

آنالیز غیر خطی تیر ورقهای عمیق با جان موج دار سینوسی

محمد علی گودرزی خویگانی دانشجوی دکتری سازه. دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

magoodarzi@alborz.kntu.ac.ir

محمود یحیایی استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

yahyai@kntu.ac.ir

چکیده:

استفاده از جان موج دار برای تیرهای عمیق به دلیل افزایش سختی خارج صفحه و مقاومت کمانشی آن، بدون استفاده از سخت کننده های قائم، در دهه اخیر به طور گسترده مورد استفاده وسیع قرار گرفته است. خصوصاً تیرهای کامپوزیت با جان فلزی موج دار و بالهای بتنی پیش تنیده اخیراً در پلها به کار میروند. شکل پروفیل های مختلفی که معمولاً برای این تیرها مورد استفاده قرار میگیرد، دوزنقه ای، زیگ زاگ و سینوسی می باشد. این مقاله با تعبیه یک مدل سه بعدی اجزاء محدود، تحلیل تنش های برشی در جان تیر ورقهای فولادی با جان سینوسی را با ملاحظه مدهای مختلف کمانشی، مورد توجه قرار می دهد.

نتایج حاصل از آنالیز غیر خطی، فرض رفتار ارتوتروپیک را برای مدل کمانشی کلی مورد تایید قرار می دهد. همچنین با استفاده از نتایج عددی رابطه موجود برای کمانش موضعی ورقهای مسطح، در تیرهای با موج سینوسی اصلاح شده است. این کار با تعریف عرض موثر برای کمانش موضعی موج های سینوسی امکان پذیر است. این عرض موثر در واقع با بکارگیری ضریبی در فاصله خطی بین نقاط ماکزیمم و مینیمم موج حاصل می گردد. ضریب مذکور به ابعاد هندسی موج سینوسی بستگی دارد. علاوه بر این نتایج عددی مقدار دامنه بهینه موج سینوسی را برای حصول ماکزیمم مقاومت برشی جان تیر در ابعاد متعارف طول موج بدست می دهد.

کلمات کلیدی: اجزاء محدود، آنالیز غیر خطی، تیرهای با جان موج دار، موج های سینوسی، روش عددی

۱- مقدمه:

برای جلوگیری از کمانش جان تیر ورقها یا باید ضخامت جان را زیاد کرد و یا از سخت کننده های عرضی و طولی استفاده نمود. یک روش اقتصادی برای جلوگیری از کمانش جان، موج دار کردن آن است. این روش با افزایش سختی خارج صفحه ورق باعث حذف سخت کننده های عرضی می شود و امکان استفاده از جان نازکتر را نیز مهیا می کند. ایده استفاده از تیرهای فولادی با جان موج دار، اولین بار در ساختمانهای صنعتی با ضخامت جان حدود ۲ تا ۵ میلیمتر مطرح شد. [۱۱] با این کار نسبت ارتفاع به ضخامت جان می تواند تا مقدار ۲۶۰ افزایش یابد. تیرهای با جان موج دار در پلها تا نسبت ارتفاع به ضخامت ۴۰۰ هم به کار گرفته شده است. تیر ورقهای فلزی، متشکل از جان موج دار و بالهای فلزی،

بیشتر در ساختمانها و تیر ورقهای مرکب متشکل از جان موج دار و بالهای بتنی پیش تنیده بیشتر در پلها به کار می رود. [۱۲]

۱-۱- مزایا و معایب

در جمع بندی کلی، ویژگیهای استفاده از جانهای موج دار را می توان در موارد زیر خلاصه کرد.

- کاهش ضخامت جان و حذف سخت کننده های عرضی، منجر به استفاده از مصالح کمتر می گردد.
- موج دار کردن جان باعث کاهش سختی محوری آن میگردد، که در نتیجه نیروهای محوری ناشی از خمش، تغییرات دما، خزش و جمع شدگی در جان تیر کاهش می یابد و حساسیت در مقابل کماتش در جان کاهش می یابد و اثرات ناشی از خطاهای ساخت در افزایش تنش های محوری کم رنگ تر می گردد و همچنین برای تیر ورقهای فلزی با جان موج دار باید مقداری ضخامت بال را افزایش دهیم. زیرا کماتش موضعی در عرضی بیشتر از نصف بال اتفاق می افتد و همچنین جان تیر در مقابل تنش های خمشی مقاومتی از خود نشان نمی دهد. [۱]

- در تیر های کامپوزیت به دلیل پیش تنیده بودن بالها، جان تحت تنش های محوری قرار می گیرد. اما جانهای موج دار به خاطر عدم سختی محوری و امکان وقوع تغییر شکل در راستای محور جان، تحت تاثیر تنشهای محوری موجود قرار نمیگیرند. این ویژگی به خاصیت آکاردئونی جان معروف است [۲].
- در خصوص تیر های قوطی شکل که جان آنها از ورقهای فلزی موج دار ساخته شده است، مقاومت در مقابل تنش های برشی ناشی از اثرات پیچشی بار های خارجی افزایش می یابد. همچنین توزیع تنش در این تیر ها یکنواخت تر است [۳].

- کاهش ضخامت جان و همچنین حذف سخت کننده ها و هزینه های مربوط به جوشکاری آنها باعث کاهش وزن و در نتیجه اقتصادی تر شدن تیر های با جان موج دار میگردد. خصوصا در تیر های بتنی، به دلیل جایگزینی جان بتنی بایک ورق فولادی سبک کاهش قابل توجهی در وزن تیر حاصل می گردد.
- اصلی ترین نقص تیر ورقهای با جان موج دار افزایش هزینه های مربوط به ساخت ورق های موج دار می باشد. هر چند با بکارگیری جانهای موج دار، هزینه های مربوط به استفاده از سخت کننده های عرضی و ضخیمتر بودن جان وجود ندارد.

۲-۱- مرور تحقیقات انجام شده

ویژگیهای فوق الذکر باعث شد تا نحوه عملکرد این تیرها مورد توجه محققان زیادی قرار گیرد. این تحقیقات اولین بار بوسیله تیم تحقیقاتی به نام BTP در فرانسه آغاز گردید. و سپس توسط Johnson ، (۱۹۹۸) ، lebon ، (۱۹۹۴) ، yoda و همکاران (۱۹۹۴) ، (۱۹۹۰) ، cheyreyzy&combault در سال ، el-metwally&loov (۱۹۹۷) ، (۱۹۹۸) در خصوص ویژگی های مختلف این تیر

ورقها مطالعات گسترده ای را انجام گرفت. اما گزارش نسبتاً جامع از ظرفیت باربری این تیرها در سال ۱۹۹۷ و به وسیله Elgaaly منتشر شده است. Zhang&Li نیز در سال ۲۰۰۰ در مورد تیرهای با جان تماماً موج دار^۱ به تحقیق پرداختند. خلاصه نتایج حاصل از این تحقیقات به شرح ذیل است.

○ در تیرهای با جان موج دار وظیفه تحمل تنش های خمشی به طور کامل با بالهاست و وظیفه تحمل برش با جان تیر است. به عبارت دیگر هیچ اندرکنشی بین برش و خمش در نظر گرفته نمیشود و در نتیجه ظرفیت خمشی این تیرها برابر با لنگر پلاستیک بال است [۴].

○ با متراکم تر شدن موج وقوع کمانش، به صورت کمانش کلی در جان اتفاق می افتد ولی در موجهای بازتر، کمانش به صورت موضعی در قسمتهای سطح موج اتفاق می افتد. [۵].

○ تحت بارهای جانبی وارد شده به بال، دو مکانیزم لهیدگی برای جان وجود دارد. یا اینکه بال به سمت جان کمانه کرده و بدون در نظر گرفتن جان تا حد جاری شدن بال پیش میرود و یا اینکه جان در محل زیر بار در اثر خمش بال در جهت قائم جاری می گردد. در هر دو مکانیزم، مقدار بار نهایی به نقطه اثر بار و پارامترهای موج بستگی دارد (این موضوع برای موج های دوزنقه ای گزارش شده است [۶].

○ افزایش ارتفاع مقطع باعث افزایش ظرفیت برشی تیر میگردد. درحالیکه درمقاومت لهیدگی درمقابل بارهای جانبی بی تاثیر است [۶].

○ به طور کلی تیرورقهای با زاویه موج بیشتر و جان و بال ضخیم تر، مقاومت نهایی بیشتری در لهیدگی و برش از خود نشان می دهند [۷].

○ کمانش موضعی بال تحت نیروهای فشار در عرضی بیشتر از نصف بال اتفاق می افتد. مشاهدات انجام شده، زاویه موج را به عنوان اصلیتترین پارامتر در تعیین عرض موثر بال معرفی می کند [۸].

○ بررسی اثر پارامترهای موج سینوسی بر روی مقاومت نهایی تیرهای با جان تماماً موج دار بیانگر افزایش ۱،۵ تا ۲ برابری در مقاومت کمانشی این تیرها می باشد [۹].

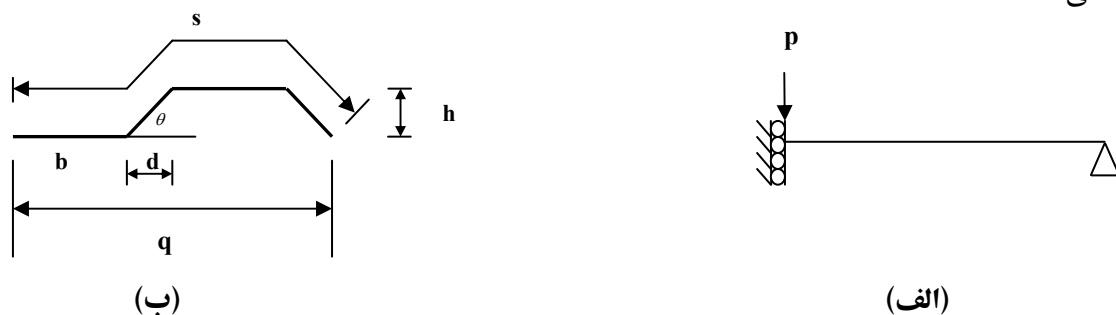
۲- هندسه مدل، بارگذاری و شرایط مرزی:

با استفاده از آنالیز غیر خطی به روش المان محدود، به بررسی اثر پارامترهای هندسی مختلف بر بار برشی بحرانی کمانش برای تیرهای با جان موج دار پرداخته می شود. برای این کار پس از معرفی هندسه مدل المان محدود، نمونه های آزمایش شده توسط القالی [۵] بوسیله مدل مذکور آنالیز شده و صحت عملکرد آن بر پایه نتایج حاصل از این آزمایشات تأیید می گردد. پس از تأیید مدل المان محدود موجهای سینوسی به وسیله این مدل آنالیز شده و اثر طول موج و دامنه موج بر مقاومت نهایی آنها مورد

¹. H-beam with wholly corrugated web (WCW)

بررسی قرار میگیرد. از یک مدل المان محدود برای مدل سازی نصف تیرهای مورد بررسی استفاده شده است (شکل ۱- الف). بار در انتهای سمت چپ تیر و به صورت متمرکز، بر روی بال بالای تیر اعمال می شود. عرض اعمال بار در تمام آنالیزها برابر با یک سانتیمتر است. از سخت کننده های قائم در زیر محل اعمال بار و در محل تکیه گاهها استفاده شده است. اتصال بال به جان به صورت پیوسته می باشد و از مدل کردن جوش بال به جان صرف نظر شده است. تعداد المانها در ارتفاع جان ۳۰ عدد در نظر گرفته شده و بال ها و سخت کننده های قائم به دلیل عدم تاثیر در فرایند کماتش برشی جان با حداقل تعداد المان مدل سازی شده است.

برای تحلیل غیر خطی از نرم افزار ANSYS 5.4 استفاده شده است. در این تحلیل هم اثر غیر خطی حاصل از مصالح و هم اثر غیر خطی هندسی در نظر گرفته شده است. از المان SHELL93 که در کتابخانه نرم افزار موجود است برای مدل سازی بال و جان و سخت کننده ها استفاده شده است. این المان نه گرهی، خاصیت پلاستیک شدن را دارا میباشد. تنش جاری شدن $f_y = 6000 \text{ kg/cm}^2$ و ضریب پواسون $\nu = 0.3$ و ضریب ارتجاعی مصالح $E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ در نظر گرفته شده است. از منحنی الاستیک پلاستیک کامل برای مدل رفتاری مصالح استفاده شده است. تنش های پسماند در نظر گرفته نشده است. از روش نیوتن-رافسون کامل به همراه روند تکراری کمان قوسی^۲ برای انجام آنالیز غیر خطی استفاده شده است.



شکل ۱- مدل المان محدود نصف تیر

۲-۱- بررسی صحت مدل و ارزیابی آن:

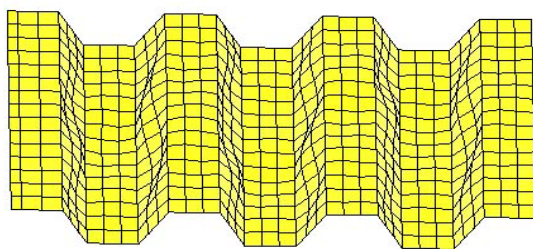
در سال ۱۹۹۶ Elgaaly و همکاران، ۴۲ آزمایش بر روی ۲۱ نمونه تیر دو سر ساده انجام دادند که از چهار شکل پروفیل دوزنقه ای متفاوت برای موج دوزنقه ای در این تیرها استفاده شده است [۵]. برای بررسی صحت عملکرد مدل، شش نمونه از تیرهای آزمایش شده در ابعاد کاملاً متفاوت انتخاب و بوسیله مدل مذکور آنالیز شده اند. نتایج حاصل از آنالیز غیر خطی در جدول (۱) آورده شده است. H ارتفاع تیر و t ضخامت جان را نشان میدهد. V_f و V_e به ترتیب نیروی برشی نهایی تحمل شده توسط تیر

^۲. Arc length method

در آزمایش و تحلیل المان محدود می باشند. نتایج حاصل از آنالیز غیر خطی مقادیر بالاتری را نسبت به نتایج آزمایشگاهی نشان می دهد. این افزایش با توجه به حضور عیوب اولیه در نمونه های آزمایشگاهی و همچنین ایجاد خستگی به علت بار گذاری و بار برداری نمونه های آزمایش شده کاملاً قابل توجیه است. خرابی حاصل از نمونه های آزمایشگاهی از نظر نوع مد کمانشی همان خرابی حاصل از آزمایشات است (شکل ۲).

جدول (۱): مقایسه نتایج حاصل از مدل المان محدود با نتایج آزمایشگاهی (پارامترها در شکل ۱-ب معرفی شده اند).

| شماره نمونه | t (cm) | H (cm) | b (cm) | d (cm) | h (cm) | Ve (kg/cm ²) | Vf (kg/cm ²) | Vf/Ve |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------------------------|--------------------------|-------|
| 121216A | .063 | 30.48 | 3.81 | 2.54 | 2.54 | 50.06 | 57.5 | 1.14 |
| 121216B | .077 | 30.48 | 3.81 | 2.54 | 2.54 | 87.67 | 85.12 | 1.03 |
| 121832A | .063 | 45.72 | 4.98 | 2.64 | 5.08 | 34.49 | 36.8 | 1.07 |
| 121832A | .063 | 45.72 | 4.19 | 2.34 | 3.33 | 61.86 | 67.5 | 1.09 |
| 181821B | .077 | 45.72 | 4.19 | 2.34 | 3.33 | 93.45 | 109.5 | 1.17 |
| 241216A | .063 | 60.96 | 3.81 | 2.54 | 2.54 | 75 | 95 | 1.26 |



Failure Mode of V121832A

شکل ۲: شکل کمانش یافته برای نمونه آزمایشگاهی [5] V121832A در مقایسه با شکل کمانشی تحلیلی

۳- برش در جان موج دار با پروفیل سینوسی :

به منظور انجام مطالعات پارامتریک برای موج های با شکل پروفیل سینوسی از مدل المان محدود به کار رفته در قسمت قبل استفاده شده است که با نتایج آزمایشگاهی برای موجهای دوزنقه ای کالیبره و صحت عملکرد آن بر پایه نتایج آزمایشگاهی تایید شد. پارامترهای هندسی موثر برای پروفیل سینوسی شکل عبارتند از طول موج (λ) و دامنه (2α). معادله موج به کار رفته از رابطه ذیل پیروی می کند.

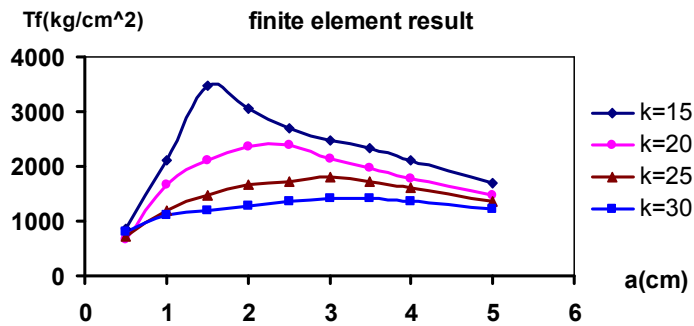
$$y = a \cdot \sin \left(\frac{2 \pi x}{\lambda} \right) \quad (1)$$

ضخامت جان $t_w = 0.1$ سانتیمتر و ارتفاع مقطع $h_w = 100$ سانتیمتر فرض شده و در تمام نمونه ها ثابت است. عرض و ضخامت بال $b_f = 15$ و $t_f = 15$ سانتیمتر میباشد. دامنه موج از مقدار ۱ تا ۱۰ سانتیمتر تغییر داده شده است که مطابق با حالات متداول و عملی باری تولید موج سی‌نوسی می باشد. نتایج حاصل از تحلیل المان محدود برای تنش بحرانی برشی بر حسب کیلو گرم بر سانتیمتر مربع در جدول ۲ آمده است.

۳-۱- اثرات مربوط به تغییرات دامنه:

شکل ۳ بیانگر تغییرات تنش بحرانی حاصل از تحلیل المان محدود نسبت به تغییرات دامنه میباشد ($\lambda = 15, 20, 25, 30$) با دقت در نتایج حاصل از تحلیل مشاهده می گردد که با افزایش دامنه موج در طول موج ثابت، مقاومت برشی مقطع ابتدا افزایش پیدا کرده و سپس روند نزولی از خود نشان می دهد.

با افزایش طول موج روند حساسیت تنش بحرانی نسبت به تغییرات مقدار دامنه کاهش می یابد. همچنین در طول موج ثابت با افزایش دامنه، مد کمانشی ابتدا به شکل نیمه کلی و سپس به صورت موضعی در فاصله بین دو نقطه اکسترمم موج اتفاق می افتد. پس از وقوع کمانش موضعی با افزایش بیشتر دامنه، مد کمانشی همچنان به صورت موضعی باقی می ماند.



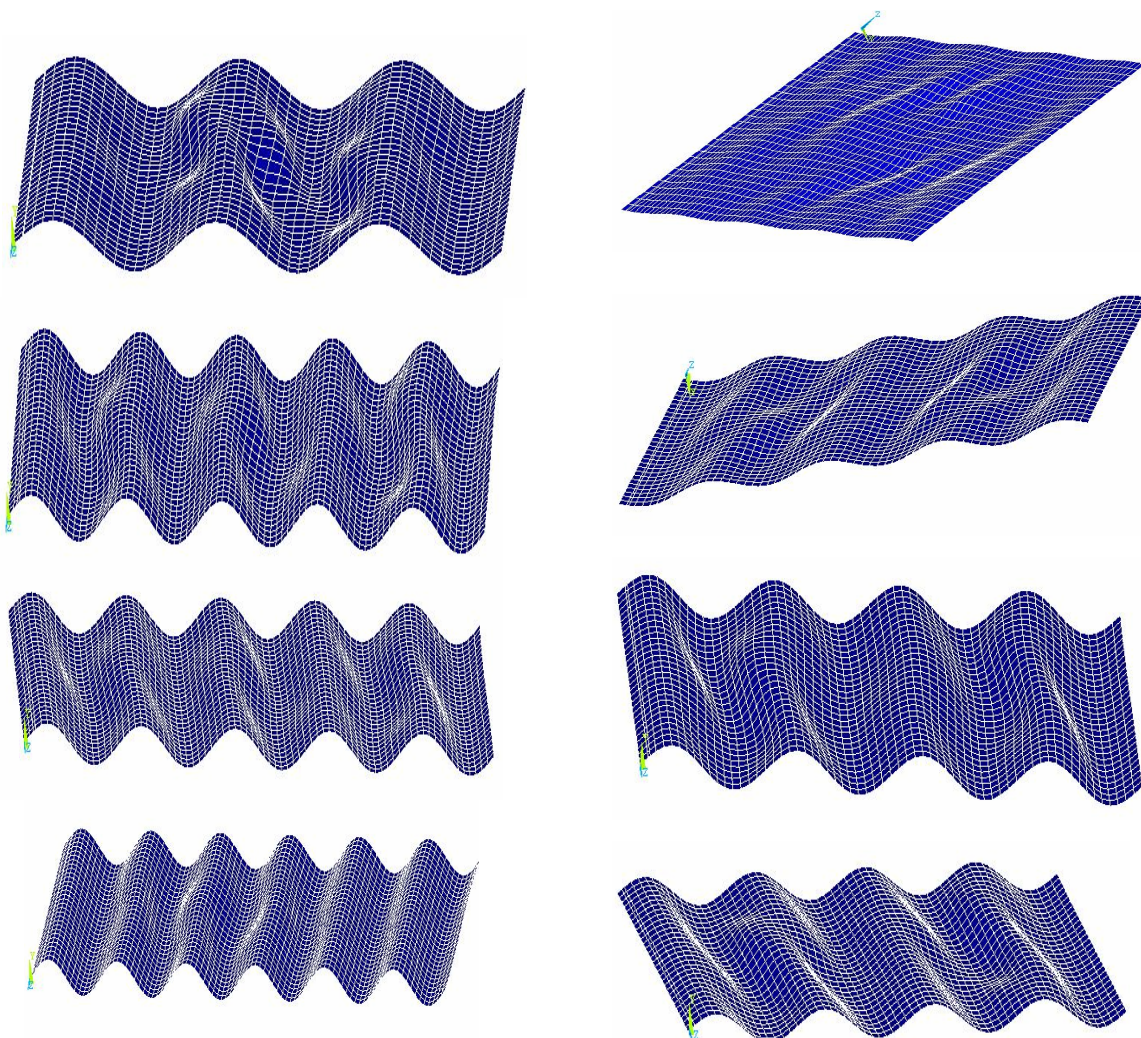
شکل ۳- تغییرات تنش برشی بحرانی برای طول موج های مختلف

شکل ۳- تغییرات تنش برشی بحرانی برای طول موج های مختلف

جدول (۲): نتایج تنش برشی بحرانی حاصل از تحلیل برای طول موج و دامنه های متفاوت (ابعاد بر حسب سانتیمتر)

| $\tau_f \left(\frac{kg}{cm^2} \right)$ | a = 0.5 (cm) | a = 1 (cm) | a = 1.5 (cm) | a = 2 (cm) | a = 2.5 (cm) | a = 3 (cm) | a = 3.5 (cm) | a = 4 (cm) | a = 5 (cm) |
|---|--------------|------------|--------------|------------|--------------|------------|--------------|------------|------------|
| $\lambda = 10$ (cm) | 2730 | 3464 | 3464 | 3464 | 3350 | 3250 | | | |
| $\lambda = 15$ (cm) | 1050 | 3000 | 3464 | 3050 | 2700 | 2460 | 2330 | 2100 | 1700 |
| $\lambda = 20$ (cm) | 840 | 1900 | 2120 | 2360 | 2400 | 2150 | 1980 | 1780 | 1480 |
| $\lambda = 25$ (cm) | 790 | 1200 | 1460 | 1660 | 1720 | 1800 | 1710 | 1600 | 1350 |
| $\lambda = 30$ (cm) | 890 | 1100 | 1200 | 1290 | 1350 | 1420 | 1420 | 1360 | 1220 |

شکل ۴- الف بیانگر حالت کماتش کلی برای نمونه های با دامنه کوچکتر و کماتش موضعی برای نمونه های با دامنه های بزرگتر است (نمونه های با نیم دامنه $a = 0.5, 1.5, 2.5, 3.5$ و طول موج برای $\lambda = 25$).



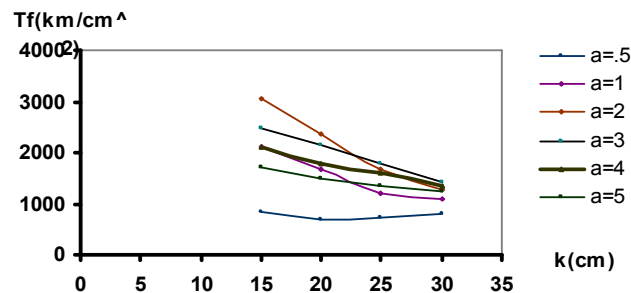
الف- شکل کماتشی برای نمونه های با طول موج برای $\lambda = 25$ ب- شکل کماتشی برای نمونه های با نیم دامنه ثابت $a=3$

شکل ۴ حالت کماتشی یافته برخی از نمونه های آنالیز شده

۳-۲- اثرات مربوط به تغییرات طول موج :

اگر تغییرات تنش برشی نهایی را در مقابل افزایش طول موج برای دامنه های مختلف، مورد بررسی قرار دهیم، مشاهده می شود که با افزایش طول موج، مقاومت برشی کاهش میابد. این موضوع برای کماتش موضعی صادق است در حالی که وقتی کماتش کلی رخ دهد، با افزایش طول موج، تنش بحرانی ابتدا کاهش و سپس افزایش میابد (شکل ۵). تاثیر افزایش طول موج در تغییر مد کماتشی بسیار

اندک است. به عبارت دیگر تغییر در مد کمانشی بیشتر به تغییرات دامنه وابسته است و نسبت به تغییرات طول موج حساسیت کمتری از خود نشان می‌دهد. به هر حال واضح است که افزایش طول موج تمایل به تغییر مد کمانشی از حالت کلی به حالت موضعی را سبب می‌شود. شکل ۴- ب شکل کمانش را در حالت موضعی و با دامنه ثابت نشان می‌دهد (نمونه‌های با نیم دامنه $a = 3$ و طول موج برای ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰ λ).



شکل ۵- تغییرات تنش برشی در مقابل افزایش طول موج

۳-۳- حالت مد کمانشی کلی :

اگر برای کمانش کلی جان‌های با پروفیل سینوسی شکل فرض رفتار ارتو تروپیک ملاک امر قرار گیرد. آنگاه می‌توان از روابط مربوط به صفحات ارتو تروپیک به شکل زیر استفاده کرد. برای محاسبه تنش برشی بحرانی داریم .

$$\tau_{cre} = K_g \frac{(D_y^{.25} D_x^{.75})}{t_w h_w^2} \quad (2)$$

$$D_y = \frac{c}{s} \left(\frac{Et_w^3}{12} \right) = \frac{\lambda}{\int_0^\lambda \sqrt{1+y'^2} dx} \left(\frac{Et_w^3}{12} \right) = \frac{\lambda}{\int_0^\lambda \sqrt{1 + \frac{4\pi^2 a^2}{\lambda^2} \cos^2 \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \right)} dx} \left(\frac{Et_w^3}{12} \right)$$

$$D_x = \frac{EI_x}{c} = \frac{E}{\lambda} \int_0^\lambda y^2 t_w ds = \frac{E}{\lambda} \int_0^\lambda a^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \right) \sqrt{1 + \frac{4\pi^2 a^2}{\lambda^2} \cos^2 \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \right)} dx$$

۳-۴- حالت مد کمانشی موضعی :

همانطور که اشاره شد با افزایش دامنه و طول موج، مد کمانشی از حالت کمانش کلی به حالت موضعی متمایل می‌گردد. در حالت کمانش موضعی، کمانش در فاصله نسبتاً مسطح بین نقاط ماکزیمم و مینیمم موج سینوسی رخ می‌دهد. اگر از رابطه ۳ [۱۰] مقدار تنش بحرانی در حالت کمانش موضعی محاسبه کنیم، نیاز به تعریف عرض مسطح معادل داریم که به صورت ضریبی از فاصله خطی بین نقاط اکسترمم موج سینوسی قابل تعریف است. این عرض موثر را با b^e نشان می‌دهیم .

$$\tau_{cre} = K_s \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (3)$$

(۴)

$$b = \sqrt{4a^2 + \frac{\lambda^2}{4}}$$

$$b_e = \alpha * b \quad (۵)$$

که α با انطباق نتایج حاصل از تحلیل المان محدود با نتایج حاصل از تئوری به صورت زیر پیشنهاد می

$$\alpha = .54 + 1.5 \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2 \quad \text{گردد.} \quad (۶)$$

با استفاده از مفهوم عرض موثر و قرار دادن آن در رابطه (۳) برای کلیه نمونه ها، مقدار تنش بحرانی با فرض کمانش موضعی در جدول ۳ محاسبه شده است. مقادیر محاسبه شده در جدول ۵ برای نمونه هایی که شکل کمانشی آنها در تحلیل المان محدود به صورت موضعی است، انطباق خوبی از خود نشان می دهد. این مقادیر در جدول ۴ با هم مقایسه شده است. همانگونه که مشاهده میگردد، نتایج به طور متوسط ۱۳،۱ درصد با تنش ارائه شده بوسیله رابطه (۱) اختلاف نشان میدهد.

جدول (۳) نتایج تنش برشی بحرانی حاصل از تحلیل برای طول موج و دامنه های متفاوت

(a نیم دامنه و λ طول موج و همه ابعاد بر حسب سانتیمتر می باشد)

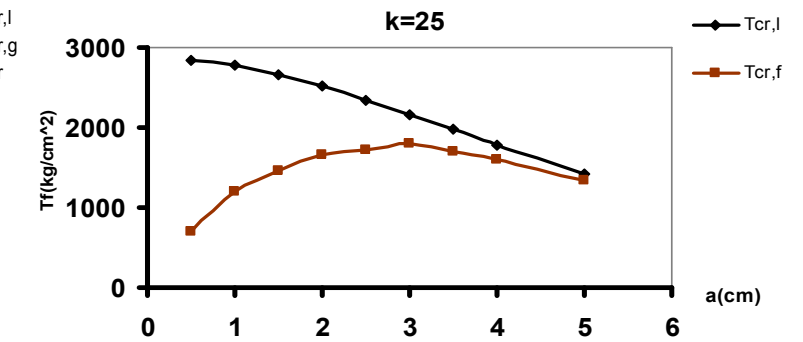
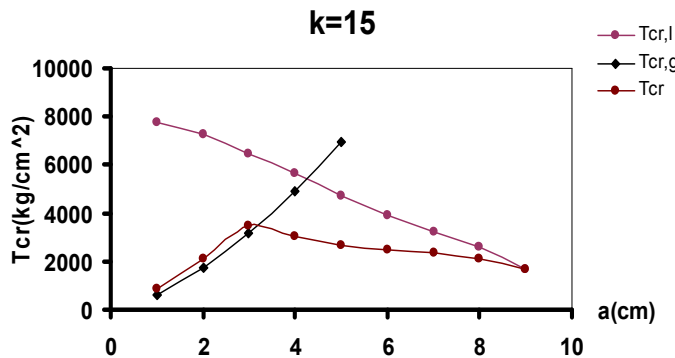
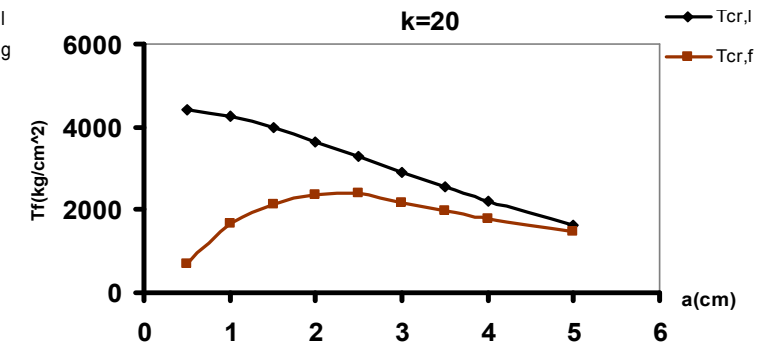
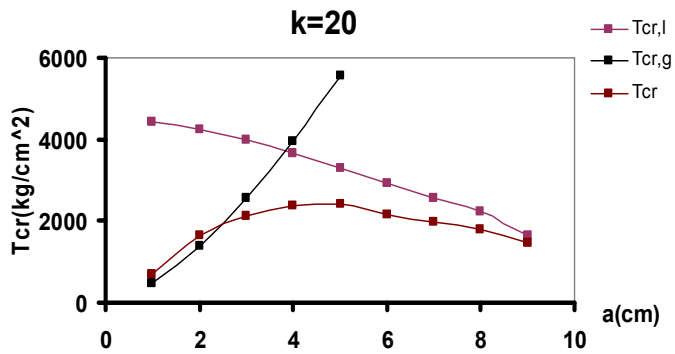
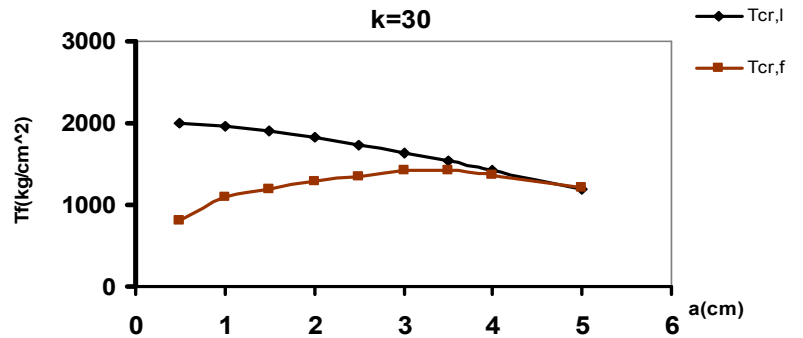
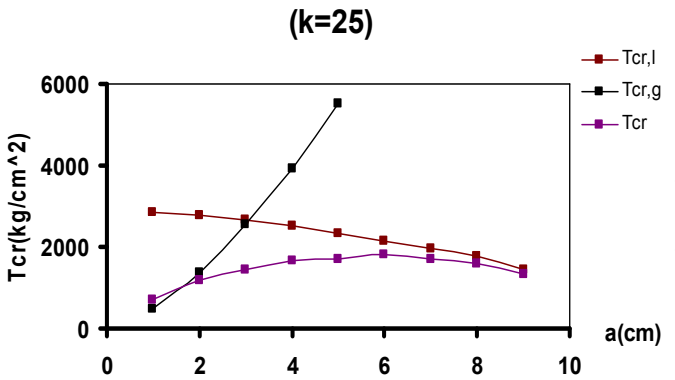
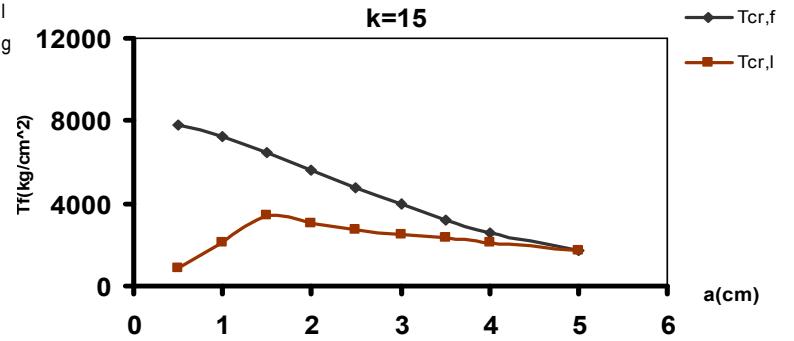
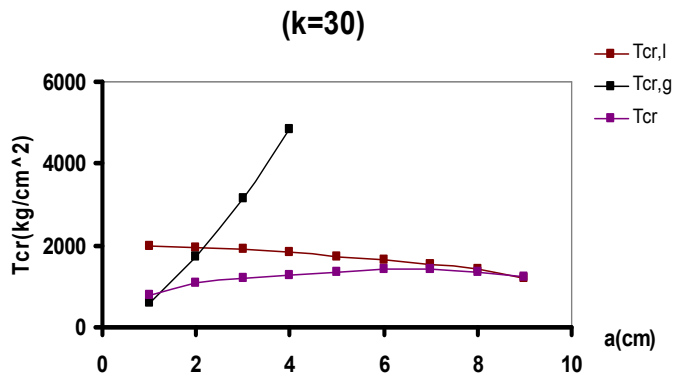
| $\tau_f \left(\frac{kg}{cm^2} \right)$ | a = 0.5 (cm) | a = 1 (cm) | a = 1.5 (cm) | a = 2 (cm) | a = 2.5 (cm) | a = 3 (cm) | a = 3.5 (cm) | a = 4 (cm) | a = 5 (cm) |
|---|-------------------------|-----------------------|-------------------------|-----------------------|-------------------------|-----------------------|-------------------------|-----------------------|-----------------------|
| $\lambda = 10(\text{cm})$ | 2730 | 3464 | 3464 | 3464 | 3350 | 3250 | | | |
| $\lambda = 15(\text{cm})$ | 1050 | 3000 | 3464 | 3050 | 2700 | 2460 | 2330 | 2100 | 1700 |
| $\lambda = 20(\text{cm})$ | 840 | 1900 | 2120 | 2360 | 2400 | 2150 | 1980 | 1780 | 1480 |
| $\lambda = 25(\text{cm})$ | 790 | 1200 | 1460 | 1660 | 1720 | 1800 | 1710 | 1600 | 1350 |
| $\lambda = 30(\text{cm})$ | 890 | 1100 | 1200 | 1290 | 1350 | 1420 | 1420 | 1360 | 1220 |

جدول (۶). مقایسه نتایج تحلیل و تئوری برای نمونه های با کمانش موضعی

| λ | a | α | b_e | τ_l $\left(\frac{kg}{cm^2}\right)$ | τ_f $\left(\frac{kg}{cm^2}\right)$ | τ_f / τ_l |
|-----------|-----|----------|-------|--|--|-------------------|
| 25 | 3 | 0.56 | 7.78 | 2161 | 1800 | 1.20 |
| 30 | 3 | 0.55 | 8.96 | 1637 | 1420 | 1.15 |
| 20 | 3.5 | 0.58 | 7.15 | 2559 | 1980 | 1.29 |
| 25 | 3.5 | 0.56 | 8.157 | 1971 | 1710 | 1.15 |
| 30 | 3.5 | 0.56 | 9.27 | 1530 | 1420 | 1.07 |
| 20 | 4 | 0.6 | 7.68 | 2219 | 1780 | 1.24 |
| 25 | 4 | 0.57 | 8.58 | 1781 | 1600 | 1.11 |
| 30 | 4 | 0.56 | 9.63 | 1420 | 1360 | 1.04 |
| 15 | 5 | 0.7 | 8.83 | 1686 | 1700 | 0.99 |
| 20 | 5 | 0.63 | 8.96 | 1635 | 1480 | 1.10 |
| 25 | 5 | 0.6 | 9.60 | 1425 | 1350 | 1.05 |
| 30 | 5 | 0.58 | 10.48 | 1201 | 1220 | 0.98 |

شکل (۶-الف) بیانگر روند تغییرات تنش بحرانی در حالت کمانش موضعی، نسبت به تغییرات دامنه برای طول موجهای ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰ λ می باشد. همانگونه که مشاهده می گردد، با افزایش دامنه موج و به دلیل نزدیک شدن مد کمانشی از حالت نیمه موضعی به حالت موضعی، انطباق بهتری بین نتایج حاصل از تحلیل المان محدود با نتایج تئوری موجود است. نمودارهای شکل (۶-ب) تغییرات مربوط به نتایج حاصل از تحلیل المان محدود را با نتایج مربوط به کمانش موضعی و کلی حاصل از روابط تئوری ارائه شده مقایسه میکند. با دقت در این نمودارها مشخص می گردد که در مقادیر کوچک دامنه می توان از روابط موجود برای کمانش کلی استفاده کرد و در مقادیر متوسط برای دامنه موج، کمانش نیمه کلی صادق است و با زیاد شدن مقدار دامنه، روابط کمانش موضعی حاکم می گردد. بنابراین برای طراحی باید مقداری را برای تنش بحرانی کمانش تحت تنش های برشی در نظر گرفت که از مقادیر بحرانی در حالت کمانش موضعی و کلی و تنش جاری شدن کوچکتر باشد. می توان هر سه مقدار فوق را محاسبه کرد و کوچکترین را انتخاب نمود. رابطه (۷) می تواند مقدار مناسب برای محاسبه تنش بحرانی که از سه مقدار فوق کوچکتر باشد را بدست بدهد و برای طراحی مورد استفاده قرار گیرد.

$$\left(\frac{1}{\tau_{cr}}\right)^3 = \left(\frac{1}{\tau_y}\right)^3 + \left(\frac{1}{\tau_{cr,l}}\right)^3 + \left(\frac{1}{\tau_{cr,g}}\right)^3 \quad (7)$$



(ب)

(الف)

شکل ۶ (الف) مقایسه نتایج حاصل از المان محدود $Tcrf$ با نتایج تئوری با فرض طول معادل محاسبه شده از رابطه

(۵)

(ب) مقایسه نتایج تحلیل المان محدود با نتایج تئوری برای کمانش موضعی و کمانش کلی

۴ - نتیجه گیری :

در شرایط مشابه موج های سینوسی نسبت به موجهای دوزنقه ای مقاومت برشی بیشتری از خود نشان میدهند. با این حال موجهای با شکل پروفیل دوزنقه ای به دلیل سهولت تولید، با استقبال بیشتری روبرو هستند. انتخاب ابعاد بهینه برای پروفیل موج سینوسی بستگی به ضخامت انتخابی برای جان و محدودیت های ساخت موج دارد. اگر در استفاده از موج های دوزنقه ای، ضخامت جان به اندازه کافی کم باشد، به طوری که تنش کمانشی کمتر از تنش جاری شدن گردد و یا به عبارت دی گر کمانش در جان تیر رخ دهد، آنگاه بر پایه مطالعات انجام شده در این تحقیق میتوان با انتخاب دامنه موج در محدوده 3 تا 4 سانتیمتر به مقدار حداکثر مقاومت برشی رسید (این مقدار برای ابعاد معمول طول موج از 10 تا 30 سانتیمتر صادق است).

دامنه موج با ملاحظات اجرایی نظیر عرض بال و محدودیت های ساخت نظیر امکان ایجاد خم موج سینوسی محدود می گردد و ضخامت جان با توجه به محدودیت های جوش مورد نیاز برای اتصال بال به جان محاسبه میگردد. با افزایش دامنه موج سینوسی برای یک طول موج ثابت، ظرفیت تحمل تنش های برشی ابتدا افزایش و سپس کاهش پیدا می کند و مد کمانشی ابتدا به صورت کلی و سپس به صورت نیمه کلی و در نهایت موضعی می باشد. با افزایش طول موج، برای یک دامنه مشخص میزان تنش برشی بحرانی کاهش مییابد. اما افزایش طول موج سینوسی تاثیر چندانی بر روی تغییر مد کمانشی ندارد. به عبارت دیگر تغییرات دامنه موج سینوسی تعیین کننده اصلی تغییر مد کمانشی است. در حالت کمانش موضعی می توان از روابط تموشینکو برای ورق مسطح استفاده کرد (رابطه ۳). این کار با تعریف عرض موثر از روی مشخصات موج امکان پذیر است. که با توجه به نتایج حاصل از تحلیل المان محدود این عرض معادل به صورت زیر پیشنهاد می گردد.

$$b_e = \alpha * b = \left(0.54 + 1.25 \left(\frac{a}{\lambda} \right)^2 \right) \sqrt{4a^2 + \frac{\lambda^2}{4}} \quad (۸)$$

که در آن b فاصله بین دونقطه اکسترمم و a و λ به ترتیب دامنه و طول موج سینوسی می باشند. برای محاسبه بار لهیدگی و کمانشی موضعی بال تحت فشار میتوان از روابط موجود برای موج های دوزنقه ای برای موج های سینوسی نیز استفاده کرد (روابط ارائه شده در مرجع ۶ و ۸).