع نشان داده شده

$$f_c = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$f_y = 400 \text{ N/mm}^2$$



گام اول:

$$A_s = 509 + 982 = 1491 \text{ mm}^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{b.d} = \frac{1491}{300 \times 450} = 0.011$$

گام دوم:

$$\rho_{\max} = 0.6\beta_1 \cdot \frac{f_c}{f_y} \cdot \frac{600}{600 + f_y}$$

$$\rho_{\max} = 0.6 \times 0.85 \times \frac{25}{400} \cdot \frac{600}{1000} = 0.0191$$

$$\rho_{\min} = \frac{1.4}{f_y} = \frac{1.4}{400} = 0.0035$$

$$\rho_{\min} < \rho < \rho_{\max}$$

گسیختگی نرم

گام سوم:

$$M_r = b.d^2 \cdot \rho \cdot f_{yd} \cdot \left(1 - 0.5\rho \cdot \frac{f_{yd}}{0.85f_{cd}}\right)$$

$$f_{yd} = 0.85 \times 400 = 340 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cd} = 0.6 \times 25 = 15 \text{ N/mm}^2$$

$$m = \frac{f_{yd}}{0.85f_{cd}} = 26.7$$

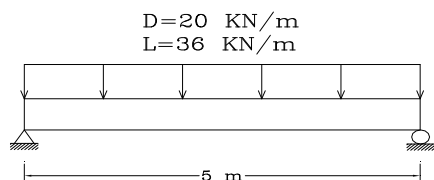
$$M_r = \rho \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{yd} \cdot \left(1 - 0.5\rho \cdot \frac{f_{yd}}{0.85f_{cd}}\right)$$

$$M_r = \{(300)(450)^2 (0.011)340[1 - 0.5(0.011)26.7]\} \times 10^{-6}$$

$$M_r = 194 \text{ KN.m}$$

مثال 2:

مطلوبست طراحی تیر با مقطع مستطیل شکل



$$f_c = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$f_y = 300 \text{ N/mm}^2$$

گام اول:

$$W_u = 1.25D + 1.5L$$

$$W_u = 1.25 \times 20 + 1.5 \times 36 = 79 \text{ KN/m}$$

گام دوم:

$$M_u = \frac{W.L^2}{8} = \frac{79 \times 5^2}{8} = 246.9 \text{ KN.m}$$

گام سوم:

$$M_u = M_r = 246.9 \text{ KN.m}$$

گام چهارم:

$$\text{حداقل } (b.d^2) = \frac{M_u}{\rho_{Max} \cdot f_{yd} (1 - 0.5\rho_{Max} \cdot m)}$$

$$m = \frac{f_{yd}}{0.85f_{cd}} = \frac{f_y}{f_{cd}} = \frac{f_y}{0.6 \times f_c} = 20$$

$$\rho_{Max} = 0.6\beta_1 \cdot \frac{f_c}{f_y} \cdot \frac{600}{600 + f_y} = 0.6 \times 0.85 \times \frac{25}{300} \times \frac{600}{600 + 300} = 0.0283$$

$$\text{حداقل } (b.d^2) = \frac{246.9 \times 10^6}{0.0283 \times 255 \times (1 - 0.5 \times 0.0283 \times 20)} = 47.72 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

گام پنجم:

$$h_{\min} = (0.4 + \frac{f_y}{670}) \times (\frac{L}{16})$$

$$h_{\min} = (0.4 + \frac{f_y}{670}) \times (\frac{5000}{16}) = 265 \text{ mm}$$

$$h = 450 \text{ mm}^2 \quad \text{انتخاب می کنیم}$$

$$d = 450 - 50 = 400 \text{ mm}$$

$$b(400^2) = 47.72 \times 10^6 \Rightarrow b = 298 \text{ mm}$$

$$\text{use } b = 300 \text{ mm} , d = 400 \text{ mm}$$

$$b.d^2 = 300 \times 400^2 = 48 \times 10^6 > 47.72 \times 10^6$$

گام ششم:

$$A_s = \frac{0.85 f_{cd} \cdot b \cdot d}{f_{yd}} \cdot (1 - \sqrt{(1 - \frac{2M_u}{0.85 f_{cd} \cdot b \cdot d^2})})$$

$$A_s = \frac{0.85 \times 0.6 \times 25 \times 300 \times 400}{0.85 \times 300} \cdot (1 - \sqrt{(1 - \frac{2 \times (246.9 \times 10^6)}{0.85 \times 0.6 \times 25 \times 300 \times (400^2)})})$$

$$A_s = 3363 \text{ mm}^2 \Rightarrow \text{use } 4\phi 26 + 3\phi 24 \quad A_s = 3480 \text{ mm}^2$$

چون ابعاد مقطع بر اساس ρ_{Max} تعیین و دقیقاً ابعاد بدست آمده انتخاب گردیده است (بزرگتر انتخاب نشده است) و سطح مقطع فولاد نیز بر اساس همان ابعاد محاسبه شده است، با کمی بزرگتر شدن سطح مقطع فولاد $\rho > \rho_{Max}$ می شود ولی از طرفی چون لنگر بزرگتر از M_u بر مقطع وارد نمی شود شکست ترد اتفاق نمی افتد.

مقاطع مستطیلی دوبله آرمه (با فولاد فشاری):

در مواقعی که ابعاد مقطع برای طراح محدود شده باشد و لنگر خمشی موجود (وارد بر مقطع) بزرگتر از ظرفیت خمشی حداکثر مقطع در حالت تک آرمه باشد ($M_r > M_{r Max}$) برای افزایش ظرفیت مقطع از فولاد مضاعف در ناحیه فشاری مقطع استفاده می گردد.

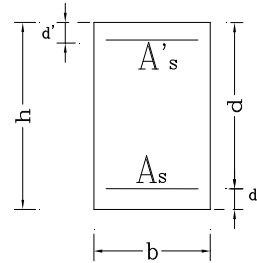
$$M_r > M_{r Max}$$

$$M_{r Max} = b \cdot d^2 \cdot \rho_{Max} \cdot f_{yd} \left(1 - 0.5 \rho_{Max} \cdot \frac{f_{yd}}{0.85 f_{cd}}\right)$$

$$M_{r Max} \approx 0.2 f_{cd} \cdot b \cdot d^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d}$$

$$\rho' = \frac{A'_s}{b \cdot d}$$

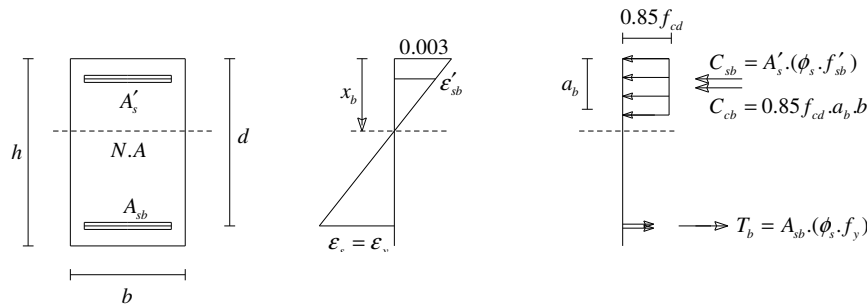


استفاده از میلگردهای فشاری دارای مزیت‌های زیر نیز می‌باشد:

- 1) خیز دراز مدت ناشی از خزش را کاهش می‌دهد.
- 2) تکیه گاهی برای خاموتها در ناحیه فشاری است.
- 3) مقاومت خمشی مقطع در صورت تعویض جهت ممان خمشی

معیار تسلیم میلگرد های کششی در مقاطع دوبله آرمه:

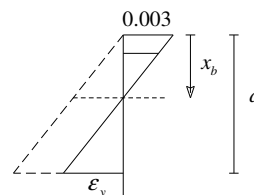
شرایط متعادل یا بالانس را برای مقاطع دوبله آرمه به صورتی در نظر می‌گیریم که وقتی کرنش در دورترین تار فشاری بتن به 0/003 می‌رسد فولاد کششی نیز به حد جاری شدن می‌رسد. در این شرایط ممکن است فولاد فشاری تسلیم شده یا هنوز به حد تسلیم نرسیده باشد.



از دیاگرام کرنش و با استفاده از تشابه مثلثها:

$$\frac{0.003}{x_b} = \frac{0.003 + \epsilon_y}{d}$$

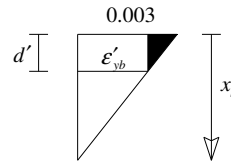
$$x_b = \frac{0.003 \times d}{0.003 + \epsilon_y} = \frac{600 \times d}{600 + f_y}$$



همچنین با نوشتن تشابه در دو مثلث دیگر:

$$\frac{0.003}{x_b} = \frac{0.003 - \epsilon'_{sb}}{d'}$$

$$\epsilon'_{sb} = 0.003 - \frac{d'}{d} \cdot (0.003 + \epsilon_y)$$



از دیاگرام تنش و نوشتن تعادل نیروها:

با صرف نظر از کاهش سطح بتن ناحیه فشاری به دلیل فشاری

$$T_b = C_{cb} + C_{sb}$$

$$A_{sb} \cdot f_{yd} = 0.85 f_{cd} \cdot a_b \cdot b + A'_s \cdot \phi_s \cdot f'_{sb}$$

$$a_b = \beta_1 \cdot x_b$$

$$A_{sb} \cdot (\phi_s \cdot f_y) = 0.85(0.6) f_c \cdot (\beta_1 \cdot x_b) \cdot b + A'_s \cdot (\phi_s \cdot f'_{sb})$$

$$\frac{A_{sb} \cdot \phi_s \cdot f_y}{b \cdot d \cdot \phi_s \cdot f_y} = \frac{0.85(0.6) f_c \cdot \beta_1}{b d \phi_s f_y} \cdot \frac{0.003 \times d}{0.003 + \epsilon_y} \cdot b + \frac{A'_s \cdot \phi_s \cdot f'_{sb}}{b \cdot d \cdot \phi_s \cdot f_y}$$

$$\frac{A_{sb}}{b \cdot d} = \bar{\rho}_b, \quad \epsilon_y = \frac{f_y}{2 \times 10^5}, \quad \rho' = \frac{A'_s}{b \cdot d}$$

$$\bar{\rho}_b = 0.6 \beta_1 \cdot \frac{f_c}{f_y} \cdot \frac{600}{600 + f_y} + \rho' \cdot \frac{f'_{sb}}{f_y}$$

$$\bar{\rho}_b = \rho_b + \rho' \cdot \frac{f'_{sb}}{f_y}$$

$$\bar{\rho}_{Max} = 0.6 \beta_1 \cdot \frac{f_c}{f_y} \cdot \frac{600}{600 + f_y} + \rho' \cdot \frac{f'_{sb}}{f_y}$$

$$f'_{sb} = \begin{cases} f_y & \epsilon'_{sb} \geq \epsilon_y \\ E_s \cdot \epsilon'_{sb} & \epsilon'_{sb} < \epsilon_y \end{cases}$$

اگر فولاد فشاری تسلیم شده باشد $\epsilon'_{sb} \geq \epsilon_y$ و $f'_{sb} = f_y$ در نتیجه:

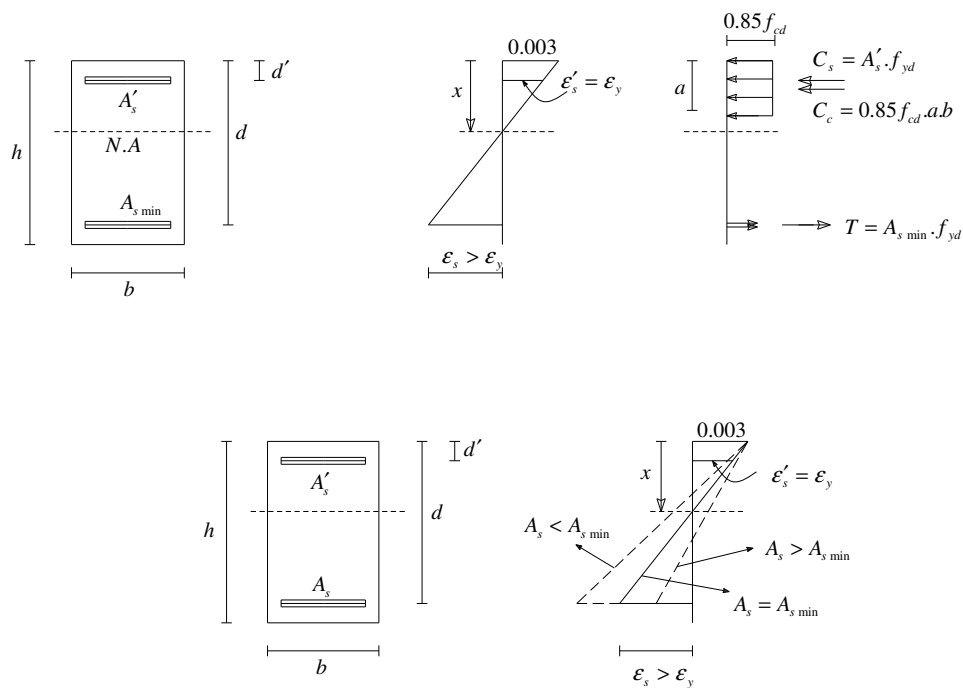
$$\bar{\rho}_b = \rho_b + \rho'$$

در حالت دوبله آرمه مطابق آبا برای ایجاد گسیختگی نرم حداکثر فولاد کششی به مقدار زیر محدود می شود:

$$\bar{\rho}_{Max} = \bar{\rho}_b$$

معیار تسلیم میلگرد های فشاری در مقاطع دوبله آرمه:

در این حالت با در نظر گرفتن این موضوع که قبل از گسیختگی بتن فشاری فولاد کششی حتماً جاری می شود، معیاری را در نظر می گیریم که به ازای آن معیار (حداقل فولاد در ناحیه کششی) وقتی کرنش در دورترین تار فشاری بتن به حد 0/003 می رسد فولاد فشاری جاری می گردد. این معیار در انتها با عنوان $\bar{\rho}_{min}$ تعریف می گردد.



از دیاگرام کرنش با استفاده از تشابه مثلثها:

$$\frac{x}{0.003} = \frac{d'}{0.003 - \epsilon_y}$$

$$x = \frac{0.003}{0.003 - \epsilon_y} d'$$

از رابطه تعادل نیروها با صرفنظر از بتن جابه‌جا شده:

$$T = C_c + C_s$$

$$A_{s \min} \cdot f_{yd} = 0.85 f_{cd} \cdot a \cdot b + A'_s \cdot f_{yd}$$

با تقسیم طرفین رابطه فوق بر مقدار $(b \cdot d \cdot f_{yd})$ داریم:

$$\frac{A_{s \min} \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{0.85 f_{cd} \cdot \beta_1 \cdot x \cdot b}{b \cdot d \cdot f_{yd}} + \frac{A'_s \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{yd}}$$

$$\bar{\rho}_{\min} = 0.85 \beta_1 \cdot \frac{0.003}{0.003 - \epsilon_y} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot \frac{d'}{d} + \rho'$$

$$\text{اگر: } \epsilon_y = \frac{f_y}{2 \times 10^5}$$

$$\bar{\rho}_{\min} = 0.85 \beta_1 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot \frac{600}{600 - f_y} \cdot \frac{d'}{d} + \rho'$$

$$\Rightarrow \bar{\rho}_{\min} = 0.6 \beta_1 \cdot \frac{f_c}{f_y} \cdot \frac{600}{600 - f_y} \cdot \frac{d'}{d} + \rho'$$

محاسبه ظرفیت خمشی مقاطع دوبله آرمه:

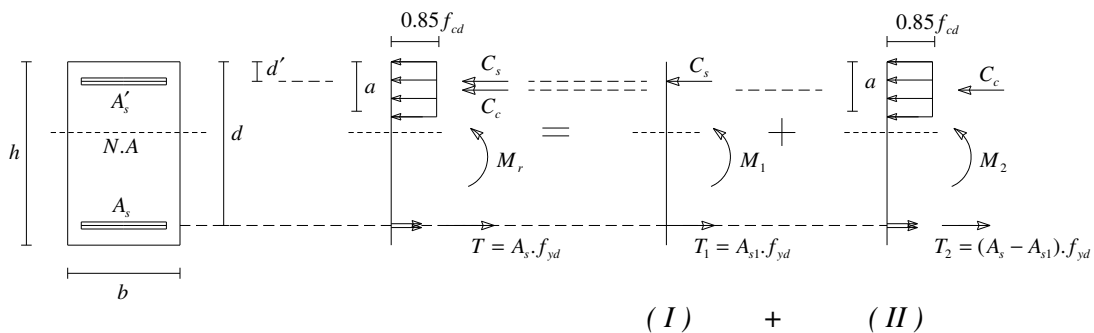
برای تعیین ظرفیت خمشی مقاطع دوبله آرمه همانند مقاطع تک آرمه ابتدا باید وضعیت تسلیم شدن میلگردهای کششی و فشاری مشخص گردد. و با توجه به اینکه در آیین نامه بتن ایران همواره ایجاد گسیختگی نرم مد نظر می باشد دو حالت برای تعیین ظرفیت خمشی مقطع باقی می ماند:

$$(1) \text{ حالتی که میلگردهای فشاری جاری شده اند یا } \rho \geq \bar{\rho}_{\min}$$

$$(2) \text{ حالتی که میلگرد های فشاری جاری نشده اند یا } \rho < \bar{\rho}_{\min}$$

توجه: برای تعیین ظرفیت خمشی مقاطع دوبله آرمه در حالتی که $\rho > \bar{\rho}_{\max}$ باشد برای عدم ایجاد گسیختگی ترد "مطابق آیین نامه بتن ایران" همواره $\rho = \bar{\rho}_{\max}$ در نظر گرفته می شود و ظرفیت خمشی مقطع با این فرض محاسبه می گردد.

$$(1) \text{ ظرفیت خمشی مقطع وقتی فولاد کششی و فشاری هر دو جاری شده اند یا } \rho \geq \bar{\rho}_{\min} \text{ , } \rho \leq \bar{\rho}_{\max}$$



$$T_1 = A_{s1} \cdot f_{yd}$$

$$C_c = 0.85 f_{cd} \cdot a \cdot b$$

$$T_2 = (A_s - A_{s1}) \cdot f_{yd}$$

$$C_s = A'_s \cdot (f_{yd} - 0.85 f_{cd})$$

برای مقطع (I) :

با نوشتن رابطه تعادل نیروها

$$T_1 = C_s$$

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = A'_s \cdot (f_{yd} - 0.85 f_{cd}) \Rightarrow A_{s1} = \frac{A'_s \cdot (f_{yd} - 0.85 f_{cd})}{f_{yd}}$$

از رابطه تعادل ممان

$$M_1 = C_s \cdot (d - d')$$

$$M_1 = A'_s \cdot (f_{yd} - 0.85 f_{cd}) \cdot (d - d')$$

برای مقطع (II) :

با نوشتن رابطه تعادل نیروها

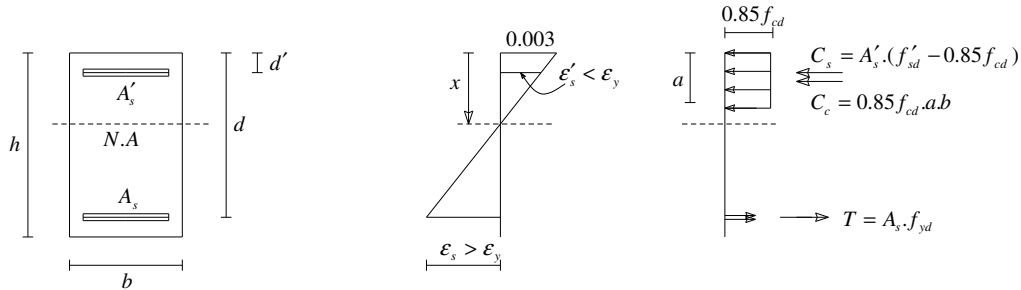
$$T_2 = C_c$$

$$0.85 f_{cd} \cdot a \cdot b = (A_s - A_{s1}) \cdot f_{yd} \Rightarrow a = \frac{(A_s - A_{s1}) \cdot f_{yd}}{0.85 f_{cd} \cdot b} \Rightarrow M_2 = 0.85 f_{cd} \cdot a \cdot b \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$M_r = M_1 + M_2$$

(2) ظرفیت خمشی مقطع وقتی فولاد کششی تسلیم شده ولی فولاد فشاری تسلیم نشده است. یا $\rho \leq \bar{\rho}_{Max}$

$$\rho < \bar{\rho}_{min}$$



از دیاگرام کرنش و با استفاده از تشابه مثلثها:

$$\frac{0.003}{x} = \frac{\epsilon'_s}{x - d'}$$

$$\epsilon'_s = \frac{0.003}{x} (x - d')$$

$$f'_s = 0.003 E_s \frac{x - d'}{x} = 600 \left(\frac{x - d'}{x} \right)$$

از رابطه تعادل نیروها:

$$T = C_c + C_s$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0.85 f_{cd} \cdot a \cdot b + A'_s \cdot (f'_{sd} - 0.85 f_{cd})$$

$$f'_{sd} = \phi_s \cdot f'_s$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0.85 f_{cd} \cdot (\beta_1 \cdot x) \cdot b + A'_s \cdot (\phi_s \cdot f'_s - 0.85 f_{cd})$$

$$A_s \cdot f_{yd} = 0.85 f_{cd} \cdot (\beta_1 \cdot x) \cdot b + A'_s \cdot \left(\phi_s \times 600 \left(\frac{x - d'}{x} \right) - 0.85 f_{cd} \right)$$

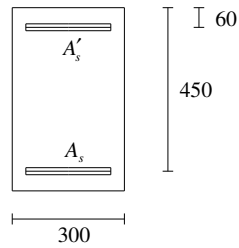
$$0.85 f_{cd} \cdot (\beta_1 \cdot x) \cdot b + A'_s \cdot \left(\phi_s \times 600 \left(\frac{x - d'}{x} \right) - 0.85 f_{cd} \right) - A_s \cdot f_{yd} = 0$$

از حل معادله بالا بر حسب x می توان مقدار x و با توجه به آن مقدار تنش در فولاد فشاری f'_s را بدست آورد.

و از رابطه تعادل ممان، مقدار ممان مقاوم نهائی برابر است با:

$$M_r = 0.85 f_{cd} \cdot a \cdot b \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right) + A'_s \cdot (f'_{sd} - 0.85 f_{cd}) (d - d')$$

مثال:



مطلوبست تعیین ممان مقاوم نهائی مقطع نشان داده شده در شکل زیر.

$$A'_s ; 3\bar{\phi}28 \quad f_c = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$A_s ; 4\bar{\phi}32 \quad f_y = 400 \text{ N/mm}^2$$

حل:

نکته: در آنالیز مقاطع دوبله آرمه ابتدا ρ با ρ_{\max} مقایسه می گردد و اگر $\rho \leq \rho_{\max}$ شد مقطع به صورت تک آرمه عمل می کند و با صرفنظر از فولاد فشاری ظرفیت آن با استفاده از روابط تک آرمه بدست می آید.

$$A'_s = 1848 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 3217 \text{ mm}^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{b.d} = \frac{3216}{300 \times 450} = 0.0238$$

$$\rho' = \frac{A'_s}{b.d} = \frac{1848}{300 \times 450} = 0.0137$$

$$\bar{\rho}_{\max} = \rho_{\max} + \rho' \frac{f'_{sb}}{f_y}$$

$$f_c \leq 30 \Rightarrow \beta_1 = 0.85$$

$$\rho_{\max} = \rho_b = 0.6\beta_1 \cdot \frac{f_c}{f_y} \cdot \frac{600}{600 + f_y} = 0.6 \times 0.85 \times \frac{25}{400} \cdot \frac{600}{600 + 400}$$

$$\rho_{\max} = 0.0191 \quad ; \quad \epsilon'_{sb} = 0.003 - \frac{60}{450} \left(0.003 + \frac{400}{2 \times 10^5} \right) = 0.0023 > \epsilon_y = \frac{400}{2 \times 10^5} = 0.002$$

$$\bar{\rho}_{\max} = 0.0191 + 0.0137 = 0.0328$$

$$\rho < \bar{\rho}_{\max}$$

پس فولاد کششی تسلیم می شود.

$$\bar{\rho}_{\min} = 0.6\beta_1 \cdot \frac{f_c}{f_y} \cdot \frac{600}{600 - f_y} \cdot \frac{d'}{d} + \rho'$$

$$\bar{\rho}_{\min} = 0.6 \times 0.85 \times \frac{25}{400} \cdot \frac{600}{600 - 400} \cdot \frac{60}{450} + 0.0137$$

$$\bar{\rho}_{\min} = 0.0265$$

$$\rho < \bar{\rho}_{\min}$$

پس فولاد فشاری تسلیم نمی گردد.

از رابطه تعادل نیروها مقدار x تعیین می شود.

$$A_s f_{yd} = 0.85 f_{cd} \cdot (\beta_1 \cdot x) \cdot b + A'_s \cdot (f'_{sd} - 0.85 f_{cd})$$

$$f_{yd} = 0.85 \times 400 = 340 \text{ N/mm}^2 \quad , \quad f_{cd} = 0.6(25) = 15 \text{ N/mm}^2$$

$$3216 \times 340 = 0.85 \times 15 \times 0.85 \times 300 \times x + 1848 \times \left[510 \times \left(\frac{x - 60}{x} \right) - 0.85 f_{cd} \right]$$

$$1.09 \times 10^6 = 3251.25x + 0.943 \times 10^6 \left(\frac{x-60}{x} \right) - 23562$$

$$x = 156.5 \text{ mm}$$

$$f'_s = 600 \left(\frac{156.5 - 60}{156.5} \right) = 370 \text{ N/mm}^2 < f_y$$

$$f'_{sd} = 0.85(370) = 314.5 \text{ N/mm}^2$$

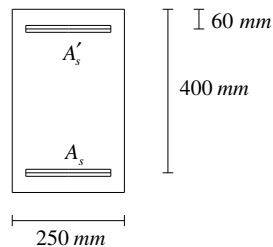
$$f'_{sd} - 0.85f_{cd} = 314.5 - 0.85 \times 15 = 301.8 \text{ N/mm}^2$$

$$M_r = \left\{ 0.85(15)(0.85 \times 156.5)(300)(450 - \frac{0.85 \times 156.5}{2}) + 1848(301.8)(450 - 60) \right\} \times 10^{-6}$$

$$M_r = 412.6 \text{ KN.m}$$

مثال:

مطلوب است طراحی میلگردهای لازم برای مقطع نشان داده شده در صورتیکه ممان نهائی مؤثر (ممان ضریب‌دار) 288 KN.m باشد.



$$f_c = 20 \text{ N/mm}^2$$

$$f_y = 300 \text{ N/mm}^2$$

کنترل نیاز به مقطع دوبله آرمه:

$$\rho_b = 0.0227 \Rightarrow \rho_{\max} = 0.0227$$

$$M_{r \max} = b \cdot d^2 \cdot \rho_{\max} \cdot f_{yd} \cdot \left(1 - 0.5 \rho_{\max} \cdot \frac{f_{yd}}{0.85 f_{cd}} \right)$$

$$f_{yd} = 0.85 \times 300 = 255 \text{ N/mm}^2$$

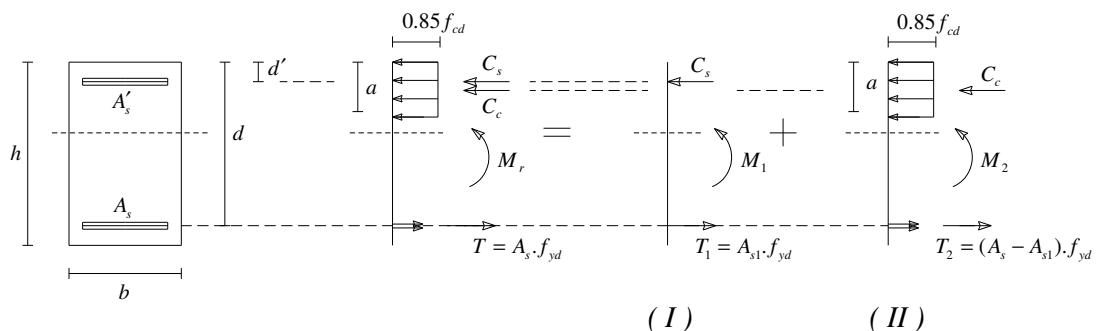
$$f_{cd} = 0.6 \times 20 = 12 \text{ N/mm}^2$$

$$M_{r \max} = 165.8 \text{ KN.m} < 288 \text{ KN.m}$$

نیاز به مقطع دوبله آرمه می‌باشد.

محاسبه سطح مقطع فولاد کششی:

روش اول:



در مقطع (II) :

$$(A_s - A_{s1}) = \rho_{\max} bd = 2270 \text{ mm}^2$$

$$M_2 = M_{r_{\max}} = 165.8 \text{ KN.m}$$

$$M_1 = M_u - M_2 = 288 - 165.8 = 122.2 \text{ KN.m}$$

در مقطع (I) :

با فرض تسلیم فولاد فشاری

$$A'_s = \frac{M_1}{(f_{yd} - 0.85f_{cd})(d - d')} = \frac{122.2 \times 10^6}{245(400 - 60)} = 1467 \text{ mm}^2$$

$$A'_s = 1467 \text{ mm}^2 \Rightarrow 3\bar{\phi}25(1473)$$

$$A_{s1} = A'_s \cdot \frac{f_{yd} - 0.85f_{cd}}{f_{yd}} = 14.73 \times \frac{255 - 0.85 \times 12}{255} = 1408 \text{ mm}^2$$

$$A_s - A_{s1} = 2270 \text{ mm}^2 \Rightarrow A_s = 3678 \text{ mm}^2 \Rightarrow 6\bar{\phi}28 : A_s = 3690 \text{ mm}^2$$

کنترل تسلیم میلگردهای فشاری:

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{3690}{250 \times 400} = 0.0369$$

$$\rho' = \frac{A'_s}{bd} = \frac{1473}{250 \times 400} = 0.0147$$

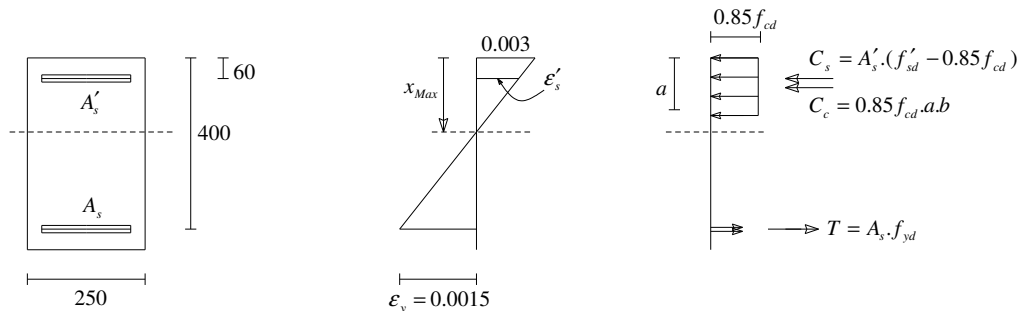
$$\bar{\rho}_{\min} = 0.6\beta_1 \cdot \frac{f_c}{f_y} \cdot \frac{600}{600 - f_y} \cdot \frac{d'}{d} + \rho'$$

$$\bar{\rho}_{\min} = 0.0261$$

$$\rho > \bar{\rho}_{\min}$$

روش دوم :

از آنجایی که در روش اول تسلیم فولاد فشاری فرض می گردد و در انتها کنترل می شود که آیا فولاد فشاری تسلیم شده یا نه و اگر تسلیم نشده بود، باید دوباره روابط نوشته و محاسبه گردد. لذا زمان زیادی صرف طراحی می گردد بدین جهت در روش دوم، طراحی بر اساس تسلیم فولاد کششی و گسیختگی بتن فشاری (کرنش 0/003) و تعیین محل تار خنثی صورت می گیرد.



$$\epsilon_y = \frac{f_y}{2 \times 10^5} = \frac{300}{2 \times 10^5} = 0.0015$$

$$x_{\max} = \left(\frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_y} \right) \cdot d = \left(\frac{0.003}{0.0045} \right) \times (400) = 266.7 \text{ mm}$$

$$\frac{\varepsilon'_s}{266.7 - 60} = \frac{0.003}{266.7} \Rightarrow \varepsilon'_s = 0.0023 > \varepsilon_y$$

پس فولاد فشاری تسلیم شده است.

از رابطه تعادل ممان:

$$288 \times 10^6 = A'_s \cdot (f_{yd} - 0.85 f_{cd}) \cdot (d - d') + 0.85 f_{cd} \cdot a \cdot b \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

$$a = \beta_1 \cdot x = 226.7 \text{ mm}$$

$$288 \times 10^6 = A'_s \cdot (255 - 0.85 \times 12) \cdot (400 - 60) + 0.85 \times 12 \times 226.7 \times 250 \times \left(400 - \frac{226.7}{2} \right)$$

$$A'_s = 1469 \text{ mm}^2 \Rightarrow 3\bar{\phi}25 : (A'_s = 1473 \text{ mm}^2)$$

از رابطه تعادل نیروها:

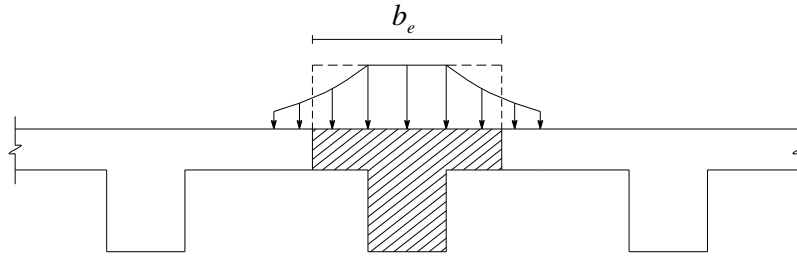
$$A_s \cdot f_{yd} = A'_s \cdot (f_{yd} - 0.85 f_{cd}) + 0.85 f_{cd} \cdot a \cdot b$$

$$A_s \times 255 = 1469 \times (255 - 0.85 \times (12)) + 0.85 \times 12 \times 226.7 \times 250$$

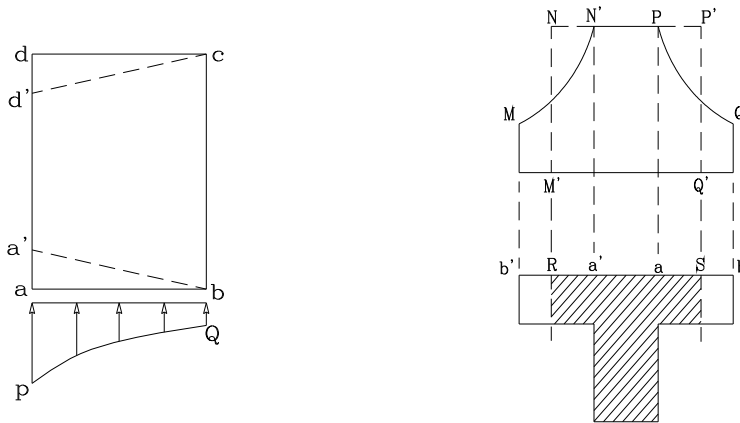
$$A_s = 3677 \text{ mm}^2 \Rightarrow 6\bar{\phi}28 : (A_s = 3690 \text{ mm}^2)$$

آنالیز و طرح تیرهای با مقاطع T شکل:

دال: پوسته بتنی که در ساختمان دو طبقه را از هم جدا می کند و بصورت بتن آرمه، تیرچه بلوک و ... اجرا می گردد. در سقفهایی که تیر به همراه دال سقف، قالب بندی و به طور همزمان بتن ریزی می شود در هنگام اعمال لنگر خمشی مثبت (لنگر خمشی که باعث ایجاد تنش فشاری در دال گردد). دال و تیر با هم عمل می کنند و قسمتی از دال نیز تحت خمش قرار می گیرد و بواسطه خمش، تنشهای فشاری بر روی دال و تیر به وجود می آید. اما توزیع این تنشها بر روی دال و تیر یکنواخت نیستند بنابراین در محاسبات قسمتی از طول دال را به عنوان عرض مؤثر b_e با تنشهای فشاری یکنواخت در نظر می گیرند.



شکل 3-5-الف: توزیع تنش فشاری (تحت اثر خمش) در تیر و دال بتن آرمه که باهم بتن ریزی شده اند.

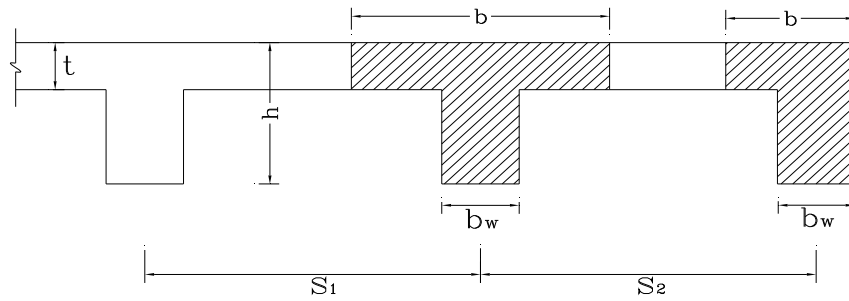


شکل 3-5-ج: توزیع تنش و کرنش در عرض ab

شکل 3-5-ب: توزیع تنش در تیر و دال بتن آرمه

شکل 3-5: تعیین عرض مؤثر در تیر و دال بتن آرمه که باهم بتن ریزی شده اند.

همانطور که در شکل دیده می شود عرض مؤثر RS وابسته به طول تیر، شرایط گیرداری تیر و نحوه بارگذاری بوده و تغییر می کند. لذا در آیین نامه بتن ایران ضوابطی برای تعیین عرض مؤثر با توجه به پارامترهای تاثیر گذار بیان شده است. به مجموعه دال و تیر که باهم خمش را تحمل می کنند، تیر T شکل گویند.



در تیرهای **T** شکل مطابق آبا عرض موثر برابر کوچکترین مقادیر زیر انتخاب می گردد:

$$b = \min \begin{cases} b \leq L_u / 4 & \text{برای تیرهای یکسره} \\ b \leq 2/5 L_u & \text{برای تیرهای ساده} \\ b \leq 16t + b_w \\ b \leq 0.5(s_1 + s_2) \end{cases}$$

در تیرهای **L** شکل مطابق آبا عرض موثر برابر کوچکترین مقادیر زیر انتخاب می گردد:

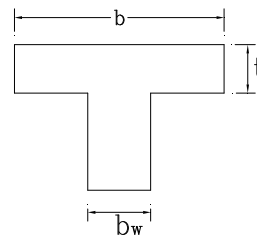
$$b = \min \begin{cases} b \leq L_u / 12 + b_w \\ b \leq 6t + b_w \\ b \leq 0.5 \times (s_2 - b_w) + b_w \end{cases}$$

در روابط بالا L_u فاصله داخل به داخل تیر (طول آزاد) است.

در تیرهای **T** شکل مجزا برای آنکه تیر بتواند به صورت **T** شکل عمل کند، ابعاد باید به گونه ای باشند تا روابط زیر برای آنها برقرار باشد.

$$b \leq 4b_w$$

$$t \geq \frac{b_w}{2}$$



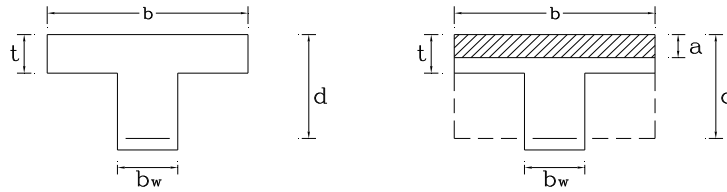
آنالیز تیرهای **T** شکل:

در مسائلی که تعیین ظرفیت خمشی مقطع **T** شکل مد نظر می باشد به ترتیب زیر عمل می کنیم:

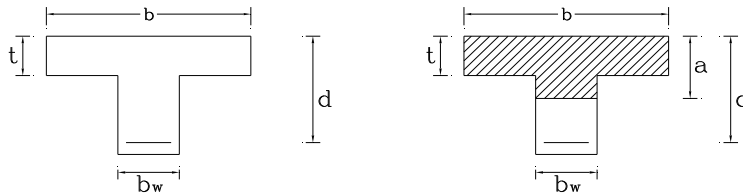
- (1) فرض می کنیم بلوک تنش در بال قرار می گیرد و مقطع به صورت مستطیلی عمل می کند.
- (2) با فرض تسلیم فولاد کششی و از رابطه تعادل نیروهای مقطع مقدار a را بدست می آوریم.

$$a = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0.85 f_{cd} \cdot b}$$

3) اگر $a \leq t$ بدست آمد فرض ما صحیح بوده و مقطع همانند یک مقطع مستطیلی عمل می کند و ظرفیت خمشی با استفاده از روابط مقطع مستطیلی تک آرمه و کنترل نوع شکست محاسبه می گردد.



4) اگر $a > t$ شود فرض اولیه نادرست بوده و مقطع به صورت T شکل عمل می کند و ظرفیت مقطع باید با توجه عملکرد آن (T شکل) تعیین گردد.



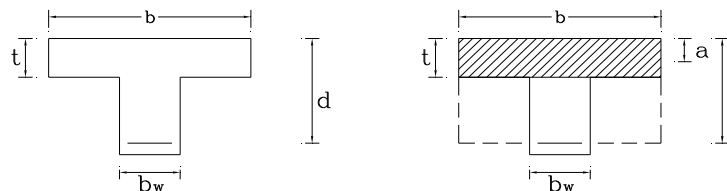
توجه:

در بالا موقعیت بلوک تنش با فرض تسلیم شدن میلگرد کششی انجام شده است. این فرض در بیشتر موارد صحیح می باشد چرا که ناحیه فشاری بزرگی توسط بال تیر تأمین می شود ولی بهر حال معیار تسلیم میلگرد کششی باید تعیین شود.

طراحی تیرهای T شکل:

برای طراحی مقاطع T شکل به ترتیب زیر عمل می کنیم:

1) فرض می کنیم $a = t$ و با در نظر گرفتن مقطع به صورت مستطیلی، ظرفیت مقطع M_r را بدست می آوریم.



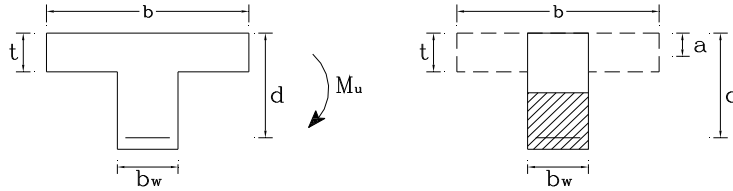
$$M_r = 0.85 f_{cd} \cdot a \cdot b \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right) = 0.85 f_{cd} \cdot t \cdot b \cdot \left(d - \frac{t}{2}\right)$$

2) اگر $M_u \leq M_r$ باشد مقطع به صورت مستطیلی عمل کرده و روابط مقاطع مستطیلی تک آرمه برای آن صادق است و فولاد مورد نیاز برای آن از رابطه زیر بدست می آید.

$$A_s = \frac{0.85 f_{cd} \cdot b \cdot d}{f_{yd}} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2M_u}{0.85 f_{cd} \cdot b \cdot d^2}}\right)$$

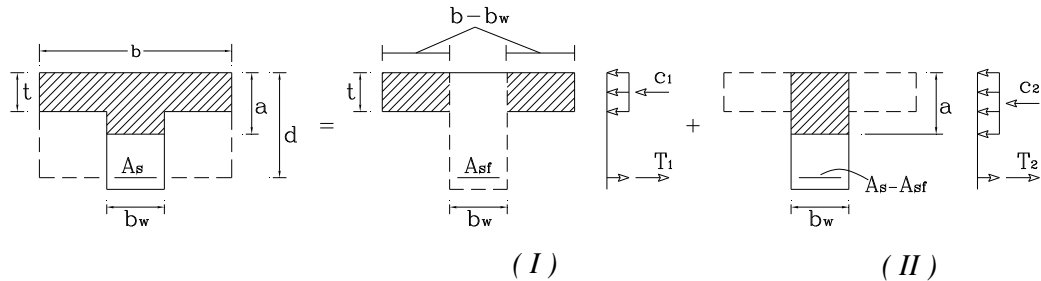
(3) اگر $M_u > M_r$ باشد مقطع به صورت T شکل عمل کرده و طراحی بر اساس مقاطع T شکل صورت می گیرد.

نکته 1: در آنالیز و طراحی مقاطع T شکل در صورتی که ممان منفی بر مقطع اثر کند، بطوری که بالهای تیر تحت کشش قرار گیرند، مقطع دیگر به صورت T عمل نمی کند بلکه رفتار آن همانند یک مقطع مستطیلی با عرض b_w می باشد.



ظرفیت خمشی مقاطع T شکل:

برای تعیین ظرفیت خمشی مقاطع T شکل همانند شکل زیر مقطع را به دو قسمت تبدیل می کنیم. قسمت اول شامل بالهای فشاری و سهمی از فولاد کششی A_{sf} می باشد که نیروهای آنها با هم در تعادل اند و قسمت دوم باقیمانده فولاد کششی و ناحیه فشاری بتن می باشد.



با فرض تسلیم میلگرد کششی داریم:

$$C_1 = 0.85 f_{cd} \cdot (b - b_w) \cdot t$$

$$T_1 = A_{sf} \cdot f_{yd}$$

$$C_2 = 0.85 f_{cd} \cdot a \cdot b_w$$

$$T_2 = (A_s - A_{sf}) \cdot f_{yd}$$

در مقطع I:

از رابطه تعادل نیروها

$$C_1 = T_1$$

$$A_{sf} \cdot f_{yd} = 0.85 f_{cd} \cdot (b - b_w)$$

$$A_{sf} = \frac{0.85 f_{cd} \cdot (b - b_w)}{f_{yd}}$$

از رابطه تعادل ممان

$$M_{r1} = A_{sf} \cdot f_{yd} \cdot \left(d - \frac{t}{2}\right)$$

در مقطع II:

از رابطه تعادل نیروها

$$C_2 = T_2$$

$$a = \frac{(A_s - A_{sf}) \cdot f_{yd}}{0.85 f_{cd} \cdot b_w}$$

از رابطه تعادل ممان

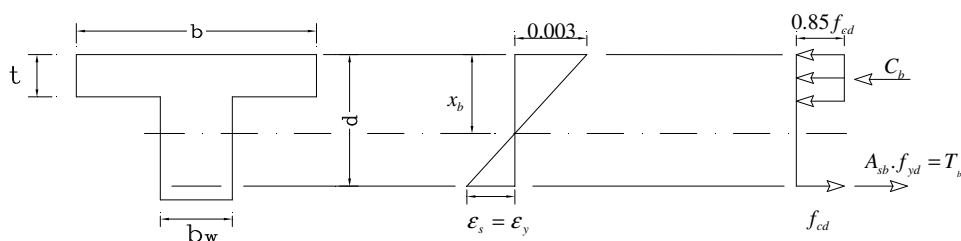
$$M_{r2} = (A_s - A_{sf}) \cdot f_{yd} \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

ممان خمشی اسمی مقطع T شکل برابر است با:

$$M_r = M_{r1} + M_{r2}$$

تعیین معیار تسلیم شدن میلگردهای کششی (تعیین حداکثر میلگرد کششی)

برای شرایط متعادل:



به کمک دیاگرام توزیع کرنش و با استفاده از تشابه مثلثها:

$$x_b = \left(\frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_y} \right) \cdot d$$

از تعادل نیروها و با در نظر گرفتن مقاطع I، II از قسمت قبل:

$$T_b = C_b$$

$$T_b = C_1 + C_2$$

$$A_{sb} \cdot (\phi_s \cdot f_y) = 0.85(\phi_c \cdot f_c) \cdot (b - b_w) \cdot t + 0.85(\phi_c \cdot f_c) \cdot a \cdot b_w$$

$$A_{sb} \cdot (\phi_s \cdot f_y) = A_{sf} \cdot (\phi_s \cdot f_y) + 0.85(\phi_c \cdot f_c) \cdot \beta_1 \cdot \left(\frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_y} \cdot d \right) \cdot b_w$$

طرفین را بر $b_w \cdot d \cdot f_{yd}$ تقسیم می کنیم:

$$\frac{A_{sb} \cdot (\phi_s \cdot f_y)}{b_w \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{A_{sf} \cdot (\phi_s \cdot f_y)}{b_w \cdot d \cdot f_{yd}} + \frac{0.85(\phi_c \cdot f_c)}{b_w \cdot d \cdot f_{yd}} \cdot \beta_1 \cdot \left(\frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_y} \cdot d \right) \cdot b_w$$

$$\rho_f = \frac{A_{sf}}{b_w \cdot d} \quad , \quad \rho'_b = \frac{A_{sb}}{b_w \cdot d} \quad \leftarrow \frac{f_y}{2 \times 10^5}$$

$$\rho'_b = \rho_f + \underbrace{0.6 \beta_1 \cdot \frac{f_c}{f_y} \cdot \frac{600}{600 + f_y}}_{\rho_b} = \rho_f + \rho_b$$

$$\rho'_b = \rho_b + \rho_f$$

برای تأمین ایمنی به منظور جلوگیری از گسیختگی ترد، طبق آیین نامه آبا:

$$\rho'_{Max} = \rho'_b = \rho_b + \rho_f$$

نکته 2: اگر $\rho = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \leq \rho'_{Max}$ مقطع کم فولاد و گسیختگی از نوع نرم می باشد و ظرفیت خمشی نهایی مقطع از رابطه زیر بدست می آید.

$$M_r = A_{sf} \cdot f_{yd} \cdot \left(d - \frac{t}{2}\right) + (A_s - A_{sf}) \cdot f_{yd} \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

نکته 3: اگر $\rho > \rho'_{Max}$ باشد گسیختگی از نوع ترد بوده و برای جلوگیری از شکست ترد در تعیین ظرفیت خمشی $\rho = \rho'_{Max}$ در نظر گرفته می شود.

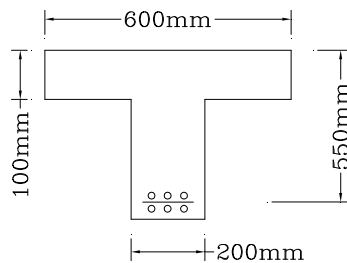
نکته 4: حداقل نسبت میلگرد طولی ρ_{min} مطابق آبا از روابط زیر بدست می آید.

$$\rho_{min} = \frac{1.4}{f_y}$$

$$A_{s\ min} = \rho_{min} \cdot b_w \cdot d$$

مثال :

مطلوب است مقاومت خمشی نهائی مقطع T شکل زیر .



$$A_s : 6\bar{\phi}28$$

$$A_s = 3696 \text{ mm}^2$$

$$f_c = 20 \text{ N/mm}^2$$

$$f_y = 400 \text{ N/mm}^2$$

1- ابتدا کنترل عرض و ضخامت تیر

$$b = 600 \leq 4b_w = 800$$

$$t \geq \frac{b_w}{2} = 100 \text{ mm}$$

2- تعیین عمق بلوک تنش و مشخص نمودن آنالیز مقطع تیر بصورت مستطیل شکل یا T شکل.

* ابتدا فرض می کنیم بلوک تنش در بال تیر قرار گیرد و آرماتور کششی تسلیم شده است.

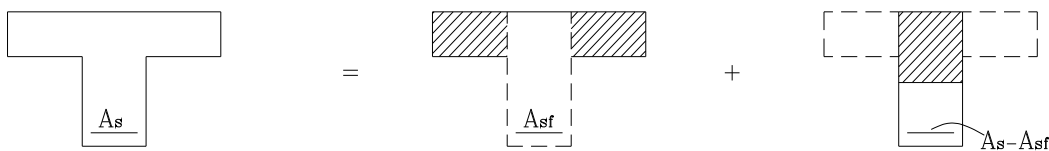
$$a = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0.85 f_{cd} \cdot b}$$

$$a = \frac{3696 \times (0.85 \times 400)}{0.85 \times (0.6 \times 20) \times (600)} = 205 > t = 100 \Rightarrow \text{مقطع T شکل عمل می کند}$$

3- تعیین معیار تسلیم شدن آرماتور کششی

$$\rho'_{max} = \rho_b + \rho_f$$

$$\rho_f = \frac{A_{sf}}{b_w \cdot d}$$



$$A_{sf} = \frac{0.85 f_{cd} \cdot (b - b_w) \cdot t}{f_{yd}}$$

$$A_{sf} = \frac{0.85 \times (12) \times (600 - 200) \times 100}{340} = 1200 \text{ mm}^2$$

$$\rho_f = \frac{A_{sf}}{b_w \cdot d} = \frac{1200}{200 \times 550} = 0.0109$$

$$\rho_b = 0.6 \beta_1 \cdot \frac{f_c}{f_y} \cdot \frac{600}{600 + f_y}$$

$$\rho_b = 0.0153$$

$$\rho'_{\max} = (\rho_b + \rho_f) = 0.0262$$

$$\rho = \frac{A_s}{b_w \cdot d} = \frac{3696}{200 \times 550} = 0.0336$$

$$\rho > \rho'_{\max} \Rightarrow \rho = \rho'_{\max} = 0.0262$$

برای جلوگیری از شکست ترد

$$A_s = \rho'_{\max} \cdot (b_w \cdot d) = 2882 \text{ mm}^2$$

4- تعیین ظرفیت مقطع

$$M_r = A_{sf} \cdot f_{yd} \cdot \left(d - \frac{t}{2}\right) + (A_s - A_{sf}) \cdot f_{yd} \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

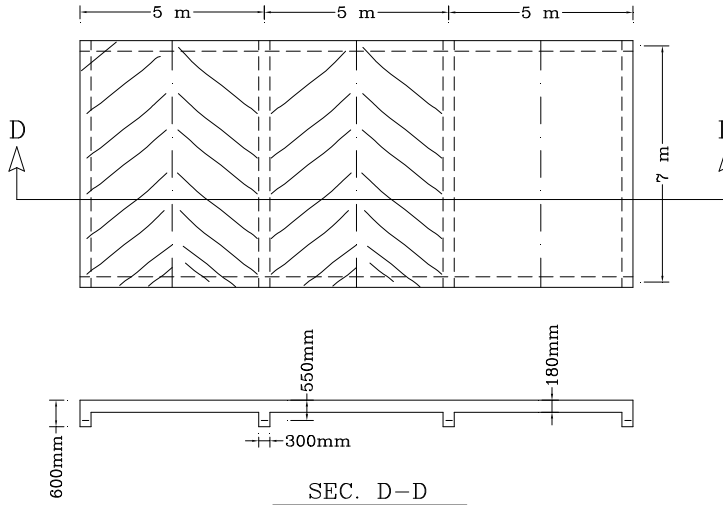
$$a = \frac{(A_s - A_{sf}) \cdot f_{yd}}{0.85 f_{cd} \cdot b_w} = \frac{(2882 - 1200) \times 340}{0.85 \times 12 \times 200} = 280 \text{ mm}$$

$$M_r = \left\{ 1200 \left(340\right) \left(550 - \frac{100}{2}\right) + (2882 - 1200) \left(340\right) \left(550 - \frac{280}{2}\right) \right\} \times 10^{-6}$$

$$M_r = 438 \text{ kN.m}$$

مثال:

کف بتن آرمه ای مطابق شکل بر روی تیرهای اصلی قرار دارد. در صورتیکه بار مرده و زنده کف به ترتیب 6.5 kN/m^2 ، 3.5 kN/m^2 باشد مقدار آرماتور کششی لازم برای تیر AB را تعیین کنید.



$$\begin{aligned} \gamma_c &= 24 \text{ kN/m}^3 \\ f_c &= 25 \text{ N/mm}^2 \\ f_y &= 400 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

1- تعیین لنگر ماکزیمم وارد بر تیر

$$\text{وزن تیر} = (0.6 - 0.18)(0.3)(24) = 3.02 \text{ kN/m}$$

$$W_{D_s} = 6.5 \times (5) = 32.5 \text{ kN/m}$$

$$W_{D_s} = 32.5 + 3.02 = 35.5 \text{ kN/m}$$

$$W_L = 3.5 \times (5) = 17.5 \text{ kN/m}$$

$$W_u = 1.25W_D + 1.5W_L$$

$$W_u = 1.25 \times (35.5) + 1.5 \times (17.5) = 70.63 \text{ kN/m}$$

$$M_u = \frac{W_u \cdot L^2}{8} = \frac{70.63 \times (7)^2}{8} = 432.6 \text{ kN.m}$$

2- تعیین عرض مؤثر بال تیر

$$L_u \approx L = 7 \text{ m}$$

$$b = \min \begin{cases} b = \frac{2}{5} \times (7000) = 2800 \text{ mm} \\ b = 16t + b_w = 16 \times (180) + 300 = 3180 \text{ mm} \\ b = s = 5000 \text{ mm} \end{cases} \Rightarrow b = 2800 \text{ mm}$$

3- تعیین مقطع بصورت T یا مستطیل . برای طراحی فرض می کنیم $a = t = 180 \text{ mm}$

$$M_r = 0.85 f_{cd} \cdot b \cdot t \left(d - \frac{t}{2} \right)$$

$$f_{cd} = 0.6 \times (25) = 15 \text{ N/mm}^2$$

$$M_r = \left[0.85 \times (15) \times (2800) \times (180) \times \left(550 - \frac{180}{2} \right) \right] \times 10^{-6}$$

$$M_r = 2956 \text{ kN.m} > M_u = 432.6 \text{ kN.m}$$

لذا مقطع بصورت مستطیل در نظر گرفته می شود .

$$A_s = \frac{0.85 f_{cd} \cdot b \cdot d}{f_{yd}} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2M_u}{0.85 f_{cd} \cdot b \cdot d^2}} \right]$$

$$A_s = \frac{0.85(15)(2800)(550)}{340} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times (432.6 \times 10^6)}{0.85(15)(2800)(550)^2}} \right]$$

$$A_s = 2362 \text{ mm}^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{b_w \cdot d} = \frac{2362}{300 \times (550)} = 0.0143$$

$$\rho_{\max} = 0.6 \beta_1 \cdot \frac{f_c}{f_y} \cdot \frac{600}{600 + f_y} = 0.0191$$

$$\rho_{\min} = \frac{1.4}{f_y} = \frac{1.4}{400} = 0.0035$$

$$\Rightarrow A_{s \min} = 0.0035(300)(550) = 578 \text{ mm}^2 < A_s = 2362 \text{ mm}^2$$

4

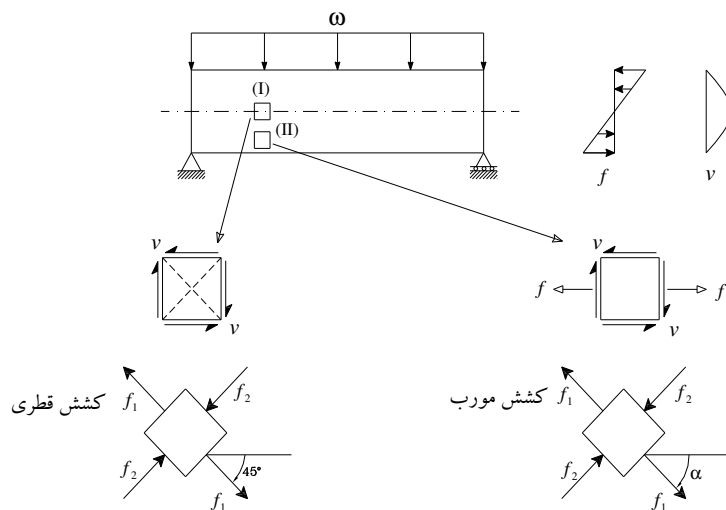
فصل چهارم:

آنالیز و طراحی تیرهای بتن مسلح برای برش

- آنالیز و طراحی تیرها برای برش
- تیرهای بتن مسلح بدون میلگرد برشی
- رفتار تیرهای بتن آرمه بعد از ایجاد ترک برشی
- تیرهای بتن مسلح با آرماتور برشی (خاموت)
 - 1- تیر با خاموتهای قائم
 - 2- تیر با خاموتهای مایل
- آنالیز و طراحی تیرها برای برش بر اساس آبا
- مقطع بحرانی برای کنترل برش و تعیین V_u
- روش گام به گام تعیین خاموتها در تیرها

آنالیز و طراحی تیرها برای برش

تیر ساده ای تحت اثر بار ω را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید. برای تیر همگن و الاستیک و زیر المانهای نشان داده شده بر روی تار خنثی و در فاصله بین تار خنثی و تار کششی دارای تنشهایی مطابق زیر می باشند. صفحات اصلی و تنشهای اصلی مطابق زیر و به صورت کششی و فشاری تعیین می گردند.



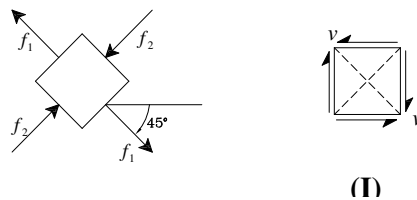
1) المان **I** چون بر روی محور خنثی قرار دارد، فقط تنش های برشی بر روی المان وجود داشته و تنشهای خمشی صفر می باشند. بنابراین اگر با استفاده از روابط تنشهای اصلی مقدار و امتداد آن تنشها را بدست آوریم داریم:

$$\sigma_{1,2} = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$f_{1,2} = \pm v$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

$$\tan 2\alpha = \infty \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$



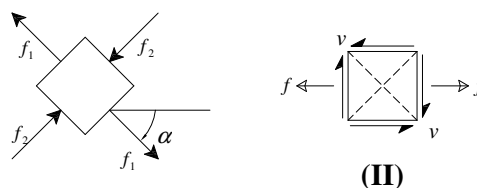
(I)

2) المان **II** دارای تنشهای کششی و برشی می باشد و به این جهت تنشهای اصلی و امتداد صفحات آنها به صورت زیر بدست می آید.

$$\sigma_{1,2} = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$f_{1,2} = \frac{f}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{f}{2}\right)^2 + v^2}$$

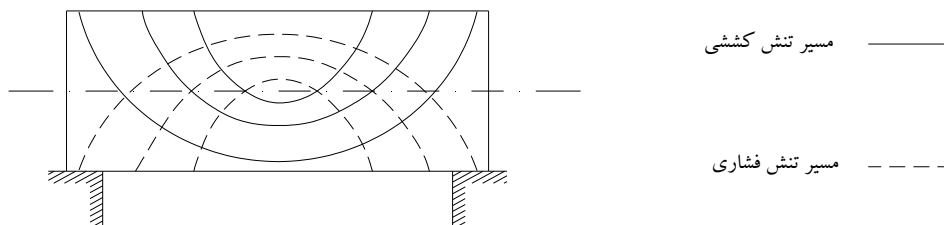
$$\tan 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2v}{f}$$



(II)

3) المانهای واقع بر تارهای انتهایی کششی و فشاری فقط دارای تنشهای خمشی (کششی و فشاری) می باشند و تنشهای برشی در آنها صفر است.

مسیر تنش برای تیر تحت بار گسترده



نکته: تنشهای کششی در تیرها محدود به تنش خمشی نیستند در نتیجه برش خالص و یا ترکیب برش و خمش در نقاط مختلف تیر نیز تنش کششی بوجود می آید .
نکته: برای حالت برش خالص ، کشش قطری و برای حالت ترکیب برش و خمش ، کشش مورب نامیده می شود که از نظر سهولت حالت اخیر را نیز کشش قطری می نامند.

تیرهای بتن مسلح بدون میلگرد برشی

همانطور که دیده شد برای یک تیر همگن و الاستیک می توان تنشهای برشی را در ارتفاع مقطع به صورت نشان داده شده و براساس رابطه تنش برشی بیان کرد.

$$\tau = \frac{V \cdot Q}{I \cdot t}$$

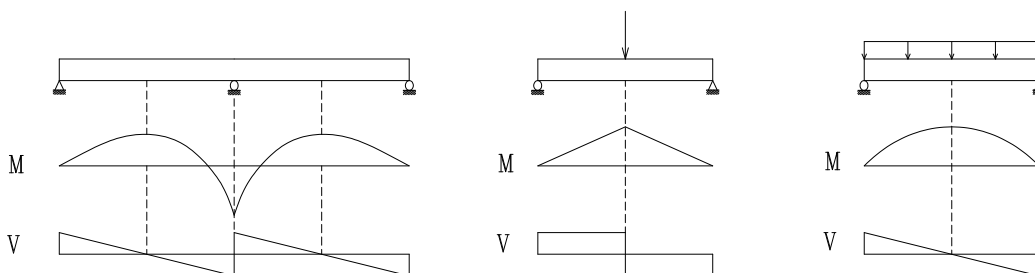
اما درباره یک تیر بتن آرمه به دلایل زیر این رابطه صادق نمی باشند.

اولاً: غیر خطی بودن مشخصه بتن فشاری و عدم تشابه بتن در فشار و کشش .
دوماً: رابطه فوق اثر میلگردهای کششی را در نظر نمی گیرد.

بنابراین با توجه به توزیع پیچیده تنشهای برشی در مقطع بتن آرمه، در حالتی که ترک خمشی هنوز ایجاد نشده و یا ایجاد شده ولی به علت وجود میلگردهای طولی به سمت ناحیه فشاری پیشروی نکرده است می توان تنش برشی را در مقطع به صورت یکنواخت زیر در نظر گرفت.

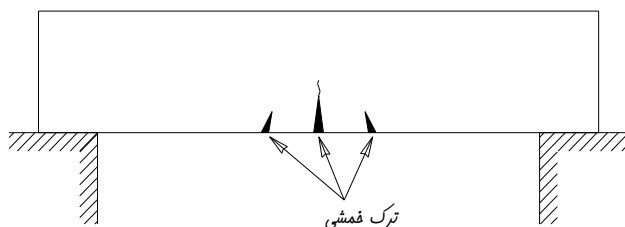
$$v = \frac{V}{b \cdot d}$$

که در مقاطع T شکل $b = b_w$ می گردد و تنش متوسط فوق در نواحی تار ختنی از تنش برشی حداکثر کوچکتر می باشد. بنابراین با توجه به مقدار لنگر خمشی و نیروی برشی در طول تیر، می توان وضعیت ترک خوردگی تیر را به صورت زیر خلاصه کرد:

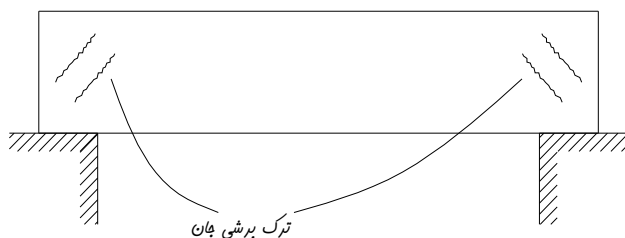


(1) جایی که ممان خمشی زیاد ولی نیروی برشی ناچیز باشد

در این حالت به علت وجود ممان خمشی زیاد ترکهای خمشی در محل ممان ماکزیمم شکل گرفته و از تارهای کششی آغاز شده و در ارتفاع مقطع توسعه می یابند.

**(2) جایی که ممان خمشی ناچیز و نیروی برشی زیاد باشد**

در این محدوده به علت وجود نیروی برشی زیاد در حوالی تار خنثی (محل تنش برشی حداکثر)، ترکهای برشی با زوایای نزدیک به 45 درجه تشکیل شده و به سمت بالا و پایین گسترش می یابند. این ترکها را ترکهای برشی جان گویند که بیشتر در محل نکیه گاههای تیرهای ساده و نقاط عطف تیرهای سراسری بوجود می آیند.



به صورت تجربی تنش برشی مقاوم بتن در این حالت برابر است با:

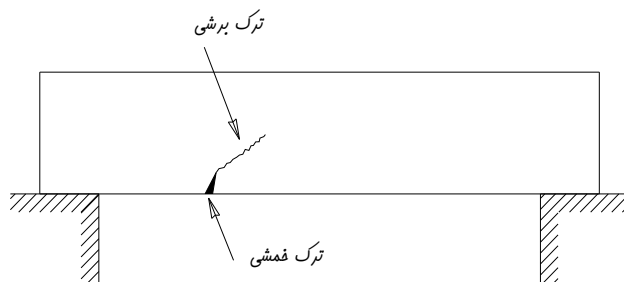
$$v_{cr} = 0.3\sqrt{f_c}$$

و یا برش ترک خوردگی برابر است با:

$$V_{cr} = 0.3\sqrt{f_c} b.d$$

(3) جایی که ممان خمشی و نیروی برشی هر دو زیاد باشند

در این حالت ابتدا ترک خمشی به علت ایجاد تنشهای کششی ناشی از خمش، در محل تنش خمشی مکزیمم شکل می گیرد و با ایجاد این ترکها سطح موثر برای تحمل برش کاهش می یابد و زمینه برای ایجاد ترک برشی فراهم می گردد و با افزایش تنش برشی ترک برشی در ادامه ترک خمشی و به صورت مورب ایجاد می گردد. این نوع ترکها با عنوان ترک برشی - خمشی شناخته می گردند.



در این حالت به طور تجربی تنش برشی مقاوم بتن برابر است با:

$$v_{cr} = 0.15\sqrt{f_c}$$

و یا برش ترک خوردگی برابر است با:

$$V_{cr} = 0.15\sqrt{f_c} b \cdot d$$

نکته 1: همانطور که از رابطه بالا دیده می شود ممان خمشی بزرگ مقاومت برشی قطعات را کاهش می دهد.
 نکته 2: وجود میلگردهای طولی کششی باعث افزایش ظرفیت برشی قطعات می گردد زیرا با افزایش میلگردهای فوق تنش موجود در آنها کاهش یافته و کرنش و تغییر طول آنها هم کم می شود و به این ترتیب زمان ایجاد ترک برشی به تعویق می افتد و یا به عبارتی ظرفیت برشی مقطع افزایش می یابد.
 تاثیر میلگردهای طولی و ممان خمشی، در ظرفیت برشی قطعات بتن آرمه را می توان از رابطه زیر مشاهده کرد.

$$v_{cr} = 0.15\sqrt{f_c} + 17.5 \frac{\rho \cdot V \cdot d}{M} \leq 0.3\sqrt{f_c}$$

مطابق "آیین نامه بتن ایران" مقاومت برشی بتن برابر مقدار زیر در نظر گرفته می شود.

(1) تیر تحت اثر برش و خمش

$$v_c = 0.2\phi_c \sqrt{f_c}$$

$$V_c = 0.2\phi_c \sqrt{f_c} b_w \cdot d$$

یا بطور دقیقتر

$$V_c = (0.95v_c + 12\rho_w \cdot \frac{V_u \cdot d}{M_u}) \cdot b_w \cdot d \leq 1.75v_c \cdot b_w \cdot d$$

در عبارت فوق باید $\frac{V_u \cdot d}{M_u} \leq 1$ باشد.

M_u : لنگر ضریبدار در محل اثر V_u

(2) تیر تحت اثر برش و خمش و بار محوری فشاری

$$V_c = 0.2\phi_c \sqrt{f_c} \cdot (1 + \frac{N_u}{12A_g}) \cdot b_w \cdot d$$

یا بطور دقیقتر

$$V_c = (0.95v_c + 12\rho_w \cdot \frac{V_u \cdot d}{M_m}) \cdot b_w \cdot d \leq 1.75v_c \sqrt{(1 + \frac{N_u}{3A_g})} \cdot b_w \cdot d$$

$$M_m = M_u - N_u \cdot \frac{4h - d}{8}$$

N_u : بار محوری ضریبدار بدون علامت

A_g : سطح مقطع کل

تذکر: در حالت فوق اگر M_m منفی شود مقاومت برشی بتن از رابطه زیر بدست می آید.

$$V_c = 1.75 v_c \sqrt{\left(1 + \frac{N_u}{3A_g}\right) b_w d}$$

(3) تیر تحت اثر برش و خمش و بار محوری کششی

$$V_{cr} = 0.2 \phi_c \sqrt{f_c} \left(1 - \frac{N_u}{3A_g}\right) b_w d$$

تکنه: در حالت بار محوری کششی در جهت اطمینان می توان فرض کرد که مقاومت برشی بتن برابر صفر می باشد و کل نیروی برشی را فولاد برشی تحمل می کند.

رفتار تیر های بتن آرمه (بدون خاموت) بعد از ایجاد ترک برشی

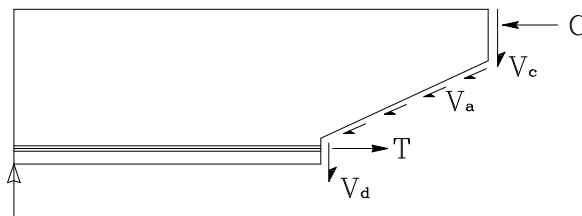
رفتار تیر های بتن آرمه غیر مسلح برشی در هنگام ترک قطری به دو صورت می باشد.

- (1) **تیرهای کم عمق:** در این تیرها با رسیدن مقاومت بتن به حد مقاومت برشی، ترک قطری ایجاد شده و در سراسر مقطع گسترش می یابد و شکست تیر به صورت ناگهانی می باشد که برای جلوگیری از آن باید خاموتهای برشی در مقطع قرار داده شود.
- (2) **تیرهای عمیق:** در این تیرها پس از ایجاد ترک برشی، توسعه آنها تا ناحیه فشاری ادامه می یابد و سپس متوقف می شود از آن لحظه به بعد تیر اضافه مقاومتی از خود نشان داده و سپس دچار گسیختگی می گردد. این اضافه مقاومت را می توان ناشی از عوامل زیر دانست:

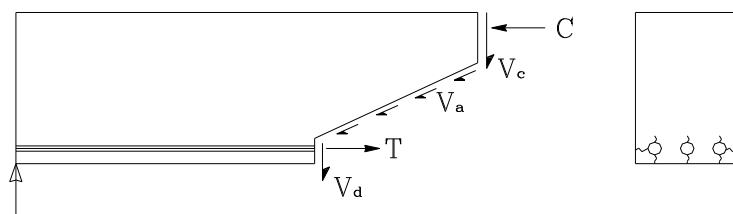
(الف) مقاومت برشی بتن ترک نخورده V_c

(ب) نیروی ناشی از درگیر بودن دانه های سنگی در محل ترک (قفل و بست میان دانه ای) V_a

(ج) عملکرد شاخه ای میلگرد طولی V_d



به واسطه ایجاد نیروی برشی در میلگرد های طولی تنشهای فشاری و کششی بین میلگرد و بتن پوشش آن بوجود می آید که با افزایش آن ترکهای طولی در امتداد میلگرد ظاهر می گردد به رفتار میلگرد های فوق برای تحمل نیروی برشی عملکرد شاخه ای گویند.



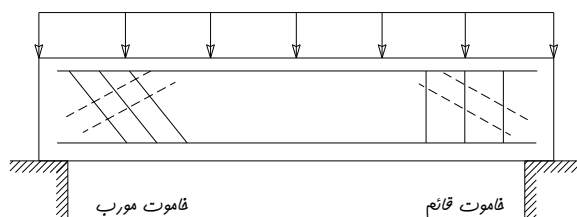
تیرهای بتن مسلح با آرماتور برشی (خاموت)

همانطور که ابتدای این فصل ذکر گردید نه تنها تنشهای خمشی بلکه تنشهای برشی خالص و ترکیب تنشهای خمشی و برشی در طول تیر می توانند باعث ایجاد کشش شوند که این اثر برای تیرهای بتنی که در کشش ضعیف می باشند یک تهدید به شمار می رود و برای جبران آن نیاز به میلگردهای برشی می باشد. میلگرد های برشی تا قبل از ایجاد ترک، نیروهای قابل توجهی را تحمل نمی کنند ولی با ایجاد ترک قطری عملکرد این میلگردها آغاز می گردد. بنابراین به منظور استفاده بهینه از آنها بهتر است که این میلگردها بر ترکها عمود باشند ولی به دو علت زیر این کار عملاً صورت نمی گیرد.

(1) رعایت دقیق زاویه خاموتها در طول تیر بسیار مشکل است.

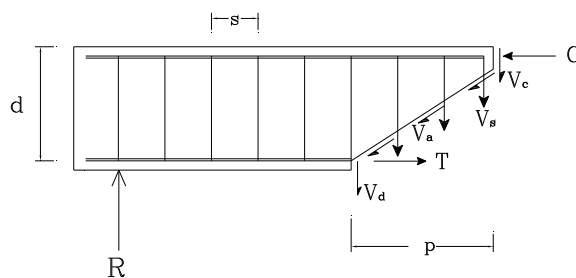
(2) زاویه ترکها در طول تیر تغییر می کند.

بنابراین در بیشتر موارد میلگردهای برشی به صورت قائم و عمود بر محور طولی تیر قرار داده می شوند.



تیر با خاموتهای قائم :

در حالت استفاده از خاموتهای قائم و با در نظر گرفتن شرایط تسلیم برای این آرماتورها می توان روابط زیر را نوشت.



$$V = V_c + V_d + V_{ay} + V_s$$

$$V = V_{cr} + n \cdot A_v \cdot f_y$$

A_v : سطح مقطع خاموتها

n : تعداد خاموتها در فاصله p

در صورتیکه زاویه ترک در حدود 45° فرض شود که عملاً هم حدوداً همین مقدار است لذا:

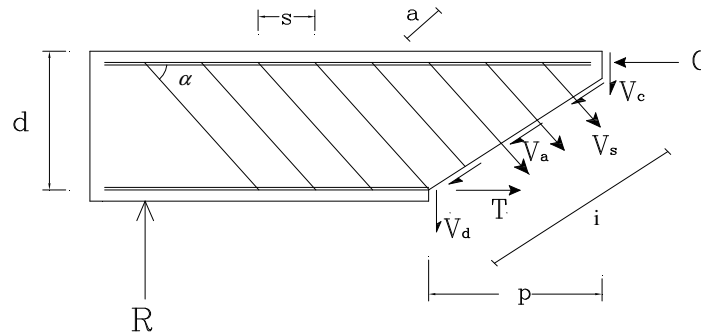
$$p = d$$

$$n = \frac{d}{s}$$

$$V = V_{cr} + \frac{A_v \cdot f_y \cdot d}{s}$$

$$v = v_{cr} + \frac{A_v \cdot f_y}{b \cdot s}$$

تیر با خاموتهای مایل :



$$V = V_c + V_{ay} + V_d + V_{sy}$$

$$V = V_{cr} + n \cdot A_v \cdot f_y \cdot \sin \alpha$$

$$n = \frac{i}{a}$$

$$i = \frac{p}{\cos \theta}$$

$$n = \frac{p}{a \cdot \cos \theta}$$

$$S = a \cdot \cos \theta + a \cdot \sin \theta / \tan \alpha$$

$$S = a \cdot \left(\cos \theta + \frac{\sin \theta}{\tan \alpha} \right)$$

$$a = \frac{S}{\cos \theta + \frac{\sin \theta}{\tan \alpha}} = \frac{S}{\sin \theta \cdot \frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \sin \theta \cdot \frac{1}{\tan \alpha}}$$

$$a = \frac{S}{\sin \theta \cdot (\cot \theta + \cot \alpha)}$$

θ : زاویه ترک

$$n = \frac{p / \cos \theta}{S / \sin \theta \cdot (\cot \theta + \cot \alpha)}$$

$$n = \frac{p}{S} \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha)$$

$$n = \frac{p}{S} \cdot \tan \theta \cdot (\cot \theta + \cot \alpha)$$

$$n = \frac{p}{S} \cdot (1 + \cot \alpha \cdot \tan \theta)$$

$$V = V_{cr} + \frac{p}{S} (1 + \cot \alpha \cdot \tan \theta) \cdot A_v \cdot f_y \cdot \sin \alpha$$

زاویه تمایل ترک در تیرها نزدیک به 45° است.

$$\tan \theta \approx 1$$

$$p = d$$

$$V = V_{cr} + \frac{d}{S} \cdot (1 + \cot \alpha) \cdot A_v \cdot f_y \cdot \sin \alpha$$

$$V = V_{cr} + \frac{d}{S} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot A_v \cdot f_y$$

زاویه تمایل خاموتها معمولاً برابر $\alpha = 45^\circ$ در نظر گرفته می شود.

$$\sin \alpha = \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

برای خاموتهای مایل

$$V_r = V_{cr} + \sqrt{2} \frac{A_v \cdot f_y \cdot d}{S}$$

مقایسه ظرفیت برشی خاموتهای قائم و مورب با زاویه 45° درجه:

همانطور که دیده شد ظرفیت برشی خاموتهای مورب برابر است با:

$$V_r = V_{cr} + \sqrt{2} \frac{A_v \cdot f_y \cdot d}{S}$$

و برای خاموتهای قائم

$$V_r = V_{cr} + \frac{A_v \cdot f_y \cdot d}{S}$$

ملاحظه می شود خاموتها بصورت مایل $\sqrt{2}$ برابر موثرتر از قائم می باشند.

آنالیز و طراحی تیرها برای برش بر اساس آبا

برای آنکه در مقطع بحرانی یک تیر ظرفیت برشی تیر کافی باشد باید:

$$V_u \leq V_r$$

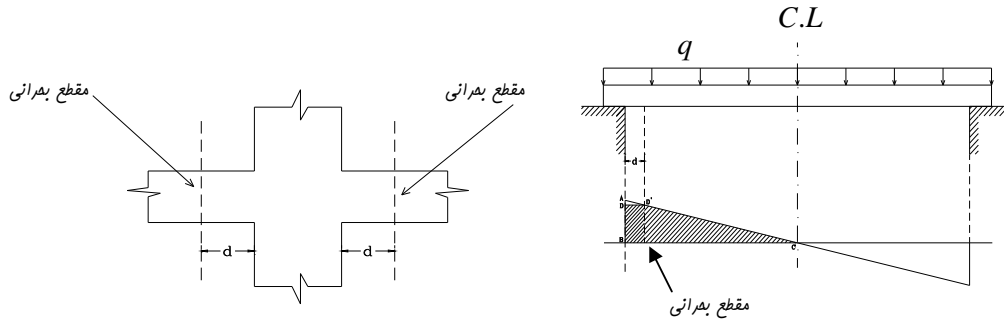
V_r : مقاومت برشی نهائی مقطع

V_u : نیروی برشی نهائی ناشی از بارهای ضریبدار

که مقطع بحرانی به صورت زیر تعریف می گردد.

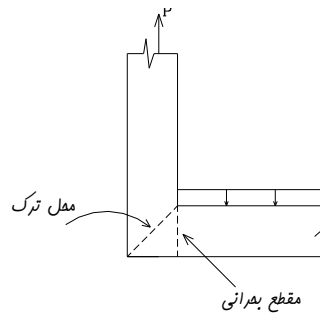
مقطع بحرانی برای کنترل برش و تعیین V_u

مقطع بحرانی برای تیرها در محل بیشترین برش می باشد که در مورد تیرهای ساده با بار گسترده در محل تکیه گاه است اما در حالتی که عکس العمل تکیه گاهی به صورت فشاری باشد چون عکس العمل فوق باعث فشرده شدن مقطع ترک خورده در هم و افزایش ظرفیت برشی آن می شود آیین نامه مقطع بحرانی را به فاصله d از بر تکیه گاه در نظر می گیرد.

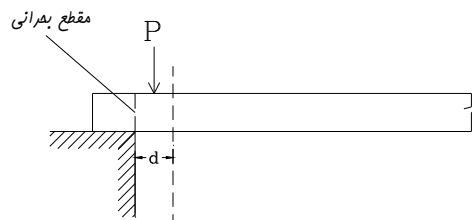


نکته:

اما در دو حالت زیر برای تکیه گاه ها مقطع بحرانی درست در لبه تکه گاه در نظر گرفته می شود.
الف) عکس العمل تکیه گاهی به صورت کششی باشد.



ب) زمانی که در فاصله d از بر تکیه گاه نیروی متمرکز داشته باشیم.



توجه 1:

در مقاطع بتنی مسلح شده برای برش، هر کدام از بتن و فولاد سهمی از نیروی برشی را تحمل می کنند که به مجموع آنها ظرفیت برشی نهایی مقطع V_r گویند.

$$V_r = V_c + V_s = V_u$$

$$V_s = V_u - V_c$$

توجه 2:

توجه شود که اگر نیروی برشی سهم فولاد V_s از $V_{s\ Max} = 4V_c$ بیشتر شود ابعاد مقطع باد افزایش یابد.

$$V_{s\ max} = 4V_c = 0.8\phi_c \sqrt{f_c} b_w d$$

"آیین نامه بتن ایران" حداکثر تنش برشی سهم خاموتهای قائم را به $(0.5\sqrt{f_c}, 3\ Mpa)$ محدود می کند.

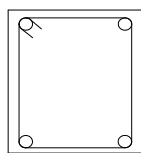
توجه 3:

به منظور جلوگیری از ازدیاد عرض ترکهای قطری باید:

$$f_y \leq 400\ N/mm^2$$

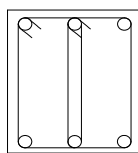
توجه 4:

در رابطه تعیین V_s ، سطح مقطع یک شاخه خاموت نمی باشد. بلکه تعداد کل ساقهای خاموت است که اگر تیر را مقطع افقی بزینم آن تعداد خاموت را قطع می کند.



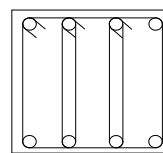
$$A_v = 2A_s$$

دو شاخه



$$A_v = 4A_s$$

چهار شاخه

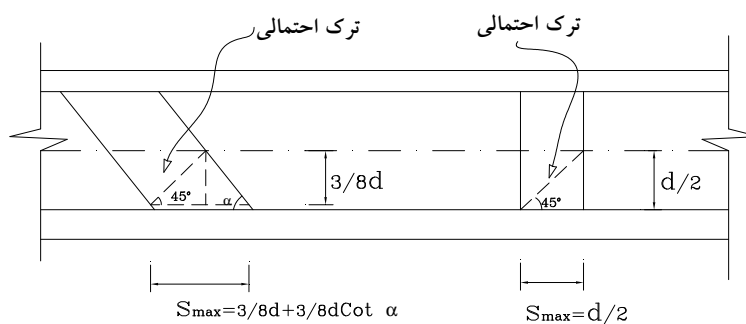


$$A_v = 6A_s$$

شش شاخه

توجه 5:

به جهت آنکه در هنگام ایجاد ترک قطری، هر ترک حداقل از یک خاموت عبور کند باید حداکثر فاصله خاموتها به مقادیر زیر محدود گردد.



الف) خاموتهای قائم:

$$S_{Max} = d/2$$

ب) خاموتهای مورب:

$$S_{Max} = \frac{3}{8}d + \frac{3}{8}d.Cot\alpha$$

توصیه های آیین نامه ای برای حداکثر فاصله خاموتها :

$$\text{الف) اگر } V_s \leq 0.4\phi_c \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d :$$

1. برای خاموتهای قائم :

$$S_{\max} = \frac{d}{2} \leq 60\text{cm}$$

2. برای خاموتهای مایل :

$$S_{\max} = \frac{3}{8}d + \frac{3}{8}d \cdot \cot \alpha$$

اگر $\alpha = 45^\circ$

$$S_{\max} = 0.75d \leq 60\text{cm}$$

$$\text{ب) اگر } V_s > 0.4\phi_c \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d :$$

1. برای خاموتهای قائم :

$$S_{\max} = \frac{d}{4} \leq 30\text{cm}$$

2. برای خاموتهای مایل :

$$S_{\max} = \frac{3}{16}d + \frac{3}{16}d \cdot \cot \alpha$$

اگر $\alpha = 45^\circ$

$$S_{\max} = 0.375d \leq 30 \text{ cm}$$

توصیه عملی:

به عنوان یک توصیه عملی پیشنهاد می شود که همواره فاصله خاموتها بیشتر از ده سانتیمتر انتخاب گردد. بجز مواردی که آیین نامه به منظور شکل پذیری بیشتر استفاده از خاموتها و تنگهای با فاصله کمتر را تاکید نموده است.

توجه 6:

مطابق آبا اگر $V_c/2 < V_u < V_c$ باشد، باید خاموتهای حداقل زیر در مقطع قرار داده شوند، بجز موارد استثنای زیر که می توان از قرار دادن خاموت در مقطع صرفنظر کرد.

1) دالها

2) فونداسیونها

3) تیرهایی که کل ارتفاع تیر از 25 cm یا 2/5 برابر ضخامت بال و یا از نصف عرض جان تجاوز نکند.

$$A_{V \min} = 0.35 \frac{b_w \cdot S}{f_y}$$

$$\left(\frac{A_v}{S} \right)_{\min} = \frac{0.35 b_w}{f_y}$$

توجه 7:

اگر $V_u < V_c/2$ باشد، نیاز به خاموت حداقل نیست، ولی به عنوان یک توصیه عملی حتی اگر $V_u < V_c/2$ باشد حداقل خاموت در تیر قرار می گیرد.

روش گام به گام تعیین خاموتها در تیرها

گام اول: تعیین V_u در مقطع بحرانیگام دوم: تعیین نیروی برشی مقاوم بتن V_c

$$V_c = 0.2\phi_c \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d$$

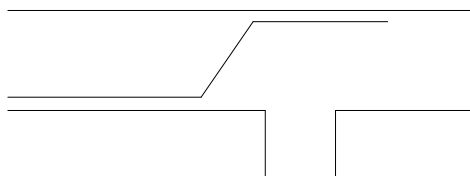
گام سوم: اگر $V_c/2 < V_u < V_c$ باشد حداقل خاموتها به کار گرفته می شود.

$$1) A_{V \min} = 0.35 \frac{b_w \cdot S}{f_y}$$

$$2) S_{Max} = d/2$$

گام چهارم: اگر $V_u < V_c/2$ باشد با آنکه نیاز به خاموت نداریم ولی حداقل خاموت طبق گام قبل در تیر قرار داده می شود.گام پنجم: در صورتی که $V_u > V_c$ باشد، نیاز به خاموت محاسباتی داریم که با توجه به مسایل اجرایی و موارد ذکر شده، بیشتر از نوع خاموت قائم استفاده می گردد.

نکته: البته در مواقعی که میلگردهای طولی به سمت بالا خم زده می شوند ناحیه میانی آنها می تواند عامل موثر در تحمل برش باشد که روابط مربوطه به طور کامل در آیین نامه آبا موجود است. ولی در محاسبات می توان ظرفیت برشی آنها را به عنوان ضریب اطمینان در نظر نگرفت.



$$V_s = V_u - V_c$$

- اگر $V_s > 4V_c$ نیاز به افزایش ابعاد مقطع می باشد و پس از کنترل و تصحیح احتمالی از رابطه زیر با اختیار نمودن قطر خاموت، فاصله خاموتها بدست می آید.

$$S = \frac{A_v \cdot \phi_s \cdot f_y \cdot d}{V_s}$$

- اگر $2V_c < V_s < 4V_c$ باشد فاصله خاموتها کمترین مقادیر زیر است.

$$1) S = \frac{A_v \cdot \phi_s \cdot f_y \cdot d}{V_s}$$

$$2) S_{Max} = \min(d/4, 30 \text{ Cm})$$

$$3) A_{V \min} = 0.35 \frac{b_w \cdot S}{f_y} \Rightarrow S_{Max} = \frac{A_{V \min} \cdot f_y}{0.35 b_w}$$

• اگر $V_s < 2V_c$ باشد فاصله خاموتها کمترین مقادیر زیر است.

$$1) S = \frac{A_v \phi_s f_y d}{V_s}$$

$$2) S_{Max} = \min(d/2, 60 \text{ Cm})$$

$$3) A_{v \min} = 0.35 \frac{b_w \cdot S}{f_y} \Rightarrow S_{Max} = \frac{A_{v \min} \cdot f_y}{0.35 b_w}$$

گام ششم: کنترل خاموت حداقل

باید توجه شود که در کلیه مقاطع نسبت زیر رعایت گردد.

$$\left(\frac{A_v}{S} \right)_{\text{موجود}} \geq \left(\frac{A_v}{S} \right)_{\min}$$

مثال :

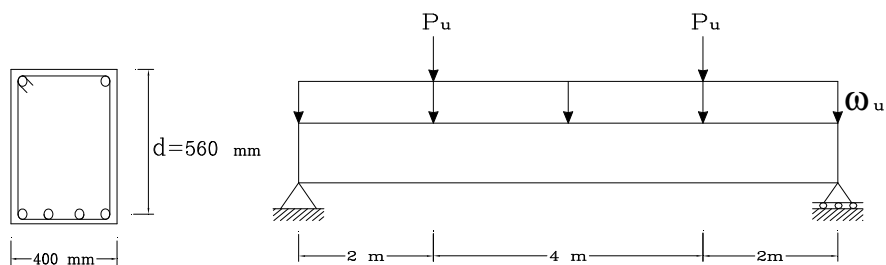
تیر ساده ای مطابق شکل در اختیار است. فواصل خاموتهای قائم را تعیین کنید.

$$f_c = 20 \text{ N/mm}^2$$

$$P_{DL} = 10 \text{ kN} \quad , \quad P_{LL} = 40 \text{ kN}$$

$$f_y = 400 \text{ N/mm}^2$$

$$\omega_{DL} = 20 \text{ kN/m} \quad , \quad \omega_{LL} = 30 \text{ kN/m}$$

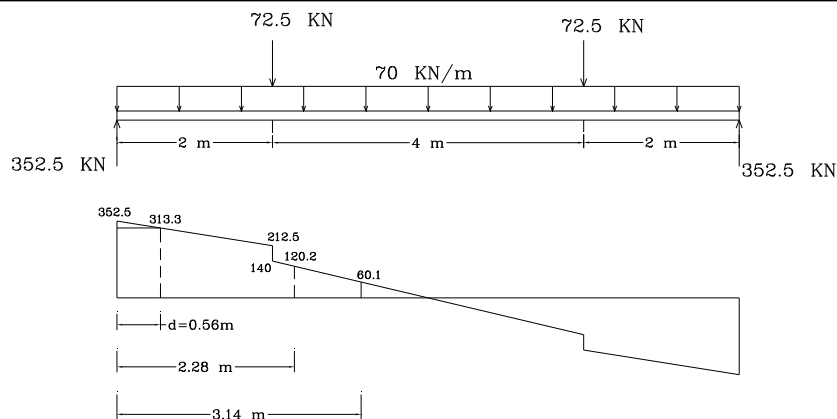


حل:

با استفاده از بارهای ضریب دار دیاگرام برش را رسم می کنیم و بر روی آن نقاط مربوط به نیروهای V_c و $V_c/2$ و نیروی مقطع بحرانی (به فاصله d از بر تکیه گاه) را بدست می آوریم.

$$P_u = 1.25P_{DL} + 1.5P_{LL} = 72.5 \text{ kN}$$

$$\omega_u = 1.25\omega_{DL} + 1.5\omega_{LL} = 70 \text{ kN/m}$$



$$V_c = 0.2\phi_c \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d$$

$$V_c = 0.2(0.6)\sqrt{20}(400)(560) \times 10^{-3} = 120.2 \text{ kN}$$

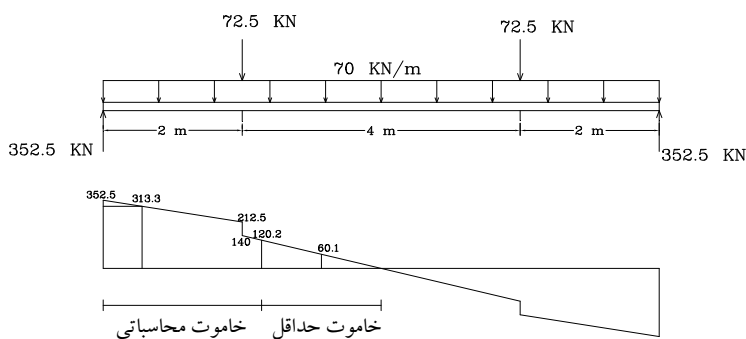
$$\frac{V_c}{2} = 60.1 \text{ kN}$$

با توجه به نمودار برش در بالا می توان گفت:

در فاصله $0 < x < 2.28$ احتیاج به خاموت می باشد که فاصله خاموت ها باید تعیین شود.

در فاصله $2.28 < x < 3.14$ احتیاج به خاموت حداقل می باشد.

در فاصله $3.14 < x < 4$ نیاز به خاموت نیست، ولی بعنوان یک توصیه عملی حداقل خاموت نیز در اینجا قرار می گیرد.



تعیین فاصله خاموت ها در ناحیه محاسباتی:

در ابتدا از خاموت دو شاخه و نمره 10 استفاده می گردد.

$$A_v = 2 \times \left[\frac{\pi \cdot d^2}{4} \right] = 2\pi \frac{10^2}{4} = 157 \text{ mm}^2$$

$$V_r = V_u = 313.3 \text{ kN}$$

$$V_s = V_r - V_c = 313.3 - 120.2 = 193.1 \text{ kN}$$

کنترل V_s max که آیا $V_s > V_s$ max می باشد؟

$$V_{s \max} = 4V_c = 0.8\phi_c \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d = 0.8(0.6)\sqrt{20}(400)(560) \times 10^{-3}$$

$$V_{s \max} = 481 \text{ kN}$$

$$V_s = 193.1 < 481$$

$$2V_c = 0.4\phi_c \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d = 241 \text{ kN}$$

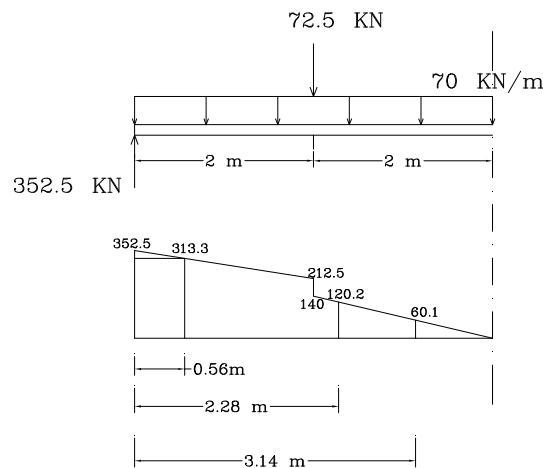
$$V_s < 0.4\phi_c \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d$$

$$1) S_{\max} = \frac{d}{2} = \frac{560}{2} = 280 \text{ mm}$$

$$2) S = \frac{A_v \cdot \phi_s \cdot f_y \cdot d}{V_s} = \frac{157(0.85)(400)(560)}{193.1 \times 10^3} = 155 \text{ mm}$$

$$3) \left(\frac{A_v}{S} \right)_{\min} = \frac{0.35b_w}{f_y} = \frac{0.35(400)}{400} = 0.35$$

$$S_{\max} = \frac{157}{0.35} = 449 \text{ mm} > 280 \text{ mm}$$



همانطور که در رابطه 2 در بالا دیده می شود از آنجایی که V_c در طول تیر ثابت می باشد و V_u به سمت وسط تیر کم می شود که باعث کاهش V_s و افزایش S می گردد تا زمانی که به مقدار $d/2 = 280 \text{ mm}$ محدود گردد. بنابراین می توان گفت:

در فاصله $0 < x < 0.56$ فاصله خاموت ها 150 mm اختیار می شود.

در فاصله $0.56 < x < 2.28$ فاصله خاموت ها بین 150 mm تا 280 mm متغیر است.

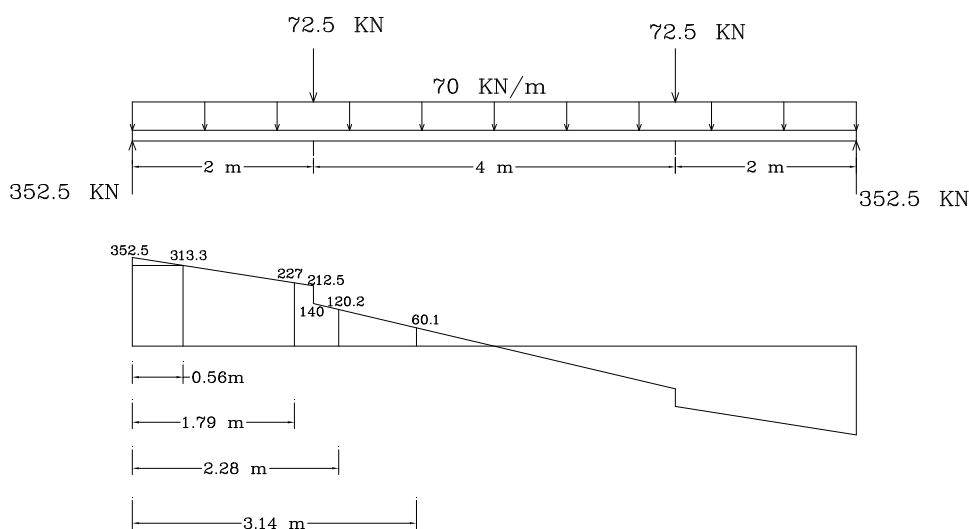
از آنجایی که امکان تغییرات S به صورت فوق در عمل نمی باشد لذا این ناحیه را به دو قسمت تبدیل می کنیم. یعنی ناحیه ای که فاصله خاموتها 150 mm است و ناحیه ای که فاصله آنها برابر خاموت حداقل یعنی $S = 280 \text{ mm}$ می باشد. برای این کار ابتدا V_s را برای شرایطی که $S = 280 \text{ mm}$ می باشد حساب می کنیم سپس با توجه به آن مقدار V_u را بدست آورده و بر روی نمودار محل آن را تعیین می کنیم.

$$V_s = \frac{A_v \cdot \phi_s \cdot f_y \cdot d}{S} = \frac{157(0.85)(400)(560) \times 10^{-3}}{280} = 106.8 \text{ kN}$$

$$V_r = V_c + V_s = 120.2 + 106.8 = 227 \text{ kN}$$

$$V_u = V_r = 227 \text{ kN}$$

$$352.5 - 70x = 227 \Rightarrow x = 1.79 \text{ m}$$



در فاصله $0 < x < 1.79$ فاصله خاموتها 150 mm

در فاصله $1.79 < x < 2.28$ فاصله خاموتها 280 mm

همچنین در فاصله $2.28 < x < 3.14$ نیز فاصله خاموتها 280 mm

در فاصله $3.14 < x < 4$ نیاز به خاموت نیست ولی توصیه می شود در این فاصله نیز خاموت حداقل به فواصل 280 mm قرار گیرد.

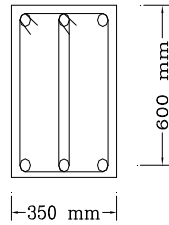
نتیجه:

در فاصله $1/8$ متر ابتدایی خاموت دو شاخه 10 به تعداد 13 عدد در فواصل 15 سانتیمتر و در فاصله 24 سانتیمتر بعد یک خاموت دو شاخه 10 کار گذاشته می شود.

اینک از فاصله $2/04$ متر تا وسط تیر، خاموت دو شاخه 10 به تعداد 7 عدد در فواصل 28 سانتیمتری قرار می گیرد. نیمه دیگر تیر نیز به طور مشابه خاموت گذاشته می شود.

مثال:

تیر ساده ای با طول آزاد 6 متر مطابق شکل در اختیار است. مطلوبست مقدار بار نهایی گسترده ضربیدار که می توان بر اساس مقاومت برشی این تیر بر آن اعمال کرد.

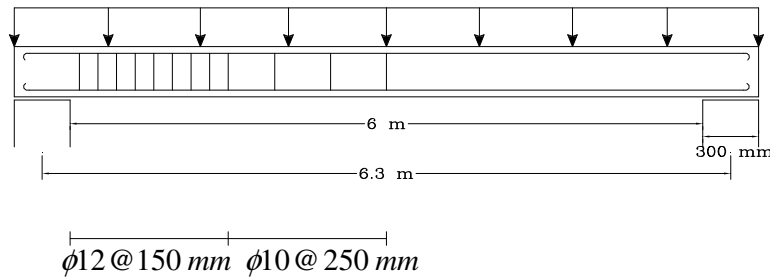


$$f_c = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$f_y = 300 \text{ N/mm}^2$$

خاموت نمره 12 برای 1/5 متر کناری هر 15 سانتیمتر

خاموت نمره 10 برای 3 متر میانی هر 25 سانتیمتر



حل:

در فاصله $d = 0.6 \text{ m}$ از لبه تکیه گاه داریم:

$$V_r = V_c + V_s$$

$$V_c = 0.2 \phi_c \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d = 0.2 \times 0.6 \times \sqrt{25} \times 350 \times 600 \times 10^{-3} = 126 \text{ kN}$$

$$V_s = \frac{A_v \cdot \phi_c \cdot f_y \cdot d}{S} \quad A_v = 4\pi \times \frac{12^2}{4} = 452 \text{ mm}^2$$

$$V_s = \frac{452(0.85)(300)(600) \times 10^{-3}}{150} = 461 \text{ kN}$$

$$V_{s \text{ max}} = 4V_c = 504$$

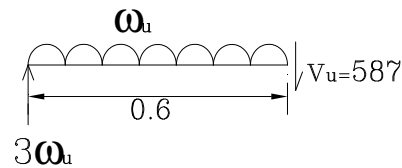
$$V_s = 461 < V_{s \text{ max}}$$

$$V_r = V_c + V_s = 126 + 461 = 587 \text{ kN}$$

$$V_u = V_r = 587 \text{ kN}$$

$$3w_u - 0.6w_u = 587$$

$$w_u = 245 \text{ kN/m}$$



با توجه به w_u بدست آمده از بالا در فاصله 1/5 از لبه تکیه گاه برش برابر است با:

$$3(245) - 245(1.5) = V_u$$

$$V_u = 368 \text{ KN}$$

برای مقاطع در فاصله 1/5 متر به بعد از لبه تکیه گاه ظرفیت برشی مقطع برابر است با:

$$V_r = V_c + V_s$$

$$A_v = 4\pi \times \frac{10^2}{4} = 314 \text{ mm}^2$$

$$V_s = \frac{A_v \phi_s f_y d}{S} = \frac{314(0.85)(300)(600) \times 10^{-3}}{250} = 192 \text{ kN}$$

$$V_{r \text{ مقطع}} = V_c + V_s = 126 + 192 = 318 \text{ kN}$$

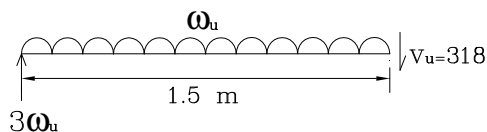
$$V_{r \text{ مقطع}} < V_u$$

لذا:

$$V_{r \text{ لازم}} = 318 \text{ kN}$$

$$3w_u - 1.5w_u = 318 \text{ kN}$$

$$w_u = 212 \text{ kN/m}$$



پس بار نهایی گسترده ضریبدار که می توان بر اساس مقاومت برشی مقطع به آن اعمال کرد برابر است با:

$$w_u = 212 \text{ kN/m}$$

کنترل فاصله خاموتها

$$V_{s \text{ max}} = 4V_c = 504 \text{ kN}$$

$$\frac{V_{s \text{ max}}}{2} = 252 \text{ kN}$$

$$V_s = 192 < 252 \text{ kN} \Rightarrow S_{\text{max}} = \frac{d}{2} = 30 \text{ cm} > 25 \text{ cm}$$

$$\left(\frac{A_v}{S} \right)_{\text{min}} = \frac{0.35b_w}{f_y}$$

$$S_{\text{max}} = \frac{A_v f_y}{0.35b_w} = 769 \text{ mm}$$

5

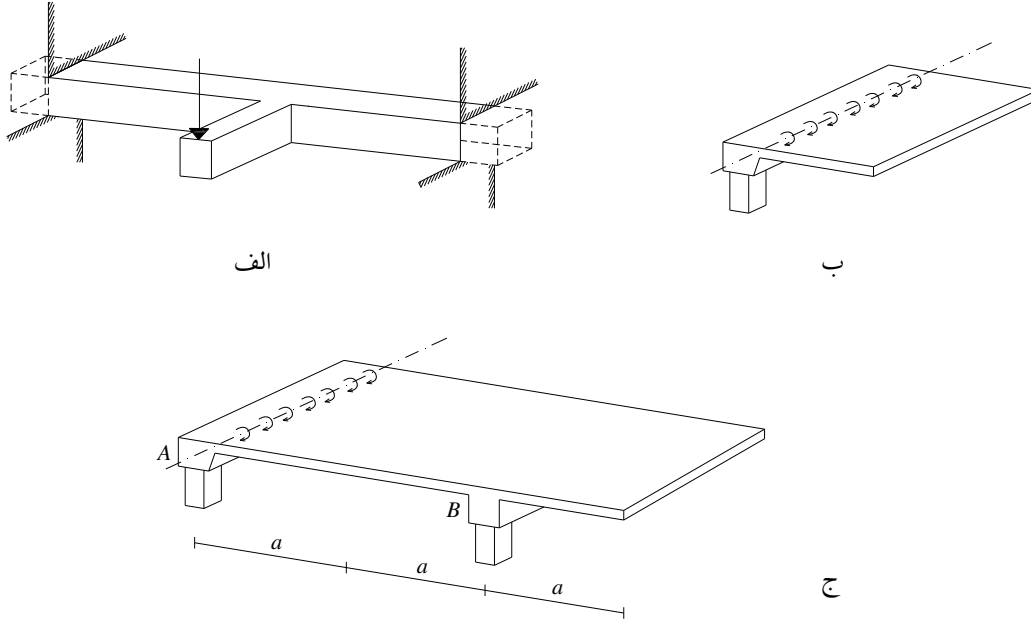
فصل پنجم:

آنالیز و طراحی تیرهای بتن مسلح برای پیچش

- تشن پیچشی
- تیر تحت پیچش خالص
- تشن برشی ترک خوردگی τ_{cr}
- طراحی پیچشی اعضای بتن مسلح
- مقاومت پیچشی (ترک خورده) اعضای بتن مسلح
- اثر متقابل نیروی برشی و ممان پیچشی در یک عضو بتنی
- غیر مسلح
- اثر متقابل نیروی برشی و ممان پیچشی بر اعضای بتنی مسلح
- مقاومت پیچشی مقاطع غیر مستطیلی و مقاطع بسته توخالی
- روش گام به گام برای طراحی پیچشی
- ممان پیچشی نهائی در تیرهای لبه‌ای (پیچش سازگاری)

طراحی اعضای بتن مسلح در مقابل پیچش

شکل زیر تیرهایی را نشان می دهد که تحت اثر پیچش قرار دارند. در حالت ج تیر A به عنوان یک تیر لبه تحت پیچش قرار می گیرد ولی به علت یکسان بودن سطح بارگیر در دو سمت تیر B عملاً پیچش در تیر بوجود نمی آید.



نکته: پیچش در تیرهای کناری (لبه) که یک طرف آن بار دارد یا تیرهای محیطی که کنسول دارند اتفاق می افتد بنابراین سعی می شود بارهای توزیع شده روی تیرها به صورت متقارن باشد.

تنش پیچشی

تنش ناشی از پیچش به صورت برش در مقطع ظاهر می گردد که:

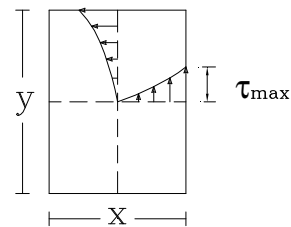
- در مقاطع دایره ای با استفاده از فرمول زیر می توان مقدار این تنش را بدست آورد.

$$\tau = \frac{T.r}{J}$$

- در مقاطع مستطیل شکل بر خلاف مقاطع دایره ای پیچش باعث اعوجاج در مقطع می گردد و دیگر روابط بالا صادق نمی باشد و مقدار تنش را می توان توسط رابطه سن و نان تعیین کرد.

y/x	1		∞
α	0.208		0.333

$$\tau_{\max} = \frac{T}{\alpha.x^2.y}$$



x : ضلع کوچکتر

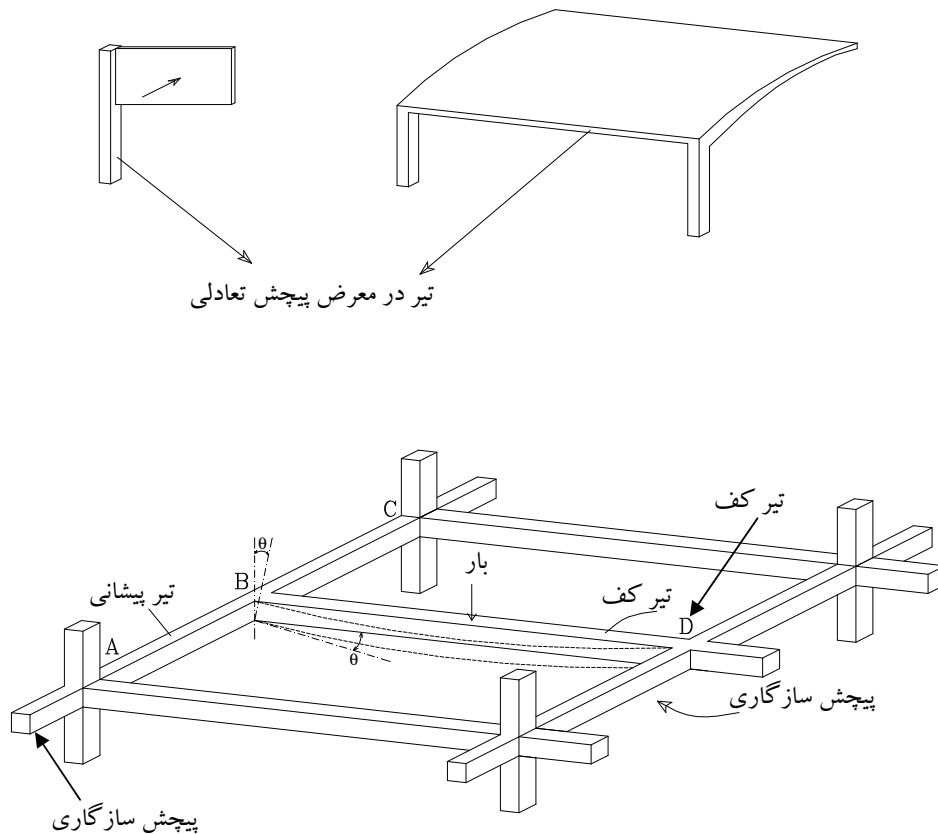
y : ضلع بزرگتر

نکته: ضریب α با توجه به نسبت طول به عرض و جدول بالا تعیین می گردد که تقریباً می توان آن را برابر $1/3 = 0.333$ در نظر گرفت.

نکته: در مقاطع مستطیلی بیشترین تنش برشی در وسط ضلع بزرگتر بوجود می آید و در گوشه ها مقدار آن صفر است.
نکته: توزیع کرنش در اثر پیچش برای مقاطع غیر دایره ای غیر یکنواخت است.

پیچش به دو صورت در اعضای بتن آرمه به وجود می آید:

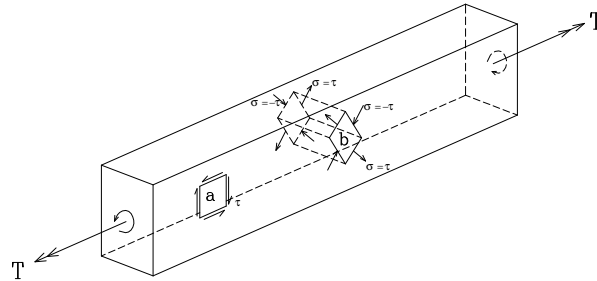
1. پیچش تعادلی: ممان پیچشی برای برقراری تعادل ایجاد می شود و از سختی اعضاء مستقل است و صرفاً توسط روابط ایستایی تعیین می شود.
2. پیچش سازگاری: در اکثر اعضای بتن آرمه ممان پیچشی به این صورت بوجود می آید و عضو برای حفظ سازگاری تغییر شکلهای ناچار به پیچش می گردد و مقدار ممان پیچشی عضو به سختی پیچشی عضو نسبت به سختی اعضاء متصل به آن، بستگی دارد.



اگر اجرای تیرهای AC , BD با هم صورت گیرد (با هم بتن ریزی گردند) در اثر بار، خمش در تیر BD بوجود می آید که این خمش در تیر AC به پیچش تبدیل می گردد. به عبارتی انحنای خمشی تیر BD باعث پیچش در تیر AC برای حفظ سازگاری تغییر شکلهای می گردد.

تیر تحت پیچش خالص

اگر تیر زیر را تحت پیچش خالص در نظر بگیریم دیده می شود که المان a تحت تنشهای برشی خالص قرار گرفته است. اگر المان b مشابه a به اندازه 45 درجه دوران نماید، تنشها تبدیل به تنشهای اصلی کششی و فشاری و فشاری $|\sigma| = \tau$ می گردند.



وضعیت فوق مشابه وضعیتی است که در مکانیسم برش حاصل می گردد با این تفاوت که در پیچش جهت تنشهای برشی در دو گونه مقطع با یکدیگر مخالف هستند.

در صورتیکه مقدار تنش کششی از مقدار مقاومت کششی بتن تجاوز کند ترک قطری در سطح خارجی تیر در محل بیشترین تنش کششی ظاهر شده و به سرعت در تمام مقطع عرضی تیر گسترش پیدا می کند.

نکته: در مقطعی که تحت پیچش قرار دارند تنشهای دو طرف مقطع عکس هم می باشند لذا ترک که در راستای تنش فشاری اصلی ظاهر می گردد مقطع را دور می زند.

تنش برشی ترک خوردگی τ_{cr}

تنش برشی ترک خوردگی به 85٪ مدول گسیختگی محدود می گردد. بنابراین می توان نوشت:

$$\tau_{cr} = 0.85 f_r = 0.85 \times (0.6 \sqrt{f_c})$$

$$\tau_{cr} = 0.5 \sqrt{f_c}$$

از طرفی برای مقاطع مستطیلی تحت پیچش تنش برشی ماکزیمم در وسط ضلع بزرگتر بوجود آمده و برابر است با:

$$\tau_{max} = \frac{T}{0.33x^2 \cdot y} = \frac{3T}{x^2 \cdot y}$$

زمانی که تنش برشی ماکزیمم به حد ترک خوردگی برسد مقطع ترک می خورد پس می توان ممان ترک خوردگی را به صورت زیر بدست آورد.

$$\tau_{cr} = \tau_{max}$$

$$\tau_{cr} = 0.5 \sqrt{f_c} = \frac{3T}{x^2 \cdot y} \Rightarrow T_{cr} = 0.5 \sqrt{f_c} \cdot \frac{x^2 \cdot y}{3}$$

رابطه فوق در آیین نامه بتن ایران (آبا) به صورت زیر بیان شده است:

$$T_{cr} = 0.4\phi_c \cdot \sqrt{f_c} \cdot \left(\frac{A_c^2}{P_c} \right) \quad (4)$$

T_{cr} : ممان پیچشی ترک خوردگی

A_c : مساحت کل مقطع بتنی

P_c : محیط خارجی مقطع بتنی

$\phi_c = 0.6$: ضریب تقلیل مقاومت بتن

f_c : مقاومت مشخصه نمونه استوانه ای بتن

نکته: در صورتی که پیچش در مقاطع بتنی بیشتر از T_{cr} گردد ($T > T_{cr}$)، مقطع دچار ترک می شود و نیاز است که برای پیچش طراحی شود.

طراحی پیچشی اعضای بتن مسلح

برای تحمل پیچش دو نوع آرماتور در عضو استفاده می شود.

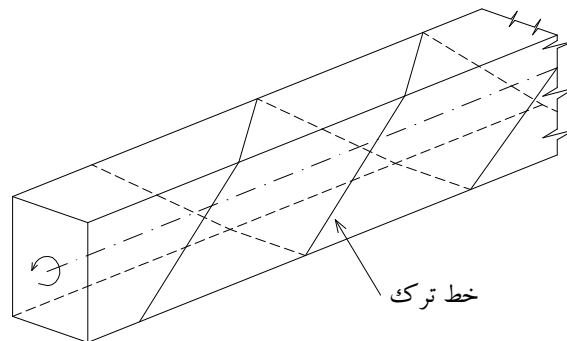
الف) آرماتور طولی: تحت عمل شاخه ای مقاومت پیچشی مقطع را صرفاً به اندازه 15٪ نسبت به معادله 4 افزایش می دهد.

ب) خاموت بسته

وقتی عضو بتن مسلح با آرماتورهای طولی و خاموت مسلح می گردد، با رسیدن ممان پیچشی به مقدار T_{cr} (رابطه 4) اولین

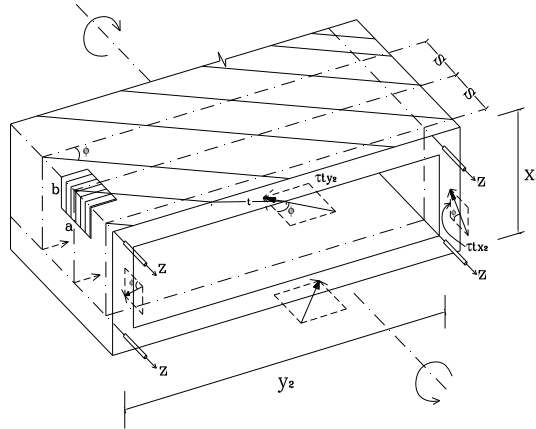
ترک به صورت حلقوی ظاهر می گردد ولی

- با توجه به حضور میلگرد عضو نمی شکند.
- بدلیل ترک برداشتن و جدا شدن دانه های بتن، مقاومت پیچشی بتن به حدود نصف مقدار رابطه 4 می رسد.



مقاومت پیچشی (ترک خورده) اعضای بتن مسلح

بر اساس مدل خرابی فضایی از بتن به عنوان عضو فشاری بین دو ترک استفاده می شود و تقریباً تمام مقاومت پیچشی، ناشی از خاموتها، میلگردهای طولی و بتن احاطه کننده میلگردها می باشد. لذا خاموتها و میلگردهای طولی و لایه بتن پیرامونی تشکیل یک لوله جدار نازک می دهد و به شکل یک خرابی فضایی مدل می گردد. میلگردهای طولی گوشه بعنوان اعضای طولی کششی، خاموتها بعنوان اعضای قائم کششی و بتن بین ترکها بعنوان اعضای فشاری قطری در این مدل لحاظ می گردند.



x_2, y_2 : فاصله بین میلگردهای طولی

در مقطع جانبی از لوله، نیروی فشاری قطری در بتن دارای یک مؤلفه مماسی می باشد که تنش برشی را بوجود می آورد تا برابر ممان پیچشی T مقاومت نماید.

$$\sum F_z = 0$$

$$4z = 2 \frac{\tau \cdot t \cdot x_2}{\tan \phi} + 2 \frac{\tau \cdot t \cdot y_2}{\tan \phi}$$

واز تعادل دورانی:

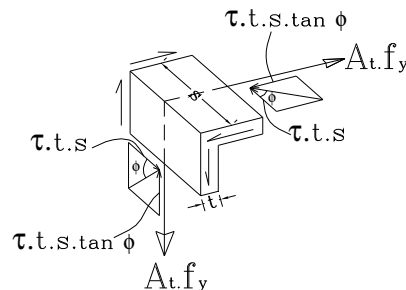
$$T_r = \tau \cdot t \cdot y_2 \cdot x_2 + \tau \cdot t \cdot x_2 \cdot y_2$$

اگر برشی از این لوله جدار نازک را مطابق شکل در نظر بگیریم با نوشتن تعادل نیروها در امتداد نیروی کششی حلقه داریم:

$$A_t \cdot f_y = \tau \cdot t \cdot s \cdot \tan \phi$$

$$\tan \phi = \frac{A_t \cdot f_y}{\tau \cdot t \cdot s}$$

A_t : سطح مقطع یک ساق خاموت بسته



رابطه فوق را در معادله 5 قرار می دهیم.

$$2Z = \frac{(\tau.t)^2 s.x_2}{A_l.f_y} + \frac{(\tau.t)^2 s.y_2}{A_l.f_y}$$

$$2Z = \frac{(\tau.t)^2 .s}{A_l.f_y} (x_2 + y_2) \quad * \quad 5(a)$$

$$Z = \left(\frac{A_l}{4}\right) f_y$$

A_l : سطح مقطع کلیه میلگردهای طولی

حال در رابطه 5 (a) جایگزین می کنیم.

$$2 \frac{A_l.f_y}{4} = \frac{(\tau.t)^2 .s}{A_l.f_y} (x_2 + y_2)$$

$$\tau.t = \sqrt{\frac{A_l.f_y . A_l.f_y}{2S.(x_2 + y_2)}} \quad * \quad 5(b)$$

رابطه 6 را یکبار دیگر می نویسیم

$$T_r = 2\tau.t.(x_2.y_2)$$

$$T_r = 2x_2.y_2 \cdot \sqrt{\frac{A_l.f_y . A_l.f_y}{2S.(x_2 + y_2)}} \quad * \quad 6(a)$$

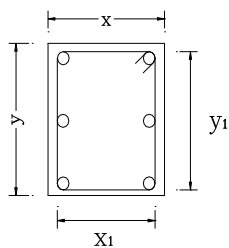
میلگردهای طولی

تأثیر میلگردهای طولی در یک عضو بتنی به صورتهای زیر می باشد:

- ایجاد یک تکیه گاه برای خاموت در گوشه
- افزایش مقاومت پیچشی به دلیل عمل شاخه‌ای
- آزمایشات نشان می دهد که پس از ایجاد ترک حلقوی، عضو تمایل به افزایش طولی دارد که وجود میلگردهای طولی از این عمل و افزایش عرض ترک جلوگیری می نمایند.

نکته: براساس آزمایشات بعمل آمده حجم میلگردهای طولی در واحد طول عضو باید در حدود 7/5 تا 1/5 برابر حجم خاموتها در همان طول باشد که این دو حجم در محاسبات مساوی در نظر گرفته می شود.

$$A_l = 2A_t \frac{x_1 + y_1}{S} \quad (7)$$



x_1 : ضلع کوچک خاموت بسته

y_1 : ضلع بزرگ خاموت بسته

با قرار دادن مقدار "7" در معادله 6(a) نتیجه می شود که:

$$T_r = 2 \left[\frac{A_t \cdot f_y}{S} \right] x_2 \cdot y_2 \sqrt{\frac{x_1 + y_1}{x_2 + y_2}} \quad (6b)$$

اگر $x_1 \approx x_2$ و $y_1 \approx y_2$ در نظر گرفته شود.

$$T_r = 2 \left(\frac{A_t \cdot f_y}{S} \right) x_2 \cdot y_2 \quad (6c)$$

نکته: بر مبنای مدل خرپای فضایی، مقاومت پیچشی بتن در نظر گرفته نمی شود و آیین نامه بتن ایران، مقاومت پیچشی مقطع را بر مبنای مدل خرپای فضایی در نظر می گیرد.

نکته: در آیین نامه بتن ایران پیچش توسط فولاد تحمل می شود ولی برش توسط بتن و فولاد

نکته: همانگونه که در رابطه زیر نشان داده شده چون سطح محصور شده توسط جریان برش دقیقاً معلوم نیست برای اطمینان ضریب 0/85 در رابطه بالا به صورت زیر اعمال گردیده است.

$$T_s = 2 A_t (0.85 x_1 \cdot y_1) \frac{\phi_s \cdot f_y}{S}$$

$$T_s = 2 A_t (0.85 A_{oh}) \frac{\phi_s \cdot f_y}{S} \quad (8)$$

T_s : مقاومت پیچشی نهایی تأمین شده توسط میلگردهای پیچشی

A_t : سطح مقطع یک ساق خاموت بسته

A_o : حاصلضرب $x_1 \cdot y_1$ ، که x_1 و y_1 اضلاع محور به محور خاموت بسته اند.

S : فواصل خاموت

مقدار آرماتور پیچشی طولی برای رسیدن به مقدار T_s در رابطه بالا به شرح زیر می باشد.

$$A_t = 2 A_t \left(\frac{x_1 + y_1}{S} \right) = A_t \cdot \frac{P_h}{S}$$

$$P_h = 2(x_1 + y_1) \quad \text{که}$$

P_h : محیط سطح محصور شده بوسیله محورهای اضلاع خاموت بسته پیچشی خارجی.

از مقایسه رابطه 6c با 6

$$T_r = 2 \tau \cdot t (x_2 \cdot y_2) \quad (6)$$

$$T_r = 2 \left(\frac{A_t \cdot f_y}{S} \right) (x_2 \cdot y_2) \quad (6c)$$

$$\tau \cdot t = \frac{A_t \cdot f_y}{S} \quad \text{می توان دریافت که:}$$

با جایگزینی رابطه بالا در رابطه $\tan \phi = \frac{A_t \cdot f_y}{\tau \cdot t \cdot S}$ نتیجه می شود:

$$\tan \phi = \frac{A_t \cdot f_y \cdot S}{A_t \cdot f_y \cdot S} = 1 \quad \Rightarrow \quad \phi = 45^\circ$$

نکته: بنابراین ترکها با زاویه 45 درجه تشکیل شده و با توجه به تغییر جهت تنش برشی، مقطع را دور می زنند.

اثر متقابل نیروی برشی و ممان پیچشی در یک عضو بتنی غیر مسلح

در یک عضو بتنی غیر مسلح ترک نخورده، نیروی برشی و ممان پیچشی ایجاد تنش برشی می نماید، لذا می بایستی انتظار داشت که در صورت توأم دو نیروی فوق، مقاومت عضو بتنی کمتر از حالتی باشد که عضو تحت اثر هر یک از دو نیرو بطور مجزا قرار گیرد.

تحلیل تئوری در خصوص اثر متقابل نیروی برشی - ممان پیچشی وجود ندارد و بر مبنای مطالعات آزمایشگاهی

$$\left(\frac{V_c}{V_{co}}\right)^2 + \left(\frac{T_c}{T_{co}}\right)^2 = 1 \quad (9)$$

V_{co} = مقاومت برشی عضو بتنی غیر مسلح وقتی تحت نیروی برشی تنها قرار دارد.

V_c = مقاومت برشی تحت اثر توأم نیروی برشی و ممان پیچشی.

T_{co} = مقاومت پیچشی عضو بتنی غیر مسلح وقتی که تحت ممان پیچشی تنها قرار دارد.

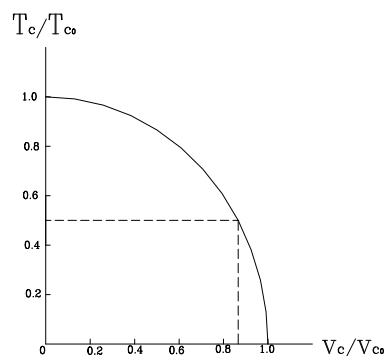
T_c = مقاومت پیچشی تحت اثر توأم نیروی برشی و ممان پیچشی.

نکته: در جهت اطمینان می توان $T_{co} = 0.067\sqrt{f_c}x^2y$ در نظر گرفت.

مطابق نمودار زیر اگر برای مثال یک عضو، ممان پیچشی مساوی $\frac{T_{co}}{2}$ یعنی نصف ممان پیچشی خالص را حمل نماید،

همزمان با آن در حدود $0.85V_{co}$ ظرفیت نیروی برشی دارد، که در واقع 15٪ کمتر از حالتی است که اصلاً ممان پیچشی وجود ندارد.

لذا می توان نتیجه گرفت که اثر متقابل نیروی برشی و ممان پیچشی خیلی شدید نیست.



اثر متقابل نیروی برشی و ممان پیچشی بر اعضای بتنی مسلح

از آزمایشات انجام شده بر روی عضو بتن مسلح که تحت اثر توأم نیروی برشی و ممان پیچشی قرار دارد، نتایج زیر بدست می آید:

- 1) آن قسمت از مقاومت پیچشی که توسط بتن ایجاد می شود، می تواند از رابطه اثر متقابل (9) بدست آید.
- 2) برای حمل ممان پیچشی بیشتر از مقاومت بتن همان اندازه خاموت بسته و آرماتور طولی لازم می باشد که در حالت پیچشی خالص لازم بود.

توجه: آرماتورهای لازم برای پیچش باید بر آرماتورهای لازم خمشی و برشی اضافه گردند.

نکته 1: آیین نامه بتن ایران (آبا) چه در حالت پیچش خالص و چه در حالت اثر توأم برش و پیچش مقاومت بتن در مقابل پیچش را نادیده گرفته و تمام مقاومت بالقوه بتن را اختصاص به نیروی برشی می دهد.

$$V_c = 0.2\phi_c \sqrt{f_c} b_w d$$

نکته 2: طبق آیین نامه آبا برای طراحی اعضای تحت اثر توأم برش و پیچش باید مقطع یکبار برای برش و بار دیگر برای پیچش طراحی شود و آرماتورهای بدست آمده در هر یک با هم جمع و این آرماتورها در صورت لزوم به آرماتورهای مورد نیاز برای سایر تلاشها افزوده شوند.

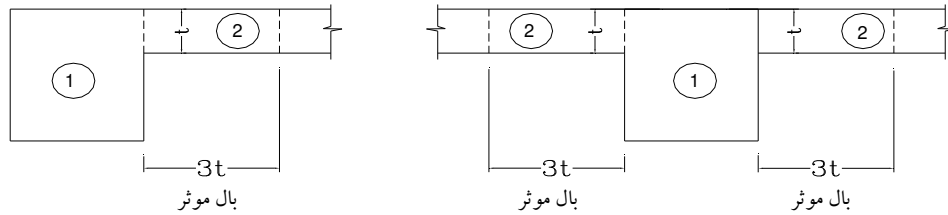
توجه: در صورتیکه ممان پیچشی نهائی T_u از مقدار $0.25 T_{cr}$ کمتر باشد نیازی به طراحی پیچشی نمی باشد.

$$0.25T_{cr} = 0.1 \phi_c \sqrt{f_c} \left(\frac{A_c^2}{P_c} \right) \quad (11)$$

نکته 3: ابعاد مقطعی که تحت اثر توأم برش و پیچش قرار می گیرد باید به نحوی انتخاب شود که رابطه زیر برقرار باشد. محدودیت فوق برای جلوگیری از خورد شدن بتن در اثر فشار قطری، پیش از فرا رسیدن T_{cr} و جاری شدن فولاد است.

$$\frac{V_u}{b_w d} + \frac{T_u 2(x_1 + y_1)}{(x_1 y_1)^2} \leq 0.25 \phi_c f_c \quad (12)$$

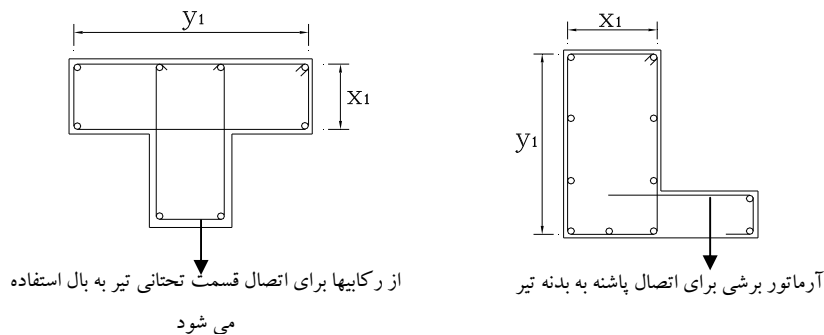
مقاومت پیچشی مقاطع غیر مستطیلی و مقاطع بسته توخالی



در مقاطع T شکل و L شکل

- (1) برای محاسبه آرماتورهای پیچشی و قرار دادن آن در مقطع، بزرگترین و اصلی‌ترین مستطیل موجود در مقطع مشخص شده و محاسبات مربوط به پیچش برای این مستطیل انجام می‌شود و آرماتورهای پیچشی در آن قسمت جای می‌گیرند.
- (2) برای محاسبه T_{cr} (رابطه 4) در محاسبه A_c و P_c می‌توان از کل مقطع استفاده نمود، آئین نامه آبا خیلی دقیق در این خصوص اظهار نظر ننموده شاید بهتر باشد در جهت اطمینان A_c و P_c برای بزرگترین مستطیل در مقطع محاسبه گردد.
- نکته: با در نظر گرفتن بزرگترین مستطیل مقدار T_{cr} کاهش می‌یابد و هنگام مقایسه T_{II} با $0.25T_{cr}$ ضریب اطمینان بیشتری حاصل می‌گردد.

نکته: خاموتها برای بزرگترین مستطیل محاسبه و به صورت بسته قرار می‌گیرند.

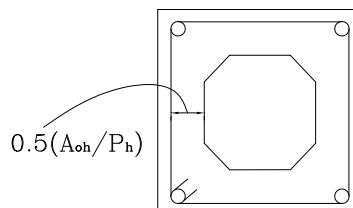


- (3) مقاومت پیچشی مقاطع بسته توخالی در حدود مقاومت پیچشی مقاطع توپر می‌باشد با این شرط که فاصله محورهای

اضلاع آرماتور پیچشی عرضی تا وجه درونی کمتر از $0.5 \frac{A_{oh}}{P_h}$ نباشد.

$$A_{oh} = x_1 y_1$$

$$P_h = 2(x_1 + y_1)$$



روش گام به گام برای طراحی پیچشی

(1) نیروی برشی ضریبدار V_u و ممان پیچشی نهائی محاسبه می گردد.

توجه: مقطع بحرانی برای محاسبه T_u همانند V_u به اندازه d از تکیه گاه انتخاب می شود.

(2) کنترل ضرورت طراحی برای پیچش

$$0.25T_{cr} = 0.1 \phi_c \cdot \sqrt{f_c} \cdot \left(\frac{A_c^2}{P_c}\right)$$

(3) ابعاد مقطع باید بنحوی باشد که رابطه 12 را ارضاء کند و گرنه باید ابعاد را افزایش داد.

$$\frac{V_u}{b_w \cdot d} + \frac{T_u 2(x_1 + y_1)}{(x_1 \cdot y_1)^2} \leq 0.25 \phi_c \cdot f_c$$

(4) در صورت برقراری شرطهای فوق، سطح یک ساق خاموت بسته برای مقاومت پیچشی برابر است با:

$$\frac{A_t}{S} = \frac{T_u}{2(0.85)x_1 \cdot y_1 (\phi_s \cdot f_y)}$$

(5) سطح دو ساق خاموت برای مقاومت در مقابل برش، از رابطه زیر بدست می آید.

$$V_s = V_u - V_c$$

$$\frac{A_v}{S} = \frac{V_s}{(\phi_s \cdot f_y) \cdot d}$$

A_v : سطح دو ساق خاموت بسته

(6) سطح دو ساق خاموت برای اثر مشترک برش و پیچش از رابطه زیر بدست می آید:

$$\frac{A_{tv}}{S} = 2 \frac{A_t}{S} + \frac{A_v}{S} > \left(\frac{A_{tv}}{S}\right)_{\min}$$

(7) به منظور ایجاد شکل پذیری لازم، خاموت حداقل زیر نیاز می باشد.

$$\left(\frac{A_{tv}}{S}\right)_{\min} = 0.35 \frac{b_w}{f_y}$$

A_{tv} : سطح دو ساق خاموت

توجه: کنترل برای حداکثر فاصله خاموتها:

$$(1) \text{ کنترل فاصله حداکثر بر مبنای برش } \left(\frac{d}{2} \text{ یا } \frac{d}{4}\right)$$

$$(2) \text{ از جنبه پیچشی، } S \text{ (فاصله خاموتها) نباید از } \frac{x_1 + y_1}{4} \text{ یا } 300 \text{ mm} \text{ تجاوز نماید (هر کدام که کوچکتر است).}$$

8) محاسبه سطح مقطع آرماتورهای طولی

$$A_l = 2 \frac{A_t}{S} \cdot (x_1 + y_1)$$

نکته: آرماتورهای طولی باید بطور یکنواخت در حول محیط مقطع توزیع شوند.

نکته: حداقل قطر آرماتورهای طولی $\frac{S}{16}$ میلی‌متر است.

نکته: حداکثر فاصله آرماتورهای طولی 300mm

نکته: در محل اتصال تیر به ستون، این میلگردها باید به اندازه طول مهار در داخل ستون مهار شده باشد.

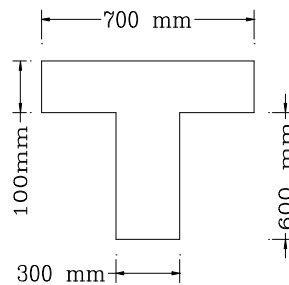
نکته: آرماتورهای طولی پیچشی علاوه بر آرماتورهای خمشی می‌باشند و مساحت آنها باید بر آرماتورهای خمشی که جداگانه محاسبه شده‌اند، اضافه گردد.

نکته: طبق آیین‌نامه میلگردهای پیچشی حداقل لازم است به اندازه $d+bt$ عرض مؤثر و d عمق مؤثر از نقطه‌ای که از لحاظ تئوری احتیاج به میلگردهای پیچشی نداریم، ادامه یابد.

مثال:

یک ممان پیچشی $T_u = 11 \text{ KN.m}$ بر مقطع نشان داده شده مؤثر می‌باشد، آیا ضرورتی بر طراحی پیچشی می‌باشد؟

$$f_c = 30 \text{ N/mm}^2$$



$$0.25 T_{cr} = ?$$

$$0.1 \phi_c \cdot \sqrt{f_c} \left[\frac{A_c^2}{P_c} \right]$$

از جهت اطمینان برای محاسبه A_c و P_c بزرگترین مستطیل مقطع را در نظر می‌گیریم.

$$A_c = 300 \times 700 = 21 \times 10^4 \text{ mm}^2$$

$$P_c = 2(300 + 700) = 2 \times 10^3 \text{ mm}$$

$$0.1 \phi_c \sqrt{30} \left[\frac{(21 \times 10^4)^2}{2 \times 10^3} \right] \times 10^{-6} = 7.2 \text{ KN.m} < 11 \text{ KN.m}$$

لازم است برای پیچش طراحی شود.

البته در صورتیکه کل سطح مقطع را هم در نظر بگیریم باز هم نیاز به طراحی پیچش می‌باشد.

با در نظر گرفتن کل سطح مقطع

$$A_c = 25 \times 10^4 \text{ mm}^2$$

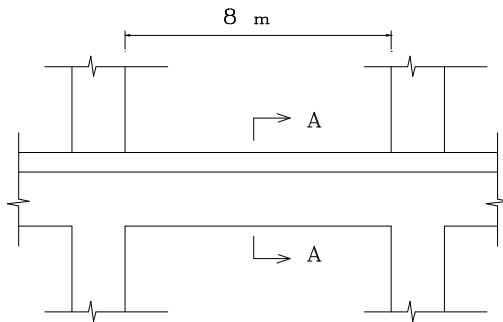
$$P_c = 2.8 \times 10^3 \text{ mm}$$

$$0.1 \phi_c \sqrt{30} \left[\frac{(25 \times 10^4)^2}{2.8 \times 10^3} \right] \times 10^{-6} = 7.34 \text{ KN.m} < 11 \text{ KN.m}$$

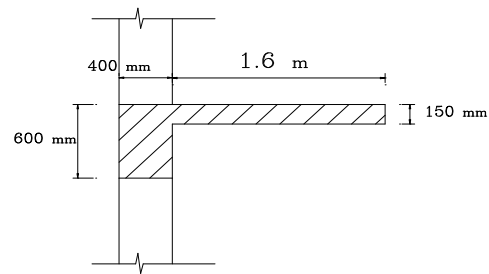
مثال:

تیر نشان داده شده در تصویر یک بالکن یکپارچه به عرض 1.6 m را از محور تیر حمل می کند. بر روی بالکن بار زنده 2.45 KN/m^2 مؤثر می باشد. ارتفاع مؤثر تیر برابر 540 mm و فاصله سطح خارجی تیر تا میانبار خاموت برابر 45 mm است. خاموت لازم برای برش و پیچش و میلگردهای طولی مورد نیاز برای پیچش را تعیین کنید.

$$\gamma_c = 24 \frac{\text{KN}}{\text{m}^3}, f_c = 30 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, f_y = 400 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$



تیر بالکن دار



مقطع $A-A$ تیر بالکن دار

تعیین بارهای وارده بر تیر

(1) دال

$$W_D = 1.6 \times 0.15 \times 24 = 5.76 \text{ KN/m}$$

$$W_L = 2.45 \times 1.6 = 3.92 \text{ KN/m}$$

$$Wu_s = 1.25W_D + 1.5W_L = 1.25(5.76) + 1.5(3.92) = 13.08 \text{ KN/m}$$

(2) تیر

$$W_D = 0.6 \times 0.4 \times 24 = 5.76 \text{ KN/m}$$

$$W_L = 0.4 \times 2.45 = 0.98 \text{ KN/m}$$

$$Wu_b = 1.25 \times 5.76 + 1.5 \times 0.98 = 8.67 \text{ KN/m}$$

تعیین بار گسترده وارده بر تیر

$$W_u = 13.08 + 8.67 = 21.75 \text{ KN/m}$$

ممان پیچشی گسترده وارده بر تیر

$$T_u = 13.08 \times 1.0 = 13.08 \text{ KN.m/m}$$

نیروی برشی در لبه تکیه گاه

$$V_u = \frac{21.75 \times 8}{2} = 87 \text{ KN}$$

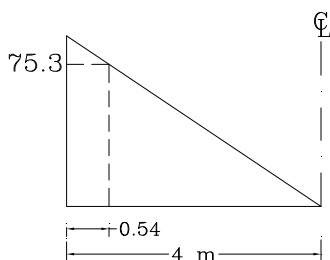
ممان پیچشی در لبه تکیه گاه

$$T_u = \frac{13.08 \times 8}{2} = 52.3 \text{ KN.m}$$

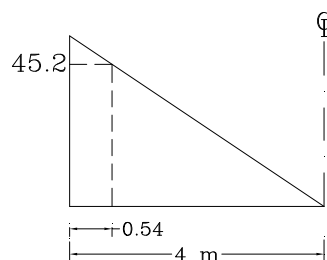
تعیین V_u و T_u در مقطع بحرانی (به فاصله d از لبه تکیه گاه)

$$V_u = 87 - 21.75 \times (0.54) = 75.3 \text{ KN}$$

$$T_u = 52.3 - 13.08 \times (0.54) = 45.2 \text{ KN.m}$$



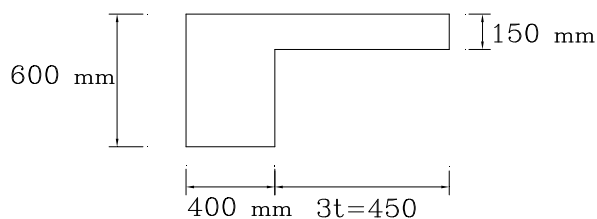
دیاگرام V_u



دیاگرام T_u

کنترل ضرورت طراحی برای پیچش

$$0.25T_{cr} = 0.1\phi_c \sqrt{f_c} \left(\frac{A_c^2}{P_c} \right)$$



جهت اطمینان بزرگترین مستطیل مقطع را برای محاسبه A_c و P_c بکار می گیریم.

$$A_c = 400 \times 600 = 240000 \text{ mm}^2$$

$$P_c = 2(400 + 600) = 2000 \text{ mm}$$

$$0.1(0.6)\sqrt{30}\left[\frac{(240000)^2}{2000}\right]\times 10^{-6} = 9.46 < 45.2 \text{ KN.m}$$

نیاز به طراحی پیچشی می باشد.

کنترل کافی بودن ابعاد مقطع

$$\frac{V_u}{b_w \cdot d} + \frac{T_u 2(x_1 + y_1)}{(x_1 \cdot y_1)^2} \leq 0.25 \phi_c f_c$$

$$x_1 = 400 - 2(45) = 310 \text{ mm}$$

$$y_1 = 600 - 2(45) = 510 \text{ mm}$$

$$\frac{75.3 \times 10^3}{400 \times 540} + \frac{45.2 \times 10^6 (2)(310 + 510)}{(310 \times 510)^2} = 3.31 < 4.5$$

تعیین مساحت یک ساق خاموت پیچشی

$$\frac{A_t}{S} = \frac{T_u}{2(0.85)x_1 \cdot y_1 (\phi_s \cdot f_y)}$$

$$\frac{A_t}{S} = \frac{45.2 \times 10^6}{2(0.85)(310 \times 510)(0.85 \times 400)} = 0.49 \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

طراحی خاموت برشی

$$V_u = 75.3 \text{ KN}$$

$$V_c = 0.2 \phi_c \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d$$

$$V_c = 0.2(0.6)\sqrt{30}(400)(540) \times 10^{-3} = 142 \text{ KN}$$

$V_u < V_c$ پس نیاز به طراحی و محاسبه خاموت برشی نمی باشد

تعیین مساحت دو ساق خاموت لازم برای ترکیب برش و پیچش

$$\frac{A_{tv}}{S} = 2 \frac{A_t}{S} + \frac{A_v}{S}$$

$$\frac{A_{tv}}{S} = 2 \times 0.49 + 0 = 0.98 \text{ mm}^2 / \text{mm}$$

کنترل خاموت حداقل

$$\left(\frac{A_{tv}}{S}\right)_{\min} = 0.35 \frac{b_w}{f_y} = 0.35 \times \frac{400}{400} = 0.35$$

$$\frac{A_{tv}}{S} = 0.98 > 0.35$$

با استفاده از خاموت $\phi = 10$

$$A = 157 \text{ mm}^2$$

$$S = \frac{157}{098} = 160.3 \text{ mm}$$

فاصله حداکثر خاموت‌ها

$$S_{\max} = \frac{d}{2} = 270 \text{ mm}$$

• بر مبنای برش

$$S_{\max} = \frac{x_1 + y_1}{4} = \frac{310 + 510}{4} = 205 \text{ mm}$$

• بر مبنای پیچشی

$$S_{\max} = 300 \text{ mm}$$

•

$$S = 160.3 \text{ mm} < 205 \text{ mm}$$

use $S = 150 \text{ mm}$

تعیین مساحت سطح مقطع میلگردهای طولی

تکنه: مقدار حجم میلگرد طولی در واحد طول برابر است با حجم میلگرد های عرضی در واحد طول

$$A_l = 2 \frac{A_t}{S} (x_1 + y_1)$$

$$A_l = 2(0.49)(310 + 510) = 804 \text{ mm}^2$$

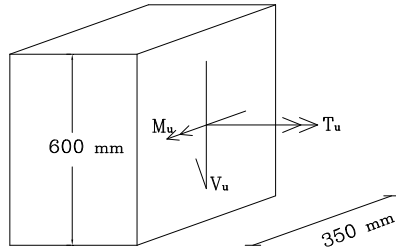
use $6\phi 14$

چهار میلگرد در چهار گوشه و دو میلگرد در میان ارتفاع

مثال:

در یک مقطع تیر، نیروهای داخلی برابر است با $V_u = 234^{KN}$ و $M_u = 332^{KN-m}$ و $T_u = 50^{KN-m}$ آیا مقطع به عمق 540 mm و عرض 350 mm کافی می باشد؟ در صورتیکه مقطع کافی نباشد، چه عرضی برای مقطع می باید در نظر گرفت. ثانیاً میلگردهای تیر را طراحی کنید.

$$f_c = 25\text{ N/mm}^2, f_y = 400\text{ N/mm}^2$$



کنترل ضرورت برای طراحی پیچشی

$$0.25T_{cr} = 0.1\phi_c \sqrt{f_c} \left(\frac{A_c^2}{P_c} \right)$$

$$A_c^2 = (350 \times 600)^2 = 4.41 \times 10^{10} \text{ mm}^2$$

$$P_c = (350 + 600) \times 2 = 1900 \text{ mm}$$

$$0.1(0.6)\sqrt{25} \left(\frac{4.41 \times 10^{10}}{1900} \right) \times 10^{-6} = 6.96$$

$$T_u = 50 > 6.96$$

نیاز به طراحی پیچشی می باشد

کنترل ابعاد مقطع

$$\frac{V_u}{b_w \cdot d} + \frac{T_u 2(x_1 + y_1)}{(x_1 \cdot y_1)^2} \leq 0.25\phi_c \cdot f_c$$

$$x_1 = 350 - 2(45) = 260$$

$$y_1 = 600 - 2(45) = 510$$

$$\frac{234 \times 10^3}{350 \times 540} + \frac{50 \times 10^6 (2)(260 + 510)}{(260 \times 510)^2} = 5.61 > 0.25\phi_c \cdot f_c = 3.75$$

نیاز به تغییر ابعاد مقطع می باشد. بنابراین عرض مقطع را $b = 450\text{ mm}$ انتخاب می کنیم.

$$x_1 = 450 - 90 = 360$$

$$y_1 = 510$$

$$\frac{234 \times 10^3}{450 \times 540} + \frac{50 \times 10^6 \times (2)(360 + 510)}{(360 \times 510)^2} = 3.54 < 3.75$$

با ابعاد جدید ضرورت طراحی برای پیچشی را کنترل می‌کنیم.

$$0.1\phi_c \sqrt{f_c} \frac{A_c^2}{P_c}$$

$$A_c^2 = (450 \times 600)^2 = 7.29 \times 10^{10} \text{ mm}^2$$

$$P_c = 2(450 + 600) = 2100 \text{ mm}$$

$$\left[0.1(0.6)\sqrt{25} \frac{7.29 \times 10^{10}}{2100} \right]^{10} \times 10^{-6} = 10.41$$

$$T_u = 50 > 10.41$$

نیاز به طراحی پیچشی می‌باشد.

تعیین مساحت یک ساق خاموت پیچشی

$$\frac{A_t}{S} = \frac{T_u}{2(0.85)x_1.y_1(\phi_s.f_y)}$$

$$\frac{A_t}{S} = \frac{50 \times 10^6}{2(0.85)(360)(510)(0.85 \times 400)} = 0.47 \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

طراحی خاموت برشی

$$V_u = 234 \text{ KN}$$

$$V_c = 0.2\phi_c \sqrt{f_c} b_w .d = \left[0.2(0.6)\sqrt{25}(450)(540) \right] \times 10^{-3}$$

$$V_c = 145.8 \text{ KN}$$

$$V_s = 234 - 145.8 = 88.2 \text{ KN}$$

کنترل ابعاد مقطع

$$V_s < 4V_c$$

$$88.2 < 4(145.8)$$

در صورتیکه V_s بزرگتر از $0.4\phi_c \sqrt{f_c} b_w .d$ باشد حداکثر s (فاصله خاموتها) $\frac{d}{4}$ یا 300 mm و در غیر اینصورت

حداکثر s برابر $\frac{d}{2}$ یا 600 mm (هر کدام که کوچکتر باشد) است.

$$\frac{A_v}{S} = \frac{V_s}{\phi_s f_y d} = \frac{88.2 \times 10^3}{0.85(400)(540)} = 0.48$$

$$\frac{A_{tv}}{S} = 2 \frac{A_t}{S} + \frac{A_v}{S} = 2(0.47) + 0.48 = 1.42$$

$$\left(\frac{A_{tv}}{S} \right)_{\min} = 0.35 \frac{b_w}{f_y} = 0.35 \frac{450}{400} = 0.39$$

$$\frac{A_{tv}}{S} = 1.42 > 0.39$$

با استفاده از خاموت 12 ($2A_s = 226$)

$$S = \frac{226}{1.42} = 159 \text{ mm}$$

فاصله حداکثر خاموت

$$\min\left(\frac{x_1 + y_1}{4}, 300, \frac{d}{2}\right)$$

$$\min(218, 300, 270)$$

$$S_{\max} = 218$$

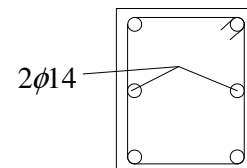
$$S = 159 < 218 \quad \Rightarrow \quad \text{use} \quad S = 150 \text{ mm}$$

تعیین سطح مقطع میلگردهای طولی

$$A_l = 2 \frac{A_t}{S} (x_1 + y_1)$$

$$A_l = 2(0.47)(360 + 510) = 818 \text{ mm}^2$$

$$\text{use} \quad 6\phi 14$$



تعیین آرماتور خمشی (طولی)

$$A_s = \frac{0.85 f_{cd} \cdot b \cdot d}{f_{yd}} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2M_u}{0.85 f_{cd} \cdot b \cdot d^2}} \right]$$

$$f_{cd} = \phi_c \cdot f_c = 0.6(25) = 15$$

$$f_{yd} = \phi_s \cdot f_y = 0.85(400) = 340$$

$$A_s = \frac{0.85(15)(450)(540)}{340} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2(332 \times 10^6)}{0.85(15)(450)(540)^2}} \right]$$

$$A_s = 2036 \text{ mm}^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{2036}{450 \times 540} = 0.0084$$

$$\rho_{\max} = \rho_b = 0.6\beta_1 \frac{f_c}{f_y} \frac{600}{600 + f_y}$$

$$\rho_{\max} = 0.6(0.85) \frac{25}{400} \times \frac{600}{600 + 400} = 0.0191$$

$$\rho_{\min} = \frac{1.4}{f_y} = \frac{1.4}{400} = 0.0035$$

$$\rho_{\min} < \rho = 0.0084 < \rho_{\max}$$

محاسبه بار مرده و زنده تیر لبه ای

$$\text{وزن تیر} = 0.6 \times 0.2 \times 24 = 2.9 \text{ KN/m}$$

$$\text{وزن انتقالی دال} = \frac{5.2}{2} \times 0.18 \times 24 = 11.2 \text{ KN/m}$$

$$\text{شیب بندی ایزولاسیون} = \frac{5.6}{2} \times 0.5 = 1.4 \text{ KN/m}$$

$$W_{DL} = 15.5 \text{ KN/m} \text{ بار مرده کل}$$

$$W_L = \frac{5.6}{2} \times 7.5 = 21 \text{ KN/m}$$

$$W_u = 1.25W_{DL} + 1.5W_L = 1.25(15.5) + 1.5(21) = 51 \text{ KN/m}$$

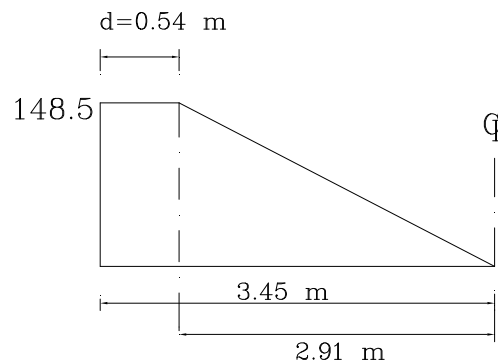
نیروی برشی تیر لبه ای در لبه ستون

$$V_u = 51 \times \frac{6.9}{2} = 176 \text{ KN}$$

نیروی برشی به فاصله d از لبه ستون

$$V_u = 176 - 51(0.54) = 148.5 \text{ KN}$$

دیاگرام نیروی برشی برای نصف دهانه



تعیین ممان پیچشی در مقطع بحرانی (به فاصله d از لبه تکیه گاه)

$$T_u = 0.67T_{cr} = 0.67(0.4\phi_c \cdot \sqrt{f_c} \cdot \frac{A_c^2}{P_c})$$

برای محاسبه Ac و Pc کل مقطع L شکل را در نظر می گیریم.

$$A_c = 600 \times 200 + 540 \times 180 = 217200 \text{ mm}^2$$

$$P_c = 2(600 + 200) + 2(540) = 2680 \text{ mm}^2$$

$$A_c^2 = 4.72 \times 10^{10} \text{ mm}^4$$

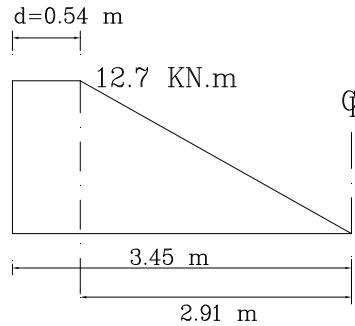
$$T_u = 0.67 \left[0.4 \times 0.6 \sqrt{20} \frac{4.72 \times 10^{10}}{2680} \right] \times 10^{-6}$$

$$T_u = 12.7 \text{ KN.m}$$

t_u : شدت بار پیچشی

$$t_u = \frac{12.7}{2.91} = 4.4 \frac{\text{KN.m}}{\text{m}}$$

دیagram ممان پیچشی برای نصف دهانه



کنترل ضرورت برای طراحی پیچشی

$$\begin{aligned} 0.25T_{cr} &= 0.1\phi_c \cdot \sqrt{f_c} \cdot \left(\frac{A_c^2}{P_c} \right) \\ &= 0.1(0.6)\sqrt{20} \left(\frac{4.72 \times 10^{10}}{2680} \right) \times 10^{-6} \\ &= 4.73 \text{ KN.m} \end{aligned}$$

$$T_u > 0.25T_{cr}$$

نیاز به طراحی پیچشی میباشد.

کنترل ابعاد مقطع و ...

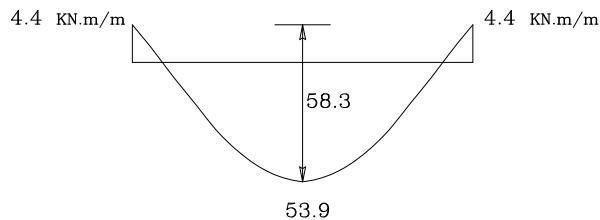
دیagram ممان خمشی دال

$$W_D = 0.18 \times 24 + 0.5 = 4.8 \text{ KN/m}^2$$

$$W_L = 7.5 \text{ KN/m}^2$$

$$W_u = 1.25W_D + 1.5W_L = 17.25 \text{ KN/m}^2$$

با در نظر گرفتن دال بصورت تیرهایی به عرض واحد ممان در وسط دهانه تیر در حالت ساده $W.l^2/8$ می گردد.



$$M_u = \frac{17.25 (5.2)^2}{8} = 58.3 \text{ kN.m/m}$$

$$M = 58.3 - 4.4 = 53.9 \text{ kN.m/m}$$

۶

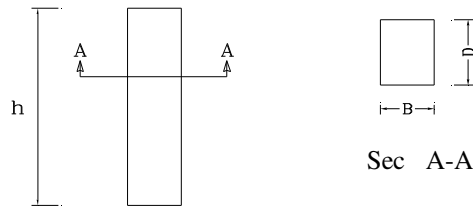
فصل ششم:

آنالیز و طراحی ستون

- آنالیز و طراحی ستون
- نقش آرماتورهای طولی و عرضی در ستون
- ضوابط آیین نامه آبا برای ستونهای تنگدار و دورپیچ دار
- ستونهای کوتاه تحت اثر بار محوری (فشاری)
- مرکز پلاستیک
- ستونهای کوتاه تحت اثر نیروی محوری و ممان خمشی
- منحنی اثر متقابل فشار و خمش
- آنالیز و طراحی ستونها با استفاده از نمودارهای اثر متقابل فشار و خمش
- آنالیز و طراحی ستونها با توزیع آرماتور در محیط مقطع مستطیل شکل
- آنالیز و طراحی ستونها با مقاطع دایره ای شکل
- تخمین ابعاد مقطع ستون
- خمش دو محوره

آنالیز و طراحی ستون

ستون به عضوی اطلاق می شود که نسبت ارتفاع به بعد حداقل مقطع بزرگتر یا مساوی ۳ باشد.



شکل ۶-۱: نمایش یک ستون با ابعاد و ارتفاع آن

if $B < D$

$$\frac{h}{B} \geq 3$$

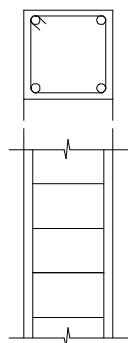
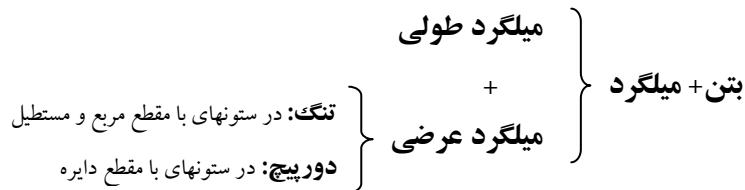
نکته ۱: ستونها عمدتاً تحت اثر بار محوری به همراه ممان خمشی بوده و بندرت فقط تحت تأثیر بار محوری تنها (خالص) قرار می گیرند.

نکته ۲: ستونهایی که نسبت ارتفاع به بعد آنها زیاد باشند ستون لاغر نامیده شده و کماتش در تخریب آنها موثر می گردد.

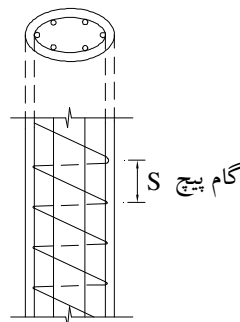
نکته ۳: در ستونهایی که این نسبت کوچک باشد ستون چاق یا کوتاه نامیده می شود.

نکته ۴: در ستونهای لاغر ممان وارده را افزایش می دهیم و ستون را همانند یک ستون کوتاه طراحی می کنیم.

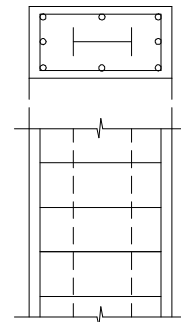
ستونهای بتن مسلح شامل:



ستونهای تنگدار



ستون دور پیچ دار



ستون مرکب

شکل ۶-۲: نمایش انواع ستونها با مقاطع مختلف و میلگردهای عرضی به صورت تنگ و دورپیچ

نقش آرماتورهای طولی و عرضی در ستون:

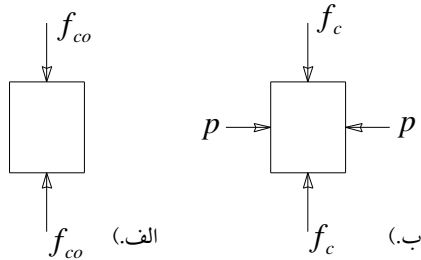
نقش آرماتورهای طولی: جهت مقاومت در برابر فشار و کشش بکار می روند.

نقش آرماتورهای عرضی:

۱. نگهداری آرماتورهای طولی در محل خود در هنگام بتن ریزی

۲. کم کردن طول آرماتور طولی

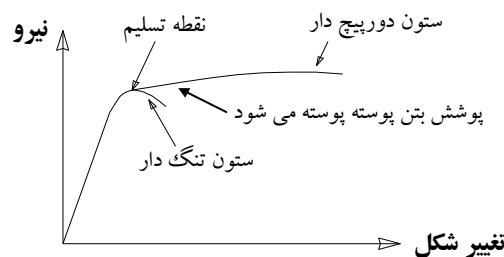
۳. مانع از انبساط جانبی بتن در هسته مرکزی



شکل ۶-۳: مقاومت فشاری نمونه در دو حالت
الف. بدون محدودیت جانبی ب. با محدودیت جانبی

$$f_c = f_{co} + 4.1p$$

۴. دور پیچ کردن خاصیت تغییر شکل پذیری بتن را افزایش می دهد.



شکل ۶-۴: نمودار نیرو - تغییر شکل دو ستون تنگدار و دور پیچ دار تحت اثر بارگذاری افزایشی

اختلاف ستون های دور پیچ دار با ستون های تنگ دار:

روش طراحی ستون های دور پیچ و ستون های تنگ دار یکی می باشد. چون $P_{r \max}$ هر دو آنها مساوی است. ولی در صورت استفاده از ستون های دور پیچ شکل پذیری ستون بیشتر شده و در اثر نیروهای جانبی زلزله، نیروهای کمتری در ستونها ایجاد می شود و همچنین در سازه های ویژه در مقابل زلزله استفاده از ستونهای دور پیچ الزامی بوده و مجاز به استفاده از ستونهای تنگدار نمی باشیم. اختلاف اساسی این ستونها از مرحله شکست به بعد می باشد.

رفتار ستونهای تنگ دار مطابق نمودار، تا قبل از رسیدن به نقطه تسلیم مشابه ستونهای دور پیچ است ولی پس از رسیدن به مقاومت نهایی از هم پاشیده شده و قابلیت تحمل تغییر شکلهای اضافی را ندارند و به طور ناگهانی می شکنند.

در ستونهای دور پیچ پس از رسیدن به مقاومت نهایی، فقط پوسته خارجی بتن از هم می پاشد و خامونهای ماریچ شروع به عمل دور گیری و محدود کردن بتن شکسته هسته مرکزی را نموده و به همین جهت ستون می تواند تغییر شکلهای بیشتری را تحمل کند.

ضوابط آئین نامه آبا برای ستونهای تنگدار و دورپیچ دار:

۱. تنگ با قطر حداقل $\frac{1}{3}$ قطر برای میلگردهای طولی نمره ۳۰ و کمتر بکار گرفته شود و قطر حداقل ۱۰ میلیمتر برای میلگردهای طولی نمره بالاتر، در هر حال نباید کمتر از ۶ میلیمتر باشد.

۲. فاصله تنگها باید برابر با کوچکترین مقدار زیر اختیار شود:

- ☞ قطر آرماتور طولی $\times ۱۶$
- ☞ قطر تنگ $\times ۴۸$
- ☞ کوچکترین بعد مقطع ستون
- ☞ ۳۰۰ mm

نکته: برای شکل پذیری های متوسط و زیاد مقادیر فوق کمتر می گردد.

۳. حداقل تعداد میلگردهای طولی در مواردی که ستونهای مستطیلی تنگدار استفاده می شود (۴ عدد) و در مورد ستونهای دایره ای با دور پیچ ۶ عدد است.

۴. قطر حداقل دور پیچ ۶ میلیمتر است.

۵. فاصله آزاد دور پیچ حداقل $\frac{2}{5}$ و حداکثر $\frac{7}{5}$ سانتیمتر است.

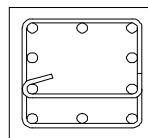
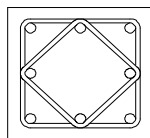
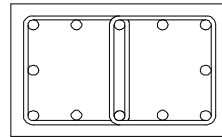
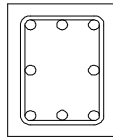
توجه ۱:

توصیه می شود که فاصله تنگها در دو انتهای ستون در طولی برابر:

$\frac{1}{6}$ طول ستون یا بزرگترین بعد مقطع ستون و یا ۵۰۰ میلیمتر (هر کدام که بزرگترند) از نصف مقادیر مقرر شده توسط آئین نامه بیشتر نباشد.

توجه ۲:

تنگها باید طوری قرار گیرند که تمام آرماتورهای طولی کناری و ما بقیه آرماتورها را بصورت یک در میان در گوشه ها در بر گیرند.



شکل ۵-۶: نحوه قرارگیری تنگها و احاطه کردن میلگردهای طولی به صورت یک در میان در گوشه ها

۶. سطح مقطع آرماتورهای طولی نباید از $0/۸\%$ سطح مقطع ستون کمتر و از ۸% سطح مقطع آن بیشتر باشد.

- حد پائین به منظور جلوگیری از شکست ناگهانی
- حد بالا به علت مشکلات اجرایی و حفظ فاصله بین آرماتورهای طولی

نکته: در مناطق زلزله خیز حداکثر سطح مقطع آرماتورهای طولی به ۴% محدود می شود.

۷. در ستونهای تنگدار و یا دور پیچ دار حداقل فاصله آزاد آرماتورهای طولی (S) برابر بزرگترین دو مقدار زیر است:

- $S \geq 1.5d_b$
- $S \geq 4 \text{ cm}$

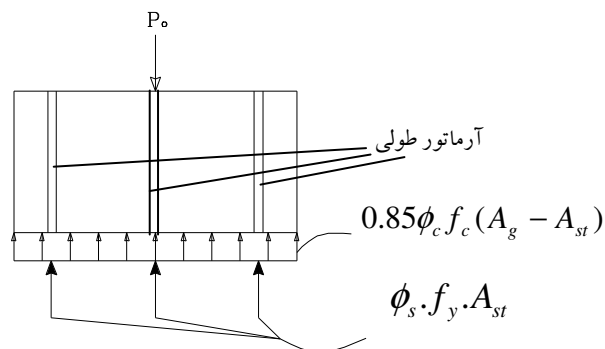
ستونهای کوتاه تحت اثر بار محوری (فشاری)

طراحی این ستونها بر مبنای مقاومت نهائی است که در آن مقاومت نهایی ستون تابع

۱- مقاومت تسلیم فولاد

۲- مقاومت فشاری بتن

می باشد.



شکل ۶-۶: برش طولی یک ستون کوتاه تحت نیروی محوری خالص

$$P_{ro} = \underbrace{0.85 \phi_c \cdot f_c \cdot (A_g - A_{st})}_{\text{سهم بتن}} + \underbrace{\phi_s \cdot f_y \cdot A_{st}}_{\text{سهم فولاد}} \quad (۱-۶)$$

نکته ۱: ضریب $0/۸۵$ در رابطه بالا به دلایل زیر ضرب شده است:

- ۱- مقاومت فشاری که برای بتن در نظر می گیریم مقاومت نمونه های استاندارد بتن است و هرچقدر قطر نمونه زیادتر شود پراکندگی بتن بیشتر است.
- ۲- سرعت بارگذاری هر چه کمتر باشد خزش بیشتر است.

نکته ۲:

با توجه به خروج از مرکزیت اتفاقی در اثر ساخت و خارج از محور بودن تکیه گاه طبق آبا:

$$P_{r \max} = 0.8P_{ro}$$

برای ستونهای تنگدار و دورپیچ:

$$P_{r \max} = 0.8 \times [0.85 \times \phi_c \cdot f_c (A_g - A_{st}) + \phi_s \cdot f_y \cdot A_{st}] \quad (۲-۶)$$

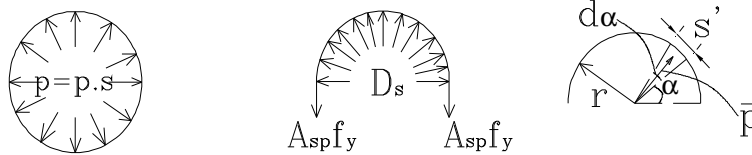
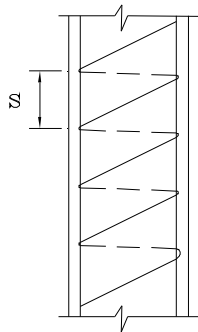
که باید

$$P_u \leq P_{r \max}$$

P_u : بار محوری ضربدار ستون

$$P_u \leq 0.8 P_{ro}$$

توجه: در مورد ستونهای دورپیچ مقاومت ستون بیشتر از آنچه در فرمول فوق نشان داده شده، می باشد.



شکل ۶-۷: ستون با مقطع دایره ای و آرماتورهای دورپیچ و تنشهای ناشی از احاطه کردن آرماتورهای دورپیچ

فرض می کنیم که در اثر فشار جانبی بتن، فولاد دورپیچ بحد جاری شدن برسد.

$$\sum F_y = 0$$

$$2A_{sp} \cdot f_y = 2 \int_0^{\pi/2} (\bar{P} \cdot S') \cdot \sin \alpha$$

$$\begin{aligned} 2A_{sp} \cdot f_y &= 2 \int_0^{\pi/2} P \cdot S \cdot (r \cdot d\alpha) \cdot \sin \alpha \\ &= 2P \cdot r \cdot S \int_0^{\pi/2} \sin \alpha \cdot d\alpha \end{aligned}$$

$$2A_{sp} \cdot f_y = 2P \cdot r \cdot S \quad , 2r = D_c$$

D_c : قطر بتن هسته مرکزی

A_{sp} : سطح مقطع دور پیچ

$$P = \frac{2A_{sp} \cdot f_y}{S \cdot D_c} = \frac{2A_{sp} \cdot (\pi \cdot D_c) \cdot f_y}{4S \cdot \frac{\pi \cdot D_c^2}{4}}$$

$$P = \frac{V_{sp} \cdot f_y}{2V_c} = \frac{1}{2} \times \frac{V_{sp}}{V_c} \cdot f_y$$

V_{sp} : حجم میلگرد دور پیچ در یک حلقه

V_c : حجم بتن هسته مرکزی

$$\rho_s = \frac{V_{sp}}{V_c} \quad (۳-۶)$$

$$P = \frac{1}{2} \rho_s \cdot f_y$$

با در نظر گرفتن ازدیاد مقاومت بتن در اثر فشار جانبی

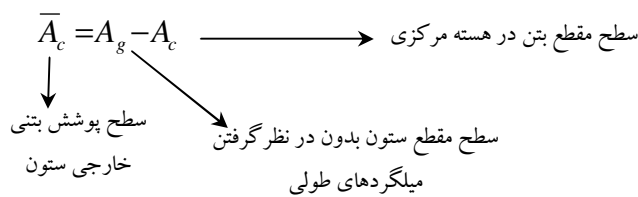
$$f'_c = f_{co} + 4.1P, \quad P = \frac{1}{2} \rho_s \cdot f_y$$

$$f'_c = 0.85 f_c + 2.05 \rho_s \cdot f_y \quad (۴-۶)$$

توجه: در اثر دور پیچ اضافه مقاومتی برابر $2.05 \rho_s \cdot f_y$ در بتن دور پیچ شده بوجود می‌آید.

حداقل درصد میلگرد دور پیچ بر اساس آئین نامه آبا:

نکته: مقدار دور پیچ باید به اندازه‌ای باشد که ازدیاد مقاومت در بتن جبران کم شدن مقطع در اثر از بین رفتن پوشش بتنی را بنماید.



کم شدن مقاومت ستون در اثر از بین رفتن پوشش سطحی

$$\Delta P = \bar{A}_c (0.85 f_c) = 0.85 f_c (A_g - A_c)$$

از طرفی ازدیاد مقاومت بتن در اثر دور پیچ

$$\Delta P' = 2.05 \rho_s \cdot f_y \cdot A_c$$

$$\Delta P = \Delta P'$$

$$0.85 f_c \cdot (A_g - A_c) = 2.05 \rho_s \cdot f_y \cdot A_c$$

$$\rho_s = 0.415 \frac{(A_g - A_c) \cdot f_c}{A_c \cdot f_y} \quad (۵-۶)$$

که آئین نامه رابطه بالا را به صورت زیر مقرر می‌دارد:

$$\rho_s = 0.45 \times \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \cdot \frac{f_c}{f_y} \quad (۶-۶)$$

ρ_s : حداقل مقدار میلگرد دور پیچ

$$\rho_s = \frac{V_{sp}}{V_c} = \frac{A_{sp} \cdot \pi \cdot D_c}{\frac{\pi \cdot D_c^2}{4} \cdot S}$$

$$\rho_s = \frac{4A_{sp} \cdot (D_c)}{S \cdot D_c^2}$$

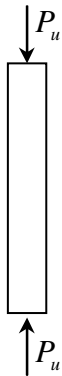
$$\rho_s = \frac{4A_{sp}}{S \cdot D_c} \Rightarrow S = \frac{4A_{sp}}{\rho_s \cdot D_c} \quad (۷-۶)$$

که مقدار S مطابق آبا به مقادیر زیر محدود می شود:

$$25 \text{ mm} \leq S \leq 75 \text{ mm} \quad (۸-۶)$$

مثال:

مطلوب است اولاً: تعیین ابعاد مقطع ستون مستطیل شکل زیر ثانیاً: تعیین میلگردهای طولی و عرضی



$$P_L = 800 \text{ KN}$$

$$P_D = 600 \text{ KN}$$

$$f_c = 28 \text{ N/mm}^2$$

$$f_y = 420 \text{ N/mm}^2$$

حل:

$$P_u = 1.25P_{DL} + 1.5P_{LL}$$

$$P_u = 1.25(600) + 1.5(800) = 1950 \text{ KN}$$

فرض می کنیم:

$$A_{st} = 0.02Ag \begin{cases} \text{Min} = 0.008Ag \\ \text{Max} = 0.08Ag \end{cases}$$

$$P_u = 0.8[0.85\phi_c \cdot f_c \cdot (Ag - A_{st}) + \phi_s \cdot f_y \cdot A_{st}]$$

$$1950 \times 10^3 = 0.8 \times [0.85 \times 0.6 \times 28 \times (Ag - 0.02Ag) + 0.85 \times 420 \times 0.02Ag]$$

$$1950 \times 10^3 = 16.91Ag \Rightarrow Ag = 115333 \text{ mm}^2$$

$$\sqrt{Ag} = 340 \text{ mm}$$

$$\text{use } 350 \text{ mm} \times 350 \text{ mm} \quad Ag = 122500 \text{ mm}^2$$

$$P_u = 0.8 \times [0.85 \phi_c \cdot f_c \cdot (A_g - A_{st}) + A_{st} \cdot \phi_s \cdot f_y]$$

$$P_u = 0.8 \times [0.85 \times 0.6 \times 28 \times (122500 - A_{st}) + A_{st} \times 0.85 \times 420]$$

$$P_u = 1950 \times 10^3$$

$$A_{st} = 2008 \text{ mm}^2 \quad \text{use } 8\phi 18 \Rightarrow A_{st} = 2040 \text{ mm}^2$$

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g} = \frac{2040}{122500} = 0.017 = 1.7\%$$

$$1\% \leq \rho \leq 8\%$$

طراحی تنگ:

$$\frac{1}{3} \times (18) = 6 \text{ mm}$$

برای تنگ از $\phi 8$ استفاده می کنیم.

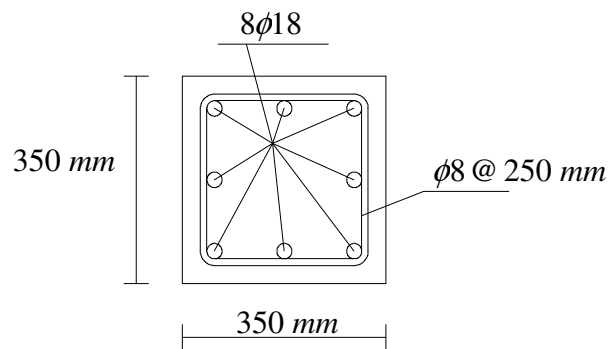
✎ $288 =$ قطر آرماتور طولی $\times 16$

✎ $384 =$ قطر تنگ $\times 48$

✎ $350 =$ کوچکترین بعد مقطع ستون

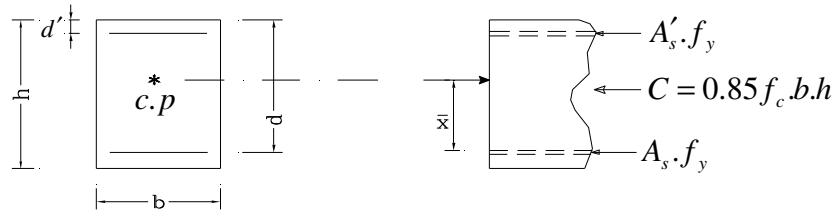
✎ 300 mm

فاصله تنگها را برابر 250 میلیمتر انتخاب می کنیم. که در دو انتهای ستون مقدار آن نصف می گردد.



مرکز پلاستیک

مرکز ثقل نیروهای مقطع در حد نهایی و یا در حد پلاستیک شدن فولاد و بتن را مرکز پلاستیک می نامند.



شکل ۶-۸: نمایش یک مقطع مستطیلی و مرکز پلاستیک آن

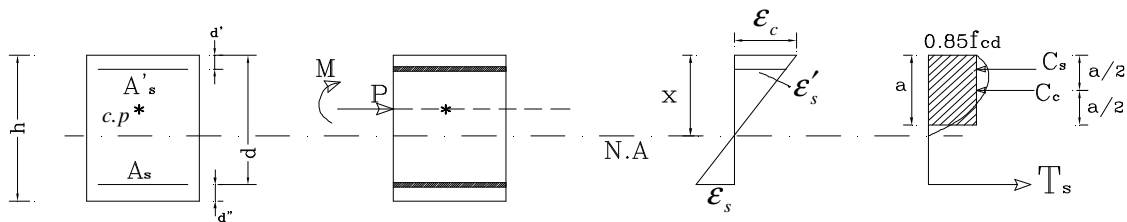
با ممانگیری نسبت به مرکز فولاد A_s ، \bar{x} بدست می آید.

$$\bar{x} = \frac{0.85 f_c b h \left(\frac{d-d'}{2} \right) + A'_s f_y (d-d')}{0.85 f_c b h + A_s f_y + A'_s f_y} \quad (9-6)$$

نکته: در صورتیکه $A_s = A'_s$ باشد مرکز ثقل پلاستیک (مرکز پلاستیک) بر مرکز سطح مقطع، منطبق می باشد.

ستونهای کوتاه تحت اثر نیروی محوری و ممان خمشی

ستون با مقطع مستطیل

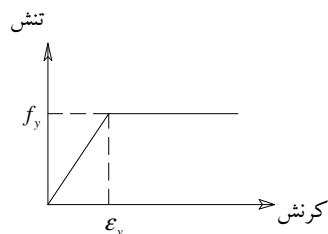


در تحلیل این مقاطع نکات زیر در نظر گرفته می شود:

نکته ۱: به جای ممان M می توان نیروی P را با خروج از مرکزیت e نسبت به مرکز پلاستیک در نظر گرفت.

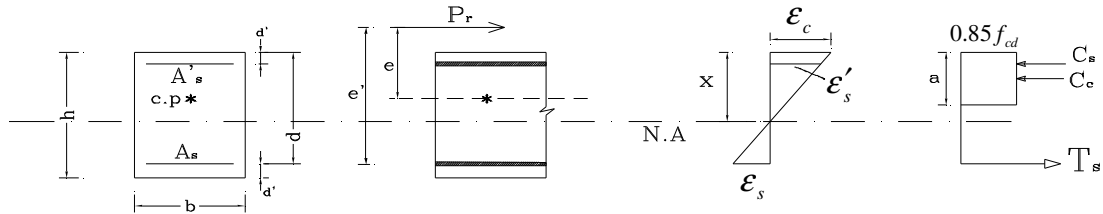
نکته ۲: حد نهایی کرنشی که بتن تحمل می کند برابر با ۰.۰۰۳ است.

نکته ۳: نمودار تنش - کرنش فولاد با رفتار الاستو پلاستیک در نظر گرفته می شود.



نکته ۴: از مقاومت کششی بتن صرف نظر می شود.

نکته ۵: در ناحیه فشاری، بجای توزیع تنش غیرخطی واقعی، می توان توزیع تنش در بتن را به صورت توزیع تنش یکنواخت (بلوک تنش) بکار گرفت.



$c.p$: مرکز پلاستیک

e : فاصله نقطه اثر P_r تا مرکز پلاستیک

e' : فاصله نقطه اثر P_r تا مرکز فولاد کششی

$$C_c = 0.85 f_{cd} ab \quad (10-6)$$

$$C_s = A'_s \cdot \phi_s \cdot f'_s \quad (11-6)$$

$$T_s = A_s \cdot \phi_s \cdot f_s \quad (12-6)$$

در بالا از کاهش سطح مقطع بتن در اثر وجود آرماتورهای فشاری صرف نظر شده است.

در صورتیکه بخواهیم این موارد را در نظر بگیریم:

$$C_s = A'_s \cdot (\phi_s \cdot f'_s - 0.85 f'_{cd}) \quad (13-6)$$

C_s و T_s را می توان به P_r و e به کمک

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum M &= 0 \end{aligned} \quad \text{۱- روابط تعادل}$$

۲- دیاگرام توزیع کرنش که تا مرحله گسیختگی خطی می باشد، ربط داد.

با توجه به دیاگرام کرنش می توان نوشت:

$$\frac{\epsilon_c}{\epsilon'_s} = \frac{x}{x-d'} \Rightarrow \epsilon'_s = \frac{x-d'}{x} \epsilon_c \Rightarrow \epsilon'_s = \frac{x-d'}{x} \times (0.003) \quad (14-6)$$

$$f'_s = E \cdot \epsilon'_s = \frac{x-d'}{x} (0.003) \times 2 \times 10^5$$

$$f'_s = 600 \left(\frac{x-d'}{x} \right) \quad (15-6)$$

$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s} = \frac{x}{d-x} \Rightarrow \varepsilon_s = \frac{d-x}{x} \varepsilon_c \Rightarrow \varepsilon_s = \frac{d-x}{x} (0.003) \quad (16-6)$$

$$f_s = E \cdot \varepsilon_s = \frac{d-x}{x} (0.003) \times 2 \times 10^5$$

$$f_s = 600 \left(\frac{d-x}{x} \right) \quad (17-6)$$

نکته ۱: تسلیم شدن f_s, f'_s بستگی به خروج از مرکزیت بار و مقدار f_y, f_c دارد.

نکته ۲: برای هر مقطع با ابعاد و مشخصات مکانیکی داده شده یک خروج از مرکزیت خاصی وجود دارد، بطوریکه اگر نیرو با آن خروج از مرکزیت اعمال شود گسیختگی بطور همزمان با تسلیم شدن فولاد کششی و له شدن بتن انجام می گیرد. به عبارت دیگر بطور همزمان کرنش فشاری در دورترین تار بتن به 0.003 و کرنش فولاد کششی به تسلیم می رسد. در این حالت وضعیت فولاد فشاری مشخص نیست و باید کنترل شود که تسلیم شده یا نه!

$$\varepsilon_c = 0.003$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_y$$

$$f_s = f_y$$

(با بدست آوردن کرنشها و تنشها و مقایسه آنها با تنش و کرنش تسلیم، باید کنترل شود که آیا $f'_s = f_y$ یا نه!)

این حالت خاص را، **شرایط متعادل** می نامند که مرز بین دو ناحیه **کنترل فشار و کنترل کشش** می باشد.

تعریف ناحیه کنترل کشش و کنترل فشار:

(۱) برای خروج از مرکزیت های کوچک، بتن در فشار له شده و گسیخته می شود. درحالی که فولاد کششی به مقاومت تسلیم نرسیده، فولاد فشاری در این حالت ممکن است تسلیم شده باشد یا خیر.

$$f_s < f_y$$

$$f_s = 600 \frac{d-x}{x}$$

$$f'_s = 600 \frac{x-d'}{x} \quad \leftarrow \text{تسلیم شدن آن باید کنترل شود}$$

(۲) برای خروج از مرکزیت های بزرگ ابتدا گسیختگی با تسلیم شدن فولاد کششی آغاز و به دنبال آن محور خشی به سمت ناحیه فشاری پیشروی نموده تا اینکه منجر به خرد شدن بتن به عنوان گسیختگی فشاری ثانویه گردد. در این حالت فولاد کششی ابتدا تسلیم می شود.

$$f_s = f_y$$

$$f'_s = 600 \frac{x-d'}{x} \quad \leftarrow \text{تسلیم شدن آن باید کنترل شود}$$

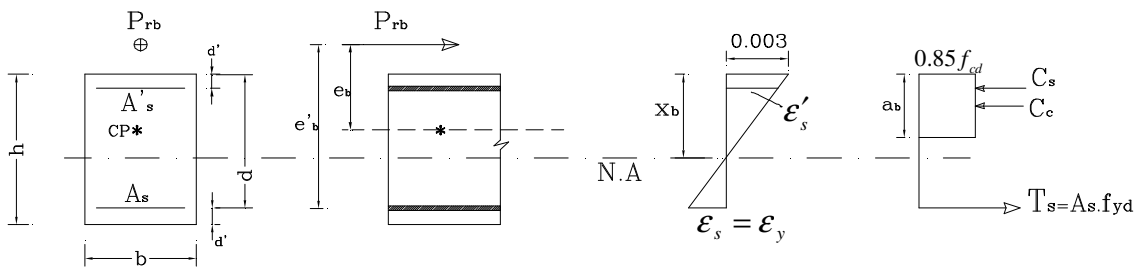
نکته: در کلیه تحلیل های زیر $A'_s = A_s$ در نظر گرفته می شود لذا مقطع متقارن (که غالباً در عمل نیز چنین می باشد) و مرکز پلاستیک بر مرکز سطح مقطع، منطبق می باشد.

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{A'_s}{bd}$$

بررسی وضعیت گسیختگی یک مقطع مستطیلی:

در این قسمت مقطع در سه حالت که امکان گسیختگی وجود دارد یعنی حالت گسیختگی متعادل، گسیختگی در ناحیه کنترل کشش و گسیختگی در ناحیه کنترل فشار مورد بررسی قرار می گیرد و در تحلیل یک مقطع با توجه به شرایط و نوع گسیختگی از روابط بدست آمده برای آن حالت استفاده می گردد.

۱- حالت گسیختگی متعادل



از دیاگرام توزیع کرنش و تشابه مثلثها:

$$\frac{0.003}{x_b} = \frac{0.003 + \varepsilon_y}{d}$$

$$x_b = \frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_y} \cdot d \Rightarrow x_b = \frac{600}{f_y + 600} \cdot d \quad (18-6)$$

از رابطه تعادل $\sum F_x = 0$ می توان P_{rb} را بدست آورد.

$$\sum F_x = 0$$

$$P_{rb} = C_c + C_s - T_s$$

$$P_{rb} = 0.85 f_{cd} \cdot a_b \cdot b + A_s \cdot \phi_s \cdot f'_s - A_s \cdot \phi_s \cdot f_y \quad (19-6)$$

از دیاگرام توزیع کرنش و تشابه مثلثها:

$$f'_s = 600 \frac{x_b - d'}{x_b}$$

در صورتیکه فولاد فشاری تسلیم شده باشد یعنی $f'_s \geq f_y$ باید $f'_s = f_y$ لحاظ گردد.

$$a_b = \beta_1 \cdot x_b$$

در رابطه بالا

$$f_c \leq 28 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow \beta_1 = 0.85$$

به کمک رابطه تعادل ممان نسبت به مرکز پلاستیک می توان نوشت:

$$\sum M_{c.p} = 0$$

$$P_{rb} \cdot e_b = c_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right) + c_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + T_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) \quad (20-6)$$

با معلوم بودن P_{rb} از رابطه بالا می توان e_b را بدست آورد.

توجه: در روابط بالا از کاهش سطح مقطع بتن در اثر وجود آرمانور فشاری صرف نظر شده که اگر بخواهیم آن را در نظر بگیریم

$$C_s = A'_s \cdot (f_{sd} - 0.85f_{cd})$$

۲- گسیختگی مقطع در ناحیه کنترل فشار (له شدن بتن)

زمانیکه خروج از مرکزیت بار از خروج از مرکزیت حالت بالانس کمتر باشد قبل از اینکه فولاد کششی به حد جای شدن برسد بتن در فشار له شده و گسیختگی بوقوع می پیوندد.

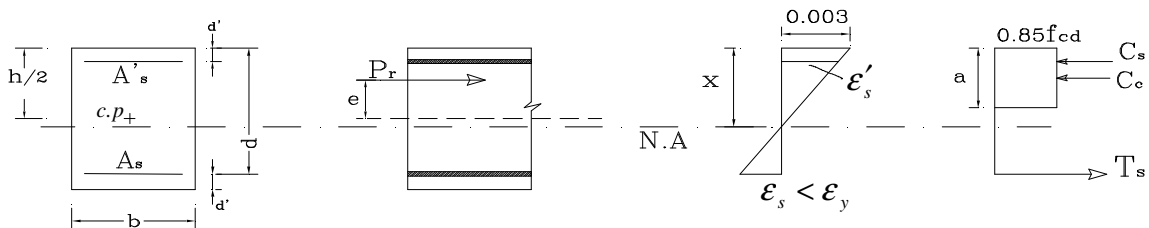
$$e < e_b$$

$$f_s < f_y$$

$$f'_s = f_y \leftarrow \text{باید کنترل شود.}$$

$$f'_s = 600 \frac{x - d'}{x} \quad \text{ممکن است فولاد فشاری تسلیم نشده باشد که در آن صورت}$$

برای تعیین مقاومت مقطع، از رابطه خطی تغییرات کرنش و روابط تعادل کمک می گیریم.



$$C_c = 0.85f_{cd} \cdot a \cdot b$$

$$a = \beta_1 \cdot x$$

$$C_c = 0.85\beta_1 \cdot f_{cd} \cdot x \cdot b$$

$$C_s = A_s \cdot \phi_s \cdot f_y \quad (f'_s = f_y \quad \text{باید بعداً کنترل شود})$$

$$T_s = A_s \cdot \phi_s \cdot f_s = A_s \cdot \phi_s \times 600 \left(\frac{d-x}{x} \right)$$

$$\sum F_x = 0$$

$$C_c + C_s - T_s = P_r$$

$$0.85 f_{cd} \cdot \beta_1 \cdot x \cdot b + A_s \cdot f_{yd} - A_s \cdot \phi_s \times \left(600 \left(\frac{d-x}{x} \right) \right) = P_r \quad (21-6)$$

که X را می توان به کمک رابطه تعادل ممان بدست آورد. با ممان گیری نسبت به محل اثر P_r

$$\sum M_{P_r} = 0$$

$$C_c \cdot \left[e - \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) \right] - C_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d' - e \right) - T_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d' + e \right) = 0 \quad (22-6)$$

$$C_c = 0.85 \beta_1 \cdot f_{cd} \cdot x \cdot b$$

$$C_s = A_s \cdot f_{yd} \quad \text{or} \quad C_s = A_s \cdot (f_{yd} - 0.85 f_{cd})$$

$$T_s = A_s \cdot \phi_s \times 600 \left(\frac{d-x}{x} \right) \quad (23-6)$$

از رابطه بالا که یک معادله درجه ۳ می باشد X بدست می آید. سپس $f'_s = f_y$ کنترل می شود و با توجه به آن می توان P_r را از رابطه زیر بدست آورد.

$$C_c + C_s - T_s = P_r$$

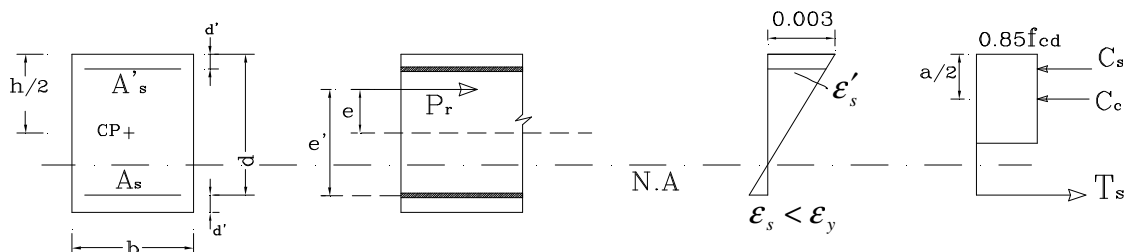
رابطه ویتنی

با توجه به اینکه تحلیل مقطع از روش ارائه شده در بالا کمی دشوار و پیچیده است ویتنی با در نظر گرفتن فرضیاتی به صورت زیر روابط را ساده تر کرد.

• فرض $a = 0.54 d$

• از سطح بتن جابجا شده توسط فولاد صرف نظر کرد.

اگر چه مقادیر بدست آمده از این روش تقریبی هستند ولی با نتایج دقیق همخوانی خوبی دارند.



$$\sum M_{T_s} = 0$$

$$P_r \cdot \left(e + \frac{d-d'}{2} \right) = C_c \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right) + C_s \cdot (d-d')$$

$$C_c = 0.85 f_{cd} \cdot a \cdot b = 0.85 f_{cd} \cdot (0.54d) \cdot (b) = 0.459 f_{cd} \cdot b \cdot d$$

$$C_c \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right) = 0.459 f_{cd} \cdot b \cdot d \left(d - \frac{0.54d}{2} \right) = \frac{1}{3} f_{cd} \cdot b \cdot d^2$$

$$C_s = A_s \cdot f_{yd}$$

f_s ممکن است کوچکتر از f_y باشد ولی معمولاً در مقاومت نهایی به حالت تسلیم می‌رسد.

$$P_r \left(e + \frac{d-d'}{2} \right) = \frac{1}{3} f_{cd} \cdot b \cdot d^2 + A_s \cdot f_{yd} \cdot (d-d')$$

$$P_r = \frac{1/3 f_{cd} \cdot b \cdot d^2}{e + \frac{1}{2}(d-d')} + \frac{A_s \cdot f_{yd} \cdot (d-d')}{e + \frac{1}{2}(d-d')}$$

در رابطه فوق صورت و مخرج کسر اول در $\frac{h}{d^2}$ و در کسر دوم صورت و مخرج در $\frac{1}{(d-d')}$ ضرب می‌شود.

$$P_r = \frac{f_{cd} \cdot b \cdot h}{\frac{3h \cdot e}{d^2} + \frac{3(d-d') \cdot h}{2d^2}} + \frac{A_s \cdot f_{yd}}{\frac{e}{d-d'} + \frac{1}{2}}$$

می‌دانیم به ازاء $e = 0$ مقدار $P_r = P_{ro}$

$$P_r = P_{r0} = 0.85 f_{cd} \cdot b \cdot h + 2A_s \cdot f_{yd}$$

با استفاده از رابطه اخیر و رابطه بالا برای P_r و جایگزین نمودن $e = 0$ نتیجه می‌شود:

$$P_{ro} = \frac{f_{cd} \cdot b \cdot h}{\frac{3(d-d') \cdot h}{2d^2}} + 2A_s \cdot f_{yd}$$

$$\underbrace{P_{ro} - 2A_s \cdot f_{yd}}_{0.85 f_{cd} \cdot b \cdot h} = \frac{f_{cd} \cdot b \cdot h}{\frac{3(d-d') \cdot h}{2d^2}}$$

$$0.85 f_{cd} \cdot b \cdot h = \frac{f_{cd} \cdot b \cdot h}{\frac{3(d-d') \cdot h}{2d^2}}$$

$$\frac{3(d-d') \cdot h}{2d^2} = \frac{1}{0.85} = 1.18$$

بنابراین رابطه P_r بصورت زیر بدست می‌آید:

$$P_r = \frac{b \cdot h \cdot f_{cd}}{\frac{3h \cdot e}{d^2} + 1.18} + \frac{A_s \cdot f_{yd}}{\frac{e}{d-d'} + 0.5}$$

رابطه تقریبی ویتنی

(۶-۲۴)

۳- گسیختگی مقطع در ناحیه کنترل کشش (تسلیم شدن فولاد کششی)

در این حالت خروج از مرکزیت نیرو از خروج از مرکزیت حالت متعادل بیشتر بوده و سبب می شود که ابتدا فولاد کششی به حد جاری شدن و سپس کرنش در بتن به حد 0.003 برسد. یعنی:

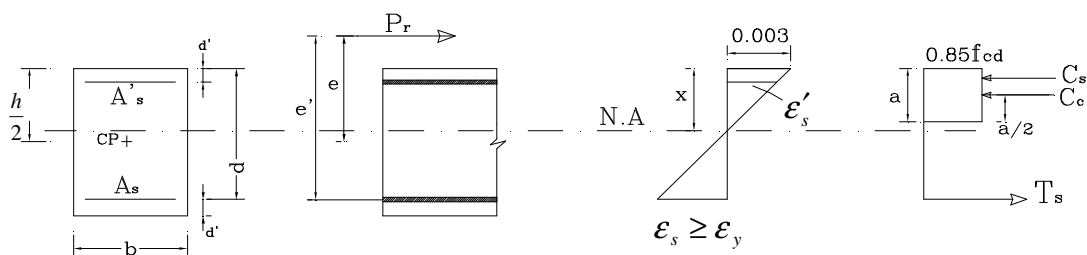
$$e > e_b$$

$$f_s = f_y$$

$$f'_s = f_y$$

که اگر $f'_s < f_y$ باشد در اینصورت:

$$f'_s = 600 \left(\frac{x - d'}{x} \right)$$



$$F_x = 0 \Rightarrow P_r = C_c + C_s - T_s$$

$$C_c = 0.85 f_{cd} \cdot \beta_1 \cdot x \cdot b$$

$$T_s = A_s \cdot f_{yd}$$

$$C_s = A_s \cdot (f_{yd} - 0.85 f_{cd})$$

که $f'_s = f_y$ بعداً باید کنترل شود.

$$T_s = A_s \cdot f_{yd}$$

$$P_r = 0.85 \beta_1 \cdot f_{cd} \cdot x \cdot b + A_s \cdot (f_{yd} - 0.85 f_{cd}) - A_s \cdot f_{yd}$$

$$P_r = 0.85 f_{cd} (\beta_1 \cdot x \cdot b - A_s) \quad (25-6)$$

که X با استفاده از رابطه تعادل ممان نسبت به محل اثر P_r بدست می آید.

$$\sum M_{P_r} = 0$$

$$C_c \cdot \left[e - \frac{h}{2} + \frac{a}{2} \right] + C_s \cdot \left[e - \frac{h}{2} + d' \right] - T_s \cdot \left[\frac{h}{2} - d' + e \right] = 0 \quad (26-6)$$

$$0.85\beta_1 f_{cd} \cdot x_b \left(e - \frac{h}{2} + \frac{\beta_1 \cdot x}{2} \right) + A_s (f_{yd} - 0.85 f_{cd}) \left(e - \frac{h}{2} + d' \right) - A_s \cdot f_{yd} \left(\frac{h}{2} - d' + e \right) = 0$$

$$x = d \cdot \left[\frac{1 - e'/d}{\beta_1} + \sqrt{\left(\frac{1 - e'/d}{\beta_1} \right)^2 + \frac{2\rho \cdot \left[(\mu - 1) \left(1 - \frac{d'}{d} \right) + \frac{e'}{d} \right]}{\beta_1^2}} \right] \quad (27-6)$$

$$e' = e + \frac{h}{2} - d' \quad ; \quad \rho = \frac{A_s}{bd} \quad ; \quad \mu = \frac{f_{yd}}{0.85 f_{cd}}$$

از مقدار X بدست آمده می توان f'_s را کنترل نمود.

در صورتیکه $f'_s = f_y$ باشد مقدار X را در رابطه P_r جایگزین و P_r به صورت زیر بدست می آید.

$$P_r = 0.85 f_{cd} (\beta_1 \cdot x_b \cdot b - A_s)$$

$$P_r = 0.85 f_{cd} (\beta_1 \cdot x_b \cdot b - \rho \cdot b \cdot d)$$

$$P_r = 0.85 f_{cd} \cdot b \cdot d \left[-\rho + 1 - \frac{e'}{d} + \sqrt{\left(1 - \frac{e'}{d} \right)^2 + 2\rho \cdot \left[(\mu - 1) \left(1 - \frac{d'}{d} \right) + \frac{e'}{d} \right]} \right] \quad (28-6)$$

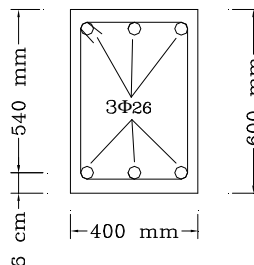
مثال :

مطلوب است تعیین خروج از مرکزیت متعادل e_b و بار محوری متعادل P_{rb} برای مقطع نشان داده شده در تصویر زیر:

$$f_c = 20 \text{ N/mm}^2$$

$$f_y = 350 \text{ N/mm}^2$$

$$A_s = A'_s = 1593 \text{ mm}^2$$



$$P_{rb} = C_c + C_s - T_s$$

$$C_c = 0.85 f_{cd} \cdot a \cdot b = 0.85 f_{cd} \cdot \beta_1 \cdot x_b \cdot b$$

$$x_b = \frac{600}{f_y + 600} \cdot d = \frac{600}{350 + 600} \times (540) = 341 \text{ mm}$$

$$C_c = 0.85(0.6)(20)(0.85)(341)(400) \times 10^{-3} = 1183 \text{ KN}$$

$$f'_s = 600 \left(\frac{x_b - d'}{x_b} \right) = 600 \left(\frac{341 - 60}{341} \right) = 494 \text{ N/mm}^2$$

$f'_s > f_y$ پس فولاد فشاری تسلیم شده است.

$$f'_s = f_y = 350 \text{ N/mm}^2$$

$$C_s = A_s \cdot (f_{yd} - 0.85 f_{cd}) = 1593 \times [0.85 \times 350 - 0.85(0.6)(20)] \times 10^{-3} = 458 \text{ KN}$$

$$T_s = A_s \cdot f_{yd} = 1593(0.85)(350) \times 10^{-3} = 474 \text{ KN}$$

$$P_{rb} = C_c + C_s - T_s = 1166 \text{ KN}$$

با ممان‌گیری نسبت به مرکز پلاستیک و با معلوم بودن P_{rb} ، e_b بدست می‌آید.

$$a = \beta_1 \cdot x = 0.85(341) = 290 \text{ mm}$$

$$P_{rb} \cdot e_b = C_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + C_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d' \right) + T_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d' \right)$$

$$1166 \times e_b = 1183 \times \left(300 - \frac{290}{2} \right) + 458 \times (300 - 60) + 474 \times (500 - 60)$$

$$e_b = 349 \text{ mm}$$

مثال :

مطلوب است تعیین ظرفیت نهایی اسمی P_r برای مقطع نشان داده شده در مثال قبل وقتی خروج از مرکزیت $e = 200 \text{ mm}$ باشد.

حل:

با توجه به اینکه $e < e_b$ است مقطع در حالت کنترل فشار بوده و با له شدن بتن، دچار گسیختگی می‌گردد و فولاد کششی به حد جاری شدن نمی‌رسد و فولاد فشاری هم باید تعیین شود که جاری شده یا نه!

$$\sum M_{pr} = 0$$

$$C_c \cdot \left[e - \left(\frac{h}{2} - \frac{0.85x}{2} \right) \right] - C_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d' - e \right) - T_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d' + e \right) = 0$$

$$C_c = 0.85 \beta_1 \cdot f_{cd} \cdot x \cdot b = 0.85(0.85)(0.6)(20)x(400) \times 10^{-3} = 3.468x$$

$$C_s = A_s \cdot (f_{yd} - 0.85 f_{cd}) = 1593 \times [0.85(350) - 0.85(0.6 \times 20)] \times 10^{-3} = 458 \text{ KN}$$

$$T = A_s f_{sd} = 1593(0.85) \left[600 \frac{d-x}{x} \right] \times 10^{-3} = \frac{438712 - 812x}{x}$$

با جایگزینی در رابطه بالا:

$$3.47x \cdot (200 - (300 - 0.425x)) - 458(300 - 60 - 200) - \frac{438712 - 812x}{x} (300 - 60 + 200) = 0$$

$$x^3 - 236x^2 + 230585x - 1.31 \times 10^8 = 0$$

$$x = 423 \text{ mm}$$

$$C_c = 3.47 \times (423) = 1468 \text{ KN}$$

$$f'_s = 600 \left(\frac{x - d'}{x} \right) = 600 \left(\frac{423 - 60}{423} \right) = 515 \text{ KN}$$

$$C_s = 458 \text{ KN}$$

$$T = \frac{438712 - 812(423)}{423} = 225 \text{ KN}$$

$$P_r = 1468 + 458 - 225$$

$$P_r = 1701 \text{ KN}$$

با استفاده از رابطه تقریبی ویتنی

$$P_r = \frac{b \cdot h \cdot f_{cd}}{\frac{3h \cdot e}{d^2} + 1.18} + \frac{A_s \cdot \phi_s \cdot f_y}{\frac{e}{d - d'} + 0.5}$$

$$P_r = \frac{400(600)(20)(0.6)}{\frac{3(600)(200)}{(540)^2} + 1.18} + \frac{1593(0.85)(350)}{\frac{200}{540 - 60} + 0.5}$$

$$P_r = 1709761 \text{ N} = 1710 \text{ KN}$$

مثال :

برای مقطع نشان داده شده در مثال بالا تعیین کنید ظرفیت نهایی اسمی P_r را اگر خروج از مرکزیت $e = 500 \text{ mm}$ باشد.

حل:

چون خروج از مرکزیت بیشتر از حالت بالانس است ($e > e_b$) مقطع در حالت کنترل کشش قرار دارد و گسیختگی با تسلیم فولاد کششی آغاز می گردد ولی تسلیم فولاد فشاری باید کنترل گردد.

$$x = d \cdot \left[\frac{1 - e'/d}{\beta_1} + \sqrt{\left(\frac{1 - e'/d}{\beta_1} \right)^2 + \frac{2\rho \left[(\mu - 1) \left(1 - \frac{d'}{d} \right) + \frac{e'}{e} \right]}{\beta_1^2}} \right]$$

$$e' = e + \frac{h}{2} - d' = 500 + 300 - 60 = 740 \text{ mm}$$

$$\frac{1 - e'/d}{\beta_1} = \frac{1 - 740/540}{0.85} = -0.436$$

$$\mu = \frac{f_{yd}}{0.85 f_{cd}} = \frac{350(0.85)}{0.85(20)(0.6)} = 29.17$$

$$\rho = \frac{1593}{400(540)} = 0.0074$$

لذا از رابطه بالا برای مقدار x نتیجه می شود.

$$x = 227 \text{ mm}$$

$$f'_s = 600 \left(\frac{x - d'}{x} \right)$$

$$f'_s = 600 \left(\frac{227 - 60}{227} \right) = 441 \text{ N/mm}^2 > 350 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow f'_s = 350 \text{ N/mm}^2$$

$$P_r = 0.85 f_{cd} \cdot (\beta_1 \cdot x \cdot b - A_s) \times 10^{-3}$$

$$P_r = 0.85 \times 0.6 \times 20 \times (0.85 \times 227 \times 400 - 1593) \times 10^{-3} = 771 \text{ KN}$$

مثال :

با استفاده از نتایج سه مثال فوق منحنی تغییرات ممان و فشار را ترسیم نمایید.

• به ازاء $e = 0$ مقدار $P_r = P_{ro}$ می شود

$$P_{ro} = 0.85 f_{cd} \cdot (A_g - A_{st}) + 2A_s \cdot f_{yd}$$

$$A_g = 400(600) = 240000 \text{ mm}^2$$

$$P_{ro} = [0.85(0.6 \times 20)(240000 - 2 \times 1593) + 2(1593)(0.85 \times 350) \times 10^{-3}]$$

$$P_{ro} = 3363 \text{ KN}$$

• در ناحیه کنترل کشش به ازاء $e = \infty$ (فقط خمشی) $P_r = 0$ و $M_r = M_{ro}$

M_r بر اساس فصل مربوط به خمش برای مقاطع با آرماتور مضاعف تحلیل می شود.

$$\rho' = \rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{1593}{400(540)} = 0.0074$$

$$\bar{\rho}_{\max} = \rho_{\max} + \rho'$$

چون $\rho = \rho'$ می باشد، مطمئناً $\rho < \bar{\rho}_{\max}$ می باشد.

$$\rho_{\max} = 0.6 \beta_1 \cdot \frac{f_c}{f_y} \cdot \frac{600}{600 + f_y} = 0.0184$$

$$\bar{\rho}_{\max} = 0.0184 + 0.0074 = 0.026$$

$$\bar{\rho}_{\min} = \rho' + R \frac{d'}{d}$$

در اینجا نیز چون $\rho = \rho'$ است لذا حتماً $\rho < \bar{\rho}_{\min}$ می باشد پس $f'_s < f_y$ می باشد و فولاد فشاری تسلیم نشده است.

از رابطه تعادل نیروها:

$$A_s \cdot f_{yd} = 0.85 f_{cd} \cdot (\beta_1 \cdot x) \cdot b + A'_s \cdot (f'_{sd} - 0.85 f_{cd})$$

$$f'_{sd} = 0.85 \left[600 \left(\frac{x-d'}{x} \right) \right] = 510 \left(\frac{x-60}{x} \right)$$

$$1593(0.85 \times 350) = 0.85(0.6 \times 20) \times (0.85x) \times (400) + 1593 \left[510 \left(\frac{x-60}{x} \right) - 0.85 \times (0.6 \times 20) \right]$$

$$x = 81 \text{ mm}$$

از رابطه تعادل ممان:

$$M = 0.85 f_{cd} \cdot (0.85x) \cdot b \cdot \left(d - \frac{0.85x}{2} \right) + A_s \cdot (f'_{sd} - 0.85 f_{cd}) (d - d')$$

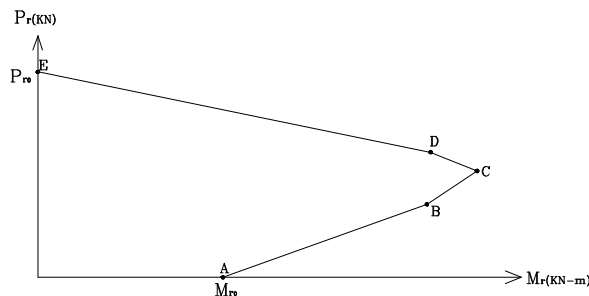
$$f'_{sd} = (0.85) \left[600 \frac{81-60}{81} \right] = 132 \text{ N/mm}^2$$

$$M_{ro} = \left\{ 0.85(0.6 \times 20)(0.85 \times 81)(400) \left[540 - \frac{0.85 \times 81}{2} \right] + 1593 [132 - 0.85 \times 0.6 \times 20] \right. \\ \left. [540 - 60] \right\} \times 10^{-6}$$

$$M_{ro} = 235 \text{ KN.m}$$

نتایج ۵ مسئله قبل

نقطه	P_r (KN)	M_r (KN.m)	e (mm)
A	0	235	$e = \infty$
B	771	$771 (0.5) = 386$	$e=500$
C	1166	$1166 (0.349) = 407$	$e=349$
D	1701	$1701 (0.2) = 340$	$e=200$
E	3363	0	$e=0$

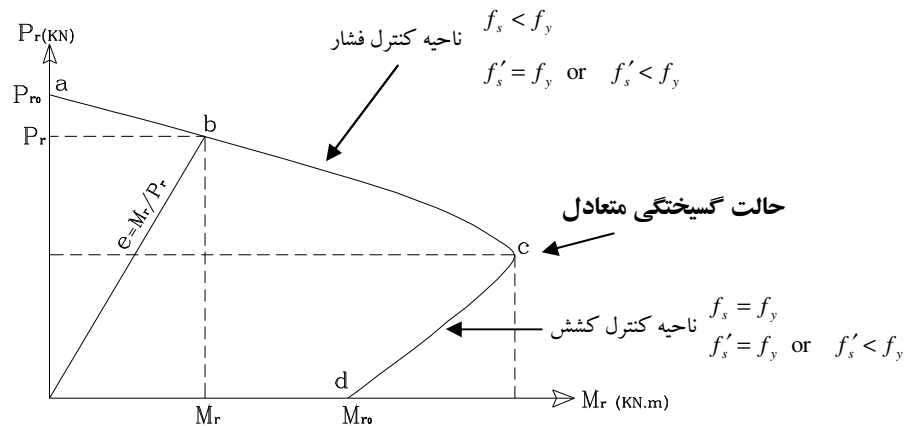


منحنی فوق موسوم به منحنی اثر متقابل فشار و خمشی (اندرکنش) می باشد.

ناحیه بین C تا E منطقه کنترل فشار، منطقه بین A تا C منطقه کنترل کشش و نقطه C نشان دهنده حالت گسیختگی متعادل می باشد.

منحنی اثر متقابل فشار و خمش

منحنی که به روش ذکر شده در بالا ترسیم گردید منحنی اندرکنش نیروی محوری و ممان خمشی نامیده می شود. این منحنی با توجه به مشخصات مکانیکی و مقطع یک ستون تعریف می گردد و به ازای هر تغییری در مشخصات فوق منحنی تغییر می کند.



شکل ۶-۹: منحنی اثر متقابل فشار و خمش

نکته ۱: هر نقطه‌ای روی منحنی بیانگر ترکیب نیروی محوری (P_r) و ممان خمشی (M_r) می باشد.
 نکته ۲: ناحیه ac مربوط به خروج از مرکزیت کوچک است که گسیختگی با شکستن بتن ناحیه فشاری آغاز می گردد. ناحیه کنترل فشار.
 نکته ۳: ناحیه cd مربوط به خروج از مرکزیت بزرگ است که گسیختگی با تسلیم شدن فولاد کششی بوجود می آید. ناحیه کنترل کشش.
 نکته ۴: نقطه c حالت گسیختگی متعادل است یعنی کرنش نهائی فشاری در بتن و کرنش تسلیم در فولاد کششی بطور همزمان رخ می دهد.

آنالیز و طراحی ستونها با استفاده از نمودارهای اثر متقابل فشار خمش

برای آنالیز و طراحی ستونها به جای استفاده از روش مستقیم که کمی زمانگیر است می توان از روش تقریبی نمودارهای اندرکنش استفاده کرد. در این روش از نمودارهای اندرکنشی که قبلاً بدست آمده و ترسیم شده اند استفاده می گردد. تنها در هنگام استفاده از این نمودارها باید به نکات زیر توجه گردد.

نکته ۱: نمودارها برای مقاطع زیر در دسترس می باشند

۱. ستون مستطیل شکل با فولاد گذاری در دو طرف
۲. ستون مستطیل شکل با فولاد گذاری در چهار طرف
۳. ستون دایره‌ای شکل

نکته ۲: نمودارها وابسته به واحد نمی باشند.

نکته ۳: نمودارها برای مقادیر $f_c \leq 28 \text{ N/mm}^2$ و $f_y \leq 420 \text{ N/mm}^2$ ترسیم شده اند.

نکته ۴: هر نمودار دارای یک سری منحنی است که هرمنحنی مربوط به یک $\mu\rho$ می باشد.

$$\mu = \frac{f_{yd}}{0.85f_{cd}} \quad (۶-۲۹) \quad \rho = \frac{A_{st}}{A_g}$$

μ : نسبت تنش کاهش یافته فولاد نسبت به بتن

A_{st} : سطح مقطع کل میلگردها

A_g : سطح مقطع کل

نکته ۵: نمودارها بر حسب P_r و M_r ترسیم شده اند. بطوری که محور x ها نشان دهنده $\frac{M_r}{f_{cd}bh^2}$ و محور y ها

نمایانگر $\frac{P_r}{f_{cd}bh}$ هستند.

نکته ۶: در ناحیه کنترل فشار (خروج از مرکزیت کوچک) باید

$$P_r < P_{r \max}$$

$$P_{r \max} = 0.8P_{r0}$$

$$P_{r0} = 0.85\phi_c \cdot f_c \cdot (A_g - A_{st}) + \phi_s \cdot f_y \cdot A_{st}$$

مثال :

ظرفیت محوری ستونی با مقطع زیر را بدست آورید (آنالیز مقطع).

$6\bar{\Phi}26$

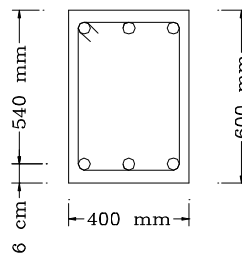
$$A_{st} = 2(1593) = 3186 \text{ mm}^2$$

$$f_c = 20 \text{ N/mm}^2$$

$$f_y = 350 \text{ N/mm}^2$$

$$e = 200 \text{ mm}$$

$$P_r = ?$$



حل:

$$\frac{e}{h} = \frac{200}{600} = 0.33$$

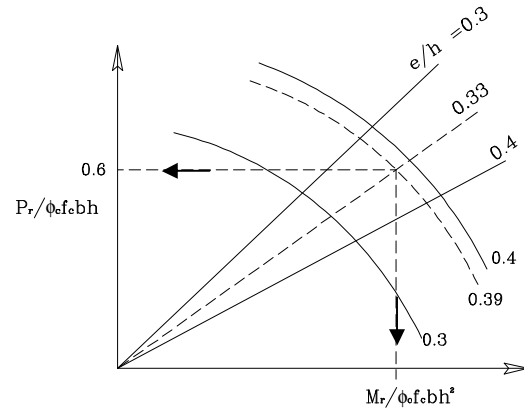
$$\gamma = \frac{h - 2d'}{h} = \frac{600 - 2(60)}{600} = 0.8$$

$$\rho = \frac{A_{st}}{bh} = \frac{3186}{400(600)} = 0.0133$$

$$\mu = \frac{\phi_s \cdot f_y}{0.85 \phi_c \cdot f_c} = \frac{f_y}{\phi_c \cdot f_c} = \frac{350}{0.6(20)} = 29.2$$

$$\mu \rho = 29.2(0.0133) = 0.39$$

با استفاده از نمودار مربوط به مقاطع مستطیلی با آرماتورگذاری دو طرف و $\gamma = 0.8$



مثال :

مطلوبست طراحی میلگردهای یک ستون با مقطع مربع به ابعاد $500\text{mm} \times 500\text{mm}$ (طراحی مقطع).

$$P_u = 3000 \text{ KN}$$

$$M_u = 450 \text{ KN.m}$$

$$f_c = 28 \text{ N/mm}^2$$

$$f_y = 400 \text{ N/mm}^2$$

$$d' = 60 \text{ mm}$$

حل:

$$\frac{P_u}{\phi_c f_c b h} = \frac{3000 \times 10^3}{0.6(28)(500)(500)} = 0.71$$

$$\frac{M_u}{\phi_c f_c b h^2} = \frac{450 \times 10^6}{0.6(28)(500)^3} = 0.21$$

$$\gamma = \frac{h - 2d'}{h} = \frac{500 - 2(60)}{500} = 0.76$$

با درون یابی به ازای $\gamma = 0.76$ مقدار $\mu \cdot \rho$ بدست می آید.

$$\mu \rho = 0.59 \leftarrow \gamma = 0.7$$

$$\mu \rho = 0.52 \leftarrow \gamma = 0.8$$

$$\frac{0.8 - 0.7}{0.8 - 0.76} = \frac{0.52 - 0.59}{0.52 - \mu\rho}$$

$$\mu\rho = 0.548$$

$$\mu = \frac{\phi_s \cdot f_y}{0.85 \phi_c \cdot f_c} = \frac{f_y}{\phi_c \cdot f_c} = \frac{400}{0.6(28)} = 23.81$$

$$\rho = \frac{0.548}{23.81} = 0.023$$

$$A_s = 0.5(0.023)(500)^2 = 2877 \text{ mm}^2$$

سطح مقطع فولاد لازم در هر طرف $5\bar{\Phi}28$ ، کل فولاد لازم $10\bar{\Phi}28$: $A_s = 6160 \text{ mm}^2$

$$\rho = \frac{A_{st}}{b \cdot h} = \frac{6160}{500 \times 500} = 2.46 \%$$

طراحی تنگ :

$$\frac{1}{3}(28) = 9.33$$

قطر تنگ

از تنگ 10mm استفاده می شود.

فاصله تنگها

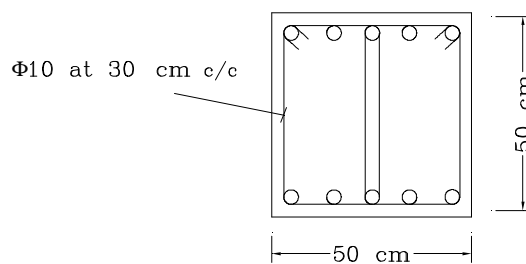
$$16 \times 28 = 448 \text{ mm}$$

$$48 \times 10 = 480 \text{ mm}$$

$$500 \text{ mm}$$

$$300 \text{ mm}$$

تنگها در فاصله 30cm قرار می گیرند.

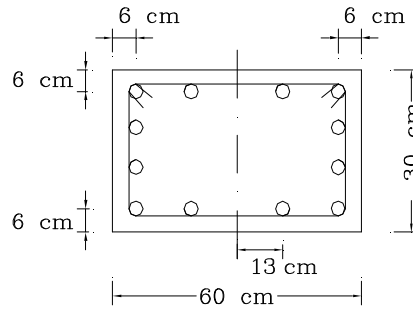


آنالیز و طراحی ستونها با توزیع آرماتور در محیط مقطع مستطیل شکل

روش آنالیز و طراحی این نوع مقاطع شبیه مقاطع مستطیل با آرماتورگذاری در دو طرف با استفاده از دیاگرام توزیع خطی کرنش و روابط تعادل است و چون در عمل کاربرد فراوانی دارد برای سادگی می توان از نمودارهای اندرکنش استفاده نمود (نمودار اثر متقابل فشار و خمش).

مثال :

مطلوبست مقاومت فشاری اسمی ستونی با مشخصات نشان داده شده در شکل زیر .



$$A_{st} = 12\bar{\Phi}20$$

$$f_y = 400 \text{ N/mm}^2$$

$$f_c = 30 \text{ N/mm}^2$$

$$e = 130 \text{ mm}$$

در نمودارهای ارائه شده میلگردها از یک قطر تشکیل شده و تعداد میلگردها در کلیه وجوه مساوی می باشند مثلاً استفاده از ۴ میلگرد و یک میلگرد در هر گوشه
۸ میلگرد (یک میلگرد اضافی در هر وجه)
۱۲ میلگرد (۲ میلگرد اضافی در هر وجه)
بطور کلی ضریبی از ۴ میلگرد در مقطع استفاده می گردد که باید بطور متقارن توزیع گردد.

$$\frac{e}{h} = \frac{130}{600} = 0.22$$

$$\gamma = \frac{h - 2d'}{h} = 0.8$$

$$\mu = \frac{f_y}{\phi_c \cdot f_c} = \frac{400}{0.6(30)} = 22.22$$

$$A_{st} = 3768 \text{ mm}^2 \quad \rho = 0.0209$$

$$\mu\rho = 0.46$$

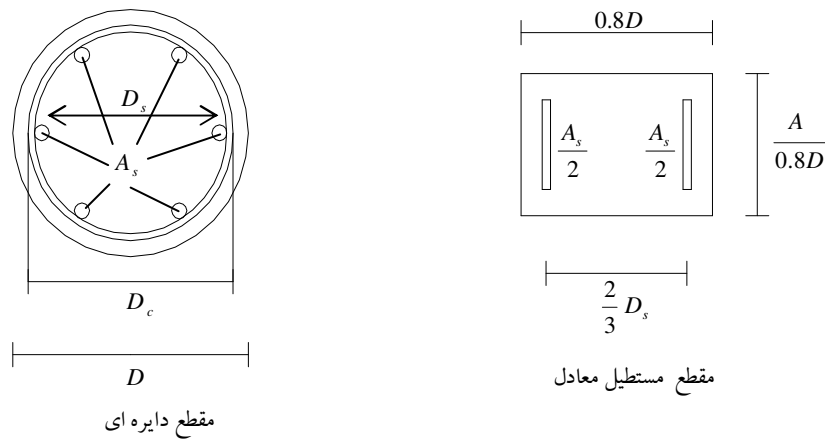
با استفاده از نمودار مقطع مستطیلی با آرماتورگذاری چهار طرفه و $\gamma = 0.8$ نتیجه می شود:

$$\frac{P_r}{\phi_c \cdot f_c \cdot b \cdot h} = 0.72$$

$$P_r = 0.72(0.6)(30)(300)(600) \times 10^{-3} = 2333 \text{ KN}$$

آنالیز و طراحی ستونها با مقاطع دایره ای شکل

بررسی مقاطع دایره ای شکل مشابه مقاطع مستطیل شکل با استفاده از دیاگرام توزیع خطی کرنش و روابط تعادل ایستایی امکان پذیر است. لیکن از آنجایی که فاصله میلگردها از تار خنثی غیر یکسان و سطح مقطع بتن فشاری و تعیین مرکز سطح آن بسیار پیچیده و پرکار می باشد لذا می توان از یک روش تقریبی که توسط ویتنی پیشنهاد شده استفاده نمود. در این روش بجای استفاده از مقطع دایره ای داده شده می توان از یک مقطع مستطیلی معادل که ارتفاع کل مقطع مستطیلی معادل، در جهت خمش، $0.8D$ (قطر ستون دایره ای) و میلگردهای هر طرف ستون مستطیل معادل، نصف کل میلگردهای ستون دایره ای و فاصله میلگردهای دو طرف از یکدیگر $\frac{2}{3}D_s$ است در نظر گرفته شود.



شکل ۶-۱۰: تبدیل مقطع دایره ای به مستطیلی معادل

D_c : قطر هسته مرکزی (پشت به پشت دور پیچ - بیرون به بیرون دور پیچ)

مثال :

یک ستون دایره ای به قطر 500 mm برای شرایط زیر طراحی نمائید. قطر و فاصله دور پیچها را نیز تعیین نمائید.

$$f_c = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$f_y = 400 \text{ N/mm}^2$$

$$d' = 60 \text{ mm}$$

$$P_u = 2500 \text{ KN}$$

$$M_u = 250 \text{ KN.m}$$

$$\gamma = \frac{D - 2d'}{D} = \frac{500 - 120}{500} = 0.76$$

$$\frac{P_u}{\phi_c f_c D^2} = \frac{2500 \times 10^3}{0.6(25)(500)^2} = 0.67$$

$$\frac{M_u}{\phi_c f_c D^3} = \frac{250 \times 10^6}{0.6(25)(500)^3} = 0.13$$

ار نمودارهای مربوط به $\gamma = 0.7$ و $\gamma = 0.8$ نتیجه می شود که:

$$\gamma = 0.7 \Rightarrow \mu\rho = 0.88$$

$$\gamma = 0.8 \Rightarrow \mu\rho = 0.77$$

با استفاده از درونیایی خطی

$$\gamma = 0.76 \Rightarrow \mu\rho = 0.81$$

$$\mu = \frac{f_y}{\phi_c \cdot f_c} = \frac{400}{0.6(25)} = 26.67$$

لذا:

$$\rho = 0.030$$

$$A_s = \frac{\pi}{4}(500)^2(0.03) = 5963 \text{ mm}^2$$

$$\text{use } 10\bar{\phi}28 \quad (A_s = 6160 \text{ mm}^2)$$

انتخاب میلگرد دور پیچ

$$\bar{\phi}10 \Leftarrow \frac{28}{3} = 9.33$$

حداقل نسبت میلگرد دور پیچ

$$\rho_s = 0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f_c}{f_y}$$

$$A_g = \frac{\pi}{4}(500)^2 = 196350 \text{ mm}^2$$

سطح مقطع بتن در هسته مرکزی

$$A_c = \frac{\pi}{4} D_c^2 = \frac{\pi}{4} [500 - 2(60) + 2(14) + 2(10)]^2$$

$$A_c = 143872 \text{ mm}^2$$

$$\rho_s = 0.45 \left(\frac{196350}{143872} - 1 \right) \frac{25}{400}$$

$$\rho_s = 0.0103$$

$$\rho_s = \frac{4A_{sp}}{SD_c}, \quad A_{sp} = \frac{\pi \times 10^2}{4} = 78.54 \text{ mm}^2$$

$$S = \frac{4A_{sp}}{\rho_s \cdot D_c} = \frac{4(78.54)}{0.0103(428)} = 71.3 \text{ mm}$$

$$25 \text{ mm} < S = 71.3 < 75 \text{ mm}$$

دور پیچ با گام 170 mm استفاده می گردد.

$$P_{r \max} = 0.8 \left[0.85 \phi_c f_c (A_g - A_{st}) + \phi_s (f_y) A_{st} \right] \times 10^{-3}$$

$$= 0.8 \left[0.85(0.6)(25)(196350 - 6160) + 0.85(400)(6160) \right] \times 10^{-3}$$

$$P_{r \max} = 3615 \text{ KN} > P_u = 2500 \text{ KN}$$

تخمین ابعاد مقطع ستون

برای تخمین ابعاد اولیه ستون می توان چنین فرض کرد که ستون تحت اثر نیروی محوری خالص قرار دارد و با استفاده از روابط نیروی محوری خالص ابعاد را حدس زد.

$$P_u = 0.8[0.85\phi_c \cdot f_c \cdot (A_g - A_{st}) + \phi_s \cdot f_y \cdot A_{st}]$$

$$P_u = 0.8 \left[0.85\phi_c \cdot f_c \cdot A_g + 0.85f_y \cdot A_g \cdot \frac{A_{st}}{A_g} \right]$$

$$P_u = 0.8[0.85\phi_c \cdot f_c \cdot A_g + 0.85f_y \cdot A_g \cdot \rho_{st}]$$

$$P_u = 0.8[0.85A_g(\phi_c \cdot f_c + f_y \cdot \rho_{st})]$$

$$P_u = 0.68A_g(\phi_c \cdot f_c + f_y \cdot \rho_{st})$$

$$A_g \geq \frac{1.5P_u}{\phi_c \cdot f_c + f_y \cdot \rho_{st}} \quad (30-6)$$

خمش دو محوره

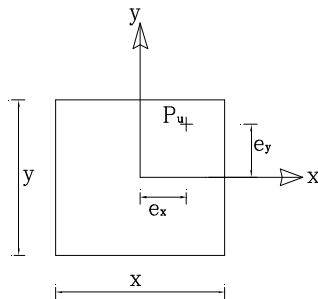
برای مقاطع دایره ای با توجه به شکل دایره می توان برآیند ممان ها را در نظر گرفته و ستون را تحت نیروی محوری و ممان خمشی تک محوره طراحی نمود.

$$M_R = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \quad (31-6)$$

برای مقاطع مستطیل شکل دو روش برای طراحی متداول می باشد.

روش اول:

خروج از مرکزیت تک محوری معادل: خروج از مرکزیت های دو محوره e_x و e_y می تواند با یک خروج از مرکزیت معادل، جایگزین شود و ستون برای حالت بار محوری توام با ممان خمشی تک محوره طراحی شود.



$$M_{ux} = P_u \cdot e_y \quad (32-6)$$

$$M_{uy} = P_u \cdot e_x \quad (33-6)$$

• اگر $\frac{e_x}{x} \geq \frac{e_y}{y}$ باشد، ستون برای P_u و $M_{u\ eq\ x} = P_u \cdot e_{eq\ x}$ طراحی می شود.

$$e_{eq\ x} = e_x + \frac{\alpha \cdot e_y}{y} \cdot x \quad (34-6)$$

• اگر $\frac{e_y}{y} \geq \frac{e_x}{x}$ باشد، ستون برای P_u و $M_{u\ eq\ y} = P_u \cdot e_{eq\ y}$ طراحی می شود.

$$e_{eq\ y} = e_y + \frac{\alpha \cdot e_x}{x} \cdot y \quad (35-6)$$

برای شرایطی که $\frac{P_u}{f_c \cdot A_g} \leq 0.4$ باشد:

$$\alpha = \left(0.5 + \frac{P_u}{f_c \cdot A_g} \right) \frac{f_y + 275}{690} \geq 0.6 \quad (36-6)$$

و اگر $\frac{P_u}{f_c \cdot A_g} > 0.4$ باشد:

$$\alpha = \left(1.3 - \frac{P_u}{f_c \cdot A_g} \right) \frac{f_y + 275}{690} \geq 0.5 \quad (37-6)$$

نکته: محدودیت روش فوق این است که ستونها باید نسبت به دو محور متقارن باشد و $0.5 \leq \frac{x}{y} \leq 2$ و همچنین فولادگذاری در چهار وجه مقطع باشد.

روش دوم:

روش برسلر

$$\frac{1}{P_r} = \frac{1}{P_{rx}} + \frac{1}{P_{ry}} - \frac{1}{P_{r_e}} \quad (38-6)$$

P_r : ظرفیت محوری نهائی برای خمش دو محوره

P_{rx} : ظرفیت محوری نهائی برای شرایط صرفاً با خروج از مرکزیت e_x

P_{ry} : ظرفیت محوری نهائی برای شرایط صرفاً با خروج از مرکزیت e_y

P_{r_e} : ظرفیت محوری نهائی برای شرایط $e_x = e_y = 0$

مثال:

مطلوبست طراحی یک ستون مربع شکل به منظور تحمل بار و ممانهای ضریبدار نشان داده شده در زیر

$$P_u = 1602 \text{ KN} \quad f_c = 21 \text{ N/mm}^2$$

$$M_{u_x} = 97 \text{ KN.m} \quad f_y = 414 \text{ N/mm}^2$$

$$M_{u_y} = 111 \text{ KN.m} \quad d' = 60 \text{ mm}$$

گام اول: تخمین ابعاد

$$A_g = \frac{1.5 P_u}{\phi_c \cdot f_c + f_y \cdot \rho_{st}}$$

$$\rho_{st} = 1.5\% = 0.015$$

$$A_g = \frac{1.5(1602 \times 10^3)}{0.6(21) + 414(0.015)} = 127751 \text{ mm}^2$$

$$h = b = \sqrt{127751} = 357 \text{ mm}$$

$$\text{use } 400 \text{ mm} \times 400 \text{ mm}$$

$$e_x = \frac{M_{uy}}{P_u} = \frac{111 \times 10^3}{1602} = 69.3 \text{ mm}$$

$$e_y = \frac{M_{ux}}{P_u} = \frac{97 \times 10^3}{1602} = 60.5 \text{ mm}$$

$$\frac{e_x}{x} = \frac{69.3}{400} > \frac{e_y}{y} = \frac{60.5}{400}$$

$$\frac{P_u}{f_c A_g} = \frac{1602 \times 10^3}{21(160000)} = 0.477 > 0.4$$

$$\alpha = (1.3 - \frac{P_u}{f_c A_g}) \frac{f_y + 275}{690} \geq 0.5$$

$$\alpha = (1.3 - 0.477) \frac{414 + 275}{690} = 0.822 > 0.5$$

$$e_{eq_x} = e_x + \frac{\alpha \cdot e_y}{y} \cdot x$$

$$e_{eq_x} = 69.3 + \frac{0.822(60.5)}{400}(400) = 119 \text{ mm}$$

$$M_{ueq_y} = P_u \cdot e_{eq_x} = 1602(0.119) = 190.6 \text{ KN.m}$$

$$\gamma = \frac{h - 2d'}{h} = \frac{400 - 2(60)}{400} = 0.7$$

$$\frac{P_r}{\phi_c \cdot f_c \cdot b \cdot h} = \frac{1602 \times 10^3}{0.6(21)400 \times 400} = 0.795$$

$$\frac{M_r}{\phi_c \cdot f_c \cdot b \cdot h^2} = \frac{190.6 \times 10^6}{0.6(21)(400)^3} = 0.236$$

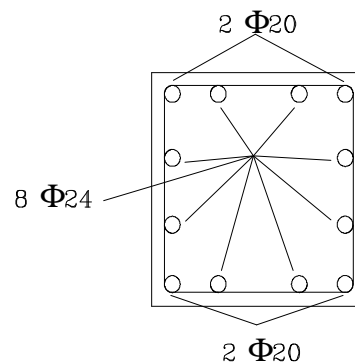
$$\mu \rho = 1.0$$

$$\mu = \frac{f_y}{\phi_c \cdot f_c} = 32.86$$

$$\rho = 0.03$$

$$A_{st} = \rho \cdot A_g = 0.03(400)^2 = 4800 \text{ mm}^2$$

$$\text{use } 4\bar{\Phi}20 + 8\Phi24 : A_s = 4880 \text{ mm}^2$$



کنترل به روش برسلر

۱- تعیین P_{r_x}

$$\frac{e_x}{h} = \frac{69.3}{400} = 0.17$$

$$\mu\rho = ?$$

$$\rho = \frac{4880}{400^2} = 0.031$$

$$\mu\rho = 32.86(0.031) = 1.0$$

$$\gamma = \frac{h - 2d'}{h} = \frac{400 - 2(60)}{400} = 0.7$$

$$\frac{P_{r_x}}{\phi_c f_c b h} = 1.052$$

$$P_{r_x} = 2121 \text{ KN}$$

۲- تعیین P_{r_y}

$$P_{r_y} = ?$$

$$\frac{e_y}{h} = \frac{60.5}{400} = 0.15$$

$$\mu\rho = 1.0$$

$$\gamma = \frac{h - 2d'}{h} = \frac{400 - 2(60)}{400} = 0.7$$

$$\frac{P_{r_y}}{\phi_c \cdot f_c \cdot b \cdot h} = 1.13$$

$$P_{r_y} = 2278 \text{ KN}$$

۳- تعیین P_{r_o}

$$P_{r_o} = 0.8[0.85(0.6)(21)(16 \times 10^4 - 4880) + 0.85(414)4880] \times 10^{-3}$$

$$P_{r_o} = 3379 \text{ KN}$$

۴- تعیین P_r

$$\frac{1}{P_r} = \frac{1}{P_{r_x}} + \frac{1}{P_{r_y}} - \frac{1}{P_{r_o}}$$

$$\frac{1}{P_r} = \frac{1}{2121} + \frac{1}{2278} - \frac{1}{3379}$$

$$P_r = 1627 \text{ KN} > P_u = 1602 \text{ KN}$$

7

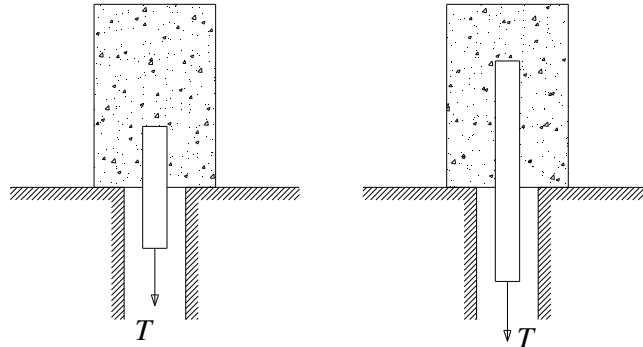
فصل هفتم:

طول مهاری و مهار میلگردها

- چسبندگی بین بتن و فولاد
- چسبندگی مهاری
- چسبندگی خمشی
- طول مهاری (گیرایی) برای میلگردها
- الف) طول گیرایی مستقیم در کشش
- ب) طول گیرایی مستقیم میلگردهای فشاری
- طول گیرایی برای گروه میلگردها
- طول گیرایی برای میلگردهای قلاب دار در کشش
- قطع میلگرد
- دستور العملهای آئین نامه آبا در خصوص قطع میلگرد:
- وصله میلگردها
- طول پوشش در وصله های کششی
- طول پوشش در وصله های فشاری

چسبندگی بین بتن و فولاد

برای تعیین میزان چسبندگی بین بتن و فولاد مطابق شکل از دو میلگرد که در نمونه بتنی با طولهای متفاوت قرار گرفته و بتن آن به حد مقاومت 28 روزه رسیده است استفاده می کنند. به این منظور تا زمانی که سطوح میلگرد در مجاورت بتن لغزش کرده و میلگردها از داخل نمونه ها به بیرون بیاید میلگرد ها تحت کشش قرار می گیرند. همانطور که معلوم است میلگردهای که دارای سطح تماس بیشتر با بتن (طول فرو رفته بیشتر) می باشد در مدت زمان دیرتر و با تحمل نیروی بیشتر مقاومت می کند.



نکته 1: عوامل ایجاد چسبندگی بین بتن و فولاد را می توان به صورت زیر خلاصه کرد:

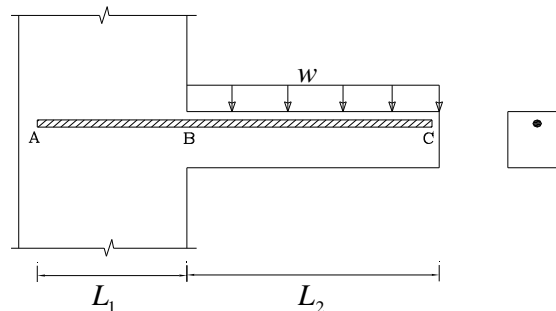
- 1) نفوذ ذرات کریستالی سیمان سخت شده در خلل و فرج سطح فولاد
- 2) اصطکاک بین فولاد و بتن

نکته 2: بطور کلی کنترل دو نوع چسبندگی بین بتن و میلگرد در یک قطعه بتن آرمه مورد نظر می باشد که عبارتند از:

- 1) چسبندگی مهاري: کنترل این نوع چسبندگی جهت اطمینان از خوب درگیر بودن انتهای میلگردها در بتن می باشد.
- 2) چسبندگی خمشی: کنترل آن جهت اطمینان از کار کردن فولاد و بتن در تمام مقاطع، در طول عضو بتنی است.

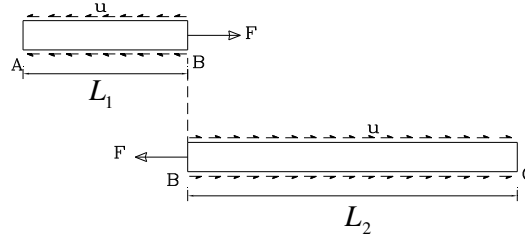
چسبندگی مهاري

چسبندگی مهاري مربوط به چسبندگی انتهای میلگرد در بتن می باشد. به همین جهت انتهای یک تیر طره بتن آرمه را در محل اتصال به ستون، مطابق شکل در نظر می گیریم و چسبندگی موجود بین بتن و میلگرد را بررسی می کنیم.



لنگر موجود در نقطه B (مقطع بحرانی برای خمش) به صورت نیروی کششی در میلگرد فوقانی ظاهر می گردد و در اثر نیروی کششی فوق تنشهای برشی در سطح تماس فولاد و بتن ایجاد می گردد که به آن تنش چسبندگی u گویند.

با افزایش میزان بار و لنگر، شدت تنشهای ایجاد شده نیز افزایش می یابد. اما این تنشها تا میزان مشخصی توسط بتن قابل تحمل می باشند که به آن تنش چسبندگی نهایی u_u گویند که از آن به بعد میلگرد در داخل بتن شروع به لغزش می کند.



وضعیت تنشها (جهت تنشها) در دو طرف مقطع بحرانی یعنی نقطه B با یکدیگر متفاوت می باشد و با توجه به طول بحرانی (کمتر) AB و رسم دیاگرام پیکره آزاد طول AB و نوشتن روابط تعادل داریم:

$$F = u \cdot (\pi \cdot d_b \cdot L_1)$$

F : نیروی کششی بوجود آمده در فولاد

f_s : تنش کششی بوجود آمده در فولاد

$$F = \frac{\pi \cdot d_b^2}{4} \cdot f_s$$

از آنجایی که میزان تنش چسبندگی بوجود آمده در سطح فولاد متغیر بوده و قابل اندازه گیری نیست با برابر قرار دادن دو رابطه بالا با مشخص بودن مقدار f_s می توان مقدار متوسطی برای آن بدست آورد.

$$\frac{\pi \cdot d_b^2}{4} \cdot f_s = u \cdot (\pi \cdot d_b \cdot L_1)$$

$$u = \frac{f_s \cdot d_b}{4 \cdot L_1}$$

و چون حداکثر تنشی که فولاد می تواند تحمل کند به f_y و حداکثر تنش چسبندگی بین بتن و فولاد به چسبندگی نهایی یا u_u در آستانه سر خوردن میلگرد محدود می گردد، لذا می توان حداقل طول لازم برای مهار انتهای یک میلگرد را به صورت زیر بدست آورد بطوری که درست در زمان تسلیم فولاد، سر خوردن میلگرد در داخل بتن نیز صورت پذیرد.

$$L_d = \frac{f_y \cdot d_b}{4u_u}$$

در رابطه فوق:

u_u : تنش چسبندگی نهایی در آستانه سر خوردن میلگرد N/mm^2

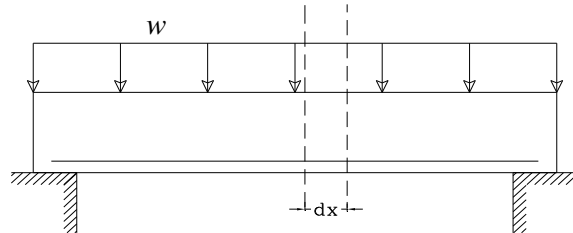
d_b : قطر میلگرد mm

L_d : حداقل طول مهاری برای جلوگیری از سر خوردن mm

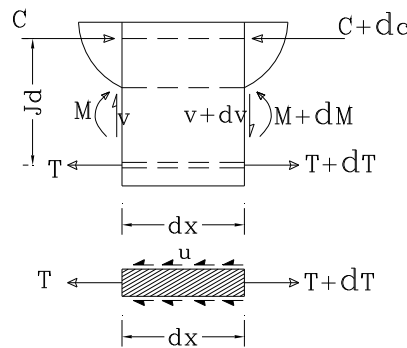
f_y : تنش تسلیم فولاد N/mm^2

چسبندگی خمشی

چسبندگی خمشی مربوط به درگیری کامل فولاد و بتن و کفایت سطح تماس آنها در طول قطعه بتن آرمه می باشد بنابراین با در نظر گرفتن قسمتی از یک تیر ساده بتن آرمه تحت خمش و تعیین تنشهای بوجود آمده در آن پس از ایجاد ترک خوردگی وضعیت چسبندگی بین بتن و فولاد را بررسی می کنیم.



اگر طول کوچکی از تیر فوق یعنی dx را در نظر بگیریم با استفاده از روابط موجود در مقاومت مصالح می توان نیروهای داخلی در دو طرف مقطع را پس از ایجاد ترک به صورت زیر در نظر گرفت.



همانطور که در شکل دیده می شود لنگر خمشی موجود در هر مقطع توسط نیروی کششی در میلگرد T یا $T + dT$ و نیروی فشاری در بتن c یا $c + dc$ تحمل می گردد.

$$T = \frac{M}{Jd}$$

$$T + dT = \frac{M + dM}{Jd} \Rightarrow dT = \frac{dM}{Jd}$$

با نوشتن رابطه تعادل قطعه میلگرد در فاصله dx داریم:

$$dT = u \cdot \sum O \cdot dx$$

$\sum O =$ مجموع محیط تمام فولادهای کششی مقطع

$$\frac{dM}{Jd} = dT = u \cdot \sum O \cdot dx \Rightarrow \frac{dM}{dx} = V = u \cdot \sum O \cdot Jd$$

$$u = \frac{V}{\sum O \cdot Jd}$$

از رابطه بدست آمده زیر برای تنش چسبندگی خمشی می توان گفت:

$$u = \frac{V}{\sum O.Jd}$$

نکته 1: تنش چسبندگی خمشی متناسب با تنش فولاد نیست و تابعی از نیروی برشی مقطع است. لذا تنش چسبندگی در دو انتهای تیر و نقاط عطف که مقدار نیروی برشی زیاد است بیشتر می باشد.
نکته 2: تنش چسبندگی خمشی معیار مناسبی را برای تعیین ضریب اطمینان در مقابل گسیختگی و چسبندگی به دلایل زیر نمی دهد.

1. در نواحی لنگر خمشی کم مقطع بتن ترک نخورده می باشد و رابطه فوق بیش از حد واقعی خواهد بود
2. در ناحیه لنگر خمشی زیاد برش ناچیز است و تنش چسبندگی مطابق رابطه کم است ولی در محل ترک چون فولاد تنش زیادی را تحمل می کند تنش چسبندگی احتمالاً زیاد می باشد.
3. در مجاورت ترک مایل برشی تنش چسبندگی موضعی زیاد است و به علت عمل شاخه ای میلگرد طولی عامل فوق به عواملی که باعث شکافته شدن بتن اطراف میلگرد می شوند اضافه می گردد.
4. در محل قطع میلگردهای کششی تنش چسبندگی به طور ناگهانی زیاد می شود.

توجه: آیین نامه بتن ایران کنترل چسبندگی خمشی را حذف و فقط کنترل مهاری میلگرد را در نظر می گیرد و یا به عبارتی فرض می کند تا زمانی که میلگرد در داخل بتن نلغزد پایداری سازه به خطر نمی افتد.

طول مهاری (گیرایی) برای میلگردها

مطابق روابط قبل حداقل طول لازم برای مهار یک میلگرد برابر است با:

$$L_d = \frac{f_y \cdot d_b}{4u_u}$$

به جای اختیار نمودن مقدار مناسب برای u_u آیین نامه آبا روابط زیر را برای تعیین طول مهاری میلگردهای آجدار معرفی می نماید.

الف) طول گیرایی مستقیم در کشش

$$L_d = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot L_{db}$$

L_{db} : طول گیرایی مبنای میلگرد بر حسب mm

K_1 : برای میلگردهایی که حداقل 300 میلیمتر بتن در زیر آنها باشند برابر 1.3 و در سایر موارد برابر 1 است.
 K_2 : برای میلگردهایی که با ماده اپوکسی (رزین) پوشانده و در آنها ضخامت پوششی بتنی روی میلگرد کمتر از $3d_b$ و فاصله آزاد میلگردها کمتر از $6d_b$ باشند برابر 1.5 و در سایر موارد برابر 1.2 است. (اگر بدون اندود بود، $K_2=1$)

نکته: حاصلضرب $K_1 \cdot K_2$ لازم نیست از 1.7 بیشتر در نظر گرفته شود.
 K_3 : ضریب نسبت سطح مقطع میلگرد لازم به سطح مقطع میلگرد بکار رفته در مقطع. که در جهت اطمینان می توان 1 در نظر گرفت.

$$K_3 = \frac{\text{سطح مقطع لازم میلگرد}}{\text{سطح مقطع میلگرد بکار رفته}}$$

L_{db} : طول گیرای مبنای میلگرد mm

$$L_{db} = \frac{d_b \cdot f_y}{4f_b} \geq 300mm$$

d_b : قطر میلگرد mm

f_b : مقاومت پیوستگی بتن (N/mm^2)

$$f_b = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot f_{bd}$$

$$f_{bd} = 0.65 \sqrt{f_c}$$

* λ_1 ضریب قطر میلگرد است که به صورت زیر تعیین می شود:

• برای میلگردهای با قطر کوچکتر مساوی 20mm: $\lambda_1 = 1$

• برای میلگردهای با قطر بزرگتر از 20mm: $\lambda_1 = 0.8$

* ضریب λ_2 ضریب فاصله ی میلگرد است که با توجه به مقدار پوشش بتن روی میلگردها و فاصله آنها

از یکدیگر به شرح زیر اختیار می گردد:

(الف) در تیرها و ستونها:

در مواردی که پوشش بتن روی میلگردها بیشتر از d_b باشد، و فاصله ی آزاد میلگردهایی که در یک محل قطع و یا وصله می شوند از یکدیگر مساوی و یا بیشتر از d_b بوده و یا در طول گیرایی خاموت گذاری شده باشد، $\lambda_2 = 0.85$ و در سایر موارد $\lambda_2 = 0.6$.

(ب) در دالها و سایر قطعات

در مواردی که پوشش بتن روی میلگردها بیشتر از d_b بوده و فاصله داخل به داخل میلگردهایی که در یک محل مهار و یا وصله می شوند از یکدیگر مساوی یا بیشتر از $2d_b$ باشند، $\lambda_2 = 0.85$ و در سایر موارد $\lambda_2 = 0.6$.

(ب) طول گیرایی مستقیم میلگردهای فشاری

طول گیرایی برای میلگرد های مستقیم که در فشار قرار می گیرند برابر است با:

$$L_{dc} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot L_{dcb}$$

$$L_{dcb} = \frac{d_b \cdot f_y}{4f_{bc}}$$

$$f_{bc} = 1.5 f_{bd} = 1.5 (0.65 \sqrt{f_c}) = 0.98 \sqrt{f_c} \leq 6.5 MPa$$

L_{dcb} : طول گیرایی مبنا در فشار mm

α_1 : نسبت سطح مقطع میلگرد لازم به سطح مقطع میلگرد بکار رفته

$$\alpha_1 = \frac{\text{سطح مقطع میلگرد لازم}}{\text{سطح مقطع میلگرد بکار رفته}}$$

α_2 : در کلیه موارد برابر 1 است مگر آنکه میلگردها در طول گیرایی با دورپیچ به قطر حداقل $6mm$ و گام حداکثر $100mm$ و یا با خاموت به قطر $12mm$ و فاصله حداکثر $100mm$ از یکدیگر، مطابق ضوابط خاموت گذاری در قطعات فشاری محصور شده باشد که در این حالت ضریب α_2 را می توان 0.75 منظور نمود.

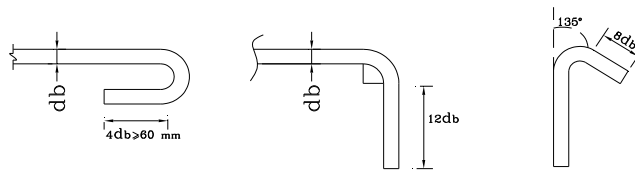
طول گیرایی برای گروه میلگردها

گروه میلگرد یا دسته میلگرد از جمع و دسته کردن چندین میلگرد در کنار هم بوجود می آید و در یک گروه میلگرد باید نکات زیر رعایت گردد:

- نکته 1: از دسته کردن بیش از 4 میلگرد باید خودداری نمود
- نکته 2: در تیرها توصیه می شود که میلگردهای مساوی یا بزرگتر از $\Phi 36$ را با هم دسته نکرد.
- نکته 3: در صورت استفاده از میلگردهای گروهی، طول گیرایی (چه در کشش و یا فشار) میلگردهای دسته شده برابر است با طول گیرایی یک میلگرد ضربدر 1/2 برای گروه میلگرد 3 تایی و یا ضربدر 1/33 برای گروه میلگرد 4 تایی.
- نکته 4: برای تعیین طول گیرایی یک میلگرد در گروه میلگردها ضرایب λ_1, λ_2 در رابطه $f_b = \lambda_1 \lambda_2 f_{bd}$ باید بر اساس قطر میلگرد فرضی با مقطع معادل گروه میلگردها اختیار شوند.

طول گیرایی برای میلگردهای قلاب دار در کشش

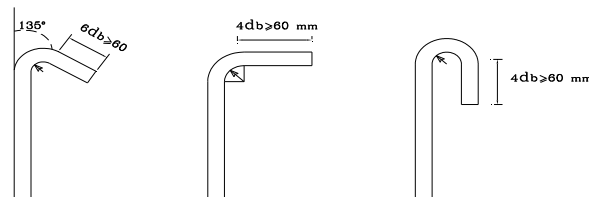
در مواردی که نتوان مهار لازم برای فولادهای کششی را به وسیله طول گیرایی مستقیم تامین نمود، انتهای میلگردها را می توان خم نموده و بصورت قلاب در آورد.



حداقل شعاع داخلی خم قلابها در شکلهای فوق برابر است با:

نوع فولاد		قطر میلگردها
<400	<300	کمتر از 28mm
3db	2.5db	
4db	3db	28 تا 36mm

در خصوص خاموتها مشخصات قلابها بصورت زیر می باشد.



حداقل شعاع داخلی خم برای خاموتها با قطر کوچکتر از 16 mm برابر است با

$$r=2d_b \quad < 300$$

$$r=2d_b \quad < 400$$

طول گیرایی میلگرد قلابدار برابر است با

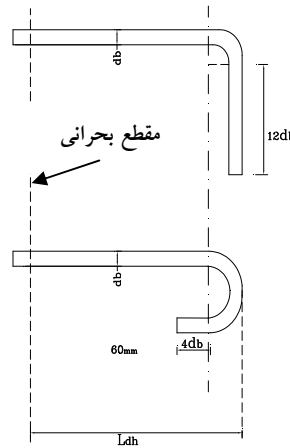
$$L_{dh} = \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \beta_3 \cdot L_{dhb} \geq (8d_b, 150 \text{ mm})$$

L_{dhb} : طول گیرایی مبنای میلگرد قلاب دار

$$L_{dhb} = \frac{d_b \cdot f_y}{4f_b}$$

$$f_b = \sqrt{f_c}$$

f_b : مقاومت پیوستگی بتن



β_1 در کلیه موارد برابر 1 مگر آنکه پوشش بتنی روی قلاب در امتداد عمود بر صفحه قلاب در قلابهای 180 درجه و 90

درجه بیش از 65 و پوشش در صفحه ی قلاب 90 درجه، 50 میلیمتر باشند که در اینصورت $\beta_1 = 0.7$

β_2 در کلیه موارد $\beta_2 = 1$ مگر در مواردیکه در طول گیرایی با خاموتهایی با فاصله کمتر از $3d_b$ از یکدیگر محصور

شده باشد که در آن صورت $\beta_2 = 0.8$

$$\beta_3 = \frac{\text{سطح مقطع میلگرد لازم}}{\text{سطح مقطع میلگرد بکاررفته}}$$

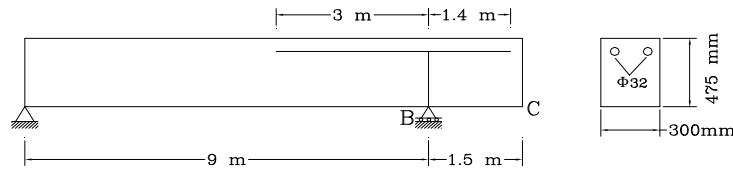
نکته 1: برای میلگردهایی که به وسیله قلاب در انتهای غیر ممتد اعضا مهار شوند (مانند اتصال تیر به ستون کناری) بطوریکه ضخامت قشر بتن جانبی و نیز ضخامت قشر بتن فوقانی (یا تحتانی) روی قلاب کمتر از 65mm باشد، میلگرد منتهی به قلاب باید در داخل خاموت هایی که در سراسر طول گیرایی و با فاصله کمتر از $3d_b$ از یکدیگر قرار دارند، محصور شوند. در

این حالت $\beta_2 = 1$

نکته 2: اثر قلاب ها برای مهار میلگردهای تحت فشار موثر نیست.

مثال:

محاسبات نشان می دهد که سطح مقطع مورد نیاز برای فولادهای فوقانی تیر در تکیه گاه B معادل 1575 mm^2 می باشد.
 الف) در صورتیکه دو میلگرد $\Phi 32$ انتخاب شود، آیا ضوابط طول گیرایی طبق آئین نامه آیا رعایت می شوند؟
 ب) در صورتیکه طول مهاری کافی در دهانه BC رعایت نگردد ماکزیمم قطر مجاز را در صورتی که از قلاب استاندارد استفاده نگردد تعیین کنید.



$$f_y = 420 \text{ N/mm}^2$$

$$f_c = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$A_s = 1608$$

حل:

$$L_d = K_1 K_2 K_3 L_{db}$$

$$K_1 = 1.3$$

$$K_2 = 1$$

$$K_3 = \frac{1575}{1608} = 0.98$$

$$K_1 K_2 = 1.3(1) < 1.7$$

$$L_d (1.3)(1)(0.98) L_{db} = 1.27 L_{db}$$

$$L_{db} = \frac{d_b \cdot f_y}{4 f_b} \geq 300$$

$$f_b = \lambda_1 \lambda_2 f_{bd}, \quad f_{bd} = 0.65 \sqrt{25} = 3.25$$

$$\lambda_1 = 0.8 \quad \lambda_2 = 0.85$$

$$f_b = 3.25 \times 0.8 \times 0.85 = 2.21$$

$$L_{db} = \frac{32(420)}{4(2.21)} = 1520 \text{ mm}$$

$$L_d = 1.27 L_{db} = 1930 \text{ mm} > 1400$$

مطلوب نیست.

(ب)

$$L_d = 1400 \text{ mm}$$

$$K_3 = 1$$

$$L_d = (1.3)(1) L_{db} \Rightarrow L_{db} = 1077 \text{ mm}$$

$$L_{db} = \frac{d_b f_y}{4 f_b}$$

$$f_b = \lambda_1 \lambda_2 f_{bd} \Rightarrow f_b = 2.21 \text{ N/mm}^2$$

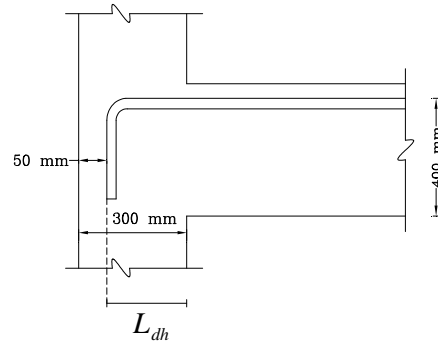
$$L_{db} = \frac{db(420)}{4(2.21)} \Rightarrow db = 22.7 \Rightarrow \text{use } \phi 24$$

مثال:

آیا میلگرد $\bar{\Phi}16$ نشان داده شده در تصویر یا قلاب استاندارد 90° بطور ایمنی مهار شده است؟
* پوشش بتنی روی قلاب عمود بر صفحه قلاب 65mm می باشد.

$$f_c = 25 \text{ N/mm}$$

$$f_y = 420 \text{ N/mm}$$



$$\beta_3 = \frac{A_{s \text{ required}}}{A_{s \text{ existing}}} = 0.9$$

حل:

طول گیرایی موجود $300 - 50 = 250 \text{ mm}$

$$L_{dh} = \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \beta_3 \cdot L_{dhb} \geq 8d_b = 8 \times 16 = 128 \quad \text{or} \quad 150 \text{ mm}$$

$$\beta_1 = 0.7$$

$$\beta_2 = 1$$

$$\beta_3 = 0.9$$

$$f_b = \sqrt{f_c} = \sqrt{25} = 5$$

$$L_{dhb} = \frac{d_b \cdot f_y}{4 f_b} = \frac{16(420)}{4(5)} = 336 \text{ mm}$$

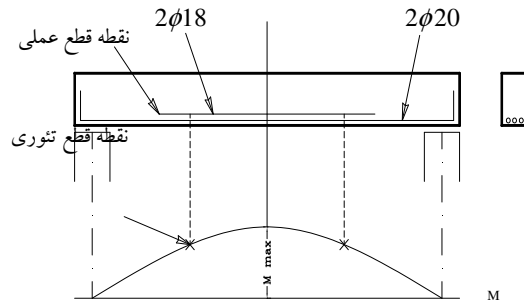
$$L_{dh} = 0.7(1)(0.9)(336) = 212 \text{ mm} < 250 \text{ mm}$$

طول گیرایی قلاب به اندازه 250 mm کافی می باشد.

قطع میلگرد

نقطه قطع تنوری: نقطه ای که بعد از آن، با توجه منحنی ممان خمشی، نیازی به میلگردهایی که می خواهیم قطع نمایم نیست.

نقطه قطع عملی: نقطه ای که عملاً میلگردهای مورد نظر قطع می گردند.



دستور العملهای آئین نامه آبا در خصوص قطع میلگرد:

الف. دستور العملهای کلی برای میلگردهای خمشی مثبت و منفی

- 1) نقطه قطع عملی میلگردها، باید در فاصله $12d_b$ و یا d (هر کدام بیشتر است) فراتر از نقطه تنوری قرار گیرد.
- 2) در مقاطعی که ممان خمشی در آنها ماکزیمم است و یا قسمتی از میلگردها قطع می شوند، باید حداقل طول مهاری در دو طرف این مقاطع تامین گردد.
- 3) میلگردهای کششی نباید در منطقه کششی قطع شوند مگر اینکه یکی از شرایط زیر صادق باشند:
 - مقدار میلگردهایی که ادامه پیدا می کند سطح مقطعی دو برابر سطح مقطع لازم برای خمش در محل قطع باشد و نیروی برشی مقاوم مقطع V_r در محل قطع میلگرد به اندازه حداقل 25٪ بیشتر از نیروی برشی موجود در مقطع باشد.
 - نیروی برشی مقاوم V_r در محل قطع میلگرد به اندازه حداقل 33٪ بیشتر از نیروی برشی نهائی در مقطع V_u باشد.
 - خاموتهای اضافی در فاصله ای برابر $\frac{3}{4}$ ارتفاع موثر $\left(\frac{3}{4}d\right)$ از محل قطع عملی میلگردها علاوه بر خاموتهای لازم برای برش و پیچش، در جهت افزایش ممان خمشی قرار گیرد. سطح مقطع خاموتهای اضافی برابر است با:

$$A_v = 0.42b_w \frac{S}{f_y}$$

$$S \leq \frac{d}{8\beta_b}$$

$$\beta_b = \frac{\text{سطح مقطع میلگردهای قطع شده}}{\text{سطح مقطع کل میلگردها}}$$

ب. دستورالعملهای خاص برای میلگردهای خمشی مثبت

- 1) در تیرهای ساده ممان در نزدیکی تکیه گاهها ناچیز است و از نظر تئوری نیاز به میلگرد نیست. با این حال آئین نامه مقرر می دارد حداقل $\frac{1}{3}$ میلگردهای حداکثر تا روی تکیه گاه ادامه داده شود و این میلگردها باید حداقل به اندازه 15 سانتیمتر بداخل تکیه گاه برده شوند. در مورد تیرهای یکسره به میزان $\frac{1}{4}$ میلگردهای حداکثر تا روی تکیه گاهها ادامه داده و حداقل به اندازه 15 سانتیمتر داخل تکیه گاه شوند.
- 2) در نقاط نیروی برشی زیاد و ممان خمشی کم (در تکیه گاههای ساده، در محل نقطه عطف تیرهای سراسری) لازم است تنشهای چسبندگی خمشی کنترل شود که این امر با تحقیق رابطه زیر انجام می شود:

$$L_d \leq \frac{M_r}{V_u} + L_a \quad (a)$$

تکته 1: رابطه بالا محدود نمودن قطر میلگردهای طولی را در بر دارد.

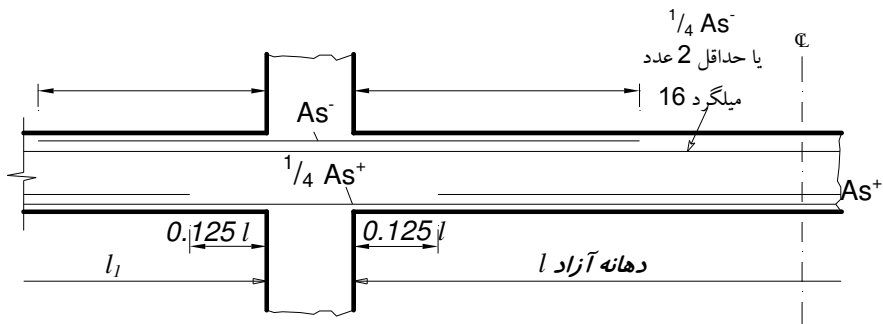
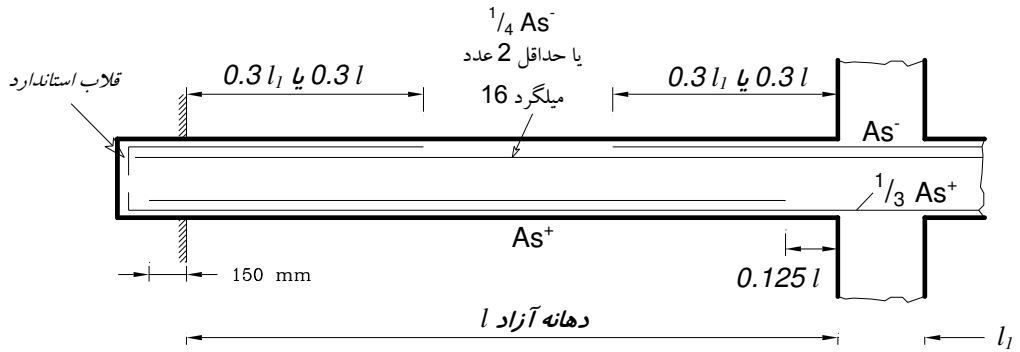
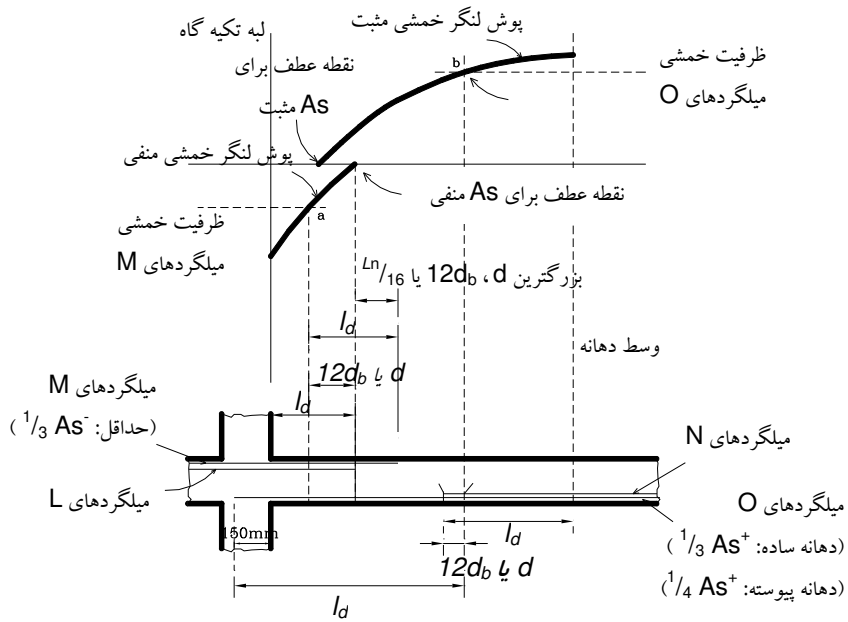
تکته 2: در صورتیکه تکیه گاه ساده فشاری باشد مقدار $\frac{M_r}{V_u}$ را می توان به اندازه 30٪ افزایش داد.

$$L_d \leq 1.3 \frac{M_r}{V_u} + L_a \quad (b)$$

تکته 2: در تکیه گاههای ساده در صورتیکه از قلاب استاندارد بعد از محور تکیه گاه استفاده شود نیازی به کنترل رابطه بالا (رابطه a یا b) نمی باشد.

ج. دستورالعملهای خاص میلگردهای خمشی منفی

- 1) میلگردهای منفی باید حداقل به اندازه طولی برابر d یا $12d_b$ فراتر از نقطه ای که مورد نیاز نیستند ادامه داده شوند.
- 2) حداقل به اندازه $\frac{1}{3}$ از میلگردهای منفی باید به اندازه طولی برابر d و $12d_b$ و $\frac{L_n}{16}$ (فاصله آزاد دهانه) از محل نقطه عطف بداخل تیر فراتر روند.

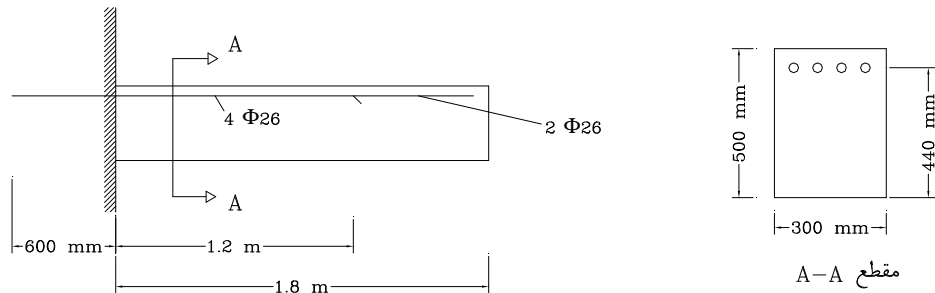


مثال:

بر تیر کنسول نشان داده شده در شکل، بار یکنواخت (بدون ضریب) مرده 26.5 KN/m و بار زنده (بدون ضریب) 31 KN/m وارد می شود کفایت میلگردهای انتخابی را کنترل نمایید. ضمناً کفایت طول فرورفته در دیوار را نیز کنترل نمایید.

$$f_c = 21 \text{ N/mm}^2$$

$$f_y = 280 \text{ N/mm}^2$$



حل:

$$w_u = 1.25w_{DL} + 1.5w_{LL}$$

$$w_u = 1.25(26.5) + 1.5(31)$$

$$w_u = 80 \text{ KN/m}$$

$$M_u = \frac{1}{2}(80)(1.8)^2 = 129.6 \text{ KN.m}$$

محاسبه ظرفیت خمشی مقطع بتنی با دو میلگرد 26

$$A_s = 2 \times 530.9 = 1061.9 \text{ mm}^2$$

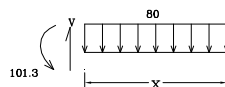
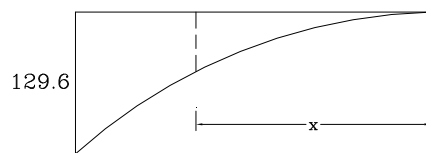
$$M_r = A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$M_r = A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(d - 0.5 \frac{A_s}{b} \cdot \frac{f_{yd}}{0.85 f_{cd}}\right)$$

$$M_r = 1061.9(0.85 \times 280) \times \left[440 - 0.5 \frac{1061.9}{300} \frac{0.85 \times 280}{0.85 \times (0.6)(21)}\right] = 101.3 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$M_r = 101.3 \text{ KN.m}$$

دیاگرام ممان خمشی



$$X = 1.59 \text{ m}$$

$$0.21m + \begin{cases} d = 0.44 \\ 12d_b = 0.312 \end{cases} = 0.65$$

تعیین طول گیرایی برای میلگرد $\Phi 26$

$$L_d = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot L_{db}$$

$$K_1 = 1.3 \quad K_2 = 1 \quad K_3 = 1$$

$$L_{db} = \frac{d_b \cdot f_y}{4f_b}$$

$$f_b = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot f_{bd}$$

$$f_{bd} = 0.65 \sqrt{f_c} = 0.65 \sqrt{21} = 2.98 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_1 = 0.8$$

$$\lambda_2 = 0.85$$

$$f_b = 2.03$$

$$L_{db} = \frac{26(280)}{4(2.03)} = 896.6 \text{ mm}$$

$$L_d = (1.3)(1)(1)(896.6) = 1116 \text{ mm}$$

$$L_{d \text{ لازم}} = 1.116 \text{ m}$$

$$L_{d \text{ موجود}} = 1.2 \text{ m} > 1.116 \text{ m}$$

$$L_{d \text{ موجود}} = 0.6 \text{ m}$$

$$L_{d \text{ لازم}} = 1.116 \text{ m}$$

$$L_{d \text{ موجود}} < L_{d \text{ لازم}}$$

کافی نیست!

حداقل طول لازم برای طول گیرایی مستقیم $1/116$ متر می باشد. در صورتی که این طول مهاری امکان پذیر نباشد می بایستی از قلاب استفاده نمود.

$$L_{dh} = \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \beta_3 \cdot L_{dhh} \geq 8d_b = 208$$

$$\beta_1 = 1$$

$$\beta_2 = 1$$

$$\beta_3 = 1$$

$$L_{dhh} = \frac{d_b \cdot f_y}{4f_b} \quad f_b = \sqrt{f_c} = \sqrt{21} = 4.58 \text{ N/mm}^2$$

$$L_{dhh} = \frac{26(280)}{4(4.58)} = 397 \text{ mm}$$

$$L_{dh} = L_{dhh} = 397 \text{ mm} \approx 0.4 \text{ m}$$

$$L_{d \text{ موجود}} = 0.6 \text{ m} > 0.4 \text{ m}$$

وصله میلگردها

بدلیل محدودیت در طول میلگردها (12 متر هر شاخه) گاهی اوقات نیاز است دو میلگرد را بهم متصل نمود. که این عمل را وصله کردن میلگردها بهم گویند.

وصله میلگردها به روشهای زیر صورت می گیرد:

(1) بوسیله جوش

الف. جوش نوک به نوک که در کارخانه قابل اجرا می باشد.

ب. جوش با پهلوی هم قرار دادن طولی از میلگردها و جوش دادن کامل آنها بهم

نکته: جوش باید به اندازه های باشد که وصله بتواند نیرویی برابر $1.25f_y$ را تحمل کند

(2) بوسیله پوشش میلگردها: (که در عمل بیشتر متداول است)

نکته 1: طول L_s (طول پوشش یا طولی که دو میلگرد روی هم باید قرار گیرند) باید به اندازه باشد که در آن فولاد بتواند نیروی خود را ابتدا به بتن و سپس از بتن به فولاد بعدی منتقل نماید.

نکته 2: حداقل طول لازم برای پوشش برابر است با طول مهار L_d البته بدلیل وجود تمرکز تنش در اطراف دو میله لازم است طول پوشش L_s کمی بیشتر از L_d اختیار شود.

نکته 3: وصله پوششی برای میلگردها تا قطر کمتر از 36 میلیمتر مجاز است و برای میلگردهای با قطر بزرگتر، از روش جوش استفاده می گردد.

طول پوشش در وصله های کششی

اعضای خمشی و یا تحت توام خمش و فشار

بطور کلی وصله ها نباید در ناحیه ای که ممان خمشی ماکزیمم است قرار داده شوند، در صورت اجبار، بهتر است:

- همه میلگردها در یک مقطع قطع نگردد.
- وصله میگردها در طول پراکنده باشند

نکته 1: در صورت برقراری همزمان دو شرط زیر طول پوشش را می توان به اندازه طول مهار در نظر گرفت.

(1) مقدار آرماتور موجود در مقطع در ناحیه طول پوششی حداقل به اندازه دو برابر مقدار مورد نیاز باشد.

(2) حداکثر نصف آرماتور موجود در مقطع در ناحیه طول پوششی وصله شوند.

نکته 2: طول پوشش در وصله های کششی نباید از 30cm کمتر باشد.

نکته 3: در عمل معمولاً طول پوشش را بیشتر از 40 برابر قطر میلگرد می گیرند.

نکته 4: برای میلگردهای گروهی، طول وصله برابر است با طول لازم برای تک تک میلگردهای گروهی که برای گروه سه تایی به اندازه 20% و برای گروه چهار تایی به اندازه 33% افزایش داده می شود.

نکته 5: میلگردهای گروه شده صرفاً بوسیله وصله نمودن هر یک از میلگردهای تکی در طولی از گروه، وصله پوششی می شوند و در واقع دو گروه میلگرد را نباید بصورت میلگردهای تکی وصله پوششی نمود.

طول پوشش در وصله های فشاری

طول وصله برای میلگردهای با $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$ و کمتر

$$L_s = 0.07 f_y d_b$$

و برای میلگردهای با مقاومت بالاتر $f_y > 400 \text{ N/mm}^2$

$$L_s = (0.13 f_y - 24) d_b$$

نکته 1: طول پوشش در هر حال نباید کمتر از 30cm باشد.

نکته 2: در شرایطی که میلگردهای فشاری با اندازه های مختلف وصله می شوند، طول وصله باید برابر بزرگترین یکی از دو مقدار زیر اختیار شود:

1. طول مهاری میلگرد بزرگتر.
2. طول وصله میلگرد کوچکتر.

ضوابط مربوط به وصله میلگردها در ستونها

وصله پوششی میلگردهایی که در فشار قرار دارند مشمول ضوابط مربوط به وصله در فشار و میلگردهای در کشش مشمول ضوابط مربوط به وصله در کشش می گردند.

نکته 1: برای میلگردهای کششی، در صورتیکه تنش موجود در آنها کمتر از $0.5 f_y$ و تعداد میلگردهایی که در طول ناحیه پوششی وصله می شوند کمتر از نصف میلگردهای کششی باشد، طول پوشش باید حداقل برابر L_d اختیار شود، در غیر این صورت باید حداقل $1.3 L_d$ اختیار شود.

نکته 2: در قطعات تحت فشار چنانچه در ناحیه وصله میلگرد عرضی با سطح مقطع بیشتر از $0.0015 h_s$ موجود باشد و میلگردهای عرضی بصورت تنگ باشد طول پوشش را می توان به اندازه 20٪ کاهش داد و یا به اندازه 25٪ کاهش داد اگر میلگرد عرضی بصورت دور پیچ باشد. بهر حال طول پوشش نباید از 30cm کمتر باشد.
توجه: در محاسبه سطح مقطع در رابطه بالا برای میلگرد عرضی (تنگ) تنها سطح مقطع شاخه های عمود بر امتداد h منظور می شود (h بعد مقطع).