Year. ۹۲ Month. ۷ Date. ۱۰ ( ) صدا

انتقال حرارت تشعشع

کتاب: انتقال حرارت اینکروپرا ← فصل ۱۲ و ۱۳.

کتاب: Radiation heat transfer
by. R. siegal
سیگال ←

تمرین های مثال های حل شده.

انتقال حرارت هولمن.

Radiation and bioheat transfer

متن تحقیق با فونت B-nazanin 14

عناوین 19 Bold

دارای چکیده باشد. ← در یک صفحه A4 در ابتدای تحقیق گفته شود.

موضوع: دستگاه خاص مانند صفحه خورشیدی، آب گرم کن خورشیدی و......

سوال امتحان: چکیده ای از دستگاه خورشیدی که به دانشجو محول شده را در برگه باید بنویسیم.

email:
mzakariapour@mail.kntu.ac.ir
mzakariapour@yahoo.com

Subject:
Year. Month. Date. ( )

برای مهندس مکانیک ناحیه‌ای از انرژی حائز اهمیت است که انرژی

یا به صورت نور ظاهر می‌شود یا به صورت گرما. محدوده‌ای که انرژی

یا به صورت نور یا به صورت گرما ظاهر می‌شود به نام ناحیه تابش حرارتی

یا Thermal radiation است که در بازه ۰/۱ تا ۱۰۰ μm

از طول موج را شامل می‌شود. هم چنین ناحیه‌ی قابل رویت که

آن را نور مرئی یا Visible Range گفته می‌شود در طول موجی

۰/۳۸ تا ۰/۷۶ μm قرار می‌گیرد. نور مرئی جزئی از ناحیه‌ی

تابش حرارتی است و ناحیه تابش حرارتی قسمتی از امواج ماورای

بنفش و قسمتی از امواج مادون قرمز است. انتقال حرارت تابشی

کاربرد های وسیعی دارد. فیزیکدانان آن را از دو منظر نگاه می‌کنند:

۱- از دیدگاه امواج الکترومغناطیسی: زیرا معتقدند که موج در محدوده‌ای

از امواج رادیویی تا امواج cosmic موج گونه حرکت می‌کند.

۲- از دیدگاه corpescular radiation که موج گونه نیست و به

آن تابش ذره‌ی باردار می‌گویند. مثلاً ما خواروبای که در ارتفاعات بالا قرار گرفته است مدام توسط ذرات سطحش بمباران می‌گردد. این نوع تابش را تابش corpescular گویند که البته خودمبحث خاصی از درس فیزیک می‌باشد اما مهندسین مکانیک نحوه انتشار انرژی را موجی گونه می‌دانند که این انرژی توسط ذراتی به نام فوتون حمل می‌گردند. کاربردهای انرژی تابشی بسیار وسیع است:

۱- هرگاه دمای جسمی بالا باشد مد اصلی انتقال حرارت تابش است

$$\text{هدایت} = KA\frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\text{جابجایی} = hA(T_s - T_\infty)$$

$$\text{تشعشع} = \varepsilon\sigma A(T_s^4 - T_\infty^4)$$

نکته: توجه کنید اگر دما پایین باشد این دلیل نمی‌شود که انرژی تابشی نداریم. در دمای پایین انرژی تابشی داریم که با طول موج بلند صادر می‌گردد. که چون با طول موج بلند ارسال انرژی داریم خارج از ناحیه‌ی نور

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مرئی است لذا این انرژی دیده نمی‌شود. در کتاب سیگال siegel
اشاره شده است که دانشمندی بنام prevost قانونی دارد که بر اساس
قانون او اجسام حتی وقتی در تعادل با محیط هستند از خود انرژی
ارسال می‌کنند پس مشخص است که در دمای ۲۵°c که دمای معمولی است
نیز انرژی تابشی داریم. اما به هر صورت بدانید که وقتی دمای مطلق
جسم بالا باشد (°K) عمده اصلی انتقال حرارت تابشی است. مثلاً در کوره‌ها
۹۲٪ محاسبات انرژی داخل کوره تابشی حدود ۶ تا ۸٪ جابجایی
و ۱ تا ۲٪ هدایت می‌باشد. دمای مطلق = T °c + ۲۷۳

۲- محاسبات محفظه‌های احتراق.

۳- طراحی نازل‌های موشک: زیرا گازهای خروجی از انتهای موشک
دمای بسیار بالایی دارد.

۴- محاسبات بدنه‌ی ماهواره‌ها و اجزای داخل ماهواره تماماً وابسته
به انتقال حرارت تشعشعی می‌باشد.

PAPCO

۵- دستگاه های خورشیدی مانند کلکتورها اعم از مسطح یا سهموی، آب شیرین کن خورشیدی، آب سردکن خورشیدی، پیلت خورشیدی، پمپ خورشیدی، گلخانه خورشیدی، کوره خورشیدی، آرایه خورشیدی، برج تقطیر خورشیدی، هواپیمای خورشیدی، ماشین خورشیدی، آب گرم کن خورشیدی، خانه خورشیدی، سقف خورشیدی، سلول های فتوولتاییک و ...... کمک از مباحث انتقال حرارت تابشی می‌باشد.

۶- محاسبات سیستم های GPS که به آن سیستم های موقعیت یاب جهانی ماهواره‌ای نیز گفته می‌شود.

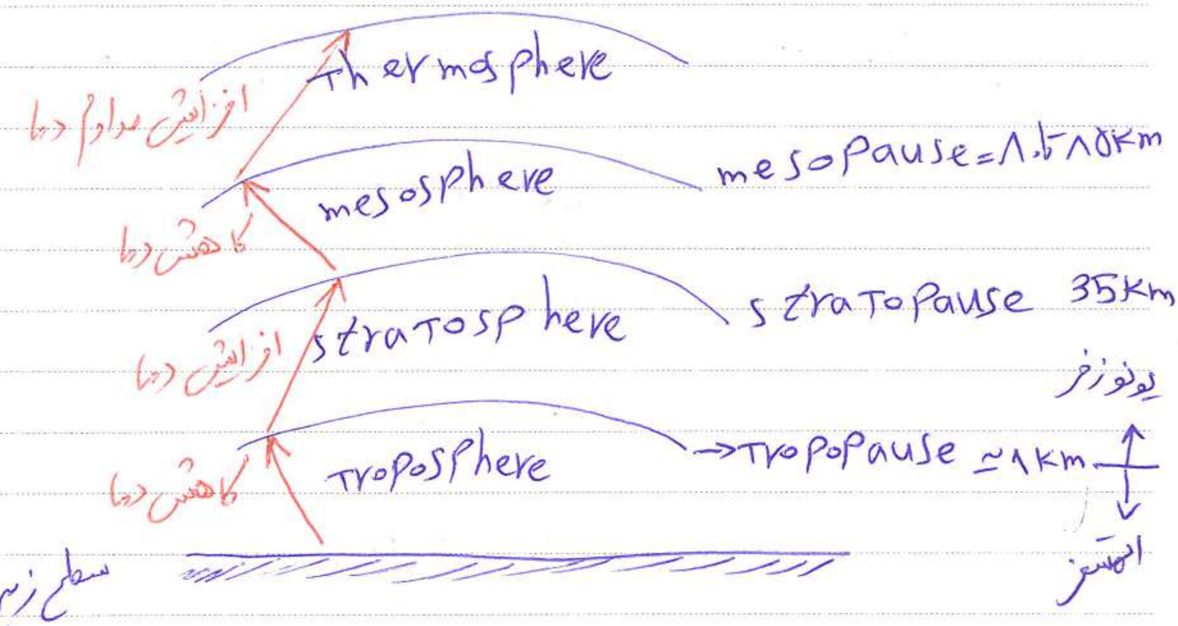
۷- مطالعات آلودگی هوا: آلودگی هوا توسط ضریبی به نام turbicidy factor محاسبه شده که اگر این ضریب برابر ۲ باشد هوا سالم و اگر برابر ۴ و بزرگتر باشد هوا شدیداً آلوده و دودی است

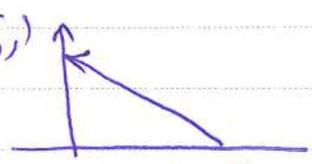
۸- مطالعات اتمسفری و یونسفری Ionosphere.

* آسمان را از دو دیدگاه تقسیم بندی می کنند:

۱- از دیدگاه توزیع دما.

۲- از دیدگاه مواد و ذرات تشکیل دهنده.

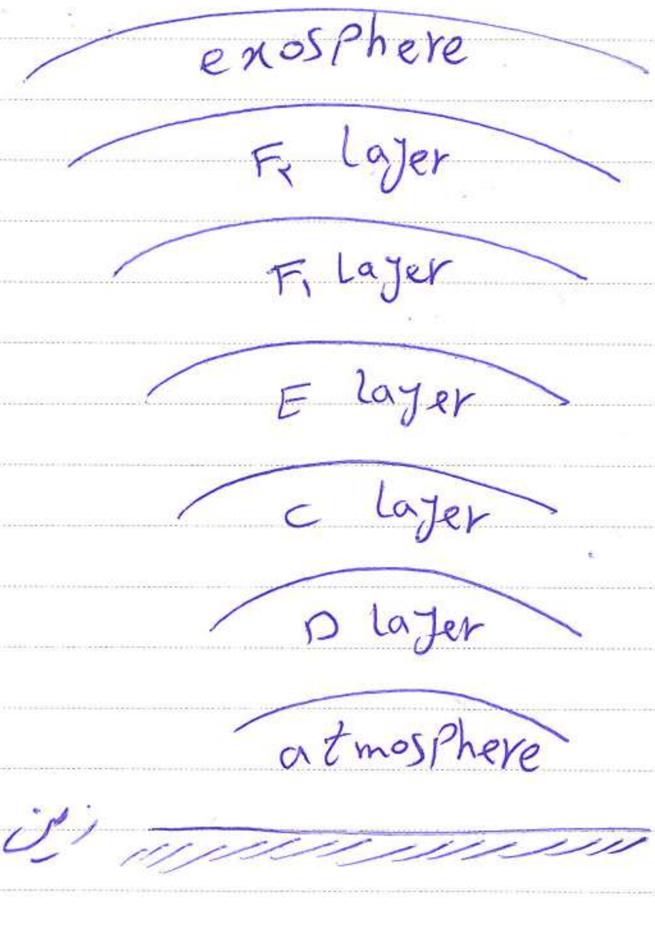




نکته:
هر یک از این لایه ها بستگی به عرض جغرافیایی کشوری که بررسی می کنیم دارد. علوم پایین تر از تروپوپاز یا همان فضای اتمسفر را metrology گویند. در این علم با فیزیک، شیمی، ترمودینامیک، سیالات توربولانس

Subject:
Year.   Month.   Date.   ( )

جغرافیا به منظور بررسی بادهای مدیترانه‌ای، مستقل، جزر و مدی
فشارهای قطبی، ...... بررسی کرد. ارتفاع بالای تروپوپاز را
یونوسفر گویند، علمی که یونوسفر را بررسی می‌کند Aeronomy
نامند. * آسمان از دیدگاه مواد تشکیل دهنده هفت طبقه می‌باشد:



نکته:
ماهواره‌های جاسوسی را معمولا در نواحی F2 قرار می‌دهند. ماهواره‌های

رادیو تلویزیون را در ارتفاعات بسیار بالا قرار می‌دهند. در لایه F_2 ماده‌ی اصلی تشکیل دهنده‌ی ناحیه O^+ می‌باشد. پس هر چه قدر تعداد O^+ داشته باشیم همان مقدار الکترون منفی e^- داریم. در هر یک از ناحیه های آسمان بادهای متفاوتی می‌وزد. باد فشاری در ناحیه‌ی F_2 الکترون را جارو کرده و اطراف میدان مغناطیسی زمین جمع می‌کند. پس اگر ماهواره‌ای را در این ناحیه قرار دهیم سیگنال ارسالی از ماهواره دارای دو شکست خواهد بود:

۱- وقتی می‌خواهد از تجمع الکترون عبور کند.

۲- وقتی می‌خواهد از یک ناحیه وارد ناحیه‌ی دیگر شود.

زیرا ضریب شکست ناحیه‌ی F_2 با ضریب شکست ناحیه‌ی F_1 کاملاً متفاوت است. در این نواحی باید معادلات پیوستگی اندازه‌ی حرکت را با فرض شکل‌ریزات مولکولی و کشش و ... با ثنایت برای این موضوع که باد جریان را مغشوش می‌کند حل کرد. نتایج این محاسبات را به متخصصین

Subject:
Year. Month. Date. ( )

GPS می دهند و آن ها در می یابند که رسیور resiver را با توجه

به اطلاعات فوق در کجا قرار دهند تا سیگنال را دریافت کنند.

* تکالیف:

۱- گزارش ۱۵ صفحه ای با اشکال و فرمول های حاکم در مورد پروژه ی

تحقیقاتی خود بنویسید. به همراه ارائه می باشد.

۲- یک مقاله به دلخواه خود از سال 2009 به بعد که در آن مبحث

انتقال حرارت تشعشع وجود داشته باشد.

radiation + bio heat transfer

۳- به کتاب اینکروپرا مبحث انتقال حرارت تشعشع که فصل ۱۲ و ۱۳

می باشد مراجعه کرده و مثال های حل شده آن را بنویسید.

۴- به کتاب هولمن مراجعه کرده مثال های آن را از فصل تشعشع

تا انتهای مبحث سپر های تابشی radiation shields بنویسید.

نکته: چکیده ای از پروژه دستگاه خورشیدی در امتحان پایان ترم می آید.

PAPCO

۵- یک روش عددی آماری وجود دارد که به آن روش monte carlo

گویند. در انتقال حرارت تابشی از این روش بسیار استفاده می شود.

در مقالات خارج به نام Ray tracing شناخته می شود. یک گزارش

۵ صفحه ای در مورد این روش بنویسید.

۶- یک گزارش ۱ صفحه ای راجع به لایه ی اُزون بنویسید.

۷- کتاب مرجع شما Thermal radiation

می باشد by R. Siegel and Howell تکالیف از این کتاب در

هر فصل مشخص می شود که باید تحویل داده شود.

در جلسه گذشته اشاره کردیم که مهندسین مکانیک برایشان فقط ناحیه ی

تابش حرارتی حائز اهمیت است و آن ناحیه ای بود که انرژی یا به صورت

نور ظاهر می شود یا به صورت گرما. اولین کسی که در مورد انتقال

حرارت تابشی تحقیقات وسیعی انجام نمود شخصی به نام پلانک بود.

در انتقال حرارت تابشی در ابتدا محاسبات را بر اساس تعریف جسم سیاه

Subject:
Year. Month. Date. ( )

در نظر می گیرند براین اساس جسم سیاه به جسمی اطلاق BLack body

می شود که قادر است تمامی انرژی را هم جذب وهم از خود صادر نماید

چنین جسمی در طبیعت وجود ندارد. بلکه با مالیدن پوشش های رفتار

یک جسم را شبیه رفتار جسم سیاه می نماید. پوشش ها عبارت انداز:

۱- طلای سیاه ۲- پلاتین سیاه

۳- کربن سیاه

انحراف رفتار یک جسم نسبت به جسم سیاه توسط ضریبی بنام ضریب صدور

یا ضریب گسیل ε = emissivity مشخص می شود. طبیعی است

که این ضریب کوچکتر از ۱ یک می باشد و هرچه این ضریب بزرگتر باشد

رفتار جسم به جسم سیاه نزدیک تر است. همان طور که اشاره شد جسم

سیاه قادر است تمامی انرژی را جذب نماید لذا α ضریب جذب

جسم سیاه نیز برابر یک می باشد $\boxed{\alpha = 1}$.

آقای پلانک توسط ترمودینامیک آماری و یک سری آزمایشات

شدت صادره از یک جسم سیاه را بدست آورد.

نکته:

در علم تابش ابتدا انرژی را برحسب شدت تعریف می‌کنیم. شدت را با نام i = Intensity نشان داده و شدت صادره از یک جسم اولاً تابعی از دمای جسم است. ثانیاً شدت صادره از یک جسم به یک زاویه‌ی فضایی خاص در یک راستا می‌تابد. پس بستگی به زاویه نیز دارد و از آن جایی که انرژی تابشی همیشه موجی گونه است پس به λ = wave length یا طول موج نیز بستگی دارد لذا در ابتدا شدت را به صورت زیر نشان می‌دهیم:

$$i'_\lambda(\lambda, \theta, \varphi, T)$$

λ: طول موج، θ, φ: زاویه، T: دما °K

نکته:

علامت پریم " ' " همیشه نشان دهنده‌ی جهتی بودن و λ نشان دهنده‌ی طیفی بودن است پس به آن Directional spectral Intensity گویند یعنی شدت جهت طیفی.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

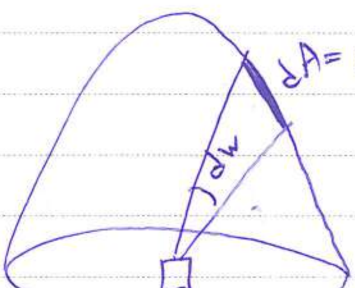
در علم تابش به نیم کره Hemisphere گفته می‌شود.

* جهت خاص مثل ۳۰ درجه : Directional .

* در همه جهات تابش : شدت طیفی نیم کره‌ای .

hemispherical spectral intensity

یعنی شدت طیفی نیم کره‌ای که در همه جهات تابش دارد.



زاویه نسبت به محور عمودی $(0, \frac{\pi}{2})$

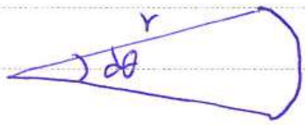
$dA = r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$

$$\boxed{dw = \sin\theta \, d\theta \, d\varphi}$$

زاویه سطحی با زمین نیم کره $(0, 2\pi)$

زاویه فضایی

اثبات یاد گرفته شود.



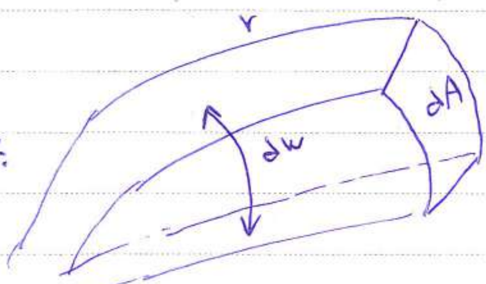
خطی $dS = r . d\theta$

حجمی : $dA = r^2 . dw$

فضایی

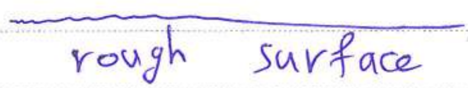
$$dw = \frac{dA}{r^2}$$

حجمی:

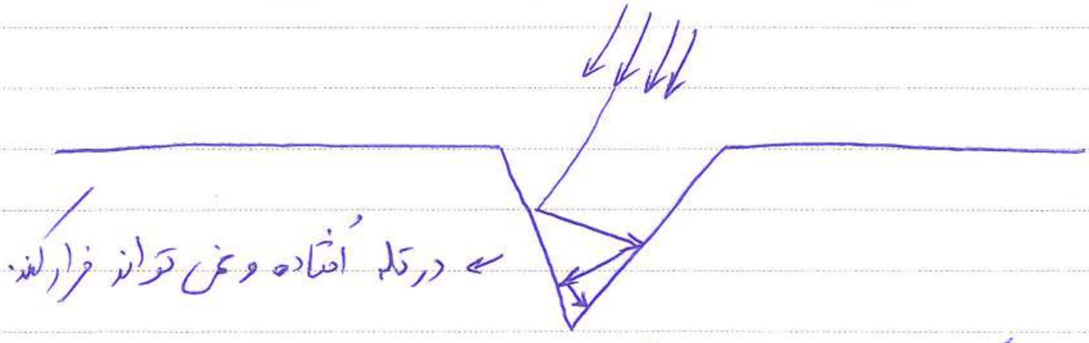


در ابتدا فصل تابش اشکال بالا را داریم (مهم)

* در علم تابش یکی از مسائل مهم، مسائل حفره ها یا cavity
است. در علم تابش حفره ها مانع تشعشع می باشد و علاقه مند نیستیم که
حفره داشته باشیم. فرض کنید دو سطح صاف زیر داریم:



فرض کنید یکی از حفره ها را بزرگ کنیم. اگر دیواره ی حفره آیینه ای رفتار کند
ملاحظه می کنید که اشعه با انعکاسات متوالی در داخل حفره نهایتاً
entrap می شود به عبارت دیگر جذب بالا می رود.



حال اگر سطحی با تعداد بی شمار زبری داشته باشیم پس جذب سطحی
فوق العاده بالا خواهد رفت. این امر برای ماهواره ها بسیار

Subject:
Year. Month. Date. ( )

خطرناک است. زیرا سطح ما هواره مدام توسط پروتون های خارج از جو‌ بمباران می‌شود. پس در عمل cavity (حوزه) خصوصیات جذب بالا دارد که مورد علاقه ما نیست. زیرا موجب خوردگی سطح اجسام می‌شود و توسط چیزی به نام laser finishing سطح را صیقل می‌کنند.

اگر دیفیوزر منعکس شود تعدادی از اشعه ها اصلاً داخل حوزه نمی‌مانند بلکه بر اثر انعکاس بیرون می‌روند و همین اتفاق مدام در دیواره‌ی ها رخ می‌دهد پس باید ما به دنبال اشعه‌هایی باشیم که داخل حفره می‌مانند و از حوزه فرار نمی‌کنند. بدیهی است در این مقطع مسأله آمار مطرح می‌شود که چه تعداد اشعه می‌توانند در داخل حفره‌ها باقی بمانند. تابع انتگرال وجود دارد که آماری است و به آن تابع تجمیع می‌گویند و این مسأله به روش monte carlo حل می‌گردد. (روش کردی آماری monte carlo است).

* موضوع پروژه خورشیدی: چراغ راهنمای خورشیدی *

PAPCO

ناحیه نور مرئی همان طور که اشاره شد در بازه ۰/۳۷ میکرومتر تا ۰/۷
میکرومتر گزارش شده که در کتاب سیگال آن را بین ۰/۴ میکرومتر تا ۰/۷
میکرومتر گزارش کردند. شدت صادره از یک جسم سیاه به صورت نیمه تجربی
در جهت زنال توسط آقای پلانک به صورت زیر ارائه شده است.

فرمول پلانک :

$$i'_{\lambda b}(\lambda, T) = \frac{2C_1}{\lambda^5\left(e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1\right)} \qquad i'_{\lambda}(\lambda, \theta, \varphi, T)$$

ترمودینامیک آماری

Directional spectral intensity of a Black body

ثابت = $C_1 = h c_0^2$ $\qquad h =$ ثابت پلانک

ثابت = $C_2 = \frac{h c_0}{K}$ $\qquad c_0 =$ سرعت نور در خلأ $= 3\times 10^8 \frac{m}{s}$

λ = wave Length $\qquad K =$ ثابت بولتزمن

T = absolute Temperature

اشاره کردیم که محاسبات پلانک براساس تعریف جسم سیاه می‌باشد

Subject:
Year. Month. Date. ( )

و جسم سیاه جسمی است که تمامی انرژی را هم جذب و هم صادر کند

سپس فرمول پلانک Directional spectral intensity of a black body

می باشد.

اندیس b یعنی جسم سیاه است در علم تابش جسم سیاه را یک جسم

دیفیوز درنظر می گیرند. فرمول پلانک تابش به خلأ را نشان می دهد.

اگر تابش به محیط باشد رابطه متفاوت بوده که در آینده بحث خواهد

شد. مقادیر C_1 و C_2 و h و K که ثابت هستند در ضمیمه کتاب

سنگل در یک جدول ارائه شوند. لذا احتیاج به محاسبه ندارند فقط

این نکته که C_1 با سرعت نور در خلاء به توان ۲ تغییر می کند درصورتی

که C_2 خطی تغییر می کند. مجموعه طیف های الکترومغناطیس در

کتاب سنگل موجود نمی باشد فقط در برخی از کتب فیزیک تخصصی

electromagnetic spectrum. مشاهده آن ها را یافت

commic Rays $\lambda < 10^{-5}$ nm

P4PCO

Subject:
Year. Month. Date. ( ) ص ۱۰

Gamma Rays $10^{-5}\,nm < \lambda < 0.1\,nm$

X Rays
- Intensive $0.0057 < \lambda < 0.08\,nm$
- soft $0.08 < \lambda < 2\,nm$
- very soft $2 < \lambda < 37.5\,nm$

ultra violet Rays (UV)
- extreme UV (EUV) $5 < \lambda < 190\,nm$
- For UV (FUV) $190 < \lambda < 300\,nm$
- near UV (NUV) $300 < \lambda < 400\,nm$

visible Range $400 < \lambda < 780\,nm$

Infrared Rays (IR)
- near IR (NIR) $0.78\,\mu m < \lambda < 3\,\mu m$
- middle IR (MIR) $3 < \lambda < 30\,\mu m$
- For IR (FIR) $30 < \lambda < 1000\,\mu m$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

Radio waves

Extremely high frequency	micro wave	$1\,mm < \lambda < 10$
super high frequency		$10 < \lambda < 100\,mm$
ultra high frequency		$100 < \lambda < 1000\,mm$
very high "		$1\,m < \lambda < 10\,m$
high frequency		$10\,m < \lambda < 100\,m$
medium "		$100 < \lambda < 1000\,m$
low "		$1000 < \lambda < 10\,km$
very low "		$10\,km < \lambda < 100\,km$
Extremely low frequency		$\lambda \geq 100\,km$

نکته:
امواج الکترومغناطیسی آن چنان نیستند که یکی تمام شود و دیگری شروع شود.
امواج بر یکدیگر overlap می‌باشند. مثلاً امواج XUV اشعه
مشترک بین ناحیه X و ناحیه UV می‌باشد بسیار خطرناک بوده

دیگر از لایه ی ازون کمبود که تمام خلقت را می سوزاند. لایه ی
ازون آن را به سمت بالا می فرستد. توجه کنید نور مرئی را
همیشه به عنوان مبنا در نظر می گیرند. یعنی هر چه به نور مرئی نزدیکتر باشیم
ترا near و هر چه دورتر از نور مرئی باشیم ترا Far را استفاده
می کنیم. حال چه در ناحیه ی ماورای بنفش باشد چه در ناحیه ی مادون قرمز
شیشه که طول موج بین ۰/۳ میکرومتر تا ۲/۷ میکرومتر را به خوبی
عبور می دهد و در آینده مطالعه می شود ضریب عبوری در حدود ۹۲٪
در این محدوده دارد. اگر منبع حرارتی ما خورشید باشد می توان ثابت کرد
که در دمای خورشید (۵۷۸۰ °k) حدود ۹۴٪ کل انرژی خورشیدی در طول
موج حدود ۰/۳ میکرومتر تا ۲/۷ میکرومتر نهفته است. ملاحظه شد پرانرژی ترا
-ترین پرتو های خورشیدی از شیشه عبور می کنند مثلاً دارد گلخانه می شود گیاه ،
سنگ ، آب ، گلدان و ...... این انرژی را جذب می کنند اما دمای گلخانه
دمای معمولی است (۶°) اشاره کردیم که اجسام در دمای معمولی با طول

Subject:
Year. Month. Date. ( )

موج بلند تری انرژی را ارسال می کند، اما شیشه طول موج بلند را عبور نمی دهد.
پس این انرژی به شیشه برخورد کرده و دوباره وارد گلخانه می شود. به این
پدیده، پدیده گلخانه ای یا Green house effect گویند.

- مبنا صدور انرژی دمای جسم می باشد.

برای این که گلخانه در دمای معمول باقی بماند حتماً باید سیستم تهویه مطبوعی
در بیرون گلخانه موجود باشد و یا بادی بوزد که گرمای هدایت شده از
دیواره ی گلخانه به بیرون را جابه جا نماید. این اصول کار پدیده ی
گلخانه ای است. کره زمین نیز پدیده گلخانه ای دارد. اگر دو طرف
این رابطه را در عدد π ضرب کنیم رابطه به صورت زیر نوشته می شود:

$$e_{\lambda b}(\lambda, T) = \pi i'_{\lambda b}(\lambda, T)$$

emissive power of a black body

Hemispherical spectral

$\frac{J}{s \cdot m^2} = \frac{W}{m^2}$ واحد توان تابش همان شار است

در واحد آمریکایی : $\frac{Btu}{hr \cdot ft^2}$

Subject:
Year. Month. Date. ( ) ص ۱۲

علامت پریم "′" نشان‌گر جهت است در صورتی که در بالای e پریم وجود نداشته باشد به معنی نیم کره‌ای بودن می‌باشد. اما مفهوم فیزیکی آن یعنی انرژی تابشی بر واحد زمان و سطح که از یک جسم سیاه با طول موج λ در همه جهات می‌تابد.

$$e_{\lambda b}(\lambda,T)=\pi i'_{\lambda b}(\lambda,T)=\frac{2\pi C_1}{\lambda^5\left(e^{\frac{C_2}{\lambda T}}-1\right)}$$

$$\underbrace{\int_0^\infty e_{\lambda b}(\lambda,T)}=\int_0^\infty \frac{2\pi C_1}{\lambda^5\left(e^{\frac{C_2}{\lambda T}}-1\right)}\,d\lambda$$

$e_b(T)$ = Hemispherical Total emissive power of a black body

$e_b(T)$: یعنی انرژی تابشی بر واحد زمان و سطح که از یک جسم سیاه در تمامی طول موج ها در تمامی جهات می‌تابد. انتگرال فوق انتگرال دشواری است و نیاز به جدول انتگرال ها دارد. در آینده خواهیم دید که این مقدار برابر با

$$e_b(T)=\sigma T^4$$

PAPCO

σ = ثابت استفان بولتزمن

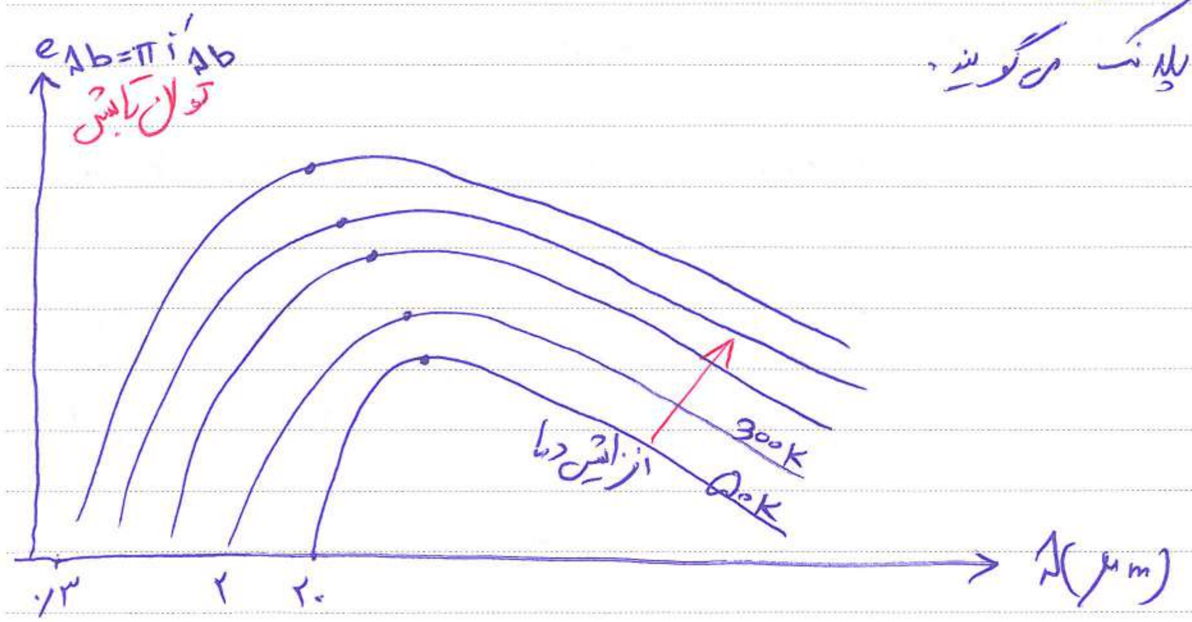
ملاحظه می شود برای یک جسم سیاه شار تابشی که به تمام جهات و با تمام طول موج ها ارسال می شود متناسب با T^4 می باشد.

* توان گسیل در طول موج مشخص:

$$e_{\lambda b}(\lambda_1 - \lambda_2\ T) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} e_{\lambda b}(\lambda, T)$$

Hemispherical Band spectral emissive power of a black body

توان تابشی نیم کروی یک جسم سیاه را در یک منحنی تقسیم می کنند که به آن دیاگرام پلانک می گویند.



* استنتاج دیاگرام پلانک:

- حالا فرض کنید یک جسم سیاه در دمای خیلی پایین وقتی شار تابشی ساطع
محسوس دارد که با طول موج بلند مثلاً در این دما با طول موج ۲۰ μm انرژی
را ارسال کند. ۲۰ μm در محدوده ی امواج مادون قرمز است پس
نتیجه می گیریم اگر جسم سیاهی در این دما با طول موج کوتاه تر از ۲۰ μm
انرژی ارسال نماید، انرژی آن تقریباً صفر است. حال به دمای
معمولی (۲۷°C) ۳۰۰ درجه K می پردازیم. منحنی نشان می دهد در این دما یک جسم سیاه
اگر با طول موج های کوتاه تر از ۲ μm انرژی را ارسال کند آن انرژی
محسوس نیست و تقریباً صفر است.

نکته:
انسان یک جسم سیاه نیست. اگر دمای بدن انسان را ۳۷°C فرض کنیم
پس در این دما انرژی که انسان ارسال می کند باید در حوالی ۲ μm باشد.
و این انرژی توسط چشم قابل رؤیت نیست.

- برای یک طول موج معین با افزایش دما توان تابشی طیفی نیز برای

Subject:
Year. Month. Date. ( )

افزایش می یابد. در این منحنی با افزایش دما پیک هر نقطه منحنی به سمت طول موج های کوتاه تر میل می کند. در ریاضی آموختیم اگر از یک تابع مشتق بگیریم و آن را برابر صفر قرار دهیم ریشه ماکزیمم بدست می آید چنان چه این کار را برای دیاگرام پلانک انجام دهیم خواهیم داشت :

$$\frac{d e_{\lambda b}(\lambda,T)}{d\lambda} = \frac{d(\pi i'_{\lambda b}(\lambda,T))}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda}\left[\frac{2\pi C_1}{\lambda^5\left(e^{\frac{C_2}{\lambda T}}-1\right)}\right]$$

$$* \left\{ e^{\frac{C_2}{\lambda T}} = e^{\frac{hc_0}{K\lambda T}} = e^{\frac{\frac{hc_0}{\lambda}}{KT}} = e^{\frac{hf}{KT}} = e^{\frac{\epsilon}{KT}} \qquad c_0 = \lambda f \right.$$

$\epsilon = hf =$ انرژی یک فوتون

$$\lambda_{max} = \frac{C_3}{T}$$

$\lambda_{max} T = C_3$ Wein's Displacement law

ثابت $C_3 = 2898 \ \mu m - {}^\circ K$

ثابت $C_3 = 5216 \ \mu m - {}^\circ R$

$$e_{max} = e_{\lambda_{max},T}(\lambda_{max},T) = \frac{2\pi C_1}{\lambda_{max}^5\left(e^{\frac{C_2}{\lambda_{max} T}}-1\right)} =$$

$$= \frac{2\pi C_1}{\left(\frac{C_3}{T}\right)^5 \left(e^{\frac{C_2}{C_3}} - 1\right)} = \left[\frac{2\pi C_1}{C_3^5 \left(e^{C_2/C_3} - 1\right)}\right] T^5$$

$$\left|\begin{array}{l} e_{\lambda_{max} b}(\lambda_{max}, T) = \pi C_4 T^5 \longrightarrow C_4 = \dfrac{2C_1}{C_3^5 \left(e^{C_2/C_3} - 1\right)} \Rightarrow \\ i'_{\lambda_{max} b}(\lambda_{max}, T) = C_4 T^5 \end{array}\right.$$

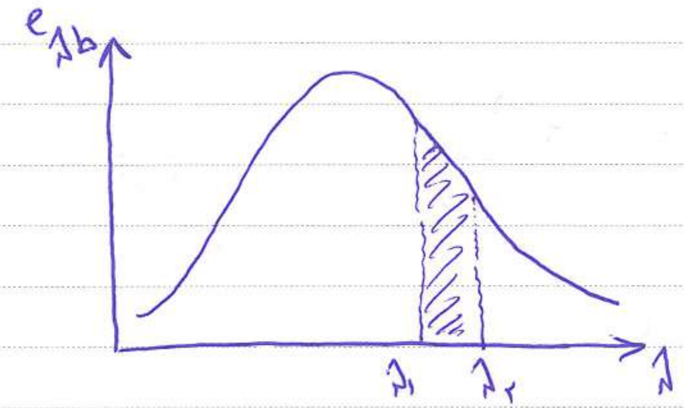
$$\Rightarrow \begin{cases} C_4 = 9{,}879 \times 10^{-14} \ \dfrac{Btu}{hr\,ft^2 - \mu m R^5} \\ C_4 = 4{,}095 \times 10^{-12} \ \dfrac{W}{m^2 - \mu m R^5} \end{cases}$$

$$\int_0^\infty e_{\lambda b}(\lambda, T) = e_b(T) = \overset{\text{سیگما}}{\sigma} T^4$$

مقدار این انتگرال (انتگرال بالا) از نظر ریاضی برابر سطح زیر هر منحنی در دمای T مورد نظر می‌باشد.

$$\begin{cases} \sigma = 5{,}67 \times 10^{-8} \ \dfrac{W}{m^2 . K^4} \\ \sigma = 0{,}1712 \times 10^{-8} \ \dfrac{BTU}{hr\,ft^2 R^4} \end{cases}$$

ممکن است یک جسم سیاه در یک باند خاص انرژی را ارسال کند مثلاً در محدوده‌ی امواج مادون قرمز یا محدوده‌ی امواج ماورای بنفش.



$$\text{Fraction of Energy} = F_{\lambda_1-\lambda_2} = \frac{\text{مساحت هاشور خورده}}{\text{مساحت کل}} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} e_{\lambda b}(\lambda,T)\,d\lambda}{\underbrace{\int_0^{\infty} e_{\lambda b}(\lambda,T)\,d\lambda}_{\sigma T^4}} =$$

$$= \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \pi i'_{\lambda b}(\lambda,T)\,d\lambda}{\int_0^{\infty} \pi i'_{\lambda b}(\lambda,T)\,d\lambda} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{2\pi C_1}{\lambda^5\left(e^{\frac{C_2}{\lambda T}}-1\right)}\,d\lambda}{\int_0^{\infty} \frac{2\pi C_1}{\lambda^5\left(e^{\frac{C_2}{\lambda T}}-1\right)}\,d\lambda}$$

$$= \frac{\int_0^{\lambda_2} e_{\lambda b}(\lambda,T)\,d\lambda - \int_0^{\lambda_1} e_{\lambda b}(\lambda,T)\,d\lambda}{\int_0^{\infty} e_{\lambda b}(\lambda,T)\,d\lambda} = F_{0-\lambda_2} - F_{0-\lambda_1}$$

$F_{0-\lambda_2}$

چه کسری از انرژی خورشید در طول موج بین ۰٫۳ - ۲٫۷ قرار می‌گیرد؟

λT	$F_{0-\lambda}$
۰٫۳×۵۷۸۰	___
۲٫۷×۵۷۸۰	___

جدول از کتاب اینکروپرا

$$e_{(\lambda_1-\lambda_2)b}(\lambda_1-\lambda_2,T)=F_{\lambda_1-\lambda_2}\cdot\sigma T^4=\left(F_{0-\lambda_2}-F_{0-\lambda_1}\right)\sigma T^4$$

$$\boxed{=\left(F_{0-\lambda_2}-F_{0-\lambda_1}\right)\sigma T^4}$$

اگر به آزمایشگاه انتقال حرارت مراجعه شود یه آزمایش محاسبه‌ی شدت صادره از یک جسم سیاه انجام می‌شود. توجه شود که یک فرمول وجود دارد و تمامی مسائل انتقال حرارت تابشی همیشه با همین فرمول حل می‌گردد. به عبارتی فرمولی که در ادامه خواهیم گفت کلید حل تمام مسائل انتقال حرارت تابشی است. در آزمایشگاه ثابت می‌شود که شدت صادره از

Subject:

Year. Month. Date. ( )

یک جسم سیاه همواره برابر با : $i'_{\lambda b}(\lambda,T)$

شدت صادره از جسم سیاه (به مساحت المان dA) = $\dfrac{\text{انرژی صادره از یک جسم سیاه به مساحت المان } dA}{\underbrace{(\text{تغییر مساحت تصویری})}_{dA\cos\theta}\underbrace{(\text{تغییرات طول موج})}_{d\lambda}\underbrace{(\text{تغییرات زمان})}_{dt}\underbrace{(\text{تغییر زاویه فضایی})}_{d\omega}}$

انرژی صادره از یک جسم سیاه به مساحت المان dA = $i'_{\lambda b}(\lambda,T)\, dt\, d\lambda\, dA\cos\theta\, \underbrace{d\omega}_{\sin\theta\, dA\, d\phi}$ =

$$= i'_{\lambda b}(\lambda,T)\, dt\, d\lambda\, dA\cos\theta\sin\theta\, d\theta\, d\varphi$$

از گذشته داریم : $i'_{\lambda b}(\lambda,T) = \dfrac{2C_1}{\lambda^5\left(e^{\frac{C_2}{\lambda T}}-1\right)}$

$\dfrac{\text{انرژی صادره از یک جسم سیاه به مساحت } dA}{(dA)(dt)}$ = شار تابشی = $i'_{\lambda b}(\lambda,T)\, d\lambda\cos\theta.\sin\theta\, d\theta\, d\varphi$

$$\frac{\text{انرژی صادره از یک جسم سیاه به مساحت } dA}{(dA)(dt)(d\lambda)} = $$ شار تابش صادره از یک جسم سیاه به مساحت dA در واحد طول موج $=$

$$= i'_{\lambda b}(\lambda,T)\ \cos\theta \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$$

$$\int_{\Delta} i'_{\lambda b}(\lambda,T)\cos\theta \cdot \sin\theta\ d\theta\, d\varphi = \int_{\theta=0}^{\pi/2}\int_{\varphi=0}^{2\pi} i'_{\lambda b}(\lambda,T)\cos\theta$$ ادامه

ادامه $$\cdot \sin\theta\ d\theta\, d\varphi = i'_{\lambda b}(\lambda,T) \times 2\pi \int_{0}^{\pi/2} \underbrace{\cos\theta \cdot \sin\theta\, d\theta}_{\frac{1}{2}\sin 2\theta} =$$

$$\pi\, i'_{\lambda b}(\lambda,T) \underbrace{\int_{0}^{\pi/2} \sin 2\theta}_{-\frac{1}{2}\cos 2\theta} = -\frac{1}{2}\Big(\underbrace{\cos\pi}_{-1} - \underbrace{\cos 0}_{-1}\Big) = \boxed{-2}$$

$$e_{\lambda b}(\lambda,T) = \pi\, i'_{\lambda b}(\lambda,T)$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2}\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} i'_{\lambda b}(\lambda,T)\cos\theta\sin\theta\, d\theta\, d\varphi$$

$$\rightarrow i'_{\lambda b}(\lambda,T)\int_{\theta_1}^{\theta_2}\cos\theta\sin\theta\, d\theta\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi$$

$$\rightarrow (\varphi_2-\varphi_1)\, i'_{\lambda b}(\lambda,T)\int_{\theta_1}^{\theta_2}\underbrace{\cos\theta\sin\theta}_{\frac{1}{2}\sin 2\theta}\, d\theta \rightarrow$$

$$\frac{(\varphi_2-\varphi_1)}{2}\, i'_{\lambda b}(\lambda,T)\left[-\frac{1}{2}\cos 2\theta\right]_{\theta_1}^{\theta_2} =$$

$$\frac{(\varphi_2-\varphi_1)}{2}\, i'_{\lambda b}(\lambda,T)\left[-\frac{1}{2}(\cos 2\theta_2-\cos 2\theta_1)\right] =$$

$$\cos 2\theta_2 = \cos^2\theta_2-\sin^2\theta_2 = 1-\sin^2\theta_2-\sin^2\theta_2 = 1-2\sin^2\theta_2$$

$$\cos 2\theta_1 = 1-2\sin^2\theta_1$$

$$-\frac{1}{2}\left[1-2\sin^2\theta_2-1+2\sin^2\theta_1\right]$$

$$= \sin^2\theta_2-\sin^2\theta_1$$

$$= \frac{\varphi_2-\varphi_1}{2}\, i'_{\lambda b}(\lambda,T)\left[\sin^2\theta_2-\sin^2\theta_1\right] =$$

$$\int_0^\infty \frac{\varphi_2-\varphi_1}{2}\, i'_{\lambda b}(\lambda,T)\left[\sin^2\theta_2-\sin^2\theta_1\right] d\lambda$$

اشاره کردیم که برای یک جسم سیاه ضریب صدور ε یا ضریب گسیل اجزاء رفتار یک جسم را نسبت به جسم سیاه نشان می‌دهد لذا هرچه ضریب صدور بزرگتر باشد یعنی رفتار جسم نزدیک‌تر به جسم سیاه است. ضریب صدور همیشه کمتر از ۱ بوده و برای جسم سیاه برابر ۱ می‌باشد. ضریب صدور بستگی به طول موج جهت و دمای جسم دارد و آن را در آزمایشگاه بدست می‌آورند. و به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$\varepsilon'_\lambda(\lambda,\theta,\varphi,T)$ = Directional spectral emissivity

اگر بخواهیم ضریب صدور را به صورت کلی و عمومی تعریف کنیم داریم:

$$\text{ضریب صدور} = \frac{\text{انرژی صادره از یک جسم به مساحت المانی } dA \text{ و جسم حقیقی با دمای } T}{\text{انرژی صادره از همان جسم به مساحت المانی } dA \text{ با دمای } T}$$

به شرطی که جسم را سیاه فرض کنیم.

یکی دیگر از خواص سطح ضریب جذب آن می‌باشد. α = absorptivity

ضریب جذب را با α نامیدن. این مقدار نیز در آزمایشگاه بدست می‌آید

Subject:
Year. Month. Date. ( )

ضریب جذب نیز تابعی از جهت، طول موج، دما می‌باشد.
رابطه ضریب جذب به صورت عمومی به صورت زیر است:

$\alpha'_\lambda(\lambda, \theta, \varphi, T)$ = Directional spectral absorptivity

$$\alpha = \frac{\text{انرژی یا شار جذب شده توسط جسم}}{\text{انرژی یا شار ورودی به جسم}}$$

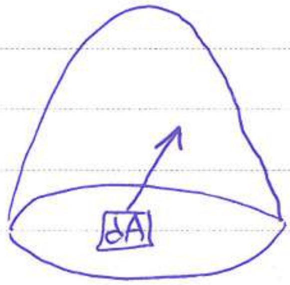
α = absorptivity

ضریب جذب از خواص جسم است و در آزمایشگاه به روش اسپاترینگ sputtering محاسبه می‌گردد. یکی دیگر از خواص جسم ضریب انعکاس و دیگری ضریب عبور جسم است.

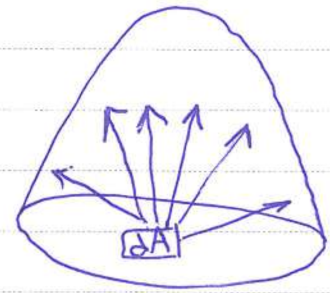
ε ضریب صدور
α ضریب جذب
ρ ضریب انعکاس
τ ضریب عبور

در فصل سوم کتاب سیگال اشاره شده که در بسیاری از مسائل به جای توصیف مسئله از شکل استفاده می‌شود.

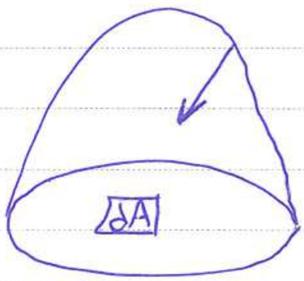
PAPCO



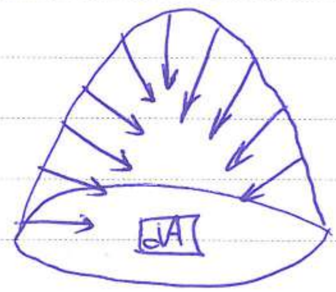
Directional emissivity
صدور جهتی



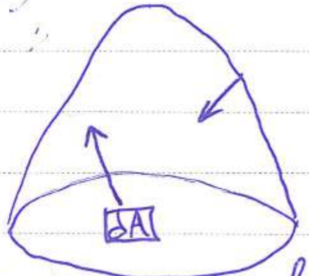
Hemispherical emissivity
صدور نیم کروی
(همه جهات)



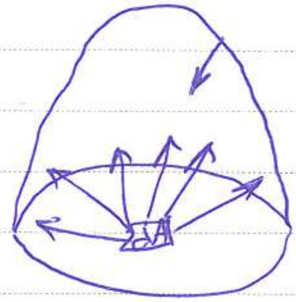
Directional absorptivity
جذب جهت دار



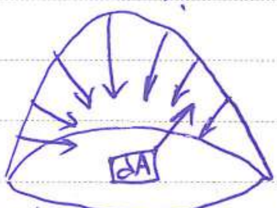
Hemispherical absorptivity
جذب نیم کروی



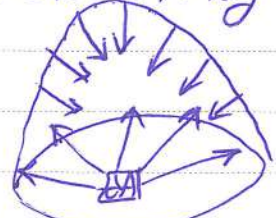
Bi-directional Reflectivity
بازتاب



Directional Hemispherical Reflectivity



Hemispherical-Directional Reflectivity



Hemispherical-Hemispherical Reflectivity
= Hemispherical Reflectivity

$\sin\theta \, d\theta \, d\varphi$

انرژی صادره از یک جسم به مساحت dA $= (\text{شدت})(dt)(d\lambda)(dA\cos\theta)(d\omega)$

فرمول کلیدی

" $= i'_\lambda(\lambda, \theta, \varphi, T)\, dt\, d\lambda\, dA\cos\theta\, d\omega$

انرژی صادره از یک جسم سیاه به مساحت dA $= i'_{\lambda b}(\lambda, T)\, dt\, d\lambda\, dA\cos\theta\, d\omega$

تعریف عمومی ضریب صدور $=$ $\dfrac{\text{انرژی صادره از یک جسم حقیقی به مساحت } dA}{\text{انرژی صادره از یک جسم سیاه به مساحت } dA}$ $=$

$$= \frac{i'_\lambda(\lambda, \theta, \varphi, T)\, \cancel{dt}\, \cancel{d\lambda}\, \cancel{dA}\cancel{\cos\theta}\, \cancel{d\omega}}{i'_{\lambda b}(\lambda, T)\, \cancel{dt}\, \cancel{d\lambda}\, \cancel{dA}\cancel{\cos\theta}\, \cancel{d\omega}}$$

Directional spectral emissivity

ضریب صدور

$$\boxed{\varepsilon'_\lambda(\lambda, \theta, \varphi, T) = \frac{i'_\lambda(\lambda, \theta, \varphi, T)}{i'_{\lambda b}(\lambda, T)}}$$

انرژی صادره از یک جسم حقیقی به مساحت dA $= \int_0^\infty i'_\lambda(\lambda, \theta, \varphi, T)\, dt\, d\lambda\, dA\cos\theta\, d\omega$

انرژی صادره از یک جسم سیاه به مساحت dA $= \int_0^\infty i'_{\lambda b}(\lambda, T)\, dt\, d\lambda\, dA\cos\theta\, d\omega$

$$\varepsilon'(\theta, \varphi, T) = \frac{\int_0^\infty i'_\lambda(\lambda, \theta, \varphi, T)\, \cancel{dt}\, \cancel{dA}\cancel{\cos\theta}\, \cancel{d\omega}\, d\lambda}{\int_0^\infty i'_{\lambda b}(\lambda, T)\, \cancel{dt}\, \cancel{dA}\, \cancel{\cos\theta}\, \cancel{d\omega}\, d\lambda} =$$

ادامه

$$\text{ادامه} \rightarrow = \frac{\int_0^\infty i'_\lambda(\lambda,\theta,\varphi,T)\,d\lambda}{\int_0^\infty i'_{\lambda b}(\lambda,T)\,d\lambda} \Rightarrow \text{ادامه داریم} \Rightarrow$$

$$\frac{\sigma T^4}{\pi} \leftarrow \int_0^\infty i'_{\lambda b}(\lambda,T)\,d\lambda$$

صورت با استفاده از فرمول داده شده در صفحه قبل:

می‌دانیم:

$$\pi i'_{\lambda b} = e_{\lambda b}$$

$$\int_0^\infty e_{\lambda b} = \sigma T^4$$

$$\int_0^\infty \pi i'_{\lambda b} = \sigma T^4 \Rightarrow \int_0^\infty i'_{\lambda b} = \frac{\sigma T^4}{\pi}$$

$$\text{ادامه داریم} \Rightarrow \varepsilon'_{(\theta,\varphi,T)} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon'_\lambda(\lambda,\theta,\varphi,T)\,\overbrace{i'_{\lambda b}(\lambda,T).\pi}^{e_{\lambda b}(\lambda,T)}\,d\lambda}{\sigma T^4} =$$

$$= \frac{\int_0^\infty \varepsilon'_\lambda(\lambda,\theta,\varphi,T)\,e_{\lambda b}(\lambda,T)\,d\lambda}{\sigma T^4}$$

$$\boxed{\varepsilon'_{(\theta,\varphi,T)} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon'_\lambda(\lambda,\theta,\varphi,T)\,e_{\lambda b}(\lambda,T)\,d\lambda}{\sigma T^4} = \text{ضریب صدور جهت دار کل}}$$

Directional total emissivity

$$\text{انرژی صادره از یک جسم به مساحت } dA = \int_\Delta i'_\lambda(\lambda,\theta,\varphi,T)\,dt\,d\lambda\,dA\cos\theta\,d\omega$$

$$\text{〃 جسم سیاه 〃} = \int_\Delta i'_{\lambda b}(\lambda,T)\,dt\,d\lambda\,dA\cos\theta\,d\omega$$

انتگرال بسته

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$\varepsilon_\lambda(\lambda,T) = \frac{\int_\Delta i'_\lambda(\lambda,\theta,\varphi,T)\,\cancel{dt}\,\cancel{d\lambda}\,\cancel{dA}\cos\theta\,d\omega}{\int_\Delta i'_{\lambda b}(\lambda,T)\,\cancel{dt}\,\cancel{d\lambda}\,\cancel{dA}\cos\theta\,d\omega} =$$

ضریب صدور طیفی نیم کروی

$$= \frac{\int_\Delta \varepsilon'_\lambda(\lambda,\theta,\varphi,T)\,\cancel{i'_{\lambda b}(\lambda,T)}\ \cos\theta\,d\omega}{\int_\Delta i'_{\lambda b}\cancel{(\lambda,T)}\cos\theta\,\underbrace{d\omega}_{\sin\theta\,d\theta\,d\varphi}} = \rightarrow$$

$$\rightarrow = \frac{\int_\Delta \varepsilon'_\lambda(\lambda,\theta,\varphi,T)\cos\theta\,d\omega}{\int_{\theta=0}^{\pi/2}\int_{\varphi=0}^{\pi}\cos\theta\cdot\sin\theta\,d\theta\,d\varphi}$$

φ: $0 - 2\pi = 2\pi$

$$\int_{\theta=0}^{\pi/2}\int_{\varphi=0}^{2\pi}\cos\theta\cdot\sin\theta\,d\varphi\,d\theta = \int_{\theta=0}^{\pi/2}\cos\theta\sin\theta\,d\theta\int_0^{2\pi}d\theta$$

$$\pi\int_{\theta=0}^{\pi/2}2\sin\theta\cos\theta\,d\theta = \pi\int_{\theta=0}^{\pi/2}\sin 2\theta\,d\theta = -\frac{\pi}{2}\left[\cos 2\theta\,\Big|_0^{\pi/2}\right] = \pi$$

$$\boxed{\varepsilon_\lambda(\lambda,T) = \frac{1}{\pi}\int_\Delta \varepsilon'_\lambda(\lambda,\theta,\varphi,T)\cos\theta\,d\omega}$$

Hemispherical - spectral emissivity

Hemispherical total emissivity ضریب صدور کلی نیم کروی :

$$\varepsilon(T) = \frac{\int_{\Delta}\int_0^{\infty} i'_{\lambda}(\lambda,\theta,\varphi,T)\,\cancel{dt}\,d\lambda\,\cancel{dA}\cos\theta\,d\omega}{\int_{\Delta}\int_0^{\infty} i'_{\lambda b}(\lambda,T)\,\cancel{dt}\,d\lambda\,\cancel{dA}\cos\theta\,d\omega} =$$

$$= \frac{\qquad}{\int_{\Delta}\Big[\underbrace{\int_0^{\infty} i'_{\lambda b}(\lambda,T)\,d\lambda}_{\frac{\sigma T^4}{\pi}}\Big]\cos\theta\,d\omega} = \frac{\qquad}{\frac{\sigma T^4}{\pi}\underbrace{\int_{\Delta}\cos\theta\,d\omega}_{\pi}}$$

$$\varepsilon_{(T)} = \frac{\int_{\Delta}\int_0^{\infty} i'_{\lambda}(\lambda,\theta,\varphi,T)\,d\lambda\cos\theta\,d\omega}{\sigma T^4} = \begin{cases} A = \\ \\ B = \end{cases}$$

$$A = \frac{\int_{\Delta}\Big[\int_0^{\infty}\varepsilon'_{\lambda}(\lambda,\theta,\varphi,T)\,i'_{\lambda b}(\lambda,T)\,d\lambda\Big]\cos\theta\,d\omega}{\sigma T^4}$$

$$B = \frac{\int_0^{\infty} i'_{\lambda b}(\lambda,T)\Big[\int_{\Delta}\varepsilon'_{\lambda}(\lambda,\theta,\varphi,T)\cos\theta\,d\omega\Big]d\lambda}{\sigma T^4}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$A = \varepsilon(T) = \frac{1}{\pi} \int_{\Delta} \varepsilon'(\theta, \varphi, T) \cos\theta \, d\omega$$

ضریب صدور کل نیم کره‌ای بر اساس ضریب صدور کل جهت دار

$$B = \varepsilon(T) = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda(\lambda, T)\, e_{\lambda b}(\lambda, T)\, d\lambda}{\sigma T^4}$$

ضریب صدور کل نیم کره‌ای بر اساس ضریب صدور طیفی نیم کره‌ای

* در فرمول بالا بسیار مهم ٪۱۰۰ حفظ شود.

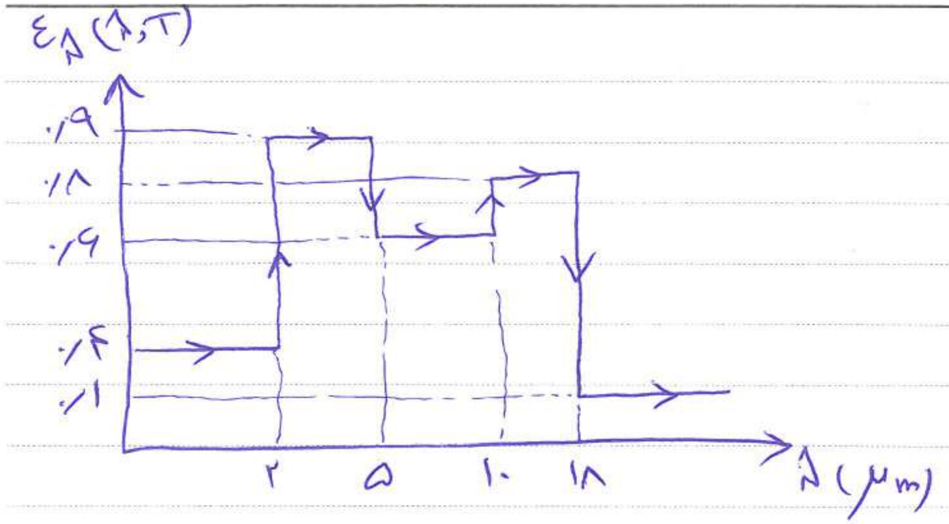
*مثال:

سطحی را در دمای $5000\,K^\circ$ در آزمایشگاه تست کرده‌ایم مشخص شده است که ضریب صدور طیفی نیم کره‌ای این سطح در این دما مطابق نمودار زیر است. اگر مساحت جسم A متر مربع و جسم به مدت t ثانیه تابش کند مطلوبست محاسبه:

الف) ضریب صدور کل نیم کره‌ای؟

ب) توان تابش کل نیم کره‌ای؟ W/m^2

ج) گرمای تابشی صادر شده از این جسم؟



$$\varepsilon(T)=\frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda(\lambda,T)\,e_{\lambda b}(\lambda,T)\,d\lambda}{\sigma T^4}$$

$$\varepsilon(T)=\frac{\int_0^2 0.4\,e_{\lambda b}(\lambda,T)\,d\lambda+\int_2^5 0.9\,e_{\lambda b}(\lambda,T)\,d\lambda+\text{ادامه صورت}}{\sigma T^4}$$

$$\text{ادامه صورت}+\frac{\int_5^{10} 0.6\,e_{\lambda b}(\lambda,T)\,d\lambda+\int_{10}^{18} 0.8\,e_{\lambda b}(\lambda,T)\,d\lambda+}{\text{مخرج}}$$

$$\frac{\int_{18}^\infty 0.1\,e_{\lambda b}(\lambda,T)\,d\lambda}{\text{مخرج}}=$$

می‌دانیم:

$$F_{\lambda_1-\lambda_2}=\frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} e_{\lambda b}(\lambda,T)\,d\lambda}{\sigma T^4}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$0.4 F_{0-2} + 0.9 F_{2-5} + 0.6 F_{5-10} + 0.8 F_{10-18} + 0.1 F_{18-\infty} =$

$0.4 F_{0-2} + 0.9 [F_{0-5} - F_{0-2}] + 0.6 [F_{0-10} - F_{0-5}] +$

$0.8 [F_{0-18} - F_{0-10}] + 0.1 [F_{0-\infty} - F_{0-18}] =$

$= -0.5 F_{0-2} + 0.3 F_{0-5} - 0.2 F_{0-10} + 0.7 F_{0-18} + 0.1 =$

λT	$F_{0-\lambda}$
1000	✓
2500	✓
	✓

$=$ جواب الف ←

ب) $\varepsilon(T) = \dfrac{e(T)}{e_b(T)\ \sigma T^4}$ $\qquad e(T) = \varepsilon \cdot \sigma T^4$ $\ \mathrm{W/m^2}$

ج) $= \varepsilon \sigma T^4 \times A \times t = Q$ ژول

$\dfrac{J}{s \cdot m^2} \quad m^2 \quad s$

تمرین:

جسمی را در دمای $2000\ ^\circ K$ در آزمایشگاه تست کرده‌ایم. مشخص شده است که ضریب صدور جهت دار کل آن نسبت به جهت φ ایزوتروپیک بودن یعنی وابستگی به φ ندارد اما بستگی به جهت θ دارد. آزمایش نشان داده که در این دما ضریب صدور جهت دار کل از تابع توزیع (آماری) $\varepsilon(\theta)$ مساوی با $0/85\cos\theta$ استفاده می‌کند. مطلوبست:

الف) محاسبه ضریب صدور کل نیم کره‌ای؟

ب) محاسبه توان تابش کل نیم کره‌ای؟

ج) اگر مساحت جسم A متر مربع و زمان تابش t ثانیه باشند. گرمای تابشی صادر شده چقدر است؟

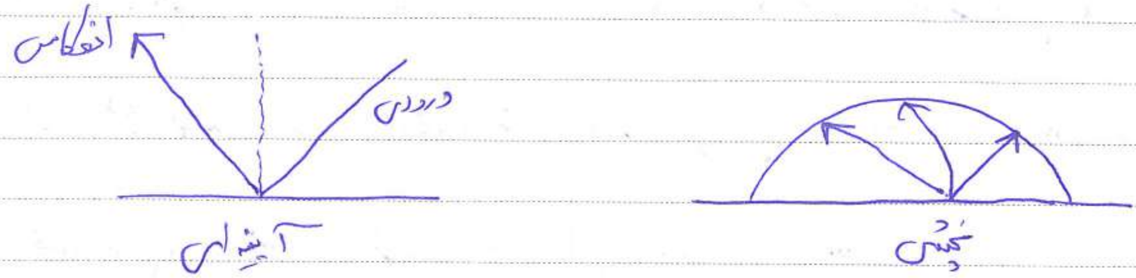
در جلسه گذشته با دو فرمول کلی ضریب صدور کل نیم کره‌ای آشنا شدیم
تقریباً تمام مسائل در کتب معروف از این دو فرمول استفاده می‌کنند و برای
بررسی مثال نیز حل شد. اشاره نمودیم که ضریب جذب به صورت کل توسط
رابطه $\alpha = \dfrac{\text{انرژی تابشی جذب شده توسط جسم}}{\text{انرژی تابشی برخوردی به جسم}}$ بیان می‌شود. α از خواص جسم
بوده و همان طور که اشاره شد در ابتدا آن را به صورت ضریب جذب
جهت دار طیفی یعنی $\alpha'_{\lambda}(\lambda,\theta,\varphi,T)$ نمایش می‌دهند. یکی دیگر

$' \leftarrow$ جهت دار ، $\lambda \leftarrow$ طیفی

از خواص سطحی بوده و آن را با ρ نشان می‌دهند و به صورت کل
توسط رابطه مقابل بیان می‌شود. $\rho = \dfrac{\text{انرژی تابشی منعکس شده توسط جسم}}{\text{انرژی تابشی برخوردی به جسم}}$
ضریب انعکاس نیز خود تابعی از جهت، طول موج و دما است و
معمولاً آن را به صورت $\rho'_{\lambda}(\lambda,\theta,\varphi,T)$ نمایش می‌دهند. یک جسم
ممکن است در یک محدوده‌ی خاص از طول موج انعکاس آینه‌ای داشته باشد
و در خارج از آن محدوده‌ی سطحی دیفیوز رفتار کند. در حالت کل
انعکاس را به دو دسته تفکیک می‌کنیم:

Reflection
انعکاس

- Diffuse پخش
- specular
آیینه‌ای



یکی دیگر از خواص سطح ضریب عبور سطح می‌باشد و به آن transmissivity
گویند و رابطه آن به صورت تقابل بوده:

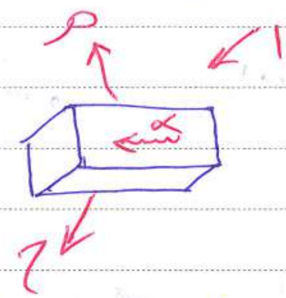
$$\tau = \frac{\text{انرژی یا شار عبوری از یک جسم}}{\text{انرژی یا شار برخوردی به یک جسم}}$$

ضریب عبور نیز تابعی از جهت، طول موج و دما است و به صورت
$\tau'_{\lambda}(\lambda,\theta,\varphi,T)$ نشان داده می‌شود.

مثال معروف ضریب عبور شیشه است با افزودن کربن به شیشه ضریب عبور
شیشه تغییر می‌کند. شیشه‌های معمولی طول موج ۰/۳ μm تا ۲/۲ μm را
به خوبی عبور می‌دهند با توجه به دیاگرام پلانک نیز می‌توان ثابت کرد

که در این محدوده در طیف خورشید ۹۴٪ انرژی نهفته است. فرض کنید سطحی داریم که ضریب انعکاس آن ρ ، ضریب جذب آن α ، ضریب عبور آن τ می‌باشد. اگر یک واحد انرژی به این سطح برخورد کند ρ مقدار انرژی منعکس، α مقدار انرژی جذب و τ مقدار انرژی عبور می‌کند. پس همواره رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$\alpha + \tau + \rho = 1$$



* سطح مات: opaque surface:

در علم تابش به سطحی که هیچ انرژی از دیدگاه انتقال حرارت تشعشعی از جسم عبور نمی‌کند سطح یا جسم مات گویند. به عبارتی $\tau=0$ است.
اگر $\tau=0$ باشد آنگاه $\rho=1-\alpha$ پس با داشتن α ، ρ بدست می‌آید و دیگر نیازی نیست در آزمایشگاه بدست آید. اگر سطح خواص طیفی داشته باشد همواره رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$\alpha_\lambda + \rho_\lambda + \tau_\lambda = 1$$

اگر سطح خاصیت جهتی داشته باشد رابطه زیر برقرار است:

$$\alpha' + \rho' + \tau' = 1$$

اگر سطح خاصیت هم طیفی و هم جهتی داشته باشد رابطه زیر برقرار است:

$$\alpha'_\lambda + \rho'_\lambda + \tau'_\lambda = 1$$

نکته:
در هر صورت اگر قید شد که سطح مات است در هر یک از حالات فوق $\tau = 0$ می باشد.

نکته:
هرگاه ضریب جذب و ضریب صدور مستقل از جهت رفتار کنند به جسم سطحی دیفیوز می گویند. هرگاه ضریب جذب و ضریب صدور مستقل از طول موج رفتار کنند به جسم سطحی خاکستری می گویند. هرگاه ضریب جذب و ضریب صدور سطحی هم مستقل از جهت و هم مستقل از طول موج باشند به جسم سطحی دیفیوز خاکستری گویند.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$\varepsilon'_\lambda(\lambda,\theta,\varphi,T)=\alpha'_\lambda(\lambda,\theta,\varphi,T)$ جسم بی‌ناز

$\varepsilon_\lambda(\lambda,T)=\alpha_\lambda(\lambda,T)$ جسم دیفیوز طیفی

$\varepsilon'(\theta,\varphi,T)=\alpha'(\theta,\varphi,T)$ جسم خاکستری

$\varepsilon(T)=\alpha(T)$ جسم دیفیوز خاکستری

$\Rightarrow$ Krichoffe's Law

کلاً در علم تابش سطوح را به دو دسته‌ی ایده‌آل و غیر ایده‌آل تقسیم می‌کنیم

که خود سطوح ایده‌آل شامل دو دسته است.

surface
- Ideal
  - $\varepsilon=\alpha=1$ جسم سیاه
  - $\varepsilon=\alpha<1$ دیفیوز خاکستری
- non Ideal
  - $\alpha'_\lambda=\varepsilon'_\lambda$ جسم بی‌ناز
  - $\alpha'=\varepsilon'$ جسم خاکستری
  - $\alpha_\lambda=\varepsilon_\lambda$ جسم دیفیوز طیفی

فرض کنید هیچ انرژی از سطح عبور نمی‌کند پس داریم: $\tau=0$

$\rho+\alpha+\cancel{\tau}=1$ $\qquad \rho=1-\alpha$ $\qquad$ جسم دیفیوز خاکستری $\rho=1-\varepsilon$

$\rho_\lambda + \alpha_\lambda + \cancel{\tau_\lambda}^{0} = 1$ $\rho_\lambda = 1 - \alpha_\lambda$ جسم دیفیوز طیفی $\rho_\lambda = 1 - \varepsilon_\lambda$

$\rho' + \alpha' + \cancel{\tau'}^{0} = 1$ $\rho' = 1 - \alpha'$ جسم خاکستری $\rho' = 1 - \varepsilon'$

$\rho'_\lambda + \alpha'_\lambda + \cancel{\tau'_\lambda}^{0} = 1$ $\rho'_\lambda = 1 - \alpha'_\lambda$ تحت هر شرایط $\rho'_\lambda = 1 - \varepsilon'_\lambda$

شار برخوردی به یک سطح را در کتاب سیگال با q_i و در کتاب اینکروپرا و هولمن با G نشان می‌دهند. شار خروجی از یک سطح را در کتاب سیگال با q_o و در کتاب اینکروپرا و هولمن با J نشان می‌دهند و به آن Radiosity گویند. Radiosity متشکل از دو قسمت است:

۱- از آن جایی هر سطح یک دمایی دارد اگر سطح در تمام طول موج‌ها و در تمام جهات بتابد مقدار انرژی برابر است با: $\varepsilon \sigma T^4$

ضریب انعکاس سطح = ρ

$$J = \underbrace{\rho G}_{\text{انعکاس شار از سطح به خاطر شار برخوردی}} + \underbrace{\varepsilon \sigma T^4}_{\text{ناشی از صدور تشعشع به خاطر داشتن دما}}$$

حال از کجا ممکن است شاری به مقدار G به سطح برخورد کند.

ضریب انعکاس سطح ρ بودن پس شار انعکاسی برابر ρG بوده بنابراین

radiosity همیشه مجموع این دو ترم است:

$$J=\rho G+\varepsilon\sigma T^4$$

ضریب جذب $\alpha = \dfrac{\text{انرژی جذب شده}}{\text{انرژی برخوردی به جسم}}$

$$\alpha_\lambda=\frac{\text{انرژی جذب شده}}{G_\lambda}$$

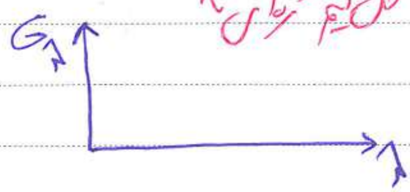
انرژی جذب شده $= \alpha_\lambda \cdot G_\lambda$

$$\alpha=\frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda G_\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda}$$

$$\boxed{\alpha(T)=\frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda,T)\,G_\lambda(\lambda,T)}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda,T)}}\quad 1$$

ضریب جذب کل نیم کروی

$$\rho=\frac{\text{انرژی منعکس شده}}{\text{انرژی برخوردی به جسم}}$$



$$\rho_\lambda=\frac{\text{انرژی منعکس شده}}{G_\lambda}$$

انرژی منعکس شده $= \rho_\lambda \cdot G_\lambda$

$$2\quad\boxed{\rho(T)=\frac{\int_0^\infty \rho_\lambda(\lambda,T)\,G_\lambda(\lambda,T)\,d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda,T)\,d\lambda}}$$

فرمول ۳

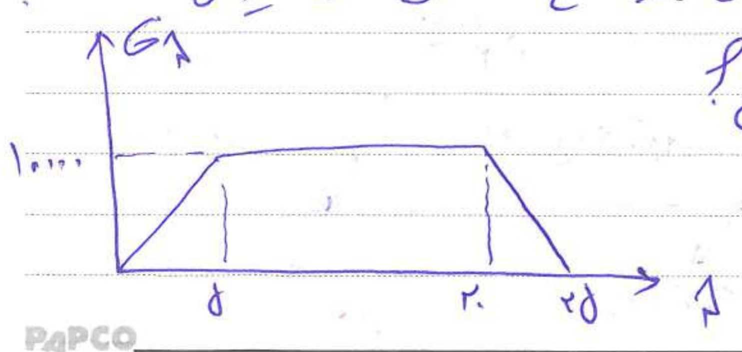
$$\alpha(T)=\frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda,T)\,G_\lambda(\lambda,T)\,d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda,T)\,d\lambda}$$

فرمول ۴

$$\varepsilon(T)=\frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda(\lambda,T)\,e_\lambda(\lambda,T)\,d\lambda}{\int_0^\infty e_\lambda(\lambda,T)\,d\lambda}$$

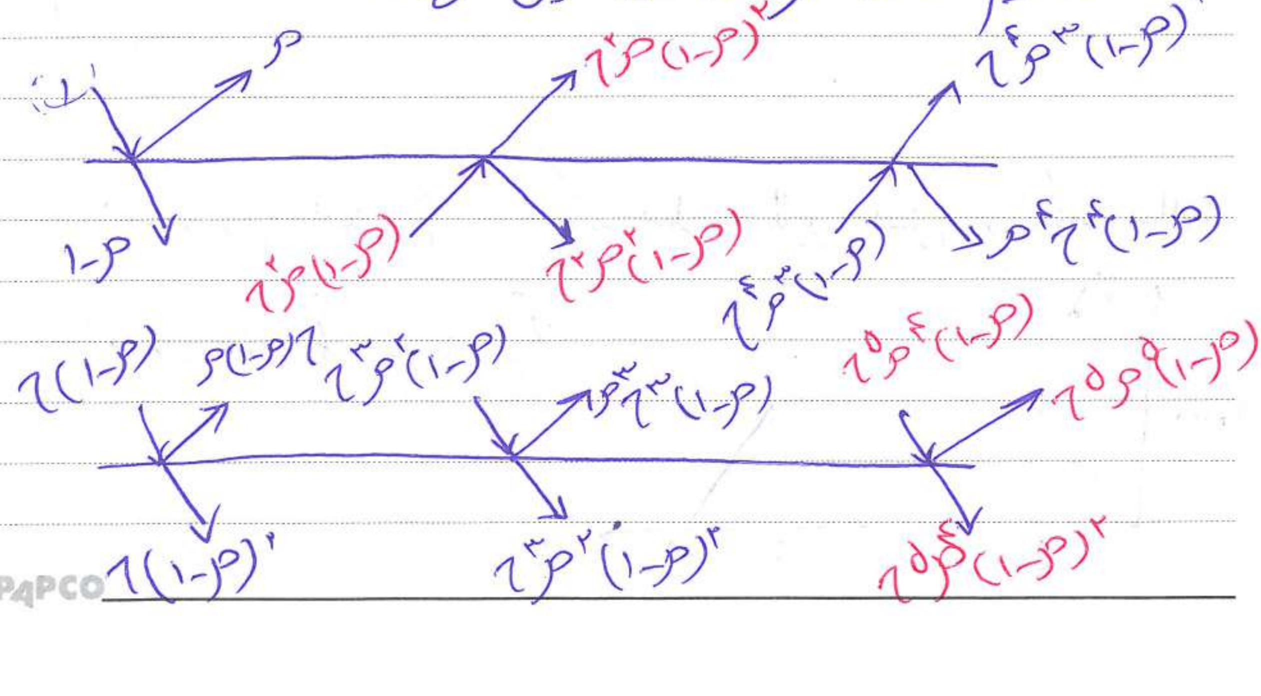
در کل در جدول فوق ملاحظه می‌شود که هر جا صدور باشد e و در جذب انعکاس و عبور همیشه G وارد می‌شود. اشاره کردیم که مباحث فوق را از کتاب اینکروپرا بیان نمودیم که کاملاً با کتاب سیگال متفاوت است.

* مثال:
شار ورودی طیفی نیم‌کروی به یک سطح مطابق شکل زیر می‌باشد. مطلوبست محاسبه شار کل نیم‌کروی؟



$G=\int_0^\infty G_\lambda \, d\lambda =$ مساحت سطح زیر نمودار $= \frac{(25+15)\times 10000}{2} = 2$

* در حالیکه گفته شد اشاره نمودیم که یکی از سطوح انتخاب جسم سیاه خواهد بود.
حال اجازه دهید جسم بغیر ها را سطوح کنیم. در شکل زیر دو صفحه می بینید که دو شیشه موازی یکدیگرند. در داخل شیشه هیچ چیزی وجود ندارد. بین دو صفحه سیاه و سیال وجود دارد که ضریب عبور صفحه τ می باشد. می خواهیم درصد انرژی منعکس شده از کل سیستم درصد انرژی جذب شده و درصد انرژی عبور یافته را بدست آوریم. کاربرد این مسئله در شیشه های دو جداره، آکواریوم ها و استخرهای خورشیدی می باشد:

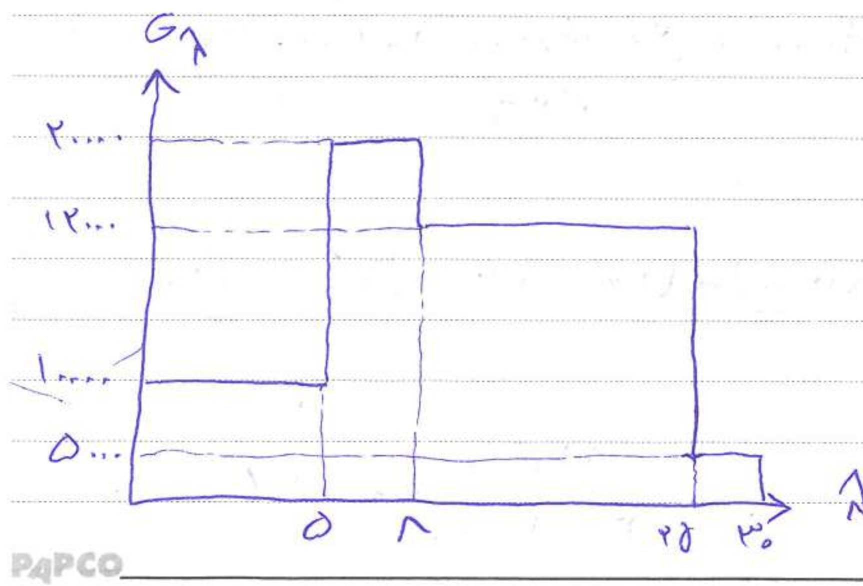


مثال:

ماهواره‌ای سیگنالی را ارسال نموده است. این سیگنال توسط اتمسفر و یونسفر ما هستش تضعیف کرده است. سیگنال طیفی نیم کره‌ای و شار برخوردی این سیگنال مطابق نمودار G_λ در شکل زیر می‌باشد. حال به فروشگاه رفتیم و به دلخواه یک دستگاه رسیور انتخاب می‌کنیم. در بروشور این رسیور که توضیحات در آن نوشته شده نمودار ضریب جذب طیفی نیم کره‌ای که در آزمایشگاه بدست آمده ترسیم شده که مطابق نمودار زیر می‌باشد:

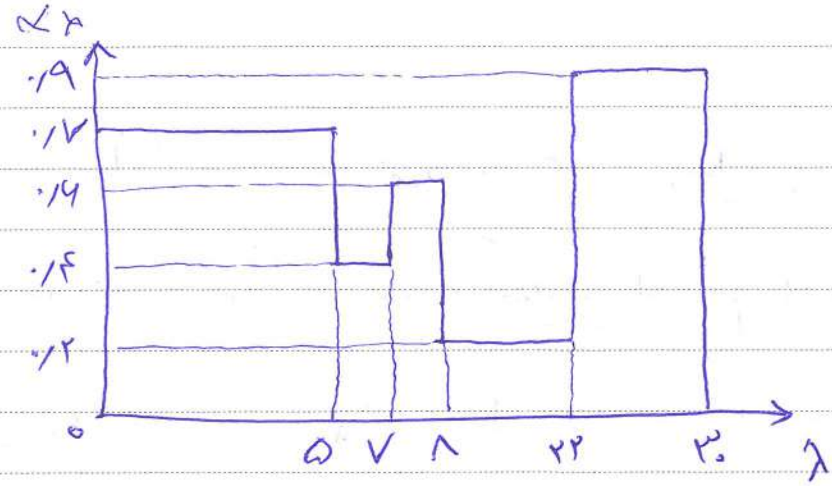
الف) مطلوبست شار برخوردی کلی نیم کره‌ای رسیور؟

ب) مطلوبست محاسبه ضریب جذب کلی نیم کره‌ای رسیور؟



Subject:

Year. Month. Date. ( )



حل:

الف)

$$G=\int_0^\infty G_\lambda\, d\lambda=(5\times 1000)+(3\times 2000)+(17\times 12000)+(5\times 8000)=\boxed{339000}$$

ب)

$$\alpha(T)=\frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda,T)\,G_\lambda(\lambda,T)}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda,T)}$$

$$\alpha(T)=\frac{(5\times 0/7\times 1000)+(2\times 0/4\times 2000)+(1\times 0/6\times 2000)}{339}$$

مخرج: جواب قسمت الف

$$\frac{(14\times 0/2\times 12000)+(3\times 0/9\times 12000)+(5\times 0/9\times 8000)}{}=$$

$$\frac{151500}{339000}=\boxed{0/446}$$

Subject:
Year. ۹۲ Month. ۹ Date. ۹ ( ) ص ۲۸

* پیرامون شکل ۲ از ص ۲۶ :

$$R = \text{Reflectance} = \rho + \rho(1-\rho)^2\tau^2 + \rho^3(1-\rho)^2\tau^4 + \rho^5(1-\rho)^2\tau^6 + \cdots$$

$$R = \rho\left[1 + (1-\rho)^2\tau^2\left[1 + \rho^2\tau^2 + \rho^4\tau^4 + \cdots\right]\right] \times \frac{1-\rho^2\tau^2}{1-\rho^2\tau^2}$$

مقدار کل انرژی منعکس شده .

$$R = \rho\left[\frac{1 + (1-\rho)^2\tau^2}{1-\rho^2\tau^2}\right]$$

کسر عبوری

$$T = \text{transmitance} = (1-\rho)^2\tau + \rho^2(1-\rho)^2\tau^3 + \rho^4(1-\rho)^2\tau^5 + \cdots$$

$$\tau(1-\rho)^2\left[1 + \rho^2\tau^2 + \rho^4\tau^4 + \cdots\right] \times \frac{1-\rho^2\tau^2}{1-\rho^2\tau^2}$$

$$T = \frac{\tau(1-\rho)^2}{1-\rho^2\tau^2}$$

* انتقال حرارت بین سطوح سیاه:

Heat exchanges between black body surfaces:

فرض کنید دو المان به مساحت های dA_1 و دمای T_1 و dA_2 و دمای T_2 داریم که این دو المان سیاه می‌باشند و به فاصله ی S از یکدیگر قرار دارند. مساحت تصویری dA_1 می‌شود $dA_1 \cos\theta_1$ و مساحت تصویری dA_2 می‌شود $dA_2 \cos\theta_2$. توجه کنید θ_1 و θ_2 زوایا نسبت به خط عمودند.

همان طور که در گذشته داشتیم انرژی صادره از یک المان به صورت زیر می‌باشد:

انرژی صادره از یک جسم سیاه به دمای T بر واحد زمان $= i'_{\lambda b}(\lambda, T)\, d\lambda\, dA \cos\theta\, d\omega$

انرژی صادره کل از یک جسم سیاه به دمای T بر واحد زمان $= \int_0^\infty i'_{\lambda b}(\lambda, T)\, d\lambda\, dA \cos\theta\, d\omega$

$$= dA \cos\theta\, d\omega \underbrace{\int_0^\infty i'_{\lambda b}(\lambda, T)\, d\lambda}_{\frac{\sigma T^4}{\pi}} =$$

ادامه

ادامه

$$q_1 = \frac{\sigma T^4 dA \cos\theta \, d\omega}{\pi}$$

انرژی کل صادره از المان dA_1 که به المان dA_2 می‌رسد.

$$= \frac{\sigma T_1^4 dA_1 \cos\theta_1 \, d\omega_1}{\pi} = \frac{\sigma T_1^4 dA_1 dA_2 \cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2}$$

انرژی کل صادره از المان dA_2 که به المان dA_1 می‌رسد.

$$= \frac{\sigma T_2^4 dA_2 \cos\theta_2 \, d\omega_2}{\pi} = \frac{\sigma T_2^4 dA_1 dA_2 \cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2}$$

$$d\omega_1 = \frac{dA_2 \cos\theta_2}{r^2}$$

$$d\omega_2 = \frac{dA_1 \cos\theta_1}{r^2}$$

از قبل می‌دانیم

$$q_{1-2} = \sigma \left(T_1^4 - T_2^4\right) \frac{dA_1 dA_2 \cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2}$$

تبادل خالص تشعشع بین دو المان سیاه

* ضریب شکل (ضریب دید) : configuration factor :

ضریب شکل در واقعیت نسبت انرژی در واحد زمان از یک جسم در تمام طول موج ها و در یک راستا را بر انرژی در واحد زمان در تمام طول موج ها و در تمام جهات نشان می دهد. بنابراین F یک نسبت انرژی است ولی از آن جایی که σT^4 در روابط از صورت و مخرج ساده می گردد آن چه باقی می ماند مساحت، زاویه و فاصله است. به همین دلیل آن را ضریب شکل یا ضریب دید نامند.

$$F_{dA_1-dA_2} = \frac{\dfrac{\cancel{\sigma T_1^4}\, dA_1\, dA_2 \cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi S^2}}{\cancel{\sigma T_1^4}\, dA_1} = \frac{dA_2 \cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi S^2}$$

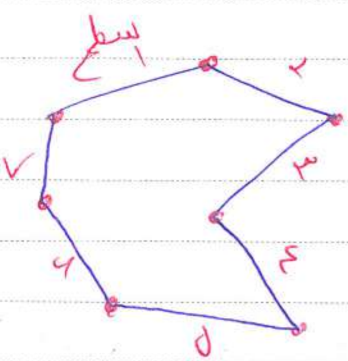
$$F_{dA_2-dA_1} = \frac{\dfrac{\sigma T_2^4\, dA_1\, dA_2 \cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi S^2}}{\sigma T_2^4 \times dA_2} = \frac{dA_1 \cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi S^2}$$

$$\boxed{dA_1 \times F_{dA_1-dA_2} = dA_2 \times F_{dA_2-dA_1}} \quad *$$

$$A_1 F_{1-2} = A_2 F_{2-1}$$

← رابطه برگشت پذیری گویند

اگر به انتهای کتاب سنگل یا جدول ۱۳-۱ کتاب اینکروپرا مراجعه
کنید ضرایب شکل بسیاری از اشکال چه با فرمول و چه توسط مرجع
را انتهای داده شده است. ملاحظه نمودید که ضریب شکل یا ضریب دید
بستگی به مساحت و زاویه و فاصله دارد ولی مفهوم آن نسبت انرژی است
لذا از آن جایی که F یک نسبت است برای یک محفظه بسته برای
هر سطح داریم: $\sum_{j=1}^{n} F_{ij}=1$

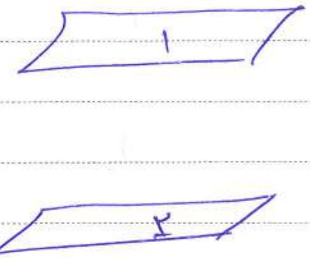


$$F_{11}+F_{12}+F_{13}+F_{14}+F_{15}+F_{16}+F_{17}=1$$

$F_{11}=0$: انرژی که سطح از خودش به خودش می‌رسد ← (خود بین نیست و برابر صفر انرژی آن)

* سطح مقعر خودبین بوده و F_{11} آن دیگر صفر نیست. ← 

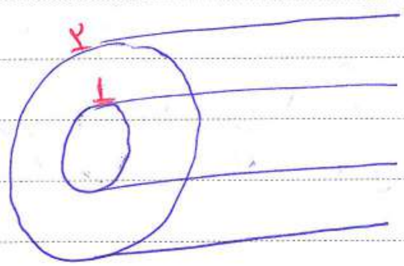
* مثال:
فرض کنید دو صفحه موازی طویل داریم. طویل یعنی در بی‌نهایت
همدیگر را قطع می‌کنند پس ما یک محفظه بسته داریم:



$\cancel{F_{11}}^{0} + F_{12} = 1 \qquad F_{12} = 1$

$F_{21} + \cancel{F_{22}}_{0} = \qquad F_{21} = 1$

* مثال: فرض کنید دو استوانه ی متحد المرکز طویل داریم



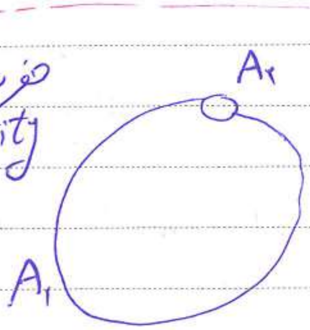
$\cancel{F_{11}}_{0} + F_{12} = 1 \qquad F_{12} = 1$

$F_{21} + F_{22} = 1 \longrightarrow \frac{A_1}{A_2} + F_{22} = 1 \longrightarrow F_{22} = 1 - \frac{A_1}{A_2}$

$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \longrightarrow F_{21} = \frac{A_1}{A_2}$

اگر برحسب شعاع بود: $F_{22} = 1 - \frac{r_1}{r_2}$

حفره
cavity



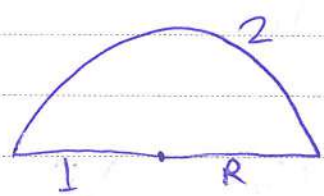
$F_{11} + F_{12} = 1$

$F_{21} + \cancel{F_{22}}_{0} = 1 \qquad F_{21} = 1$

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$$

$$F_{12} = \frac{A_2}{A_1} \qquad F_{11} = 1 - \frac{\cancel{A_2}^{\,0}}{A_1} \approx 1$$

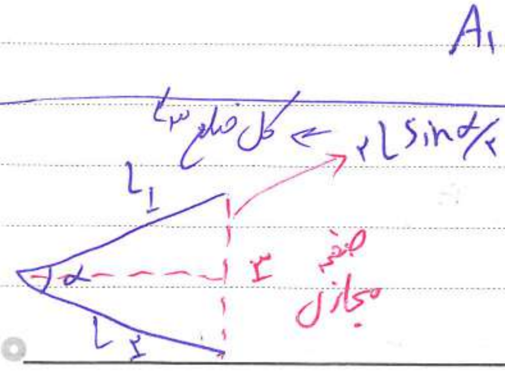
حالا ملاحظه می‌کنید که F_{11} خیلی نزدیک به 1 است مفهومش یعنی هر چه انرژی از 1 رها شود اگر آن به خود 1 می‌رسد لذا انرژی از روزنه نمی‌تواند فرار کند. پس انرژی آن جا محبوس شده لذا جذب بالا می‌رود پس هر انرژی که بتواند وارد روزنه شود امکان فرار آن بسیار کم است. در کتاب اینکر و پرا آخرین مسئله‌ای که باید ببینید مسئله یک هیتر (گرم کن) است. مطابق شکل زیر کف آن 1 و سقف آن 2 می‌باشد.



$$\cancel{F_{11}}^{\,0} + F_{12} = 1 \qquad F_{12} = 1$$

$$F_{21} + F_{22} = 1 \rightarrow \underline{F_{22} = 1 - \frac{2}{\pi}}$$

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \qquad F_{21} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{2\cancel{R}}{\pi \cancel{R}} = \frac{2}{\pi}$$



$$F_{12} = ?$$

$$\cancel{F_{11}}^{\,0} + F_{12} + F_{13} = 1$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

۰/۵ $\cancel{F_{31}} + F_{32} + \cancel{F_{33}} = 1$ صفر

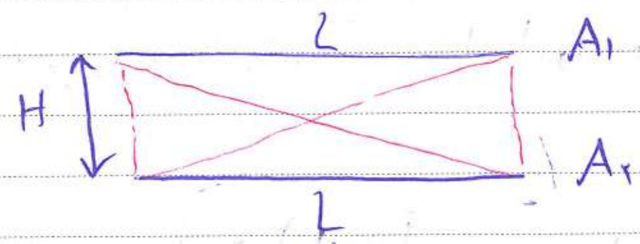
چون شکل قرینه است $F_{31} = F_{32} = 0.5$

$$A_1 F_{13} = A_3 F_{31}$$

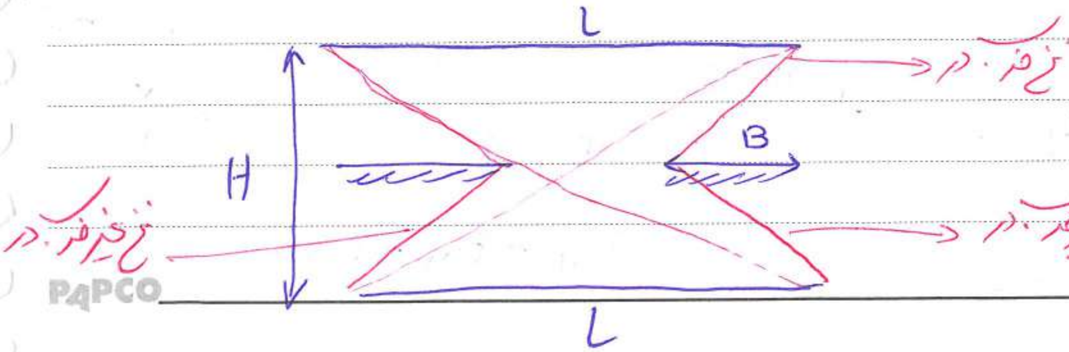
$$\cancel{L} \times F_{13} = \cancel{2}\cancel{L} \sin\frac{\alpha}{2} \times \frac{1}{\cancel{2}}$$

$$\cancel{F_{11}} + F_{12} + F_{13} = 1 \qquad F_{12} = 1 - \sin\frac{\alpha}{2}$$

Hottel's cross-string method *

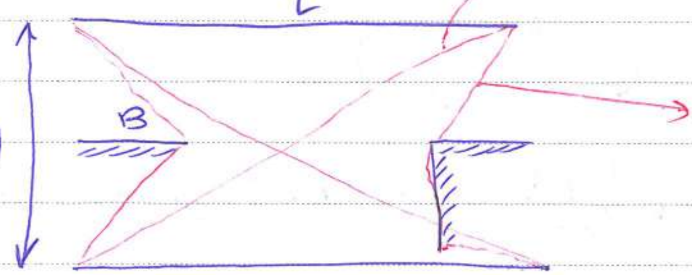


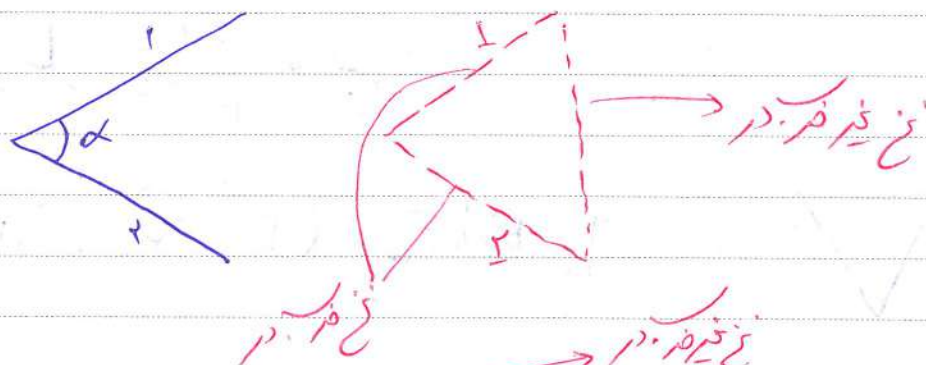
$$F_{12} = \frac{\text{نخ غیرضر. د} - \text{نخ ضر. د}}{2A_1} = \frac{2\sqrt{L^2+H^2} - 2H}{2L}$$



PAPCO

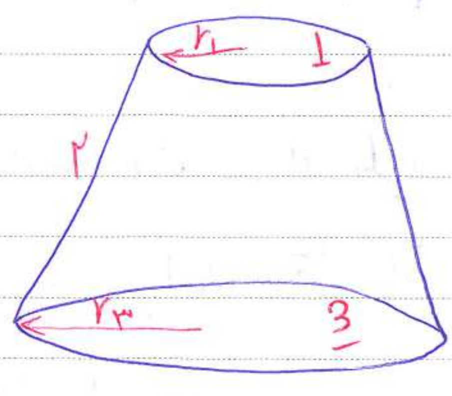
نخ ضربدر $= 2\sqrt{L^2 + H^2}$ نخ غیر ضربدر $= 4\sqrt{\left(\frac{H}{2}\right)^2 + B^2}$





نخ ضربدر $\leftarrow$

$$\frac{2L - 2L\sin\frac{\alpha}{2}}{2L} = \boxed{1 - \sin\frac{\alpha}{2}}$$



$$\Sigma F_{ij} = 1$$

$$A_i F_{ij} = A_j F_{jA}$$

$$\cancel{F_{11}} + F_{12} + F_{13} = 1$$

$F_{11} \to 0$

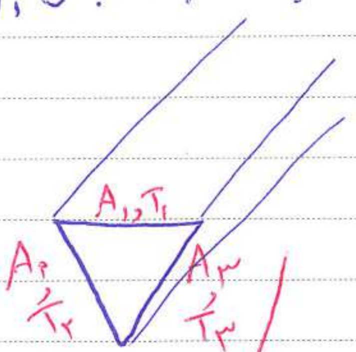
F_{13} از جدول کتاب بدست می‌آید

Subject:
Year. ۹۲ Month. ۹ Date. ۱۳ ( )

حال در یک محفظه بسته داشته باشیم که سطوح آن سیاه بوده گرمای تبادلی سطح i با دیگر سطوح از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$q_i = \varepsilon A_i F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4)$$

فرض کنید یک محفظه مثلثی طویل داریم که دمای سطوح آن T_1 و T_2 و T_3 و مساحت هر وجه آن A_1 و A_2 و A_3 می‌باشد. با توجه به رابطه q_i برای هر سطح می‌توانیم بنویسیم:



$$q_1 = A_1 F_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4) + A_1 F_{13} \sigma (T_1^4 - T_3^4)$$

$$q_2 = A_2 F_{21} \sigma (T_2^4 - T_1^4) + A_2 F_{23} \sigma (T_2^4 - T_3^4)$$

$$q_3 = A_3 F_{31} \sigma (T_3^4 - T_1^4) + A_3 F_{32} \sigma (T_3^4 - T_2^4)$$

$$q_1 + q_2 + q_3 = 0 \rightarrow q_{tot} = 0$$

اگر در یک محفظه n سطح سیاه داشته باشیم همواره $\sum q_n = 0$ می‌باشد.
هرگاه این رابطه برقرار باشد اصطلاحاً می‌گویند محفظه در تعادل تابشی است.

اشاره کردیم که سطوح ایده آل به دو دسته تقسیم می‌شود:

۱- سطح سیاه که $\alpha = \varepsilon = 1$

۲- سطح خاکستری که $\alpha = \varepsilon$

در جلسات گذشته بیان شد مقدار شار خروجی از یک جسم که با J نشان می‌دهیم برابر زیر می‌باشد:

$$J = \varepsilon \sigma T^4 + \rho G$$

$$\boxed{\begin{aligned} J &= \varepsilon \sigma T^4 + (1-\varepsilon) G \\ J &= \varepsilon E_b + (1-\varepsilon) G \end{aligned}}$$

* روش مدار برق:

یکی از روش‌های حل معادلات و مسائل تابش روش رسم مدار برق است
بسیاری از مسائل از این روش راحت‌تر حل می‌شوند. توجه داشته باشید
مسائل مربوط به سطوح دیفیوز خاکستری است. فرض کنید G مقدار
شار برخوردی به سطحی باشد و J شار خروجی از سطح باشد داریم

Subject:
Year. Month. Date. ( )

صورت خالص تبادل حرارت روی سطح برابر است با :

$$\boxed{\frac{q}{A} = J - G}$$

با توجه به فرمول داخل کادر صفحه قبل داریم:

$$G = \frac{J - \varepsilon E_b}{1-\varepsilon}$$

$$\frac{q}{A} = J - \frac{J - \varepsilon E_b}{1-\varepsilon} = \frac{\cancel{J} - J\varepsilon - \cancel{J} + \varepsilon E_b}{1-\varepsilon}$$

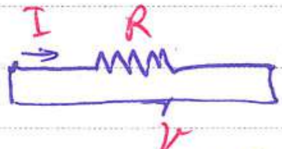
$$\frac{q}{A} = \frac{\varepsilon (E_b - J)}{1-\varepsilon} \qquad q = \frac{\varepsilon A (E_b - J)}{1-\varepsilon}$$

معادل اختلاف پتانسیل

$$q = \frac{E_b - J}{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon A}}$$

معادل شدت جریان

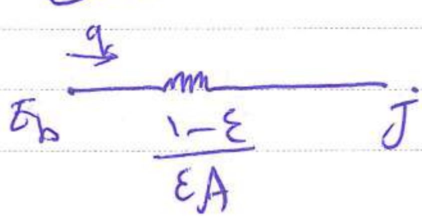
معادل مقاومت
(مقاومت سطحی)



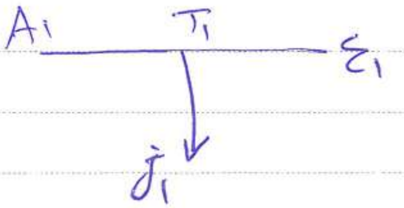
جریان $I = \frac{V}{R}$

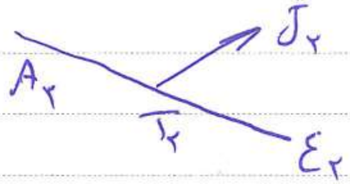
اختلاف پتانسیل

مقاومت



حال فرض کنید دو سطح با مساحت های A_1 و A_2 در دمای T_1 و T_2 و ضرایب صدور ε_1 و ε_2 داریم خالص تبادل حرارت بین دو سطح به صورت زیر می باشد:





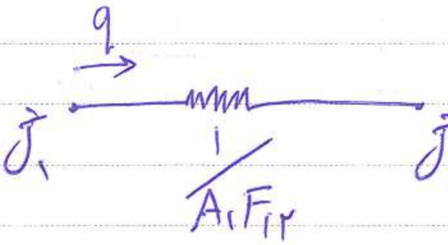
انرژی صادره از A_1 که به A_2 می رسد $= A_1 F_{12} J_1$

انرژی صادره از A_2 که به A_1 می رسد $= A_2 F_{21} J_2$

خالص تبادل بین دو سطح $= A_1 F_{12} J_1 - \underbrace{A_2 F_{21}}_{A_1 F_{12}} J_2$

$$q = A_1 F_{12} (J_1 - J_2)$$

$$\boxed{q = \frac{J_1 - J_2}{\frac{1}{A_1 F_{12}}}}$$

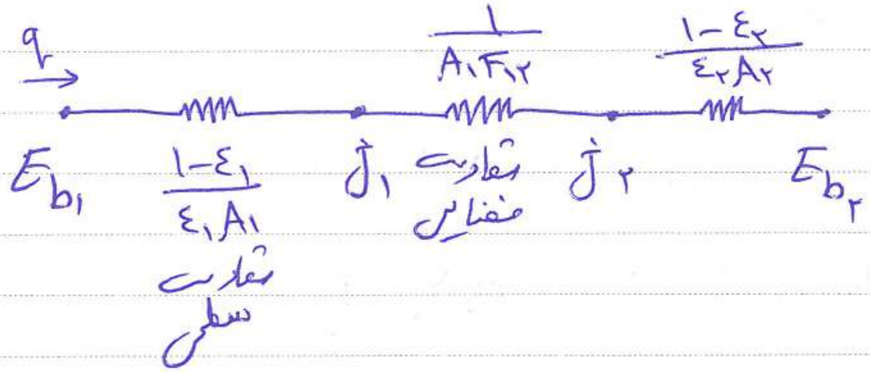


* مثال:

دو صفحه موازی طویل داریم که خاکستری می‌باشد. از روش مدار برق مقدار تبادل حرارت بین دو سطح را بدست آورید؟

A_1, ε_1, T_1

A_2, ε_2, T_2

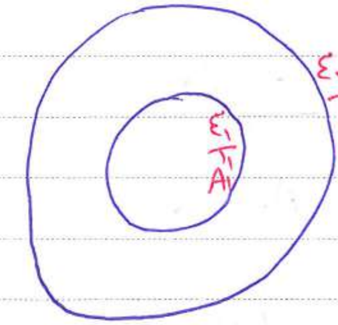


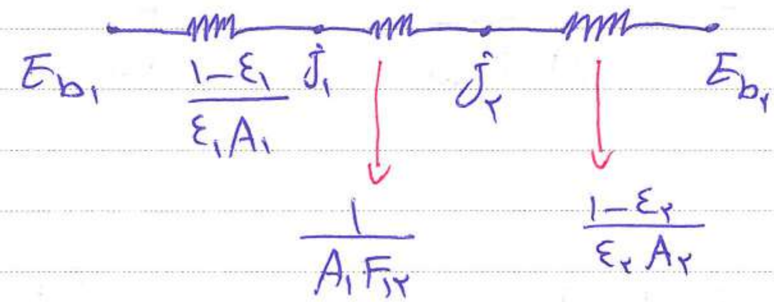
$$q = \frac{E_{b_1}-J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1A_1}} = \frac{J_1-J_2}{\frac{1}{A_1F_{12}}} = \frac{J_2-E_{b_2}}{\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2A_2}}$$

$$q = \frac{E_{b_1}-E_{b_2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1A_1}+\frac{1}{A_1F_{12}}+\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2A_2}} = \frac{\sigma(T_1^4-T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1A_1}+\frac{1}{A_1}+\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2A_2}}$$

$F_{12}=1$

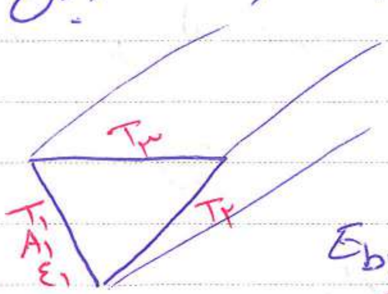
* مثال: دو کره‌ی متحدالمرکز دیفیوز خاکستری شبکه مدار برق را برای آن رسم کنید؟

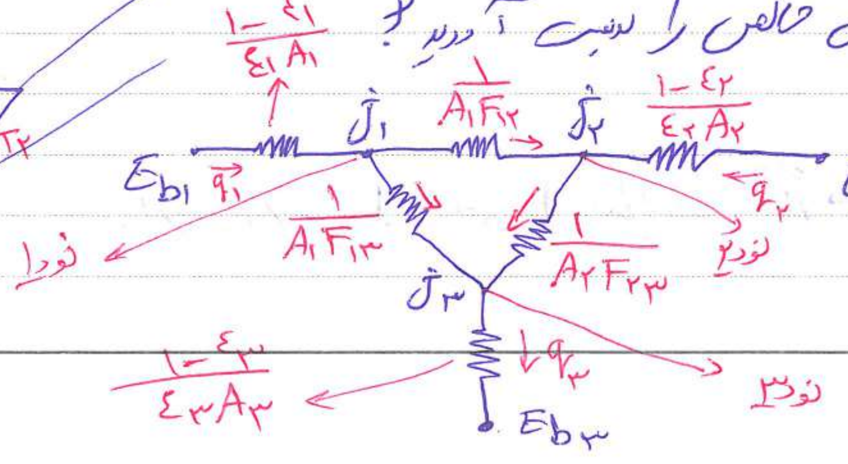




$$q = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$

یک محفظه‌ی مثلثی طویل را در نظر بگیرید با استفاده از شبکه مدار برق مقدار تابش خالص را بدست آورید؟





$$\text{I. } \text{نود } 1 = \frac{E_{b1} - J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1}} = \frac{J_1 - J_2}{\frac{1}{A_1 F_{12}}} + \frac{J_1 - J_3}{\frac{1}{A_1 F_{13}}}$$

$$\text{II: } \frac{J_1 + J_2}{\frac{1}{A_1 F_{12}}} + \frac{E_{b2} - J_2}{\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} = \frac{J_2 - J_3}{\frac{1}{A_2 F_{23}}}$$

$$\text{III: } \frac{J_1 - J_3}{\frac{1}{A_1 F_{13}}} + \frac{J_2 - J_3}{\frac{1}{A_2 F_{23}}} = \frac{J_3 - E_{b3}}{\frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 A_3}}$$

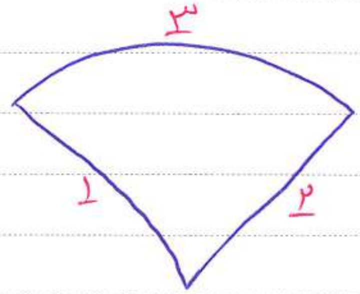
$\Longrightarrow$

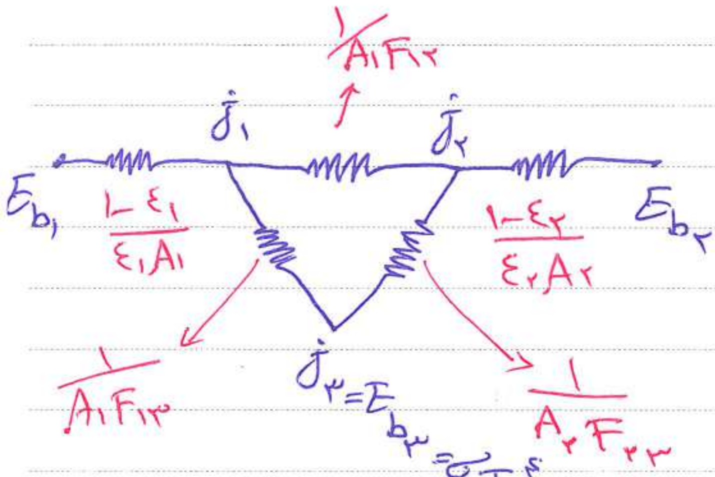
حل همزمان معادلات $\Longrightarrow$ J_1, J_2, J_3 $\qquad q_1 = \dfrac{E_{b1} - J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1}}$ ✓

نکته: درمورد سطوحی که نود بیش هستند و از دو سطح بیشتر هستند نباید از چند مداری استفاده کرد. و از روش net radiation method استفاده می کنند.

* حالات خاص: ۱- اگر یکی از سطوح صفحه ساده باشد مثلاً سطح ۳

سایه باشد مدار برق به شکل زیر در می آید:

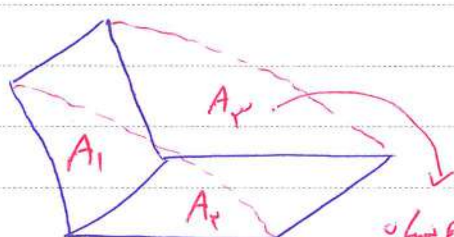




سری: $R = R_1 + R_2$

موازی $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

2- اگر شکلی مانند زیر داشتیم:



(سطح فرضی را می بندیم) با استفاده از سطح فرضی که حالت همواری می باشد و جسم سیاه فرض می شود سطح به صورت سطح بسته درآمده و مدار برق آن مثل حالت قبل است.

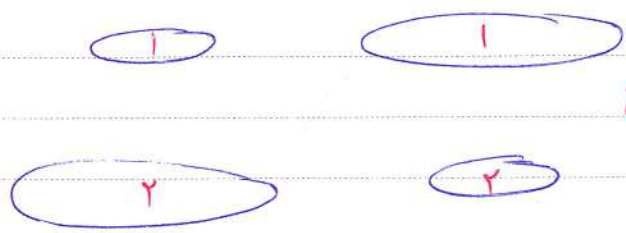
3- گر فرض کنیم که سطح ۳ عایق باشد آنگاه مدار برق مثل حالت

Subject:

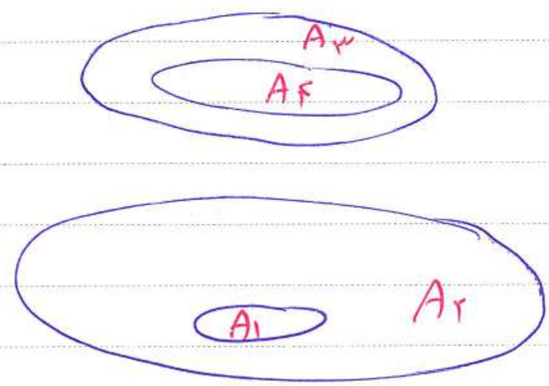
Year. Month. Date. ( )

قبل دیدیم با این تفاوت که $\sigma T_3^4 \neq \overline{J_3} \neq E_{b_3}$.

* مثال: همان طور که اشاره شد در کتاب های انتقال حرارت ضریب شکل در کتاب داده شده.



حال با دانستن این مطلب است محاسبه F_{2-3} در شکل زیر؟



$$F_{2-3} = F_{2-(3+4)} - F_{2-4}$$

$$A_2 F_{2-(3+4)} = (A_3 + A_4) F_{(3+4)-2}$$

$$A_2 F_{2-(3+4)} = (A_3 + A_4)\left[\underbrace{F_{(3+4)-(2+1)}}_{} - \underbrace{F_{(3+4)-1}}_{}\right]$$

قابل محاسبه   قابل محاسبه

$$\underbrace{F_{2-(3+4)}}_{\checkmark} = \frac{A_3 + A_4}{A_2}\left[F_{(3+4)-(1+2)} - F_{(3+4)-1}\right]$$

$$A_{۲} F_{۲-۴} = A_{۴} F_{۴-۲}$$

$$F_{۲-۴} = \frac{A_{۴}}{A_{۲}} \left[\underbrace{F_{۴-(۱+۲)}}_{\text{قابل محاسبه}} - \underbrace{F_{۴-۱}}_{\text{قابل محاسبه}} \right]$$