هیدرولیک کانالهای باز

مدرس: دکتر حسن ساقی

اصل انرژی در کانالهای باز

مقدمه

از جمله مسایل مهمی که در بررسی و تحلیل کانالهای باز مورد مطالعه قرار می گیرد عبارت است از انرژی یا پتانسیلی کـه در روی یـک خـط جریـان از سـطح مقطـع بـر اساس میزان سرعت، عمق جریان و ارتفاع تا سطح مبنا وجود دارد.

کاربرد وسیع معادله انرژی در تحلیل مسایل کانالهای باز و از طرفی ضرورت تفسیر معادله در بسیاری از مواقع، استفاده از یـک مفهـوم قـراردادی تحـت عنـوان «انـرژی مخصوص» راا یجاب نموده که بدین طریق می توان با حذف یکی از عوامـل مـوثر در انرژی کل، تحلیل مسایل مربوطه را آسان تر نمود. از مسایل خاص مورد بررسی در کانالها عبارتند از تغییر ارتفاع کف یا تغییر عرض مقطع کانـال کـه در ایـن فـصل بـه مواردی از آنها اشاره می شود که خود مـی تواننـد در تحلیـل جریـان در تأسیـسات اندازه گیری دبی در کانالهای باز، طراحی بدیلها و در بررسی جریان در اطراف پلها و سرریزها مورد استفاده قرار گیرند.

با توجه به طبیعت مسایل مورد بررسی در این فـصل،از افـت انـرژی صـرفنظر شـده ولی هرگاه مقدار افت انرژی به روشهای تجربی یا نیمه تجربـی قابـل تعیـین باشـد از

اعتبار مفاهیم ارائه شده کاسته نخواهد شد. همچنین از آن جا که تشخیص مقطع بحرانی در مسیر جریان،تحلیل بسیاری از مسایل را میسر می سازد، محاسبات عمق بحرانی در کانالهای باز با هر سطح مقطع دلخواه نیز در این فصل آمده است.

۱-۲ معادله انرژی (Energy Equation)

مقدار انرژی موجود در هر مقطع جریان از یک کانال باز را می توان به شکل زیر بیان نمود:

$$H = d\cos\theta + \alpha\frac{V^2}{2g} + Z$$

$$H = y\cos^2\theta + \alpha\frac{V^2}{2g} + Z$$

و چنانچه جریان در کانال با شیب کم $(\theta < 6^0)$ برقرار باشد و $\alpha = 1$ فرض گردد، معادله به شکل ساده تر زیر تبدیل می گردد:

$$H = y + \frac{V^2}{2g} + Z$$

با استفاده از این روابط، معادله انرژی بین دو مقطع به صورت:

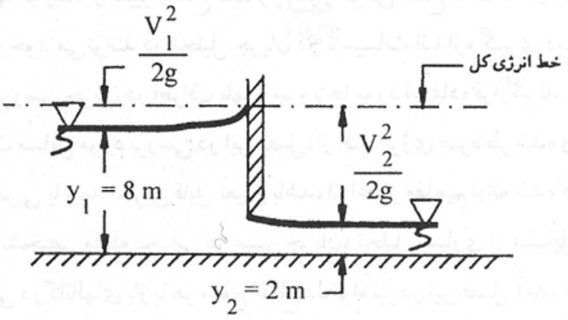
$$d_۱\cos\theta + \alpha_۱\frac{V_۱^۲}{۲g} + Z_۱ = d_۲\cos\theta + \alpha_۲\frac{V_۲^۲}{۲g} + Z_۲ + h_f$$

$$y_۱ + \frac{V_۱^۲}{۲g} + Z_۱ = y_۲ + \frac{V_۲^۲}{۲g} + Z_۲ + h_f$$

نوشته می شود که در صورت عدم وجود افت انرژی $(h_f = 0)$ خط انرژی کل، موازی سطح مبنا خواهد بود.

مثال ۲-۱

در یک کانال افقی مطابق شکل زیر، اعماق آب بفاصله کمی از دو طرف دریچه برابر 8m و 2m می باشند.چنانچه کانال مستطیلی با عرض 10m فرض گردد، مقدار جریانی را که از زیر دریچه عبور می کند، محاسبه کنید.($h_f=0$ و $g=10m/s^2$).



شکل ۲-۱

حل:

سطح مبنا را منطبق بر کف کانال فرض می کنیم، در این صورت:

$$Z_1 = Z_2 = 0$$

با فرض $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ و با استفاده از معادله ۲-۲ داریم:

$$۸ + \frac{V_۱^۲}{۲g} = ۲ + \frac{V_۲^۲}{۲g}$$

از طرفی داریم:

$$A_۱V_۱ = A_۲V_۲$$
$$۸ \times ۱۰ \times V_۱ = ۲ \times ۱۰ \times V_۲$$
$$V_۲ = ۴V_۱$$

با اعمال این رابطه در معادله انرژی خواهیم داشت:

$$۸ + \frac{V_۱^۲}{۲g} = ۲ + \frac{۱۶V_۱^۲}{۲g}$$
$$V_۱ = ۲{,}۸۳ \text{ m/s}$$
$$Q = V_۱A_۱ = ۲{,}۸۳ \times ۸۰ = ۲۲۶{,}۴ \text{ m}^۳\text{/s}$$

۲-۲ کاربردهایی از معادله انرژی

از جمله موارد کاربرد معادله انرژی تحلیل جریان در اثر تغییر ارتفاع کف کانال می باشد. چنانچه در کانالی با مقطع مستطیلی و عرض b جریان یکنواختی با دبی Q برقرار باشد و در مسیر کانال یک برآمدگی هموار با طول کوتاه و ارتفاع ثابت ΔZ در سرتاسر عرض ایجاد می گردد، در تحلیل جریان این سؤال مطرح خواهد شد که تغییرات سطح آب و یا عمق جریان در حین رسیدن به این مانع چگونه خواهد بود (شکل ۲-۲). با توجه به این که افت انرژی در مسیر کوتاه بین دو مقطع ۱ و ۲ وجود ندارد، معادله انرژی بین این دو مقطع با فرض شیب کم کانال و $\alpha = 1$ به صورت زیر نوشته می شود:

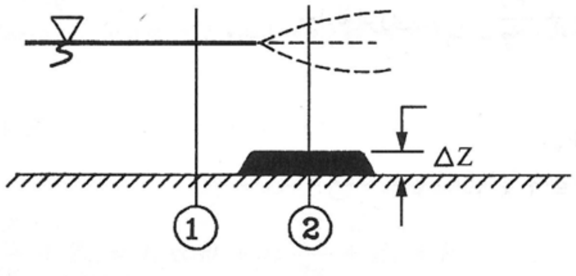
$$H_1 = H_2$$

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta Z$$

از طرفی با استفاده از رابطه پیوستگی داریم:

$$V_1 y_1 b_1 = V_2 y_2 b_2$$

$$V_1 y_1 = V_2 y_2 = q$$



شکل ۲-۲ برآمدگی در کف کانال

که در آن، q مقدار دبی عبوری در واحد عرض $(q=\frac{Q}{b})$ را نشان می دهد. از ترکیب دو معادله ۲-۳ و ۲-٤ رابطه زیر حاصل می گردد:

$$y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} + \Delta Z$$

همان گونه که مشخص است، با معلوم بودن y_1 , q و ΔZ سه جواب برای y_2 به دست خواهد آمد که یک جواب آن منفی و بدون اعتبار است، اما دو جواب مثبت دیگر می بایست از نظر فیزیکی تحلیل شوند. اضافه می نماید که در شرایطی ممکن است معادله ۲-۵ اصولاً جوابی در اختیار ما قرار ندهد.

به عنوان دومین کاربرد از معادله انرژی، می توان بررسی جریان در حالت تغییر عرض کانال را نام برد. چنانچه عرض یک کانال مستطیلی را که دبی ثابت Q در آن

جریان دارد. بتدریج تنگ تر کرده و از b_1 به b_2 تقلیل دهیم (شـکل ۲-۳). بـرای تعیـین عمق جریان در محل تنگنای موضعی می توان از معادلۀ انرژی به شکل زیـر اسـتفاده نمود.

$$H_1 = H_2$$

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

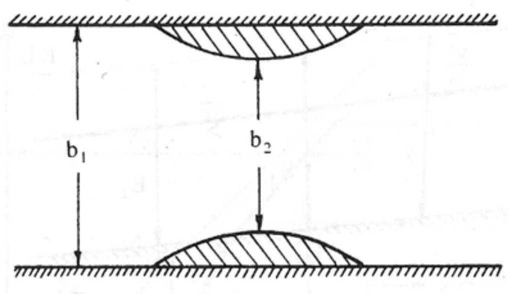
از طرفی:

$$q_1 = V_1 y_1 = \frac{Q}{b_1}$$

$$q_2 = V_2 y_2 = \frac{Q}{b_2}$$

$$y_1 + \frac{q_1^2}{2g y_1^2} = y_2 + \frac{q_2^2}{2g y_2^2}$$

در این حالت نیز با معلوم بودن q_1، q_2 و y_1، تعیین مقدار y_2 موکول به حل یک معادلۀ درجۀ سوم خواهد شد و بحث در این که ازنظر فیزیکی کدام جواب قابل قبول اسـت و با این که اصولاً معادلۀ مذکور جوابی دارد یا خیر، احتیاج به تفسیر بیشتری دارد.



شکل ۲-۳ پلان کانال مستطیلی با تنگ شدگی در عرض

انرژی مخصوص (Specific Energy)

در تفسیر فیزیکی مسایلی نظیر موارد فوق و به طور کلی برای ساده تر نمودن موضوع، Bakhmateff در سال ۱۹۱۲ مفهوم انرژی مخصوص را بیان نمود که راهنما و کلید مناسبی برای حل بسیاری از پدیده های هیدرولیکی می باشد. طبق تعریف، انرژی مخصوص (E) عبارت است انرژی در هر سطح مقطع در واحد وزن، زمانی که نسبت به کف کانال (به عنوان سطح مبنا) در نظر گرفته شود، یعنی:

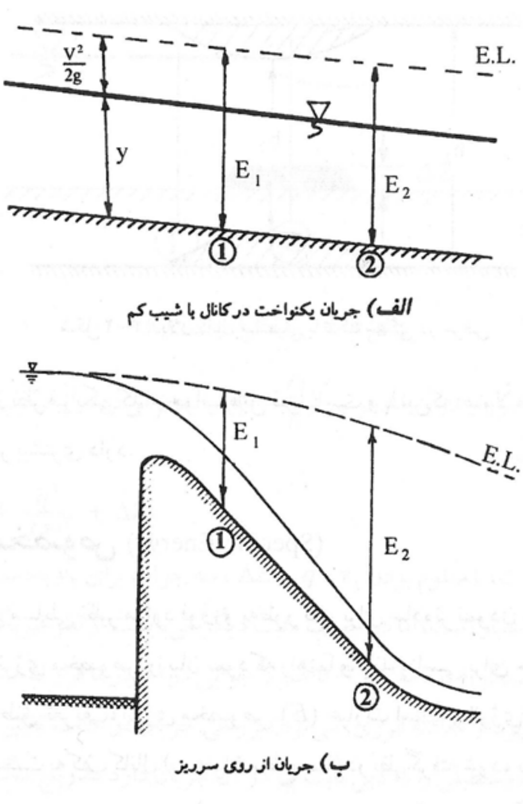
$$E = d\cos\theta + \alpha\frac{V^2}{2g}$$

$$E = y\cos^2\theta + \frac{\alpha V^2}{2g} = y\cos^2\theta + \frac{\alpha Q^2}{2gA^2}$$

به عبارت دیگر، انرژی مخصوص بیانگر فاصلهٔ خط انرژی تا کف کانال می باشد. همان گونه که ملاحظه می شود و با توجه به شکل ۲-۱٤ این تعریف قراردادی با مفهوم انرژی کاملاً متفاوت می باشد.

به عنوان مثال در شکل ۲-٤ الف که جریان یکنواخت در یک کانال با شیب کم را نشان می دهد، خط تراز انرژی موازی کف کانال و سطح آزاد آب می باشد و لذا می توان گفت که در این نوع جریانها $E_1=E_2$ می باشد در حالی که با توجه به افت انرژی به صورت طبیعی در مسیر جریان $H_1>H_2$ می باشد. همچنین در جریان متغیر شکل ۲-٤ ب نیز می توان نوشت $H_1>H_2$ ولی مقدار انرژی مخصوص در این گونه جریانهای متغیر تدریجی می تواند در مسیر حرکت کم و یا زیاد گردد و چنانچه در شکل ۲-٤ ب دیده می شود، از آنجا که انرژی مخصوص فاصلهٔ خط تراز انرژی تا

کف کانال را نمایش می دهد، $E_2>E_1$ می باشد. این که چگونه تعریف قراردادی انرژی مخصوص می تواند پاسخگوی دو سؤال مطرح شده در قبل باشد، نیاز به بررسی بیشتر دارد که پس از معرفی منحنی انرژی مخصوص نسبت به عمق (E-y) در بخش ۲-۳-۱ به این سؤالات پاسخ تشریحی لازم داده خواهد شد.



شکل ۲-۴ مقایسهٔ مفهوم انرژی و انرژی مخصوص

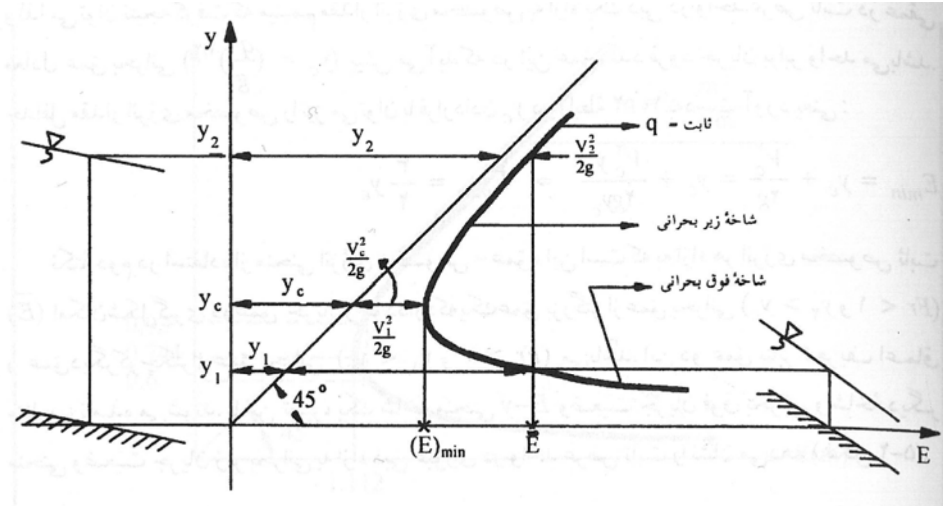
انرژی مخصوص در کانالهای مستطیلی با شیب کم، معرفی عمق بحرانی و اعماق متناوب (Alternate Depths)

چنانچه جریانی با شدت ثابت Q در یک کانال مستطیلی به عرض ثابت b و شیب کم برقرار باشد، با توجه به تعریف انرژی مخصوص می توان نوشت:

$$E = y + \frac{\alpha q^2}{2gy^2}$$

$$(E - y)y^2 = \frac{q^2}{2g} = \text{ثابت}$$

با استفاده از رابطهٔ فوق، می توان مقدار E را نسبت به y بـرای یـک مقـدار q ثابـت و y>0 رسم نمود. شکل (۲-۵)



شکل ۲–۵ منحنی انرژی مخصوص برحسب عمق جریان

این معادله دارای دو مجانب E = y (مجانب مایل با شـیب ٤٥) و y=0 (مجانـب افقـی) می باشد. از نظر فیزیکی می توان گفت که با افزایش y از ارتفاع معادل سرعت کاسته شده و با کاهش y، به ارتفاع معادل سرعت افزوده می شود یعنی:

اگر $y \to 0 \Rightarrow \frac{V^2}{2g} \to \infty$

و اگر $y \to \infty \Rightarrow \frac{V^2}{2g} \to 0$

دو نکتهٔ اساسی در برخورد با این منحنی وجود دارد، اول آن که مینیمم مقدار E چیست و چه خصوصیاتی را منعکس می کند؟ در پاسخ به این سؤال به گونه زیر عمل می کنیم:

$$\frac{dE}{dy} = ۱ + \frac{q^۲}{۲g}\left(\frac{-۲}{y^۳}\right) = ۱ - \frac{۲q^۲}{۲gy^۳}$$
$$\frac{dE}{dy} = ۰ \Rightarrow ۱ - \frac{۲q^۲}{۲gy^۳} = ۰ \Rightarrow \frac{q^۲}{gy^۳} = ۱$$
$$y^۳ = \frac{q^۲}{g} \Rightarrow y = \left(\frac{q^۲}{g}\right)^{۱/۳}$$

رابطهٔ ۲-۱۲ نشان می دهد که در عمق $y = (\frac{q^2}{g})^{1/3}$ مقدار انرژی مخصوص مینیمم خواهد شد. حال چنانچه در این رابطه به جای q مقدار مساویش Vy را قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$y = \left(\frac{V^۲y^۲}{g}\right)^{۱/۳} \Rightarrow \frac{V^۲}{gy} = ۱ \Rightarrow \frac{V}{\sqrt{gy}} = Fr = ۱$$

و لذا می توان نتیجه گرفت که مینیمم مقدار انرژی مخصوص به ازاء یک دبی در واحد عرض ثابت در عمقی معادل عمق بحرانی $(y_c = (\frac{q^2}{g})^{1/3})$ پیش می آید که در این عمق عدد فرود جریان برابر واحد می باشد. حداقل مقدار انرژی مخصوص را نیز می توان با قرار دادن y_c در رابطه ۲-۱۰ به دست آورد یعنی:

$$E_{min} = y_c + \frac{V_c^۲}{۲g} = y_c + \frac{V_c^۲\, y_c}{۲gy_c} \Rightarrow E_{min} = \frac{۳}{۲}y_c$$

نکتهٔ دوم در استفاده از منحنی انرژی مخصوص – عمق، این است که به ازاء هر انرژی مخصوص ثابت (E) امکان شکل گیری دو عمق جریان وجود دارد که یک عمق بزرگتر از عمق بحرانی ($Fr < 1 , y_2 > y_c$) و عمق دیگر کوچکتر از عمق بحرانی ($Fr>1 , y_1<y_c$) می باشد. این د وعمق بنابر تعریف اعماق متناوب نامیده می شوند. با این تعبیر، یک شاخهٔ منحنی E-y وضعیت جریان فوق بحرانی و شاخهٔ دیگر منحنی وضعیت جریان زیر بحرانی به ازاء دبی عبوری در واحد عرض ثابت را نشان می دهد (شکل ۲-۵).

مثال۲-۲

آب با دبی $20m^3/s$ در یک کانال مستطیلی به عرض 10m جاری است. منحنی E-y را ترسیم کرده و در صورتی که عمق جریان در مقطعی برابر ۰/٦m باشد وضعیت جریان را در این مقطع مشخص نمایید. عمق متناوب این عمق را تعیین کنید.

حل:

با توجه به اینکه $Q = 20m^3/s$ و عرض کانال مستطیلی $b = 10/0m$ می باشد می توان نوشت:

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{۲۰}{۱۰} = ۲/۰ \, \frac{m^۳}{s.m}$$

$$E = y + \frac{V^۲}{۲g} = y + \frac{q^۲}{۲gy^۲} = y + \frac{۴}{۲gy^۲} = y + \frac{۲}{gy^۲}$$

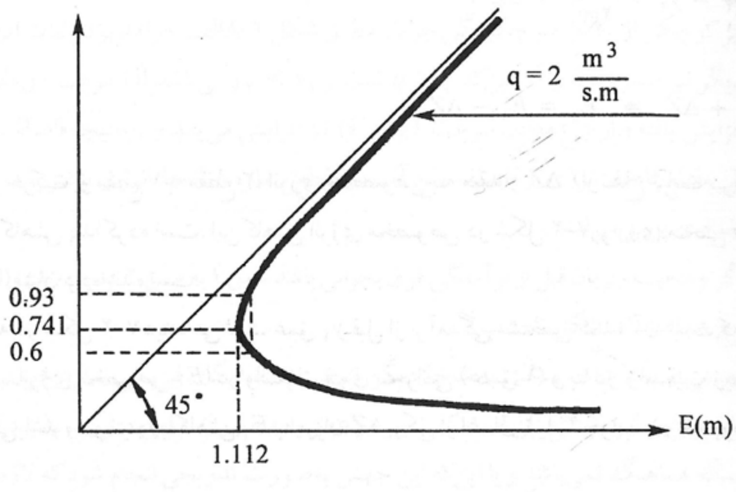
$$E = y + \frac{۲}{gy^۲}$$

این معادله به سادگی قابل ترسیم است که به صورت شماتیک در شکل ۲-٦ ترسیم گردیده است. نقطهٔ مهم، نقطهٔ مینیمم منحنی است که با استفاده از روابط زیر به دست می آید:

$$y_c = \left(\frac{q^۲}{g}\right)^{۱/۳} = \left(\frac{۴}{۹/۸۱}\right)^{۱/۳} = ۰/۷۴۱ \text{ m}$$
$$E_c = E_{min} = \frac{۳}{۲} y_c = \frac{۳}{۲} \times ۰/۷۴۱ = ۱/۱۱۲ \text{ m}$$

در محلی که عمق جریان معادل 0/6m باشد:

$$y_۱ = ۰/۶ \text{ m} < y_c = ۰/۷۴۱ \text{ m}$$



شکل ۲-۶

در نتیجه جیران فوق بحرانی بوده و مقدار انرژی مخصوص در این عمق برابر است با:

$$\overline{E} = ۰/۶ + \frac{۴}{۲ \times ۹/۸۱(۰/۶)^۲} = ۱/۱۶۶ \text{ m}$$

به منظور به دست آوردن عمق متناوب عمق y_1 ، بایستی معادلهٔ زیر با استفاده از روش آزمون و خطا حل شود و جواب صحیح انتخاب گردد:

$$1.166 = y_2 + \frac{4}{2gy_2^2} \xrightarrow{\text{آزمون و خطا}} y_2 = 0.93\ \text{m}$$

بدیهی است که y_2 بایستی بیش از عمق بحرانی انتخاب گردد. ترسیم دقیق منحنی E-y می تواند در تعیین سریعتر جواب کمک نماید.

تحلیل جریان ناشی از یک برآمدگی موضعی در کانال مستطیلی

در قمست ۲-۲، در معرفی معادلهٔ انرژی و کاربرد آن دو سؤال اساسی ذکر گردید. در این قسمت در پاسخ به سؤال اول تحلیل جریان ناشی از یک برآمدگی موضعی با استفاده از منحنی E-y صورت می گیرد. برای این منظور، رابطهٔ ۲-۵ که معادلهٔ انرژی در ترکیب با معادلهٔ پیوستگی می باشد به صورت زیر نوشته می شود:

$$y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} + \Delta Z$$

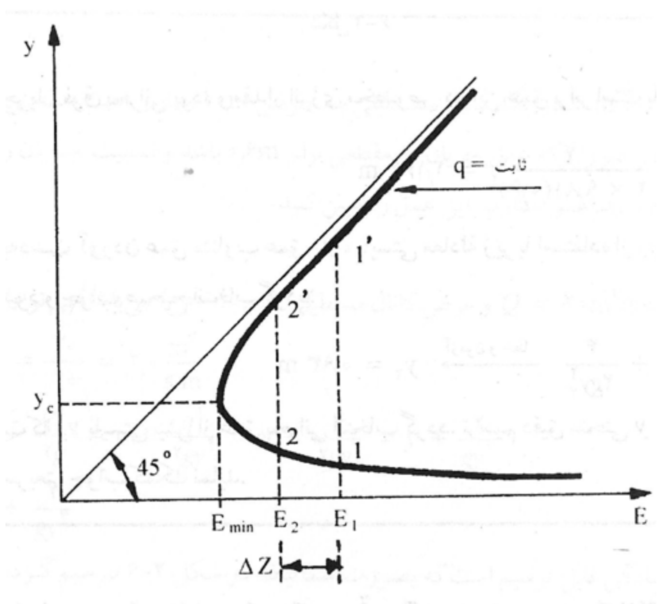
یا:

$$E_1 = E_2 + \Delta Z \Rightarrow E_2 = E_1 - \Delta Z$$

یعنی ضمن حرکت از مقطع ۱ به مقطع ۲، انرژی مخصوص به مقدار ΔZ (ارتفاع ثابت برآمدگی در شکل ۲-۲) کاهش پیدا کرده است..این کاهش انرژی مخصوص در شکل ۲-۷ بر روی منحنی E-y (به ازاء q ثابت) نشان داده شده است.

چنانچه در شکل ۲-۷ دیده می شود، عمق y_1 قبل از برآمدگی مشخص کننده آن است که جریان در این منطقه (با انرژی مخصوص E_1) در وضعیت فوق بحرانی (عمق ۱) و

یا در وضعیت زیر بحرانی (عمق ۱) می باشد و در نتیجه با کاهش E_1 بـه میـزان ΔZ یکی ازاعماق ۲ یا ۲′ جواب خواهد بود.



شکل ۲-۷ منحنی $E-y$

حال در تحلیل این جریان باید به نکات ذیل توجه نمود:

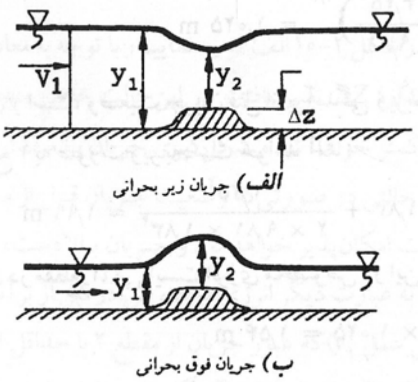
۱- در صورتی که وضعیت جریان قبل از برآمدگی زیر بحرانی باشـد (عمـق ۱′) ایـن عمق به عمق ۲′ تبدیل گشته، کاهش عمق پیش خواهد آمد ($y_2<y_1$) و با توجه بـه ایـن که شیب منحنی در شاخهٔ زیر بحرانی بیش از ۴۵° می باشـد از نظـر هندسـی میتـوان استدلال نمود که در این حالت $y_2 + \Delta Z$ نیز کوچکتر از y_1 بـوده و چگـونگی جریـان مطابق شکل ۲-۸ الف خواهد بود. اثبات این امر به گونهٔ دیگـر نیـز میـسر اسـت و آن این که چون q ثابت و $y_2<y_1$ می باشد لذا سرعت در مقطع شـماره ۲افـزایش یافتـه و ارتفاع معادل سرعت $(V_2^2/2g)$ نیز افزایش می یابد و درنتیجـه فاصـلهٔ سـطح آب در

این مقطع تا خط انرژی از فاصلهٔ سطح آب در مقطع شماره ۱ تـا خـط انـرژی بیـشتر بوده و سطح آب مقداری پایین می افتد.

۲- اگر وضعیت جریان قبل از برآمدگی فوق بحرانی باشد عمـق ۱ بـه عمـق ۲ تبـدیل شده و افزایش عمق رخ خواهد داد (شکل ۲-۸ ب).

۳- جهش از یک شاخه منحنی به شاخهٔ دیگر منحنی E-y امکان فیزیکی ندارد چون با فرض عدم تغییر q این امر مستلزم این است که تغییر در عمـق یـا بـه صـورت دفعـی صورت پذیرد که با فیزیک مسأله هماهنگ نمی باشد و یا این که این جهش به صورت تدریجی انجام شود که لازمهٔ این امر نیـز کـاهش انـرژی مخـصوص (عبـور از عمـق بحرانی) و افزایش مجدد انرژی مخصوص در انتخـاب عمـق متنـاوب دیگـر اسـت در حالی که ایجاد برآمدگی فقط شامل فرآیند کاهش انرژی مخصوص مـی باشـد. توجـه به این مطلب در انتخاب جواب صحیح اهمیت خاص دارد.

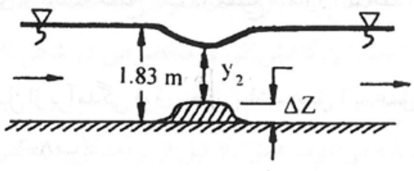
٤- در صورتی که ارتفاع برآمدگی (ΔZ) به گونه ای باشد که E_2 از E_{min} کمتـر شـود در این صورت هیچ نقطه از منحنی جواب مسأله نخواهد بود و در چنین حالتی جریان مجبور به تغییر شرایط خود قبل از محل برآمدگی می باشد و رفتار دو جریـان فـوق بحرانی و زیر بحرانی در برابر چنین مانعی متفاوت خواهد بود (پاسخ این دو جریـان در مقابل اعتشاش قابل انعکاس به بالادسـت متفـاوت مـی باشـد). شـرح بیـشتر ایـن موضوع با استفاده از مثال عددی ۲-۳ صورت می گیرد.



شکل ۲-۸ تغییر سطح آب در بالای برآمدگی موجود در کف کانال

مثال ۲-۳

آب به صورت یکنواخت با دبی $Q=9/91m^3/s$ و عمق ۱/۸۳m در یک کانال مستطیلی به عرض ۳/۰۵m جاری است.



شکل ۲-۹

الف) حداقل ارتفاع برآمدگی چقدر باشد تا عمق y_2 برابر عمق بحرانی شود.

ب) میزان افت در سطح آب را هنگامی که ارتفاع برآمدگی نصف حالت الف باشد محاسبه نمایید.

ج) مقدار y_1 را در صورتی که ارتفاع برآمدگی دو برابر حالت الف باشد تعیین نمایید.

شکل کلی تغییرات y_1 و y_2 را به ازاء (ΔZ) های مختلف نمایش دهید.

حل:

الف: در جهت حل مسأله ابتدا وضعیت جریان قبل از برآمدگی و مقدار انرژی مخصوص را در این حالت محاسبه می کنیم:

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{۹٫۹۱}{۳٫۰۵} = ۳٫۲۵ \ \frac{m^۳}{s.m}$$

$$y_c = \left(\frac{q^۲}{g}\right)^{۱/۳} = \left(\frac{۳٫۲۵^۲}{۹٫۸۱}\right)^{۱/۳} = ۱٫۰۲۵ \ m$$

با توجه به این که $y_1>y_c$ است، وضعیت جریان قبل از برآمدگی زیر بحرانی می باشد و مقدار انرژی مخصوص در مقطع ۱ به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$E_۱ = y_۱ + \frac{q^۲}{۲gy_۱^۲} = ۱٫۸۳ + \frac{۳٫۲۵^۲}{۲ \times ۹٫۸۱ \times ۱٫۸۳^۲} \approx ۱٫۹۹ \ m$$

برای بحرانی شدن جریان در مقطع ۲، می بایست انرژی مخصوص در این مقطع برابر E_{min} باشد.

$$E_{min} = \frac{۳}{۲} y_c = \frac{۳}{۲} \times ۱٫۰۲۵ = ۱٫۵۴ \ m$$

در نتیجه با به کار بردن معادلهٔ انرژی بین دو مقطع ۱ و ۲ از جریان، مقدار ΔZ_c به دست خواهد آمد:

$$E_۱ = E_۲ + \Delta Z$$
$$E_۱ = E_{min} + \Delta Z_c$$
$$\Delta Z_c = ۱٫۹۹ - ۱٫۵۴ = ۰٫۴۵ \ m$$

لذا چنانچه ارتفاع برآمدگی برابر ۰/٤٥m باشد عمق y_1 برابر ۱/۸۳m و عمق y_2 برابر y_c یعنی ۱/۰۲۵ تثبیت خواهد شد و مقدار افت سطح آب در این حالت خاص برابر است با:

$$\text{افت در سطح آب} = y_1 - (y_2 + \Delta Z_c) = ۱/۸۳ - (۱/۰۲۵ + ۰/٤٥) = ۰/۳٥M$$

ب: اگر $\Delta Z = \frac{0/45}{2} = 0/225m$ متر انتخاب شود، در این صورت عمق y_2 به جای رسیدن به عمق بحرانی مقداری بیش از y_c پیدا خواهد نمود (مطابق شکل ۲-۷ عمق ۱′ به عمق ۲′ تبدیل خواهد شد). با به کار بردن معادلهٔ انرژی بین دو مقطع ۱ و ۲ در این حالت نیز می توان عمق y_2 را تعیین کرد:

$$E_۲ = E_۱ - \Delta Z$$

$$y_۲ + \frac{q^۲}{۲gy_۲^۲} = ۱٫۹۹ - ۰٫۲۲۵$$

$$y_۲ + \frac{۳٫۲۵^۲}{۲ \times ۹٫۸۱ \times y_۲^۲} = ۱٫۷۶۵ \rightarrow y_۲ \approx ۱٫۵۳ \text{ m}$$

در انتخاب مقدار y_2 در شروع آزمون و خطا باید به این نکته توجه نمود که $y_c<y_2<y_1$ می باشد.

$$\text{میزان افت سطح آب} = y_1 - (y_2 + \Delta Z) = ۱/۸۳ - (۱/٥۳ + ۰/۲۲٥) = ۰/۰۷٥ \text{ M}$$

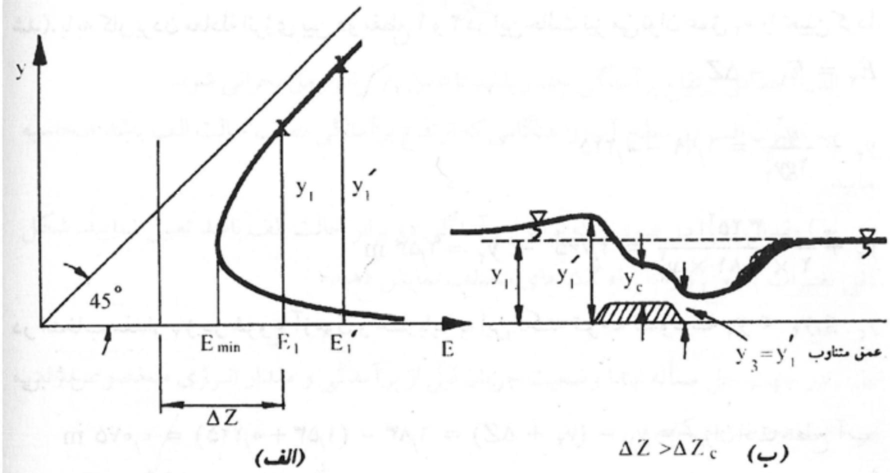
ج: در صورتی که ارتفاع برآمدگی دو برابر حالت الف انتخاب گردد یعنی:

$$\Delta Z = ۲\Delta Z_c = ۲ \times ۰٫۴۵ = ۰٫۹ \text{ m}$$

چنانچه به منحنی E-y درشکل ۲–۱۰ الف توجه نماییم و با توجه به معادلۀ انرژی بین دو مقطع ۱ و ۲، انرژی مخصوص به اندازۀ ΔZ تغییر یافته و در این حالت خاص مقدار انرژی مخصوص در مقطع ۲ از مقدار E_{min} کمتر خواهد شد و شکل گیری جریان با مقدار کمتراز E_{min} ممکن نخواهد بود. لذا در چنین حالتی در صورتی که وضعیت جریان قبل از مانع زیر بحرانی باشد انعکاس اثر مانع به بالادست امکان پذیر خواهد بود و جریان بالادست، خود را با وجود مانع هماهنگ خواهد ساخت، به عبارت دیگر انرژی مخصوص در قبل از برآمدگی به مقداری افزایش پیدا خواهد کرد (با افزایش عمق y_1) که عبور جریان از مقطع ۲ با حداقل انرژی مخصوص E_{min} ممکن گردد، لذا در این حالت جریان بر روی برآمدگی یعنی مقطع ۲ در وضعیت بحرانی (y_c) قرار خواهد گرفت و بر طبق معادلۀ انرژی، مقدار انرژی مخصوص در مقطع ۱ به مقدار E_1 که قابل محاسبه است تبدیل خواهد شد.

پس در چنین وضعیت که اصطلاحاً وضعیت انسداد نامیده می شود $y_2=y_c = 1/025m$ بوده مقدار عمق y_1' را نیز بابه کار بردن معادلۀ انرژی به صورت زیر می توان یافت:

$$E_{۱}' = E_{۲} + \Delta Z$$
$$E_{۱}' = E_{min} + \Delta Z$$
$$E_{۱}' = ۱/۵۴ + ۰/۹ = ۲/۴۴ \text{ m}$$



شکل ۲-۱۰

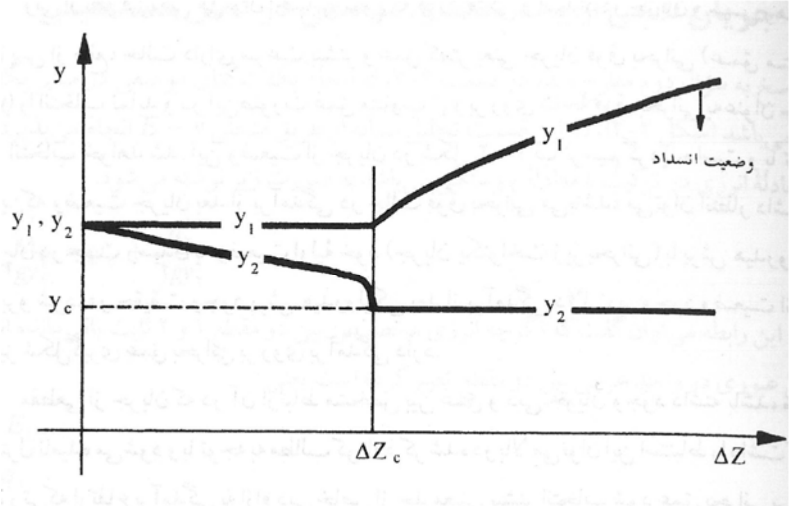
$$y_1' + \frac{q^{۲}}{۲g(y_1')^{۲}} = ۲٫۴۴ \Rightarrow y_1' + \frac{۳٫۲۵^{۲}}{۲ \times ۹٫۸۱ \times (y_1')^{۲}} = ۲٫۴۴$$

با توجه به این که در این حالت مقدار $y_1' > y_1$ می باشد جواب معادلهٔ فوق با استفاده از آزمون خطا برابر ۲/۳۵ m به دست خواهد آمد:

$y_1' = ۲/۳۵M$

شکل ۲-۱۰ ب تصویر جریان را در وضعیت انسداد (در جریان زیر بحرانی) نشان می دهد.

با توجه به موارد بحث شدهٔ فوق حالت کلی منحنی تغییرات y_1 و y_2 در برابر ΔZ برای جریان زیر بحرانی درشکل ۲-۱۱ ترسیم گردیده است.



شکل ۲-۱۱ (بدون مقیاس)

از نکات اساسی دیگری که می تواند مدنظر باشد تعیین مقدار عمق جریان پس از برآمدگی (y_3) است که د راین صورت با نوشتن معادلۀ انرژی بین مقاطع ۲ و ۳ و در نظر گرفتن این مطلب که انرژی مخصوص در مقطع ۳ به میزان ΔZ نسبت به مقطع ۲ افزایش داشته و به مقدار E_1 خواهد رسید (با توجه به معادلۀ انرژی، کاهش در ارتفاع کف کانال معادل با افزایش انرژی مخصوص در مقطع دوم نسبت به مقطع اول است) داریم:

$$y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} + \Delta = y_3 + \frac{q^2}{2gy_3^2}$$
$$E_2 + \Delta Z = E_3$$
$$E_{3.} = E_1 = E_2 + \Delta Z$$

لذا در صورتی که جریان در وضعیت انسداد نباشد، ضمن عبور از برآمدگی به عمق y_2 و سپس به عمق اولیه یعنی y_1 خواهد رسید ($y_3=y_1$) و در صورتی که ارتفاع برآمدگی به گونه ای باشد که وضعیت انسداد در جریان پیش آید در این صورت

$y_1=y_1'$ و $y_2=y_c$ بوده و y_3 می تواند براساس رابطهٔ $E_3=E_{min}+\Delta Z$ تعیین گردد. بدین منظور باید از نقطهٔ مینیمم منحنی E-y انرژی مخصوص را به اندازهٔ ΔZ افزایش داد تا y_3 روی منحنی E-y مشخص گردد و در این صورت دو عمق، یکی y_1' و دیگری عمق متناوب آن که بر روی شاخهٔ فوق بحرانی منحنی E-y قرار دارد می تواند جواب مناسب y_3 باشد.

ولی از نظر فیزیکی می توان احساس نمود که هر گرفتگی و انسداد در جریان و سپس رها شدن آن پس از مانع، حالت دارای سرعت بیشتر و عمق کمتر یعنی جریان فوق بحرانی (عمق متناوب y_1') را انتخاب نماید و در این صورت عمق متناوب y_1' بر روی شاخهٔ فوق بحرانی به عنوان جواب y_3 انتخاب خواهد شد. این وضعیت از جریان در شکل ۲-۱۰ ب ترسیم گردیده است و با توجه به این که وضعیت جریان بعد از برآمدگی در حالت فوق بحرانی می باشد، می توان انتظار داشت که جریان در جهت رسیدن به وضعیت اولیهٔ خود (جریان یکنواخت زیر بحرانی) با پرش هیدرولیکی روبرو شود. در حقیقت وجود پرش هیدرولیکی بعد از برآمدگی دلالت بر وجود وضعیت انسداد و نیز شکل گیری عمق بحرانی بر روی برآمدگی دارد.

مقطعی از جریان که در آن ارتباط مشخص بین عمق و دبی جریان وجود داشته باشد، مقطع کنترل نامیده می شود و با توجه به مطالب کوتاه ذکر شده در بالا می توان این استنباط را داشت که در صورتی که ارتفاع برآمدگی به ازاء دبی خاص از

حد معینی بیشتر انتخاب شود عمق بحرانی بر روی برآمدگی تثبیت خواهد شد و ایـن مقطع یک مقطع کنترل می باشد زیرا که با اندازه گیری عمق در این مقطـع مـی تـوان پی به دبی جریان برد ($y_c = (\frac{q}{g}^{۲})^{۱/۳}$) . براساس این موضوع که پایهٔ یکی از روشهای اندازه گیری دبی جریان در کانالهای باز می باشد، سرریزی موسوم به سریز لبه پهن در کانالها نصب میگردد که با ایجاد عمق بحرانی بر روی سرریز می توان پی به دبی جریان برد. در فصل هفتم به این مطلب پرداخـت خواهـد شـد. عـلاوه بـر ایـن، مقطـع کنترل وضعیت جریان را در حوالی خود نیز در اختیار دارد و جریان در عبور از ایـن مقطع مجبور به پذیرش انحنائی متناسب با شکل گیری عمق بحرانی بر روی برآمدگی می باشد. این نکته می توانـد در تحلیـل جریـان در حـوالی بنـدها و سـرریزها مـورد استفاده قرار گیرد.

در مثال جامع ۲-۳ رفتار جریان زیر بحرانی در برخورد با یک مـانع بـا ارتفـاع ثابـت ΔZ مورد بررسی قرارگرفت ولی در صورتی که جریان قبل از برآمدگی فوق بحرانی باشد می توان گفت که اگر تحـت تـأثیر برآمـدگی مقـدار انـرژی مخـصوص بـر روی برآمدگی از E_{min} کمتر نشود با به کار بردن معادلهٔ انرژی و استفاده از مفهوم انرژی مخصوص می توان افزایش عمق بر روی برآمدگی را شبیه قسمت «ب» ایـن مثـال بـه دست آورد ولی هرگاه مقدار انرژی مخصوص بر روی برآمدگی از E_{min} کمتر شـود، تغییر اجباری وضعیت جریان در بالادست توأم با پرش هیدرولیکی بوده و از آن جـا

که موقعیت دقیق پرش قبل از مانع و افت انرژی حاصل بدون مطالعه و مشاهده عینی جریان شخص نمی باشد نمی تـوان ایـن وضـعیت را از طریـق معادلـۀ انـرژی مـورد بررسی قرار داد.

جریان ناشی از یک تنگنای موضعی در کانال مستطیلی

در پاسخ به سؤال دوم مطرح شده در قسمت ۲-۳، که ایجاد یک تنگنـای موضـعی در مسیر یک کانال مستطیلی می باشد (شکل ۲-۳) در این قسمت تحلیل مـسأله از طریـق منحنی E-y انجـام مـی پـذیرد. رابطـۀ ۲-۵ کـه معادلـۀ انـرژی در ترکیـب بـا معادلـۀ پیوستگی می باشد، به صورت زیر نوشته می شود:

$$y_۱ + \frac{q_۱^۲}{۲gy_۱^۲} = y_۲ + \frac{q_۲^۲}{۲gy_۲^۲}$$

با توجه به این رابطه می توان گفت که اگر چه انرژی مخصوص بـین دو مقطـع ۱ و ۲ ثابـت باقی مانده است اما مقدار دبی عبوری در واحد عرض بین دو مقطع تغییر کرده است یعنی:

$$E_۱ = E_۲$$
$$q_۲ > q_۱$$

به منظور تعبیر فیزیکی مسأله، دو منحنی انرژی مخـصوص در برابـر عمـق یکـی بـا مشخصۀ q_1 و دیگری با مشخصۀ q_2 لازم به ترسیم می باشند (شکل ۲-۱۲ با توجه به این که $q_2>q_1$ می باشد می توان گفت که:

$$q_۲ > q_۱ \Rightarrow (y_c)_۲ > (y_c)_۱ \rightarrow E_{min۲} > E_{min۱}$$

چنانچه مشخص است، منحنی های E-y با افزایش q به سمت راست متمایل خواهند شد و نقاط مینیمم منحنی ها بر روی خطی به معادله $E=\frac{3}{2}y$ قرار خواهند گرفت.

در صورتی که قبل از تنگنای موضعی، مقدار انرژی مخصوص برابر E_1 باشد، هنگام رسیدن به تنگنا مقدار انرژی مخصوص ثابت مانده ولی اعماق، از روی منحنی E-y با مشخصهٔ q_1 به منحنی E-y با مشخصهٔ q_2 منتقل خواهند شد (شکل ۲-۱۲) و لذا با توجه به موارد زیر در تحلیل جریان ضرورت دارد:

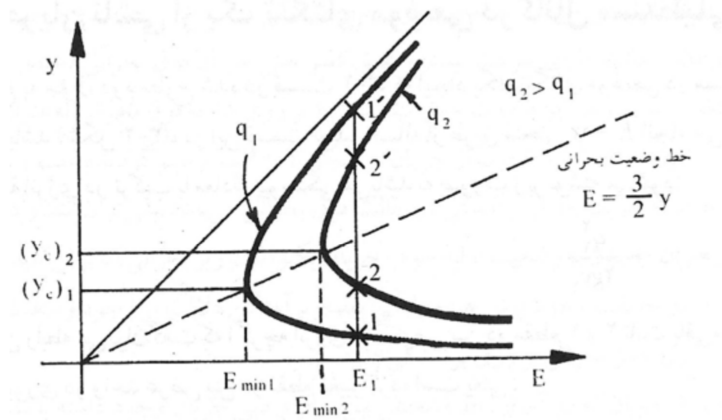
۱- چنانچه وضعیت جریان قبل از تنگنا زیر بحرانی باشد جریان کاهش عمق داشته، عمق ۱′ به عمق ۲′ تبدیل خواهد شد.

۲- در صورتی که وضعیت جریان قبل از تنگنا فوق بحرانی باشد، عمق ۱ به ۲ تبدیل شده، افزایش عمق رخ خواهد داد.

۳- جهش از یک شاخهٔ منحنی به شاخهٔ دیگر منحنی از نظر فیزیکی امکان پذیر نمی باشد (چرا؟)

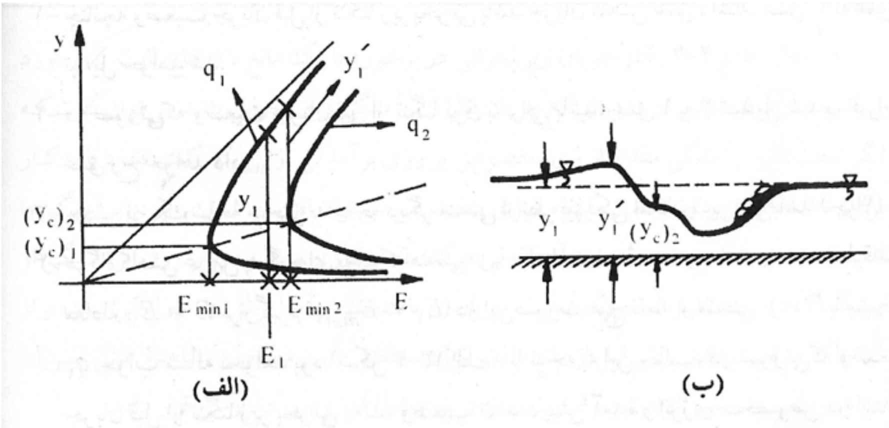
٤- هرگاه کاهش عرض به گونه ای باشد که منحنی E-y با مشخصهٔ q_2 در سمت راست خط قائم به معادلهٔ $E=E_1$ قرار گیرد ($E_1<E_{min2}$) در این صورت هیچ نقطه از منحنی E-y با مشخصهٔ q_2 جواب مسأله نخواهد بود (شکل ۲-۱۳الف). با توجه به این مطلب، در صورتی که وضعیت جریان قبل از تنگنا زیر بحرانی باشد، وضعیت انسداد پیش آمده و انرژی مخصوص در ابتدای تنگنا به اندازه ای افزایش پیدا خواهد کرد که

عبور جریان از مقطع ۲ با حداقل انرژی مخصوص E_{min2} ممکن گردد و این کار با افزایش عمق y_1 انجام می شود. در این حالت عمق در مقطع ۲ به مقدار $(y_c)_2$ تثبیت خواهد شد و لذا می توان گفت که مقطع ۲ به عنوان یک مقطع کنترل عمل می نماید. این موضوع اساس اندازه گیری دبی جریان در کانالهای روباز با استفاده از ایجاد تأسیساتی به نام ناودانهای عمق بحرانی می باشد. تصویر قائم جریان می تواند مشابه شکل ۲-۱۳ ب باشد.



شکل ۲-۱۲ منحنی‌های $E - y$ در عبور آب از یک تنگنا

چنانچه وضعیت جریان قبل از تنگنا فوق بحرانی باشد، انعکاس اثر تنگنا به بالادست ممکن نخواهد بود و قبل از تنگنا پرش هیدرولیکی اتفاق خواهد افتاد. تفسیر و بررسی این وضعیت از جریان از طریق معادلهٔ انرژی به تنهایی انجام نمی شود.



شکل ۲-۱۳

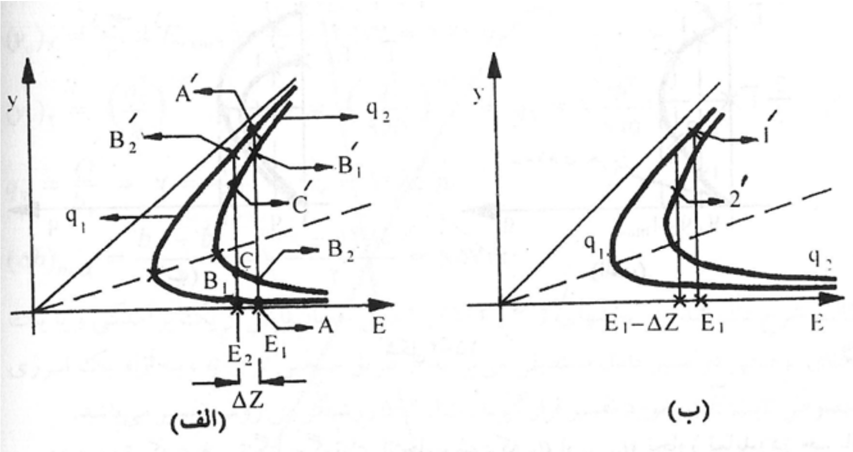
مثال:

جریان آبی با دبی $16 m^3/s$ و عمق $2/0 m$ در یک کانال مستطیلی به عرض $4/0 m$ برقرار است. در مقطع پایین دست، عرض مقطع به $3/5 m$ کاهش داده و نیز کف کانال در همین محل به مقدار ΔZ بالا برده می شود. تغییرات سطح آب را در محل این تبدیل در دو حالت الف) $\Delta Z=0/2m$ و ب) $\Delta Z=0/35m$ بررسی نمایید. از افت انرژی در محل تبدیل صرفنظر می گردد.

حل:

این مثال تغییر موضعی جریان ناشی از یک تبدیل را در حالت کلی نشان می دهد. در این تبدیل فرآیند تغییر در عمق جریان تحت دو اثر کاهش در عرض و نیز تغییر در ارتفاع کف کانال به صورت همزمان انجام می شود. مطابق شکل ۲-۱۶ الف در صورتی که جریان فوق بحرانی باشد، تغییر عمق جریان از A به C در مسیر AB_1C و یا AB_2C صورت می گیرد و درصورتی که جریان زیر بحرانی باشد تغییر عمق

جریان از A' به C' در مسیر $A'B_1'C'$ و یا $A'B_2'C'$ صورت خواهد گرفت. در این پدیده چنانکه مشاهده می شود امکان رسیدن به عمق بحرانی نیز با سرعت بیشتری انجام خواهد شد.



شکل ۲-۱۶

در جهت حل این مثال ابتدا مشخصات جریان در مقطع بالادست (قبل از تبدیل) را به دست می آوریم:

$$q_۱ = \frac{۱۶}{۴} = ۴ \ \frac{m^۳}{s.m}$$

$$V_۱ = \frac{q_۱}{y_۱} = \frac{۴}{۲} = ۲ \ m/s$$

$$Fr_۱ = \frac{V_۱}{\sqrt{gy_۱}} = \frac{۲}{\sqrt{۹/۸۱ \times ۲}} = ۰/۴۵ < ۱$$

جریان زیر بحرانی:

$$(y_c)_۱ = \left(\frac{q_۱^۲}{g}\right)^{۱/۳} = \left(\frac{۴^۲}{۹/۸۱}\right)^{۱/۳} = ۱/۱۷۸ \ m$$

$$E_{min۱} = \frac{۳}{۲} \times ۱/۱۷۸ = ۱/۷۶۶ \ m$$

$$E_۱ = y_۱ + \frac{q_۱^۲}{۲gy_۱^۲} = ۳ + \frac{۱۶}{۲ \times ۹/۸۱ \times ۴} = ۲/۲۰۴ \ m$$

مشخصات در مقطع پایین دست (محل تبدیل):

$$q_۲ = \frac{۱۶}{۳/۵} = ۴/۵۷ \frac{m^۳}{s.m}$$

$$(y_c)_۲ = \left(\frac{۴/۵۷^۲}{۹/۸۱}\right)^{۱/۳} = ۱/۲۸۷ \text{ m}$$

$$E_{min۲} = ۱/۵\ (y_c)_۲ = ۱/۵ \times ۱/۲۸۷ = ۱/۹۳ \text{ m}$$

با این مشخصات، منحنی های انرژی مخصوص به صورت شکل ۲-۱٦ ب ترسیم می شوند که موقعیت E_1 نیز بر روی این نمودار مشخص گردیده است.

حالت الف ($\Delta Z = ۰/۲m$): با کاهش انرژی خصوص در مقطع تبدیل خواهیم داشت:

$$E_۱ - \Delta Z = ۲/۲۰۴ - ۰/۲ = ۲/۰۰۴$$

با توجه به این که مقدار ۲/۰۰٤ بیشتر از $E_{min\ 2}$ می باشد، می توان گفت کـه عمـق از موقعیت ۱′ به موقعیت ۲′ منتقل خواهـد شـد. عمـق y_2 را مـی تـوان بـه صـورت زیـر محاسبه نمود:

$$E_۲ = y_۲ + \frac{q_۲^۲}{g y_۲^۲} = ۲/۰۰۴$$

$$y_۲ + \frac{۴/۵۷^۲}{۲ \times ۹/۸۱ \times y_۲^۲} = ۲/۰۰۴ \xrightarrow{\text{آزمون و خطا}} y_۲ = ۱/۵۷۵ \text{ m}$$

در تخمین y_2 باید در نظر داشت که y_2 بیشتر از $(y_c)_2$ و کمتر از y_1 انتخاب گردد.

حالت ب ($\Delta Z = ۰/۳۵m$):

$$E_۲ = E_۱ - \Delta Z = ۲/۲۰۴ - ۰/۳۵ = ۱/۸۵۴ < E_{min۲}$$

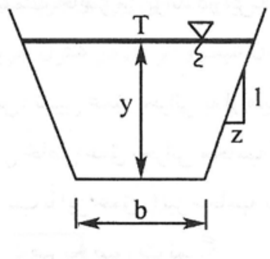
با توجه به این که $E_2<E_{min2}$ می باشد لذا وضعیت انسداد در جریان پیش خواهد آمد و در نتیجه عمق y_2 در حد $(y_c)_2$ ثبیت شده و عمق y_1 به مقداری افزایش پیدا خواهد کرد ک عبور جریان با E_{min2} از مقطع تبدیل ممکن گردد:

$$y_۲ = (y_c)_۲ = ۱/۲۸۷ \text{ m}$$
$$E_۲ = E_۱' - \Delta Z$$
$$E_{min۲} = E_۱' - \Delta Z$$
$$۲/۲۸ = y_۱' + \frac{q_۱^۲}{۲g(y_۱')^۲} = y_۱' + \frac{۴^۲}{۲ \times ۹/۸۱ \times (y_۱')^۲} \longrightarrow y_۱' = ۲/۰۹۴$$

در انتخاب $y_۱'$ باید در نظر داشت که مقدار $y_۱'$ بیشتر از $y_۱$ انتخاب شود.

مقطع ذوزنقه ای: با استفاده از شکل ۲-۲۳ ج در این مقطع نیز می توان نوشت:

$$A = (b + zy)y \qquad T = b + ۲zy \qquad D = \frac{(b + zy)y}{b + ۲zy}$$



(ج)

با توجه به مشخصات هندسی این کانال، حل رابطهٔ ۲-۱۹ نمی تواند به صورت صریح صورت گیرد و لذا می توان در حالت کلی روش عددی آزمون و خطا را در حل معادلهٔ مذکور به کار برد. روش زیر که یک روش ترسیمی است نیز می تواند در حل معادلهٔ مورد استفاده قرار گیرد. برای این منظور پارامتر هندسی دیگری که

فاکتور سطح در محاسبهٔ عمق بحرانی نامیده می شود و در جدول ۱-۱ آورده شده است، بر حسب سای مشخصات هندسی به صورت زیر معین می گردد:

$$Z = A\sqrt{\frac{A}{T}} = A\sqrt{D} = \frac{[(b+zy)y]^{3/2}}{(b+2zy)^{1/2}}$$

$$\frac{Z}{b^{2/5}} = \frac{\left[\left(1+\frac{zy}{b}\right)\left(\frac{y}{b}\right)\right]^{1/5}}{\left(1+\frac{2zy}{b}\right)^{0/5}} = g\left(\frac{y}{b}, z\right)$$

مقدار $\frac{Z}{b^{2/5}}$ پارامتر بدو بعدی است که بر حسب $\frac{y}{b}$ و z قابل ترسیم است که این ترسیم در نمودار ۲-۱ صورت گرفته است. از این نمودار می توان با توجه به رابطهٔ ۲-۱۹ به صورت زیر در تعیین عمق بحرانی استفاده نمود:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c} \Rightarrow \frac{Q}{\sqrt{g}} = Z_c$$

$$\frac{Q}{\sqrt{g}\,b^{2/5}} = \frac{Z_c}{b^{2/5}}$$

در تعیین عمق بحرانی می توان مقدار $\frac{Z_c}{b^{2/5}}$ به ازاء دبی خاص را با توجه به رابطهٔ ۲-۲۶ به دست آورد و سپس با استفاده از نمودار ۲-۱ به ازاء z مشخص مقدار $\frac{y_c}{b}$ و یا به عبارت دیگر عمق بحرانی را تعیین نمود.

با داشتن y_c می توان مقدار D_c و با توجه به رابطهٔ ۲-۲٤ مقدار E_{min} را تعیین نمود.

عدد فرود نیز در هر عمق از جریان با توجه به رابطهٔ کلی ۲-۲۳ به دست خواهد آمد.

مثال:

آب با دبی $5 m^3/s$ در کانالهای فرضی زیر جاری می باشد. عمق بحرانی و انرژی مخصوص متناسب با آن را پیدا نمایید:

الف) کانال مستطیلی با عرض کف ۲ متر (b=2/0m)

ب) کانال مثلثی با z = ۱/۵

ج) کانال دایروی با d_0 = ۲/۰m

د) کانال ذوزنقه ای با z = ۱/۵، b = ۲/۰m و a = ۱/۲

حل: الف)

$$Q = 5\ \mathrm{m^3/s} \Rightarrow q = \frac{5}{2} = 2{,}5\ \frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{s.m}}$$

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = \left(\frac{2{,}5^2}{9{,}81}\right)^{1/3} = 0{,}86\ \mathrm{m}$$

$$E_{min} = \frac{3}{2} y_c = 1{,}5 \times 0{,}86 = 1{,}29\ \mathrm{m}$$

ب) مطابق روابط استخراج شده برای مقطع مثلثی می توان نوشت:

$$y_c = \left(\frac{2Q^2}{gz^2}\right)^{1/5} = \left(\frac{2 \times 5^2}{9{,}81 \times 0{,}5^2}\right)^{1/5} \Rightarrow y_c = 1{,}828\ \mathrm{m}$$

$$E_{min} = 1{,}25\, y_c = 1{,}25 \times 1{,}828 = 2{,}284\ \mathrm{m}$$

ج) حل این قسمت با استفاده از نمودار ۲-۱ صورت می گیرد:

$$\frac{Z_c}{d_0^{2/5}} = \frac{Q}{\sqrt{g}\, d_0^{2/5}} = \frac{5}{\sqrt{9{,}81} \times 2^{2/5}} = 0{,}28$$

$$\frac{Z_c}{d_0^{2{,}5}} = 0{,}28 \xrightarrow{\text{نمودار ۲-۱}} \frac{y_c}{d_0} = 0{,}54 \Rightarrow y_c = 1{,}08\ \mathrm{m}$$

$$\frac{y_c}{d_0} = 0{,}54 \Rightarrow \theta_c = 2\cos^{-1}(1 - 2 \times 0{,}54) = 3{,}302\ \mathrm{rad}$$

در نتیجه با استفاده از جدول ۱-۱، می توان D_c را تعیین نمود.

$$D_c = \frac{۱}{۸}\left(\frac{۳/۳۰۲ - \sin ۳/۳۰۲}{\sin \frac{۳/۳۰۲}{۲}}\right)۲ = ۰/۸۶۸\,\mathrm{m}$$

$$E_{min} = y_c + \frac{۱}{۲} D_c = ۱/۰۸ + \frac{۱}{۲} \times ۰/۸۶۸ = ۱/۵۱۴\ \mathrm{m}$$

د) در این قسمت ضریب تصحیح مربوط به انرژی جنبشی برابـر ۱/۲ در نظـر گرفتـه شده است. تحت این شرایط مقدار Z_c با در نظر گرفتن α به صورت زیر محاسبه مـی شود:

$$\frac{\alpha Q^{۲}}{g} = \frac{A_c^{۳}}{T_c} \Rightarrow \frac{Q\sqrt{\alpha}}{\sqrt{g}} = Z_c \Rightarrow \frac{Z_c}{b^{۲/۵}} = \frac{Q\sqrt{\alpha}}{\sqrt{g}\, b^{۲/۵}}$$

$$\frac{Z_c}{b^{۲/۵}} = \frac{۵ \times \sqrt{۱/۲}}{\sqrt{۹/۸۱}\, ۲^{۲/۵}} = ۰/۳۰۷ \quad \xrightarrow[z\,=\,۱/۵]{\text{نمودار ۲-۱}} \quad \frac{y_c}{b} = ۰/۳۸$$

$$y_c = ۰/۳۸ \times ۲ = ۰/۷۶\ \mathrm{m}$$

$$y_c = ۰/۷۶\ \mathrm{m} \xrightarrow{\text{جدول ۱-۱}} D_c = \frac{(۲ + ۱/۵ \times ۰/۷۶)۰/۷۶}{۲ + ۲ \times ۱/۵ \times ۰/۷۶} = ۰/۵۵۸$$

$$E_{min} = y_c + \frac{۱}{۲} D_c = ۰/۷۶ + \frac{۱}{۲} \times ۰/۵۵۸ = ۱/۰۴\ \mathrm{m}$$

نکته ای که در رابطه با کانالهای ذوزنقه ای باید در نظر گرفته شود ایـن اسـت کـه در مقاطع ذوزنقه ای با توجه به اثر جوانب کانـال، عمـق بحرانـی مقـداری کمتـر از عمـق بحرانی برای مقاطع مستطیلی با عرض کف مشابه به دست مـی آیـد. لـذا در صـورت عدم دسترسی به نمودارهای کمکی، هنگام به کار بردن روش جبری آزمـون و خطـا، می توان نزدیکی دو عمق را در نظر گرفت.

مثال:

در یک کانال ذوزنقه ای به عرض کف ۲/۰m و شیب کناره هـای ۱:۱ عمـق بحرانـی و نیز ماکزیمم دبی عبوری در این حالت را برای انرژی مخـصوصی معـادل ۱/۵m پیـدا نمایید.

حل:

در کانال ذوزنقه ای روابط زیر برقرار است:

$$E_{min} = y_c + \frac{۱}{۲} D_c$$

$$۱/۵ = y_c + \frac{(۲ + y_c)y_c}{۲(۲ + ۲y_c)} \xrightarrow{\text{آزمون و خطا}} y_c = ۱/۰۹۵ \text{ m}$$

در شرایط بحرانی می توان نوشت:

$$E_{min} = y_c + \frac{۱}{۲} D_c = y_c + \frac{V_c^۲}{۲g} \Rightarrow \frac{V_c^۲}{۲g} = \frac{۱}{۲} D_c$$

$$\frac{V_c^۲}{۲g} = (۱/۵ - ۱/۰۹۵) \Rightarrow V_c = ۲/۸۲ \text{ m/s}$$

$$A_c = (۲ + ۱/۰۹۵)۱/۰۹۵ = ۳/۳۹ \text{ m}^۲$$

$$Q_{max} = V_c A_c = ۲/۸۲ \times ۳/۳۹ = ۹/۵۰۵ \text{ m}^۳\text{/s}$$

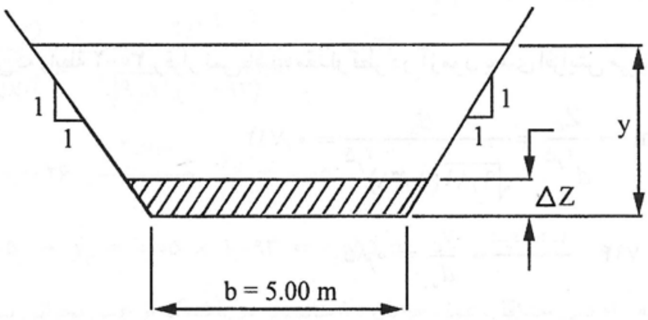
توجیه فیزیکی این مثال می تواند با توجه به شـکل ۲-۲۲ صـورت پـذیرد کـه بـر ایـن اساس مقدار H_0 برابر E_{min} یعنی ۱/۵m، عمـق آب در خـروج از دریاچـه برابـر عمـق بحرانی (۱/۰۹۵m) و دبی جریـان یافتـه بـه کانـال بـا شـیب تنـد فرضـی نیـز معـادل ۹/۵۰۵m^3/s می باشد.

مثال:

آب در یک کانال ذوزنقه ای به عرض ۵/۰m و شیب کناره های ۱:۱ بـا عمـق ۱/۵m و سرعت ۱/۰m/s جاری است:

الف) حداقل ارتفاع برآمدگی هموار در کف کانال بـرای رسـیدن بـه عمـق بحرانـی را محاسبه نمایید.

ب) در صورتی که ارتفاع برآمدگی نـصف حالـت الـف باشـد، عمـق جریـان بـر روی برآمدگی را تعیین نمایید.



شکل ۲-۲۵

با مقدار ΔZ_c=۰/٦٥٤m در سومین آزمون عمق بحرانی محاسبه می شود:

$$b = ۵ + ۲ \times ۰/۶۵۴ = ۶/۳۰۸ \text{ m}$$

$$\frac{Z_c}{b^{۲/۵}} = \frac{۹/۷۵}{\sqrt{۹/۸۱}(۶/۳۰۸)^{۲/۵}} = ۰/۰۳۱$$

$$\frac{Z_c}{b^{۲/۵}} = ۰/۰۳۱ \xrightarrow[z = ۱]{\text{نمودار ۲-۱}} \frac{y_c}{b} = ۰/۰۹۹$$

$$y_c = ۰/۰۹۹ \times ۶/۳۰۸ = ۰/۶۲۴ \text{ m}$$

$$D_c = \frac{(۶/۳۰۸ + ۰/۶۲۴)۰/۶۲۴}{۶/۳۰۸ + ۲ \times ۰/۶۲۴} = ۰/۵۷۳ \text{ m}$$

$$E_c = y_c + \frac{۱}{۲} D_c = ۰/۶۲۴ + \frac{۱}{۲} \times ۰/۵۷۳ = ۰/۹۱ \text{ m}$$

$$DZ_c = ۱/۵۵۱ - ۰/۹۱ = ۰/۶۴ \text{ m}$$

با توجه به تغییر ناچیز مقدار ΔZ_c نسبت به آزمون دوم، مقدار ΔZ_c برابر ۰/٦٤m پذیرفته می شود.

باید در نظر داشت که به جهت وضعیت زیر بحرانی در بالادست برآمدگی، در صورتی که ارتفاع برآمدگی بیش از ۰/٦٤m انتخاب گردد، عمق بحرانی روی برآمدگی تثبیت خواهد شد ولی تغییر در عمق آب در بالادست جریان نیز ایجاد خواهد گردید.در حقیقت ΔZ_c=۰/٦٤m به معنی حداقل ارتفاع برآمدگی در ایجاد جریان بحرانی و حداکثر ارتفاع در عدم تغییرعمق در بالادست می باشد.

میزان پایین افتادگی سطح آب در محل برآمدگی برابر است با:

$$\Delta y = y_۱ - (y_c + \Delta Z_c) = ۱/۵ - (۰/۶۲۴ + ۰/۶۴) = ۰/۲۳۶ \text{ m}$$

ب:

$$\Delta Z = ۰/۵ \Delta Z_c = ۰/۵ \times ۰/۶۴ = ۰/۳۲ \text{ m}$$

با توجه به این که $\Delta Z < \Delta Z_c$ است، تغییر در شرایط بالادست ایجاد نخواهد شد:

$$E_{۲} = E_{۱} - \Delta Z$$
$$E_{۲} = E_{۱} - \Delta Z = ۱/۵۵۱ - ۰/۳۲ = ۱/۲۳۱ \text{ m}$$
$$b_{۲} = ۵ + ۲\Delta Z = ۵ + ۲ \times ۰/۳۲ = ۵/۶۴ \text{ m}$$

$$E_{۲} = y_{۲} + \frac{V_{۲}^{۲}}{۲g} = y_{۲} + \frac{Q^{۲}}{۲gA_{۲}^{۲}}$$
$$۱/۲۳۱ = y_{۲} + \frac{(۹/۷۵)^{۲}}{۲ \times ۹/۸۱[(۵/۶۴ + y_{۲})y_{۲}]^{۲}}$$

حل رابطهٔ ۲-۳۳ با استفاده از آزمون و خطا و انتخـاب مقـادیر $۰/۶۲۴ < y_2 < ۱/۵\text{m}$ انجام می شود. بدیهی است که y_2 از ۱/۲۳۱m نیز کوچکتر می باشد (چرا؟):

آزمون و خطا $\rightarrow y_2 = ۱/۱۵۵\text{m}$

در این حالت هیچ تغییری در وضعیت جریان بالادست برآمـدگی ایجـاد نمـی شـود و میزان پایین افتادگی سطح آب در رسیدن به برآمدگی برابر است با:

Δy ۱/۵ − (۱/۱۵۵ + ۰/۳۲) = ۰/۰۲۵m

در صورتی که ارتفاع برآمدگی ۱/۲۵ برابر ارتفاع برآمدگی در حالت الف باشـد، عمـق آب در روی برآمدگی، قبل از برآمدگی و میزان پایین افتادگی در سـطح آب چـه مقـدا خواهند بود(؟)

حل این وضعیت به عنوان تمرین به عهدهٔ مطالعه کنندگان گذاشته می شود.

اصل اندازهٔ حرکت در کانالهای باز و کاربرد آن

مقدمه:

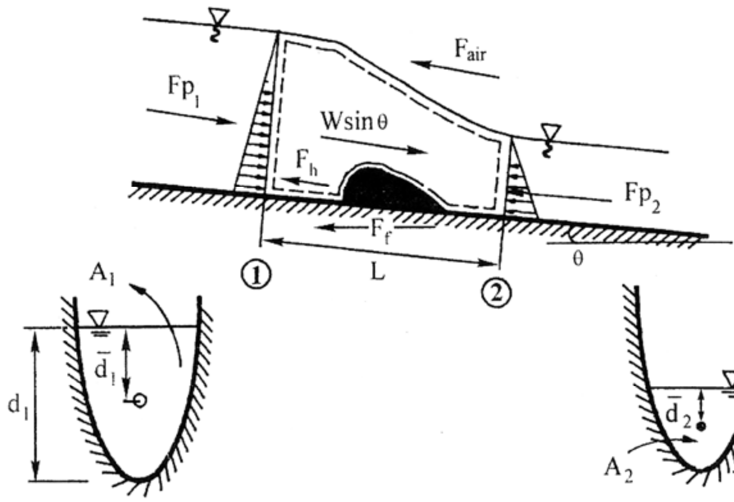
در این فصل به مفاهیم معادلۀ اندازۀ حرکت در تحلیل پدیده های موضعی در کانالهای باز اشاره خواهد شد. گروهی از مسایل مورد بررسی به گونه ای هستند که در آن ها با توجه به مشخص بودن یا قابل صرفنظر کردن نیروها رابطۀ اندازۀ حرکت می تواند در ارتباط دادن سایر پارامترهای هیدرولیکی به کار رود. از این گروه می توان پرش هیدرولیکی در کانالهای با شیب کم را مثال زد که در این ارتباط مفاهیم و روشهای محاسباتی درمورد کانالهای با هر مقطع دلخواه ارائه خواهد شد. در گروهی دیگر از مسایل، معادلۀ اندازۀ حرکت می تواند در تعیین نیروهای مجهول به کار رود. از جملۀ این مسایل می توان نیروی وارد بر دریچه ها یا سرریزها یا هرگونه مانع موضعی قرار گرفته در مسیر جریان را نام برد.

در ضمن ارائه معادلۀ اندازه حرکت، مفهوم قراردادی نیروی مخصوص نیز معرفی شده و دو کمیت انرژی مخصوص و نیروی مخصوص با یکدیگر مقایسه خواهند شد. مطالعۀ مطالب ارائه شده در فصل یک، در زمینۀ معادلۀ اندازه حرکت به درک مفاهیم این فصل کمک خواهد نمود.

رابطۀ اندازۀ حرکت در کانالهای باز و معرفی نیروی مخصوص

دربخش ۱-۷-۳ بحث کلی در کاربرد رابطۀ اندازه حرکت در تحلیل مسایل هیدولیکی ارائه شد و اشاره گردید که اصل اندازۀ حرکت هنگامی مورد استفاده قرار می گیرد

که نیروهای خارجی مؤثر بـر حجـم کنتـرل انتخـابی از جریـان مـشخص و یـا قابـل صرفنظر کردن باشند.در صورتی که سایر مشخصات هیدرولیکی مشخص باشند این رابطه می تواند در تعیین نیروهای غیرمشخص نیز بـه کـار رود. در بررسـی کـاملتر رابطهٔ اندازه حرکت در جریانهای دائمی، حجم کنترل مشخصی بین دو مقطع ۱ و ۲ از جریان در نظر گرفته می شود. (شکل ۳-۱):



شکل ۳-۱ جریان در قسمتی از مسیر کانال باز

درمسیر جریان یک مانع که نیروی رانش جریان بر روی آن اعمال مـی شـود نیـز در نظر گرفته شده است. این نیرو می تواند نیروی ناشی از پایه های پل، بلوکهای ضربه گیر و یا نیروهای فشاری ناشی از جدارهٔ کانال در یـک کانـال غیـر منـشوری باشـد. مستقل از این که در مسیر جریان افت انرژی به صورت موضعی و یـا طـولی وجـود داشته باشد، رابطهٔ ۱-۲٦ در جهت جریان به صورت زیر نوشته می شود:

$$Fp_۱ - Fp_۲ - F_f - F_h - F_{air} + W\sin\theta = \rho Q(\beta_۲ V_۲ - \beta_۱ V_۱)$$

که در آن:

Fp_1 و Fp_2: نیروهای فشاری در مقاطع ۱ و ۲

F_f: نیروی اصطکاک (سایش) درکف کانال (اگر طول کانال کوتاه باشد $F_f = ۰$)

F_{air}: نیروی ناشی از مقاومت هوا بر روی جریان (F_{air} ناچیز فرض می شود).

$W \sin\theta$: مؤلفه وزن در جهت شیب (در یک حجم کنترل کوچک و درصورتی که شیب کانال کم باشد مؤلفه وزن در جهت شیب برابر صفر فرض می شود).

F_h: نیروی ناشی از وجود مانع در مسیر جریان (در صورت عدم وجود مانع $F_h = ۰$ می باشد).

برآیند مقادیر F_f، F_h $W \sin\theta$ صرفنظر از جهت اعمال آنها به صورت نیروهای خارجی (F_{ext}) نشان داده می شود. در نتیجه:

$$Fp_۱ - Fp_۲ + F_{ext} = \rho Q(\beta_۲ V_۲ - \beta_۱ V_۱)$$

با در نظر گرفتن و اعمال قانو توزیع هیدرواستاتیکی فشار که خاص جریانهای یکنواخت و جریانهای متغیر دریجی می باشد داریم:

$$Fp_۱ = \gamma \bar{d}_۱ \cos\theta A_۱$$
$$Fp_۲ = \gamma \bar{d}_۲ \cos\theta A_۲$$

$\bar{d}_1$ و $\bar{d}_2$ فاصلهٔ مرکز سطح مقاطع A_1، A_2 تا سطح آزاد مربوطه می باشند. با اعمال این مقادیر در رابطهٔ ۳-۲ معادلهٔ زیر حاصل می گردد:

$$\gamma \bar{d}_1 \cos\theta A_1 - \gamma \bar{d}_2 \cos\theta A_2 + F_{ext} = \rho Q(\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1)$$
$$F_{ext} = [(\rho Q \beta_2 V_2 + \gamma \bar{d}_2 \cos\theta A_2) - (\rho Q \beta_1 V_1 + \gamma \bar{d}_1 \cos\theta A_1)]$$
$$\frac{F_{ext}}{\gamma} = \left(\frac{\beta_2 Q^2}{gA_2} + \bar{d}_2 \cos\theta A_2\right) - \left(\frac{\beta_1 Q^2}{gA_1} + \bar{d}_1 \cos\theta A_1\right)$$

در صورتی که بـه صـورت معمـول در کانالهـای بـاز $\beta_1 = \beta_2 = 1$ و $\cos\theta \approx 1$ فـرض گردند ، رابطهٔ ۳-۳ به رابطهٔ ۳-٤ تبدیل خواهد شد:

$$\frac{F_{ext}}{\gamma} = \left(\frac{Q^2}{gA_2} + \bar{y}_2 A_2\right) - \left(\frac{Q^2}{gA_1} + \bar{y}_1 A_1\right)$$

رابطهٔ فـوق نـشان مـی دهـد کـه حاصـل تقـسیم برآینـد نیروهـای خـارجی بـر وزن مخصوص آب از تفاضل دو عبارت مشابه در مقاطع ۱ و ۲ به دست می آیـد کـه ایـن عبارت در هر مقطع بنا بـه تعریـف نیـروی مخـصوص (Specific Force) آن مقطـع نامیده می شود یعنی:

$$F = \frac{Q^2}{gA} + \bar{y}A$$

با توجه به تعریف نیروی مخصوص، رابطهٔ ۳-٤ به شکل زیر نوشته می شود:

$$\frac{F_{ext}}{\gamma} = \frac{W \sin\theta - F_f - F_h}{\gamma} = F_2 - F_1$$

در صورتی که برآیند نیروهای خارجی اعمال شده بر روی حجـم کنتـرل انتخـابی از جریان صفر باشد این نتیجه حاصل خواهد شد که در جریان آب از مقطع ۱ به سـمت مقطع ۲، مقدار نیروی مخصوص تغییر نخواهد کرد، در غیـر ایـن صـورت ایـن تغییـر متناسب با نیروهای خارجی اعمال شده بر جریان می باشد.

چنانچه برای بیان ساده تر مؤلفه های معادلۀ اندازۀ حرکت، کانال با مقطع مستطیلی و عرض b در نظرگرفته شده و $\cos\theta = 1$ فرض گردد و از مقادیر F_{air} و F_h صرفنظر شود، اجزاء تشکیل دهندۀ رابطۀ ۳-۱ به صورت زیر درخواهند آمد:

$$Fp_۱ = \frac{۱}{۲} \gamma\, b\, y_۱^{۲}$$
$$Fp_۲ = \frac{۱}{۲} \gamma\, b\, y_۲^{۲}$$

$$Q = VA = \frac{۱}{۲}(V_۱ + V_۲)\, b \left(\frac{y_۱ + y_۲}{۲}\right)$$
$$W = \gamma b L\left(\frac{y_۱ + y_۲}{۲}\right)$$
$$\sin\theta = \frac{Z_۱ - Z_۲}{L}$$
$$F_f = \gamma b h_f' \left(\frac{y_۱ + y_۲}{۲}\right)$$

که h_j معرف مقدار انرژی اصطکاکی از بین رفته برحسب ارتفاع آب می باشد. رابطۀ فوق در تعیین F_f نیاز به مقدماتی دارد که در فصل چهارم به تفصیل مورد بررسی قرار خواهد گرفت. با اعمال این مقادیر در معادلۀ ۳-۱ و پس از خلاصه نمودن، رابطۀ ذیل حاصل می گردد:

$$Z_۱ + y_۱ + \beta_۱ \frac{V_۱^۲}{۲g} = Z_۲ + y_۲ + \beta_۲ \frac{V_۲^۲}{۲g} + h_f'$$

همان گونه که ملاحظه می شود، رابطۀ فوق بسیار شبیه معادلۀ انرژی بین دو مقطع ۱ و ۲ است با این تفاوت که در این جا به جای مقادیر α و h_f، مقادیر β و h_f به کار رفته است.

با توجه به مطالب فوق می بایست بتوان با استفاده از هر یک از دو رابطـهٔ انـرژی یـا اندازهٔ حرکت، مسایل مربوطه را حـل نمـود امـا عمـلاً یکـی از ایـن دو رابطـه شـروع مناسب در تحلیل مسأله خاص می باشد. متأسفانه هنوز قانونمندی کلّی برای استفاده از هر یک از روابط یاد شده به صورت مـشخص، معـین نگردیـده و عمومـاً برحـسب تجربه بایستی دریافت که در حل یک مسأله خاص کدام معادله کارساز می باشد، امـا به طور کلی می توان اظهار داشت که در هر جا که مقـدار افـت انـرژی بـین دو مقطـع مساوی صفر و یا معلوم باشد بهتر است از رابطهٔ انرژی اسـتفاد گـردد، در غیـر ایـن صورت ودر جاهایی که مقدار افت انرژی نامشخص است (نظیـر پـرش هیـدرولیکی) بایستی از معادلهٔ مقدار یا اندازهٔ حرکت استفاده نمود.

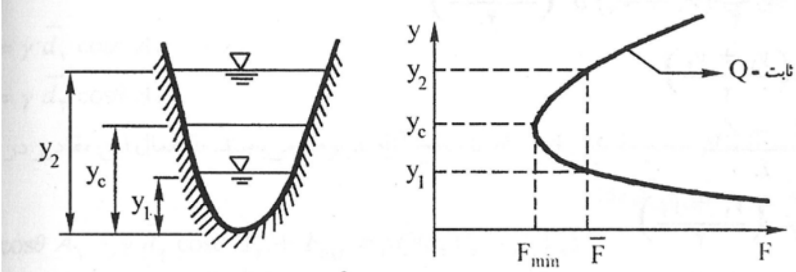
منحنی نیروی مخصوص در برابر عمق و اعماق مزدوج

با توجه به معادلهٔ ۳-۵ و این کـه مقـادیر سـطح مقطـع (A) و لنگـر اول سـطح مقطـع نسبت به سطح آزاد ($\bar{y}A$) تابعی از عمق جریان (y) هستند، مقدار نیروی مخـصوص (F) نیز تابعی از y بوده و می تواند به ازاء یک دبی مشخص، برحسب y رسم گـردد. معادلهٔ نیروی مخصوص فقط دارای یک مجانب افقی بوده و مشابه منحنـی $E - y$ بـه صورت منحنی نمایش داده شده در شکل۳-۲ قابل ترسیم می باشد.

از منحنی $F - y$ نتیجه گیری های زیر حاصل می شود:

الف) مقدار F_{min} (حداقل نیروی مخصوص) در عمقی حاصل می گردد که همـان عمـق بحرانی است.

ب) به ازاء هر نیروی مخصوص ثابت (F) دو عمق از جریان مشخص می شـود. ایـن دو عمق که یکی از آنها وضعیت فوق بحرانی و دیگری وضعیت زیر بحرانی از جریان را نشان می دهند، اعماق مزدوج (Conjugate Depths) نامیده می شوند.



$$F = \frac{Q^2}{gA} + \bar{y}A$$

شکل۳-۲ منحنی نیروی مخصوص در برابر عمق در یک مقطع دلخواه

در صورتی که این دو عمق متعلـق بـه یـک پـش هیـدرولیکی باشـند، y_1 عمـق اولیـهٔ پـرش هیدرولیکی و y_2 عمق ثانویه پرش هیدرولیکی نام می گیرند.برای سهولت رسیدن بـه نتیجـه گیری های الف و ب، می توان کانال با مقطع مستطیلی را در نظر گرفت که در این صورت:

$$F = \frac{Q^2}{gby} + by \times \frac{y}{2} = \frac{Q^2}{gb}\left(\frac{1}{y}\right) + b\frac{y^2}{2}$$

$$\frac{dF}{dy} = \frac{Q^2}{gb}\left(-\frac{1}{y^2}\right) + by = 0 \Rightarrow y = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = y_c$$

یعنی F_{min} در عمق بحرانی حاصل می شود و مقدار آن برابر است با:

$$F_{min} = \frac{Q^2}{gby} + \frac{by_c^2}{2} = \frac{bq^2}{gy_c} + \frac{by_c^2}{2} = \frac{3}{2}by_c^2$$

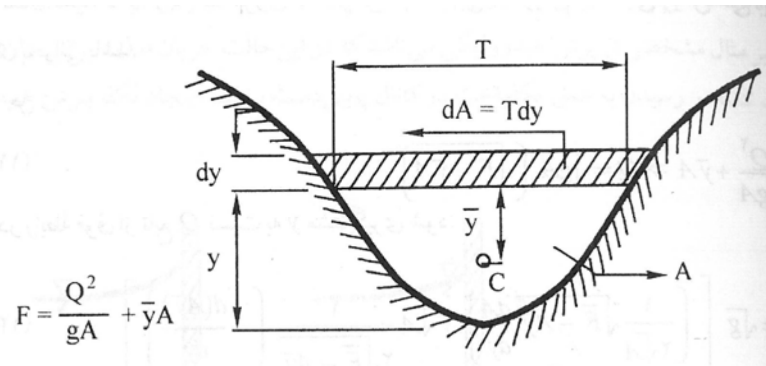
پیدایش F_{min} در عمق y_c و همچنین مقدار $F_{min}=\frac{3}{2}by_c^2$ در مقاطع مستطیلی نیز تشابه نیروی مخصوص و انرژی مخصوص را نشان می دهند که در جهت معرفی بیشتر این تشابه مطالبی چند در قالب مثال نیز معرفی خواهند گردید.

مثال:

نشان دهید که در جریان دائمی آب در کانالی با هر شکل مقطع دلخواه وبه ازاء یک دبی ثابت نیروی مخصوص مینیمم در عمق بحرانی پیش می آید.

حل:

شکل ۳-۳ مقطع با هر شکل دلخواه و نیروی مخصوص متناسب با آن را نشان می دهد.



شکل۳-۳

در صورتی که از تابع F برحسب y مشتق گیری شود:

$$\frac{dF}{dy}=-\frac{Q^2}{g}\left(\frac{dA/dy}{A^2}\right)+\frac{d(\bar{y}A)}{dy}$$
$$\frac{dF}{dy}=-\frac{Q^2}{g}\left(\frac{T}{A^2}\right)+\frac{d(\bar{y}A)}{dy}$$

با توجه به تعریف $d(\bar{y}A)$ و این که $d(\bar{y}A)$ تغییرات لنگر اول سطح مقطع نسبت به سطح آزاد را به ازاء تغییر dy نشان می‌دهد داریم:

$$d(\bar{y}A) = \left[A(\bar{y} + dy) + Tdy \times \frac{dy}{۲}\right] - [A\bar{y}] = Ady$$

که این رابطه با صرفنظر کردن از دیفرانسیلهای مرتبهٔ دوم نوشته شده است، لذا:

$$\frac{d(\bar{y}A)}{dy} = \frac{Ady}{dy} = A$$

با قرار دادن رابطهٔ ۳-۹ در رابطهٔ ۳-۷ روابط زیر به دست می آیند:

$$\frac{dF}{dy} = -\frac{Q^{۲}}{g}\left(\frac{T}{A^{۲}}\right) + A$$

$$\frac{dF}{dy} = ۰ \Rightarrow \frac{Q^{۲}}{g} = \frac{A^{۳}}{T}$$

رابطهٔ ۳-۱۰ از مشخصات جریان بحرانی است که در فصل دوم به تفصیل مورد بحث قرار گرفت.

مثال:

نشان دهید که به ازاء یک نیروی مخصوص ثابت، دبی ماکزیمم هنگامی پیش می آید که جریان بحرانی باشد.

$$\bar{F} = \frac{Q^{۲}}{gA} + \bar{y}A \Rightarrow Q = \sqrt{gA}\left(\sqrt{\bar{F} - \bar{y}A}\right)$$

اگر در رابطهٔ فوق از تابع Q نسبت به y مشتق گیری شود:

$$\frac{dQ}{dy} = \sqrt{g}\left[\left(\frac{۱}{۲\sqrt{A}}\sqrt{\bar{F} - A\bar{y}}\,\frac{dA}{dy}\right) + \sqrt{A}\,\frac{۱}{۲\sqrt{\bar{F} - A\bar{y}}}\left(-\frac{d(A\bar{y})}{dy}\right)\right]$$

با توجه به مثال ۳-۱ روابط $\frac{dA}{dy}=T$ و $\frac{d(\bar{y}A)}{dy}$، و براساس معادلهٔ ۳-۱۱ رابطهٔ

$\sqrt{\bar{F}-\bar{y}A}=\frac{Q}{\sqrt{g}A}$ برقرار می باشند. با اعمال این تساویها در عبارت فوق، معادلهٔ

زیر حاصل خواهد شد:

$$\frac{dQ}{dy}=\sqrt{g}\left[\left(\frac{۱}{۲\sqrt{A}}\frac{Q}{\sqrt{gA}}T\right)-\left(\sqrt{A}\frac{\sqrt{gA}}{۲Q}\right)A\right]$$

$$\frac{dQ}{dy}=۰ \Rightarrow \frac{Q^{۲}}{g}=\frac{A^{۳}}{T}$$

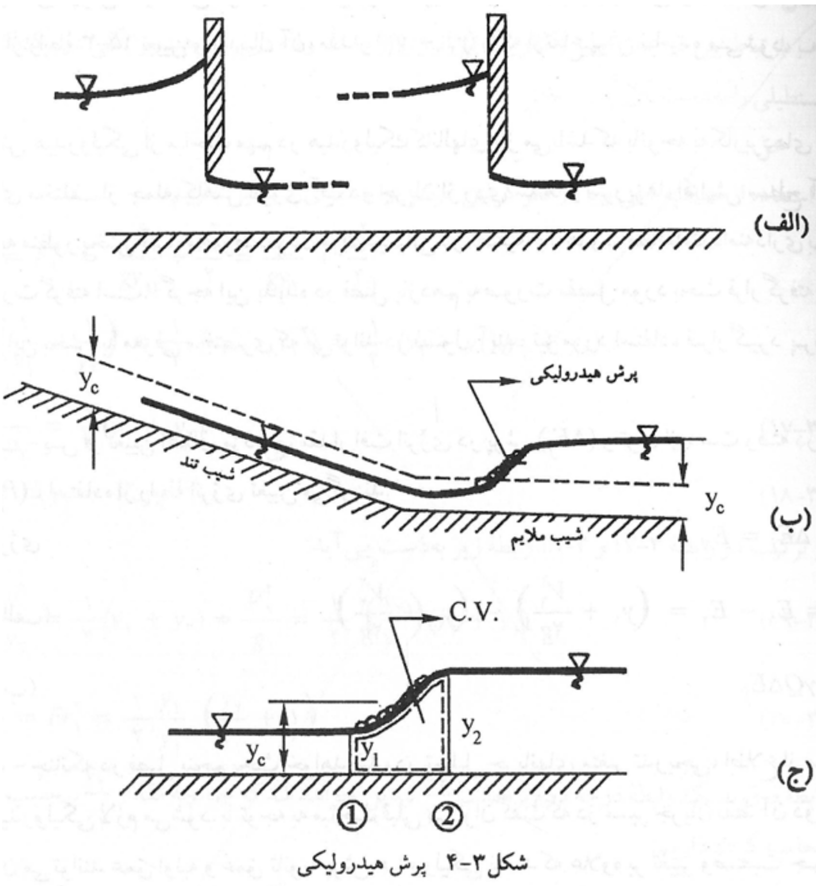
که مشخصات مقطع بحرانی را نشان می‌دهد.

تحلیل پرش هیدرولیکی در کانالهای با شیب کم:

در بخش ۱-٤ و در طبقه بندی و تشخیص انواع جریان پرش هیدرولیکی (Hydraulic Jump) به عنوان یک نوع مشخص از جریانهای متغیر سریع (Rapidly Varied Flow) معرفی گردید. همچنین در بخش ۱-۷-۳ و در بحث مقایسهٔ بین کاربردهای رابطهٔاندازهٔ حرکت و رابطهٔ انرژی، به این مطلب اشاره شدکه رابطهٔ اندازهٔ حرکت می تواند در تحلیل پرش هیدرولیکی به کار رود. در این قسمت ضمن معرفی بیشتر پرش هیدرولیکی، از معادلهٔ اندازهٔ حرکت درتحلیل این پدیده استفاده خواهد شد.

چنانچه دو دریچه مطابق شکل ۳-٤ الف در مسیر جریانی که با دبی ثابت در یک کانال منشوری برقرار است، قرار گیرند، جریان قبل از هر یک از دریچه ها زیر

بحرانی و بعد از دریچه ها فوق بحرانی خواهد بود (مثال ۲-۸). مشاهدات تجربی نشان می دهد که در فاصله بین دو دریچه تبدیل سریع جریان از فوق بحرانی به زیر بحرانی پیش می آید و انبساط سریع جریان در این فاصله توأم با آشفتگی و افت انرژی موضعی زیادی می باشد که این پدیدهٔ پرش هیدرولیکی نامیده می شود. جریان آب در پای شیب های تند (شکل ۳-٤ ب) نیز مثال مشخصی از پرش هیدرولیکی می باشد که در این حالت جریان فوق بحرانی جاری شده بر روی شیب تند، در رسیدن به عمق یکنواخت در کانال پایین دست باعث ایجاد یک پرش هیدرولیکی می شود.



شکل ۳-۴ پرش هیدرولیکی

با توجه به این که پش هیدرولیکی یک پدیدهٔ موضعی است و در طول کوتاهی از مسیر صورت می گیرد، لذا می توان حجم کنترل مشخصی بین دو مقطع ۱ و ۲ یعنی مقاطع قبل و بعد از پرش انتخاب (شکل ۳-٤ ج) و بدین ترتیب از مقدار F_f صرفنظر نمود. از طرفی به دلیل این که جریان در کانال با شیب کم مورد بررسی قرار می گیرد، $W \sin \theta$ تقریباً مساوی صفر بوده و لذا با استفاده از رابطهٔ ۳-٦ می توان نوشت:

$$F_{ext} = W \sin\theta - F_f = \circ \;\Rightarrow\; F_1 = F_2$$

یا

$$\frac{Q^2}{gA_1} + \bar{y}_1 A_1 = \frac{Q^2}{gA_2} + \bar{y}_2 A_2$$

به عبارت دیگر با توجه به ماهیت جریان، نیروی مخصوص در قبل و بعد از پرش هیدرولیکی ثابت باقی مانده و اعماق y_1 و y_2اعماق مزدوج متعلق به یک نیروی مخصوص ثابت می باشند که y_1 عمق اولیه و y_2 عمق ثانویهٔ پرش نامیده می شود. با مشخص بودن هر یک از اعماق y_1 و y_2 میتوان عمق دیگر را با استفاده از رابطهٔ ۳-۱۵ تعیین و به دنبال آن، مقدار $(y_2 - y_1)$ را که ارتفاع پرش نامیده می شود، به دست آورد.

پرش هیدرولیکی از مباحث مهم در هیدرولیک کانالهای باز می باشد که با توجه به کاربردهای آن در زمینه های مختلف از جمله، کاهش انرژی آب در جریان از روی سدها و سرریزها، افزایش سطح آب درکانالها به منظور پخش آب، مخلوط نمودن

مواد شیمیائی در تصفیه خانه ها و ... مطالعات دامنه داری بر روی آن صورت گرفته است. اگر چه این پدیده در فصل یازدهم به صورت مفصل مورد بحث قرار گرفته است، ولی در این بخش به معرفی مختصری که می تواند در فصول آینده نیز مورد استفاده قرارگیرد. پرداخته می‌شود:

الف – پس از تعیین اعماق مزدوج، مقدار افت انرژی در پرش (ΔE_j) و توان از دست رفته در طول پرش (P_j) با استفاده از رابطهٔ انرژی تعیین می‌گردند.

$$E_۱ - \Delta E_j = E_۲$$

$$\Delta E_j = E_۱ - E_۲ = \left(y_۱ + \frac{V_۱^۲}{۲g}\right) - \left(y_۲ + \frac{V_۲^۲}{۲g}\right)$$

$$P_j = \gamma Q \Delta E_j$$

ب – چنانکه در فصل پنجم بحث خواهد شد، در تحلیل جریانهای متغیر تدریجی، اطلاع از مواضع پرش هیدرولیکی لازم می شود. با توجه به مباحث قبلی می توان گفت که در مسیر جریان فقط آن دو عمقی از جریان می‌توانند عمق اولیه عمق ثانویهٔ پرش هیدرولیکی باشندکه علاه بر تغییر وضعیت جریان از فوق بحرانی به زیر بحرانی شرط عمومی $F_1 = F_2$ نیز در آنها صادق باشد. لازم به توضیح است که پرش می تواند از جریان متغیر به جریان یکنواخت (جریان در پای شیبهای تند)، از جریان متغیر به جریان متغیر (جریان در بین دو دریچه) و از جریان یکنواخت به جریان متغیر (جریان پس از یک شیب تند طولانی بلافاصله به پشت یک دریچه) صورت

گیرد، ولی در هر حال ارضاء دو شرط معرفی شده در تشخیص موضع پرش لازم می باشد.

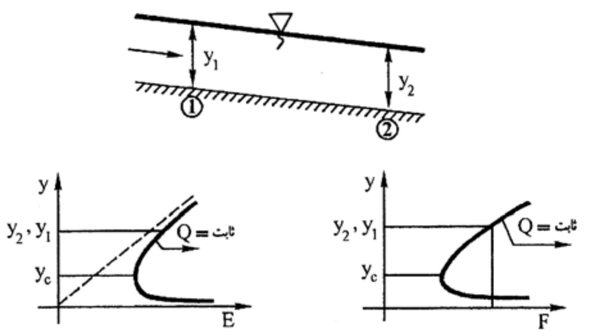
ج–رابط ۳–۱۵ می تواند در تعیین عمق y_1 و y_2 به کار رود. حل این معادله نیاز به استفاده از روش آزمون و خطا یا روشهای عددی دیگر دارد. یکی از راه حلهای مناسب می تواند ترسیم منحنی F-y به ازاء یک دبی مشخص و تعیین مقادیر y_1 یا y_2 باشد و گاه در بعضی مقاطع معمول جداول یا نمودارهای کمکی نیز می توانند به کار گرفته شوند.

مقایسه بین منحنی های انرژی مخصوص و نیروی مخصوص

در جمع بندی مطالب ارائه شده در فصول دوم و سوم در کاربرد قوانین اساسی در هیدرولیک کانالهای باز در این بخش به مقایسه بین دو منحنی E-y و F-y در برخی حالات نظیر جریان یکنواخت، پرش هیدرولیکی و جریان آب از زیر یک دریچه کشوئی پرداخته می شود.

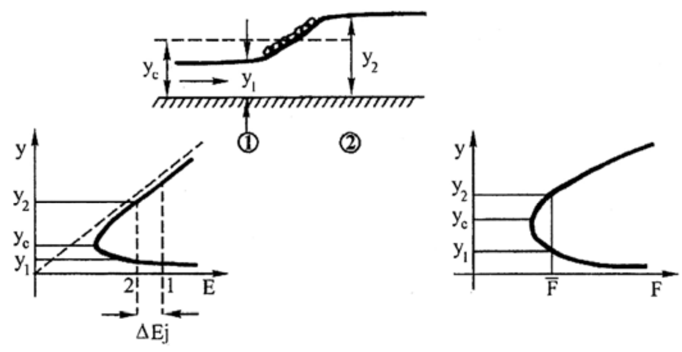
در شکل ۳–٦ جریان یکنواخت در یک کانال باز به همراه منحنی های انرژی مخصوص و نیروی مخصوص در برابر عمق نشان داده شده اند. از آن جا که در دو مقطع ۱ و ۲ از جریان دو عمق یکسان می باشند، مقادیر انرژی مخصوص و نیروی مخصوص ثابتی را نیز بر روی منحنی ها نشان می دهند. با توجه به تعاریف انرژی مخصوص و نیروی مخصوص باید در نظر داشت که تساوی این دو کمیت در دو

مقطع از جریان به معنی عدم وجود افت انرژی یا عدم وجود نیروهای خارجی منفرد نمی باشد.



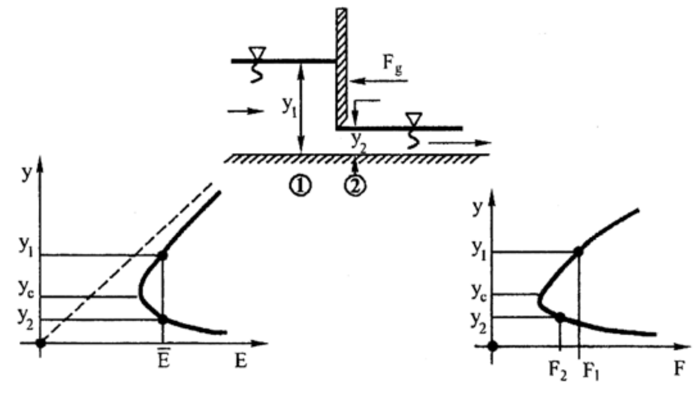
شکل ۳-۶ جریان یکنواخت در کانال باز

شکل ۳-۷، پرش هیدرولیکی در یک کانال باز را نشان می دهد. با توجه به ماهیت جریان چنانچه دو عمق y_1 و y_2 یعنی اعماق مزدوج پرش بر روی منحنی F-y برده شوند، مقادیر F_1 و F_2 مساوی خواهند بود، در صورتی که هرگاه دو عمق y_1 و y_2 بر روی منحنی E-y قرار داده شوند،انرژی مخصوص متناسب با عمق y_1 به میزان ΔE_j بیش از انرژی مخصوص متناسب با عمق y_2 خواهد بود.



شکل ۳-۷ پرش هیدرولیکی در یک کانال باز

برعکس در حالاتی نظیر جریان آب از زیر یک دریچه کشوئی که در شکل ۳–۸ نشان داده شده است به دلیل عدم وجود افت انرژی، دو عمق y_1 و y_2 اعماق متناوب هستند و این دو عمق بر روی منحنی E-y مقدار انرژی مخصوص ثابتی خواهند داشت. ولی چنانچه بر روی منحنی F-y قرار داده شوند، مقدار F_1 بیش از مقدار F_2 خواهد بود. این تفاوت به دلیل اعمال نیرویی برابر F_g از سوی دریچه و در خلاف جهت جریان بر جرم آب درون حجم کنترل انتخابی بین دو مقطع ۱ و ۲ می باشد که بر این اساس نیروی مخصوص در جریان از سمت مقطع ۱ به سمت مقط ۲ به میزان $\frac{F_g}{\gamma}$ کاهش پیدا می کند.



شکل ۳–۸ جریان آب از زیر یک دریچهٔ کشوئی

مثال:

در مسیریک کانال مستطیلی به عرض 5m که در آن آبی با دبی $20m^3/s$ جریان دارد، یک دریچه کشویی به گونه ای قرار می گیرد که فاصله آن از کف کانال 0.67m می باشد. چنانچه عمق جریان در مقطع انقباض برابر 0.4m و جریان در قسمت پایین

دست دریچه یکنواخت، با عمقی معادل 2.5m فرض گردد، موارد زیر را تحقیق و محاسبه کنید:

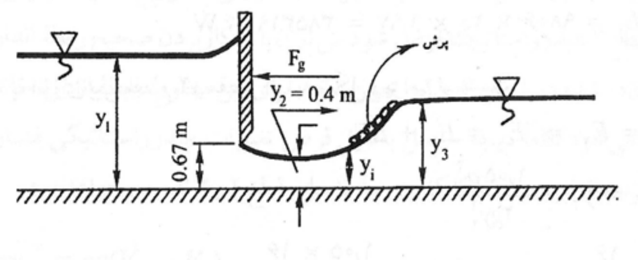
الف–اثبات نمایید که در پایین دست دریچه پرش هیدرولیکی انجام می شود.

ب–افت انرژی در طول پرش را به دست آورده و توان مصرفی در طول پرش را محاسبه نمایید.

ج–اگر افت انرژی موضعی در جریان آب از زیر دریچه تا مقطع انقباض برابر ۰٫۰۵ ارتفاع معادل انرژی سرعتی در مقطع انقباض باشد عمق آب قبل از دریچه را محاسبه نمایید.

د–نیروی وارد بر دریچه را محاسبه نمایید.

هـ–در صورتی که عمق جریان در پایین دست دریچه به جای 2/5m در 3/0m کنترل گردد، وضعیت جریان در پای دریچه را تحلیل کنید.



شکل۳–۱۰

حل:

چنانکه در شکل دیده می شود جریان آب ضمن عبور از محل دریچه به دلیل انحنای شدید خطوط جریان و عدم تطبیق خطوط مذکور با تغییر جهت دفعی، دارای مقطع

انقباضی به عمق 0/4m خواهد شد. به منظور حل قسمتهای مختلف مسأله ابتـدا دبـی جریان در عرض واحد و عمق بحرانی محاسبه می شوند:

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{۲۰}{۵} = ۴\ \frac{m^۳}{s.m.}$$

$$y_c = \left(\frac{q^۲}{g}\right)^{۱/۳} = \left(\frac{۱۶}{۹/۸۱}\right)^{۱/۳} = ۱/۱۷۷\ m$$

الف-جریان در محل مقطع انقباض دارای عمقی کمتر ازعمق بحرانی است و لذا جریان در این محل فوق بحرانی می باشد (Fr>1)، از طرفی جریان در عمق یکنواخـت 2/5m وضعیت زیر بحرانی دارد (Fr<1) که بـر ایـن اسـاس جریـان آب پـس از دریچـه در جهت رسیدن به عمق 2/5m مجبور به افزایش عمق و تبدیل وضعیت جریـان از فـوق بحرانی به زیر بحرانی می باشد و پرش هیدرولیکی انجام می گـردد. در صـورتی کـه عمق اولیه پرش هیدرولیکی که دارای عمق ثانویه 2/5m اسـت، بـیش از 0/4m باشـد تصویر جریان دقیقاً مطابق شکل ۳-۱۰ خواهد بود. برای این منظور با بـه کـار بـردن روابط مربوط به کانال مستطیلی، عمق اولیه پرش محاسبه می شود:

$$y_i = \sqrt{\frac{y_۲^۲}{۴} + \frac{۲q^۲}{gy_۲}} - \frac{y_۲}{۲}$$

$$y_i = \sqrt{\frac{۲/۵^۲}{۴} + \frac{۲ \times ۱۶}{۹/۸۱ \times ۲/۵}} - \frac{۲/۵}{۲} \Rightarrow y_i = ۰/۴۴۳ > ۰/۴\ m$$

پس پرش مطابق شکل ۳-۱۰ انجام می شود.

ب –

$$\Delta E_j = \frac{(y_۳ - y_i)^۳}{۴y_۳y_i} = \frac{(۲/۵ - ۰/۴۴۳)^۳}{۴ \times ۲/۵ \times ۰/۴۴۳} \approx ۱/۹۷ \text{ m}$$

$$P_j = \gamma Q \Delta E_j = ۹۸۰۶ \times ۲۰ \times ۱/۹۷ = ۳۸۵۳۱۹/۵۴ \text{ W}$$

ج – معادله انرژی بین مقطع ۲ و مقطع ۱ را به شکل زیر می نویسیم:

$$E_۱ - \Delta E = E_۲ \Rightarrow E_۱ = E_۲ + \Delta E$$

$$y_۱ + \frac{q^۲}{۲gy_۱^۲} = y_۲ + \frac{۱/۰۵q^۲}{۲gy_۲^۲}$$

$$y_۱ + \frac{۱۶}{۲ \times ۹/۸۱ \times y_۱^۲} = ۰/۴ + \frac{۱/۰۵ \times ۱۶}{۲ \times ۹/۸۱ \times ۰/۴^۲}$$

باید در نظر داشت که بهترین عدد برای شروع آزمون و خطا با صرفنظر کردن از ارتفاع معادل سرعت در مقطع ۱ به دست می آید و در هر حال:

$Y_1 = 5/73$ m

د– جهت تعیین نیروی وارد بر دریچه می توانرابطه ۳-٦ را به کار برد.

$$\frac{F_{ext}}{\gamma} = F_۲ - F_۱ \Rightarrow \frac{-F_g}{\gamma} = F_۲ - F_۱$$

علامت منفی در رابطه ۳-۳۲، نشان دهنده آن است که جهت نیروی اعمالی بر روی آب در خلاف جهت جریان می باشد.

$$F_g = \gamma(F_۱ - F_۲)$$

$$F_۱ = \frac{Q^۲}{gA_۱} + \bar{y}_۱A_۱ = \frac{۲۰^۲}{۹/۸۱ \times ۵ \times ۵/۷۳} + ۵ \times ۵/۷۳ \times \frac{۵/۷۳}{۲} = ۸۳/۵۱ \text{ m}^۳$$

$$F_۲ = \frac{Q^۲}{gA_۲} + \bar{y}_۲A_۲ = \frac{۲۰^۲}{۹/۸۱ \times ۵ \times ۰/۴} + ۵ \times ۰/۴ \times \frac{۰/۴}{۲} = ۲۰/۷۹ \text{ m}^۳$$

$$F_g = ۹۸۰۶(۸۳/۵۱ - ۲۰/۷۹) = ۶۱۵۰۳۲ \text{ N}$$

نیروی اعمالی بر روی دریچه که برابر kN ۶۱۵/۰۳ است به صورت ضمنی در برگیرنده اثرات اصطکاکی بر روی دریچه نیز می باشد.

هـ-در صورتی که عمق پایین دست دریچه در m ۳/۰ تثبیت گردد، عمق اولیه پرش به صورت زیر محاسبه می شود:

$$y_i = \sqrt{\frac{۳^۲}{۴} + \frac{۲ \times ۱۶}{۹/۸۱ \times ۳}} - \frac{۳}{۲} = ۰/۳۲۷\text{m}$$

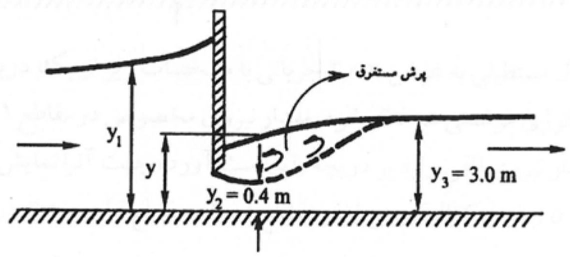
با توجه به این که عمق اولیه پرش کمتر از m ۰/۴ می باشد، لذا در این حالت پرش مستغرق رخ داده و تصویر جریان مطابق شکل ۳-۱۱ خواهد بود. در صورتی که توزیع فشار در پرش مستغرق و در سرتاسر مقطع ۲ هیدرواستاتیک فرض شود می توان با به کار بردن صحیح رابطه اندازه حرکت عمق y نمایش داده شده در شکل ۳-۱۱ را تعیین نمود. برای این منظور، رابطه اندازه حرکت بین مقطع ۲ و ۳ نوشته می شود قطعاً نتیجه حاصل به دلیل فرض تغییرات هیدرواستاتیکی فشار در مقطع ۲ و صرفنظر کردن از نیروی اصطکاک در حد فاصل مقطع ۲ و ۳ تقریبی خواهد بود.

$$\frac{۱}{۲}\gamma y^۲ - \frac{۱}{۲}\gamma y_۳^۲ = \rho q(V_۳ - V_۲)$$

از طرفی با توجه به رابطه پیوستگی و با فرض این که دبی کلـی در مقطـع ۲ در عمـق

مؤثر y_2 جریان می یابد می توان نوشت:

$$q = V_1 y_1 = V_2 y_2 = V_3 y_3$$



شکل۳-۱۱

از ترکیب دو رابطه ۳-۳۳ و ۳-۳٤، رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$y^2 - y_3^2 + \frac{2q^2}{g}\left(\frac{1}{y_2} - \frac{1}{y_3}\right) = 0$$

عدد فرود در مقطع ۳ برابر است با:

$$Fr_3 = \frac{V_3}{\sqrt{g y_3}} = \frac{q}{y_3\sqrt{g y_3}} \Rightarrow q^2 = g y_3^3\, Fr_3^2$$

با اعمال این مقداردر معادله ۳-۳۵، رابطه زیر به دست می آید که می تواند در تعیـین

y مورد استفاده قرار گیرد.

در این مثال

$$y = y_{۳}\sqrt{۱ + ۲Fr_{۳}^{۲}\left(۱ - \frac{y_{۳}}{y_{۲}}\right)}$$

$$y = ۳\sqrt{۱ + ۲\left(\frac{۴}{۳\sqrt{۹/۸۱ \times ۳}}\right)^{۲}\left(۱ - \frac{۳}{۰/۴}\right)}$$

$$y = ۱/۳۹ \text{ m}$$

در این حالت می توان با به کار بردن معادلـه انـرژی مقـدار y_1را برابـر ٦/٧٣ m پیـدا نمود که به عنوان تمرین به عهده مطالعه کنندگان گذاشته می شود.

جریان یکنواخت در کانالهای باز

مقدمه

در فصل حاضر جریان یکنواخت دائمی یا اختصاراً جریان یکنواخت در کانالهـای بـاز تحلیل خواهد شد. بدین منظور ابتدا چگونگی شکل گیری و ویژگیهای جریان یکنواخت و نحوه تعیین سرعت متوسـط در ایـن جریـان بررسـی مـی شـود. سـپس روشـهای محاسباتی در این گونه جریانها بر مبنای فرمول مانینگ، که کاربردی وسیع دارد، بـه همراه شناسایی پارامتر اصلی این فرمول یعنی ضریب زبـری مانینـگ ارائـه خواهنـد شد.

مطالب تکمیلی دیگـر همچـون جریـان در کانالهـای بـازبری غیریکنواخـت، جریـان در مقاطع مرکب، بهترین مقـاطع هیـدرولیکی و خـصوصیات جریـان در مقـاطع دایـروی مطالب بعدی این فصل می باشند.

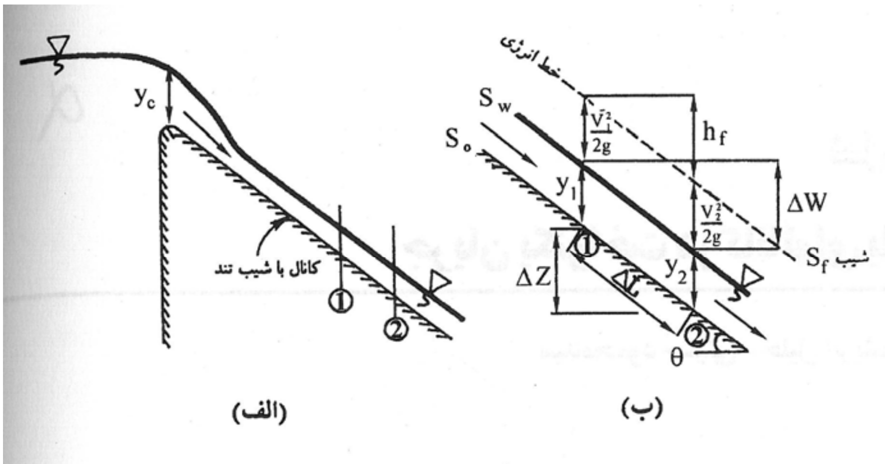
۱-٤ شکل گیری جریان یکنواخت (Establishment of Uniform Flow)

شکل ٤-۱ الف جریان دائمی آب از یک دریاچه به داخل یک کانال آبگیری با شیب تند را نشان می دهد. گر چه در بدو ورود آب به داخل کانال ذرات آب دارای شتاب جابه جایی تند شونده هستند و سطح آب دارای انحنای تدریجی می باشد، ولی جریان پس از طی مسافتی در روی کانال شیبدار به سمت سرعت حد میل می نماید و در این تعادل دینامیکی ذرات آب دیگر شتابی نخواهند داشت.

اگر مطابق شکل ٤-۱ ب یک بازه از کانال بین دو مقطع ۱ و ۲ در نظر گرفته شود، خصوصیات این جریان به خوبی روشن شده و می توان آن ها را به شکل زیر طبقه بندی نمود:

الف- به ازاء دبی ثابت، عمق و سرعت در امتداد طولی جریان ثابت است:

$$y_1 = y_2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$$
$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{dV}{dx} = 0$$



شکل ۴-۱ جریان یکنواخت پس از خروج آب از دریاچه

با توجه به ثابت بودن خصوصیات فوق در طول زمان، جریان مذکور یک جریان یکنواخت دائمی (Steady Uniform Flow) بوده که به دلیل آن که جریان یکنواخت غیردائمی (Unsteady Uniform Flow) عملاً وجود ندارد، به اختصار جریان یکنواخت نامیده می شود. جریان یکنواخت دائمی جریان نرمال نیز نام دارد و عمق جریان در این حالت به عمق نرمال (y_n) موسوم است.

در صورتی که شیب و سایر خصوصیات هیدرولیکی و هندسی کانال به نحوی باشند که به ازاء یک دبی ثابت، عمق نرمال کانال بیش از عمق بحرانی مربوطه باشد ($y_n>y_c$) جریان یکنواخت زیر بحرانی در کانال برقرار است. حال چنانچه $y_n<y_c$ ، جریان یکنواخت فوق بحرانی و در صورت $y_n=y_c$ جریان یکنواخت بحرانی در کانال جاری است. از نظر سادگی عمق نرمال در این بخش به y_0 نمایش داده می شود.

باید در نظر داشت که با توجه به ماهیت جریان یکنواخت، رسیدن به تعادل دینامیکی و سرعت حد و برقراری جریان یکنواخت مستلزم طولانی بودن و منشوری بودن کانال و عدم وجود مانع در مسیر جریان است و ضمناً برقراری جریان یکنواخت در کانالهای افقی با شیب صفر و یا کانالهای با شیب منفی امکان ندارد.

ب-در صورتی که فاصله دو مقطع ۱ و ۲ در امتداد جریان برابر L دلتا باشد می توان نوشت:

شیب خط انرژی = شیب سطح آب = شیب کف کانال

$$S_\circ = S_w = S_f = S$$

$$\frac{\Delta Z}{\Delta L} = \frac{\Delta W}{\Delta L} = \frac{h_f}{\Delta L} = S = \sin\theta$$

همان گونه که در شکل ٤-٢ نشان داده شده است، در رابطه٤-١، دلتا Z تغییر ارتفاع کف کانال، W دلتا تغییر ارتفاع سطح آب و h_f تغییر در میزان انرژی (یا افت انرژی) بین دو مقطع ١ و ٢ می باشند.

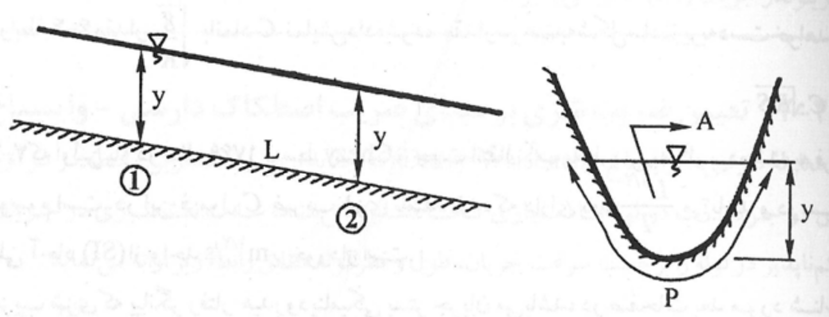
باید در نظر داشت که افت انرژی در فاصله L دلتا از مسیر پیش می آید و لذا فاصله افقی (ΔL_H) به جای ΔL در تعریف شیب خط انرژی و سایر شیب ها به کار برده نشده است و چنانکه بعداً نیز اشاره خواهد گردید در محاسبات جریان یکنواخت، عموماً $\sin\theta$ به عنوان شیب بستر کانال در محاسبات ظاهر می شود و چنانچه جریان یکنواخت در کانالهای با شیب کم $(\theta < 6^0)$ برقرار باشد، منظور نمودن $\tan\theta$ یعنی نسبت تغییر فاصله قائم به طول افقی (چنانکه در تعریف شیب معمول است) در محاسبات تغییری ایجاد نخواهد کرد.

٤-٢ سرعت متوسط در جریانهای یکنواخت

جهت تعیین سرعت در جریانهای یکنواخت دو فرمول شزی و مانینگ کاربرد همگانی دارند که در ادامه به آنها اشاره می شود.

٤-٢-١ فرمول شزی (Chezy Equation)

فرض می گردد مطابق شکل ٤-٢ جریـان یکنواخـت در یـک کانـال منـشوی بـا مقطـع دلخواه برقرار باشد.



شکل ۴-۲ جریان یکنواخت در یک کانال منشوری

با بـه کـار بـردن رابطـه انـدازه حرکـت بـین دو مقطـع ۱ و ۲ از جریـان و بـا فـرض $\beta_1 = \beta_2 = 1$ می توان نوشت:

$$Fp_1 - Fp_2 - F_f + W \sin\theta = \rho Q \, (V_2 - V_1)$$

با توجه به ثابت بـودن خـصوصیات جریـان بـین دو مقطـع ۱ و ۲ لـذا، $Fp_1 = Fp_2$ و $V1 = V_2$ بوده و بنابراین:

$$W \sin\theta - F_f = 0 \rightarrow W \sin\theta = F_f$$

رابطه ٤-٢ به مفهوم به سرعت حد رسیدن جریان و برقراری تعادل دینامیکی بین دو نیروی اصطکاک (F_f) و نیـروی رانـش یعنـی مؤلفـه وزن در جهـت شـیب ($W \sin\theta$) می باشد.

در شناسائی بیشتر این نیروها فرض می شود کـه نیـروی F_f از حاصـل ضـرب یـک تنش برشی متوسط در کف (τ_0) در مساحت اعمال شده در فاصله بین دو مقطـع ۱ و ۲ (PL) به دست آیددر نتیجه:

از طرفی:

$$F_f = \tau_0 PL$$
$$W \sin\theta = \gamma AL \sin\theta$$

و لذا رابطه ٤-۲ به شکل زیر تغییر می یابد:

$$\gamma AL \sin\theta = \tau_0 PL \Rightarrow \tau_0 = \gamma \frac{A}{P} \sin\theta$$

نظر به این که $\frac{A}{P}$، شعاع هیدرولیکی (R) مقطع جریان می باشد، تنش برشی متوسـط در کف برابر خواهد شد با:

$$\tau_0 = \gamma R \sin\theta = \gamma RS$$

فرض می گردد که تنش برشی متوسط جداره که عکس تنش حاصل از نیروی رانـش بر کف کانال می باشد متناسب با مجذور سرعت متوسط جریان (V) بوده یعنی:

$$\tau_0 = K\rho V^2$$

بـا مـساوی قـرار دادن دو رابطـه ٤-٤ و ٤-٥ مـی تـوان سـرعت متوسـط جریـان را محاسبه نمود:

$$K\rho V^2 = \gamma RS \Rightarrow V = \left(\sqrt{\frac{g}{K}}\right)\sqrt{RS}$$

اگردر رابطه ٤-٦ مقدار $\sqrt{\frac{g}{K}}$ با نماد C نمایش داده شود، مقدار سرعت به شکل ساده زیر به دست خواهد آمد:

$$V = C\sqrt{RS}$$

رابطه ٤-٧ که اولین بار در سال ١٧٦٩ توسط Chezy و جهت انتقال آب به پاریس به کار برده شد، به فرمول شزی موسوم است. در این فرمول C ضـریب شـزی نامیـده شده که دارای بعد $\frac{L^{1/2}}{T}$ می باشد و در سیستم بین المللی آحـاد (SI) از واحـد $m^{1/2}/s$ برخوردار است.

ضریب شزی که بیانگر رفتار هیدرودینامیکی بستر جریـان مـی باشـد، ولـی یـک راه مؤثر در شناسایی کیفی آن (و یا ضریب K) استفاده از روش آنالیز ابعـادی و قـضیه پارامترهای بدون بعد با کینگهام است که در مثال ٤-١ تشریح می گردد.

٤-٢-٥ تعیین سرعت متوسط در کانالها با استفاده از معادله مانینگ

در سال ١٨٨٩ یک مهندس ایرلندی به نام مانینگ (Manning) نـشان داد کـه ضـریب شزی با $R^{1/6}$ رابطه مستقیم دارد ($C \propto R^{1/6}$). بعـدها نـشان داده شـد کـه ضـریب ایـن تناسب $\frac{1}{n}$ می باشد یعنی:

$$C = \frac{1}{n}R^{1/6}$$

که n همان ضریب زبری بستر کانال است که در فرمول کاتر به کار برده شده است و به صورت معمول ضریب زبری مانینگ نامیده می شود.

در صورتی که رابطه ٤-١٥ در فرمول شزی قرار داده شود، رابطه زیر که به معادله مانینگ موسوم است و کاربرد بسیار وسیع در طراحی هیدرولیکی کانالهای باز دارد به دست می آید:

$$V = \frac{1}{n} S^{1/2} R^{2/3}$$

یا:

$$Q = \frac{1}{n} S^{1/2} R^{2/3} A$$

نکته ای که در استفاده از فرمول مانینگ می بایست مورد دقت قرار گیرد این است که رابطه ٤-١٥ یک رابطه تجربی در تعیین C بوده و از طرفی معادله ٤-١٦ در سیستم متریک نوشته شده است و لذا چنانچه فرض شود که این فرمول از نظر ابعادی یکنواخت است، ضریب $\frac{1}{n}$دارای بعد $\frac{L^{1/3}}{T}$ خواهد بود. همان گونه که بعداً خواهد آمد تعیین n عمدتاً از طیق جداول کمکی صورت می گیرد که مقداری است مشخص و لذا چنانچه خواسته شود از معادله مانینگ در سیستم آحاد مختلف استفاده گردد بایستی متناوباً مقدار n یا $\frac{1}{n}$ تغییر داده شود. برای جلوگیری از این تغییر مقدار، می توان ضریب $\frac{1}{n}$ را به $\frac{1/486}{n}$ تبدیل نمود و رابطه ٤-١٦ را در سیستم انگلیسی به شکل زیر به کار برد:

$$V = \frac{1/486}{n} S^{1/2} R^{2/3}$$

با توجه به این که هر متر برابر ۳/۲۸۰۸ فوت می باشد، ضریب ۱/٤٨٦ از ریشه سوم ۳/۲۸۰۸ حاصل شده است.

٤-۳ محاسبات جریان یکنواخت

گر چه برقراری جریان یکنواخت در کانالها یک فرض ایده آل است، ولی در عمل طراحی کانالها بر اساس روابط جریان یکنواخت صورت می گیرد.

منظور از محاسبات جریان یکنواخت، شناخت معلومات در یک مسأله هیدرولیکی و پیدا کردن پارامترهای مجهول بر اساس روابط جریان یکنواخت می باشد. قبل از بیان انواع مسایلی که ممکن است در مطالعات هیدرولیکی پیش آید، دو پارامتر قراردادی که درتوضیحات آینده لازم می آیند معرفی می گردند:

۱- ضریب انتقال: رابطه شزی و یا مانینگ در ترکیب با رابطه پیوستگی به صورت زیر نوشته می شوند:

$$Q = \frac{A}{n} R^{2/3} \sqrt{S}$$

$$Q = CA\sqrt{R}\sqrt{S}$$

در روابط ٤-۲۱ و ٤-۲۲ بر حسب این که از کدام رابطه استفاده شود ضریب $CA\sqrt{R}$ یا $\frac{1}{n} AR^{2/3}$ ضریب انتقال نامیده می شود.

۲-فاکتور سطح در محاسبه جریان یکنواخت: در صورتی که در محاسبات جریان یکنواخت از فرمول مانینگ استفاده شود، عبارت $AR^{2/3}$ به فاکتور سطح در محاسبه جریان یکنواخت موسوم است. دلیل استفاده از این فاکتور در محاسبات جریان یکنواخت روشن می شود.

به طور کلی انواع مسایلی که در مطالعات هیدرولیکی جریان یکنواخت پیش می آیند می توانند به ۵ گروه زیر طبقه بندی گردند:

۱-در نوع اول y_0 ، n ، S و مشخصات هندسی مقطع جریان مشخص و سرعت (V) و یا دبی جریان (Q) مجهول هستند.

۲-در مسایل نوع دوم Q، y_0 ، n و مشخصات هندسی مقطع جریان معلوم ولی شیب کانال (S) مجهول می باشد.

۳-در این حالت Q، y_0 ، S و مشخصات هندسی مقطع جریان معین و ضریب زبری مانینگ (n) مجهول می باشد.

٤-در نوع چهارم Q، n، S و مشخصات هندسی مقطع جریان مشخص، عمق نرمال (y_0) مجهول می باشد.

۵- و نهایتاً Q، n، S، y_0 و هندسه عمومی کانال معلوم ولی مشخصات هندسی مقطع جریان باید محاسبه گردند.

بررسی کلی بر روی رابطه مانینگ و پارامترهای آن نشان می دهد که در مسایل نـوع ۱ و ۲ و ۳ که عمق نرمال و مشخصات هندسی مقطع مشخص مـی باشـند، مجهـولات به صورت صریح محاسبه می گردند در حالی که در مسایل نوع ٤ و ٥ که در طراحی های هیدرولیکی و تعیین ابعاد هندسی مقاطع پیش می آیند تعیین مجهـولات بـه شـکل صریح نخواهد بود. در این نوع مسایل لازم است تا ازروش آزمـون و خطـا یـا سـایر روشهای عددی در محل معادلات غیرخطی استفاده گردد. بـدیهی اسـت نمودارهـا یـا جداول کمکی می توانند دریافتن سهل تر جـواب کمـک نماینـد. قبـل از بیـان چگـونگی استفاده از این نمودارها یا جـداول، مـسایل نـوع ٤ و ٥ در قالـب مثالهـای ٤-٣ و ٤-٤ تشریح می شوند.

مثال ٤-٣

یک کانال ذوزنقه ای با عرض کف ٥/٠ متر و شیب کناره های (H) ١/٥: (V) ١ دارای شیب طولی ۰/۰۰۰۳۵ می باشد.عمق نرمـال را بـرای دبـی ۲۰ m^3/s محاسـبه نماییـد .(n=0.015)

حل:

مشخصات هندسی مقطع جریان به صورت زیر تعیین شده، در فرمـول مانینـگ قـرار می گیرند:

$$A = (b + zy_0)y_0 = (5 + 1.5y_0)y_0$$

$$P = b + 2\sqrt{1+z^2}\,y_0 = 5 + 3.606y_0$$

$$R = \frac{A}{p} = \frac{(5 + 1.5y_0)y_0}{5 + 3.606y_0}$$

$$20 = \frac{1}{0.015}(0.00035)^{1/2}\left[\frac{(5 + 1.5y_0)y_0}{(5 + 3.606y_0)}\right]^{2/3}(5 + 1.5y_0)y_0$$

رابطه ٤-٢٣ نشان می دهد که تابع $A^{2/3}$ تابع پیچیده ای از y_0 است، لذا در پیدا کردن y_0 از آزمون و خطا استفاده می گردد، با این تکنیک مقدار y_0 برابر $1/82m$ به دست می آید.

مثال ٤-٤

یک کانال بتنی ($n=0/015$) با مقطع ذوزنقه دارای شیب کناره های ١:١ می باشد. اگر شیب طولی کانال ٠/٠٠٠٤ باشد، عرض کف را به گونه ای محاسبه نمایید که کانال بتواند دبی ١٠٠ m^3/s را در عمق نرمال $2/5m$ انتقال دهد.

حل:

نخست مشخصات مقطع ذوزنقه ای را بر حسب عرض کف به دست می آوریم:

$$A = (b + zy_0)y_0 = (b + 2.5)2.5$$

$$P = (b + 2\sqrt{1+z^2}\,y_0) = b + 7.071$$

$$R = \frac{A}{p} = \frac{(b + 2.5)2.5}{b + 7.071}$$

$$100 = \frac{1}{0.015}(0.0004)^{1/2}\left[\frac{(b + 2.5)2.5}{b + 7.071}\right]^{2/3}(b + 2.5)2.5 \qquad (4\text{-}24)$$

جواب معادله ٤-٢٤ با استفاده از آزمون و خطا برابر $16/33m$ می باشد.

مثال ٤-٧

در یک کانال ذوزنقه ای بـه عـرض کـف ٦/٠ متـر، شـیب کنـاره هـای $1(V):2(H)$ و ضریب مانینگ ٠/٠٢٥ مطلوب است:

الف-تعیین شیب نرمال (S_n) اگر عمـق نرمـال $1.5m$ و دبـی $10m^3/s$ در نظـر گرفتـه شود.

ب-تعیین شیب بحرانی (S_c) و عمق نرمال (y_0) در صورتی که دبی $10m^3/s$ باشد.

ج-تعیین شیب بحرانی نرمال (S_{cn}) و مقدار دبـی (Q) در صـورتی کـه عمـق نرمـال $1/5m$ در نظر گرفته شود.

جهت شناسائی شکل نیمرخهای سطح آب، طبقه بندی و تشخیص انواع شـیب کانالهـا اهمیت زیادی دارد. این طبقه بندی که در فصل پنجم مورد بحـث قـرار خواهـد گرفـت عبارت است از مقایسه دو عمق نرمال و بحرانی و یا به عبارت دیگـر مقایـسه شـیب کانال نسبت به شیب بحرانی (S_c) که مثال حاضر چند تعریف پایه از شیب کانالها را نشان می دهد.

حل:

الف: در این قسمت شیب کانال به گونه ای تعیین می شـود کـه بـه ازاء دبـی $10m^3/s$ جرین نرمال به عمق $1/5m$ در کانال برقرار شـود. بـا محاسـبه مشخـصات هندسـی مقطع و قرار دادن آن در رابطه مانیتگ مقدار شیب نرمال به دست می آید.

$$y_0 = 1.5\,\text{m} \Rightarrow A = (b + zy_0)y_0 = (6 + 2 \times 1.5)1.5 = 13.5\ \text{m}^2$$
$$P = b + 2\sqrt{1+z^2}\,y_0 = 6 + 2 \times 1.5\sqrt{1+4} = 12.71\,\text{m}$$
$$R = \frac{A}{P} = 1.062\ \text{m}$$
$$Q = \frac{1}{n} S^{1/2} R^{2/3} A$$
$$10 = \frac{1}{0.025} S_n^{1/2} (1.062)^{2/3} \times 13.5 \Rightarrow S_n = 0.000315$$

ب: به ازاء شیب بحرانی (S_c) جریان یکنواخت شکل گرفته در کانال همواره در وضعیت بحرانی بوده و عمق نرمال در این حالت با عمق بحرانی مساوی خواهد بود. ابتدا به ازاء دبی $10\text{m}^3/\text{s}$ عمق بحرانی محاسبه می شود و سپس با قرار دادن این عمق در فرمول مانینگ شیب بحرانی به دست می آید.

جهت محاسبه عمق بحرانی از نمودار ۲-۱ استفاده می گردد.

$$\frac{Z_c}{b^{2.5}} = \frac{Q}{\sqrt{g}\,b^{2.5}} = \frac{10}{\sqrt{9.81}\,6^{2.5}} = 0.036$$
$$\frac{Z_c}{b^{2.5}} = 0.036 \xrightarrow[z=2]{\text{نمودار ۲-۱}} \frac{y_c}{b} = 0.1 \Rightarrow y_c = 0.6\,\text{m}$$

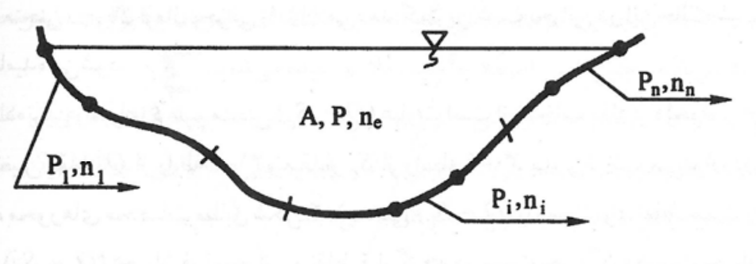
برای پیدا کردن (S_c) به شکل زیر عمل می گردد:

$$y_0 = y_c = 0.6\,\text{m}$$
$$A = (6 + 2 \times 0.6)\,0.6 = 4.32\,\text{m}^2$$
$$P = 6 + 2\sqrt{1+4} \times 0.6 = 8.60\,\text{m}$$
$$R = \frac{4.32}{8.60} = 0.497\,\text{m}$$
$$Q = \frac{1}{n} S_c^{1/2} R^{2/3} A$$
$$10 = \frac{1}{0.025} S_c^{1/2} (0.497)^{2/3} \times 0.32 \Rightarrow S_c = 0.00846$$

با توجه به این که شیب قسمت اول مسأله (S_n) کمتر از شیب بحرانی (S_c) است مشخص می شود که به ازاء دبی $10m^3/s$ جریان نرمال شکل گرفته در حالت الف جریان یکنواخت زیر بحرانی ($y_0>y_c$) می باشد. چنین شیبی اصطلاحاً شیب ملایم نامیده می شود.

٤-٤ زبری معادل (Equivalent Roughness)

در قسمت ٤-٢-٦ اشاره گردید که جنس بستر کانال نقش اساسی در تخمین مقدار ضریب زبری مانینگ در کانال دارد. در عمل می توان کانالهایی داشت که ضریب زبری مانینگ و به عبارتی جنس بدنه کانال در قسمتهای مختلف متفاوت باشد(شکل ٤-٦). چنین کانالی می تواند یک فلوم آزمایشگاهی با جوانب شیشه ای (جهت مشاهده جریان) و کف فلزی و یا چوبی باشد و یا می توان کانالهای مصنوعی را به نحوی طراحی نمود که دارای کف خاکی بوده ولی جوانب آنها برای جلوگیری از تراوش آب و یا ریزش بدنه از پوشش سخت تشکیل شود. مقاطع مرکب کانالهای طبیعی و رودخانه ها مثالی مشخص‌تر از کانالهای با زبری متفاوت می باشند.



شکل ۴-۶ مقطع یک کانال با زبری متغیر

در این گونه مقاطع می توان از فرمول مانینگ در تحلیل جریان استفاده نمود ولی این امر مستلزم آن است که برای بستر کانال یک زبری معادل معرفی گردد به گونه ای که چنانچه این زبری معادل در فرمول مانینگ قرار داده شود دبی واقعی را به دست دهد.

روشهای مختلفی در تخمین زبری معادل مانینگ ارائه شده است که دراین جا به سه روش متداولتر آن اشاره می شود:

۱- رابطهٔ هورتن – اینستین (Horton – Einstein): این دو فرض نمودند که هر جزء مساحت (A_i) از مقطع تحت تأثیر پیرامون مرطوب (Pi) و ضریب زبری مانینگ (n_i) می باشد و همچنین سرعت متوسط در هر یک از این جزء مساحتها مساوی و برابر سرعت متوسط کل جریان بر مبنای زبری معادل می باشد.

با توجه به این فرضیات می توان نوشت:

$$A_1 + A_2 + \dots + A_i + \dots + A_n = A$$
$$V_1 = V_2 = \dots = V_i = \dots = V_n = V$$

با فرض شیب ثابت S_0 برای تمام قسمتها و با استفاده از فرمول مانینگ می توان نوشت:

$$S_0^{1/2} = \frac{V_1 n_1}{R_1^{2/3}} = \frac{V_2 n_2}{R_2^{2/3}} = \dots = \frac{V n_e}{R^{2/3}}$$

در رابطهٔ ٤-٣٣ n_e زبری معادل مقطع، R_1 و R_2 و ... شعاع هیدرولیکی در هر یک از مساحتهای جزئی و R شعاع هیدرولیکی کل مقطع یعنی حاصل تقسیم مساحت مقطع بر پیرامون مرطوب کل می باشد. رابطهٔ ٤-٣٣ را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{V_i n_i}{R_i^{2/3}} = \frac{V n_e}{R^{2/3}} \Rightarrow \left(\frac{A_i}{A}\right)^{2/3} = \frac{n_i P_i^{2/3}}{n_e P^{2/3}}$$

و یا

$$A_i = A\,\frac{n_i^{3/2} P_i}{n_e^{3/2} P}$$

و یا

$$\Sigma A_i = A = A\,\frac{\Sigma n_i^{3/2} P_i}{n_e^{3/2} P}$$

$$n_e = \frac{(\Sigma n_i^{3/2} P_i)^{2/3}}{P^{2/3}}$$

رابطهٔ ٤-٣٥ به رابطهٔ هورتن – اینستین و یا رابطهٔ هورتن (Horton) در تعیین زبری معادل موسوم است. در این رابطه با معلوم بودن n_i، P_i و پیرامون مرطوب کل می توان زبری معادل را به دست آورد.

٢- رابطهٔ پاولوفسکی: پاولوفسکی و دیگران فرض نمودند که نیروی رانش کل در یک بازه از کانال بر مبنای سرعت متوسط و پیرامون مرطوب کل معادل با جمع نیروی رانس در هر یک از مساحتهای تفکیک بشده باشد و نیز این که سرعت متوسط و

شعاع هیدرولیکی در هر یک از این جزء مساحتها مساوی و برابر سرعت متوسط شعاع هیدرولیکی کل جریان می باشد. در نتیجه فرمول زیر را به دست آوردند:

$$n_e = \frac{(\Sigma n_i^{۲} P_i)^{۱/۲}}{P^{۱/۲}}$$

اثبات رابطهٔ ٤–٣٦ به عنوان تمرین به عهده مطالعه کنندگان گذاشته شده است.

۳- رابطهٔ لوتر (Lotter): لوتر با فرض این که دبی جریان در کل مقطع معادل با جمع دبی جریان در ر یک از مساحت های جزء می باشد، رابطهٔ خود را در تعیین زبری معادل به شکل زیر ارائه نمود:

$$n_e = \frac{PR^{۵/۳}}{\Sigma(P_i R_i^{۵/۳}/n_i)}$$

که می توان آن را به سهولت استخراج کرد.

$$Q = \Sigma Q_i \Rightarrow \frac{1}{n_e} S^{1/2} R^{2/3} A = (\frac{1}{n_1} R_2^{2/3} A_1 + \frac{1}{n_2} R_2^{2/3} A_2 + ...) S^{1/2}$$

با توجه به این که $R = \frac{A}{P}$ می باشد. رابطهٔ ٤–٣٨ تبدیل به رابطهٔ ٤–٣٩ می گردد:

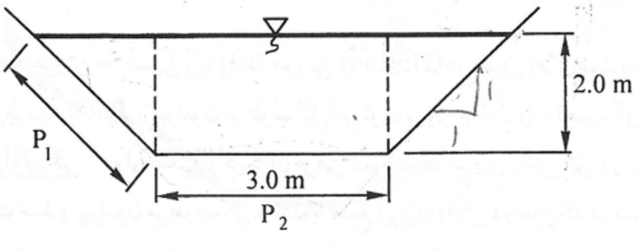
$$\frac{1}{n_e} S^{1/2} P R^{5/3} = (\frac{1}{n_1} R_1^{2/3} + \frac{1}{n_2} P_2 R_2^{5/3} + ...) S^{1/2}$$

که همان رابطهٔ ٤–٣٧ می باشد.

بحث در کاربرد میزان دقت در هر یک از روابط فوق در ضمن دو مثال ٤–٨ ٤–٩ خواهد آمد.

مثال:

یک کانال ذوزنقه ای با شیب کناره های ۱:۱ دارای کفی از جنس ماسه $(n = 0/02)$ و جوانبی از جنس بتن $(n = 0/014)$ می باشد. دبی جریان را در صورتی ک عمق 2/0m و شیب طولی کانال ۰/۰۰۱ باشد به دست آورید.



شکل ۴-۷

حل: با توجه به شکل ٤-۷ مشخصات هندسی مقطع جریان برابر خواهند بود با:

$$P_1 = P_3 = \sqrt{4+4} = 2/828\text{m}$$
$$P_2 = 3/0\text{m}$$
$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 2 \times 2/828 + 3 = 8/656\text{m}$$
$$A_1 = A_3 = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = 2\text{m}^2$$
$$A_2 = 3 \times 2/0 = 6/0\ \text{m}^2$$
$$A = A_1 + A_2 + A_3 = 2 + 2 + 6 = 10\text{m}^2$$
$$R_1 = R_3 = \frac{A_1}{P_1} = \frac{2}{2/828} = 0/707\text{m}$$
$$R_2 = \frac{A_2}{P_2} = \frac{6}{3} = 2/0\text{m}$$
$$R = \frac{A}{P} = \frac{10}{8/656} = 1/155\text{m}$$

رابطهٔ هورتن –اینستین:

$$n_e = \left[\frac{۲(۲٫۸۲۸)(۰٫۰۱۴)^{۱/۵} + ۳\times(۰٫۰۲)^{۱/۵}}{۸٫۶۵۶}\right]^{۲/۳} = ۰٫۰۱۶۲$$

رابطهٔ پاولوفسکی:

$$n_e = \left[\frac{۲(۲٫۸۲۸)۰٫۰۱۴^{۲} + ۳\times ۰٫۰۲^{۲}}{۸٫۶۵۶}\right]^{۱/۲} = ۰٫۰۱۶۳$$

رابطهٔ لوتر:

$$n_e = \frac{۸٫۶۵۶(۱٫۱۵۵)^{۵/۳}}{۲\times ۲٫۸۲۸(۰٫۷۰۷)^{۵/۳}/۰٫۰۱۴ + ۳\times ۲^{۵/۳}/(۰٫۰۲)} = ۰٫۰۱۵۷$$

دبی جریان براساس هر یک از روابط فوق به صورت زیر به دست می آید:

$$Q = \frac{1}{n} R^{2/3} A S^{1/2}$$

رابطهٔ هورتن – اینستین $Q = 21/4 m^3/s$

رابطهٔ پاولوفسکی $Q = 21/36 m^3/s$

رابطهٔ لوتر $Q = 22/17 m^3/s$

همان گونه که در مثال ٤–٨ ملاحظه می شود روابط هورتن و پاولوفسکی در ضمن سادگی، جواب نسبتاً نزدیکی را به دست می دهند در حالی که رابطهٔ لوتر اگر چه جواب دوری را نسبت به نتایج قبلی نمی دهد اما نیاز به تفکیک مساحتهای جزء و محاسبه مساحت مقطع و شعاع هیدرولیکی در هر قسمت دارد که این عمل را در مورد کلیهٔ مقاطع نمی توان با دقت لازم انجام داد.

اضافه می نماید که تخمین دبی جریان با استفاده از روابط جریان یکنواخت و مفهوم زبری معادل، یک روش دقیق در تحلیل رفتار جریان در این نوع کانالها نمی باشد و از طرفی مسلم است که زبری معادل به میزان زیادی از شکل هندسی مقطع و

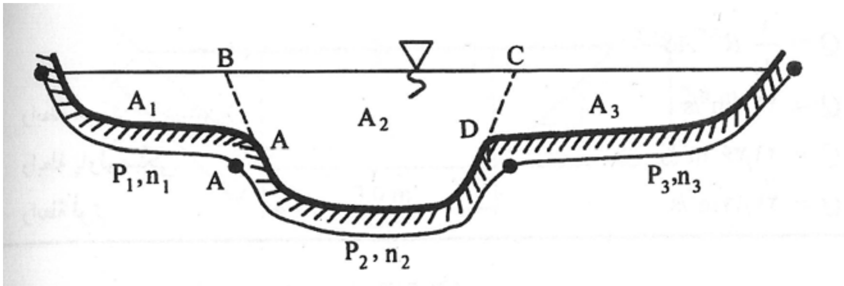
چگونگی توزیع زبری ها در مقطع تأثیر می پذیرد ولی در این که کدامیک از روشـهای ارائه شده در تخمین زبری معادل، دقیق تر می باشد نظر قاطعی وجود ندارد.

زبری معادل در مقطع مرکب:

مفهوم زبری معادل می تواند در تخمین دبی جریان در مقـاطع مرکـب (Compound Sections) نیز مورد استفاده واقع شود. چنانکه در بخش ۱-۸-۳ ذکر گردیـد، مقـاطع رودخانه ها در هنگام سیلاب و جاری شدن آب به دشتهای سیلابی مثال مشخصی از مقاطع مرکب می باشند که در آنها آب علاوه بر مسیر اصلی، در دشتهای سیلابی نیز با عمق کم جاری می شود و معمولاً ضریب زبری مانینگ بسترهای سـیلابی بـیش از کانال اصلی می باشد. یک راه حـل پیـشنهادی در تخمـین دبـی جریـان در ایـن گونـه کانالها و در هنگامی که عمق جریان کم می باشـد عبـارت اسـت از تقـسیم مقطـع بـه اجزاء کوچکتر و مقاطع منفرد و تعیین دبی هر یک از ایـن مقـاطع و محاسـبه مجمـوع آنها به عنوان دبی کل. مثلاً چنانچه مقطع مرکبی مطابق شکل ٤-٨ وجود داشته باشد، می توان آن را به سه مقطـع A_1، A_2، A_3 تقـسیم نمـوده و دبـی کـل را از جمـع دبـی جریان در هر یک از مساحتهای تفکیک شده تعیین نمود، یعنی:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = \frac{1}{n_1} A_1 R_1^{2/3} S^{1/2} + \frac{1}{n_2} A_2 R_2^{2/3} S^{1/2} + \frac{1}{n_3} A_2 R_2^{2/3} S^{1/2}$$

$$Q = (K_1 + K_2 + K_3)\sqrt{S}$$



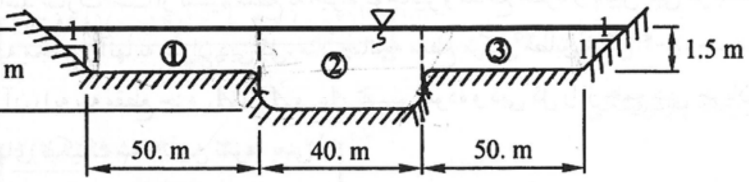
در رابطهٔ ۴-۳۷، K_1، K_2 و K_3 ضریب انتقال در هر یک از مقاطع ۱، ۲ و ۳ می باشند.

بعضی از محققین پیشنهاد می کنند که در صورتی که در محاسبه شعاع هیدرولیکی مقطع ۲، طولهای AB و CD نیز به طول P_2 اضافه شود، جواب دقیق تری به دست خواهد آمد.

چنانچه خواسته شود به جای استفاده از روش فوق، مقطع مرکب را به صورت یک مقطع واحد با زبری معادل حل نمود، ملاحظه می شود که از روابط زبری معادل، رابطهٔ لوتر با رابطهٔ ۴-۴۰ هماهنگی بیشتری دارد چرا که فرضیاتی که هر دو رابطه بر پایه آن بنا شده اند یکسان می باشند. مثال ۴-۹ محاسبهٔ دبی را در یک مقطع مرکب نشان می دهد.

مثال:

شکل ۴-۹ مقطع یک رودخانه را در زمان سیلاب نشان می دهد. با فرض این که ضریب زبری مانینگ در کانال اصلی ۰/۰۳ و دردشتهای سیلابی ۰/۰۴ باشد، دبی رودخانه را تخمین بزنید. شیب طولی رودخانه معادل ۰/۰۰۵ فرض می گردد.



شکل ۴-۹

حل:

به منظور استفاده از رابطهٔ ٤-٤٠، نخست مشخصات جریان در هر یک از مقاطع محاسبه می شود:

$A_1 = A_3 = 76/125\ m^2$

$P_1 = P_3 = ۵۲/۱۲\ m$

$R_1 = R_3 = ۱/۴۶\ m$

$K_1 = K_3 = \frac{1}{n_1} A_1 R_1^{2/3} = \frac{1}{0/04} \times (۷۶/۱۲۵)(۱/۴۶)^{2/3} = ۲۴۴۹/۲۶\ m^3/s$

$A_2 = ۴۰ \times ۸/۵ = ۳۴۰\ m^2$

قسمتهای خط چین در محاسبهٔ پیرامون مرطوب منظور می شود.

$P_2 = ۵۴ + ۳ = ۵۷m$

$R_2 = \frac{۳۴۰}{۵۷} = ۵/۹۶۵\ m$

$K_2 = \frac{1}{0/03} (۳۴۰)(۵/۹۶۵)^{2/3} = ۳۷۲۷۵/۷۶\ m^3/s$

$Q = (K_1 + K_2 + K_3)\sqrt{S} = (۲ \times ۲۴۴۹/۲۶ + ۳۷۲۷۵/۷۶)\sqrt{0/005}$

$Q = ۲۹۸۲/۱۷\ m^3/s$

اگر در حل این مثال از مفهوم زبری معادل استفاده شود، مشخصات زیر در تعیین زبری معادل و محاسبهٔ دبی لازم می آیند:

$$P_1 = P_3 = 52.12\,\mathrm{m}$$
$$R_1 = R_3 = 1.46\,\mathrm{m}$$
$$A_2 = 340\ \mathrm{m}^2\ ,\quad P_2 = 54.0\,\mathrm{m}\ ,\quad R_2 = 6.3\,\mathrm{m}$$
$$A = 492.25\ \mathrm{m}^2\ ,\quad P = 158.24\ \mathrm{m}\ ,\quad R = 3.111\,\mathrm{m}$$

با استفاده از روابط مختلف در تعیین زبری معادل، مقدار زبری معـادل کانـال و دبـی مربوطه حساب می شود:

فرمول هورتن – اینستین	$n_e = 0.0367 \Rightarrow Q = 2021\ \mathrm{m^2/s}$
فرمول پاولوفسکی	$n_e = 0.0369 \Rightarrow Q = 2010\,\mathrm{m^3/s}$
فرمول لوتر	$n_e = 0.0241 \Rightarrow Q = 3077\,\mathrm{m^3/s}$

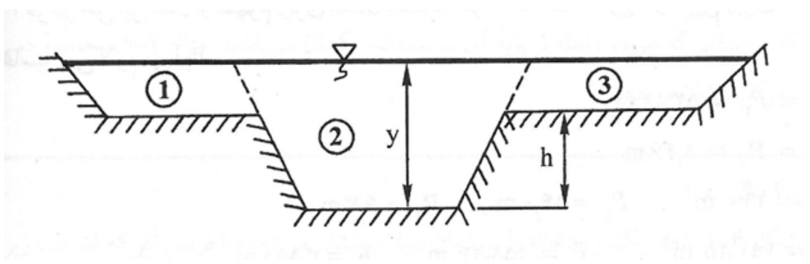
چنانکه دیده می شود این تصور که در مقاطع مرکب، هر سه رابطـه در تعیـین زبـری معادل، مقادیر نسبتاً یکسانی می دهند فرض باطلی است.

با توجه به این که به محض جاری شدن جریـان بـه دشـتهای سـیلابی بـا عمـق کـم، پیرامون مرطوب جریان سریعاً زیاد می شود ولی تغییر در مساحت ناچیز می باشـد، لذا استفاده از روابط هورتن – اینستین و یا پاولوفسکی با توجه به فرضیات آنهـا بـه مفهوم دخالت دادن پیرامـون مرطـوب کـل در سـرعت متوسـط جریـان، نمـی تواننـد صحیح باشند ولی فرض های انجام شـده توسـط لـوتر و یـا رابطـۀ ٤-٤٠ در تجزیـۀ مقطع و نسبت دادن یک پیرامون مرطوب به هر یک از مقاطع، محاسبه دبی در هر یـک از آنها و جمع دبی ها در به دست آوردن دبی کل قابل قبول تر می باشد.

باید در نظر داشت در صورتی که در استفاده از رابطهٔ ٤-٤٠ طول های AB و CD در محاسبهٔ پیرامون مقطع ٢ در نظر گرفته نشود، جواب رابطهٔ ٤-٤٠ با جواب حاصل از رابطهٔ لوتر در تعیین زبری معادل و تعیین دبی مساوی خواهند بود.

جالب این جاست که در صورتی که عمق آب در دشتهای سیلابی قابل توجه باشد، در این صورت جواب حاصل از روابط لوتر، هورتن – اینستین و پاولوفسکی به یکدیگر نزدیک تر می شوند. علاقمندان می توانند با تغییر عمق جریان در دشتهای سیلابی در مثال ٤-٩ این موضوع را کنترل نمایند.

با ذکر نکتهٔ فوق مشخص تر می شود که نسبت عمق آب در دشتهای سیلابی به عمق آب در کانال اصلی در رفتار هیدرولیکی مقاطع مرکب نقش دارد. برای روشن تر شدن این مطلب می توان یک کانال مرکب مشابه شکل ٤-١٠ را که دارای زبری یکنواخت است در نظر گرفت.

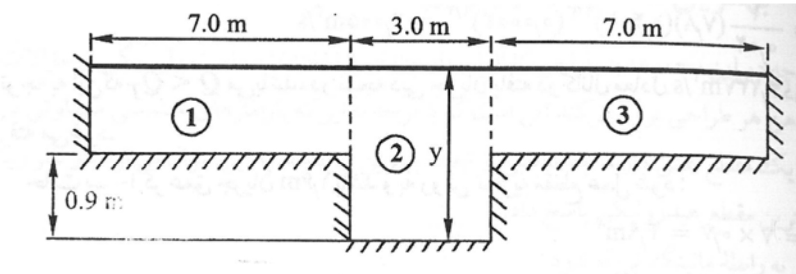


مطالعات بعضی محققین مشخص می سازد که در صورتی که عمق جریان بیش از h و کوچکتر از y_{max} باشد، محاسبهٔ دبی به روش تجزیهٔ مقطع نسبت به حالتی که کل مقطع با پیرامون مرطوب کل به عنوان یک مقطع واحد در نظر گرفته شود مقدار

بیشتری نشان می دهد و در این صورت مقدار دبی به روش تجزیه مقطع، جواب صحیح می باشد و در صورتی که $y>y_{max}$ باشد محاسبهٔ دبی به روش مقطع واحد مقدار صحیح تری را ارائه خواهد نمود که y_{max} تابعی از شکل هندسی مقطع می باشد. مثال ٤–١٠ تعیین مقدار دبی را با توجه به آنچه گفته شد مشخص می نماید.

مثال:

برای مقطع مرکب نشان داده شده در شکل ٤–١١ با زبری یکنواخت ٠/٠٢ و شیب طولی ٠/٠٠٠٢ دبی جریان را برای اعماق ١/٢m و ١/٦m محاسبه نمایید.



شکل۴-۱۱

حل:

حالت الف – عمق جریان برابر ١/٢m می باشد ($y = ١/٢m$). نخست مسأله به روش تجزیه مقطع حل می شود:

$$A_۱ = ۷ \times ۰/۳ = ۲/۱\ m^۲$$
$$P_۱ = ۰/۳ + ۷/۰ = ۷/۳m$$
$$R_۱ = \frac{A_۱}{P_۱} = \frac{۲/۱}{۷/۳} = ۰/۲۸۸\ m$$

و به طور مشابه:

$$Q_۱ = \frac{۱}{۰/۰۲}(۲/۱)(۰/۲۸۸)^{۲/۳}(۰/۰۰۰۲)^{۱/۲} = ۰/۶۴۷\,m^۳/s$$

مقطع ۲:

$$Q_۳ = ۰/۶۴۷m^۳/s$$
$$A_۲ = ۳ \times ۱/۲ = ۳/۶m^۲$$
$$P_۲ = ۳/۰ + ۱/۲ + ۱/۲ = ۵/۴m$$
$$R_۲ = \frac{A_۲}{P_۲} = ۰/۶۶۶۷m$$
$$Q_۲ = \frac{۱}{۰/۰۲}(۳/۶)(۰/۶۶۶۷)^{۲/۳}(۰/۰۰۰۲)^{۱/۲} = ۱/۹۴۳m^۳/s$$
$$Q_T = ۲ \times ۰/۶۴۷ + ۱/۹۴۳ = ۳/۲۳۷m^۳/s$$

در صورتی کـه بـه روش مقطع واحد عمل شود:

$$A = ۲/۱ + ۲/۱ + ۳/۶ = ۷/۸m^۲$$
$$P = ۰/۳ + ۷/۰ + ۰/۹ + ۳/۰ + ۰/۹ + ۷/۰ + ۰/۳ = ۱۹/۴m$$
$$R = ۰/۴۰۲m$$

$$Q = \frac{۱}{۰/۰۲}(۷/۸)(۰/۴۰۲)^{۲/۳}(۰/۰۰۰۲)^{۱/۲} = ۳/۰۰۵m^۳/s$$

با توجه به این که $Q<Q_T$ مـی باشـد، در نتیجـه دبـی جریـان یافتـه در کانـال معـادل $۳/۲۳۷m^3/s$ در نظر گرفته می شود.

حالت ب – اگر عمق جریان ۱/۶m باشد و به روش تجزیه مقطع عمل شود:

$$A_۱ = ۷ \times ۰/۷ = ۴/۹m^۲$$
$$P_۱ = ۰/۷ + ۷ = ۷/۷m$$
$$R_۱ = \frac{۴/۹}{۷/۷} = ۰/۶۳۶۴m$$
$$Q_۱ = \frac{۱}{۰/۰۲}(۴/۹)(۰/۶۳۶۴)^{۲/۳}(۰/۰۰۰۲)^{۱/۲} = ۲/۵۶۳m^۳/s$$

و به طور مشابه:

$$Q_۳ = ۲/۵۶۳ m^۳/s$$
$$A_۲ = ۳ \times ۱/۶ = ۴/۸ m$$
$$P_۲ = ۱/۶ + ۳ + ۱/۶ = ۶/۲ m$$
$$R_۲ = ۰/۷۷۴۲ m$$
$$Q_۲ = \frac{۱}{۰/۰۲} (۴/۸)(۰/۷۷۴۲)^{۲/۳}(۰/۰۰۰۲)^{۱/۲} = ۲/۸۶۲ m^۳/s$$
$$Q_T = Q_۱ + Q_۲ + Q_۳ = ۲/۵۶۳ \times ۲ + ۲/۸۶۲ = ۷/۹۸۸ m^۳/s$$

اگر به روش مقطع واحد عمل شود:

$$A = ۴/۹ + ۴/۹ + ۴/۸ = ۱۴/۶ m^۲$$
$$P = ۰/۷ + ۷/۰ + ۰/۹ + ۳/۰ + ۰/۹ + ۷ + ۰/۷ = ۲۰/۲ m$$
$$R = \frac{۱۴/۶}{۲۰/۲} = ۰/۷۲۲۸ m$$
$$Q = \frac{۱}{۰/۰۲}(۱۴/۶)(۰/۷۲۲۸)^{۲/۳}(۰/۰۰۰۲)^{۱/۲} = ۸/۳۱۵ m^۳/s$$

که در این حالت از آن جا که مقدار $Q>Q_T$ می باشد، دبی جریان برابر $۸/۳۱۵ m^3/s$ انتخاب می شود.

در مقاطع مرکب در صورتی که مقطع تجزیه گردد و سرعت متوسط در هر یک از مقاطع براساس رابطهٔ مانینگ تعیین شود، می توان ضرایب α و β (ضرایب تصحیح انرژی جنبشی و اندازهٔ حرکت) را از روابط ۱-۳٦ و ۱-۳۷ به دست آورد. این محاسبات با توجه به مقدار بالای α و β ، در بخش محاسبهٔ نیمرخهای سطح آب در کانالهای طبیعی در فصل ششم، مورد استفاده واقع خواهد شد.

بهترین مقطع هیدرولیکی (The Best Hydraulic Section)

گرچه در این مجموعه به طراحی کانالهای باز چندان پرداخته نشده است ولی یکی از سؤآلات اساسی که در ذهن هر طراحی بروز می کند این است که با توجه به این که پارامترهای هندسی متفاوتی در شکل هندسی یک مقطع نقش دارند چه تناسبی از ابعاد، بهترین می باشد. به این سؤال می توان از نظر ریاضی در قالب بهترین مقطع هیدرولیکی پاسخ داد:

اگر به رابطۀ مانینگ توجه شود:

$$Q = \frac{1}{n} S^{1/2} R^{2/3} A$$

$$Q = \frac{1}{n} S^{1/2} \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} = \frac{A^{5/3} S^{1/2}}{n P^{2/3}}$$

از رابطه ٤-٤١ نتیجه می شود که به ازاء n و S و A ثابت دبی انتقالی کانال هنگامی ماکزیمم است که پیرامون مطوب حداقل باشد. از نظر هیدرولیکی می توان چنین مقطعی را بهترین مقطع هیدرولیکی نامید. در بین کلیۀ مقاطع کانالهای باز نیم دایره بهترین مقطع می باشد. زیرا به ازاء مساحت ثابت دارای کمترین پیرامون مرطوب میباشد ولی باید بتوان برای مقاطع دیگر نیز هندسۀ بهترین مقطع هیدرولیکی را تعیین نمود.

رابطۀ ٤-٤١ می تواند به صورت رابطۀ ٤-٤٢ مرتب شود:

$$A = \frac{Q^{۳/۵} n^{۳/۵}}{S^{۳/۱۰}} P^{۲/۵} = K_۱ P^{۲/۵}$$

در رابطۀ ٤-٤٢ ماکزیمم کردن K_1 (ماکزیمم نمودن Q) به ازاء A ثابت معادل با مینیمم کردن A به ازاء یک K_1 ثابت می باشد که هر دو تعریف به P حداقل منجر

خواهند شد. لذا مترادف با تعریف قبلی می توان گفت کـه بهتـرین مقطـع هیـدرولیکی مقطعی است که بـه ازاء Q، n، S مـشخص دارای مـساحت (خـاکبرداری) و پیرامـون مرطوب (پوشش) حداقل باشد.

هر دو بیان در استخراج روابط ریاضی مربوط به بهترین مقطـع هیـدرولیکی اسـتفاده شده اند ولی کلاً استخراج روابط با استفاده از بیان اول ساده تر می باشد.

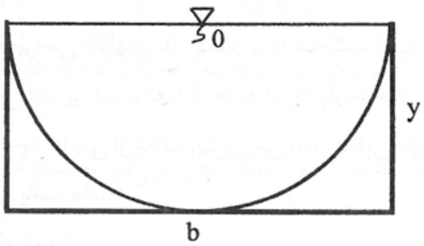
بهترین مقطع هیدرولیکی مستطیلی:

شکل (۴-۱۲) مقطع مستطیلی با ابعاد b و y را نشان می دهد.

با توجه به تعریف در استخراج مشخصات بهترین مقطع هیدرولیکی می توان نوشت:

$$A = by \Rightarrow b = \frac{A}{y}$$

$$P = b + ۲y \Rightarrow P = \frac{A}{y} + ۲y$$



به ازاء A ثابت:

$$\frac{dP}{dy} = ۰ \Rightarrow -\frac{A}{y^۲} + ۲ = ۰$$

$$A = ۲y^۲ \Rightarrow by = ۲y^۲ \Rightarrow b = ۲y$$

پس در بهترین مقطع هیدرولیکی مستطیلی عرض کف دو برابر عمـق جریـان انتخـاب می شود و در نتیجه می توان نیم دایره ای مطـابق شـکل ٤-١٢ در ایـن مقطـع محـاط نمود.

می توان با توجه به رابطۀ ٤-٤٢ به ازاء K_1 ثابت به شرح زیر نیز مشخصات بهترین مقطع هیدرولیکی مستطیلی را پیدا نمود:

$$A = by$$
$$P = 2y + b = 2y + \frac{A}{y} = 2y + \frac{K_1\,P^{2/5}}{y}$$
$$\frac{dP}{dy} = 2 + \frac{K_1}{y} \times \frac{2}{5}\,P^{-3/5}\,\frac{dP}{dy} + K_1\,P^{2/5}\left(-\frac{1}{y^2}\right)$$
$$\frac{dP}{dy} = 0 \;\Rightarrow\; 0 = 2 - K_1 P^{2/5}\left(\frac{1}{y^2}\right)$$
$$2 - \frac{A}{y^2} = 0 \;\Rightarrow\; 2 - \frac{b}{y} = 0 \;\Rightarrow\; b = 2y$$

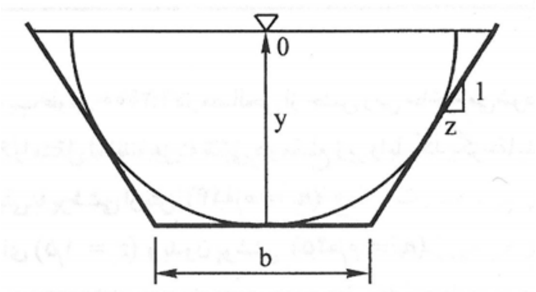
هر دو روش به یک نتیجه منجر می شوند.

بهترین مقطع هیدرولیکی ذوزنقه ای:

مطابق شکل ٤-١٣ فرض می شود که شـیب کنـارۀ کانـال ثابـت و براســاس پایـداری مصالح جدارۀ کانال انتخاب شده باشد.

بهترین مقطع هیدرولیکی با استفاده از روابط زیر به دست می آید:

$$A = (b + zy)\,y$$



$$P = b + ۲\sqrt{۱+z^۲}\,y = \frac{A}{y} - zy + ۲y\sqrt{۱+z^۲}$$

$$\frac{dP}{dy} = ۰ \Rightarrow -\frac{A}{y^۲} + ۲\sqrt{۱+z^۲} - z = ۰$$

$$\frac{-(b+zy)}{y} + ۲\sqrt{۱+z^۲} - z = ۰$$

$$b = ۲y\left(\sqrt{۱+z^۲} - z\right) \rightarrow b + ۲zy = ۲y\sqrt{۱+z^۲}$$

رابطهٔ ٤-٤٤ مشخصات بهترین مقطع به ازاء z ثابت را نشان می دهد. در صورتی که z هم به عنوان متغیر در نظر گرفته شود علاوه بر $\frac{\partial P}{\partial y}$ بایـد $\frac{\partial P}{\partial z}$ را هـم برابـر صـفر قرار داد که در این حالت معادلهٔ جدید مقدار z را برابر $\frac{\sqrt{3}}{3}$ به دست می دهد و شـکل مقطع نصف یک شش ضلعی منتظم، با شیب کنارهٔ ٦٠ نسبت به افق خواهد بود.

بهترین مقطع هیدرولیکی مثلثی:

در مقطع مثلثی تنها پارامتر متغیر شیب کناره (z) می باشد و در نتیجه:

$$A = zy^۲$$

$$P = ۲\sqrt{۱+z^۲}\,y$$

$$P^۲ = ۴(۱ + z^۲)\,y^۲ = ۴(۱ + z^۲)\,\frac{A}{z}$$

$$\frac{dP^۲}{dz} = ۰ \Rightarrow \left(۱ - \frac{۱}{z^۲}\right) = ۰ \Rightarrow z = +۱$$

لذا بهترین مقطع هیدرولیکی مثلثی زاویه رأس ۹۰ خواهد داشت.

مثال:

یک کانال با شیب طولی ۱:۲۰۰۰ در مصالحی از جنس رس ساخته می شود. اگر قرار باشد این کانال دبی ۶۰ m^3/s را منتقل نماید، هزینه نسبی دو مقطع زیر را با یکدیگر مقایسه نمایید:

الف – مقطع مستطیلی با پوشش از بتن (n = ۰/۰۱۴)

ب – مقطع ذوزنقه ای (z = ۱/۵) و بدون پوشش (n = ۰/۰۲۵)

فرض نمایید هزینهٔ پوشش به ازاء هر مترمربع دو برابر هزینهٔ حفاری به ازاء هر مترمکعب باشد.

حل:

اصولاً هر دو مقطع به صورت بهترین مقطع هیدرولیکی انتخاب می شوند.

الف – مقطع مستطیلی

$$b = ۲y \Rightarrow A = ۲y^۲$$

$$R = \frac{۲y^۲}{۲y + ۲y} = ۰/۵y$$

$$Q = \frac{۱}{n} S^{۱/۲} R^{۲/۳} A$$

$$۶۰ = \frac{۱}{۰/۰۱۴} \left(\frac{۱}{۲۰۰۰}\right)^{۱/۲} (۰/۵y)^{۲/۳} (۲y^۲)$$

$$y = ۳/۵۷۲m$$

$$b = ۷/۱۴۴m$$

در صورتی که هزینهٔ حفاری به ازاء هر مترمکعب x فرض شود و محاسبات هزینه در واحد طول کانال انجام شود:

$$\text{هزینه} = (۳/۵۷۲ \times ۷/۱۴۴)\, x + ۱۴/۲۸۸\, (۲x)$$
$$\text{هزینه} = ۵۴/۰۹۶\, x$$

ب – مقطع ذوزنقه ای (z = ۱/۵)

$$b = ۲y\left(\sqrt{۱+z^{۲}} - z\right) = ۲y\left(\sqrt{۱+۱/۵^{۲}} - ۱/۵\right) = ۰/۶۰۶y$$
$$A = (۰/۶۰۶\, y + ۱/۵\, y)y = ۲/۱۰۶y^{۲}$$

می توان نشان داد که در مقاطع مستطیلی، ذوزنق ای و دایـروی در وضـعیت بهتـرین مقطع، شعاع هیدرولیکی نصف عمق جریان می باشد که این موضوع می تواند توسـط مطالعه کنندگان تحقیق شود.

$$R = ۰/۵y$$
$$۶۰ = \frac{۱}{۰/۰۲۵}\left(\frac{۱}{۲۰۰۰}\right)^{۱/۲}(۰/۵y)^{۲/۳}\, ۲/۱۰۶\, y^{۲}$$

$$y = ۴/۳۵۴ \text{ m}$$
$$A = ۳۹/۹۳ \text{ m}^{۲}$$

هزینۀ مقطع ذوزنقه ای کمتر و نسبت هزینۀ دو مقطع ۱/۳۵۵ مـی باشـد. بایـد در نظـر داشت که در یک طرح واقعی مقداری نیز به صورت ارتفاع قائم آزاد (لبۀ آزاد) به عمق جریان اضافه می شود. این عمق را آیین نامه های طراحی پیشنهاد می نمایند.

در پایان لازم به توضیح است که در عمل ممکن است به دلیل محدودیت های اجرائی، محدودیت در عرض، عدم ارضاء سایر ضوابط هیدرولیکی نظیر سرعتهای حـداکثر و حداقل مجاز نتوان بهترین مقطع هیدرولیکی را در یک طرح انتخـاب نمـود و یـا ممکـن

است که با توجه به توپوگرافی زمین و سایر متغیرهای مؤثر در هزینه بهترین مقطـع، اقتصادی ترین مقطع نباشد.

تئوری جریان متغیر تدریجی (دائمی) در کانالهای باز:

مقدمه:

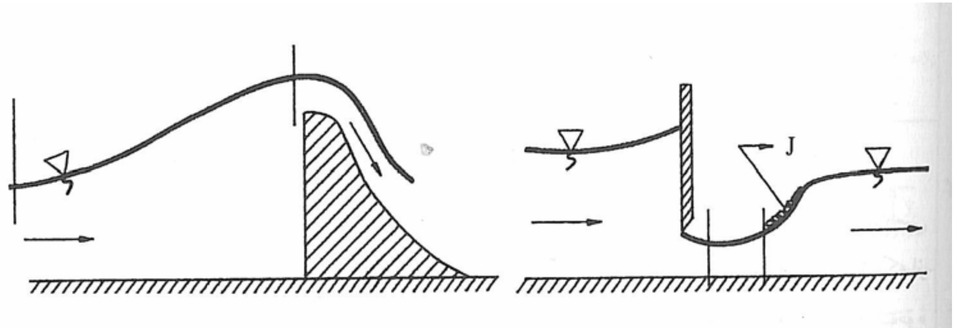
در فصل چهارم مشخصات و محاسـبات جریـان یکنواخـت شـرح داده شـد و مبـانی طراحی کانالهای باز براساس جریان یکنواخت بیان گردید. فصول پـنجم و شـشم بـه تـشریح چگـونگی پیـدایش، مشخـصات و محاسـبات جریانهـای متغیـر تـدریجی مـی پردازند. با توج به این که سـطح آب در جریانهـای متغیـر تـدریجی دارای انحنـاء مـی باشد، بررسی چگونگی تغییرات منحنی های سـطح آب (کـه بـه نیمرخهـای سـطح آب موسومند) از اهمیت ویژه ای برخوردار اسـت، لـذا در فـصل پـنجم انـواع نیمرخهـای سطح آب، مشخصات نیمرخها و نحوهٔ شکل گیـری آنهـا بـه صـورت تئـوری تـشریح کیفی خواهند شد. بررسی تغییرات کمی عمق و سرعت در جریاهـای متغیـر تـدریجی، که از مواجهه جریانهای یکنواخت یا عواملی چون سرریزها، دریچه هـا، پلهـا و ... بـه وجود می آیند، موضوع فصل ششم می باشد.

شکل گیری جریان متغیر تدریجی:

در بخش ۱-۳ جریان متغیر تدریجی، که در آن انحناء جریان کوچک بـوده و تغییـرات عمق در فاصلهٔ طولانی از مسیر جریان صـورت مـی گیـرد، تعریـف گردیـد. ملاحظـهٔ

مجدد شکل ۱-٤ نشان می دهـد کـه در حقیقـت ایـن جریـان متغیـر تـدریجی (جریـان شتابدار) است که پس از طی مسافتی در یک کانال طولانی تبدیل به جریـان یکنواخـت می شود (جریان در نواحی ۳ و ٦) و یا بالعکس می توان گفت که جریان یکنواخـت در صورت مواجهه با یک مکانیسم شتاب دهنده نظیر شیب شکن، تغییر شیب و ... تبـدیل به جریان متغیر تدریجی می گردد (جریان در نواحی ٤ و ۷). این نکته نیز نباید از نظر دور بماند که هرگونه تبدیل جریان یکنواخت بـه جریـان متغیّـر تـدریجی و یـا تبـدیل جریان متغیر تدریجی به جریان یکنواخت ممکن است از یک جریان بـا انحنـای شـدید (جریان متغیّر سریع) نیز عبور نماید. در این فصل تنها به جریانهـای متغیّـر تـدریجی اشاره می گردد و در محاسبات مربوطه نیز طولهای کوتـاهی کـه جریـان در آنهـا از نوع جریان متغیر سریع است در نظر گرفته نمی شوند. این طولها نسبت به مسافتهای طولانی، که جریان در آنها متغیّر تـدریجی اسـت، قابـل صـرفنظر کـردن مـی باشـند. جریانهای متغیر سریع که در مواردی نظیر انداز هگیری جریـان از روی سـرریزهای لبه تیز اهمیت می یابد و پرش هیدرولیکی که خود یک نوع جریان متغیر سـریع اسـت در فصول آینده مورد بررسی قرار خواهند گرفت .

در شکل ٥-۱ شکل گیری جریان متغیر تدریجی قبـل از یـک بنـد (مـانع) و نیـز شـکل گیری جریانهای متغیر تدریجی قبل و پس از یک دریچه کشویی نشان داده شده اند.



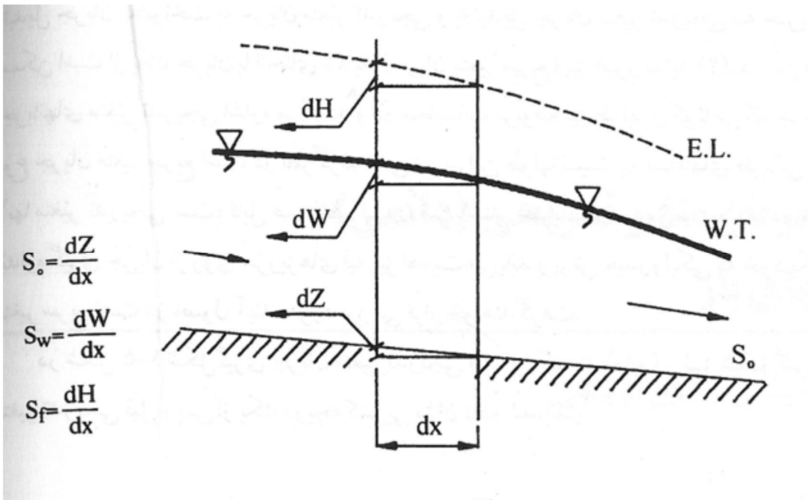
در جریانهای متغیر تدریجی، که مشخصات آنها را در یک فاصلهٔ کوتـاه dx از مـسیر می توان در شکل ۵-۲ ملاحظه نمود، به ازاء یک دبی ثابت در کانال عمق و سرعت در امتداد طولی جریان تغییر می کند و لذا:

$$\frac{dQ}{dx}=0 \qquad \frac{dV}{dx}\neq 0 \qquad \frac{dy}{dx}\neq 0$$

از طرفی با توجه به دائمی بودن جریان، تغییر مشخصات در هر مقطع نسبت به زمان صفر می باشد شایان ذکر است که در این نوع جریان، از آن جا که سرعت و عمق در امتداد طولی جریان تغییر می کنند شیب طولی کانـال (S_0)، شـیب سـطح آب (S_w) و شیب خط انرژی (S_f) با یکدیگر مساوی نخواهد بود:

$$S_0 \neq S_f \neq S_w$$

با توجه به تغییرات y نسبت به x، چنانچه عمق در امتداد طولی جریـان افـزایش یابـد ($\frac{dy}{dx}>0$ یا $y_2>y_1$) منحنی تغییرات عمق منحنی فراآب نامیده شده و چنانچه عمـق در امتداد جریـان کـاهش یابـد $\frac{dy}{dx}<0$ یـا $y_2 < y_1$)، منحنـی تغییـرات سـطح آب از نـوع فروآب خواهد بود.



تئوری جریانهای متغیر تدریجی:

در این قسمت ابتدا به ازاء جاری شدن یک دبی ثابت در کانال، نحوهٔ تغییرات عمق جریان بررسی شده، انواع نیمرخهای طولی سطح آب معرفی خواهند شد. سپس قانونمندی حاکم بر تغییرات عمق، که از نظر ریاضی به صورت یک معادلهٔ دیفرانسیل ظاهر می گردد، و نیز ترکیب نیمرخهای سطح آب و نحوهٔ تشخیص و ترسیم آنها ارائه می گردند.

طبقه بندی نیمرخهای طولی سطح آب: (Classification Of Water Surface profiles)

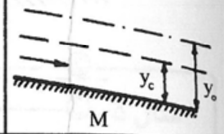
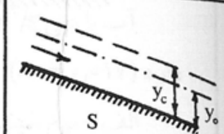
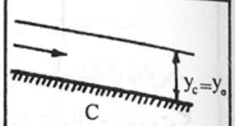
برای طبقه بندی نیمرخهای سطح آب عموماً از دو علامت اختصاری که یکی معرف نوع شیب کانال بوده و با یکی از حروف M، S، C، H و A مشخص می شود و دیگری که معرف ناحیهٔ جریان است و به صورت یکی از اعداد ۱، ۲ و یا ۳ در سمت راست حروف فوق الذکر قرار می گیرد، استفاده می گردد. به عنوان مثال نیمرخ نوع

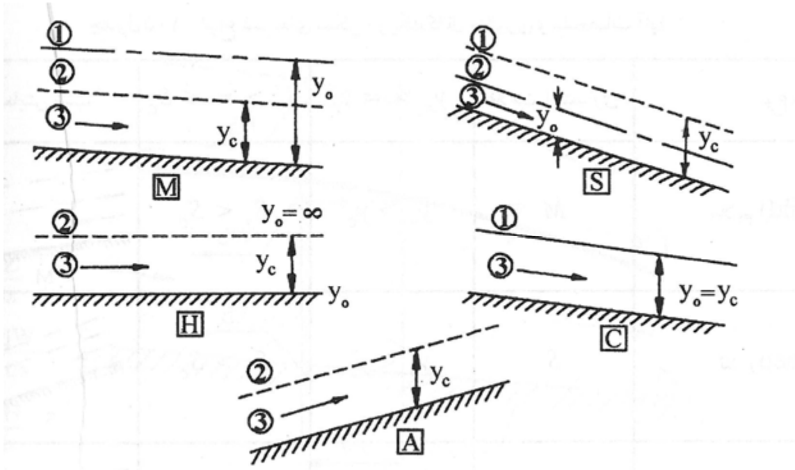
M2 بیانگر آن است که جریان در یک شیب ملایم (Mild) برقرار بوده، تغییرات عمق در ناحیهٔ ۲ صورت می گیرد.

جدول ۵–۱، انواع شیب های ممکن در یک کانال منشوری را نشان می دهد. ملاحظه می شود که بر این اساس تعیین نوع شیب در یک کانال منشوری به سادگی صورت می گیرد. برای این منظور ابتدا به ازاء دبی، شیب، مشخصات هندسی و زبری بستر کانال، عمق نرمال مربوطه از رابطهٔ مانینگ محاسبه می شود. سپس با توجه به مشخص بودن دبی و مشخصات هندسی مقطع، عمق بحرانی نیز تعیین و از مقایسهٔ این دو عمق، نوع شیب معین می گردد.

جدول ۵–۱

جدول ۵–۱ انواع شیب‌های ممکن در یک کانال منشوری و مشخصات آنها

نوع شیب	علامت اختصاری	$y_\circ > = y_c$	$S_\circ > = < S_c$	نمایش شیب
ملایم (Mild)	M	$y_\circ > y_c$	$S_\circ < S_c$	
تند (Steep)	S	$y_\circ < y_c$	$S_\circ > S_c$	
بحرانی (Critical)	C	$y_\circ = y_c$	$S_\circ > S_c$	

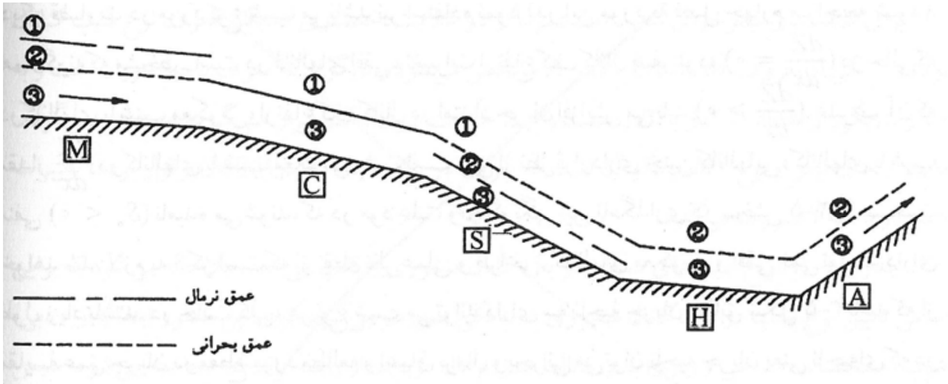


به عنوان مثال اگر در یک شیب ملایم، تغییرات عمق در محدوده بالاتر از عمق نرمال صورت گیرد ناحیۀ جریان، ناحیۀ ۱، و چنانچه در حد فاصل بین عمق نرمال و عمق بحرانی اتفاق افتد، ناحیۀ ۲، و در صورتی که در محدودۀ پایین تر از عمق بحرانی صورت پذیرد، ناحیۀ ۳ نامیده می شود.

با توجه به این توضیحات می توان نتیجه گیری نمود که براساس قرارداد در شیب های ملایم (M)، تند (S) و بحرانی (C) نیمرخهای M1، M2، M3، S1، S2، S3، C1 و C3 تشکیل می گردند در صورتی که به جهت عدم امکان شکل گیری جریان یکنواخت در کانالهای با شیب افقی $(y_0 \to \infty)$ شیب معکوس، در این شیبها فقط نیمرخهای نوع H2، H3، A2 و A3 وجود خواهند داشت.

شکل ٥-٤ انواع شیبها و نواحی جریان را در شناسایی نیمرخهای مختلف سطح آب نشان می دهد که براساس آن می توان چگونگی نامگذاری نیمرخهای ۱۲ گانه سطح

آب را در کانالهای منشوری در ذهن مجسم نمود. بدیهی است به ازاء یک دبـی ثابـت، عمق بحرانی در کانالهای متوالی (و با شیب های مختلف)، مقداری یکسان دارد.



شکل۵-۴

مثال:

آب با دبی $۱۱/۲۷m^3/s$ در یک کانال مستطیلی به عرض ۶/۱m و شـیب طـولی ۰/۰۰۱ جریان دارد ($n = ۰/۰۱۷$):

الف – نوع شیب کانال را مشخص نمایید.

ب – بندی درمسیر این کانال ساخته شد است که عمق آب را به ۴/۵۷m مـی رسـاند. ناحیـهٔ جریان را شناسایی و نوع نیمرخ سطح آب شکل گرفته در این ناحیه را مشخص نمایید.

حل:

الف: ابتدا عمق نرمال و عمق بحرانی در این کانال مشخص می گردند. ایـن محاسـبات می توانند با مراجعه به بخشهای ۴-۴ و ۲-۷ به سهولت انجام پذیرند که در این جا به منظور جلوگیری از طولانی شدن مطلب فقط به ذکر نتایج اکتفا می شود:

$$Q = \frac{1}{n} S_0^{1/2} R^{2/3} A$$

$$11.27 = \frac{1}{0.017} (0.001)^{1/2} \left(\frac{6.1}{6.1 + 2y_0}\right)^{2/3} (6.1y_0) \rightarrow y_0 = 1.13\text{m}$$

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{11.27}{6.1} = 1.848$$

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = \left(\frac{1.848^2}{9.81}\right)^{1/3} = 0.7\text{m}$$

با توجه به این که $y_0>y_c$ است پس شیب کانال شیب ملایم (M) می باشد.

ب: از آنجا که ناحیهٔ جریان در منطقه ای با عمق ٤/٥٧m می باشد و در این ناحیه $y_c<y_0<y=٤/٥٧$ است، جریان در ناحیهٔ یک اتفاق افتاده و لذا نیمرخ نوع M1 در رسیدن به بند شکل گرفته است. شکل ٥-١ الف می تواند بیانگر این مثال باشد.

محاسبات جریان متغیر تدریجی (دائمی) در کانالهای باز

مقدمه:

در فصل پنجم چگونگی تشکیل نیمرخهای سطح آب و مشخصات این نیمرخها تشریح کیفی گردید و همچنین مشخص شد که هر نیمرخ سطح آب دارای یک مقطع کنترل می باشد که عمق جریان در آن مشخص است. این نقطهٔ شرط اولیه در حل معادلهٔ دیفرانسیل حاکمه می باشد و لذا می توان با استفاده از روشهای محاسباتی عددی و یا تحلیلی به حل این معادله پرداخت و تغییرات عمق را در طول مسیر جریان به دست آورد. با استفاده از این محاسبات، تأثیر سازه های هیدرولیکی نظیر سرریزها، دریچه ها، پلها و ... بر روی عمق و سرعت جریان تعیین می شود و با توجه به این اثرات،

تدابیر لازم در طراحی هیدرولیکی این سازه ها و کانالهای مربوطه در نظر گرفته مـی شوند. این فصل به انواع روشـهای معمـول در محاسـبات نیمرخهـای سـطح آب مـی پردازد. روشهای محاسباتی ارائه شـده مـی تواننـد هـم در کانالهـای مـصنوعی هـم طبیعی به کار روند.

تقسیم بندی کلی از روشهای معمول در محاسبات نیمرخهای سطح آب:

در حالت کلی، روشهای محاسباتی به دو گروه کلی زیر می توانند تقسیم شوند:

۱- روشهای مناسب برای کانالهای منشوری

این روشها خود به سه زیرگروه روشهای عددی ساده، روش انتگرال گیری ترسـیمی و روشهای انتگرال گیری مستقیم تقسیم می شوند که می تواننـد بـه تناسـب آشـنایی استفاده کننده با هر یک از روشها و نوع مسأله ای که فرد با آن مواجه است، انتخـاب گردند.

۲- روشهای مناسب برای کانالهای طبیعی (رودخانه ها)

گرچه اساس این روشها با روشهای گروه یـک یکـسان مـی باشـد و کلیـهٔ روشـها از طریق معادلهٔ انرژی به دست می آیند ولی بـا توجـه بـه ایـن کـه در کانالهـای طبیعـی مشخصات هندسی مقطع فقط در مقاطع خاصی از جریان برداشت شده مشخص می باشد، در حل معادلهٔ حاکمه (معادلهٔ ۵-۷) اجرای عملیات محاسباتی خاصـی لازم مـی شد که این روشها را کمی متمایز از روشـهای گـروه ۱ مـی نمایـد. بـدیهی اسـت کـه

کانالهای منشوری می توانند حالت خاصی از کانالهای طبیعی که غیر منشوری هستند تلقی شوند. به عبارت دیگر، روشهای گروه دوم به طور قطع قابل استفاده در کانالهای منشوری نیز می باشند.

روشهای مناسب در کانالهای منشوری:

در این روشها با توجه به مشخص بودن مشخصات هندسی مقطع در تمام طول مسیر، می توان دو عمق دلخواه و مناسب از جریان را انتخاب و فاصلۀ بین دو عمق را مشخص نمود و سپس منحنی تغییرات عمق را در راستای جریان به دست آورد. در این گره یک روش عددی ساده در تعیین عمق از روی فاصله نیز معرفی شده است.

روشهای عددی ساده (Simple Numerical Methods) :

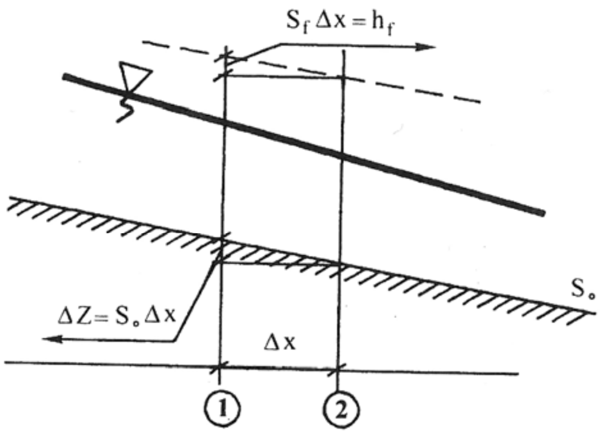
حُسن این روشها، که به وسیلۀ کامپیوتر یا ماشین حساب برنامه ریزی شده و جواب را با دقت قابل قبولی مشخص می کنند، در سادگی درک و سیستماتیک بودن مراحل محاسباتی آنها است. در این جا به دو روش گام به گام مستقیم (محاسبۀ فاصله از روی عمق) و روش عددی اولر در حل معادلۀ دیفرانسیل معمولی مرتبۀ اول (محاسبۀ عمق از روی فاصله) اشاره می شود.

۱- روش گام به گام مستقیم (Direct Step Method) (محاسبۀ فاصله از روی عمق)

اساس این روش، که در کانالهای منشوری با مقاطع منظم و یا نامنظم به کار می رود، بر معادلهٔ انرژی استوار است که بین دو مقطع دلخـواه از جریـان نوشـته مـی شـود. بدین معنی که با انتخاب دو عمق دلخواه، می توان فاصلـهٔ بـین دو عمـق را بـه دسـت آورده، نیمرخ سطح آب را ترسیم نمود. برای ایـن منظـور، دو مقطـع ۱ و ۲ از جریـان متغیر تدریجی نشان داده شده در شکل ٦-۱ را که به فاصلهٔ Δx از یکدیگر قرار دارنـد در نظر می گیریم. چنانچه معادلهٔ انرژی بین دو مقطع ۱ و ۲ نوشته شود داریم:

$$H_1 - h_f = H_2$$

$$y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 - h_f = y_2 + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + Z_2$$



شکل ۶-۱

$$y_1 + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + S_\circ \Delta x - S_f \Delta x = y_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\Delta x = \frac{\left(y_2 + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}\right) - \left(y_1 + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}\right)}{S_\circ - S_f} = \frac{E_2 - E_1}{S_\circ - S_f}$$

حال چنانچه دو مقطع دلخواه با اعماق y_1 و y_2 انتخـاب شـوند بـا معلـوم بـودن دبـی جریان مقدار Δx در رابطهٔ ٦-١ مشخص شده و در صورتی که S_f (شیب خط انرژی) در حد فاصل دو عمق نیز تعیین گردد، می توان فاصلهٔ بین دو عمق را محاسبه نمود.

برای تعیین S_f می توان از رابطه مانینگ (یاشزی) استفاده نمود بدین صورت کـه اگـر چه رابطهٔ مانینگ (یاشزی) برای جریان یکنواخت ارائه گردید است اما در حالـت کلـی، در جریانهای متغیر تدریجی نیز به کار می رود و کافی است که در معادلهٔ مربوطه به جای شیب طولی کانال (S_0)، شیب خط انرژی (S_f) اعمال گردد. در این صورت طبـق روابط ٦-٢ و ٦-٣ شیب خط انرژی برحسب سـرعت متوسـط و بـا دبـی جریـان بـه دست می آید:

$$V = \frac{1}{n} S_f^{1/2} R^{2/3} \rightarrow S_f = \frac{V^2 n^2}{R^{4/3}}$$
$$Q = \frac{1}{n} S_f^{1/2} R^{2/3} A \rightarrow S_f = \frac{Q^2 n^2}{R^{4/3} A^2}$$

مرور مطالب آورده شده در قسمت ٤-٣-٢ و مقایسهٔ رابطهٔ کلی دارسی – وایسباخ با رابطهٔ مانینگ یاشزی می تواند درک بهتری از مفهوم رابـط ٦-٢ و ٦-٣ ارائـه نمایـد. بدین منظور معادلهٔ دارسی – وایسباخ به صورت زیر نوشته می شود:

$$h_f = f\,\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} \rightarrow \frac{h_f}{L} = S_f = \frac{f}{D}\frac{V^2}{2g}$$

رابطهٔ ٦-٤ شدت افت انرژی در هر مقطع از جریان را بر حسب سرعت متوسط نشان می دهد لذا، می توان در تـشابه بـا رابطـهٔ دارسـی – وایـسباخ، رابطـهٔ مانینـگ را بـه

صورت ٦-٢ و ٦-٣، بیان نموده شیب خط انرژی در هر موضع از جریان در کانالهای باز را تعیین نمود. در معادلهٔ ٦-١ که برای دو مقطع با اعماق y_1 و y_2 به دست آمده است می بایست مقدار میانگین دو شیب خط انرژی مربوطه اعمال گردد یعنی:

$$S_f = \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2} = \bar{S}_f$$

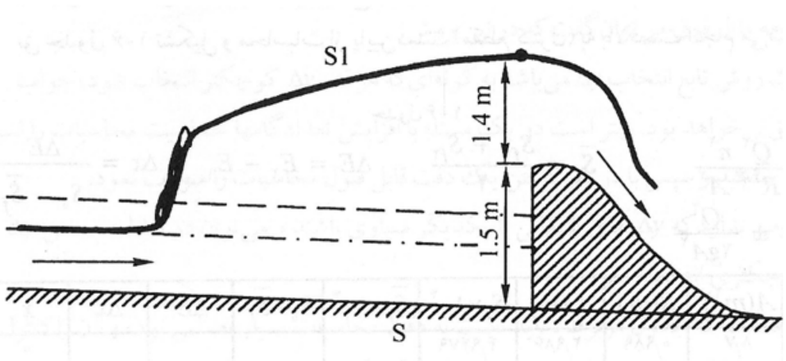
لذا باید رابطهٔ ٦-١ را به شکل زیر نوشت و از آن در تعیین فاصله بین دو عمق دلخواه y_1 و y_2 استفاده نمود:

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_0 - \bar{S}_f} = \frac{\Delta E}{S_0 - \bar{S}_f}$$

محاسبات و نتایج روش گام به گام مستقیم در جدول ساده ای ارائه می شود که در مثال ٦-١ مشاهده خواهد شد.

مثال:

در مسیر یک کانال مستطیلی به عرض ٣/٠m و شیب طولی ٠/٠٢ که دبی ١١/٣m^3/s در آن جریان دارد بندی به ارتفاع ١/٥m ساخته شده است (شکل ٦-٢). اگر عمق آب قبل از بند ٢/٩m باشد، ضمن تحلیل نیمرخ سطح آب، در صورت احتمال وقوع پرش هیدرولیکی، فاصلهٔ محل بند را تا محل پرش با استفاده از روش گام به گام مستقیم تعیین نمایید. ($n = ٠/٠١٧$).



حل:

به منظور تحلیل نیمرخ سطح آب، عمق بحرانی و عمق نرمـال در کانـال محاسـبه مـی شوند:

$$q = \frac{۱۱/۳}{۳} = ۳/۷۷\ \frac{m^۳}{s.m}$$
$$y_c = \left(\frac{q^۲}{g}\right)^{۱/۳} = \left(\frac{۳/۷۷^۲}{۹/۸۱}\right)^{۱/۳} = ۱/۱۳m$$
$$۱۱/۳ = \frac{۱}{۰/۰۱۷}(۰/۰۲)^{۱/۲}\left(\frac{۳y_۰}{۳+۲y_۰}\right)^{۲/۳} ۳y_۰ \rightarrow y_۰ = ۰/۷۳m$$

با توجه به این که $y_0<y_c$ می باشد، شیب کانـال از نـوع تنـد بـوده کـه در آن جریـان نرمال با عمق ۰/۷۳m برقرار است. این جریان در جهت رسیدن به عمق زیـر بحرانـی ۲/۹m و عبور از بند پرش هیدرولیکی انجام خواهد داد. پس از پرش نیمرخ S1 شـکل می گیرد که نقطهٔ کنترل آن مقطع قبل از بند می باشد. به منظـور تعیـین طـول نیمـرخ S1، عمق ثانویه پرش هیدرولیکی مربوط به عمق اولیه ای معادل ۰/۷۳m محاسبه می شود. با مشخص شدن عمق ثانویه پرش می توان فاصلهٔ پنجه پرش را تا محل بند بـا روش گام به گام مستقیم محاسبه نمود.

$$y_1 = 0/73 \text{ m}$$

$$y_2 = -\frac{y_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{y_1}{2}\right)^2 + \frac{2q^2}{gy_1}}$$

$$y_2 = \sqrt{\left(\frac{0/73}{2}\right)^2 + \frac{2 \times (3/77)^2}{9/81 \times 0/73}} - \frac{0/73}{2} = 1/66 \text{ m}$$

برای تعیین فاصلهٔ بین دو عمق ۲/۹m (مقطع کنترل) و ۱/٦٦m به روش گام به گام مستقیم، جدولی مطابق جدول ٦-۱ تشکیل و محاسبات از پایین دست (مقطع کنترل) به بالادست انجام می شود.

جدول ۶-۱

$$S_f = \frac{Q^2 n^2}{R^{4/3} A^2} \qquad \bar{S}_f = \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2} \qquad \Delta E = E_2 - E_1 \qquad \Delta x = \frac{\Delta E}{S_0 - \bar{S}_f}$$

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$y(m)$	$A(m^2)$	$R(m)$	$E(m)$	$S_f \times 10^4$	$\bar{S}_f \times 10^4$	$S_0 - \bar{S}_f$	ΔE	Δx	x
۲٫۹	۸٫۷	۰٫۹۸۹	۲٫۹۸۶	۴٫۹۴۷۹					۰
					۶٫۹۷۹۱	۰٫۰۱۹۳۰	-۰٫۵۶۶۹	-۲۹٫۳۷	
۲٫۲۸	۶٫۸۴	۰٫۹۰۵	۲٫۴۱۱۹۱	۹٫۰۱۰۴					-۲۹٫۳۷
					۱۴٫۷۲۷	۰٫۰۱۸۲۷	-۰٫۴۹۶۷	-۲۶٫۸۱	
۱٫۶۶	۴٫۹۸	۰٫۷۸۹	۱٫۹۲۲۴	۲۰٫۴۴۳۸					-۵۶٫۱۸

در جدول فوق فقط دو گام در محاسبه درنظر گرفته شده و روابط لازم در محاسبهٔ جدول در قسمت بالای جدول نوشته شده است. اگر چه مسیر انجام محاسبات در جدول نیاز به توضیح ندارد، مختصراً اشاره می شود که به ازاء هر عمق، مساحت (A)، شعاع هیدرولیکی (R)، انرژی مخصوص (E) و شیب خط انرزی (S_f) معین می شوند و پس از مشخص نمودن مقدار ΔE و $\bar{S}_f$ در حد فاصل دو عمق، Δx از رابطهٔ ٦-٥ محاسبه می شود. ستون آخر جدول، فاصله مقطع نسبت به مبدأ را نشان می دهد.

مطابق جدول ٦-١ و بر مبنای دو گام محاسبه، فاصلهٔ محل بند تا محل پرش برابر ٥٦/١٨m می باشد و ظاهر شدن علامت منفی در جدول، به دلیل انجام محاسبات از پایین دست به بالادست است و باید در نظر داشت که جواب به دست آمده همواره نیاز به تفسیر فیزیکی دارد. در صورتی که در تعیین فاصلهٔ محل بند تا پنجهٔ پرش هیدرولیکی از یک گام استفاده شود، فقط دو عمق ١/٦٦m و ٢/٩m در محاسبات وارد گردیده، فاصلهٔ دو عمق با دقت کمتری به دست می آید، یعنی:

$$\Delta x = \frac{E_۳ - E_۱}{S_۰ - \bar{S}_f}$$

$$\Delta x = \frac{۱٫۹۲۲۴ - ۲٫۹۸۶}{۰٫۰۲ - [(۴٫۹۴۷۹ \times ۱۰^{-۴} + ۲۰٫۴۴۳۸ \times ۱۰^{-۴})/۲]} = -۵۶٫۸\ \mathrm{m}$$

همان گونه که ملاحظه می شود، این فاصله (٥٦/٨) تفاوت چندانی با جواب حاصل از دو گام محاسبه ندارد و همچنین انجام محاسبات با سه گام، جواب حاصله از دو گام را چندان تغییر نخواهد داد.