

# ارزیابی کارایی معیارهای شکست موهر کلمب و هوک و براون در پیش‌بینی رفتار شکست سنتگهای نرم

عبدالهادی قزوینیان، استادیار گروه مکانیک سنگ، دانشگاه تربیت مدرس، تهران\*  
ذبیح‌الله مرادیان، دانشجوی کارشناسی ارشد مکانیک سنگ، دانشگاه تربیت مدرس، تهران\*  
علی فتحی، فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مکانیک سنگ دانشگاه تربیت مدرس  
\* تلفن: ۰۲۸۳۶-۱۱۰۰-۸۸۰، نامبر: ۰۲۸۳۶-۱۱۰۰-۸۸۰، پست الکترونیکی: Abdolhadi@yahoo.com  
\* تلفن: ۰۲۸۳۶-۱۱۰۰-۸۸۰، نامبر: ۰۲۸۳۶-۱۱۰۰-۸۸۰، پست الکترونیکی: z\_moradian@yahoo.com

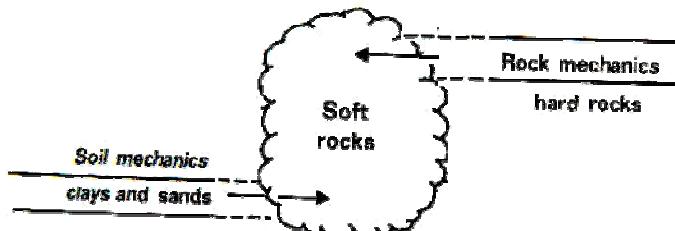
## چکیده

مطالعه ژئوتکنیکی مصالح حد واسط خاک و سنتگ مانند خاکهای سخت - سنتگهای نرم نزدیک به سه دهه است که مورد توجه قرار گرفته است. با توجه به جایگاه ویژه‌ای که سنتگهای نرم در دانش ژئوتکنیک دارند، بررسی ویژگیهای ژئوتکنیکی و ژئو مکانیکی این مواد از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. سنتگ نرم مارن به عنوان یکی از مسائله سازترین این مصالح در سازه‌های سطحی و زیرزمینی محسوب می‌شود. به منظور بررسی رفتار شکست مارن، هفت گروه داده از پنج منطقه مختلف زاگرس تهیه و آزمایش‌های مقاومت فشاری تک محوری، سه محوری و بیزیلین بر روی آنها انجام شد. در مرحله بعد به ارزیابی کارایی دو معیار موهر کلمب (به عنوان یک معیار ارائه شده برای مصالح خاکی)، و هوک و براون (به عنوان یک معیار ارائه شده برای سنتگهای سخت) در مورد مارن پرداخته شده است. بر اساس نتایج این تحقیق معیار موهر کلمب به دلیل ارائه شده برای مصالح خاکی در تمامی حالات، نمی‌تواند به صورت مناسبی بر زوج داده‌هایی که رفتار غیرخطی دارند، برآش شود. از طرفی این معیار در ناحیه کشش کارایی مناسبی ندارد. از نتایج آنالیز حاصل از برآش پوش معیار هوک و براون بر روی داده‌های مارن، مشاهده شده است که اگرچه این معیار از قابلیت برآش بهتری نسبت به معیار موهر کلمب برخوردار می‌باشد، اما نمی‌توان از این معیار در تخمین پارامترهای مکانیکی سنتگ مارن بصورت قابل قبولی استفاده کرد.

**واژه‌های کلیدی:** سنتگ نرم، معیار شکست، موهر کلمب، هوک و براون، مارن

## ۱- مقدمه

از لحاظ تاریخی مصالح ژئوتکنیکی در دو مقوله وسیع به نام مصالح خاکی و مصالح سنگی قرار می‌گیرند. سنگ‌های نرم از لحاظ مقاومتی در مرز بالایی مصالح خاکی در علم مکانیک خاک، و مرز پایینی مصالح سنگی در علم مکانیک سنگ قرار دارند [۱ و ۲] (شکل ۱).



شکل ۱: جایگاه سنگ‌های نرم در طیف مصالح ژئوتکنیکی [۲]

در سال‌های اخیر مطالعات محدودی به منظور بررسی خصوصیات ژئومکانیکی این مواد که دارای رفتار سخت‌تر، شکننده‌تر، با ناپیوستگی بیشتر و در نهایت تورم پذیری کمتر نسبت به خاک می‌باشد، صورت گرفته است. از طرف دیگر سنگ‌های نرم به مقدار قابل توجهی نسبت به سنگ‌های سخت از مقاومت پایینتری برخوردار بوده، رفتار شکننده‌گی کمتر و قابلیت تراکم‌پذیری بیشتری داشته و آب تاثیر بسزایی بر رفتار آن‌ها دارد.

در اکثر پروژه‌ها و نرم‌افزارهای ژئوتکنیکی از معیار شکست موهر کلمب [۱] استفاده شده است. در این معیار، مقاومت توده‌های سنگی با مقاومت چسبندگی  $C$  و زاویه اصطکاک  $\phi$  به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\tau = C + \sigma_n \tan \phi \quad (1)$$

در این رابطه  $\tau$  مقاومت برشی و  $\sigma_n$  تنش عمودی وارد بر سطح شکست سنگ می‌باشد. برای سنگ‌های سخت نیز معیارهای زیادی پیشنهاد شده که در منابع استاندارد موجود است. معیار هوک و براون [۳] یکی از معیارهایی است که در سنگ‌های سخت کاربرد وسیعی دارد. این معیار برای سنگ بکر به صورت زیر می‌باشد:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left( m_i \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + 1 \right)^{0.5} \quad (2)$$

که در آن  $\sigma_1$  و  $\sigma_3$  به ترتیب تنش‌های حداکثر و حداقل در لحظه گسیختگی،  $m_i$  مقدار ثابت هوک و براون برای سنگ بکر و  $\sigma_{ci}$  مقاومت فشاری تک محوره سنگ بکر می‌باشد.

مارن به عنوان یکی از مساله سازترین سنگ‌های نرم در کارهای ژئوتکنیکی به حساب می‌آید. مارن از ترکیب رس و کربنات کلسیم تشکیل شده و در نقاط مختلف، خصوصیات مهندسی، ترکیبات کانی‌شناسی و دیگر خصوصیات ژئوتکنیکی آن دارای تنوع زیادی می‌باشد. مقدار کربنات کلسیم (CaCO<sub>3</sub>) مارن بین ۳۵ تا ۶۵ درصد می‌باشد و به همان نسبت مقدار رس در آن متغیر است [۴].

اهمیت مطالعه سنگ‌های مارنی در ایران علاوه بر تنوع ویژگی‌های ژئوتکنیکی در نقاط مختلف، گسترش زیاد آنها در اغلب نقاط کشور و در تماس بودن با بسیاری از پروژه‌های معدنی و عمرانی است که در مطالعه حاضر به بخشی از این مهم پرداخته شده است.

## ۲- انجام آزمایش و شرایط گزینش داده ها

نمونه های آزمایش شده در این تحقیق، حاصل از نمونه های تهیه شده در محل و آزمایشگاه می باشند. نمونه های تهیه شده در محل، توسط ماشین مغزه گیری با لوله مصاعف تهیه شدند. از آنجا که مارن به سرعت هوازده می شود، بایستی نمونه ها پس از برداشت، بلا فاصله توسط پارافین محافظت شوند. برخی از نمونه ها، از بلوک های استخراج شده از مناطق مختلف زاگرس تهیه شده است. این عمل توسط دستگاه مغزه گیر موجود در آزمایشگاه که به دو سیستم خنک کننده آبی و هوای فشرده مجهر می باشد، انجام شده است. در این مطالعه برای جلوگیری از تاثیرات نامطلوب آب بر روی نمونه ها از سیستم خنک کننده هوای فشرده استفاده شده است. نمونه های استوانه ای، مطابق با استاندارد ISRM [۵] تهیه شده است. به منظور تهیه زوج داده های مورد نیاز از تستهای مقاومت فشاری سه محوری، تک محوری و تست بزرگیلین استفاده گردید.

برای انتخاب داده های مناسب از میان داده های موجود، یکسری شرایط ویژه اعمال گردیده است. جهت کسب دقیق ترین نتایج از آنالیز داده ها دقت زیادی جهت جلوگیری از ورود داده های نامعتبر در میان داده های انتخاب شده صورت گرفته و به این طریق احتمال ورود داده های نامعتبر به حداقل رسیده است.

شرایط اعمال شده جهت گزینش داده های معتبر به شرح زیر می باشد [۶]:

★ حداقل تعداد زوج داده  $(\sigma_1, \sigma_3)$  در هر گروه داده، نباید کمتر از ۵ باشد.

★ همه داده ها باید شامل هر دو تنש اصلی در شکست و مقاومت تراکمی نامحصور  $(\sigma_C)$ ، حاصل از آزمون باشند.

★ همه زوج داده های هر گروه داده، باید تامین کننده حد انتقال از رفتار شکننده به شکل پذیر موگی [۷] باشند. این حد طبق پیشنهاد موگی، به صورت زیر است:

$$\sigma_1 > 4.4\sigma_3 \quad (3)$$

★ داده های هر گروه، باید در برگیرنده محدوده فشار محصور کننده پایین تا فشار محصور کننده نسبتاً بالا (کوچکتر از  $\sigma_C$ ) باشند.

در این تحقیق به منظور مقایسه کارآیی معیار های شکست در ناحیه کشش، کلیه گروه هایی که قادر زوج داده کششی بودند از میان داده ها حذف شدند.

شرایطی که در راستای گزینش داده ها بیان شد، بر روی همه زوج داده های جمع آوری شده اعمال شد. به این ترتیب از میان داده های مذکور، هفت گروه داده واجد شرایط تشخیص داده شد و سایر داده ها از روند مطالعات، حذف شدند. این گروه ها به همراه زوج داده های آنها در جدول (۱) آورده شده اند.

جدول ۱: گروه داده های مورد استفاده برای ارزیابی معیارها

گروه		$\sigma_t(MPa)$	$\sigma_c(MPa)$					
1	$\sigma_3(MPa)$	-0.50	0	1	1.50	3	3.50	-
	$\sigma_1(MPa)$	0	7.48	17.04	20.60	24.87	27.46	-
2	$\sigma_3(MPa)$	-1.80	0	2	5	8	11	-
	$\sigma_1(MPa)$	0	19.65	36.58	46.86	59.38	82.28	-
3	$\sigma_3(MPa)$	-0.82	0	0.50	1.50	3	6	8
	$\sigma_1(MPa)$	0	10.67	15.55	21.43	24.86	35.40	42.10
4	$\sigma_3(MPa)$	-0.78	0	0.50	1.50	3	5.50	-
	$\sigma_1(MPa)$	0	9.30	14.63	17.07	22.37	33.20	-
5	$\sigma_3(MPa)$	-1.34	0	1	2.50	3.50	7	10
	$\sigma_1(MPa)$	0	19.30	33.60	42.45	47.60	65.60	91.08
6	$\sigma_3(MPa)$	-0.48	0	0.50	1.50	2	3	4
	$\sigma_1(MPa)$	0	13.12	21.62	30.31	31.50	40.10	45.86
7	$\sigma_3(MPa)$	-0.39	0	0.5	1.50	3	5	-
	$\sigma_1(MPa)$	0	8.57	11.61	15.46	21.92	26.20	-

### ۳- ارزیابی معیار موهر کلمب

معیار موهر کلمب رفتار مقاومتی سنگ و خاک را بطور کاملاً خطی ارائه می دهد. به عبارت دیگر، این معیار یک معیار خطی است. بسیاری از محققین از جمله فرانکلین<sup>[۸]</sup> و هوک و براون<sup>[۳]</sup> پس از انجام تستهای سه محوری بر روی انواع مختلف سنگ، نشان دادند رایج ترین رفتار سه محوری سنگها به صورت غیرخطی است. بنابراین هیچ یک از معیارهای خطی (از جمله معیار موهر کلمب)، از دقت کافی برخوردار نیستند. نقطه ضعف دیگر معیارهای خطی این است که تقاطع آن با محور منفی مقاومت کششی را به دست نمی دهد. در واقع این مقدار خیلی بیشتر از مقاومت کششی تک محوری سنگ می باشد، لذا این معیار تا محلی که تقاطع خط مقاومت کششی است مورد استفاده قرار می گیرد<sup>[۷]</sup>.

اغلب معیار موهر کلمب در مکانیک خاک مورد استفاده قرار می گیرد، چرا که بسیاری از انواع خاکهای دانه درشت غیر چسبنده، دارای پوشاهای مقاومت تقریباً مخروطی با مقاومت کششی صفر می باشند، در حالی که انحنای پوش واقعی سنگها، بیشتر از آنچه این معیار نشان می دهد، می باشد.

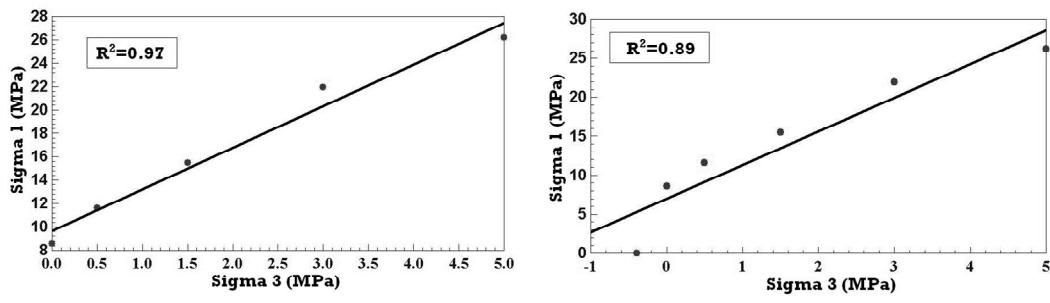
آنالیز رگرسیون برای معیار موهر کلمب به روش خطی و بر روی همه گروه های مارن انجام شد (جدول ۲). از نتایج آنالیزهای انجام شده بر روی گروه های مختلف مارن برمی آید که معیار موهر کلمب در تمامی موارد مقاومت کششی سنگ را بیشتر از مقدار به دست آمده توسط آزمایش ارائه داده است.

این معیار برای داده های مارن،  $\sigma$  را در بهترین حالت، ۱.۸ برابر و در بدترین حالت، ۴.۲ برابر  $\sigma$  به دست آمده از آزمایش تخمین می زند. به طور میانگین مقدار  $\sigma$  تخمین زده شده توسط آزمایش این معیار مارن، ۲.۵۶ برابر مقدار  $\sigma$  به دست آمده از آزمایش می باشد. در شکل (۲) پوش برآذش شده معیار موهر کلمب بر روی گروه های مارن برای دو حالت در نظر گرفتن و نگرفتن زوج داده کششی

با هم مقایسه شده اند. همانطور که مشاهده می شود با حذف زوج داده کششی مقدار ضریب تعیین به صورت قابل توجهی افزایش یافته که این موضوع موید عدم کارآیی معیار مذکور در ناحیه کشش می باشد. همچنین این معیار  $\sigma_c$  را در بهترین حالت، 0.98 برابر و در بدترین حالت، 0.82 برابر و به طور میانگین 0.93 برابر  $\sigma_c$  به دست آمده از آزمایش تخمین می زند. بنابراین این معیار تخمین نسبتاً قابل قبولی از مقاومت فشاری تک محوری ارائه می دهد.

**جدول ۲:** نتایج ارزیابی کارایی معیار موهر کلمب بر روی داده های سنگ مارن

Group	Test		Formula		$\frac{\sigma_{t2}}{\sigma_{t1}}$	$\frac{\sigma_{c2}}{\sigma_{c1}}$	$R^2$	
	$\sigma_{c1}$ (Mpa)	$\sigma_{t1}$ (MPa)	$\sigma_{c2}$ (Mpa)	$\sigma_{t2}$ (Mpa)			With Tensile	Without Tensile
1	7.48	-0.5	7.26	-1.145	2.2902	0.9706	0.91	0.92
2	19.65	-1.8	18.11	-3.489	1.9386	0.9216	0.96	0.99
3	10.67	-0.82	10.09	-2.17	2.6462	0.9456	0.90	0.96
4	9.03	-0.78	8.34	-1.752	2.2463	0.9236	0.94	0.98
5	19.3	-1.34	19	-2.544	1.8981	0.9845	0.93	0.96
6	13.12	-0.48	12.03	-1.288	2.6834	0.9169	0.92	0.97
7	8.57	-0.39	7.06	-1.638	4.2001	0.8238	0.89	0.97



**الف-** با در نظر گرفتن زوج داده کششی  
**ب-** بدون در نظر گرفتن زوج داده کششی

**شکل ۲:** برآورد معیار شکست موهر کلمب بر روی داده های گروه هفتم

## ۵- ارزیابی معیار هوک و براون

بررسی های هوک و براون [۳] بر روی سنگهای نرم نشان داد که ضریب رگرسیون حاصله از تحلیل ها، برای این سنگها بطور چشمگیری کمتر از ضریب رگرسیون بدست آمده برای سنگهای سخت است. جانستون [۶] با استفاده از داده های چهار ماسه سنگ بکر، اعلام کرد که معیار هوک و براون با ثابت  $m_i$  برابر ۱۵ (طبق پیشنهاد هوک و براون)، تخمین دست پایینی برای مقاومت قوی ترین سنگ و تخمین دست بالایی برای ضعیف ترین سنگ ارائه می دهد، ضمن اینکه برای دو سنگ دیگر سازگاری خوبی ندارد.

رامامورتی [۹] با امتحان معیار هوک و براون برای سنگ بکر، نتیجه گیری کرد که مقاومت تخمین زده شده از طریق این معیار در فشار محصور کننده پایین تر، بیشتر و در فشار محصور کننده بالاتر، کمتر است و در فشار محصور کننده باز هم بالاتر، این معیار تخمین دست بالایی از مقاومت به دست می دهد. او اعلام کرد که مقدار  $m_i$ ، با افزایش فشار محصور کننده، کاهش می یابد، و در نظر گرفتن یک مقدار ثابت  $m_i$  برای هر نوع سنگی، ناصحیح خواهد بود. رامامورتی، پراکندگی وسیعی در مقادیر  $m_i$  برای گروههای مختلف سنگ مشاهده نمود. این مقادیر همراه با مقادیر پیشنهاد شده توسط هوک و براون در جدول (۳) ارائه شده اند.

راثو [۶] خط انتقال موگی را برای نتایج تست چهار نوع ماسه سنگ، سنگ آهک ایندیانا و توف تالسومی رسم نمود. او چنین نتیجه گرفت که مقاومت تخمین زده شده توسط معیار هوک و براون در  $\sigma_3$  پایین تر، بیشتر و در  $\sigma_3$  بالاتر، کمتر است.

### جدول ۳: حدود تخمین زده شده و مقادیر پیشنهاد شده $m_i$ (در $I=5$ ، برای سنگ بکر [۹])

مقدار $m_i$		نوع سنگ
محدوده تخمین زده شده $m_i$ پیشنهاد شده توسط هوک و براون	محدوده تخمین زده شده $m_i$ توسط رامامورتی	
1.320-14.420	7	کربناتی
-0.091-10.200	10	آرژیلیتی
-3.170-21.000	15	آرناتی
0.950-32.840	25	آذرین

به منظور ارزیابی معیار هوک و براون، از روش برازش غیرخطی استفاده گردید و مقدار  $m_i$  و ضریب رگرسیون ( $R^2$ ) برای هر گروه داده تعیین شد (جدول ۴). محدوده تغییرات  $i$  از 12.09 تا 28.55 و مقدار متوسط آن برابر 17.31 به دست آمده است، که از مقدار پیشنهاد شده توسط هوک و براون در جدول (۳) بسیار بیشتر می باشد.

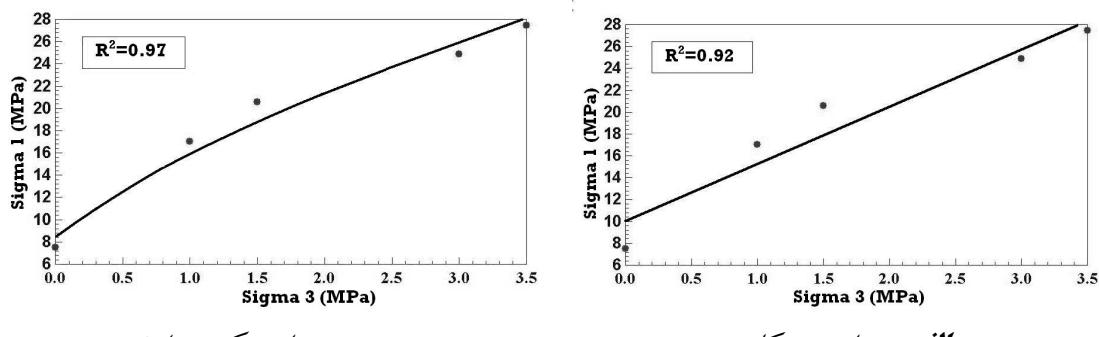
جهت برازش این معیار بر زوج داده ها، در مواردی (گروههای ۲ و ۵ جدول ۱) باید زوج داده (۰ و  $\sigma_3$ ) از میان مابقی زوج داده ها حذف گردد تا آنالیز انجام شود. این همان مطلبی است که شوری [۷] نیز به آن اشاره نموده است (منفی شدن مقدار مقاومت فشاری تک محوری). با حذف زوج داده کششی برازش بر روی این گروه ها نیز انجام گردید.

با بررسی گروه هایی که معیار هوک و براون بر روی آن ها برازش شده مشخص شد که این معیار در سه گروه تخمین دست بالایی از مقاومت فشاری تک محوری ارائه می دهد. در یک مورد تخمین قابل قبولی از  $\sigma_3$  و در یک مورد دیگر تخمین نسبتا پایینی ارائه داده است. از طرفی نتایج جدول (۴) نشان می دهد که این معیار تخمین درستی از مقاومت کششی ارائه می دهد.

در شکل (۳) منحنی برآش شده دو معیار بحث شده بر روی داده های گروه اول در ناحیه تراکم آورده شده است. همانطور که مشاهده می شود علی رغم داده کششی زوج داده میان داده ها حذف شده است، اما باز هم معیار هوک و براون نسبت به معیار موهر کلمب از قابلیت برآش بیشتری برخوردار می باشد.

**جدول ۴:** نتایج ارزیابی کارایی معیار هوک و براون بر روی داده های سنگ مارن

Group	Test		Formula		$\frac{\sigma_{t2}}{\sigma_{t1}}$	$\frac{\sigma_{c2}}{\sigma_{c1}}$	$m_i$	$R^2$	
	$\sigma_{c1}$ (Mpa)	$\sigma_{t1}$ (MPa)	$\sigma_{c2}$ (Mpa)	$\sigma_{t2}$ (Mpa)				With Tensile	Without Tensile
1	7.48	-0.5	8.67	-0.5	1	1.16	17.28	0.99	0.97
2	19.65	-1.8	-	-	-	-	-	-	0.99
3	10.67	-0.82	10.63	-0.82	1	1	12.86	0.99	0.98
4	9.03	-0.78	9.5	-0.78	1	1.05	12.09	0.99	0.98
5	19.3	-1.34	-	-	-	-	-	-	0.99
6	13.12	-0.48	13.72	-0.48	1	1.05	28.55	1.00	0.99
7	8.57	-0.39	6.26	-0.39	1.01	0.73	15.8	0.97	0.99



شکل ۳: منحنی برآش معیارهای شکست موهر کلمب و هوک و براون بر روی داده های گروه اول در ناحیه تراکم

## ۶- نتیجه‌گیری

- ۱- معیار موهر کلمب به دلیل ارائه پوش خطی در تمامی حالات، نمیتواند به صورت مناسبی بر زوج داده‌ای سنگهای مارنی که بیشتر رفتار غیرخطی دارند، برازش شود.
- ۲- معیار موهر کلمب در تمامی موارد مقاومت کششی مارن را بیشتر از مقدار به دست آمده توسط آزمایش ارائه داده است. همچنین با حذف زوج داده کششی، مقدار ضریب تعیین به صورت قابل توجهی افزایش پیدا می‌کند که این موضوع عدم کارآیی معیار مذکور را در ناحیه کشش تایید می‌کند.
- ۳- از برازش گروههای ۷ گانه مارن بر معیار هوک و براون مشخص شد که این معیار از کارایی بیشتری نسبت به معیار موهر کلمب برای پیش‌بینی رفتار شکست سنگهای نرم برخوردار می‌باشد، اما نمی‌توان از آن در تعیین پارامترهای مکانیکی این سنگها بصورت قابل قبولی استفاده نمود.
- ۴- با توجه به نتایج بدست آمده از سنگ نرم مارن، معیار هوک و براون به عنوان معیار ارائه شده برای سنگهای سخت و معیار موهر کلمب به عنوان معیار ارائه شده برای خاک، نمی‌توانند در تمامی حالات به صورت شایسته‌ای برای پیش‌بینی رفتار شکست سنگهای نرم (حد واسط خاک و سنگ سخت) به کار روند.

## ۷- مراجع:

1. Johnston, I. w., 1993, Soft rock engineering, comprehensive rock engineering, Vol. 1, P.P. 367 – 393.
2. Johnston, I. w., Novella, E. A., 1993, Soft rock in the geotechnical spectrum, Proc. Geot. En. Of hard soils and soft rocks, Vol. 1, P.P. 177 – 183.
3. Hoek, E., Brown, E.T., 1980, Empirical strength criterion for rock masses J. Geotech. Eng. Div., ASCE 106 (GT9), P.P. 1013-1035.
4. Atalla, M., 1993, Description, classification and testing of calcareous rock similar soils, Proc. Geot. En. Of hard soils and soft rocks, Vol. 1, P.P. 21 – 27.
5. ISRM., Suggested methods, rock characterization, testing and monitoring, Brown, E. T., Editor. Oxford, Pergamon Press, 1981, P. 211.
6. Hossaini, S. M. F., Some aspects of the strength characteristics of intact and jointed rocks, Ph. D. Thesis, 1993, the university of New South Wales, Sydney, Australia.
7. Sheorey, P. R., Empirical rock failure criterioa, A. A. Balkema, Rotterdam, Brookfield, 1997, P. 176.
8. Franklin, J. A., 1971, Triaxial strength of rock materials, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Vol.3, No. 2, P.P. 86-98.
9. Ramamurthy, T., 1986, Stability of rock mass, Indian J., Vol. 16, No. 1, P.P. 1-74.