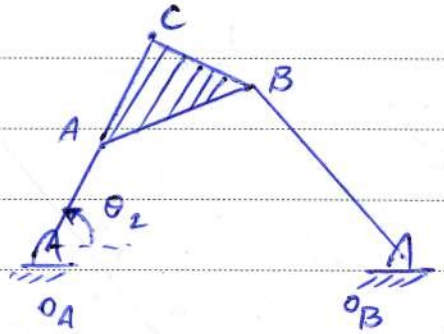
مثال: فرمولی برای بدست آوردن تعداد مراکز آنی:

اگر n تا جسم داشته باشیم تعداد مراکز آنی دوران چقدر می‌شود؟

$$\binom{n}{2} = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2}$$

مثال حل: $n=4 \leftarrow \frac{4\times 3}{2} = 6$ که دقت کنید که ۶ تا مرکز آنی بدست آوردیم.

پروژه درس دینامیک ماشین:



مکانیزم زیر را در نظر بگیرید:

۱- برنامه‌ای بنویسید با هر زبان دلخواه که ابعاد مکانیزم را از کاربر دریافت کند.

۲- بررسی کند که آیا مکانیزم وجود دارد یا خیر (شرایط را چک کند)

۳- با استفاده از شرایط گراشف رفتار دورانی مکانیزم را ارائه کند.

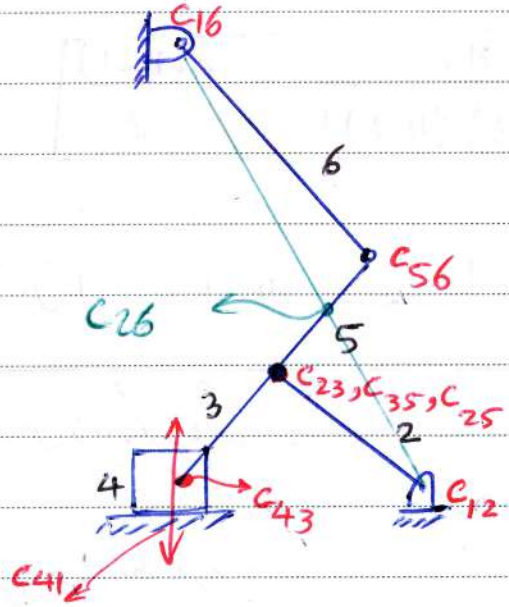
۴- با معلوم بودن θ_2 و ω_2 و α_2 سرعت خطی و شتاب خطی نقاط A، B و C را بدست آورید.

۵- با معلوم بودن نحوه‌ی حرکت میله‌ی 2 نسبت به زمان اکسیشن حرکت مکانیزم را نشان دهد.

۶- نیروی لحظه‌ای در مفاصل O_A، A، B، O_B برای آنکه مکانیزم حرکت مشخص خاصی را تولید کند.

جلسه نهم

مثال: کلیه‌ی مراکز آنی دوران مکانیزم را بدست آورید.

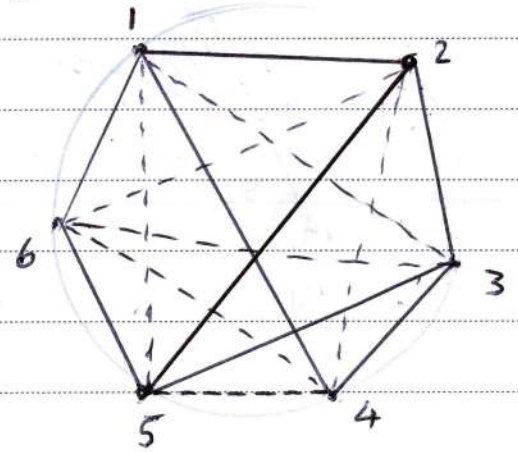


حل: ابتدا باید بدانیم تعداد مراکز آنی

$$\text{تعداد مراکز آنی} = \frac{6(6-1)}{2} = 15$$

آن مراکز آنی هایی که مشخص است در دایره با خط‌چین نشان می‌دهیم.

آنهایی که باید ابتدا پیدا شوند ← خط‌چین



توضیح:

6 جزء داریم ← 6 قسمت تقسیم می‌کنیم

حال باید مابقی مراکز آنی که پیدا نشده (خط‌چین‌ها) را بدست آوریم. شروع به حل می‌کنیم.

مثلاً c_{26} را برای خودمان از شکل پیدا کنیم؟

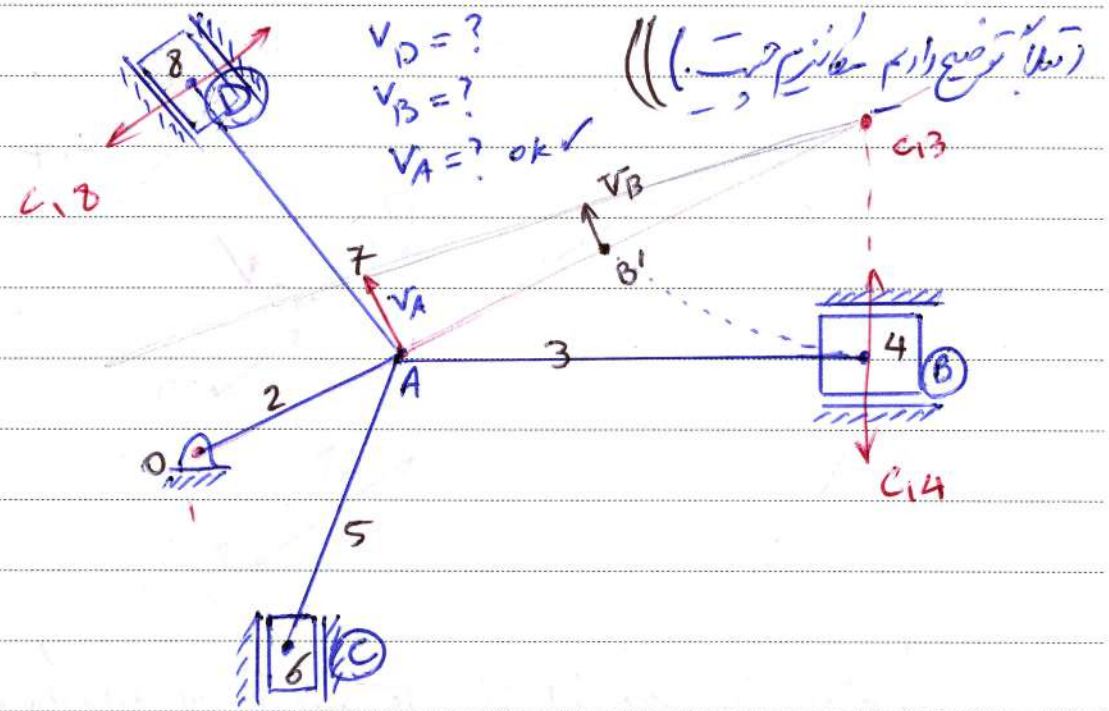
c_{26} را در نظر می‌گیریم: مثلثی است که اضلاع آن c_{12} و c_{16} و c_{26} است و مثلث رنگی با اضلاع c_{26} و c_{52} و c_{65} است حال مرکز آنی c_{26} را (در شکل بالا با خودکار سبز رسم کنید).

متوجه خواهیم شد که c_{26} از تقاطع امتداد (c_{16} یا c_{12}) با امتداد (c_{56} یا c_{65}) خواهد بود.

Subject: ۲۴

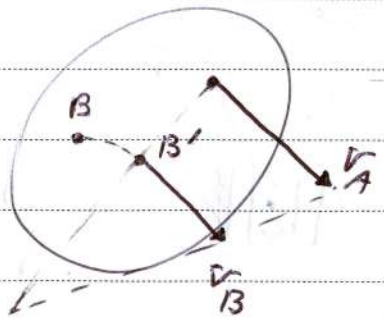
Year. Month. Date. ( )

مثال دوم: در مکانیزم زیر که سه سلندر است (صفحه‌ای است) (در صورتی که این سه سلندر هوازی هم با فاصله قرار گرفته و در واقع سه پیستون ها را در یک نقطه به هم متصل نشده در سه نقطه مختلف اند.



حل: $n = 8$ پس $\frac{8\times 7}{2} = \underbrace{28}_{\text{تعداد}}$ خواهیم داشت.

$V_A \rightarrow$ عمود بر لینک OA



با داوری

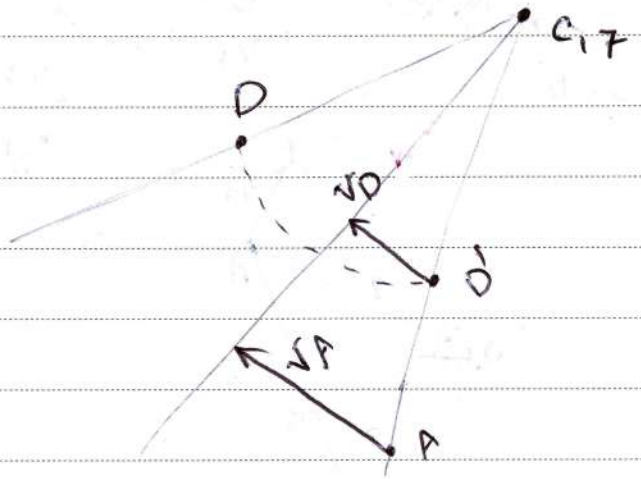
V_B را طبق این روش در شکل بدست می‌آوریم.

1, 2, 3
1, 3, 4
$\rightarrow C_{13}$ ✓
$\leftarrow C_{13} = ?$ ✗

$V_D = ?$

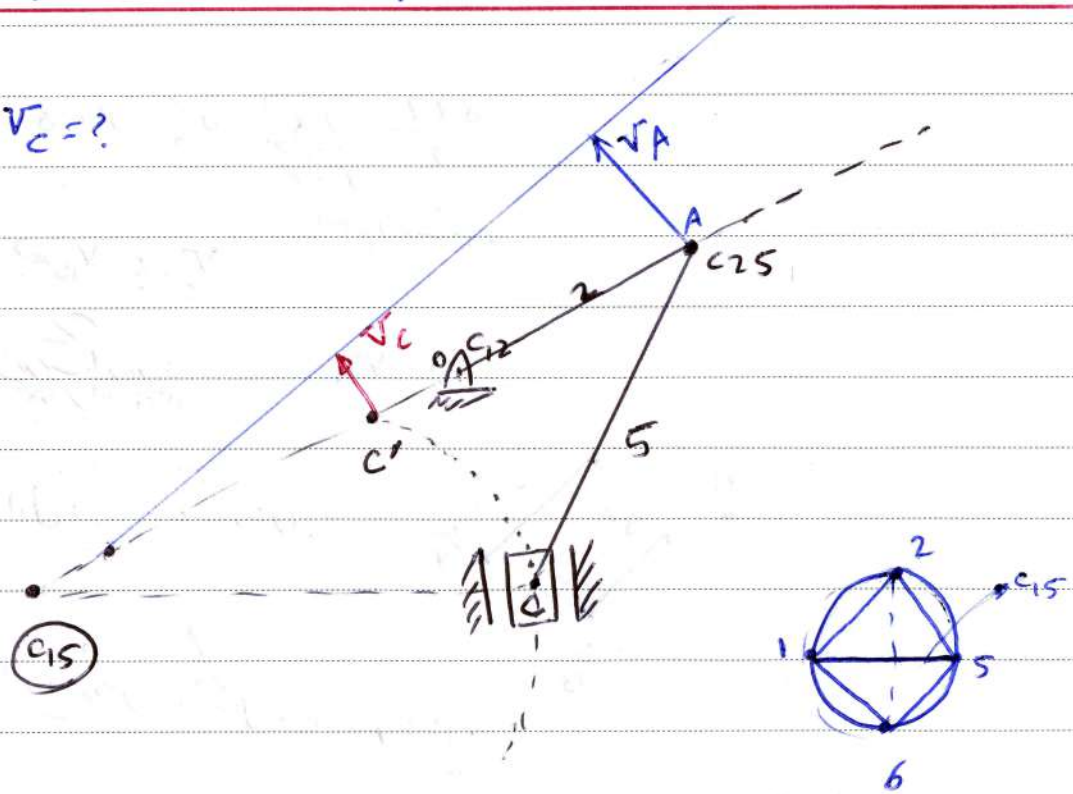
۱- پیدا کردن c_{17}

$1,2,7$ }
$1,8,7$ } → ✓



* در واقع با پیدا کردن V_A ما کلی سرعت ها را طبق این سرعت پیدا کردیم.

$V_C = ?$



$1,2,5$ }
$1,5,6$ } ⇒ ✓

Subject: ۲۵

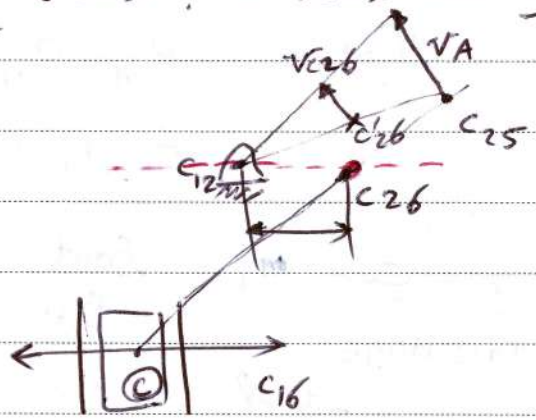
Year. Month. Date. ( )

حالا یک نوال اگر c_{26} را بدست آوریم (بجای c_{15} که بدست آوردیم) می‌شود v_c را

بدست آورد؟ خیر. چون تقاطع 1,26 و 2,5,6 خارج از صفحه می‌افتد در صورتی که

باید داخل صفحه باشد.

نکته: 1,6 همیشه است در راستار 12 بالاتر انتخاب می‌کنیم.

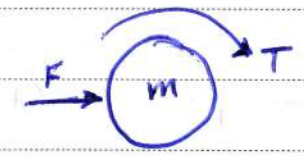


۴-۲) مزیت مکانیکی (mechanical Advantage)

اگر ما یک سیستمی داشته باشیم به شکل زیر توانی که به یک سیستم می‌دهد برابر است با:

$$P = F.V$$

سرعت نقطه اثر اعمال نیرو



$$= F_x V_x + F_y V_y \quad (1)$$

$$P = T.\omega \quad (2)$$

معمولاً توان از طریق یک سیستم غیرفعال منتقل می‌گردد.

در آنجا که در بسیاری از سیستم‌های مکانیکی اتلافات انرژی به واسطه سایش و اصطکاک وجود دارد.

بنابراین توان ورودی با توان خروجی برابر نیست.

PAPCO

$$P_{in} \neq P_{out}$$

$$P_{in} = P_{out} + \text{تلفات}$$

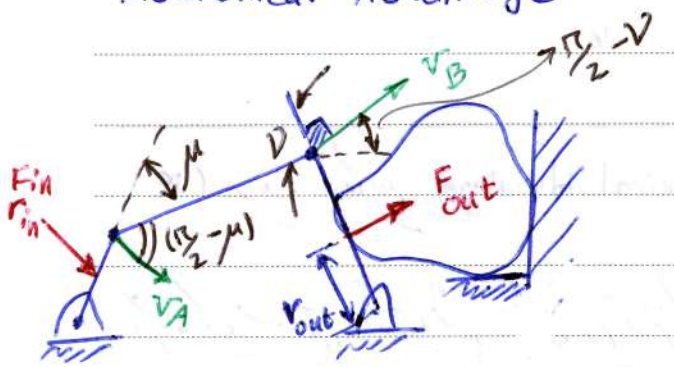
راندمان مکانیکی $\varepsilon = \dfrac{P_{out}}{P_{in}}$

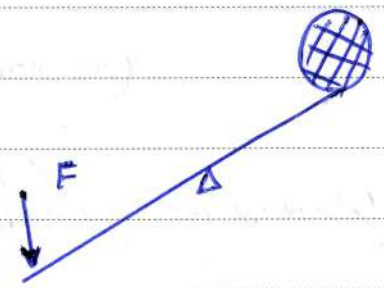
در حالت ایده‌آل $P_{in} = P_{out}$

$$F_{in} \cdot r_{in} \cdot \omega_{in} = F_{out} \cdot r_{out} \cdot \omega_{out}$$

فرمت مکانیکی $m_A = \dfrac{F_{out}}{F_{in}} = \dfrac{r_{in}}{r_{out}} \cdot \dfrac{\omega_{in}}{\omega_{out}}$ (3)

mechanical Advantage





زاویه انتقال : ν

ALT: $\nu \geq 40^\circ$

$$V_A = \overline{O_A A} \cdot \omega_{in}$$

سرعت نقطه‌ی A در راستای میله $= V_A \cos(\pi/2 - \mu) = V_A \sin\mu$

" " B " " $= V_B \cos(\pi/2 - \nu) = V_B \sin\nu$

$$V_B \sin\nu = V_A \sin\mu$$

$$\omega_{out} \cdot \overline{O_B B} \qquad \omega_{in} \overline{O_A A}$$

$$\frac{\omega_{in}}{\omega_{out}} = \frac{\overline{O_B B}}{\overline{O_A A}} \cdot \frac{\sin\nu}{\sin\mu} \quad (4)$$

(4),(3) $\longrightarrow$ $m_A = \dfrac{r_{in}}{r_{out}} \cdot \dfrac{\overline{O_B B}}{\overline{O_A A}} \cdot \dfrac{\sin\nu}{\sin\mu}$

PAPCO

if $\mu \to 0 \Rightarrow m_A \to \infty$

Subject: ۲۷
Year. ۹۰ Month. ۸ Date. ۳

تمارین فصل دوم (سینماتیک): ۲ - ۵ - ۱۵ - ۳۵ - ۳۶ - ۲۷ - ۲۸

جلسه ششم

فصل سوم: آنالیز شتاب در راهم بندی‌ها

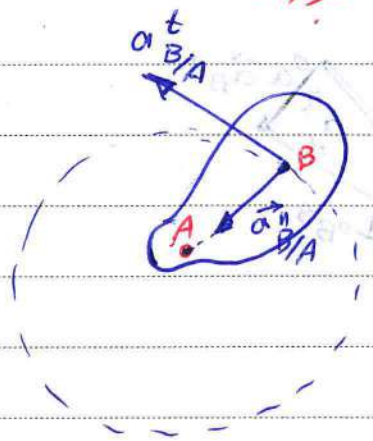
۳-۱) مقدمه:

هنگامی که تحلیل سرعت انجام شد گام بعدی تعیین شتاب همه‌ی لینک ها در نقاط مورد علاقه‌ی مکانیزم یا ماشین می‌باشد.

با معلوم بودن شتاب هانیروهای دینامیکی از رابطه $\vec{F}=m\vec{a}$ بدست می‌آید.

نیروهای دینامیکی در ایجاد و ایجاد تنش در لینک ها و سایر اعضاء نقش به سزایی دارند به عنوان مثال جالب است بدانیم که نیروهای اینرسی وارده از ناحیه‌ی پیستون بر شاتون و یا تاقان های رابط موتور احتراق داخلی به مراتب بیشتر از نیروهای ناشی از فشار احتراق بر پیستون می‌باشد. روش های متعددی برای ناتیز شتاب در مکانیزم ها وجود است. ما در اینجا تنها به پاره‌ای از آنها اشاره می‌کنیم.

۳-۲) رسم دیاگرام شتاب با استفاده از حرکت نسبی اجزاء:



$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$$

$$a^n_{B/A} + a^t_{B/A}$$

$$a^n_{B/A} = \overline{AB}\cdot\omega^2 = \frac{v^2_{B/A}}{AB} = v_{B/A}\cdot\omega$$

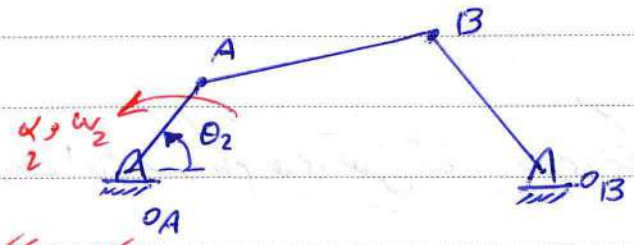
$$a^t_{B/A} = \overline{AB}\cdot\alpha$$

$$a^n_B + a^t_B = RHS$$

$$\frac{v^{II\,2}_B}{\rho_B}$$

P4PCO

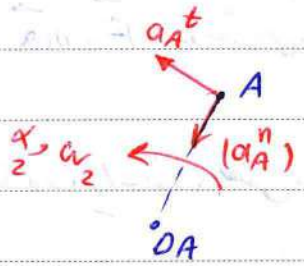
۳_۲_۱) بررسی شتاب در مکانیزم چهارمیله‌ای



$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^{\,n} + \vec{a}_A^{\,t}$$

$\vec{a}_A^{\,n}$: مقدار آن برابر است با $\frac{v_A^2}{O_A A}$

$\vec{a}_A^{\,t}$: مقدار آن برابر است با $O_A A \cdot \alpha_2$



$$\vec{a}_B^{\,n} + \vec{a}_B^{\,t} = \vec{a}_A^{\,n} + \vec{a}_A^{\,t} + \vec{a}_{B/A}^{\,n} + \vec{a}_{B/A}^{\,t}$$

$\vec{a}_A^{\,n} + \vec{a}_A^{\,t}$: معلوم

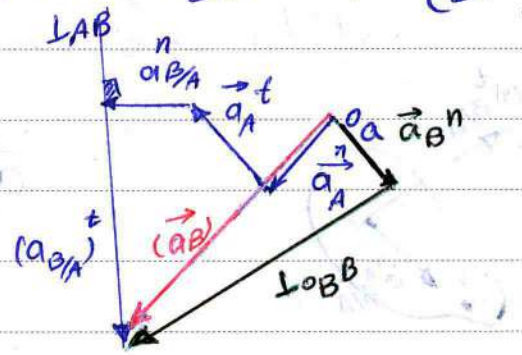
$\vec{a}_B^{\,n}$: مقدار آن برابر است با $\frac{v_B^2}{O_B B}$

$\vec{a}_B^{\,t}$: مقدار آن برابر است با $O_B B \cdot \alpha_4$

$\vec{a}_{B/A}^{\,n}$: مقدار آن برابر است با $\frac{v_{B/A}^2}{AB}$ (اول بدنبال این هستیم)

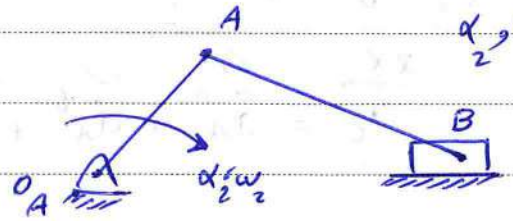
$\vec{a}_{B/A}^{\,t}$: مقدار آن برابر است با $AB \cdot \alpha_3$

شروع می‌کنیم به کشیدن شتاب‌ها: (باید با خط‌کش اندازه بگیریم و نسبی بکشیم اما در اینجا دقیق نکشیدم)



۳-۲-۲) بررسی شتاب در مکانیزم لغزنده ـ لنگ.

سؤال: $a_B = ?$ با داشتن ω_2, α_2

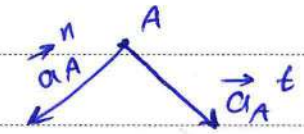


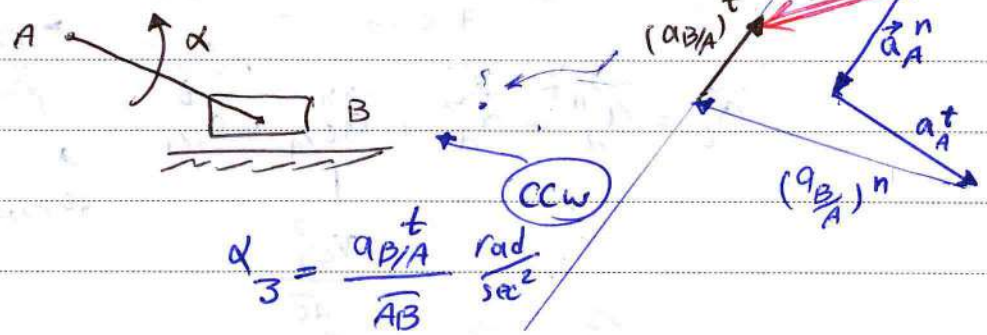
حل: قبل از حل باید تحلیل سرعت انجام گیرد (به فرض انجام داریم).

$$a_B = \vec{a}_B^{n} + \vec{a}_B^{t} = \vec{a}_A^{n} + \vec{a}_A^{t} + \vec{a}_{B/A}^{n} + \vec{a}_{B/A}^{t}$$

نکته: جهت شتاب را از جهت حرکت نمی توان به دست آورد (سرعت را می توان نصف) بلکه از روی کشتاور و نیرو است که شتاب را داده می شود

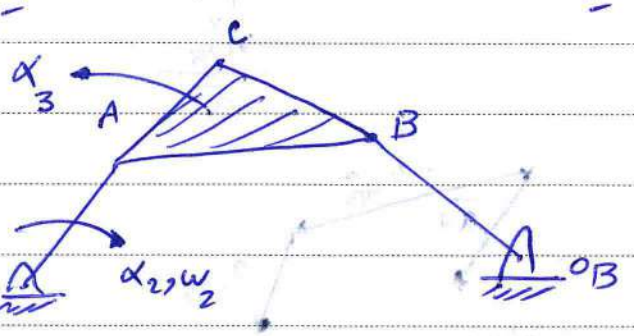
$$\frac{V_B^2}{\rho_B = \infty} = 0$$





$$\alpha_3 = \frac{a_{B/A}^t}{\overline{AB}} \quad \frac{rad}{sec^2}$$

نکته: می خواهیم شتاب نقطه ای C را بدست آوریم؟



P4PCO

Subject: ۳

Year. Month. Date. ( )

روش اول: فرض می‌کنیم شتاب یک نقطه از لینک سوم (مثلاً A) و α_3 ، ω_3 معلوم اند.

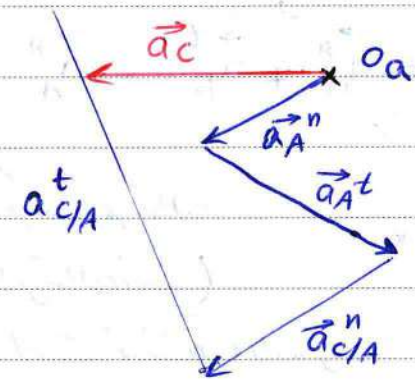
(برای نقطه C نه مقدار دارم و نه امتداد را می‌دانم)

$$\vec{a}_C = \vec{a}_A^{\,n} + \vec{a}_A^{\,t} + \vec{a}_{C/A}^{\,n} + \vec{a}_{C/A}^{\,t}$$

(XX) (✓✓) (✓✓) (✓✓) (✓✓)

$$a^n_{C/A} = \overline{AC}\cdot\omega_3^2 \qquad \frac{v^2_{C/A}}{\overline{AC}} \qquad \overline{AC}\cdot\alpha_3$$

حل:



روش اول

روش دوم: فرض می‌کنیم شتاب دو نقطه از سیاری 3 (مثلاً A, B) معلوم اند.

$$\vec{a}_C = \vec{a}_A^{\,n} + \vec{a}_A^{\,t} + \vec{a}_{C/A}^{\,n} + \vec{a}_{C/A}^{\,t}$$

(✓✓) (✓✓) (✓✓) (✓✓)

$\vec{a}_A$ از $\vec{a}_C$

$\vec{a}_{C/A}^{\,t}$: فرض می‌کنیم α_3 را می‌دانیم

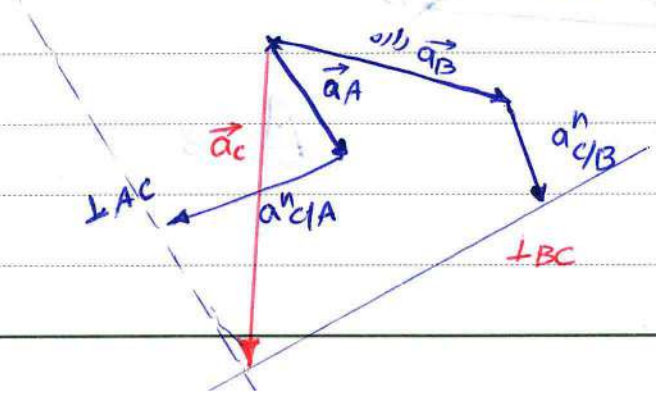
$\vec{a}_{C/A}^{\,n}$: عمود بر AC

$$\frac{v^2_{C/A}}{\overline{AC}}$$

$$= \vec{a}_B + \vec{a}_{C/B}^{\,n} + \vec{a}_{C/B}^{\,t}$$

(✓✓) (✓✓) (✓✓)

$$\frac{v^2_{C/B}}{\overline{BC}}$$



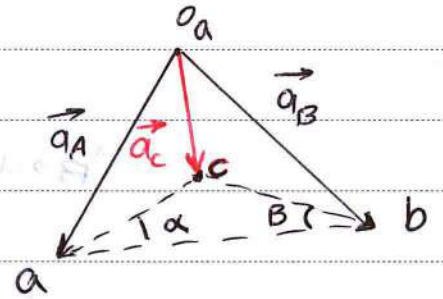
روش سوم : بدون رسم دیاگرام

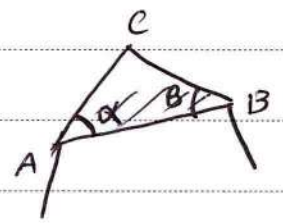
فرض می‌کنیم شتاب دو نقطه از جسم 3 (مثلاً A و B) معلوم اند. بدون رسم دیاگرام شتاب می‌خواهیم شتاب نقطه‌ی c را بیابیم.

حل: مثلث abc را کشیم متشابه با مثلث ABC که رسم کرده‌ایم.

$\triangle abc \sim \triangle ABC$

زوایا یکی اند اما اضلاع تغییر کرده



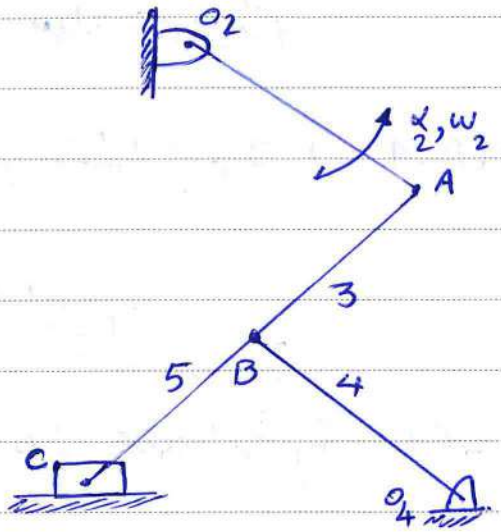


قدمین کلاسی: روش سوم را ثابت کنید.

Subject: ۴۷۲

Year. Month. Date. ( )

مثال ۲:



این مکانیزم را مکانیزم toggle

و یا خود قفل کن گویند. وقتی 5، 4

هم استوا می‌شوند

باید نیروی بسیار بزرگی ایجاد شود تا مکانیزم

از این حالت درآید.

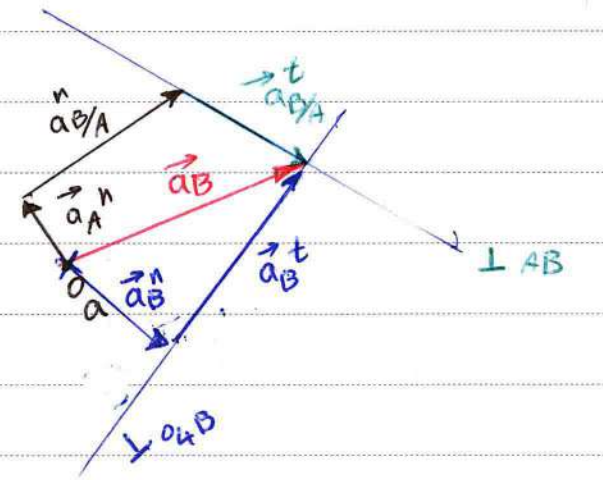
$\omega_2 = 2 rad/s = cte$

$a_B, a_C = ?$ $\alpha_2 = \dot{\omega}_2 = 0$

قدم اول: تحلیل سرعت انجام شود و سپس:

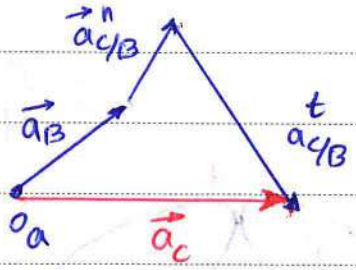
$$\underset{\checkmark\checkmark}{\vec{a}^{\,n}_B} + \underset{\times\checkmark}{\vec{a}^{\,t}_B} = \underset{\checkmark\checkmark}{\vec{a}^{\,n}_A} + \underset{\times\checkmark}{\vec{a}^{\,t}_A} + \underset{\checkmark\checkmark}{\vec{a}^{\,n}_{B/A}} + \underset{\times\checkmark}{\vec{a}^{\,t}_{B/A}}$$

$\frac{V_B^2}{O_4B}$ $\quad \frac{V_A^2}{O_2A}$ $\quad O_2A \cdot \alpha_2$ $\quad \frac{V_{B/A}^2}{AB}$



$$\underset{\times\checkmark}{\vec{a}_C} = \underset{\checkmark\checkmark}{\vec{a}_B} + \underset{\checkmark\checkmark}{\vec{a}^{\,n}_{C/B}} + \underset{\times\checkmark}{\vec{a}^{\,t}_{C/B}}$$

$\frac{V_{C/B}^2}{BC}$

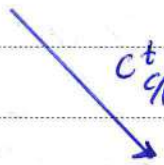


با توجه به a^t_B که در جهت مشخص می‌شود.

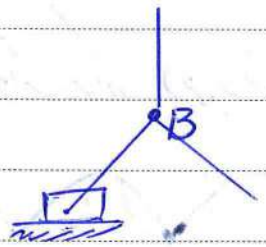
$$\alpha_3 = \frac{a^t_{B/A}}{\overline{AB}} \frac{rad}{sec^2} \quad ccw$$

$$\alpha_4 = \frac{a^t_B}{\overline{o_4 B}} \frac{rad}{sec^2} \quad cw$$

$$\alpha_5 = \frac{a^t_{C/B}}{\overline{BC}} \frac{rad}{sec^2} \quad (ccw)?$$



چون $c^t_{C/B}$ ← داریم



ست به نقطه ثابت B

ccw است.

(اشتباه نشود نسبت به C

در نظر گرفته شود)

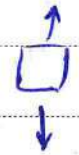
نکته ـ خطی به نیرو مربوط می‌شود.

نکته ـ زاویه‌ای به گشتاور مربوط است.

و از جهت حرکت هیچ‌گاه نمی‌شود فهمید.

مثال: یک قطعه به جرم m پایین یا بالا حرکت کند شتاب آن g ثابت و به طرف پایین است.

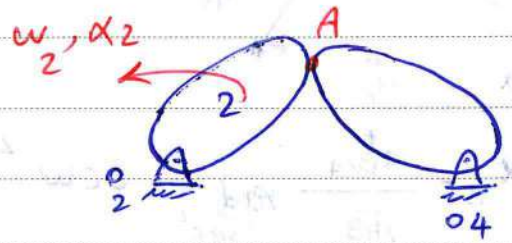
A/B ← یعنی A نسبت به B



Subject: ۳۴
Year. ۹۰ Month. ۸ Date. ۱۷ ( )

حل تمرین

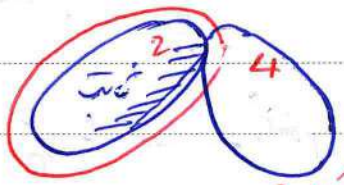
۳-۳) بررسی سرعت در مکانیزم های تماسی:



$\omega_4, \alpha_2 = ?$

۱- بررسی سرعت:

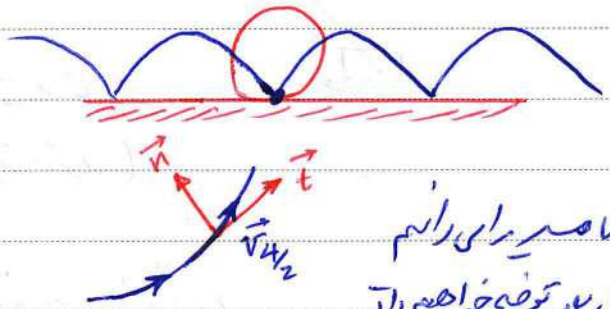
$$\vec{a}_{A4} = \vec{a}_{A_2} + \vec{a}_{4/2}$$



فرض 2 ثابت

(4 روی یک سر حرکت می کند)

فرض یک سکه روی یک سطح حرکت نکند (می چرخد)



در این ماهیت برای رابطه در شکل بعد توضیح خواهیم داد.

$$\vec{a}_{A4/2} = \vec{a}^{t}_{A4/2} + \vec{a}^{n}_{4/2} + \vec{a}^{c}_{A4/2}$$

حالت خاص: $\vec{\alpha}_{4/2} \times \vec{r} + \vec{\omega}_{4/2} \times (\vec{\omega}_{4/2} \times \vec{r})$

دورتر ... + نگیر هم داریم

$$\vec{a}_{A4} = \vec{a}_{A_2} + \vec{a}_{A4/2} = \vec{a}_{A_2} + \vec{a}^{n}_{A4/2} + \vec{a}^{t}_{A4/2} + \vec{a}^{c}_{A4/2}$$

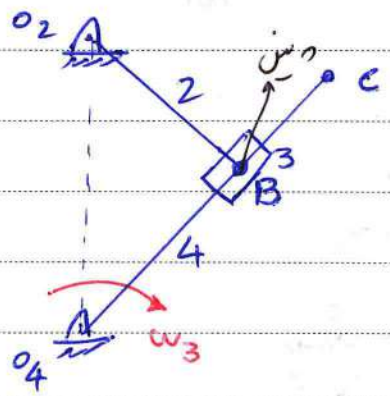
$$\vec{a}^{n}_{A4} + \vec{a}^{t}_{A4} = \vec{a}^{n}_{A_2} + \vec{a}^{t}_{A_2} + \vec{a}^{n}_{A4/2} + \vec{a}^{t}_{A4/2} + \vec{a}^{c}_{A4/2}$$

$$= 2\omega_2 \times \vec{v}_{A4/2}$$

بنابر

Subject: ۳۵

Year. Month. Date. ( )



$\omega_2 = 20 \frac{rad}{sec}$ ccw

$\alpha_2 = 100 \frac{rad}{sec^2}$ ccw

$\alpha_4 = ?$

حل:

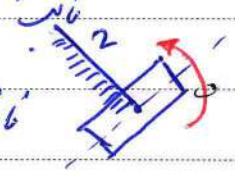
$$\overrightarrow{a}^{n}_{B4} + \overrightarrow{a}^{t}_{B4} = \overrightarrow{a}^{n}_{B3} + \overrightarrow{a}^{t}_{B3} + \overrightarrow{a}^{c}_{B4/3}$$

(O_2C روی 3 بازی می‌کند) $\overrightarrow{a}^{t}_{B4/3} + \overrightarrow{a}^{c}_{B4/3}$

$V_{B4/3}$ ، O_{3} ، $\rho_{4/3} = \infty$

O_2C را رسم اما جهت آن را نمی‌دانیم (گفتیم که ثابت از جهت حرکت مشخص می‌شود)

نکته: نسبت به 2 نگریم درست است اما نمی‌توانیم حل کنیم چون از دید ناظر 2 نمی‌رانیم 4 چگونه حرکت می‌کند. چون آنگاه 2 ثابت می‌شود.



این حرکت نسبت می‌شود مشخص دارد.

ناظر 2 است.

اما سرعت از دید ناظر 3 مشخص و واضح است.

$$\overrightarrow{a}^{c}_{B4/3} = 2\omega_3 \times \overrightarrow{V}_{B4/3}$$

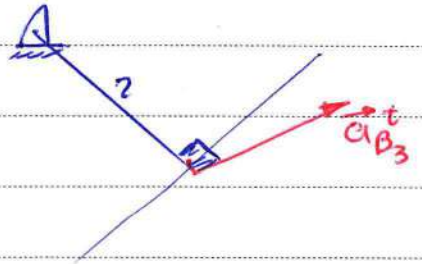
← قانون دست راست.

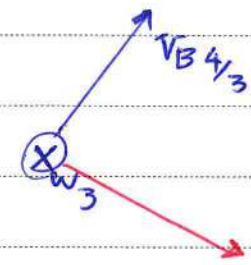
4 انگشت سر را اول جهت چرخش بردار دوم ← جهت کوریولیس.

$2\omega_3$ × $V_{B4/3}$

$2\omega_3$: 4 انگشت

$V_{B4/3}$: چرخش

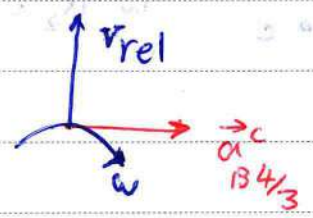


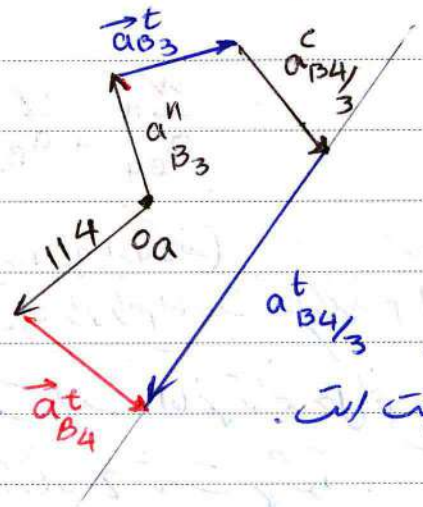


①

PAPCO

② روش دوم (راحت‌تر): v_{rel} را 90° در جهت ω_3 بچرخانید.





جهت را نیز رعایت کنید
راست در جهت حرکت است.

$$\alpha_4 = \frac{a^{t}_{B4}}{\overline{O_4B}} \quad \text{CW}$$

$\alpha_3 = ?$ ⟵ همواره استثنا نیز یکی است. ⟶ $\alpha_3 = \alpha_4$

مکانیزم‌های معادل: