

# نمودارهای طول موثر ستون

## Alignment Charts

نمودارهای طول موثر ستون براساس فرضیات شرایط ایده آلی تهیه شده اند که در سازه های واقعی به ندرت محقق می شوند . این فرضیات عبارتند از :

.1 رفتار کاملا ارجاعی است.

.2 همه اعضا سطح مقطع شان ثابت است.

.3 همه گره ها صلب هستند.

.4 برای ستونهای قابهای بدون حرکت جانبی، دورانها در دو انتهای تیرهای محدود کننده ستون، مقدارشان برابر و جهت شان مخالف هم بوده؛ لذا دارای خمش با انحنای ساده (تکی) هستند.

.5 برای ستون های قابهای با امکان حرکت جانبی، دورانهای دو انتهای تیر محدود کننده ستون، مقدار و جهت شان برابر بوده، لذا دارای خمش با انحنای مضاعف (معکوس) هستند.

.6  $L\sqrt{P/EI}$  پارامتر سختی همه ستونها برابر است.

.7 توزیع گیرداری گرهی بین ستون بالا و پایین گره به نسبت  $EI/L$  دو ستون بوده است.

.8 همه ستون ها همزمان کمانه می کنند.

.9 هیچ نیروی فشاری محوری قابل توجهی در تیرها وجود ندارد.

# نمودارهای طول موثر ستون

## Alignment Charts

■ نمودار طول موثر ستون برای قابهای بدون امکان حرکت جانبی که در شکل C-C2.3 نشان داده شده، براساس معادله زیر است:

$$\frac{G_A G_B}{4} (\pi/K)^2 + \left( \frac{G_A + G_B}{2} \right) \left( 1 - \frac{\pi/K}{\tan(\pi/K)} \right) + \frac{2 \tan(\pi/2K)}{(\pi/K)} - 1 = 0$$

■ نمودار طول موثر ستون برای قابهای با امکان حرکت جانبی که در شکل C-C2.4 نشان داده شده، براساس معادله زیر است:

$$\frac{G_A G_B (\pi/K)^2 - 36}{6(G_A + G_B)} - \frac{(\pi/K)}{\tan(\pi/K)} = 0$$

که ضریب صلبیت نسبی  $G$  عبارتست از :

$$G = \frac{\Sigma(E_c I_c / L_c)}{\Sigma(E_g I_g / L_g)} = \frac{\Sigma(EI/L)_c}{\Sigma(EI/L)_g}$$

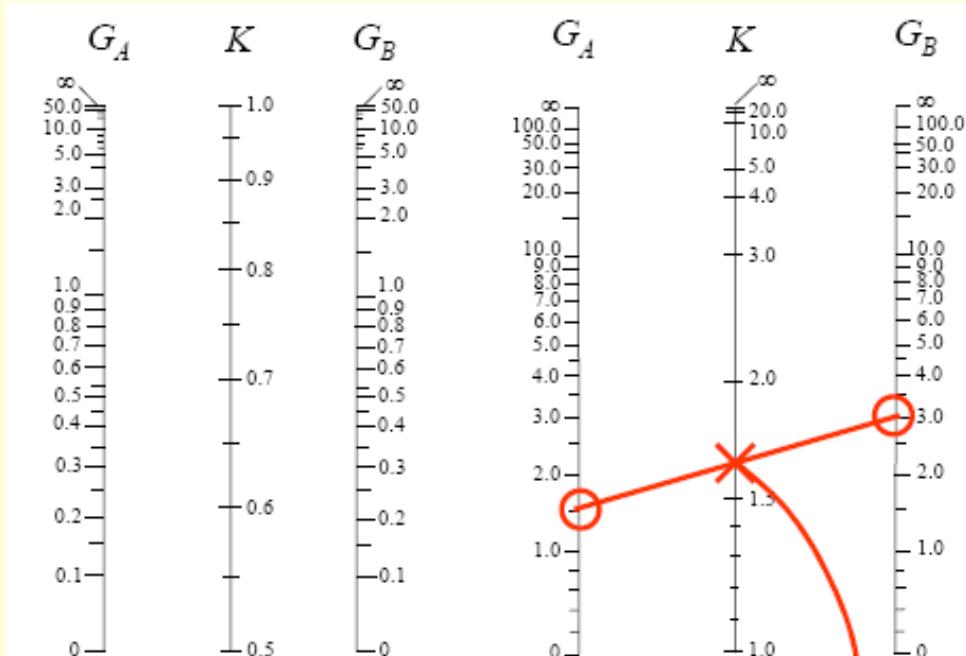
## Alignment Charts

# نمودارهای طول موثر ستون

$$G = \frac{\sum(E_c I_c / L_c)}{\sum(E_g I_g / L_g)} = \frac{\sum(EI/L)_c}{\sum(EI/L)_g}$$

برای تعیین K

- .1 نمودار مناسب انتخاب شود
- .2 G برای هر دو انتهای ستون محاسبه شود ( $G_A, G_B$ )
- .3 خط مستقیمی بین  $G_A$  و  $G_B$  رسم شده، مقدار K قرائت شود.



K = 1.6

# نمودارهای طول موثر ستون - تصحیحات مربوط به دورانهای گرهی

## Modifications on Alignment Charts – Joint Rotations

### تصحیحات برای شرایط انتهایی مختلف ستون:

**برای ستونهای مفصلی:** از نظر تئوری  $G$  بی نهایت بوده اما بکارگیری مقدار **10** پیشنهاد شده است (البته مگر در مواردیکه یک مفصل بدون اصطکاک واقعی طرح شده باشد).

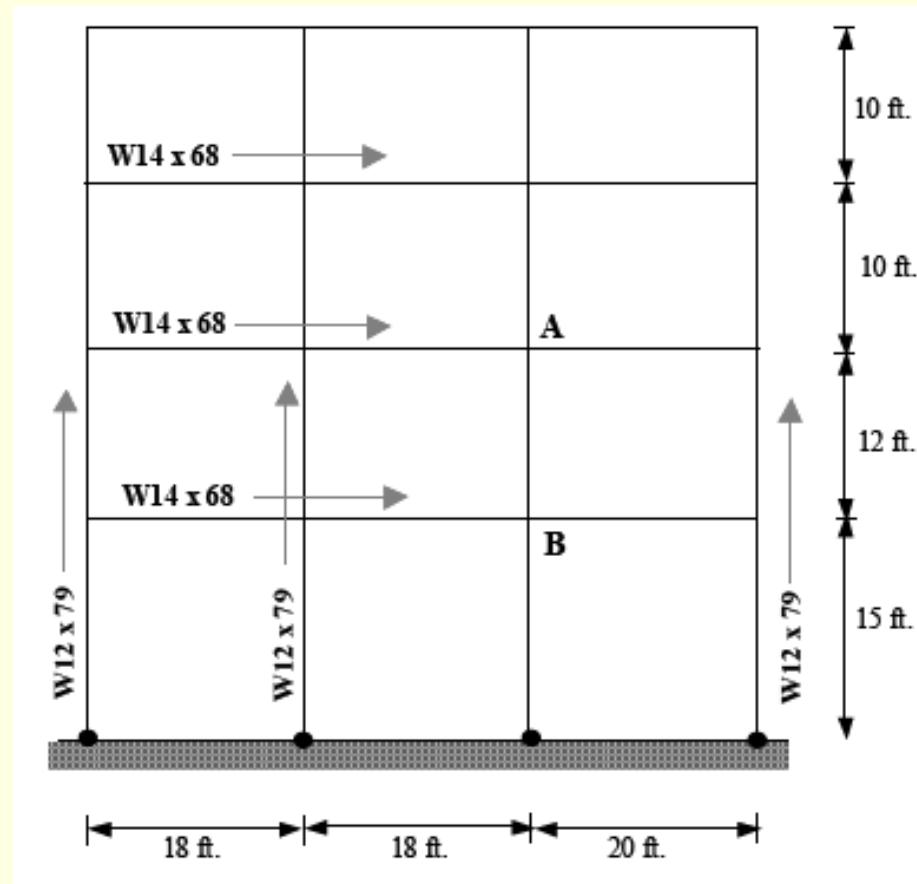
**برای اتصالات صلب ستونها به شالوده ها:** از نظر تئوری  $G$  صفر بوده اما بکارگیری مقدار **1.0** پیشنهاد شده است چون عمدلا هیچ اتصال کاملا صلبی وجود ندارد.

**تصحیحات مربوط به شرایط انتهایی مختلف تیر :** (ضرایب جدول زیر در  $(EI/L)g$  عضو تیر ضرب شود)

Condition at far end	Sidesway Prevented	Sidesway Uninhibited
Pinned	1.5	0.5
Fixed against rotation	2.0	0.67

## **EXAMPLE**

Calculate the effective length factor for the W12 x 53 column AB of the frame shown below. Assume that the column is oriented in such a way that major axis bending occurs in the plane of the frame. Assume that the columns are braced at each story level for out-of-plane buckling. Assume that the same column section is used for the stories above and below.



## **Step I. Identify the frame type and calculate L<sub>x</sub>, L<sub>y</sub>, K<sub>x</sub>, and K<sub>y</sub> if possible.**

- It is an unbraced (sidesway uninhibited) frame.
- L<sub>x</sub> = L<sub>y</sub> = 12 ft.
- K<sub>y</sub> = 1.0
- K<sub>x</sub> depends on boundary conditions, which involve restraints due to beams and columns connected to the ends of column AB.
- Need to calculate K<sub>x</sub> using alignment charts.

## **Step II - Calculate K<sub>x</sub>**

- W 12 x 53 ( I<sub>xx</sub> = 425 in<sup>4</sup> , r<sub>x</sub> = 5.23 in, r<sub>y</sub> = 2.48 in ),

W 14 x 68 ( I<sub>xx</sub> = 723 in<sup>4</sup> )

$$\bullet \quad G_A = \frac{\sum \frac{I_c}{L_c}}{\sum \frac{I_b}{L_b}} = \frac{\frac{425}{10 \times 12} + \frac{425}{12 \times 12}}{\frac{723}{18 \times 12} + \frac{723}{20 \times 12}} = \frac{6.493}{6.360} = 1.021$$

$$G_B = \frac{\sum \frac{I_c}{L_c}}{\sum \frac{I_b}{L_b}} = \frac{\frac{425}{12 \times 12} + \frac{425}{15 \times 12}}{\frac{723}{18 \times 12} + \frac{723}{20 \times 12}} = \frac{5.3125}{6.360} = 0.835$$

Using G<sub>A</sub> and G<sub>B</sub>: K<sub>x</sub> = 1.3 from Alignment Chart

## **Step III – Design strength of the column**

- K<sub>y</sub>L<sub>y</sub> = 1.0 x 12 = 12 ft = 144 in. (KL/r)<sub>y</sub> = 144 / 2.48 = 58.06 ←
- K<sub>x</sub>L<sub>x</sub> = 1.3 x 12 = 15.6 ft = 187.2 in. (KL/r)<sub>x</sub> = 187.2 / 5.23 = 35.79

Therefore, y-axis buckling governs.

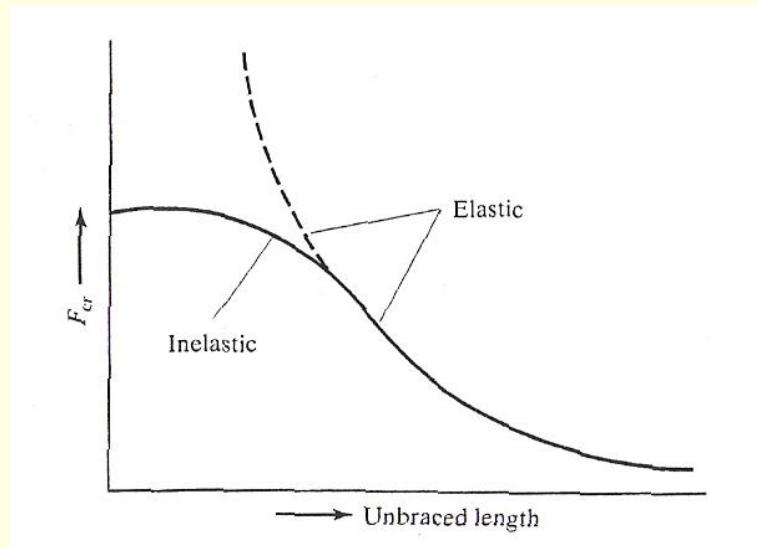
Therefore Ø<sub>c</sub>P<sub>n</sub> = 548 kips

# نمودارهای طول موثر ستون – تصحیحات مربوط به کمانش غیرارتاجاعی

## Modifications on Alignment Charts –Inelastic Buckling

نمودارهای طول موثر ستون بر مبنای فرض خرابی کاملاً ارتاجاعی ستون استوار هستند، که این فرض در عمل بندرت محقق می‌گردد.

خرابی در صد بالایی از ستونها در محدوده غیرارتاجاعی است. در این گونه موارد، مقادیر K نمودار خیلی محافظه کارانه بوده و باید تصحیح شود.

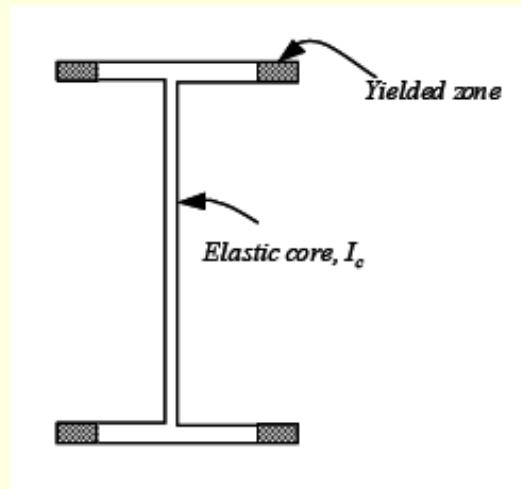


# نمودارهای طول موثر ستون - تصحیحات مربوط به کمانش غیرارتاجاعی

## Modifications on Alignment Charts –Inelastic Buckling

همانطور که قبلاً ذکر شد ، ضریب صلبیت نسبی  $G$  نشان دهنده نسبت صلبیت خمشی ستونها  $(EI_c/L_g)$  به تیرها  $(EI_g/L_g)$  است .

اما، اگر کمانش ستون در محدوده غیرارتاجاعی اتفاق بیافتد  $(KL/r \leq 4.71\sqrt{E/F_y})$  ، صلبیت خمشی ستون کاهش خواهد یافت چون  $I_c$  ممان اینرسی فقط هسته ارتاجاعی مقطع خواهد بود .



# نمودارهای طول موثر ستون – تصحیحات مربوط به کمانش غیرارتاجاعی

## Modifications on Alignment Charts –Inelastic Buckling

تیرها صلبیت خمشی بیشتری در مقایسه با صلبیت کاهش یافته ( $EI_c$ ) ستونهای غیرارتاجاعی خواهند داشت. در نتیجه تیرها خواهند توانست ستونها را بهتر مقید کنند که این امر برای طراحی ستون مطلوبتر است.

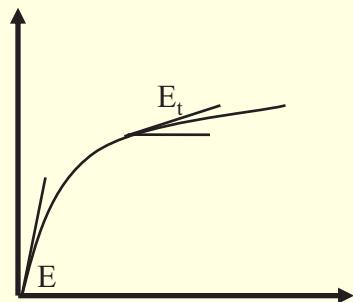
برای به حساب آوردن این موضوع، ضریب صلبیت نسبی  $G$  تصحیح می شود بدین ترتیب که در عبارت سختی ستون به جای مدول ارتجاعی  $E$  از مدول ارتجاعی مماسی  $E_t$  استفاده می شود:

$$G_{inelastic} = \frac{\sum(E_t I_c / L_c)}{\sum(EI_g / L_g)}$$
$$G_{inelastic} = \frac{E_t}{E} \frac{\sum(I_c / L_c)}{\sum(I_g / L_g)} = (E_t / E) G_{elastic}$$

# نمودارهای طول موثر ستون – تصحیحات مربوط به کمانش غیرارتاجاعی

## Modifications on Alignment Charts –Inelastic Buckling

معادله فوق الذکر روند تصحیح را نشان می دهد:  $G = E_t/E$  به روال پیشین محاسبه می شود، و سپس به ضریب تصحیح  $\tau = E_t/E$  که ضریب کاهش سختی (SRF) نامیده می شود ضرب می گردد.



نسبت  $E_t/E$  فرض می شود معادل باشد با نسبت :

$$\tau = \frac{E_t}{E} \approx \frac{F_{cr \text{ inelastic}}}{F_{cr \text{ elastic}}} = \frac{P_u / A}{c t_{scale}}$$

جدول زیر ضریب کاهش سختی ( $\tau$ ) را به صورت تابعی از تنش تسلیم  $F_y$  و تنش تسلیم  $P_u/A_g$  می دهد ، که  $P_u/A_g$  بار طراحی ضریب دار (از تحلیل) می باشد .

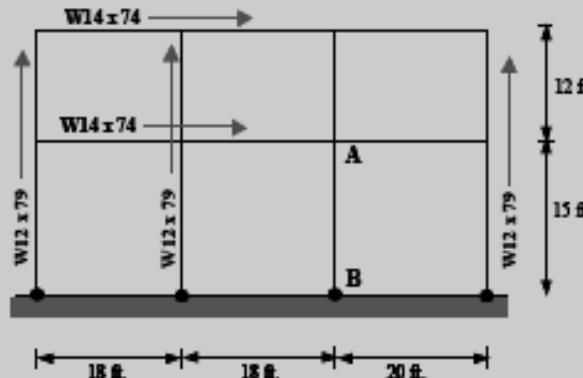
TABLE 7.2 Stiffness Reduction Factor  $\tau$ 

$P_u/A_s$	$F_y$ , ksi				
	35	36	42	46	50
43	—	—	—	—	—
42	—	—	—	—	0.0319
41	—	—	—	—	0.0944
40	—	—	—	—	0.155
39	—	—	—	0.00696	0.215
38	—	—	—	0.0756	0.273
37	—	—	—	0.142	0.329
36	—	—	—	0.207	0.383
35	—	—	0.0529	0.270	0.436
34	—	—	0.127	0.331	0.486
33	—	—	0.198	0.390	0.535
32	—	—	0.267	0.447	0.582
31	—	—	0.334	0.501	0.627
30	—	0.0529	0.398	0.554	0.670
29	0.0678	0.139	0.460	0.604	0.711
28	0.155	0.221	0.519	0.637	0.749
27	0.240	0.301	0.576	0.697	0.785
26	0.321	0.377	0.629	0.739	0.819
25	0.398	0.450	0.680	0.779	0.850
24	0.472	0.519	0.727	0.816	0.879
23	0.542	0.585	0.772	0.850	0.905
22	0.608	0.646	0.813	0.882	0.929
21	0.670	0.704	0.850	0.910	0.949
20	0.727	0.757	0.884	0.934	0.966
19	0.780	0.806	0.914	0.955	0.981
18	0.828	0.850	0.941	0.973	0.991
17	0.871	0.890	0.963	0.987	0.999
16	0.909	0.924	0.980	0.996	1.00
15	0.941	0.952	0.993	1.00	—
14	0.966	0.975	1.00	—	—
13	0.986	0.991	—	—	—
12	0.998	1.00	—	—	—
11	1.00	—	—	—	—
10	—	—	—	—	—
9	—	—	—	—	—
8	—	—	—	—	—

— indicates stiffness reduction factor is not applicable because  $P_u$  exceeds  $\phi_c F_y A_s$  (column design strength for  $K/r = 0$ ).

From American Institute of Steel Construction, *Manual of Steel Construction Load & Resistance Factor Design*, 3d. ed. (Chicago, AISC, 2001),

**EXAMPLE** Calculate the effective length factor for a W10 x 60 column AB made from 50 ksi steel in the unbraced frame shown below. Column AB has a design factor load  $P_u = 450$  kips. The columns are oriented such that major axis bending occurs in the plane of the frame. The columns are braced continuously along the length for out-of-plane buckling. Assume that the same column section is used for the story above.



#### Solution

Step I. Identify the frame type and calculate  $L_x$ ,  $L_y$ ,  $K_x$ , and  $K_y$ , if possible.

- It is an unbraced (*siderway uninhibited*) frame.
- $L_y = 0$  ft.
- $K_y$  has no meaning because out-of-plane buckling is not possible.
- $K_x$  depends on boundary conditions, which involve restraints due to beams and columns connected to the ends of column AB.
- Need to calculate  $K_x$  using alignment charts.

#### Step II (a) - Calculate $K_x$

$$\bullet \quad I_{xx} \text{ of W } 14 \times 74 = 796 \text{ in}^4$$

$$I_{xx} \text{ of W } 10 \times 60 = 341 \text{ in}^4$$

- $G_A = \frac{\sum I_e}{\sum L_b} = \frac{\frac{341}{12 \times 12} + \frac{341}{15 \times 12}}{\frac{796}{18 \times 12} + \frac{796}{20 \times 12}} = \frac{4.2625}{7.002} = 0.609$
- $G_B = 10$  - for pin support
- Using  $G_A$  and  $G_B$ :  $K_x = 1.8$  - from Alignment Chart
- Note,  $K_x$  is greater than 1.0 because it is an unbraced frame.

#### Step II (b) - Calculate $K_{x-inelastic}$ using stiffness reduction factor method

- Reduction in the flexural rigidity of the column due to residual stress effects
  - First calculate,  $P_u / A_g = 450 / 17.6 = 25.57$  ksi
  - Then go to Table and read the value of stiffness reduction factor for  $F_y = 50$  ksi and  $P_u/A_g = 25.57$  ksi.
  - Stiffness reduction factor =  $\tau = 0.833$
- $G_{A-inelastic} = \tau \times G_A = 0.833 \times 0.609 = 0.507$
- $G_B = 10$  - for pin support,
- Using  $G_{A-inelastic}$  and  $G_B$ ,  $K_{x-inelastic} = 1.75$  - alignment chart
- Note: You can combine Steps II (a) and (b) to calculate the  $K_{x-inelastic}$  directly. You don't need to calculate elastic  $K_x$  first. It was done here for demonstration purposes.
- Note that  $K_{x-inelastic} < K_x$ . This is in agreement with the fact that the beams offer better resistance to the *inelastic* column AB because it has reduced flexural rigidity.

#### Step III – Design strength of the column

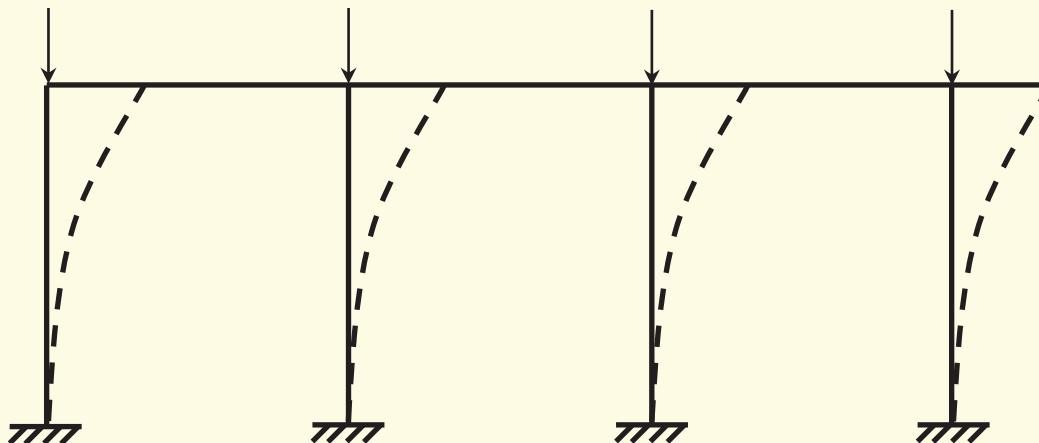
- $K_x L_x / r_x = (1.75)(15 \times 12) / (4.39) = 71.75$
- $\phi_c F_{cr} = 30.92$  ksi
- $\phi_c P_n = \phi_c F_{cr} A_g = 30.92 \times 17.6 = 544.2$  kips

# ستون‌های متکی به یکدیگر

## Columns Leaning on Each Other

■ در جهت اینمی خواهد بود اگر هر ستون از قاب مهار نشده، مستقلاً با استفاده از نمودارهای طول موثر قابهای با امکان حرکت جانبی طراحی شود.

■ ضریب  $K$  به دست آمده احتمالاً به میزان قابل توجهی بیش از 1.0 خواهد بود.  
اما، عملاً یک ستون نمی‌تواند کمانش با حرکت جانبی نماید مگر آنکه همه ستونهای آن طبقه کمانش با حرکت جانبی نمایند.



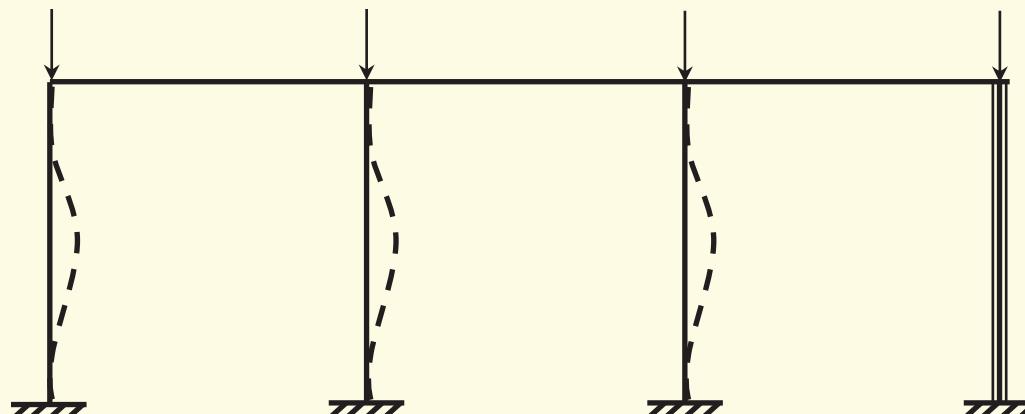
# ستون‌های متکی به یکدیگر

## Columns Leaning on Each Other

نمودارهای طول موثر ستون برای قابهای با امکان حرکت جانبی براساس این فرض تهیه شده اند که همه ستون‌های طبقه به صورت همزمان کمانه کنند، یعنی ستون‌ها نتوانند همدیگر را مهار کرده یا به هم تکیه نمایند.

بعضی مواقع، ستون‌های خاصی از یک قاب دارای مقاومت کمانشی اضافه‌تری هستند،

هنگامیکه سایر ستون‌ها به بار کمانش‌شان می‌رسند، چنین ستونی به بار کمانش نخواهد رسید، لذا قاب کمانه نخواهد کرد.



# ستون‌های متکی به یکدیگر

## Columns Leaning on Each Other

ستون‌های با مقاومت کمانشی اضافی، ستون‌های دیگر را مهار خواهند کرد.

به عبارت دیگر، ستون‌های دیگر بر ستون‌های با مقاومت کمانشی اضافی تکیه خواهند کرد. لذا ضریب طول موثر  $K$  این ستون‌ها به ۱.۰ خواهد رسید.

وضعیت‌های بسیاری وجود دارد که در آنها بعضی ستون‌ها دارای مقاومت کمانشی اضافی هستند، برای مثال می‌توان به مواردی اشاره کرد که در آن در طراحی ستون‌های مختلف یک طبقه ساختمان، ترکیبات بارگذاری مختلفی کنترل کننده باشد.

کل بار ثقلی که یک قاب مهار شده قادر به تحمل آن است برابر است با جمع مقاومت تک تک ستون‌ها.

کل بار ثقلی که سبب کمانش با حرکت جانبی یک قاب می‌شود را می‌توان بین ستون‌ها به نسبت‌های مختلف تقسیم کرد البته بشرطی که بار حداقل وارد بر هر ستون از باری که ستون را به صورت مهارنشده (یعنی با  $K=1$ ) به کمانش می‌رساند بیشتر نباشد.

# Column Splices

# وصله ستون‌ها

- در ساختمانهای چند طبقه نیاز به اجرای وصله ستون خواهد بود.
- محل مناسب برای اجرای وصله حدود یک متر بالاتر از کف طبقه است در این حالت وصله‌ها تداخلی با اتصالات تیر و ستون، و مهاربندها نخواهند داشت.



# Column Splices

## وصله ستون‌ها

- تفاوت وصله‌های اعضای فشاری و کششی:
  - در اعضای کششی کل بار توسط وصله انتقال می‌یابد
  - در اعضای فشاری بخش عمدات از بار مستقیماً با تماس دو ستون و بقیه توسط وصله‌ها انتقال می‌یابد.

- سنگ‌زنی انتهای ستون باعث صاف شدن مقطع و تماس بهتر در محل اتکا و انتقال مستقیم قسمت عمدات از نیرو از طریق سطح تماس می‌شود.

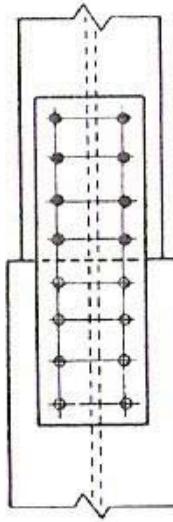
- اما بهر حال حتی اگر تماس کامل نیز در محل وصله برقرار گردد باز وجود ورق وصله به دلایل زیر ضرورت دارد:

- برای جفت کردن(با هم نگهداشتن) دو ستون در حین اجرا
- برای تحمل نیروهای برشی و خمشی موجود در ستونها

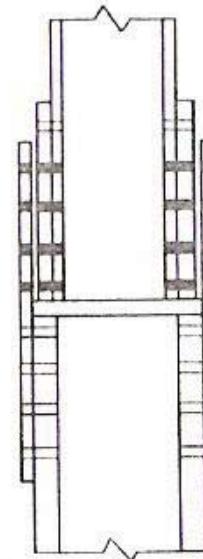
# Typical Bolted or Riveted Splices



(a)



(b)



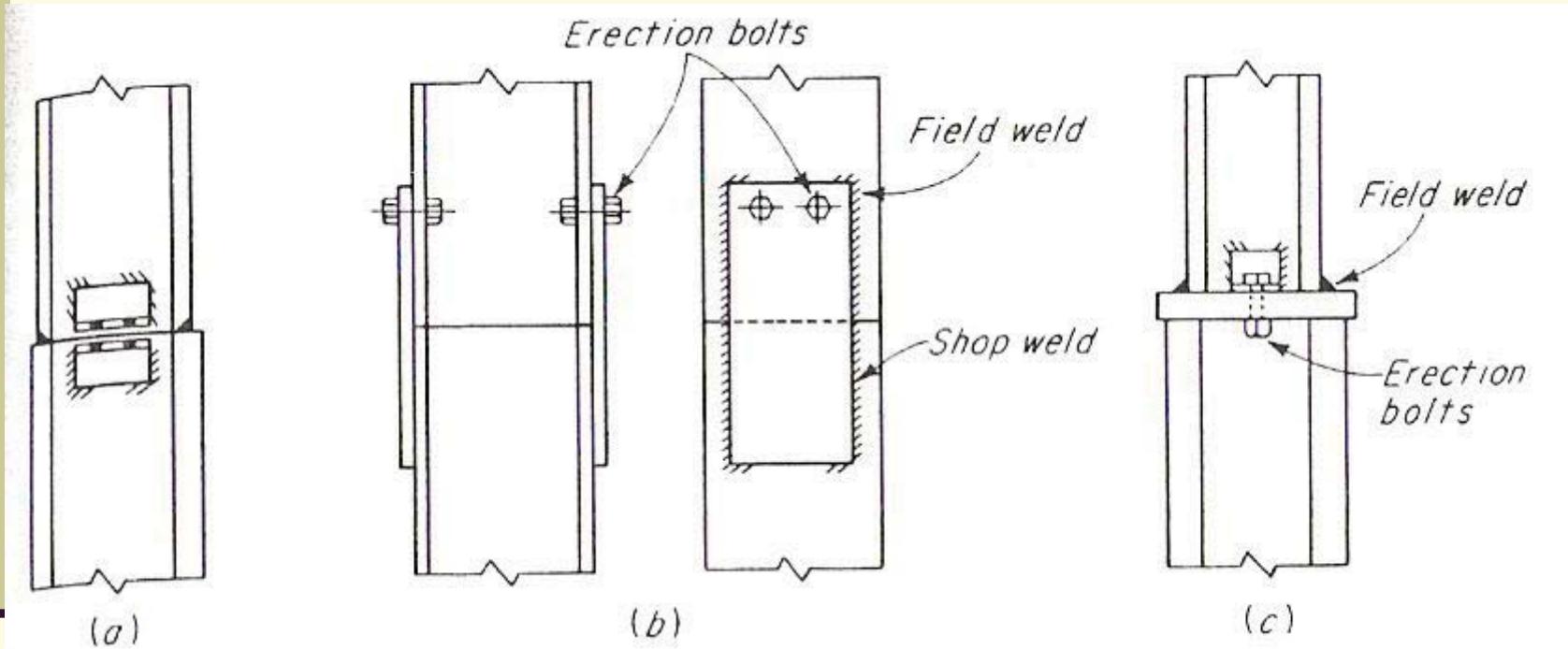
(c)

شکل (a): وصله پیچی ساده -  
مناسب برای وصله دوستون با عمق  
برابر

شکل (b): وصله با ورقهای پرکننده -  
مناسب برای وصله دوستون با عمق  
نابرابر

شکل (c): وصله با ورق زیرسی -  
عدم ضرورت اتکای ورقهای پرکننده

# Typical Welded Splices



شکل (a): وصله جوشی با جوش  
شیاری نفوذی

شکل (b): وصله با ورقهای وصله  
جوش شده - مناسب برای وصله  
دوستون با عمق اسمی برابر

شکل (c): وصله جوشی با ورق زیرسری  
- مناسب برای وصله دوستون با عمق  
نابرابر

# وصله ستونها - توصیه‌ها

- بهتر است از نیمرخهای هم عمق در طبقات مختلف ساختمان استفاده شود. در صورتی که عمق ستون بالایی خیلی کمتر از عمق ستون پایینی باشد باید از ورقهای پرکننده (لقمه، لایی Filler) بین ستون بالایی و ورق وصله استفاده شود.
- در ساختمانهای چند طبقه از جنبه تئوریک باید اندازه ستون در هر طبقه تغییر یابد اما با توجه به هزینه نسبتاً بالای اجرای وصله، پیشنهاد می‌شود حداقل در هر دو طبقه، اندازه ستون ثابت باقی بماند (علیرغم اینکه به این ترتیب وزن کل فولاد مصرفی بالا خواهد رفت).
- البته وصله ستونها در هر سه طبقه و بیشتر از آن نیز، مشکلات اجرایی زیادی دارد از این رو بکارگیری ستون با اندازه ثابت در سه طبقه توصیه نمی‌شود.

# وصله ستونها - توصیه‌ها



I I

I I

I I

بکارگیری ستونی با شماره ثابت در طبقات مختلف و استفاده از ورقهای تقویتی در طبقات پایین‌تر بنحوی که در طبقات بالاتر بتدريج از مقدار ورقهای تقویتی کاسته شود توصیه می‌گردد.

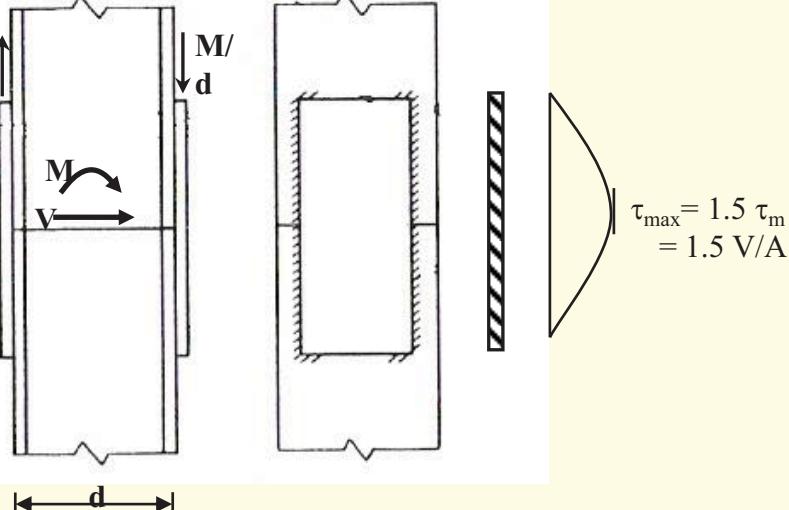
البته استفاده از چنین مقاطع مرکبی بدون اجرای وصله فقط تا حداقل چهار طبقه امکان‌پذیر خواهد بود چرا که اگر طول ستون بیشتر از ۱۲ متر شود اجرای وصله اجتناب‌ناپذیر خواهد بود.

# طراحی وصله ستونها

تخمین بار وصله‌ها:

- (1) اگر انتهای ستون سنگ‌خورده نباشد ← ۱۰۰٪ کل بار ستون
- (2) اگر سطوح سنگ‌خورده بوده و ستون فقط تحت بار محوری باشد ← ۲۵ الی ۵۰٪ کل بار ستون
- (3) اگر ستون تحت خمیش نیز باشد ← ۵۰ الی ۷۵٪ بار ستون

انتقال خمیش توسط ورقهای وصله بالها، انتقال برش توسط ورقهای وصله جان، و نیروی محوری نیز بین همه ورقها توزیع می‌شود



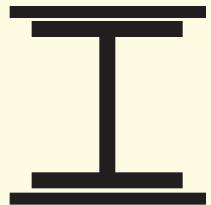
برای تعیین مساحت ورق وصله، مجموع مساحت مورد نیاز برای تحمل نیروی محوری، لنگر خمیشی و نیروی برشی محاسبه و ورق یکجا طرح شود.

# Built-up Compression Members

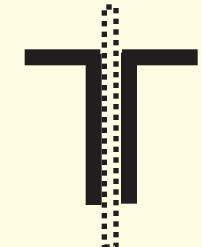
فصل چهارم- قسمت دوم: اعضای فشاری مرکب

# اعضای فشاری مرکب

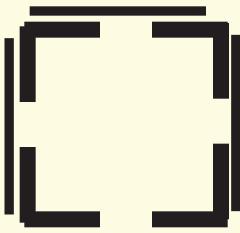
ممکن است عضو فشاری از ترکیب دو یا چند جزء به صورتهای مختلف ساخته شود:



- (1) ستونهای با اجزای در تماس مستقیم با هم،  
نظیر نیمرخهای با ورقهای تقویتی



- (2) ستونهای با اجزای در تماس نزدیک با هم،  
نظیر زوج نبشی با فاصله جزئی از هم به اندازه ضخامت ورق لچکی

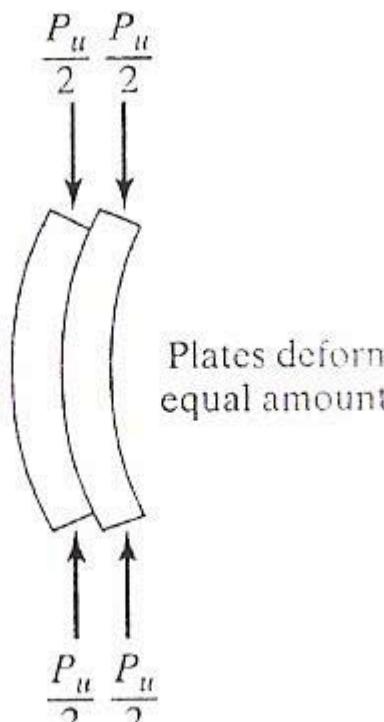


- (3) ستونهای با اجزای بدون تماس با هم،  
نظیر زوج ناوданی یا چهار نبشی، مناسب برای ستونهای بلند،  
ضرورت اتصال اجرا با ورقهای بست

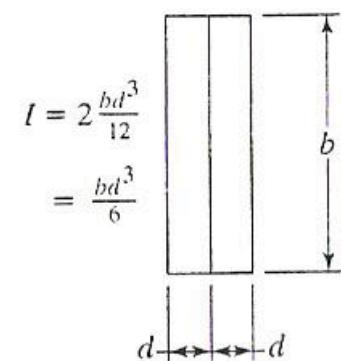
# اعضای فشاری مرکب با اجزای درتماس با هم

بحث مقدماتی: بررسی رفتار ستونی مرکب از دو ورق مشابه در حالات مختلف اتصال

1) در صورت عدم اتصال ورقها بهم:



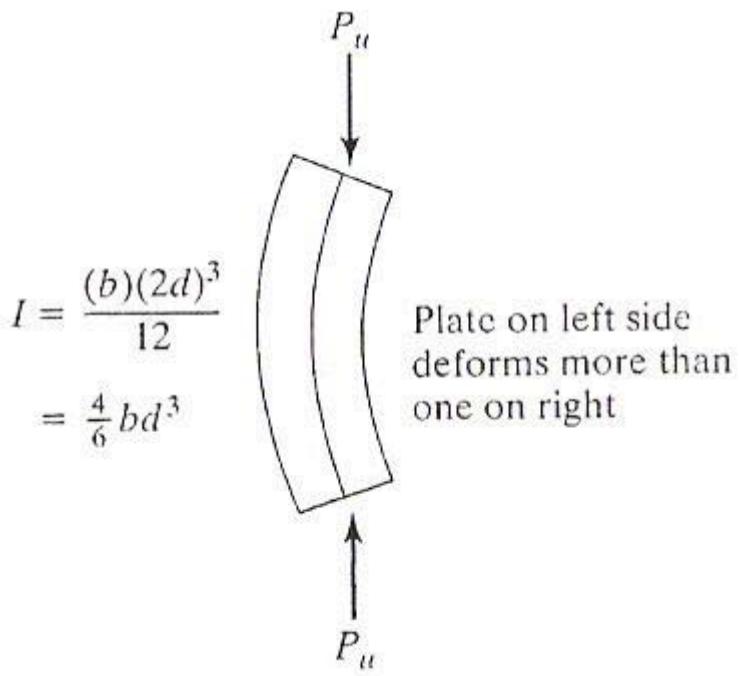
- عملکرد مشابه هر دو جزء و تغییرشکل‌های مشابه
- ممان اینرسی ستون دو برابر ممان اینرسی یک ورق
- بار هر جزء نصف بار ستون
- $K=1$



(a) Column cross section  
[www.JozveKade.com](http://www.JozveKade.com)

# اعضای فشاری مرکب با اجزای در تماس با هم

(2) در صورت تامین اتصالات کافی در برابر لغزش:



عملکرد به صورت یک قطعه واحد  
تغییرشکل متفاوت ورقها  
محاسبه ممان اینرسی برای کل مقطع مرکب  
(۴ برابر حالت قبل).

$$K=1$$

$$\frac{KL}{r} = \frac{(1)(L)}{\sqrt{\frac{4bd^3}{6}/2bd}} = 1.732L/d$$

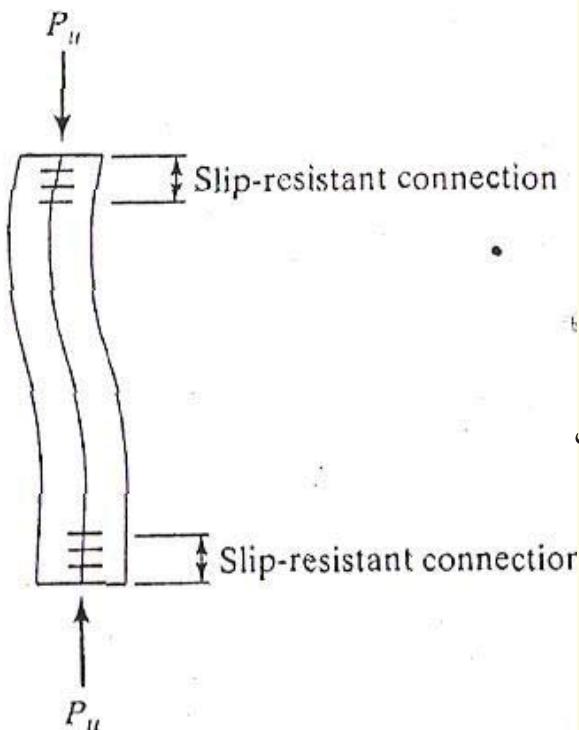
# اعضای فشاری مرکب با اجزای درتماس با هم

(3) در صورت تامین اتصالات محدود فقط در چند جا:

- مقاومت قطعه بین دو حالت قبل خواهد بود
- چون کمترین جابجایی ورقها نسبت بهم در مرکز ستون است قرار دادن اتصالات لغزش‌گیر در وسط کمترین اثر را دارد
- چون بیشترین جابجایی ورقها نسبت بهم در دو انتهای قرار دادن اتصالات لغزش‌گیر در دو انتهای بیشترین اثر را دارد در این حالت:

تغییرشکل ستون به شکل حرف S

$$K=0.5$$



$$\frac{KL}{r} = \frac{(0.5)(L)}{\sqrt{\frac{bd^3}{6}/2bd}} = 1.732L/d$$

تنش طراحی و ظرفیت برابری از لحاظ نظری برابر با حالت قبل است.

البته در حالات متعارف موجود، قطعات تمایل به کنده شدن از یکدیگر خواهند داشت.

# اعضای فشاری مرکب با اجزای درتماس با هم

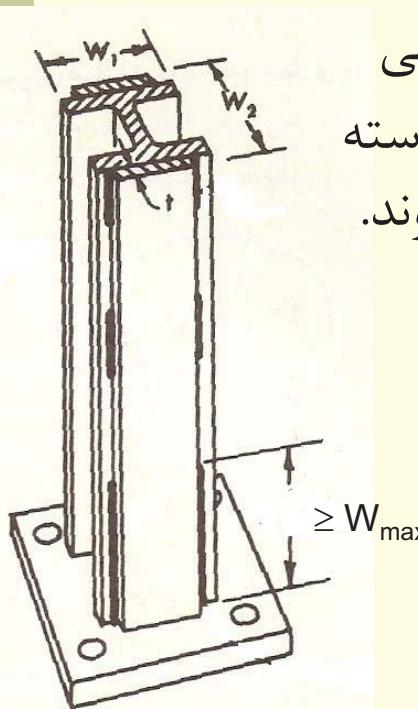
AISC E6 p. 16.1-37 برای ضوابط اعضای فشاری مرکب مراجعه شود به ۱۶.۱-۳۷

در انتهای اعضای فشاری مرکب واقع بر روی کف ستونها با سطوح صاف و یا در محل وصله ها، باید اجزا توسط جوش یا پیچ اصطکاکی به هم اتصال یابند.

اتصال اجزا به یکدیگر می تواند به صورتهای مختلف زیر انجام گیرد:

(i) مستقیم، (ii) به کمک لقمه(لایی)، (iii) به کمک ورق خارجی

در صورت جوشکاری، باید اجزا در محلهای یادشده با جوش پیوسته در طولی حداقل برابر با عرض حداکثر عضو به یکدیگر متصل شوند.



در صورت پیچکاری:

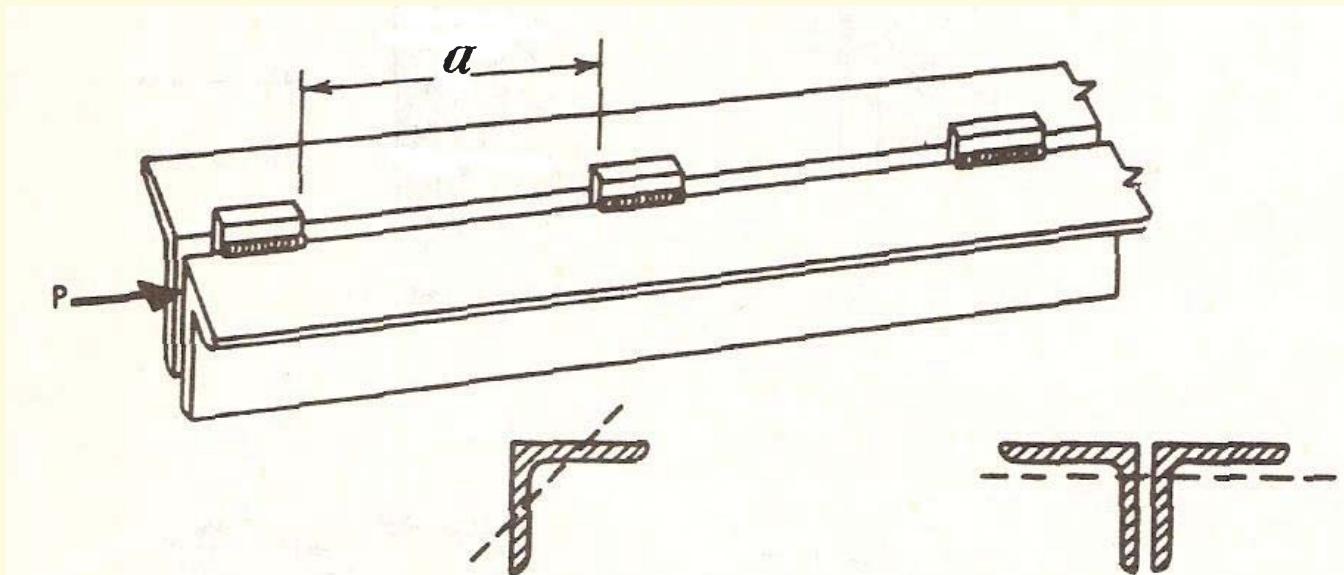
❖ فاصله مرکز به مرکز پیچها در جهت طولی عضو

نباید بیش از ۴ برابر قطر پیچها باشد

❖ طول کل اتصال نباید کمتر از ۱/۵ برابر بزرگترین عرض عضو باشد.

# مقاومت طراحی اعضای فشاری مرکب با اجزای در تماس با هم

- لاغری موثر تک تک نیمرخها ( $a/r_i$ ) در حد فاصل اتصالات باید از  $\frac{3}{4}$  ضریب لاغری حاکم عضو مرکب بزرگتر نباشد (در محاسبه ضریب لاغری هر نیمرخ باید کوچکترین شعاع ژیراسیون منظور گردد).
- در طول یک عضو مرکب، حداقل دو نقطه اتصال میانی در نقاط یک سوم طول بین دو سر عضو موجود باشد.

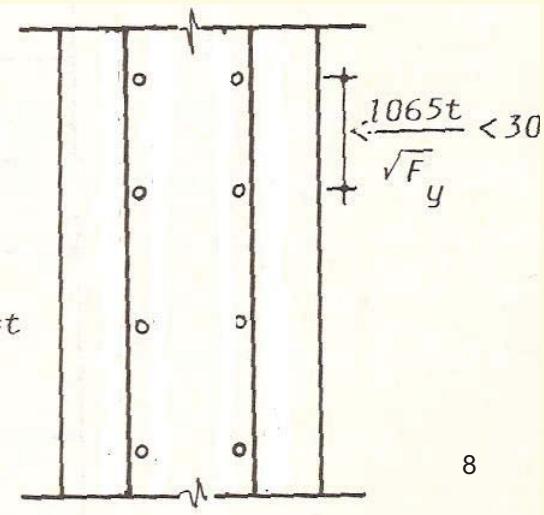
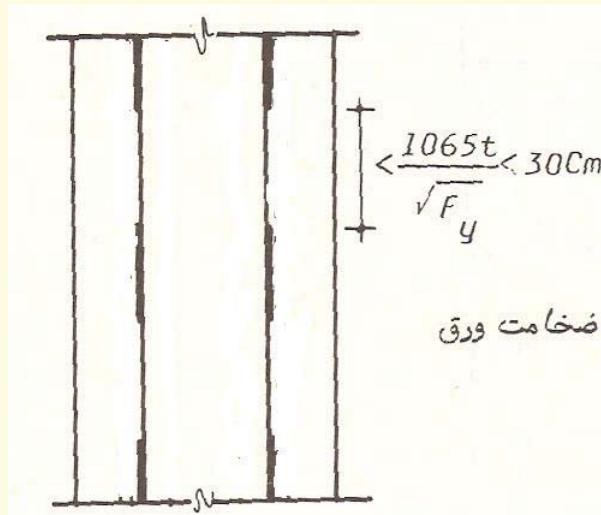
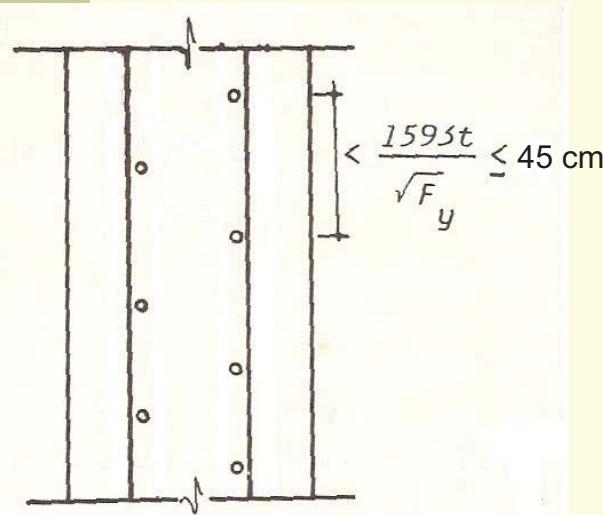


# اعضای فشاری مرکب با اجزای درتماس با هم

در صورت اتصال اجزا توسط ورق خارجی (outside plate) فواصل پیچها و جوشهای منقطعی که ورق را به نیمرخها متصل می نمایند باید کمتر از مقادیر زیر باشد:

- اگر عوامل اتصال رو بروی هم باشند  $\text{Min } (0.75t\sqrt{E/F_y}) = 1065t/\sqrt{F_y}, 30 \text{ cm}$
- اگر عوامل اتصال رو بروی هم نباشند  $\text{Min } (1.12t\sqrt{E/F_y}) = 1595t/\sqrt{F_y}, 45 \text{ cm}$

$t$  = ضخامت نازکترین ورق پوششی خارجی

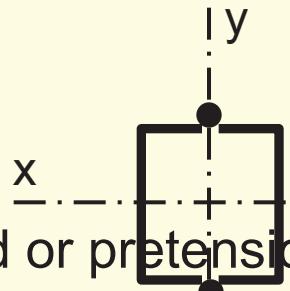


# مقاومت طراحی اعضای فشاری مرکب با اجزای در تماس با هم

مقاومت طراحی این نوع ستونها براساس مطالب فصل پیشین، و با منظور نمودن اصلاح زیر تعیین می‌گردد:

اگر مد کمانش همراه با تغییرشکل نسبی (لغزش) باشد تنש‌های برشی در اتصالات بین نیمرخها ایجاد شده و ضریب لاغری  $KL/r_m$  با  $KL/r_o$  جایگزین می‌شود:

i. برای اتصالات میانی پیچی معمولی (snug-tight bolted)



$$\left(\frac{KL}{r}\right)_m = \sqrt{\left(\frac{KL}{r}\right)_o^2 + \left(\frac{a}{r_i}\right)^2} \quad (\text{E6-1})$$

در کما

ii. برای اتصالات محوری لجوتی و پیچی لغزش ایجادی (welded or pretensioned bolted)

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_m = \sqrt{\left(\frac{KL}{r}\right)_o^2 + 0.82 \frac{\alpha^2}{(1 + \alpha^2)} \left(\frac{a}{r_{ib}}\right)^2} \quad (\text{E6-2})$$

# مقاومت طراحی اعضای فشاری مرکب با اجزای در تماس با هم

که در این روابط:

$$=(KL/r)_o = \text{ضریب لاغری عضو ستون مرکب به عنوان یک عضو یکپارچه}$$

$$=(KL/r)_m = \text{ضریب لاغری اصلاح شده عضو مرکب}$$

$a$  = فاصله بین اتصالات

$r_i$  = شعاع ژیراسیون حداقل اجزای تشکیل دهنده ستون

$r_{ib}$  = شعاع ژیراسیون جزء تکی نسبت به محور مرکزی آن موازی با محور کمانش

$h$  = فاصله بین مراکز اجزا (نیمرخها) در امتداد عمود بر محور کمانش عضو

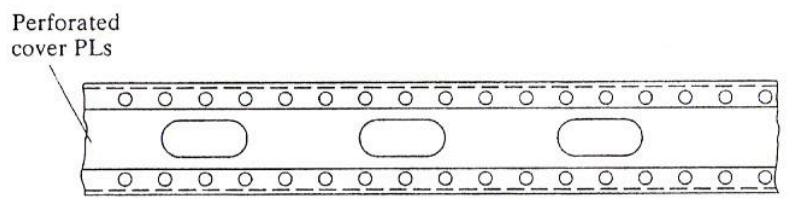
$h/2r_{ib} = \alpha$  = ضریب طبله (جداشدگی)

# اعضای فشاری مرکب با اجزای بدون تماس با هم

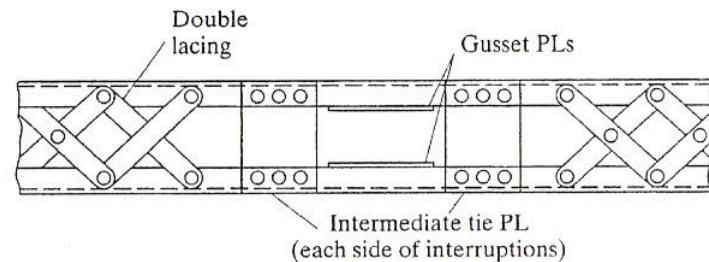
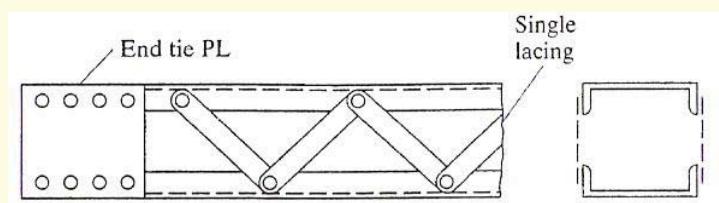
برای ضوابط اعضای فشاری مرکب مراجعه شود به AISCE p. 16.1-37

سطح جانبی باز اعضای فشاری مرکب از چند نیمرخ را باید به روشهای زیر پوشاند:

1. توسط ورق پوششی ممتد با سوراخهای دسترسی (continuous perforated cover plate)



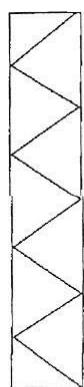
2. توسط بستهای چپ و راست (lacing) و با بستهای افقی (tie plates)



# اعضای فشاری مرکب با اجزای بدون تماس با هم

نقش این اتصالات:

- حفظ نیمرخهای مختلف ستون به موازات هم و در فاصله یکنواخت از هم و توزیع یکنواخت تنش بین آنها،
- جلوگیری از کمانش انفرادی هر یک از اجزا
- عملکرد عضو فشاری مرکب به صورت یک قطعه واحد تحت بار واردہ



(a)  
Single  
lacing



(b)  
Double  
lacing



(c)  
Lacing  
and  
battens



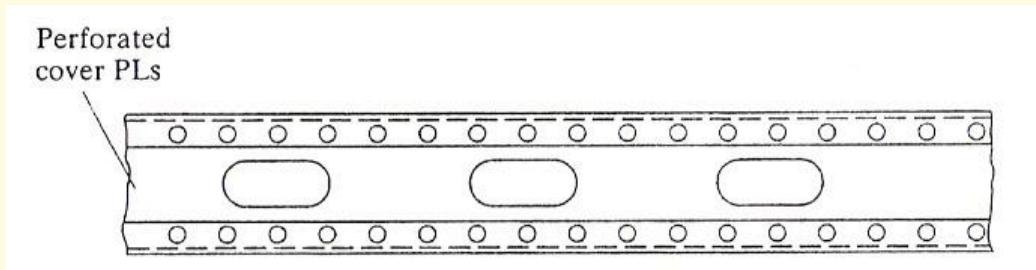
(d)  
Battens



(e)  
Perforated  
plates

Types of latticed columns.

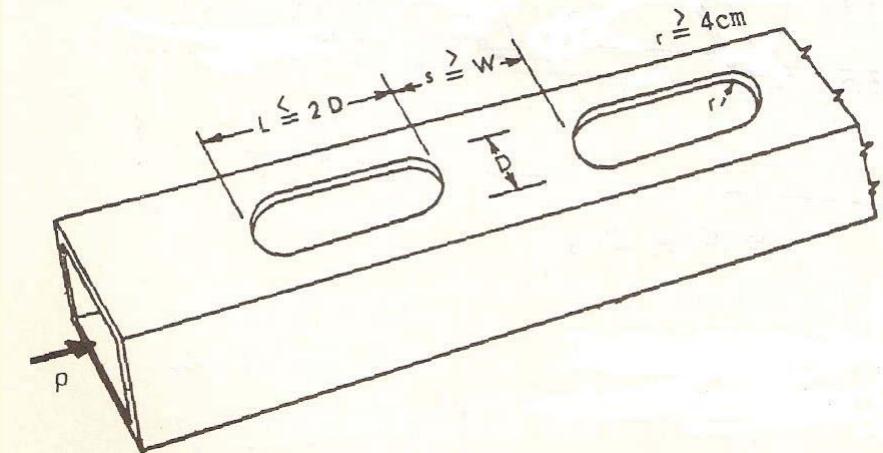
# اعضای فشاری مرکب با ورق سوراخدار ممتد



مزایای ورقهای پوششی سوراخدار:

- (1) ساخت آنها با استفاده از دستگاه برش آسان است،
- (2) برخی آیین نامه ها سطح خالص ورق را در برابری عضو موثر می دانند البته بشرطی که ایجاد سوراخها بر اساس ضوابط تجربی مقرر شده(اسلاید بعدی)، صورت گیرد،
- (3) رنگ آمیزی اعضا ساده تر است.

# اعضای فشاری مرکب با ورق سوراخدار ممتد



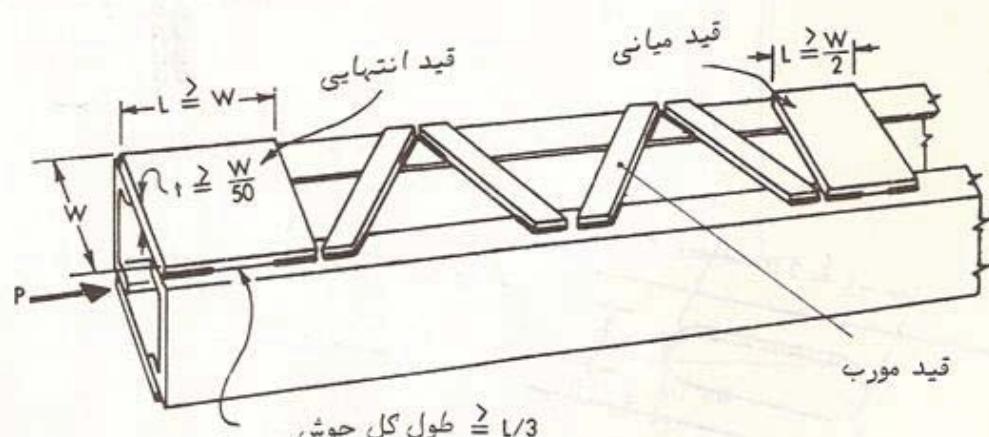
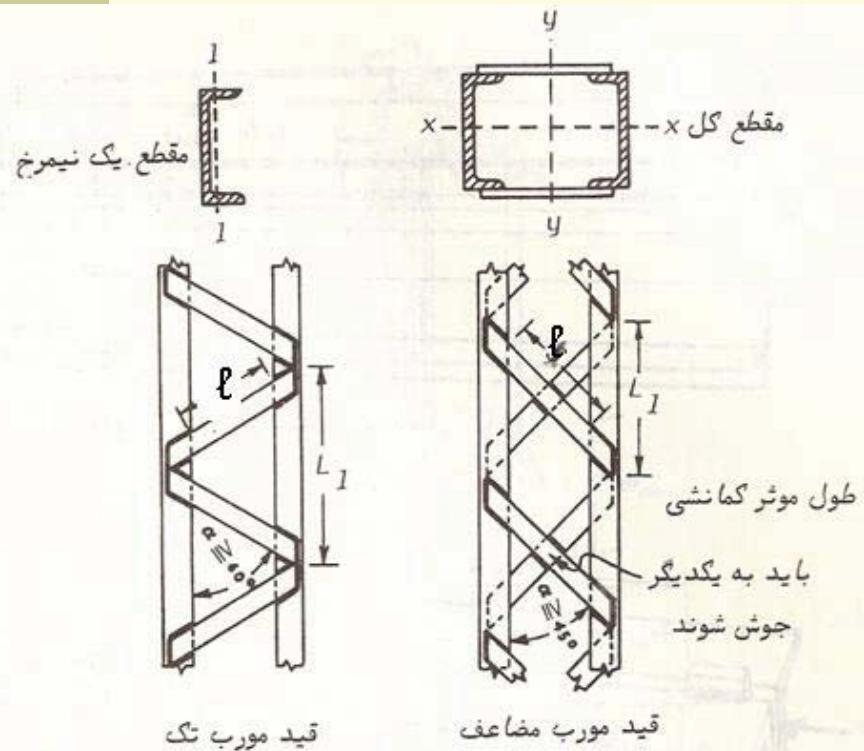
اگر عرض باقیمانده (unsupported width) ورق در محل سوراخ حائز شرایط زیر باشد در مقاومت طراحی عضو مشارکت خواهد داشت:

(1) نسبت عرض به ضخامت آن محدودیتهای بخش B4 آیین‌نامه را برآورده نماید  
(AISC05 Table B4.1 case 14)

(2) نسبت طول سوراخ (در امتداد تنش) به عرض آن از دو تجاوز نکند،  
فاصله خالص بین سوراخها در امتداد تنش، کمتر از فاصله عرضی بین نزدیکترین خطوط اتصال جوش یا پیچ نباشد،

(3) (4) محیط سوراخها در هیچ جایی، انحنایی با شعاع کمتر از ۴ سانتیمتر نداشته باشد.

# اعضای فشاری مرکب با بستهای چپ و راست و بستهای افقی



## ضوابط طراحی بستهای افقی (قیدهای انتهایی، Tie plates

- در صورت بکارگیری بستهای چپ و راست، باید در دو انتهای عضو فشاری و نیز در محلی که چپ و راستها قطع می‌شوند از بستهای افقی استفاده شود.
- بستهای افقی باید تاحدامکان به دو انتهای عضو نزدیک باشند،
- طول بستهای افقی انتهایی نباید کمتر از فاصله خطوط جوش یا پیچ اتصال دهنده آنها به اجزای (نیمرخها) عضو فشاری باشد و طول بستهای افقی میانی نیز نباید از نصف این مقدار کمتر باشد.
- ضخامت بستهای افقی نباید کمتر از  $1/50$  فاصله بین دو خط اتصال دو طرف آن باشد.
- در صورت جوشکاری، کل طول جوش هر خط اتصال بست افقی نباید کمتر از  $1/3$  طول بست باشد.
- در صورت پیچکاری
  - ✓ فاصله پیچهای بست افقی از یکدیگر در جهت تنש، نباید بیش از ۶ برابر قطر پیچ باشد
  - ✓ بست افقی باید در هر طرف خود حداقل با ۳ پیچ به نیمرخ اتصال یابد.

# ضوابط طراحی بستهای چپ و راست (قیدهای مورب، Lacing

- بستهای چپ و راست معمولا از نوع تسمه انتخاب می‌شوند ولی می‌توان از نبشی، ناودانی و یا سایر نیمرخ‌های نورد شده نیز برای این منظور استفاده کرد.
- بستهای چپ و راست را باید طوری قرار داد که ضریب لاغری حدکثر  $L_1/r$  هر نیمرخ در بین اتصالات مربوطه از  $4/3$  ضریب لاغری حاکم عضو بیشتر نشود،
- مقاومت برشی بستهای چپ و راست در راستای عمود بر محور عضو فشاری مرکب، حداقل باید  $2\%$  مقاومت فشاری طراحی عضو ( $\sigma_c P_n$ ) باشد.
- نسبت لاغری  $L/r$  برای بستهای چپ و راست ساده (تکی) نباید بیشتر از  $140$  باشد.
- نسبت لاغری  $L/r$  برای بستهای چپ و راست زوج نباید بیشتر از  $200$  باشد.
- بستهای چپ و راست زوج باید در محل تقاطع به یکدیگر اتصال یابند.

# ضوابط طراحی بستهای چپ و راست (قیدهای مورب، Lacing

- طول L برای محاسبه ضریب لاغری بستهای چپ و راستی که در فشار قرار دارند را می‌توان برابر با مقادیر زیر در نظر گرفت:
  - طول آزاد تسمه بین جوشها یا پیچهای اتصال به نیمرخ‌های عضو مرکب (l)، برای بستهای چپ و راست ساده،
  - ۷۰ درصد مقدار فوق ( $0.70l$ )، برای بستهای چپ و راست زوج.
- زاویه بستهای چپ و راست با امتداد محور عضو ارجح است کمتر از مقادیر زیر نباشد:
  - ❖ ۶۰ درجه، برای بستهای چپ و راست ساده،
  - ❖ ۴۵ درجه، برای بستهای چپ و راست زوج.
- اگر فاصله بین خطوط جوش یا پیچ دو سر بست بیش از ۳۸۰ mm باشد ارجح است که بستهای چپ و راست زوج بکار روند و یا اینکه از نیمرخ نبشی استفاده شود.

مثال:

ستون مرکبی از دوناودانی با فاصله پشت به پشت 25 cm برای تحمل بار ضربه‌دار  $P_u = 106 \text{ ton}$  طراحی نمایید.

حل:

الف) طراحی مقطع:

$$KL/r = 50 \rightarrow \Phi_c F_{cr} = 1855 \text{ kgf/cm}^2$$

$$A \geq P_u / \Phi_c F_{cr} = 106000 / 1855 = 53.91 \text{ cm}^2 \text{ لازم}$$

USE 2UNP200

$$A = 2(32.2) = 64.4 \text{ cm}^2$$

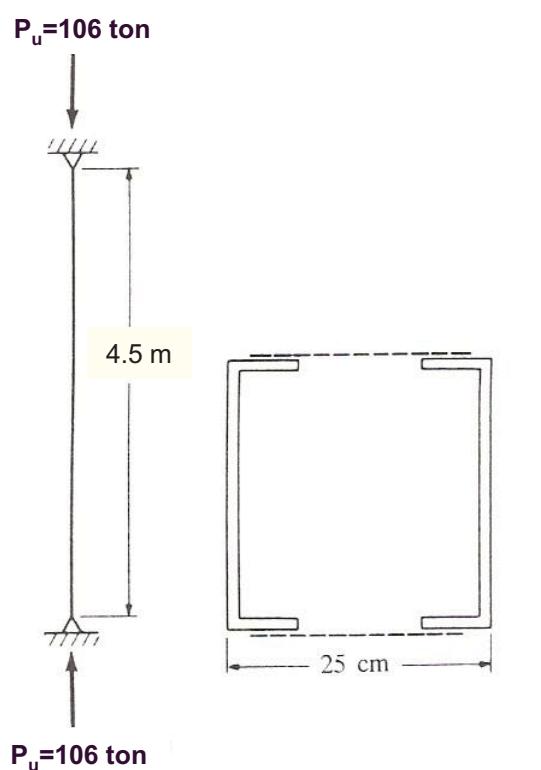
$$I_x = 2(1910) = 3820 \text{ cm}^4 \leftarrow$$

$$I_y = 2(148) + 2(32.2)(25/2 - 2.01)^2 = 7383 \text{ cm}^4$$

$$r_x = \sqrt{I_x/A} = \sqrt{(3820/(2 \times 32.2))} = 7.70 \text{ cm}$$

$$KL/r = 1 \times 450 / 7.7 = 58.43 \rightarrow \Phi_c F_{cr} = 1773 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\Phi_c P_n = 1773 \times (2 \times 32.2) = 114.2 \text{ ton} > 106 \text{ ton O.K.}$$



ادامه حل:

ب) طراحی بستهای چپ و راست با اتصالات پیچی (قطر پیچها  $\frac{3}{4}$  in):

بست چپ و راست ساده کافی است  $17 \text{ cm} < 38 \text{ cm} \rightarrow 17 \text{ cm}$  فاصله خطوط پیچ

زاویه چپ و راست ها با امتداد محور عضو  $60^\circ$  درجه انتخاب می شود

کنترل لاغری نیمرخ بین اتصالات:

$$\text{طول ناوданی بین بستهای چپ و راست} L = 17 / \cos 30 = 19.6 \text{ cm}$$

$$L/r = 19.6 / 2.14 = 9.16 < (3/4)(58.43) = 43.82$$

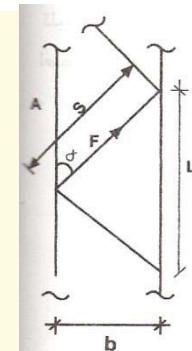
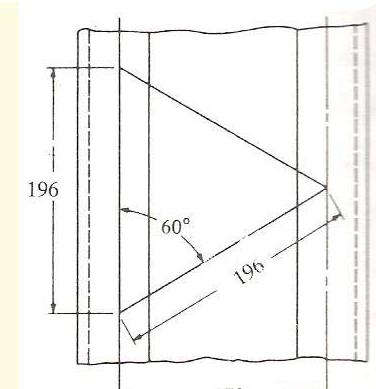
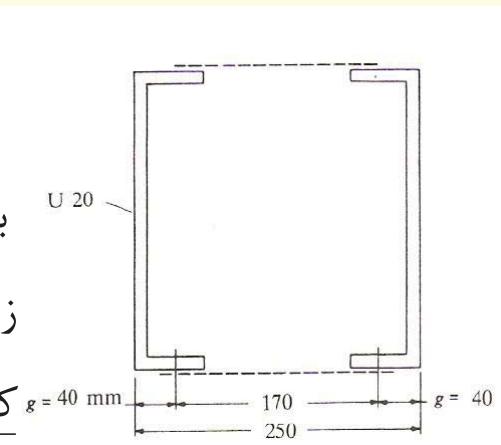
طراحی ابعاد مقطع چپ و راست ها:

$$V_u = 0.02 \Omega c P_n \quad \text{ مقاومت برشی حداقل بستهای چپ و راست}$$

$$= 0.02(114.2) = 2282 \text{ kgf}$$

$$V_u/2 = 1141 \text{ kgf} \quad \text{ نیروی برشی موثر بر هر صفحه چپ و راست}$$

$$F = V_u/2 \sin \alpha = 1141/(17/19.6) \\ = 1315 \text{ kgf} \quad \text{ نیروی محوری موثر بر بست چپ و راست}$$



## ادامه طراحی ابعاد مقطع چپ و راست ها:

مشخصات ابعادی بستهای چپ و راست

$$I = bt^3/12 \quad A=bt \quad r=\sqrt{(I/A)}=0.289t$$

با فرض اینکه حداکثر لاغری بستهای چپ و راست 140 باشد:

$$L/r=140 \quad 19.6/0.289t = 140 \quad t=0.484 \text{ cm}$$

$t=0.5 \text{ cm}$  انتخاب شد

$$L/r=19.6/(0.289(0.5))=136 \rightarrow \emptyset_c F_{cr} = 841 \text{ kgf/cm}^2$$

$$A \geq F / \emptyset_c F_{cr} = 1315 / 841 = 1.56 \text{ cm}^2 \rightarrow (32 \times 5 \text{ mm})$$

فاصله لازم برای پیچ  $\frac{3}{4}$  اینچ از لبه ورق 32 mm است لذا:

$$\geq 19.6 + 2(3.2) = 26 \text{ cm}$$

$PL260 \times 32 \times 5 \text{ mm}$  انتخاب شد.

## طراحی ورقهای انتهایی قطعه (بستهای افقی):

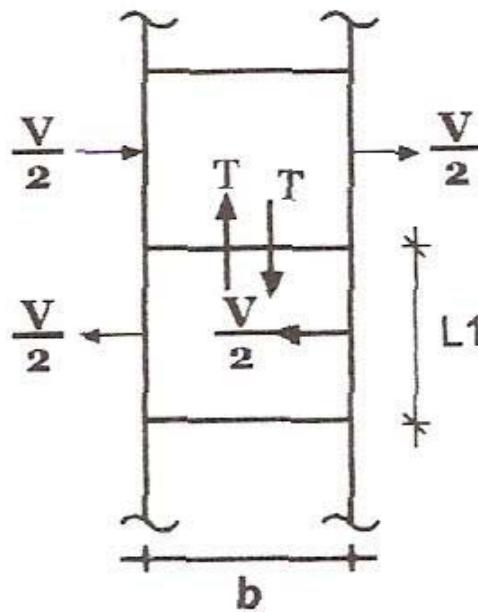
$$\text{حداقل طول} = 17 \text{ cm}$$

$$t = 17 / 50 = 3.4 \text{ cm}$$

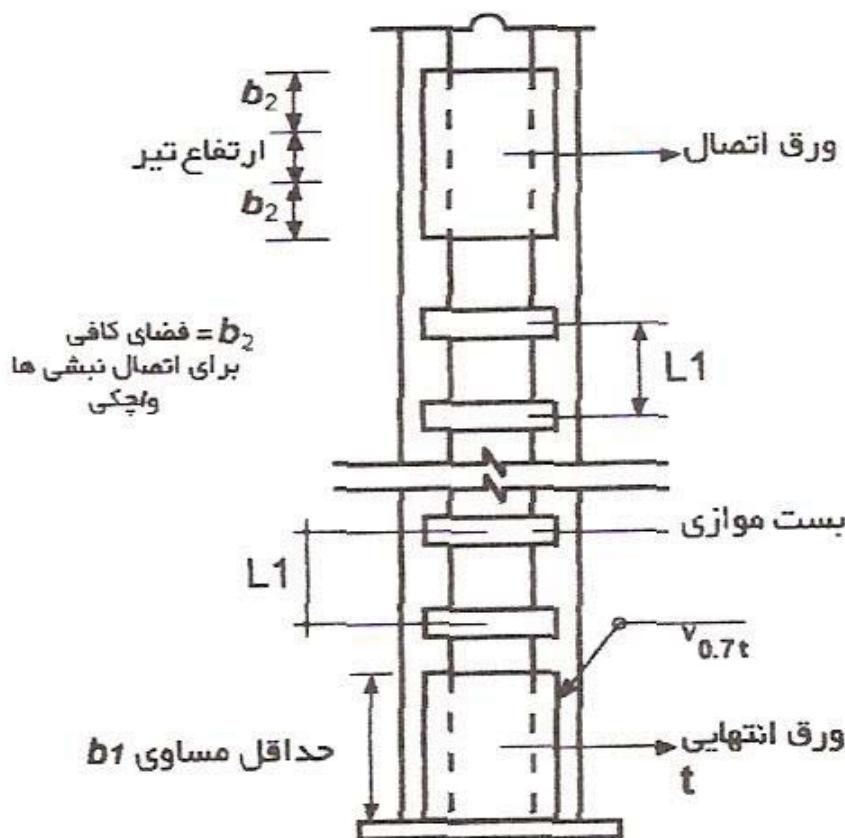
$$\text{حداقل عرض} = 17 + 2(3.2) = 23.4 \text{ cm}$$

$PL240 \times 170 \times 4 \text{ mm}$  انتخاب شد.

# ستون با بستهای موازی



$b_1 =$  فاصله محور به محور جان ستون



شکل ۱-۱۰-۵-۵- ستون با بستهای موازی

## ت ) ستونها و اعضای فشاری مرکب با بست موازی (شکل ۱-۱-۵-۵)

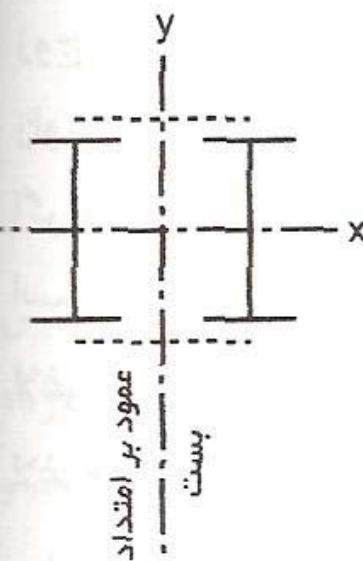
ستونها و اعضای فشاری مرکبی که از نیمرخها و بستهای موازی و عمود بر محور طولی عضو ساخته می شوند، باید شرایط زیر را داشته باشند :

۱. بستهای میانی باید به تعدادی باشد که طول عضو فشاری (بین ورقهای قیدهای انتهایی) را حداقل به سه قسمت تقسیم کند.
۲. فاصله<sup>۱</sup> بستهای از یکدیگر باید به اندازه ای باشد که ضریب لاغری

تک نیمرخ عضو فشاری  $\left( \frac{L_1}{r_1} \right)$  در قسمتی که بین دو بست متواالی

قرار دارد، از  $40$  و همچنین از  $\frac{2}{3}$  ضریب لاغری ( $\lambda_y$ ) بیشتر نشود.

$\lambda_y$  ضریب لاغری عضو فشاری نسبت به محور  $y - y$  (محور عمود بر امتداد بست) و  $L_1$  فاصله مرکز به مرکز قیدهای در امتداد طول عضو و  $r_1$  شعاع ژیراسیون حداقل تک نیمرخ می باشد.



۳. بستهای موازی و اتصالات آنها باید برای تحمل لنگر خمثی و نیروی برشی واردہ محاسبه شوند. فرض میشود لنگر و برش مؤثر بر بستهای حاصل از نیروی برشی جانبی (V) میباشد که در امتداد عمود بر محور طولی عضو فشاری به موازات صفحه<sup>\*</sup> بستهای عمل میکند و مقدار آن ۲ درصد بار محوری عضو فشاری به علاوه برش ناشی از نیروهای خارجی<sup>\*</sup> است و اثر آن بین یک جفت بست در روی دو سطح موازی عضو، به تساوی تقسیم می شود.

۴. بستهای را میتوان از تسمه، ورق، ناوданی و یا نیمرخ I انتخاب کرد. اتصال بستهای به نیمرخهای اصلی عضو فشاری باید توسط پیچ، پرج و یا جوش دورادور صورت گیرد به طوری که هر اتصال و نیز مقطع هر بست در مقابل نیروی برشی طولی (عمود بر امتداد

$$\text{بست}) = T_1 = \frac{V.L_1}{2b} \text{ و لنگر خمثی } M_1 = \frac{V.L_1}{4} \text{ مقاوم باشد.}$$

در روابط فوق :

V = نیروی برشی جانبی ستون (طبق تعریف مندرج در زیر بند ۳ فوق ) ،

L<sub>1</sub> = فاصله<sup>\*</sup> مرکز بستهای در امتداد طول عضو، مطابق شکل ۵-۵-۱-۱۰

b = فاصله بین مرکز هندسی اتصالهای دو سر بست است .

\* در حالتی که ستون به صورت تیرستون عمل می کند.

۵. ورقهای انتهایی که در دو سر عضو فشاری قرار می‌گیرند، باید حداقل طولی (در امتداد محور طولی عضو) برابر با فاصله بین مراکز سطح نیمرخهای تشکیل دهنده عضو فشاری را داشته باشند. این ورقها باید با جوش دورادر با بعدی مساوی  $\frac{1}{7t}$  و یا بعد جوش حداقل هر کدام که بزرگترند، به نیمرخها متصل شوند.  $t$  ضخامت ورق انتهایی است. ضخامت این ورقها نباید از  $\frac{1}{4}$  فاصله بین مراکز هندسی اتصالات روی خود کمتر باشد.

۶. بستهها باید حداقل ضخامتی برابر با  $\frac{1}{4}$  فاصله بین مراکز هندسی اتصالات دو سر خود را داشته باشند. رعایت محدودیت اخیر برای بستهایی که از نیمرخ ناودانی و یا I با بالهای عمود بر سطح عضو فشاری تشکیل شده باشند، لازم نیست.

اگر در طرح عضو فشاری مرکب با بستهای موازی تنها، محدودیتهای زیر بندهای ۱ تا ۶ فوق رعایت شده باشد، ضریب لاغری مؤثر ( $\lambda_{ye}$ ) نسبت به محور y - y (محور عمود بر صفحه بستهها) را می‌توان از رابطه (۳-۵-۱-۱۰) تعیین کرد:

$$\lambda_{ye} = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_1^2} \quad (3-5-1-10)$$

در این رابطه  $\lambda_y$  ضریب لاغری اسمی نسبت به محور y - y و  $\lambda_1$  ضریبی است که از رابطه (۴-۵-۱-۱۰) به دست می‌آید:

$$\lambda_1 = \frac{L_1}{r_1} \quad (4-5-1-10)$$

که در آن:

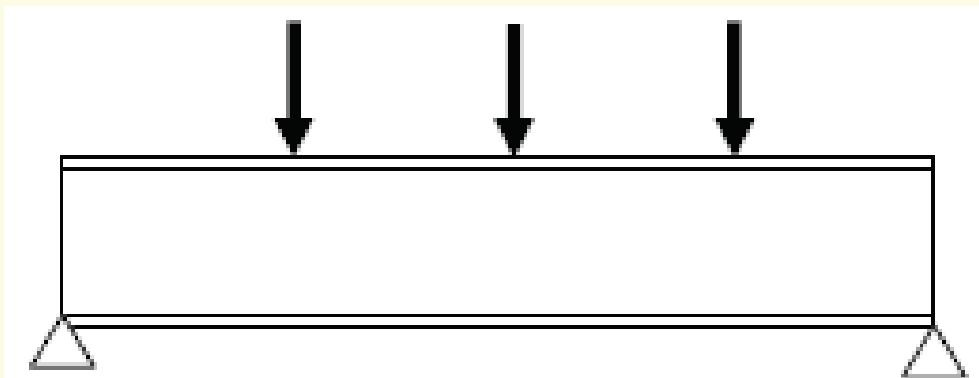
$L_1$  = فاصله مرکز به مرکز بست در امتداد طولی عضو،  
 $r_1$  = شعاع ژیراسیون حداقل هر یک از نیمرخهای فشاری تک می‌باشد.

# Introduction to B E A M S

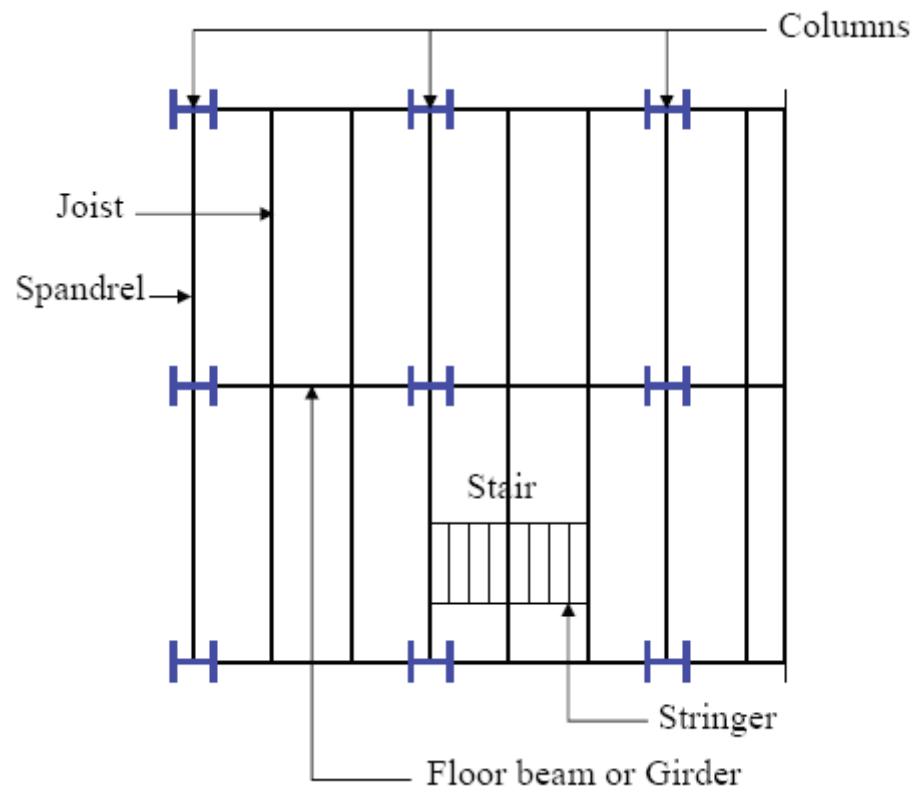
فصل پنجم - قسمت اول: مقدمه‌ای بر تیرها

# مقدمه‌ای بر تیرها

- معمولاً به عضوی که تحت اثر بارهای جانبی قرار گیرد تیر می‌گویند.
- در صورتی که علاوه بر بار جانبی، نیروی محوری نیز موجود باشد عضو مذبور را تیرستون نامند.
- تیرها را اعضای خمشی flexure members نیز می‌نامند، طراحی تیرها بر اساس لنگر خمشی صورت می‌گیرد.



# انواع تیرها



- تیرهای فرعی(Joists) : تیرهایی با فواصل کم از یکدیگر که بار کفها یا سقفهای ساختمان را به شاهتیرها حمل می‌کنند.
- تیر اصلی(Spandrel) : تیرهایی که در لبه‌های خارجی ساختمان قرار گرفته و بار دیوارهای خارجی، بخشی از بار کف و یا ورودی ساختمان را تحمل می‌کنند. چنین عضوی می‌تواند یک تیر اصلی، و یا تیری اصلی از نوع شاهتیر باشد.
- شاهتیر(Girder) : عضوی که بار تیرهای دیگر را تحمل کرده و به ستونها منتقل می‌نماید.

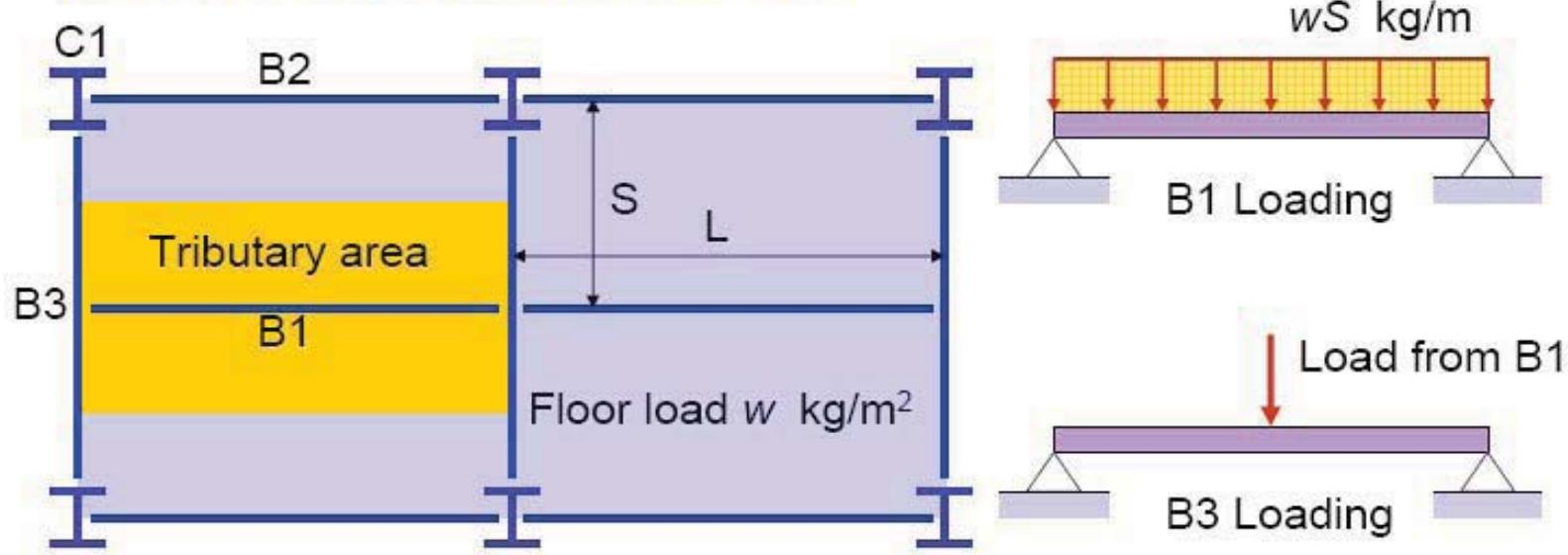
# انواع تیرها

- نعل درگاه (Lintel): تیری که روی بازشو دیوار قرار گرفته و بار دیوار روی بازشو را تحمل می‌کند.
- لایه (Purlin): تیری که بار پوشش سقف در ساختمانهای صنعتی را تحمل کرده و به خرپا یا قاب اصلی ساختمان صنعتی انتقال می‌دهد.
- تیر شیروانی، تیر شیب (Rafter): عضوی غالباً مورب که بار لایه‌ها و تیرهای فرعی را تحمل می‌کند.
- تیر طولی (Stinger): تیرهای طولی در که به موازات طول پل قرار داشته و بار عبورگاه پل را تحمل می‌کنند، عمود بر این تیرها، تیرهای کف قرار دارند که بار عبورگاه را از تیرهای طولی به شاهتیرهای پل یا خرپاها منتقل می‌نمایند.

## Loading on Beams

Tributary area = Area for which the beam is supporting

### One-way Floor System ( $m = S/L < 0.5$ )

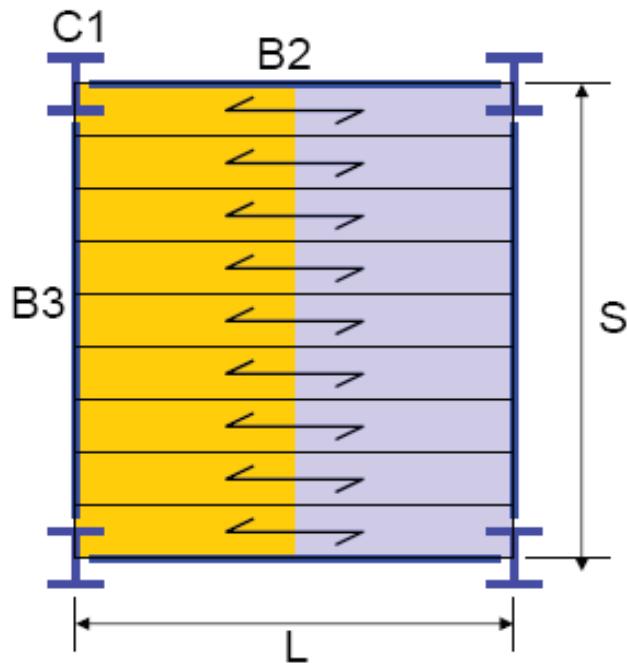
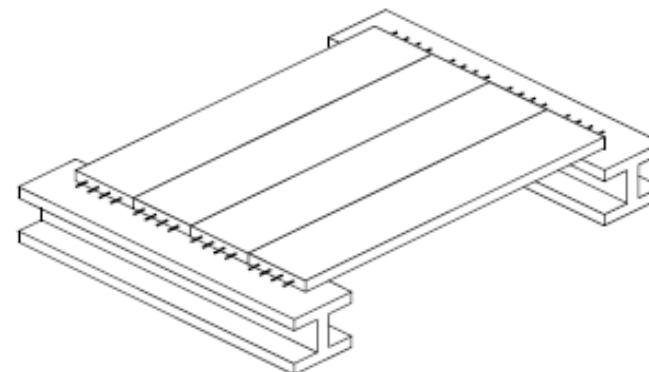


B1 = Secondary Beam

B3 = Primary Beam

If span of B3 is too large, more secondary beam may be used.

## Precast Concrete Slab



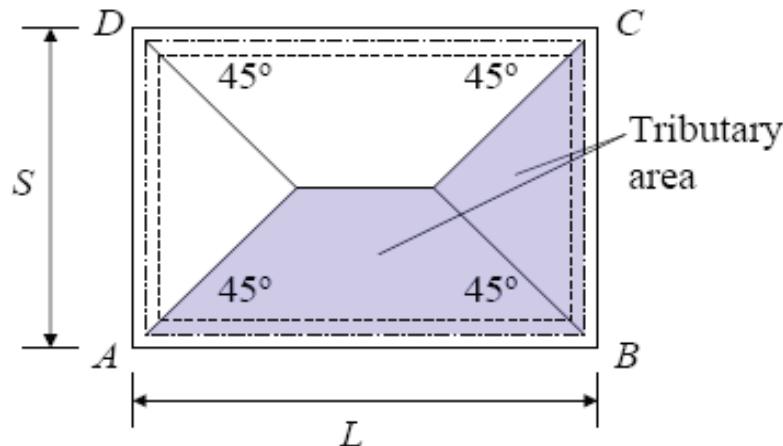
Floor load =  $w$  kg/sq.m

Tributary area =  $0.5SL$  sq.m

Load on beam =  $0.5wSL$  kg/m

## Two-way Slab

Span ratio  $m = S/L$



### Short span (BC):

Floor load =  $w$  kg/sq.m

Tributary area =  $S^2/4$  sq.m

Load on beam =  $wS/4 \rightarrow wS/3$  kg/m

### Long span (AB):

Floor load =  $w$  kg/sq.m

Tributary area =  $SL/2 - S^2/4 = \frac{S^2}{4} \left( \frac{2-m}{m} \right)$  sq.m

## Sections Used as Beams

## مقاطع متداول برای تیرها

- مقاطع I شکل متداولترین و اقتصادیترین مقاطع تیر هستند.
- مقاطع IPE دارای ممان اینرسی بالایی بوده و نسبت به سایر نیمرخها دارای راندمان مقاومتی (نسبت اساس مقطع به وزن واحد طول) بیشتری هستند.
- مقاطع INP که دارای شب در سطح داخلی بال هستند (نظیر مقاطع S امریکایی) دارای راندمان مقاومتی کمتر و استفاده محدودی می‌باشد.  
استفاده از این مقاطع زمانی مطلوبیت خواهد داشت که:
  - عرض کم بال مطلوب باشد،
  - و یا نیروی برشی بالایی وجود داشته باشد،
  - و یا نیاز به ضخامت زیاد بال در مجاورت جان باشد (مثلا در ریلهای جرثقیل)

# مقاطع متداول برای تیرها

## Sections Used as Beams

- مقاطع ناودانی دارای استفاده کمی بوده لیکن در موارد زیر کاربرد دارند:
  - تیرهایی که بار سبکی تحمل می‌کنند نظیر لاپه‌ها،
  - زمانی که بار تیر باید کم عرض باشد.
- مقاطع Z شکل در بامهای شیبدار به عنوان لاپه سقف بر مقاطع I شکل ارجحیت دارند زیرا نیروی وارد بر لاپه Z شکل تقریباً از مرکز برش عبور می‌نماید.
- عموماً ناودانی‌ها و نیمرخهای Z شکل مقاومت کمی در برابر بارهای عمود بر جان خود دارند لذا برای پایدارسازی آنها از میل مهار (sag rod) استفاده می‌شود.
- مقاطع مركب، تیرهای لانه زنبوری و تیرهای ساخته شده از میلگرد از جمله سایر انواع مقاطع متداول برای تیرها هستند.

# Design Beams

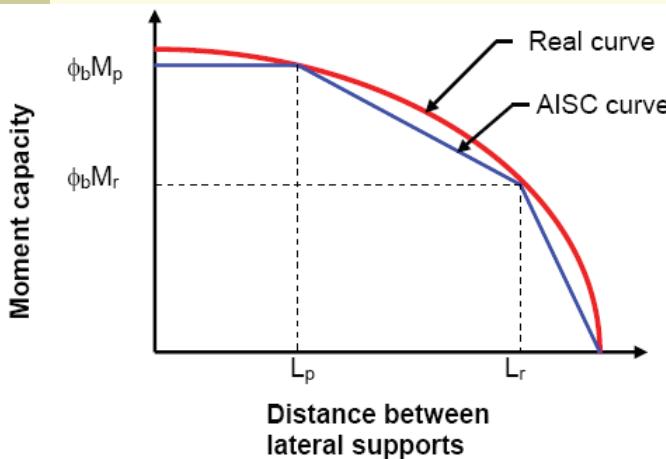
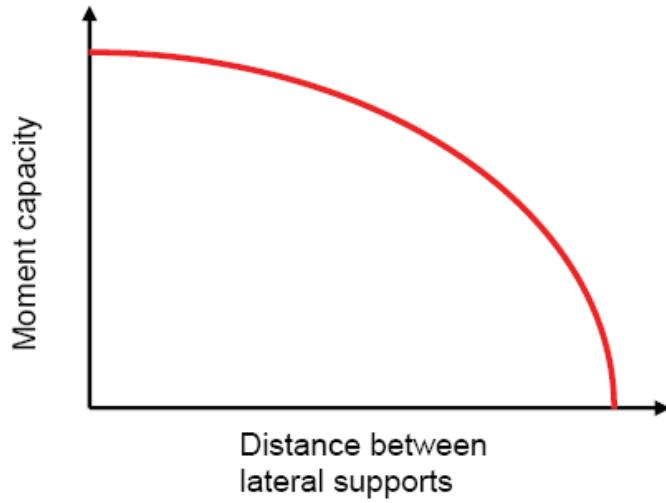
## طراحی تیر

- بال فشاری تیر مانند یک ستون عمل می‌کند و در صورت عدم تامین مهار جانبی کافی ممکن است کمانه کند.
- پدیده کمانش بال فشاری تیر را کمانش جانبی-پیچشی (lateral-torsional buckling) می‌نامند بروز این پدیده باعث کاهش ظرفیت لنگر خمشی عضو تیر می‌شود.
- تعبیه مهار جانبی کافی باعث جلوگیری از کمانش جانبی-پیچشی می‌شود(به واسطه کاهش طول کمانش).
- یک روش برای مهار نمودن تیر، قرار دادن آن در توده توپر می‌باشد (مثلا قرار دادن تیرچه و بلوک بین دو تیر و انجام بتن‌ریزی)
- برای مقاوم نمودن تیر در برابر کمانش جانبی-پیچشی می‌توان از مقاطع با بالهای پهن‌تر و یا مقاطع بسته استفاده نمود.



# Design Beams

# طراحی تیر



- رابطه فاصله بین مهارهای جانبی و ظرفیت لنگر خمشی تیر در شکل مقابل نشان داده شده است.

- در صورت تامین مهار جانبی کافی خرابی تیر با تسلیم بال فشاری همراه خواهد بود.

- در صورت عدم تامین مهار جانبی کافی خرابی تیر با کمانش جانبی-پیچشی همراه خواهد بود.

- طراحی تیرها بر اساس ضوابط AISC Chapter F p.16.1-44

- ملاحظات طراحی در آیین نامه AISC

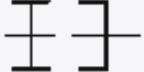
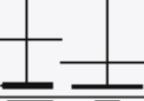
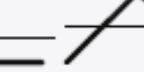
- طراحی تیر برای تسلیم

- طراحی تیر برای کمانش جانبی-پیچشی

- البته حالات حدی دیگری نظری کمانش موضعی بال، کمانش موضعی جان و تسلیم کششی بال از دیگر ملاحظات مطرح در طراحی تیرها می باشند.

# طراحی تیر

TABLE User Note F1.1  
Selection Table for the Application  
of Chapter F Sections

Section in Chapter F	Cross Section	Flange Slenderness	Web Slenderness	Limit States
F2		C	C	Y, LTB
F3		NC, S	C	LTB, FLB
F4		C, NC, S	C, NC	Y, LTB, FLB, TFY
F5		C, NC, S	S	Y, LTB, FLB, TFY
F6		C, NC, S	N/A	Y, FLB
F7		C, NC, S	C, NC	Y, FLB, WLB
F8		N/A	N/A	Y, LB
F9		C, NC, S	N/A	Y, LTB, FLB
F10		N/A	N/A	Y, LTB, LLB
F11		N/A	N/A	Y, LTB
F12	Unsymmetrical shapes	N/A	N/A	All limit states

Y – yielding, LTB – lateral-torsional buckling, FLB – flange local buckling, WLB – web local buckling,  
TFY – tension flange yielding, LLB – leg local buckling, LB – local buckling, C – compact, NC – noncompact,  
S – slender

# طراحی تیر برای تسليم

در صورتی که تیر دارای مهار جانبی کافی باشد با تسليم بال فشاری تیر خراب می شود.

در این حالت لنگر خمشی طراحی تیر بر اساس لنگر خمیری مقطع تعیین می شود.

مقاومت خمشی طراحی موجود طبق آیین نامه AISC به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\text{Available Design Flexural Strength} = \phi_b M_n \quad (\text{LRFD method})$$

$$\text{Allowable Design Flexural Strength} = M_n / \Omega_b \quad (\text{ASD method})$$

$$\phi_b = 0.9 \quad ; \quad \Omega_b = 1.67$$

مقاومت خمشی اسمی  $M_n$  = nominal flexural moment =

=  $M_p$  = Plastic moment = لنگر خمیری

$$= F_y Z_x$$

اساس مقطع خمیری  $Z_x$  = plastic section modulus =

# تنشهای خمشی

## Bending Stresses

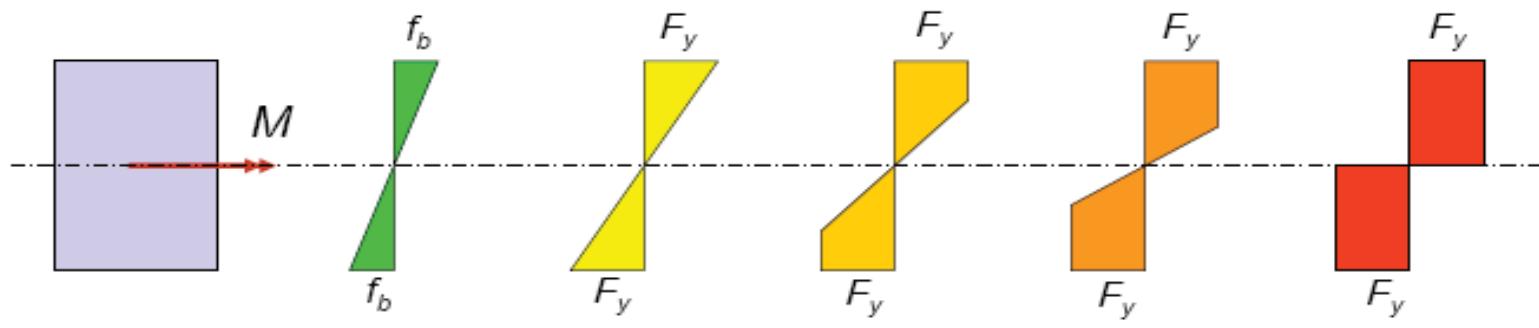
بررسی رفتار تیری با مقطع مستطیلی، که بخش فشاری آن دارای مهارهای جانبی کامل است، تحت اثر لنگر خمشی واردः

- تنش در تیر در حوزه ارجاعی (elastic limit) به صورت خطی تغییر کرده و مقدار آن در تار خارجی عبارتست از:

$$f_b = M c / I = M / S$$

$f_b$  = Bending Stress = تنش خمشی

$S = I / c$  = Section Modulus = اساس مقطع ارجاعی



$$M_y = S F_y$$

$$M_p = Z F_y$$

# تنشیهای خمشی

## Bending Stresses

تغییرات خطی تنش تا هنگامی که تار خارجی به تنش تسلیم برسد برقرار خواهد بود. لنگری که در آن تار خارجی مقطع به تنش تسلیم برسد لنگر تسلیم Yield Moment،  $M_y$  نامیده می‌شود:

$$M_y = S F_y$$

- در صورت افزایش لنگر واردہ از لنگر تسلیم، در تیری ساخته شده از فولاد معمولی:
  - تارهای خارجی تیر که قبلاً به تنش تسلیم رسیده‌اند در همان تنش باقی مانده ولی از دیاد طول پیدا خواهند کرد،
  - تارهای دیگر مقطع وظیفه تامین لنگر اضافی مقاوم را عهده‌دار خواهند شد،
  - تارهای بیشتری از مقطع با افزایش لنگر جاری خواهند شد.

با افزایش لنگر واردہ در نهایت کل مقطع جاری شده، مفصل خمیری Plastic Hinge در تیر ایجاد می‌شود.

با تشکیل مفصل خمیری تیر قادر به تحمل لنگر اضافی نبوده و تحت کوچکترین لنگر اضافی در مقطع مفصل خمیری دوران خواهد کرد.

# تنشیهای خمشی

## Bending Stresses

لنگری که در اثر آن کل مقطع جاری شده و مفصل خمیری تشکیل می‌شود لنگر خمیری نامیده می‌شود:  $M_p$  ، Plastic Moment

$$M_p = Z F_y$$

$Z$  = Plastic Section Modulus = اساس مقطع خمیری

نسبت لنگر خمیری به لنگر تسلیم، ضریب شکل Shape Factor نامیده می‌شود:

$$M_p / M_y = Z F_y / S F_y = Z/S$$

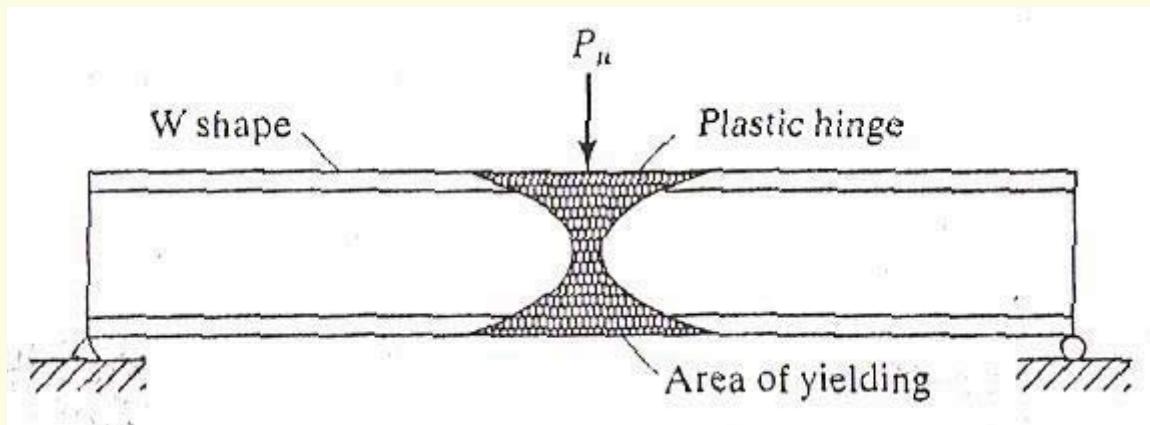
ضریب شکل برای مقطع مستطیلی برابر با ۱.۵ است.

# مفصل خمیری

## Plastic Hinge

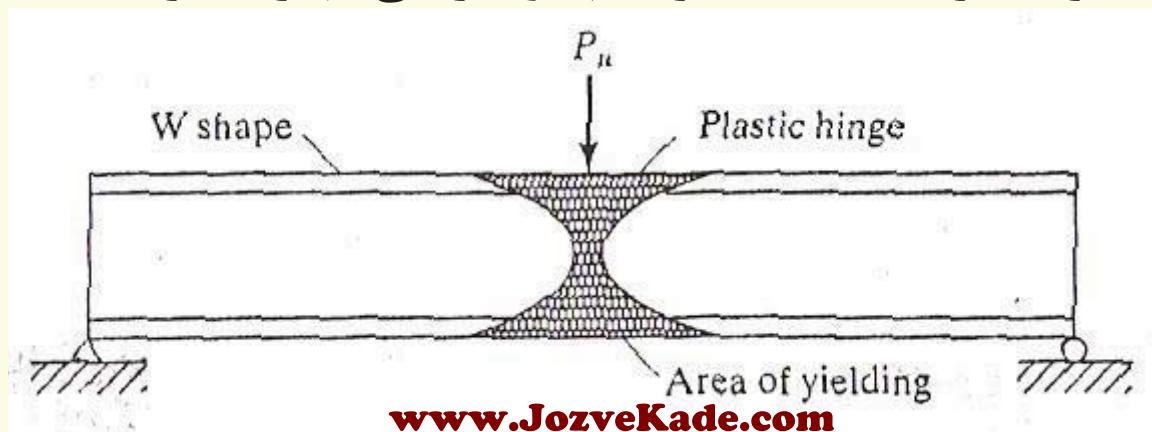
بررسی تشکیل مفصل خمیری در تیر ساده تحت بار مرکزی در وسط تیر:

- در اثر افزایش تدریجی بار، با رسیدن تنش در تار خارجی مقطع تیر به تنش تسلیم، لنگر خمی می‌شود.  $M_y$  می‌رسد.
- با افزایش مجدد بار، تارهای خارجی دیگری از تیر شروع به تسلیم نموده و خمیری شدن تیر به مقاطع دیگری غیر از مقطع لنگر حداقل مطابق شکل گسترش می‌یابد.
- در طی افزایش بار، تارهای داخلی نیز در مقطع لنگر حداقل، بتدريج جاري می‌شوند تا اينکه کل ارتفاع نيم رخ در آن مقطع جاري شده و مفصل خمیری طبق شکل ايجاد می‌شود.



# مفصل خمیری Hinge

- طول ناحیه جاری شده تیر بستگی به وضعیت بارگذاری و شکل نیمرخ دارد:
  - اگر بار وارد متمرکز بوده و شکل مقطع مستطیلی باشد طول قسمت خمیری شده تیر به  $1/3$  طول دهانه تیر می‌رسد،
  - اگر بار وارد متمرکز بوده و شکل مقطع IPE و W باشد طول قسمت خمیری شده تیر به  $1/8$  طول دهانه تیر خواهد بود.
- اگر چه اثر مفصل خمیری در طولی از دهانه تیر گسترش می‌یابد ولی فرض می‌شود که این مفصل فقط در یک مقطع از تیر وجود داشته باشد.
- طول ناحیه خمیری، در محاسبه تغییرمکانها و طراحی مهارها دارای اهمیت بسیاری است.



# The Plastic Modulus

# اساس مقطع خمیری

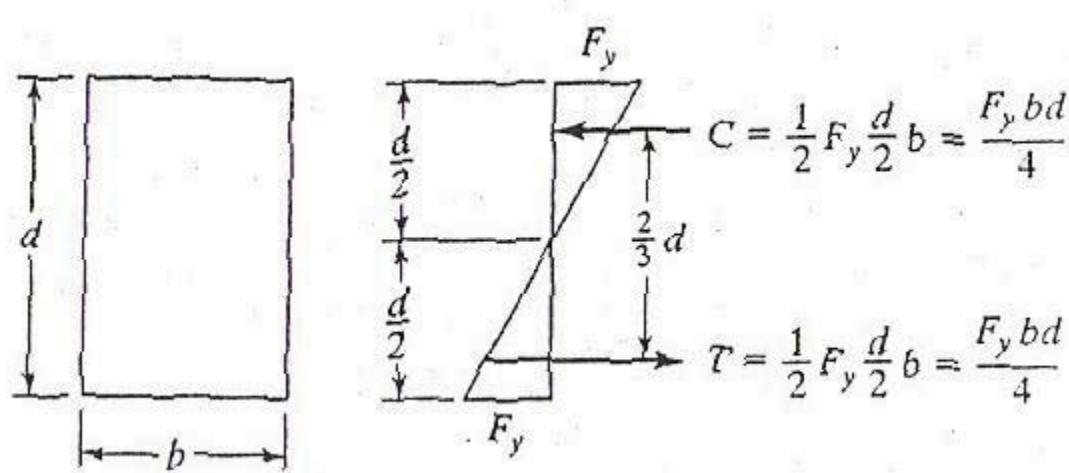
محاسبه لنگر تسلیم،  $M_y$  ، به یکی از دو روش زیر امکان‌پذیر است:

از حاصلضرب تنش تسلیم در اساس مقطع ارجاعی

$$M_y = F_y S = F_y I/c = F_y bd^2/6$$

با محاسبه لنگر مقاوم داخلی در شکل زیر (حاصلضرب C یا T در بازوی لنگر بین آن دو)

$$M_y = (F_y bd/4) (2d/3) = F_y bd^2/6$$



# The Plastic Modulus

## اساس مقطع خمیری

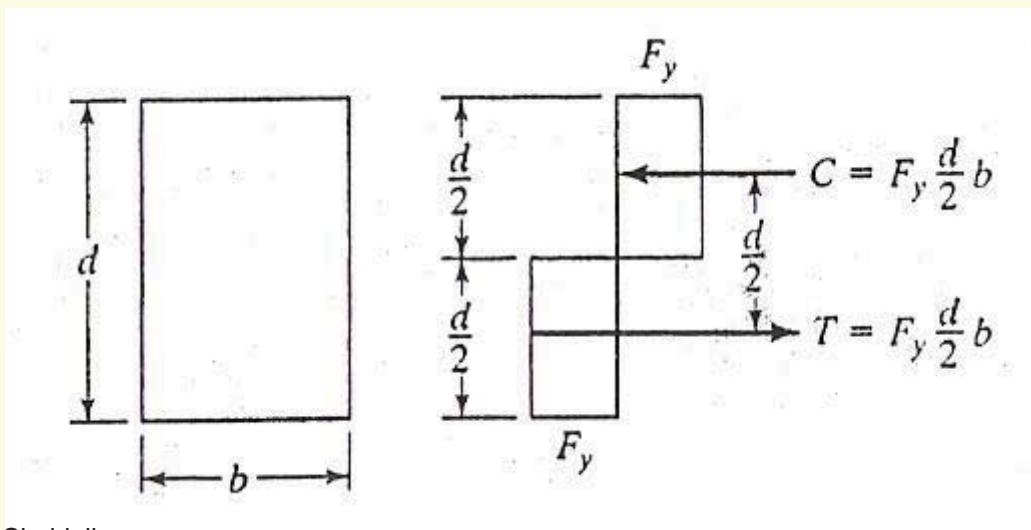
محاسبه لنگر خمیری،  $M_p$ ، (که در صورت تامین مهار جانبی کافی برابر با لنگر اسمی  $M_n$  نیز هست) به طریقی مشابه روش دوم انجام می‌گیرد:

$$M_p = M_n = T \frac{d}{2} = C \frac{d}{2} = (F_y b d / 2) (d / 2) = F_y b d^2 / 4$$

$$M_p = F_y Z =$$

به این ترتیب اساس مقطع خمیری برای مقطع مستطیلی عبارتست از:

$$Z = b d^2 / 4$$



# The Modulus Plastic

## اساس مقطع خمیری

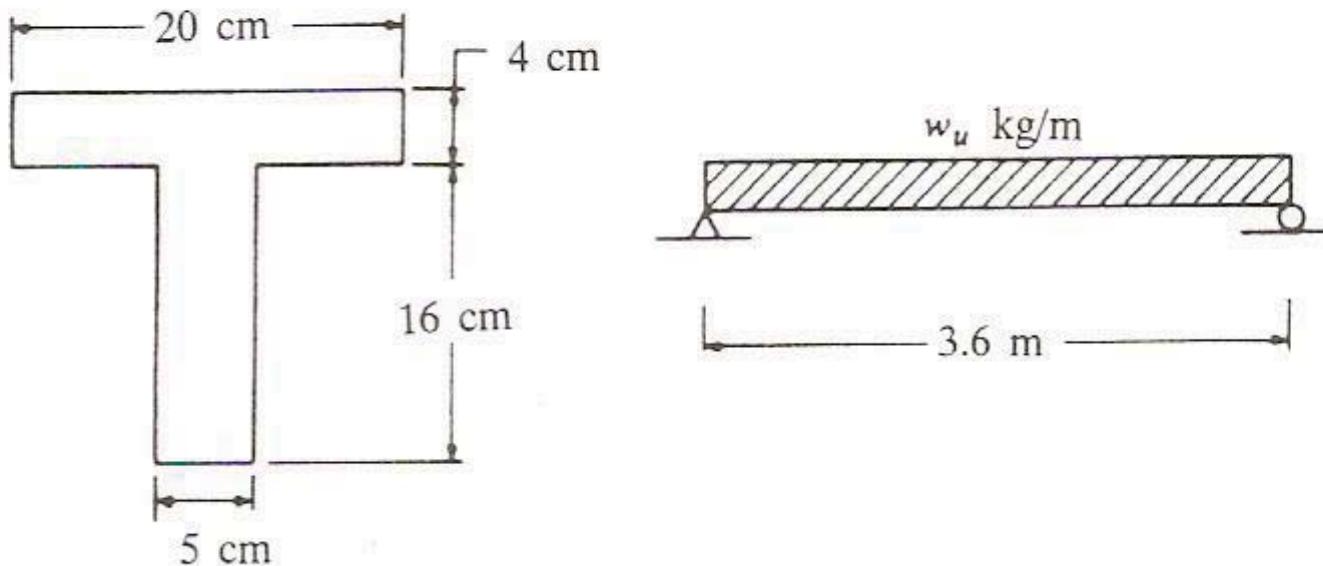
- اساس مقطع خمیری،  $Z$ ، برابر با جمع لنگر سطح، سطوح تحت کشش و فشار حول تار خنثی است.
- تنها در صورتی که مقطع شکل متقارنی داشته باشد محل تار خنثی در محدوده خمیری بر محل تار خنثی در محدوده ارتجاعی منطبق خواهد بود.
- در تعیین محل تار خنثی در محدوده خمیری باید به این نکته توجه شود که سطح تحت فشار باید با سطح تحت کشش برابر باشد.
- ضریب شکل (shape factor) برای مقطع مستطیلی برابر است با:

$$\frac{M_p}{M_y} = \frac{F_y Z}{F_y S} = \frac{Z}{S} = \frac{bd^2 / 4}{bd^2 / 6} = 1.5$$

- ضریب شکل برای دیگر انواع مقاطع را نیز میتوان براساس روش فوق تعیین کرد. برای مقاطع دایره ای شکل مقدار آن ۱.۷ و برای مقاطع I شکل بین ۱.۱ تا ۱.۲ خواهد بود.

## مثال ۱-۸

برای تیر فولادی شکل زیر مقادیر  $M_y$ ،  $M_z$  و  $Z$  را معین کنید و هرگاه دهانه تیر  $3.6\text{ m}$  و تنش تسلیم فولاد  $F_y = 2333 \text{ kg/cm}^2$  باشد. ضریب شکل و بار گستردہ یکنواخت اسمی که تیر قادر به تحمل آن است معین شود.



حل:

طرح ارجاعی:

$$A = 20 \times 4 + 16 \times 5 = 160 \text{ cm}^2$$

$$y = \frac{80 \times 2 + 80 \times 12.0}{160} = 7 \text{ cm}$$
 از تار بالا

$$I = (20 \times 20^3/3 - 15 \times 16^3/3) - (20 - 7.0)^2(160) = 5813 \text{ cm}^4$$

$$S_{\min} = \frac{I}{c} = \frac{5813}{20 - 7} = 447 \text{ cm}^3$$

$$M_y = F_y S_{\min} = 2333 \times \frac{447}{100} = 10429 \text{ m kg}$$

طرح خمیری: تار خنثی در تار پایین بال قرار دارد.

$$Z = 80 \times 2 + 80 \times 8 = 800 \text{ cm}^3$$

$$M_n = F_y Z = 2333 \times \frac{800}{100} = 18664 \text{ m kg}$$

$$\frac{M_n}{M_y} \text{ یا } \frac{Z}{S} = \frac{18664}{10429} = 1.79$$

$$M_n = \frac{w_n L^2}{8} =$$

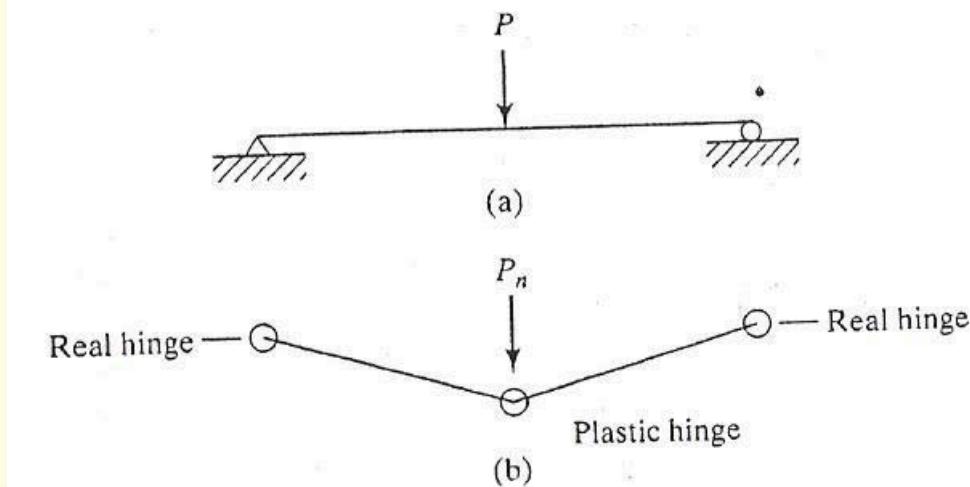
$$w_n = \frac{8 \times 18664}{3.6^2} = 11520 \text{ kg/m}$$

# مکانیزم خرابی(شکست)- در سازه های معین

## The Collapse Mechanism

در تیر ساده ای که تحت بار متمرکز در وسط دهانه قرار دارد با افزایش بار و رسیدن آن به تراز بار  $P_n$ ، مفصل خمیری در مقطع لنگر حداکثر(زیر بار) ایجاد شده و سازه ناپایدار می گردد.

افزایش مجدد بار باعث خرابی سازه شده و بار حداکثر، بار اسمی  $P_n$  قابل تحمل توسط سازه خواهد بود.



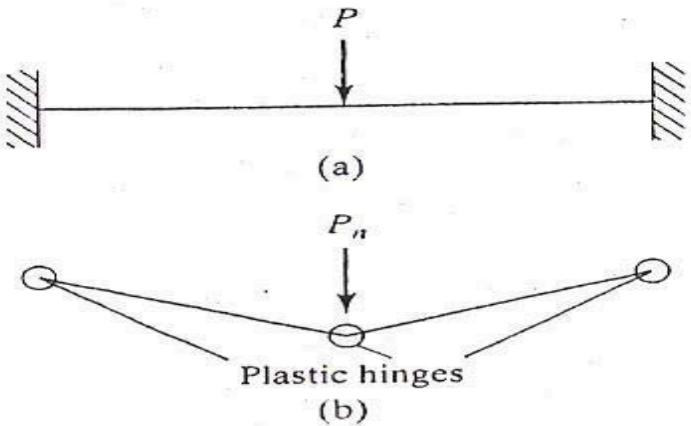
بنابراین:

سازه ای که از نظر استاتیکی معین باشد با تشکیل یک مفصل خمیری دچار خرابی خواهد شد.

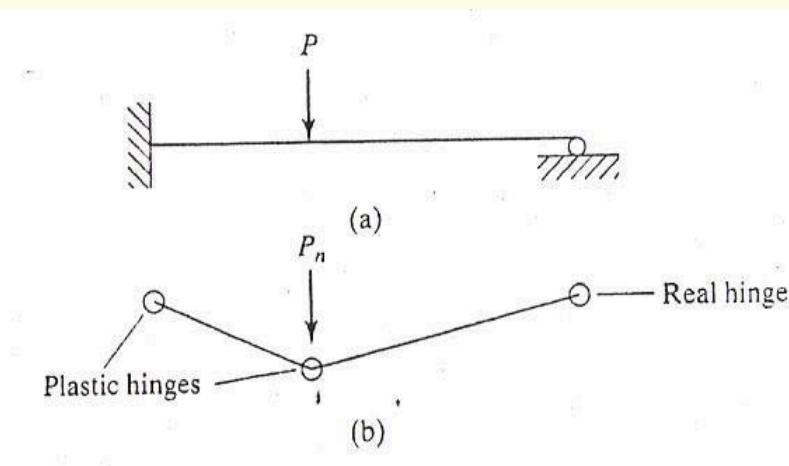
## مکانیزم خرابی - در سازه های نامعین

- در یک سازه نامعین پس از تشکیل یک مفصل خمیری، در صورتی که پیکربندی هندسی سازه اجازه دهد، امکان افزایش بار بدون خرابی سازه وجود خواهد داشت.
- در زمان افزایش بار مفصل خمیری عیناً مانند یک مفصل واقعی عمل کرده، قادر به تحمل لنگر اضافی نخواهد بود لذا باز توزیع لنگر در سازه اتفاق می‌افتد.
- با تشکیل مفصل‌های خمیری بیشتر و رسیدن تعداد آنها به حد لازم، سازه دچار خرابی می‌شود.
- آرایشی از مفصل‌های خمیری و واقعی که سبب خرابی سازه می‌شود مکانیزم (mechanism) نامیده می‌شود.
- در سازه‌های نامعین برای خرابی سازه (تشکیل مکانیزم خرابی) معمولاً باید بیش از یک مفصل خمیری ایجاد شود.
- در تحلیل خمیری باید همه مکانیزم‌های ممکن خرابی مورد بررسی قرار گیرد تا مکانیزم خرابی صحیح به ازای کمترین مقدار بار تعیین شود.

# مکانیزم خرابی - در سازه های نامعین

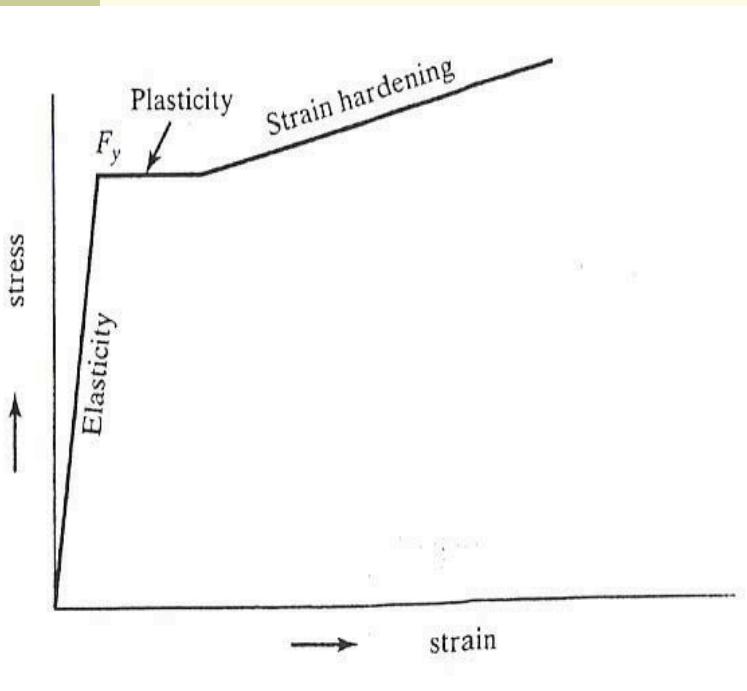


یک تیر دوسر گیردار با تشکیل سه مفصل خمیری به یک مکانیزم تبدیل می شود.



در یک تیر یک سر گیردار - یک سر مفصل با تشکیل دو مفصل خمیری، یک مکانیزم ایجاد می شود(وجود سه مفصل در یک امتداد).

# فرضیات تئوری تحلیل خمیری



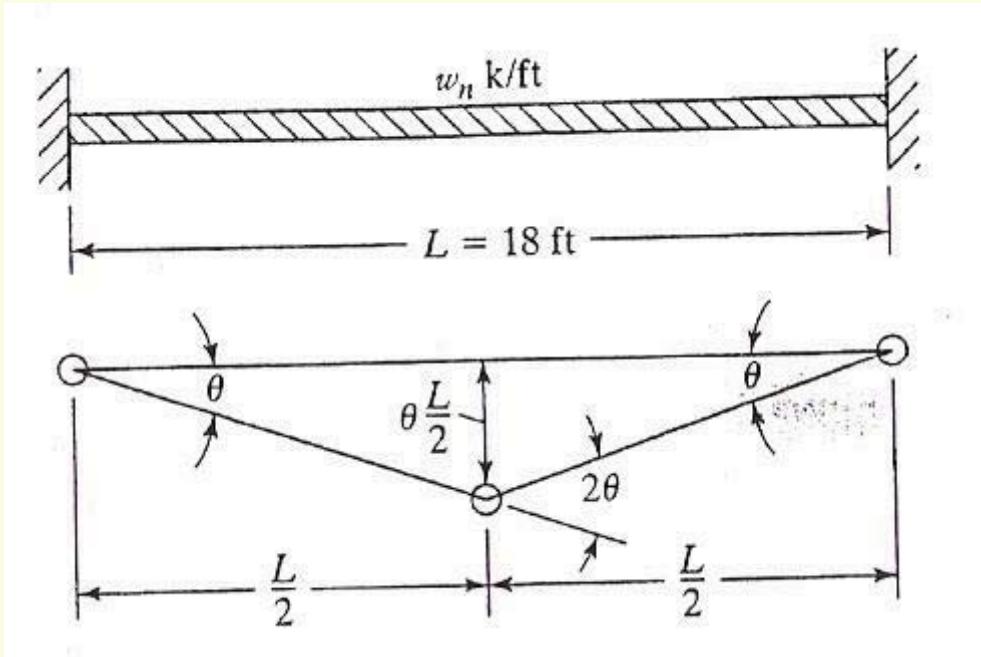
- نمودار تنش-کرنش به صورت ایده آل نشان داده شده
- انطباق نقطه تسلیم و نقطه حد خطی
- وجود ناحیه سخت شدگی کرنش (که در آن فولاد قادر به تحمل تنش بالاتری است). البته در این رابطه لازم به تذکر است که:
  - عملا در این حوزه، کرنش آنچنان بالاست که استفاده عملی ندارد،
  - هرچند که مقدار سخت شدگی کرنشی در نمودار قابل توجه است لیکن به دلیل کمانش غیرارتجاعی قدرت باربری مقطع بیش از  $M_n$  نخواهد بود.

# روش کار مجازی برای تحلیل خمیری سازه ها

## The Virtual –work Method

- در این روش، ابتدا فرض می شود سازه تحت باری به میزان ظرفیت خمشی خود قرار داشته باشد،
- سپس فرض می گردد سازه تحت بار نهایی وارد، تغییرمکان اضافی کوچکی یابد،
- کار بارهای خارجی در طی این تغییرمکان اضافی، برابر با کار داخلی جذب شده توسط مفصلها قرار داده می شود.
- در این روش از نظریه زوایای کوچک استفاده می شود ( $\sin \theta \approx \theta$  ,  $\tan \theta \approx \theta$ )

## Example 1: Uniformly loaded fixed-ended beam

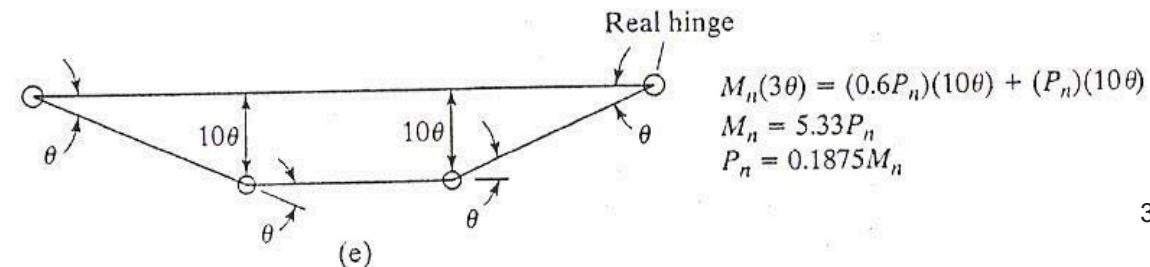
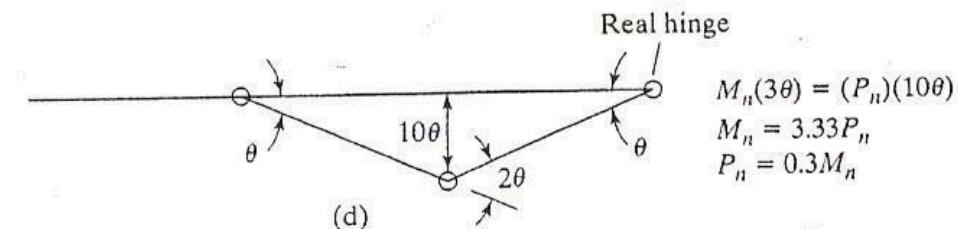
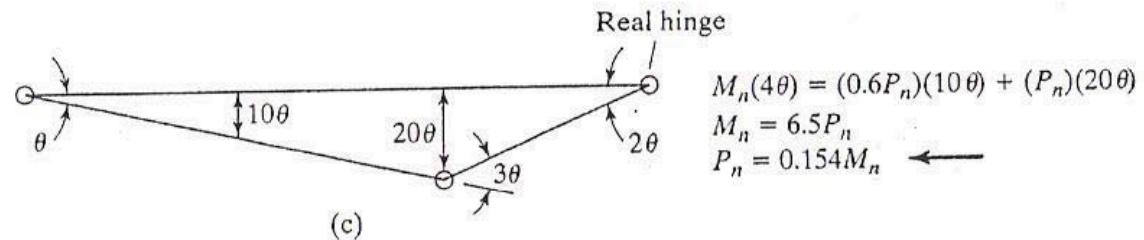
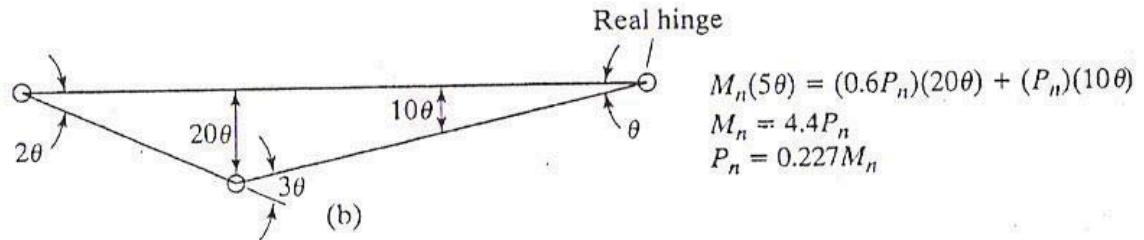
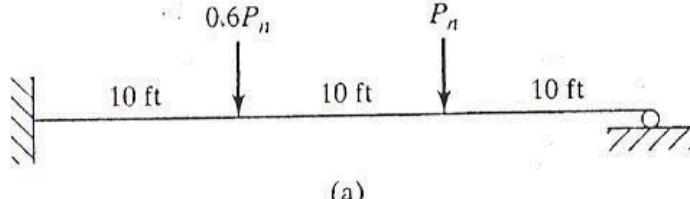


$$M_n(\theta + 2\theta + \theta) = w_n L \left( \frac{1}{2} \times \theta \times \frac{L}{2} \right)$$

$$M_n = \frac{w_n L^2}{16}$$

$$w_n = \frac{16 M_n}{L^2}.$$

## Example 2: Propped cantilever beam

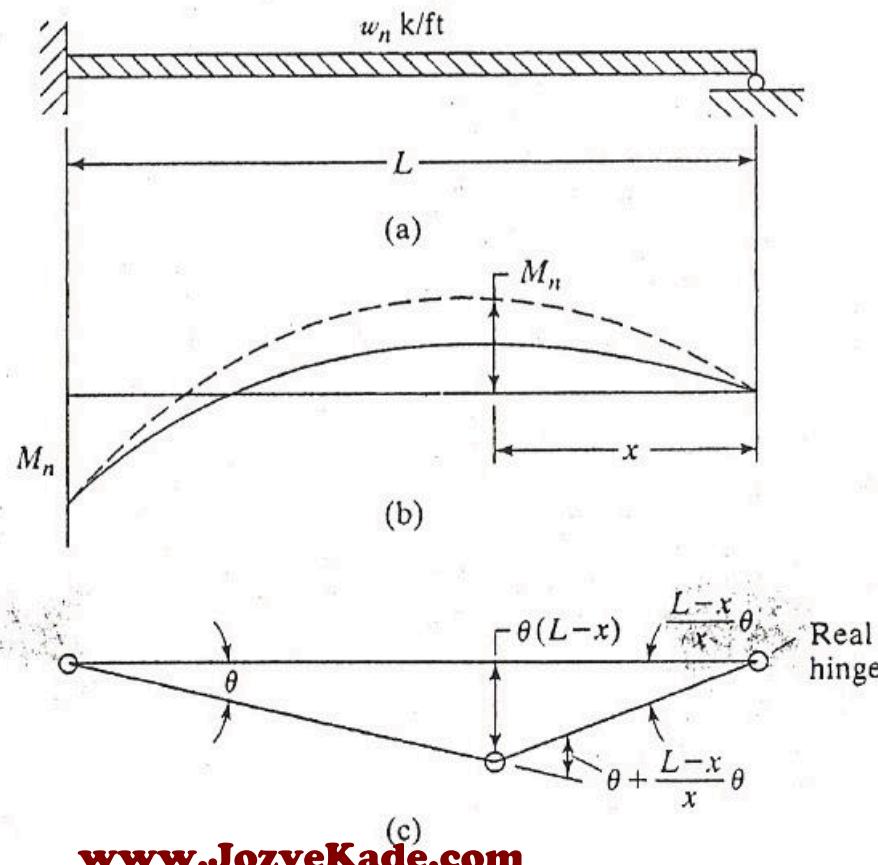


## Example 3: Uniformly loaded propped cantilever beam

The virtual-work expression for the collapse mechanism of the beam shown in part (c) of Fig. 8.14 is written as follows:

$$M_n \left( \theta + \theta + \frac{L-x}{x} \theta \right) = (w_n L)(\theta)(L-x) \left( \frac{1}{2} \right).$$

Solving this equation for  $M_n$ , taking  $dM_n/dx = 0$ , the value of  $x$  can be calculated to equal  $0.414L$ . This value is also applicable to uniformly loaded end spans of continuous beams with simple end supports, as will be illustrated in the next section.



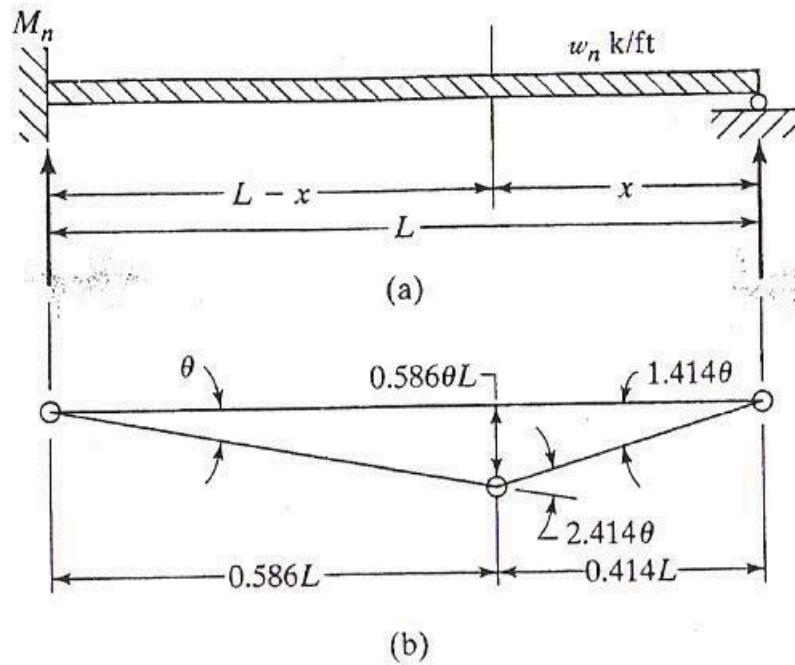


FIGURE 8.15

The beam and its collapse mechanism are redrawn in Fig. 8.15 and the following expression for the plastic moment and uniform load are written using the virtual-work procedure.

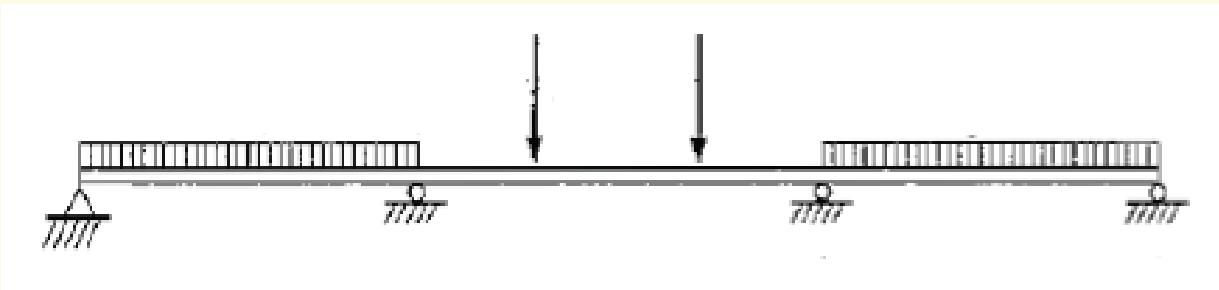
$$M_n(\theta + 2.414\theta) = (w_n L)(0.586\theta L)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$M_n = 0.0858w_n L^2$$

$$w_n = 11.65 \frac{M_n}{L^2}$$

# Continuous Beams

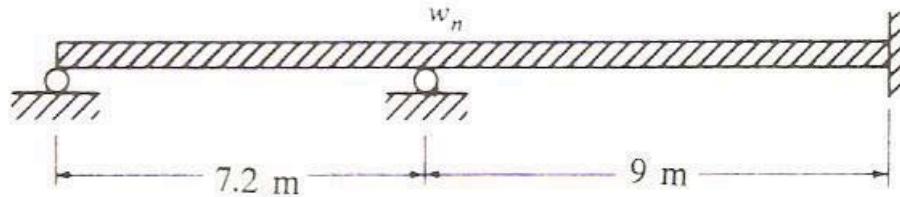
# تیرهای سراسری(یکسره)



- تحلیل ارجاعی تیرهای سراسری با توجه به نامعینی استاتیکی آنها پیچیده می‌شود.
- اما اعمال تحلیل خمیری بر تیرهای سراسری مانند اعمال آن بر تیرهای یک دهانه بوده و افزایش تعداد دهانه‌ها تاثیر چندانی بر حجم محاسبات ندارد.
- برای تحلیل خمیری تیرهای سراسری کافی است روش کار مجازی به طور جداگانه به هر یک از دهانه‌های تیر اعمال شود.
- مکانیزم صحیح برای سازه، مکانیزمی است که منجر به کوچکترین مقدار بار(متناظر با بزرگترین مقدار  $M_p$ ) می‌شود.

## مثال ۲-۸

برای تیر شکل (۱۶-۸) یک IPE 40 انتخاب شده است، اگر تیر دارای تکیه گاههای ممتد جانبی باشد مطلوبست تعیین  $w_n$

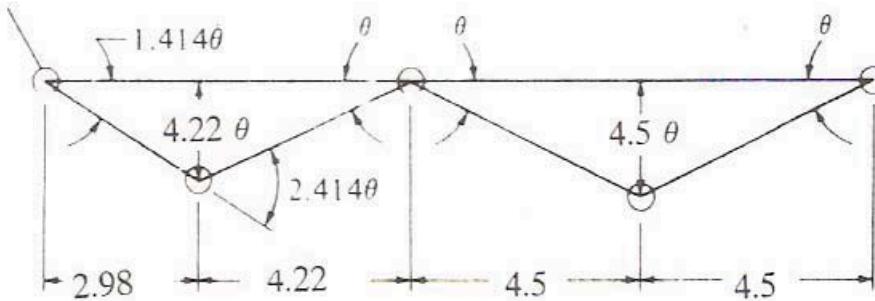


شکل ۱۶-۸

: حل

$$M_n = F_y Z = 2333(1308) \cdot 10^{-4} = 305 \text{ kN m}$$

اگر مکانیزم شکست را برای هر دو دهانه رسم کنیم خواهیم داشت



برای دهانه چپ

$$(M_n)(3.414 \theta) = (720 w_n) \left(\frac{1}{2}\right)(4.22 \theta)$$

$$w_n = 2.25 \times 10^{-5} M_n = 2.25 \times 10^{-5} (305 \times 10^4) = 68.6 \text{ kg/cm}$$

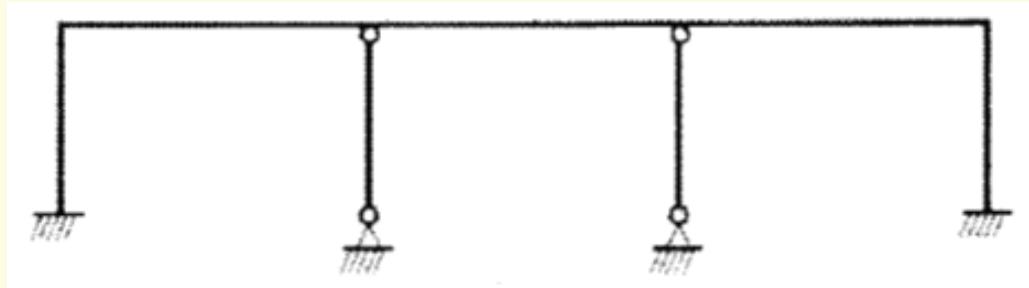
برای دهانه راست

$$M_n(4 \theta) = (900 w_n) \left(\frac{1}{2}\right)(450 \theta)$$

$$w_n = 1.98 \times 10^{-5} M_n = 1.98 \times 10^{-5} (305 \times 10^4) = 60.4 \text{ kg/cm}$$

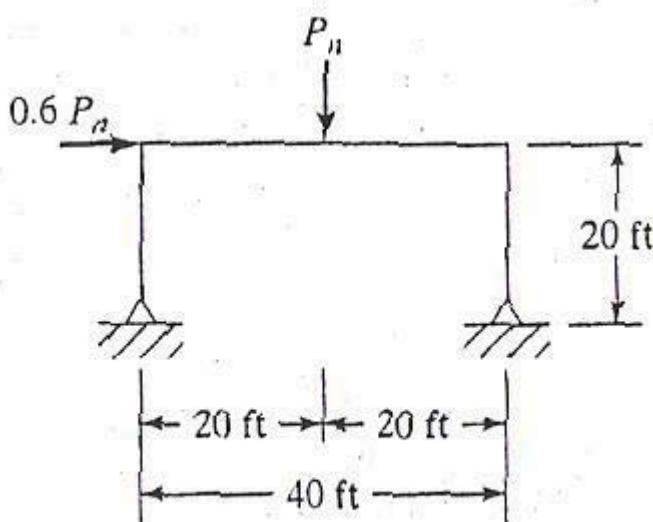
# Building Frames

## قابهای ساختمانی

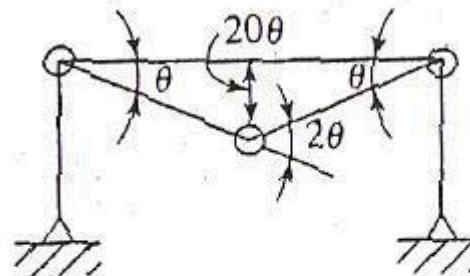


- روش کار مجازی برای قابها نیز همچون تیرها قابل استفاده است.
- در قابها مکانیزم‌های دیگری غیر از مکانیزم‌های تیر نظیر موارد زیر وجود دارد:
  - مکانیزم انتقال جانبی
  - مکانیزم ترکیبی تیر و انتقال جانبی
- بر خلاف تحلیل ارجاعی در تحلیل خمیری اصل جمع آثار قابل استفاده نیست.
- در محل اتصال دو عضو با سایزهای مختلف، مفصل خمیری بر روی عضو ضعیفتر تشکیل می‌شود.

# Example : Possible mechanisms for a portal frame



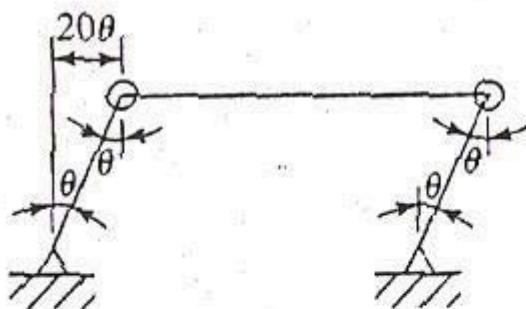
(a) Frame and loads



$$(P_n)(20\theta) = M_n(4\theta)$$

$$P_n = \frac{1}{5}M_n$$

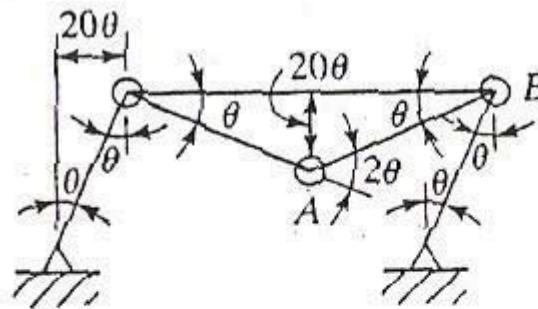
(b) Beam mechanism



$$(0.6 P_n)(20\theta) = M_n(2\theta)$$

$$P_n = \frac{1}{6}M_n$$

(c) Sidesway mechanism



$$(0.6 P_n)(20\theta) + (P_n)(20\theta) = M_n(4\theta)$$

$$P_n = \frac{1}{8}M_n \leftarrow$$

(d) Combined beam and sidesway mechanism

# باز توزیع لنگر در طراحی تیرهای سراسری

## Moment Redistribution in Design of Continuous Beams

■ در تیرهای با مقطع فشرده ساخته شده از فولاد با تنش تسليم  $F_y \leq 4500 \text{kgf/cm}^2 (\equiv 65 \text{ksi})$  که بال فشاری آنها از تکیه گاههای جانبی کافی برخوردار باشد امکان بازتوزیع لنگر حاصل از بارهای اضافه وارد وجود خواهد داشت.

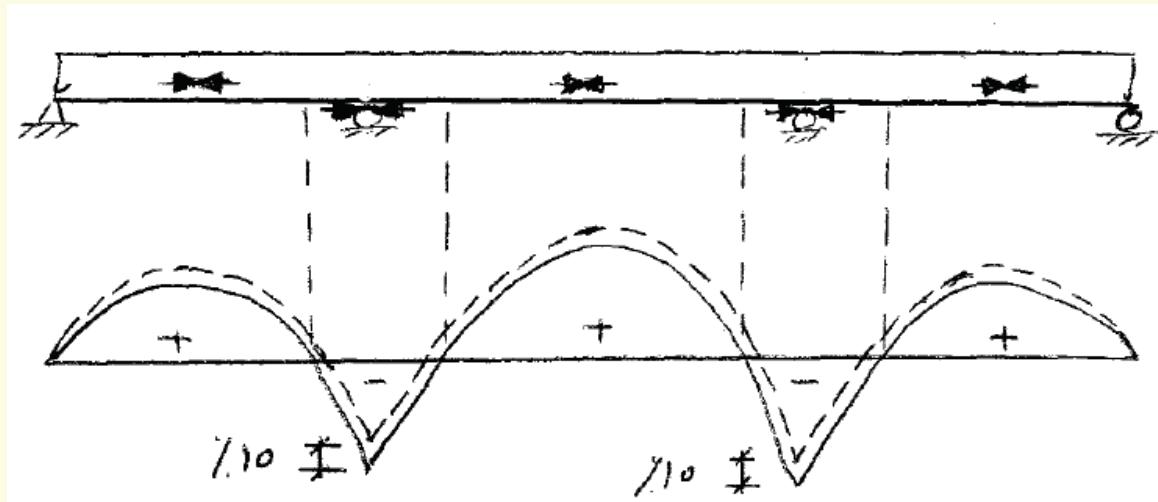
■ در طرح خمیری تیرها عملاً چنین مزیتی در تحلیل لحاظ می‌گردد.

■ برای اینکه امکان بهره‌مندی از مزایای ناشی از بازتوزیع لنگر در طرح ارتقائی تیر نیز فراهم آید می‌توان از قاعده موسوم به 0.9 لنگر منفی که در AISCC05 App.1.3 p.16.1-151 مطرح گردیده است استفاده نمود.

# باز توزیع لنگر در طراحی تیرهای سراسری

## Moment Redistribution in Design of Continuous Beams

- قاعده 0.9 لنگر در طرح ارتتجاعی تیرهای سراسری:
- لنگرهای منفی تکیه گاهی ناشی از بارگذاری ثقلی که با تحلیل الاستیک تعیین می شوند در ضریب 0.9 ضرب می شوند،
- لنگرهای مثبت وسط دهانه نیز به اندازه 0.1 متوسط لنگرهای منفی تکیه گاههای طرفین افزایش می یابد.



# باز توزیع لنگر در طراحی تیرهای سراسری

## Moment Redistribution in Design of Continuous Beams

محدودیت های قاعده 0.9 لنگر:

- این قاعده تنها در حالت اعمال بارهای ثقلی بکار رفته و در مورد بارهای جانبی نظیر بار باد و زلزله بکار نمی رود،
- این کاهش در مورد لنگرهای ناشی از بارها روی کنسولها مجاز نیست،
- این کاهش در طراحی بر اساس بخش های 1-8 App.1-4 AISC05 مجاز نیست(بخش های طراحی غیرالاستیک برای کمانش موضعی، پایداری و تحلیل مرتبه دوم، ستونها و سایر اعضای فشاری، تیرها و سایر اعضای خمشی، و اعضای تحت نیروهای ترکیبی)،

# باز توزیع لنگر در طراحی تیرهای سراسری

## Moment Redistribution in Design of Continuous Beams

اگر لنگر منفی بوسیله گیردار کردن ستونها به تیرها و شاهتیرها(قاب خمشی) مهار شود، کاهش ۰.۱ لنگر برای چنین ستونی که تحت ترکیب نیروی محوری و خمشن است قابل اعمال خواهد بود. در این حالت در طراحی بر اساس LRFD مقدار نیروی محوری ستون از  $0.15\phi_c F_y A_g$  و در طراحی بر اساس ASD، مقدار نیروی محوری ستون از  $\Omega_c / \Omega_g F_y A_g$  نباید بیشتر شود.

$$A_g = \text{سطح مقطع ناخالص (کل)} \text{ عضو}$$

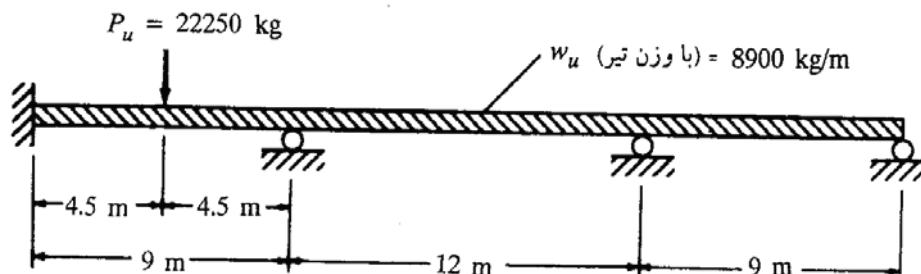
$$F_y = \text{حداقل تنش تسلیم بال}$$

$$\phi_c = \text{ضریب کاهش مقاومت فشاری} = 0.9$$

$$\Omega_c = \text{ضریب اطمینان فشاری} = 1.67$$

## مثال ۱-۱۰

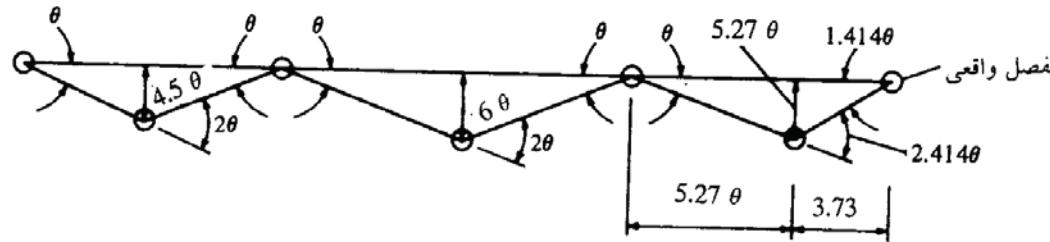
تیر شکل (۱-۱۰) از فولاد نرم است. (الف) سبکترین نیمیرخ I شکل را با اعمال تحلیل خمیری بر تیر برای آن معین کنید. تیر را با تکیه گاههای ممتد جانبی بگیرید. (ب) این تیر را به روش تحلیل ارتجاعی با بارهای ضربیدار طراحی کنید و از قانون  $0/9$  لنگر منفی استفاده نمایید، بالهای این تیر را با تکیه گاه ممتد جانبی بگیرید (ج) با استفاده از تحلیل ارتجاعی و ضرایب بار و قانون  $0/9$  لنگر منفی تکیه گاهی و بافرض تکیه گاه ممتد جانبی بال فوقانی و تنها با تکیه گاه جانبی در محل تکیه گاهها در بال تحتانی طراحی کنید.



شکل ۱-۱۰

حل:

الف - تحليل و طرح خميري



دهانه اول

$$\left\{ \begin{array}{l} M_u 4\theta = (9 w_u) \left(\frac{1}{2}\right)(4.5 \theta) + P_u(4.5\theta) \\ M_u = 5.063 w_u + 1.125P_u \\ M_u = 5.063(8900) + 1.125(22250) \\ M_u = 70092 \text{ kg m} \end{array} \right.$$

دهانه دوم

$$\left\{ \begin{array}{l} M_u (4\theta) = (12 w_u) \left(\frac{1}{2}\right)(6\theta) \\ M_u = 9 w_u = 9(8900) \\ M_u = 80100 \text{ kg m} \end{array} \right.$$

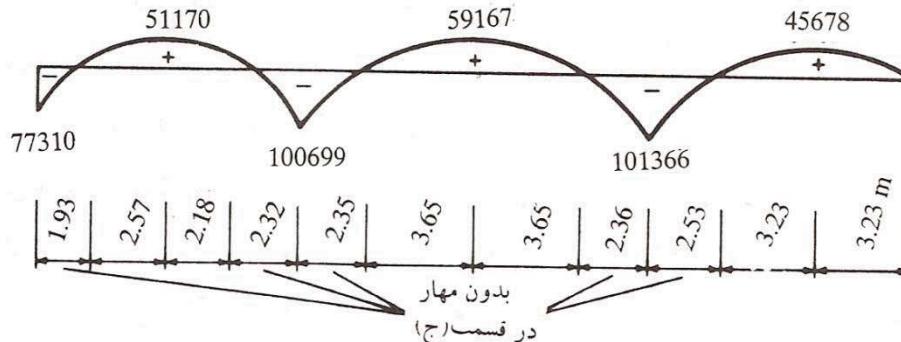
دهانه سوم

$$\left\{ \begin{array}{l} M_u = (3.414 \theta) = (9 w_u) \left(\frac{1}{2}\right)(5.27 \theta) \\ M_u = 6.95 w_u = 6.95(8900) \\ M_u = 61855 \text{ kg m} \end{array} \right.$$

$$\text{لازم } Z = \frac{M_u}{\phi_b F_y} = \frac{8010000}{0.9(2333)} = 3815 \text{ cm}^3$$

انتخاب شد 45 .IPB

ب - تحلیل و طرح ارتجاعی با تکیه گاه کامل جانبی دو بال



شکل ۱۰-۲

$$= 0.9(101366) = 91229 \text{ kg m}$$

$$59167 = \text{لنج خمسي مثبت حداكثر طراحی} + \frac{1}{10} \left( \frac{100699 + 101366}{2} \right) = 69270 \text{ kg m}$$

$$\text{لازم} Z = \frac{9122900}{0.9(2333)} = 4345 \text{ cm}^3$$

IPB 50 انتخاب شد.

ج - طرح ارجاعی، با تکیه گاه جانبی ممتد بال فوچانی و تنها در محل تکیه گاهها برای بال تحاتی در این حالت دیده می شود که بزرگترین فاصله بدون مهار  $2.53\text{m}$  است که در آن لنگر تقلیل بافتہ از قسمت (ب) برابر با  $M_u = 91229 \text{ kg m}$  است، اوّلین نیمرخ که باید بررسی شود

IPB 50 است که برای آن داریم:

$$L_p = \frac{2490 r_y}{\sqrt{F_{yf}}} = \frac{2490 \times 7.27}{\sqrt{2333}} = 375 \text{ cm} > 253 \text{ cm}$$

پس همان نیمرخ باشد انتخاب شود.

# Design of B E A M S for Flexure

فصل پنجم - قسمت دوم: طراحی تیرها برای خمش

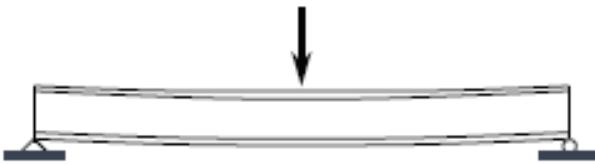
# کمانش جانبی-پیچشی تیرها

## Lateral-Torsional Buckling (LTB) of Beams

تحت بارهای جانبی واردہ قسمت فشاری تیر مانند یک ستون عمل می‌کند و در صورت عدم تامین مهار جانبی کافی ممکن است کمانه کند. کمانش در راستای قائم اتفاق نمی‌افتد زیرا:

- ▶ ممان اینرسی در خمش حول محور افقی X بسیار بیشتر از محور قائم Y بوده،
- ▶ جان و بال کششی تیر به مثابه تکیه‌گاه تیر در راستای قائم عمل می‌کنند.

SIDE VIEW:



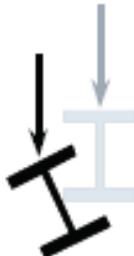
اما کمانش تیر در راستای افقی امکان پذیر بوده و این پدیده کمانش جانبی-پیچشی نامیده می‌شود.

TOP VIEW:



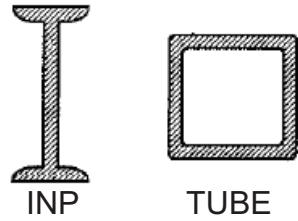
این پدیده متقارن نمی‌باشد زیرا تیر از یک قسمت کششی و یک قسمت فشاری تشکیل شده است، که قسمت کششی کمانه نمی‌کند اما قسمت فشاری در راستای افقی کمانش می‌کند در نتیجه قسمت فشاری به صورت جانبی حرکت کرده و تیر شکل تابیده شده خواهد داشت.

CROSS-SECTION VIEW:



بدیهی است که کمانش جانبی-پیچشی باعث کاهش ظرفیت لنگر خمشی عضو تیر می‌شود.

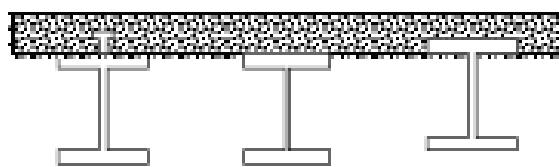
# روشهای پیشگیری از کمانش جانبی-پیچشی تیرها



استفاده از مقاطع با بالهای پهن‌تر و یا مقاطع بسته

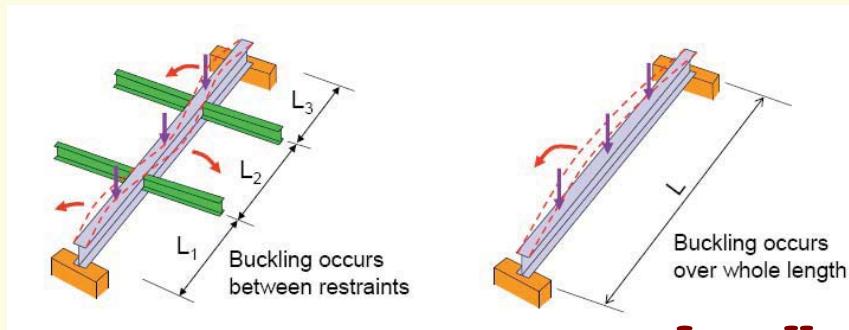
تامین مهار جانبی پیوسته با قرار دادن تیر در توده توپر (مثلاً قرار دادن تیرچه و بلوك بین دو تیر و انجام بتن‌ریزی) یا اتصال پیوسته با دال بتنی کف یا عرشه فلزی

BEAMS SUPPORTING A CONCRETE SLAB:



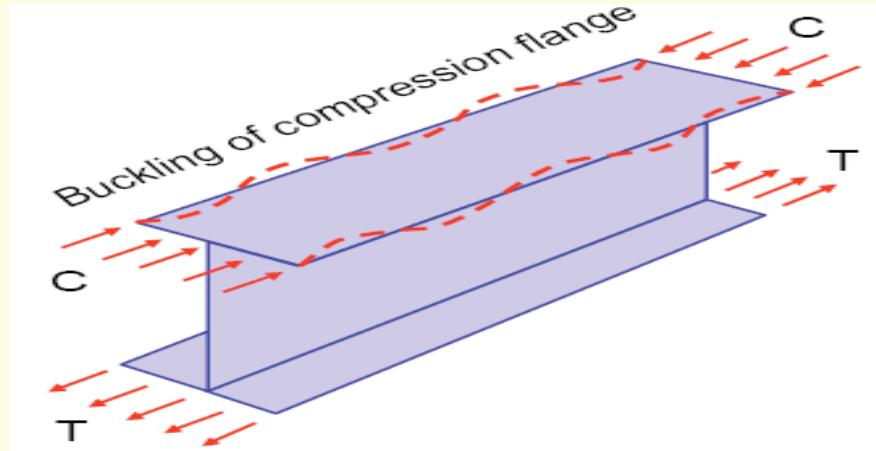
تعییه مهارهای جانبی برای بال فشاری در فواصل مختلف توسط تیرهای عرضی، قابهای عرضی یا میل مهارها. فاصله بین مهارهای جانبی، طول مهارنشده (unbraced length)

نامیده شده و با  $L_b$  نشان داده می‌شود.



# کمانش موضعی بال فشاری

## Local Buckling of Compression Flange



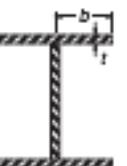
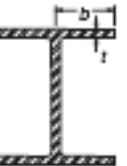
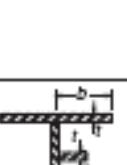
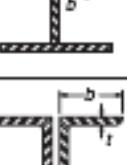
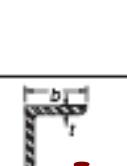
در صورت لاغر بودن اجزای مقطع عرضی تیر، کمانش موضعی تیر قبل از رسیدن تنש‌ها به تنش تسلیم  $F_y$  اتفاق می‌افتد.

کمانش موضعی باعث کاهش ظرفیت لنگر خمی تیر شده و از رسیدن آن به ظرفیت خمیری کامل جلوگیری می‌کند.

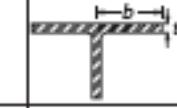
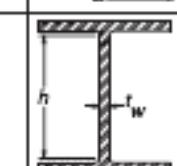
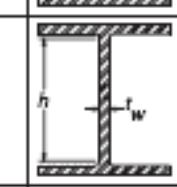
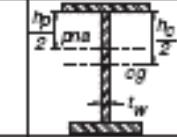
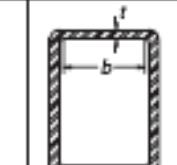
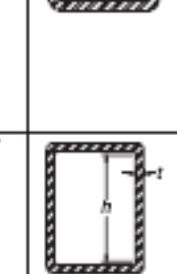
برای پیشگیری از حالت حدی کمانش موضعی نسبت عرض به ضخامت اجزای مقطع عرضی ( $\lambda = b/t$ ) باید بر اساس مقادیر ذکر شده در AISI05 Table B4.1 p.16.1-14 محدود گردد.

در مقاطع فشرده **compact** (با  $\lambda_p \leq \lambda$ ) قبل از وقوع کمانش موضعی در اجزا، کل مقطع به حالت تسلیم می‌رسد.

**TABLE B4.1**  
**Limiting Width-Thickness Ratios for Compression Elements**

Case	Description of Element	Width Thickness Ratio	Limiting Width-Thickness Ratios		Example
			$\lambda_p$ (compact)	$\lambda_r$ (noncompact)	
Unstiffened Elements	1 Flexure in flanges of rolled I-shaped sections and channels	b/t	$0.38\sqrt{E/F_y}$	$1.0\sqrt{E/F_y}$	
	2 Flexure in flanges of doubly and singly symmetric I-shaped built-up sections	b/t	$0.38\sqrt{E/F_y}$	$0.96\sqrt{k_c E/F_L}$ <sup>[a][B]</sup>	
	3 Uniform compression in flanges of rolled I-shaped sections, plates projecting from rolled I-shaped sections; outstanding legs of pairs of angles in continuous contact and flanges of channels	b/t	NA	$0.58\sqrt{E/F_y}$	
	4 Uniform compression in flanges of built-up I-shaped sections and plates or angle legs projecting from built-up I-shaped sections	b/t	NA	$0.64\sqrt{k_c E/F_y}$ <sup>[a]</sup>	
	5 Uniform compression in legs of single angles, legs of double angles with separators, and all other unstiffened elements	b/t	NA	$0.45\sqrt{E/F_y}$	
	6 Flexure in legs of single angles	b/t	$0.54\sqrt{E/F_y}$	$0.91\sqrt{E/F_y}$	

**TABLE B4.1 (cont.)**  
**Limiting Width-Thickness Ratios for Compression Elements**

Case	Description of Element	Width Thickness Ratio	Limiting Width-Thickness Ratios		Example
			$\lambda_p$ (compact)	$\lambda_r$ (noncompact)	
Stiffened Elements	7 Flexure in flanges of tees	b/t	$0.38\sqrt{E/F_y}$	$1.0\sqrt{E/F_y}$	
	8 Uniform compression in stems of tees	d/t	NA	$0.75\sqrt{E/F_y}$	
	9 Flexure in webs of doubly symmetric I-shaped sections and channels	h/t_w	$3.76\sqrt{E/F_y}$	$5.70\sqrt{E/F_y}$	
	10 Uniform compression in webs of doubly symmetric I-shaped sections	h/t_w	NA	$1.49\sqrt{E/F_y}$	
	11 Flexure in webs of singly-symmetric I-shaped sections	$h_c/t_w$	$\frac{h_c}{h_p}\sqrt{\frac{E}{F_y}} \frac{(M_2 - 0.09)^2}{(0.54 - M_2/M_y)} \leq \lambda_r$	$5.70\sqrt{E/F_y}$	
	12 Uniform compression in flanges of rectangular box and hollow structural sections of uniform thickness subject to bending or compression; flange cover plates and diaphragm plates between lines of fasteners or welds	b/t	$1.12\sqrt{E/F_y}$	$1.40\sqrt{E/F_y}$	
Hollow Structural Sections	13 Flexure in webs of rectangular HSS	h/t	$2.42\sqrt{E/F_y}$	$5.70\sqrt{E/F_y}$	

# کمانش موضعی بال فشاری

## Local Buckling of Compression Flange

■ شرایط فشرده بودن نیمرخهای I و U شکل:

$$\lambda_f = \frac{b_f}{2t_f} \leq \lambda_{pf} = 0.38 \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad \left( = \frac{545}{\sqrt{F_y}} \text{ or } \frac{65}{\sqrt{F_y}}^* \right) \quad \text{برای بال:} \quad ■$$

$$\lambda_w = \frac{h}{t_w} \leq \lambda_{pw} = 3.76 \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad \left( = \frac{5365}{\sqrt{F_y}} \text{ or } \frac{640}{\sqrt{F_y}}^* \right) \quad \text{برای جان:} \quad ■$$

\* یعنی در سیستم آحاد امریکایی

■ در ادامه این فصل به بررسی ظرفیت لنگر خمشی طراحی تیرهای با مقطع فشرده با فواصل مختلف مهارهای جانبی پرداخته خواهد شد.

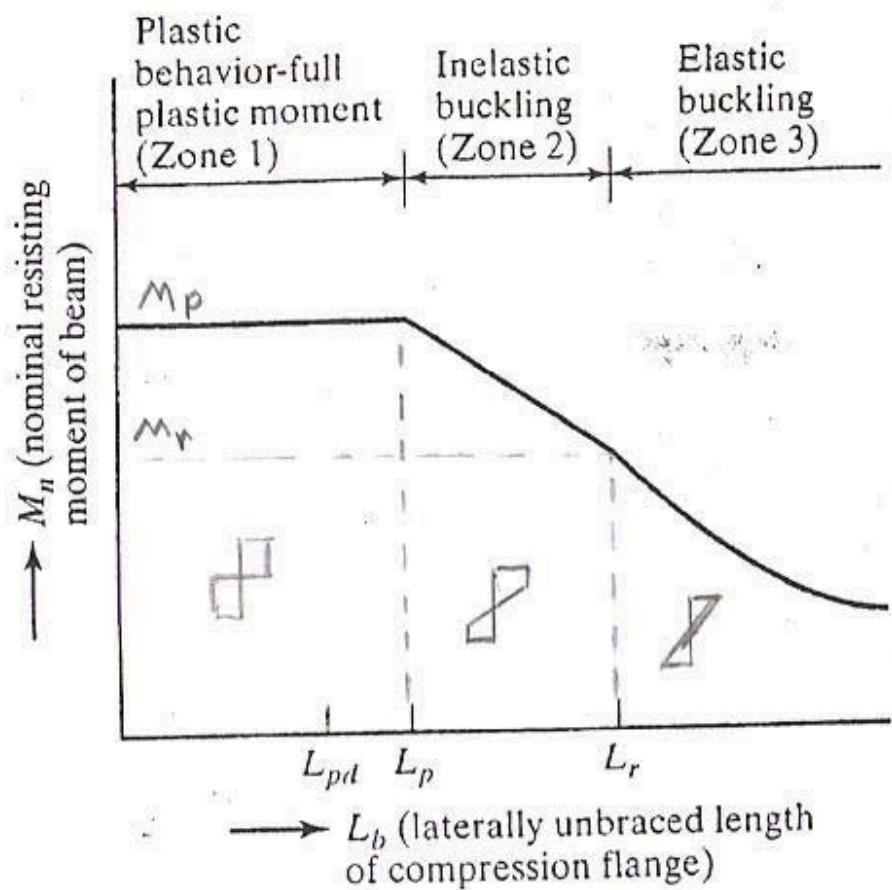
# رفتار کمانشی تیرها

رفتار کمانشی تیرها بر اساس فواصل بین مهارهای جانبی به سه صورت مختلف زیر ممکن است ظاهر شود:

رفتار پلاستیک (ناحیه ۱)

کمانش غیرالاستیک (ناحیه ۲)

کمانش الاستیک (ناحیه ۳)



# رفتار پلاستیک (ناحیه ۱)

اگر نیمرخی فشرده دارای تکیه‌گاههای ممتد جانبی و یا فواصل کوتاه مهاری باشد می‌توان آن را تا تشکیل لنگر پلاستیک کامل بارگذاری کرد.

اعمال بار بیشتر پس از تشکیل مفصل پلاستیک باعث دوران مقطع و در نتیجه توزیع مجدد لنگر می‌شود لذا می‌توان از تحلیل پلاستیک(خمیری) استفاده کرد.

برای اینکه بتوان تیر را تا رسیدن به لنگر پلاستیک کامل  $M_p$  بارگذاری کرد فاصله مهارهای جانبی ( $L_b$ ) نباید از مقدار معینی که  $L_p$  نامیده می‌شود تجاوز کند.

مقدار  $L_p$  به مشخصات هندسی مقطع تیر و تنש تسلیم آن بستگی دارد.

## کمانش غیرالاستیک (ناحیه ۲)

در این ناحیه امکان اینکه برخی از تارهای فشاری مقطع قبل از کمانش به تسلیم برسند وجود دارد ولی نمی‌توان کلیه تارهای مقطع را به حد تسلیم( $F_y$ ) رسانید.

در این حالت ظرفیت مقطع در برابر دوران آنقدر بالا نیست که امکان توزیع مجدد کامل لنگر در تیر فراهم آید و لذا از تحلیل پلاستیک(خمیری) نیز نمی‌توان استفاده کرد.

در این ناحیه مقاومت طراحی تیر بر اساس کمانش جانبی-پیچشی غیرالاستیک تعیین می‌شود.

حداکثر فاصله مهارهای جانبی در این ناحیه با  $L_r$  نشان داده می‌شود که در آن به محض رسیدن تنش در مقطع به حدی که موجب تسلیم شدن تاری از مقطع گردد (که عملاً به دلیل وجود تنش پسمند کمتر از  $F_y$  است) مقطع کمانش می‌کند.

مقدار  $L_r$  به مشخصات هندسی مقطع تیر، تنش تسلیم فولاد و نحوه توزیع تنش‌های پسمند در مقطع تیر بستگی دارد.

## کمانش الاستیک (ناحیه ۳)

- اگر فواصل مهارهای جانبی بزرگتر از  $L_1$  باشد، قبل از رسیدن تنش در مقطع به تنش تسلیم، تیر به صورت ارتجاعی کمانه خواهد کرد.
- در این ناحیه مقاومت طراحی تیر بر اساس کمانش جانبی-پیچشی الاستیک تعیین می‌شود.
- لنگر طراحی تیر به مقاومت پیچشی و مقاومت تابیدگی (warping) تیر بستگی خواهد داشت.

# مقاومت خمشی طراحی تیر

## Beams Design Flexural Strength

مقاومت خمشی طراحی تیر طبق ضوابط آیین نامه AISCC05 به صورت زیر محاسبه می شود:

مقاومت خمشی طراحی طراحی موجود Available Design Flexural Strength =  $\phi_b M_n$  (LRFD method)

مقاومت خمشی طراحی مجاز Allowable Design Flexural Strength =  $M_n / \Omega_b$  (ASD method)

مقاومت خمشی اسمی

$M_n$  = nominal flexural moment

$$\phi_b = 0.9 \quad (\text{LRFD})$$

$$\Omega_b = 1.67 \quad (\text{ASD})$$

# طراحی تیر برای تسلیم- لنگر پلاستیک کامل(ناحیه ۱) Fully Braced Compact Beams

در صورتی که تیری با مقطع فشرده دارای مهار جانبی کافی باشد با تسلیم کل مقطع تیر خراب می‌شود.

این حالت، متداولترین و ساده‌ترین حالت طراحی تیر می‌باشد.

در این حالت لنگر خمشی طراحی تیر بر اساس لنگر پلاستیک مقطع  $M_p$  تعیین می‌شود.

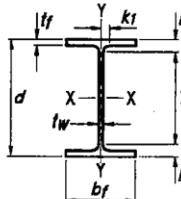
مقاومت خمشی اسمی طراحی تیر طبق ضوابط آیین نامه AISI05 به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} M_n &= \text{nominal flexural moment} = \\ &= M_p = \text{Plastic moment} = \\ &= F_y Z < 1.6 F_y S \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z &= \text{plastic section modulus} = \\ S &= \text{elastic section modulus} = \end{aligned}$$

# تعیین اساس مقطع خمیری Z

- برای نیمرخهای امریکایی  $Z_x$  و  $Z_y$  مستقیماً از جداول مربوطه قابل استخراج است (مطابق اسلاید بعدی).
- برای نیمرخهای I و U شکل متداول در ایران:
  - ✓ محاسبه  $Z_x$ : با دوباربر کردن ((لنگر استاتیکی نیم سطح مقطع حول محور X ))
  - ✓ محاسبه  $Z_y$ : بواسطه صرفنظر از مقاومت خمیری جان و در نظر گرفتن ابعاد بال به صورت مستطیلی (توسط رابطه  $2t_f b_f^2 / 4$ )



**Table 1-1 (continued)**  
**W Shapes**  
**Dimensions**

Shape	Area, A	Depth, d	Web		Flange			Distance							
			Thickness, t_w	$\frac{t_w}{2}$	Width, b_f	Thickness, t_f	k	k_{des}	k_{dist}	T	Workable Gage				
											in. <sup>2</sup>	in.	in.		
W14x132	38.8	14.7	145/8	0.645	5/8	5/16	14.7	143/4	1.03	1	1.63	25/16	19/16	10	51/2
x120	35.3	14.5	141/2	0.590	9/16	5/16	14.7	145/8	0.940	15/16	1.54	21/4	11/2		
x109	32.0	14.3	149/8	0.525	1/2	1/4	14.6	145/8	0.860	7/8	1.46	23/16	11/2		
x99 <sup>f</sup>	29.1	14.2	147/8	0.485	1/2	1/4	14.6	145/8	0.780	3/4	1.38	21/16	17/16		
x90 <sup>f</sup>	26.5	14.0	14	0.440	7/16	1/4	14.5	141/2	0.710	11/16	1.31	2	17/16		
W14x82	24.0	14.3	141/4	0.510	1/2	1/4	10.1	101/8	0.855	7/8	1.45	111/16	11/16	107/8	51/2
x74	21.8	14.2	141/8	0.450	7/16	1/4	10.1	101/8	0.785	13/16	1.38	15/8	11/16		
x68	20.0	14.0	14	0.415	7/16	1/4	10.0	10	0.720	3/4	1.31	19/16	11/16		
x61	17.9	13.9	137/8	0.375	3/8	3/16	10.0	10	0.645	5/8	1.24	11/2	1		
W14x53	15.6	13.9	137/8	0.370	3/8	3/16	8.06	8	0.660	11/16	1.25	11/2	1	107/8	51/2
x48	14.1	13.8	133/4	0.340	5/16	3/16	8.03	8	0.595	5/8	1.19	17/16	1		
x43 <sup>c</sup>	12.6	13.7	135/8	0.305	5/16	3/16	8.00	8	0.530	1/2	1.12	13/8	1		
W14x38 <sup>a</sup>	11.2	14.1	141/8	0.310	5/16	3/16	6.77	63/4	0.515	1/2	0.915	11/4	13/16	115/8	31/2 <sup>g</sup>
x34 <sup>c</sup>	10.0	14.0	14	0.285	5/16	3/16	6.75	63/4	0.455	7/16	0.855	13/16	3/4		31/2
x30 <sup>c</sup>	8.85	13.8	137/8	0.270	1/4	1/8	6.73	63/4	0.385	3/8	0.785	11/8	3/4		31/2
W14x26 <sup>a</sup>	7.69	13.9	137/8	0.255	1/4	1/8	5.03	5	0.420	7/16	0.820	11/8	3/4	115/8	23/4 <sup>g</sup>
x22 <sup>c</sup>	6.49	13.7	133/4	0.230	1/4	1/8	5.00	5	0.335	5/16	0.735	11/16	3/4	115/8	23/4 <sup>g</sup>
W12x336 <sup>h</sup>	98.8	16.8	167/8	1.78	13/4	7/8	13.4	133/8	2.96	215/16	3.55	37/8	111/16	91/8	51/2
x305 <sup>h</sup>	89.6	16.3	163/8	1.63	15/8	13/16	13.2	131/4	2.71	211/16	3.30	35/8	15/8		
x279 <sup>h</sup>	81.9	15.9	157/8	1.53	11/2	3/4	13.1	131/8	2.47	21/2	3.07	33/8	15/8		
x252 <sup>h</sup>	74.0	15.4	153/8	1.40	13/8	11/16	13.0	13	2.25	21/4	2.85	31/8	11/2		
x230 <sup>h</sup>	67.7	15.1	15	1.29	15/16	11/16	12.9	127/8	2.07	21/16	2.67	215/16	11/2		
x210	61.8	14.7	143/4	1.18	13/8	5/16	12.8	123/4	1.90	17/8	2.50	213/16	17/16		
x190	55.8	14.4	143/8	1.06	11/16	9/16	12.7	125/8	1.74	13/4	2.33	25/8	13/8		
x170	50.0	14.0	14	0.960	15/16	1/2	12.6	125/8	1.56	19/16	2.16	27/16	15/16		
x152	44.7	13.7	133/4	0.870	7/8	7/16	12.5	121/2	1.40	13/8	2.00	29/16	11/4		
x136	39.9	13.4	133/8	0.790	13/16	7/16	12.4	123/8	1.25	11/4	1.85	21/8	11/4		
x120	35.3	13.1	131/8	0.710	11/16	3/8	12.3	123/8	1.11	11/8	1.70	2	13/16		
x106	31.2	12.9	127/8	0.610	5/8	5/16	12.2	121/4	0.990	1	1.59	17/8	11/8		
x96	28.2	12.7	123/4	0.550	9/16	5/16	12.2	121/8	0.900	7/8	1.50	113/16	11/8		
x87	25.6	12.5	121/2	0.515	1/2	1/4	12.1	121/8	0.810	13/16	1.41	111/16	11/16		
x79	23.2	12.4	123/8	0.470	1/2	1/4	12.1	121/8	0.735	3/4	1.33	15/8	11/16		
x72	21.1	12.3	121/4	0.430	7/16	1/4	12.0	12	0.670	11/16	1.27	19/16	11/16		
x65 <sup>f</sup>	19.1	12.1	121/8	0.390	3/8	3/16	12.0	12	0.605	5/8	1.20	11/2	1		

<sup>c</sup> Shape is slender for compression with  $F_y = 50$  ksi.

<sup>d</sup> Shape exceeds compact limit for flexure with  $F_y = 50$  ksi.

<sup>e</sup> The actual size, combination, and orientation of fastener components should be compared with the geometry of the cross-section to ensure compatibility.

<sup>h</sup> Flange thickness greater than 2 in. Special requirements may apply per AISC Specification Section A3.1c.

**Table 1-1 (continued)**  
**W Shapes**  
**Properties**

Nominal Wt.	Compact Section Criteria	Axis X-X				Axis Y-Y				$r_s$	$h_o$	Torsional Properties		
		$b_f$	$h$	$I$	$S$	$r$	$Z$	$I$	$S$	$r$	$Z$	$J$	$C_w$	
132	7.15	17.7	1530	209	6.28	234	548	74.5	3.76	113	4.23	13.6	25500	
120	7.80	19.3	1380	190	6.24	212	495	67.5	3.74	102	4.20	13.5	22700	
109	8.49	21.7	1240	173	6.22	192	447	61.2	3.73	92.7	4.17	13.5	20200	
99	9.34	23.5	1110	157	6.17	173	402	55.2	3.71	83.6	4.14	13.4	18000	
90	10.2	25.9	999	143	6.14	157	362	49.9	3.70	75.6	4.11	13.3	16000	
82	5.92	22.4	881	123	6.05	139	148	29.3	2.48	44.8	2.85	13.5	6710	
74	6.41	25.4	795	112	6.04	126	134	26.6	2.48	40.5	2.82	13.4	5990	
68	6.97	27.5	722	103	6.01	115	121	24.2	2.46	36.9	2.80	13.3	5380	
61	7.75	30.4	640	92.1	5.98	102	107	21.5	2.45	32.8	2.78	13.2	4710	
53	6.11	30.9	541	77.8	5.89	87.1	57.7	14.3	1.92	22.0	2.22	13.3	1.94	2540
48	6.75	33.6	484	70.2	5.85	78.4	51.4	12.8	1.91	19.6	2.20	13.2	1.45	2240
43	7.54	37.4	428	62.6	5.82	69.6	45.2	11.3	1.89	17.3	2.18	13.1	1.05	1950
38	6.57	39.6	385	54.6	5.87	61.5	26.7	7.88	1.55	12.1	1.82	13.6	0.798	1230
34	7.41	43.1	340	48.6	5.83	54.6	23.3	6.91	1.53	10.6	1.80	13.5	0.569	1070
30	8.74	45.4	291	42.0	5.73	47.3	19.6	5.82	1.49	8.99	1.77	13.5	0.380	887
26	5.98	48.1	245	35.3	5.65	40.2	8.91	3.55	1.08	5.54	1.31	13.5	0.358	405
22	7.46	53.3	199	29.0	5.54	33.2	7.00	2.80	1.04	4.39	1.27	13.4	0.208	314
336	2.26	5.47	4060	483	6.41	603	1190	177	3.47	274	4.13	13.9	243	57000
305	2.45	5.98	3550	435	6.29	537	1050	159	3.42	244	4.05	13.6	185	48600
279	2.66	6.35	3110	393	6.16	481	937	143	3.38	220	4.00	13.4	143	42000
252	2.89	6.96	2720	353	6.06	428	828	127	3.34	196	3.93	13.2	108	35800
230	3.11	7.56	2420	321	5.97	386	742	115	3.31	177	3.87	13.0	83.8	31200
210	3.37	8.23	2140	292	5.89	348	664	104	3.28	159	3.82	12.8	64.7	27200
190	3.65	9.16	1890	263	5.82	311	589	93.0	3.25	143	3.76	12.6	48.8	23600
170	4.03	10.1	1650	235	5.74	275	517	82.3	3.22	126	3.71	12.5	35.6	20100
152	4.46	11.2	1430	209	5.66	243	454	72.8	3.19	111	3.66	12.3	25.8	17200
136	4.96	12.3	1240	186	5.58	214	398	64.2	3.16	98.0	3.61	12.2	18.5	14700
120	5.57	13.7	1070	163	5.51	186	345	56.0	3.13	85.4	3.56	12.0	12.9	12400
106	6.17	15.9	933	145	5.47	164	301	49.3	3.11	75.1	3.52	11.9	9.13	10700
96	6.76	17.7	833	131	5.44	147	270	44.4	3.09	67.5	3.49	11.8	6.85	9410
87	7.48	18.9	740	118	5.38	132	241	39.7	3.07	60.4	3.46	11.7	5.10	8270
79	8.22	20.7	662	107	5.34	119	216	35.8	3.05	54.3	3.43	11.6	3.84	7330
72	8.99	22.6	597	97.4	5.31	108	195	32.4	3.04	49.2	3.40	11.6	2.93	6540
65	9.92	24.9	533	87.9	5.28	96.8	174	29.1	3.02	44.1	3.38	11.5	2.18	5780

# محدودیت فواصل مهارهای جانبی، ناحیه ۱

- برای طراحی تیر در ناحیه ۱ میتوان از تحلیل ارتجاعی(الاستیک) یا تحلیل خمیری(پلاستیک) استفاده کرد.
- در طراحی بر اساس تحلیل ارتجاعی فاصله مهارهای جانبی( $L_b$ ) نباید از  $L_p$  تجاوز کند:

برای نیمرخهای I و U در خمش حول محور قوى

$$L_p = 1.76r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} \left( = \frac{2510r_y}{\sqrt{F_y}} \text{ or } \frac{300r_y^*}{\sqrt{F_y}} \right)$$

در طراحی بر اساس تحلیل خمیری طول مهارنشده ( $L_b$ ) نباید از  $L_{pd}$  تجاوز کند:

برای نیمرخهای I در خمش حول محور قوى

$$L_{pd} = \left[ 0.12 + 0.076 \left( \frac{M_1}{M_2} \right) \right] \left( \frac{E}{F_y} \right) r_y$$

برای میله های مستطیلی توپر و تیرهای قوطی  
شکل متقاضی در خمش حول محور قوى

$$L_{pd} = \left[ 0.17 + 0.10 \left( \frac{M_1}{M_2} \right) \right] \left( \frac{E}{F_y} \right) r_y \geq 0.1 \left( \frac{E}{F_y} \right) r_y$$

# محدودیت فواصل مهارهای جانبی، ناحیه ۱ (ادامه)

که:

$M_1$  = لنگر کوچکتر در انتهای طول مهارنشده تیر

$M_2$  = لنگر بزرگتر در انتهای طول مهارنشده تیر

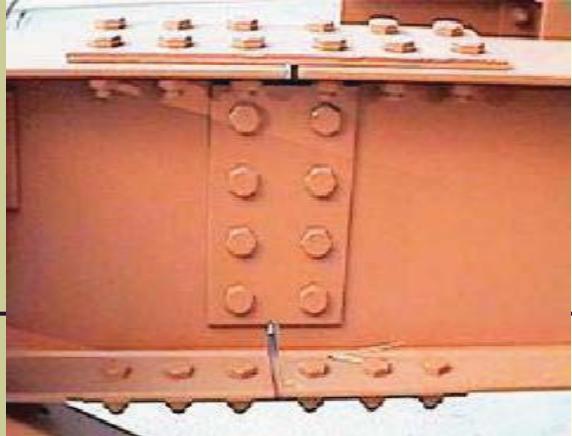
$r_y$  = شعاع ژیراسیون حول محور ضعیف

توجه:  $(M_1/M_2)$  وقتی مثبت است که لنگرهای باعث ایجاد انحنای مضاعف  $\sim$  در تیر شوند و وقتی منفی است که باعث ایجاد انحنای منفرد  $\neq$  در تیر شوند.

بر اساس توضیحات 1-2 Appendix AISC05 تحلیل و طراحی غیر الاستیک تنها برای اعضایی قابل پذیرش است که در آنها  $F_y \leq 4500 \text{ kgf/cm}^2$  باشد بدین معنی که فولاد مصرفی باید از نوع شکل پذیر بوده و دارای پله خمیری باشد.

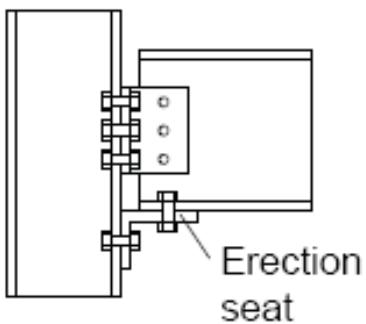
هیچ حدی برای فواصل مهارهای جانبی ( $L_b$ ) در تیرهای با مقطع مربع، دایره و یا در تیر تحت خمش حول محور ضعیف وجود ندارد.

## سوراخ در تیرها

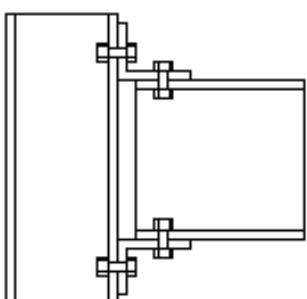


اگل لازم است در تیرهای فولادی سوراخهایی برای اتصالات پیچی یا عبور لوله‌ها، کانال‌ها و ... ایجاد گردد.

ایجاد سوراخ در جان تیر، کاهش شدیدی در اساس مقطع و ظرفیت لنگر خمشی مقطع ایجاد نمی‌کند اما وجود سوراخ بزرگ در جان، مقاومت برشی مقطع فولادی را بشدت کاهش می‌دهد.



اگر نیروی برشی در تیر کوچک باشد بهتر است سوراخها در جان تیر ایجاد شوند.



اگر لنگر خمشی در تیر کوچک باشد بهتر است سوراخها در بال تیر ایجاد شوند.

## سوراخ در تیرها (ادامه)

اثر کاهشی وجود سوراخ در بال کششی تیرها بر مقاومت خمشی اسمی  $M_n$  بر اساس ضوابط AISC05 F13.1 p 16.1-61 بشرح زیر تعیین می شود.

در صورت وجود سوراخ مقاومت خمشی اسمی  $M_n$  باید بر طبق حالت حدی گسیختگی بال تحت کشش نیز محدود شود:

اگر  $F_u A_{fn} \geq Y_t F_y A_{fg}$  باشد حالت حدی گسیختگی کشش اعمال نمی شود (تسهیم در مقطع کل بال پیش از گسیختگی در مقطع خالص بال). (a)

اگر  $F_u A_{fn} < Y_t F_y A_{fg}$  باشد مقاومت خمشی اسمی  $M_n$  در محل سوراخها در بال کششی نباید بزرگتر از مقدار زیر در نظر گرفته شود: (b)

$$M_n = \frac{F_u A_{fn}}{A_{fg}} S_x$$

که در آن:

$= A_{fg}$  سطح مقطع کل (ناخالص) بال کششی

$= A_{fn}$  سطح مقطع خالص بال کششی

$= S_x$  اساس مقطع ارجاعی حول محور X

$F_y / F_u \leq 0.8$  برای  $1.0 = Y_t$

برای سایر نسبتها  $= 1.1$

## سوراخ در تیرها (ادامه)

پس برای فولاد معمولی ( $F_u = 3700 \text{ kgf/cm}^2$ ,  $F_y = 2333 \text{ kgf/cm}^2$ ) خواهیم داشت:

$$F_y/F_u = 0.63 < 0.8 \rightarrow Y_t = 1.0$$

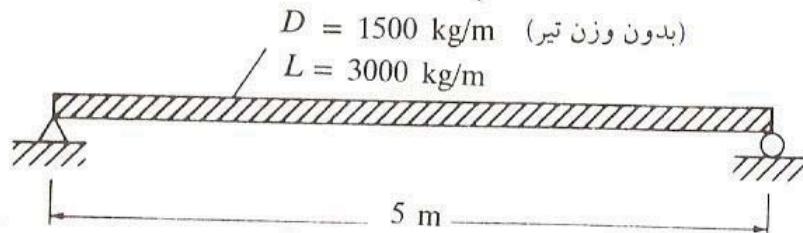
بنابراین با توجه به اینکه  $Y_t F_y / F_u = 0.63$  است:

If  $A_{fn} \geq 0.63 A_{fg}$  → حالت حدی گسیختگی کشش اعمال نمیشود

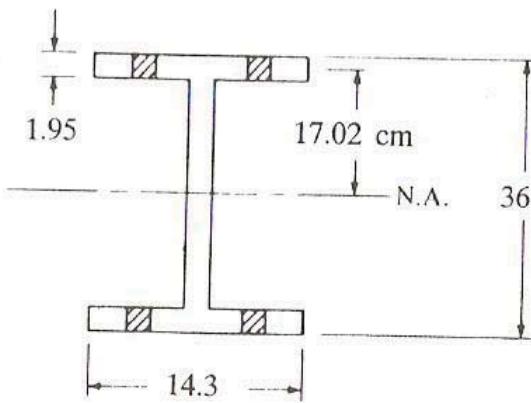
$$\text{If } A_{fn} < 0.63 A_{fg} \rightarrow M_n \leq \frac{F_u A_{fn}}{A_{fg}} S_x$$

### مثال ۳-۹

مطلوب است تعیین سبکترین نیمرخ INP برای تیر شکل (۵-۹). قرار است در بال کششی این تیر و در محل لنگر خمی حداکثر سوراخی برای دو پیچ به نظر ۱ اینچ تعییه شود. نوع فولاد تیر نرم و بالهای فشاری تیر دارای تکیه گاه ممتد جانبی است.



شکل ۵-۹



شکل ۶-۹

$$w_u = 1.2 D + 1.6 L \\ = 1.2 \times 1500 + 1.6 \times 3000 = 6600 \text{ kgf/m}$$

$$M_u = \frac{w_u l^2}{8} = \frac{6600 \times 5^2}{8} = 20625 \text{ kgt.m}$$

$$M_u \leq \phi_b M_n = \phi_b f_y Z \rightarrow Z \geq \frac{M_u}{\phi_b f_y} = \frac{20625 \times 100}{0.9 \times 2333} = 982 \text{ cm}^3$$

لطفاً ملاحظة أن العرض المختار هو العرض المماثل لـ 1276 cm<sup>3</sup> في حالات واده سد واسع  
مقطع انتقالي يجب تزويده بمسطح عرضي مناسب

$$\text{USE INP 36 } \left( Z = 1276 \text{ cm}^3, b_p = 14.3 \text{ cm}, t_p = 1.95 \text{ cm}, G = 76.1 \text{ kgf/cm} \right)$$

$$w_u = 1.2 (1500 + 76.1) + 1.6 \times 3000 = 6691 \text{ kgf/m}$$

$$M_u = \frac{w_u l^2}{8} = \frac{6691 \times 5^2}{8} = 20909 \text{ kgt.m}$$

$$\phi_b M_n = \phi_b f_y Z = 0.9 \times 2333 \times 1276 = 26792 \text{ kgt.cm}$$

$$A_{fg} = 1.95 \times 14.3 = 27.88 \text{ cm}^2$$

$$A_{gn} = 1.95 \times 14.3 - 2(2.54 + 0.3)(1.95) = 16.80 \text{ cm}^2$$

$$\frac{A_{gn}}{A_{fg}} = \frac{16.80}{27.88} = 0.60 \quad (0.63)$$

$$\phi M_n = M_u \quad \left\{ \begin{array}{l} \phi M_p = \phi Z f_y = 0.9 \times 1276 \times 2333 = 26792 \text{ kgt.m} \\ \phi \frac{f_u A_{gn}}{A_{fg}} S_u = 0.9 \times \frac{3700 \times 16.80}{27.88} \times 10.90 = 21872 \end{array} \right.$$

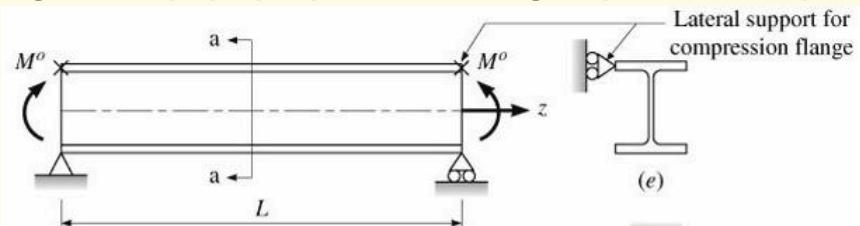
$$\phi \frac{f_u A_{gn}}{A_{fg}} S_u = 0.9 \times \frac{3700 \times 16.80}{27.88} \times 10.90 = 21872$$

$$M_u = 21150 \quad (\phi M_u = 21872 \text{ kgt.cm} \quad o.k.)$$

# Lateral Support of Beams

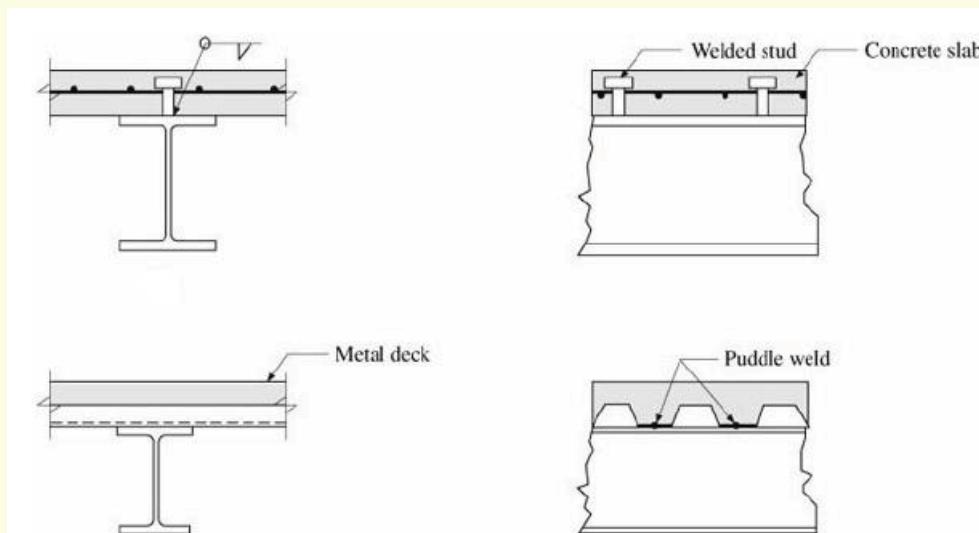
# تکیه‌گاه جانبی تیرها

تعییه تکیه‌گاههای جانبی برای بال فشاری باعث افزایش مقاومت تیر در برابر کمانش جانبی-پیچشی می‌شود.



## انواع مهاربندی جانبی

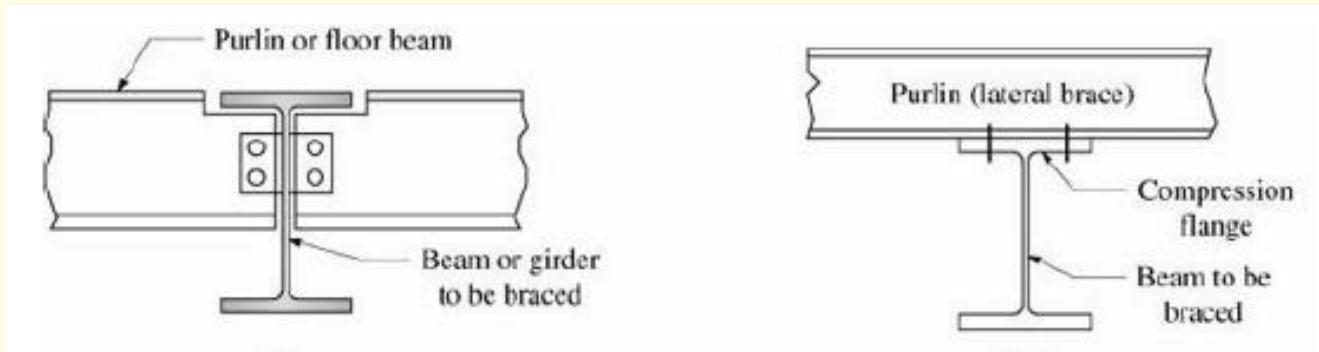
(a) مهاربندی جانبی پیوسته بال فشاری: که در آن مهارهای جانبی در فواصل بسیار کوتاه توسط دالهای بتن‌آرمه یا عرشه‌های فلزی و ... تامین می‌شود.



# Lateral Support of Beams

# تکیه‌گاه جانبی تیرها

(b) مهاربندی جانبی بال فشاری در فواصل: که در آن مهارهای جانبی در فواصل مجازی توسط دیگر اعضای سیستم مهاربندی فراهم می‌شوند.

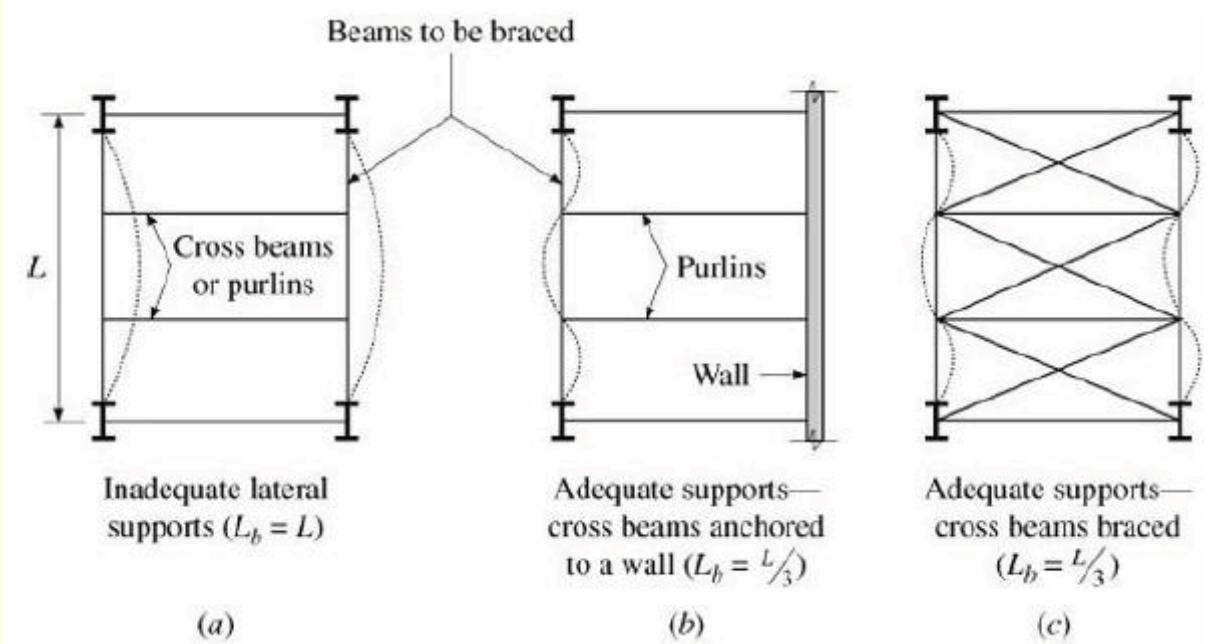


# نکات ویژه در طراحی مهارهای جانبی

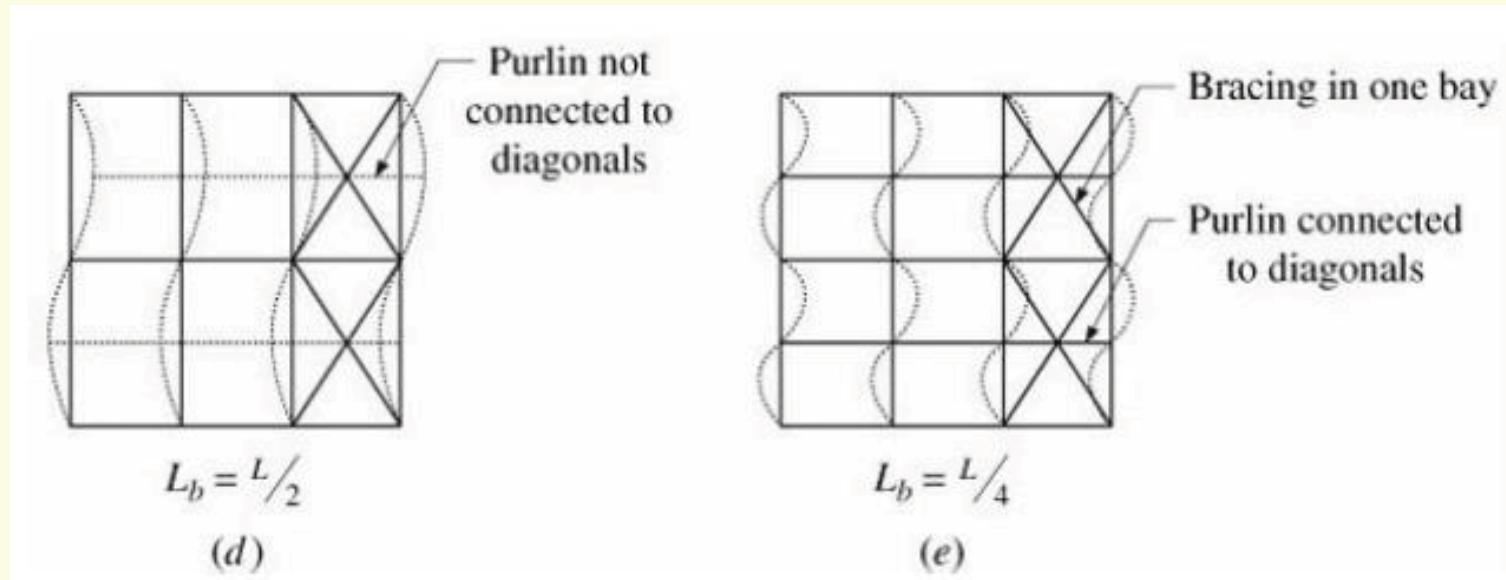
■ مهارهای جانبی باید دارای سختی و مقاومت کافی برای جلوگیری از انتقال جانبی مقطع عرضی باشند.

■ خوشبختانه نیروی عضو مهاری مقدار بزرگی نبوده و مقدار متداول آن ۲.۰-۲.۵٪ نیروی فشاری در بال فشاری میباشد.

■ مهارهای جانبی باید به نحوی طراحی شوند که در جلوگیری از کمانش جانبی-پیچشی موثر واقع شوند.



# نکات ویژه در طراحی مهارهای جانبی



# تیرهای فشرده مهارنشده (نواحی ۲ و ۳)

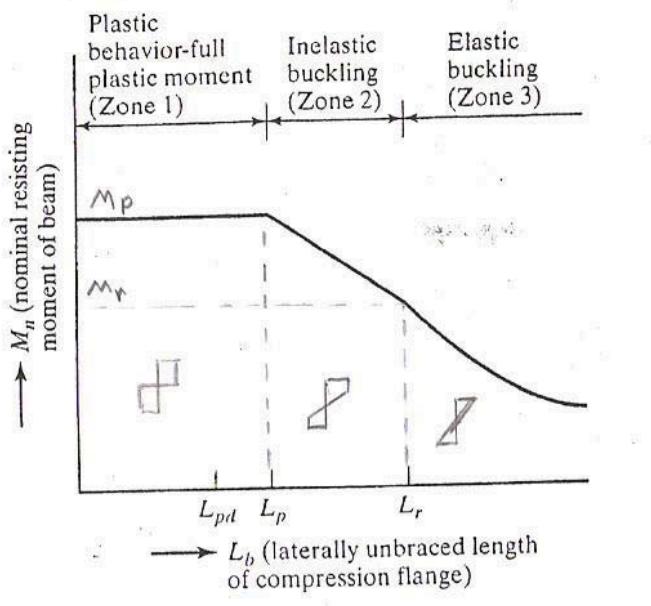
## Unbraced Compact Beams

اگر فاصله مهارهای جانبی  $L_b$  بزرگتر از  $L_p$  باشد کمانش جانبی پیچشی تیر به صورت غیرالاستیک خواهد بود.

$$L_p < L_b \leq L_r \rightarrow \text{کمانش جانبی پیچشی غیرالاستیک}$$

اگر فاصله مهارهای جانبی  $L_b$  بزرگتر از  $L_r$  باشد کمانش جانبی پیچشی تیر به صورت الاستیک بوده در هنگام کمانش، تنش هیچ تاری از مقطع تیر به تنش تسلیم نخواهد رسید.

$$L_r < L_b \rightarrow \text{کمانش جانبی پیچشی الاستیک}$$

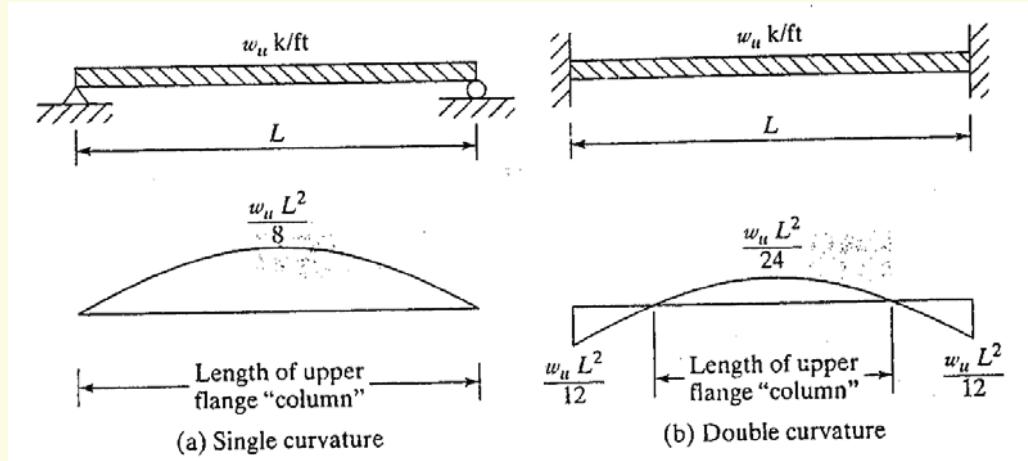


به دلیل وجود تنشهای پسماند در تیر، فرض می شود جاری شدن مقطع در تنشی برابر با  $F_y - F_r = 0.7F_y$  ایجاد شود.  $F_r$  تنش پسماند فشاری مقطع است که برای سادگی برابر با  $0.3F_y$  در نظر گرفته شده است.

# ضریب اصلاحی تغییرات لنگر Modification Factor for Non uniform Moment

بارگذاری بسیار محتمل برای ایجاد کمانش جانبی پیچشی بارگذاری است که ایجاد لنگر خمی یکنواخت در تیر می نماید زیرا در چنین حالتی است که کل بال فوقانی تحت فشار یکنواخت خواهد بود(تیر با یک انحنا خمیده خواهد شد).

در حالاتی که لنگر در طول تیر ثابت نباشد، بالهای تیر تحت فشار متغیر بوده و ممکن است از کشش به فشار تغییر یابند و در نتیجه فقط بخشی از بال تیر تحت فشار باشد(تیر با یک انحنا خمیده نشود).



# ضریب اصلاحی تغییرات لنگر $C_b$

## Modification Factor for Non uniform Moment

■ اغلب تیرها با یک انحنا خمیده نمی شوند (به علت شرایط تکیه گاهی و بارگذاری مختلف) و در نتیجه عملاً تیرها دارای ظرفیت لنگر خمشی بیشتری خواهند بود.

■ برای در نظر گرفتن اثر تغییرات لنگر خمشی روی کمانش جانبی پیچشی، در آیین نامه از ضریب اصلاحی تغییرات لنگر  $C_b$  استفاده می شود.

$$C_b = \frac{12.5M_{\max}}{2.5M_{\max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} R_m \leq 3.0 \quad (\text{F1-1})$$

■ ضریب  $C_b$  بزرگتر یا مساوی واحد بوده، در لنگر مقاوم اسمی  $M_n$  ضرب می شود و در نتیجه به ظرفیت خمشی بالای تیر منجر می شود.

■ می توان بطور محافظه کارانه برای همه حالات  $C_b = 1$  فرض نمود ولی با چنین فرضی، عملاً از صرفه جویی قابل ملاحظه ای در وزن فولاد مصرفی صرفنظر می شود.

# ضریب اصلاحی تغییرات لنگر $C_b$

$$C_b = \frac{12.5M_{\max}}{2.5M_{\max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} R_m \leq 3.0 \quad (\text{F1-1})$$

$M_{\max}$  = قدر مطلق حداکثر لنگر در قسمت مهار نشده،

$M_A$  = قدر مطلق لنگر در نقطه یک چهارم قسمت مهار نشده،

$M_B$  = قدر مطلق لنگر در مرکز قسمت مهار نشده،

$M_C$  = قدر مطلق لنگر در نقطه سه چهارم قسمت مهار نشده،

$R_m$  = پارامتر تک تقارنی monosymmetry مقطع،

برای اعضای دارای تقارن دوگانه doubly symmetric members  $= 1.0$

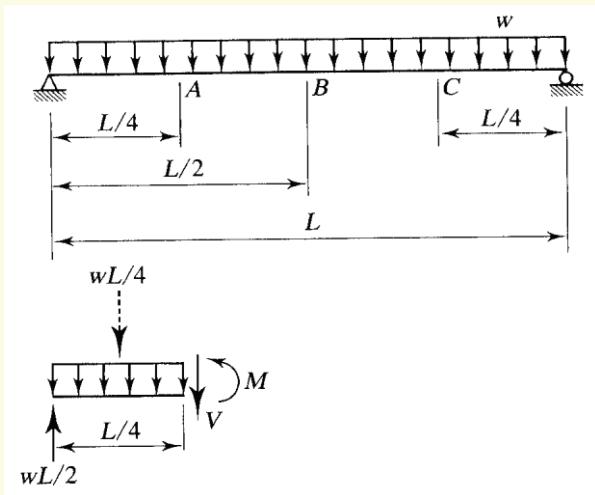
برای اعضای دارای تقارن ساده singly symmetric  $= 1.0$  تحت خمش با انحنای منفرد

برای اعضای دارای تقارن ساده تحت خمش با انحنای مضاعف  $= 0.5 + (I_{yc}/I_y)^2$

$I_y$  = ممان اینرسی حول محور اصلی y،

$I_{yc}$  = ممان اینرسی بال تحت فشار حول محور اصلی y. برای خمش با انحنای مضاعف، از بال فشاری کوچکتر استفاده شود.

**مثال:** مطلوبست تعیین  $C_b$  برای تیری با تکیه گاههای ساده تحت بارگذاری گسترده یکنواخت با مهارهای جانبی فقط در دو انتهای.



**حل:** با توجه به تقارن، لنگر حداکثر در وسط دهانه است:

$$M_{\max} = M_B = \frac{1}{8} wL^2$$

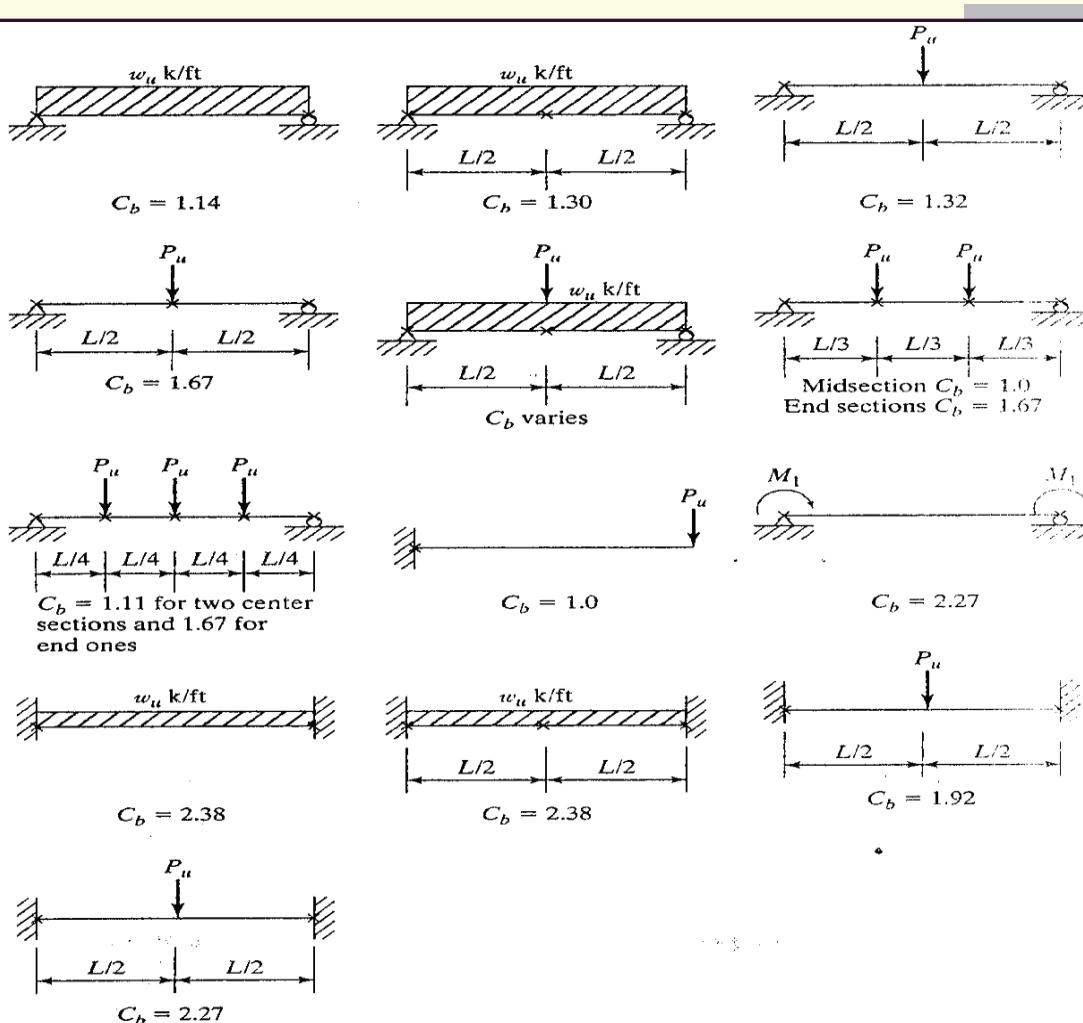
همچنین با توجه به تقارن، لنگر در نقطه یک چهارم با لنگر نقطه سه چهارم برابر است

$$M_A = M_C = \frac{wL}{2} \left( \frac{L}{4} \right) - \frac{wL}{4} \left( \frac{L}{8} \right) = \frac{wL^2}{8} - \frac{wL^2}{32} = \frac{3}{32} wL^2$$

$$\begin{aligned} C_b &= \frac{12.5M_{\max}}{2.5M_{\max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \\ &= \frac{12.5 \left( \frac{1}{8} \right)}{2.5 \left( \frac{1}{8} \right) + 3 \left( \frac{3}{32} \right) + 4 \left( \frac{1}{8} \right) + 3 \left( \frac{3}{32} \right)} = 1.14 \end{aligned}$$

$$C_b = 1.14.$$

# ضریب اصلاحی تغییرات لنگر - مقادیر نمونه

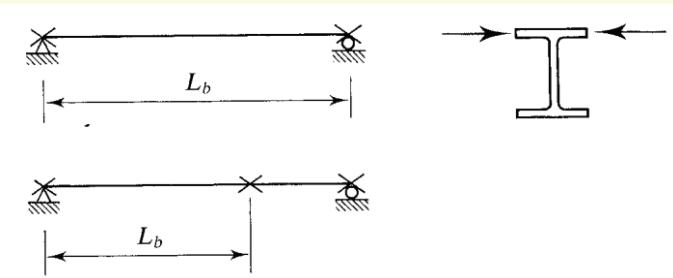


# مقاومت خمشی تیرهای مهارنشده

## Strength of Unbraced Beams

یک تیر قوی تر خواهد شد اگر:

الف) فواصل مهارهای جانبی ( $L_b$ ) کوچکتر شود،



ب) تغییرات لنگر بزرگتر شود.

در ادامه به بررسی اثر این دو عامل در ظرفیت لنگر خمشی تیر پرداخته شده است.

## الف - اثر طول مهارنشده $L_b$

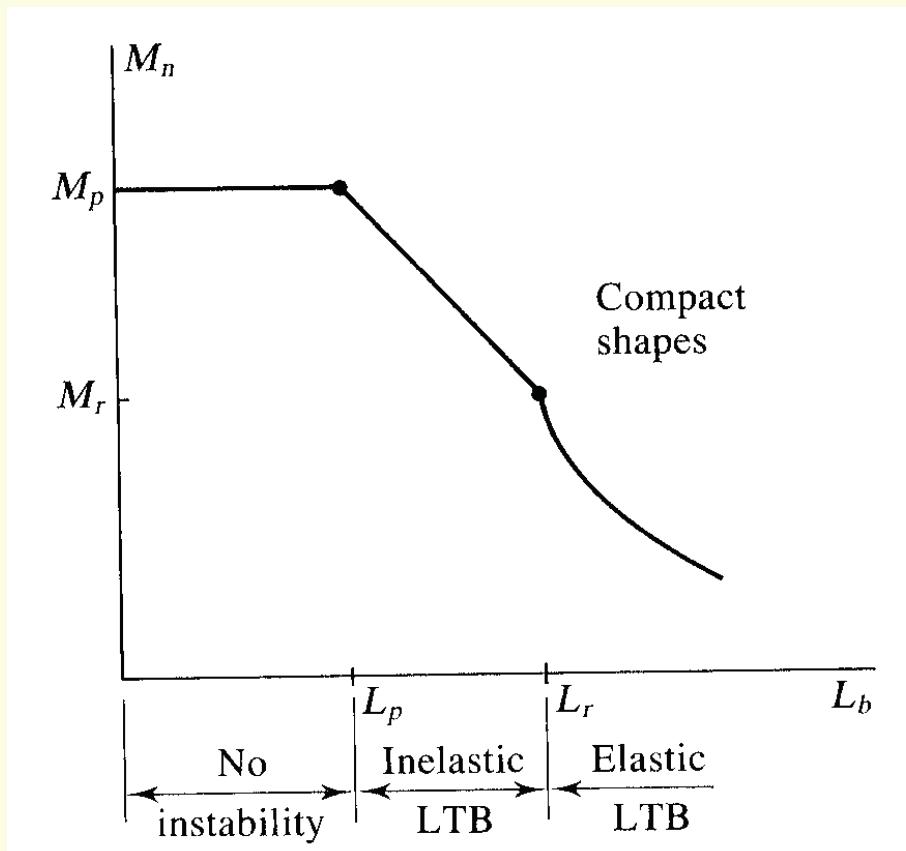
### Effect of Unbraced Length

Unbraced length, $L_b$	Nominal moment capacity, $M_N$	Beam behavior
Small $L_b \leq L_p$	$M_p$	<u>No LTB.</u> The beam can be loaded until all of the steel is yielding.
Moderate $L_p \leq L_b \leq L_r$	between $M_p$ and $M_r$	<u>Inelastic LTB.</u> Some of the steel is yielding, and the beam is weakened by some lateral-torsional buckling.
Large $L_r \leq L_b$	less than $M_r$	<u>Elastic LTB.</u> None of the steel is yielding, the beam strength is controlled by lateral-torsional buckling.

## الف- اثر طول مهارنشده $L_b$

### Effect of Unbraced Length

در شکل زیر رابطه لنگر خمی اسمی و طول مهار نشده  $L_b$  نشان داده است:



# الف- اثر طول مهارنشده $L_b$

## Effect of Unbraced Length

معادله تئوریک برای مقاومت جانبی-پیچشی الاستیک برای مقاطع I و U شکل تحت بار در صفحه جان عبارتست از:

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y GJ} \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{L_b^2} \frac{EC_w}{GJ}}$$

که:

طول مهار نشده بخشی از تیر تحت لنگرهای انتهایی مساوی،  $L_b$   
ممان اینرسی حول محور ضعیف تر،  $I_y$   
مدول برشی مصالح،  $G$   
مدول ارجاعی مصالح،  $E$   
ممان اینرسی قطبی مقطع ( $cm^4$ ) (به عبارت دیگر ثابت پیچش سن ونان برابر با  $J$ )،  $\sum bt^3/3$   
ثابت پیچش تابیدگی مقطع ( $cm^6$ ).  $C_w$

## الف- اثر طول مهارنشده $L_b$

### Effect of Unbraced Length

- معادله تئوریک مذبور برای تعیین ظرفیت لنگر خمش تیرهایی که طول مهارنشده آنها بزرگتر از  $L_r$  باشد قابل استفاده است(ناحیه کمانش الاستیک).
- $L_r$  فاصله ای از مهارهای جانبی است که در آن به محض رسیدن تنش در مقطع تیر به تنش تسلیم، کمانش اتفاق می افتد.
- با فرض وجود تنش پسماند حداکثری به میزان  $F_r = 0.3F_y$  ، مقاومت خمشی اسمی مقطع به ازای طول مهارنشده  $L_r$  برابر با  $M_r = (F_y - F_r)S_x = 0.7F_y S_x$  در نظر گرفته می شود.
- برای محاسبه  $L_r$  کافی است که در معادله تئوریک فوق الذکر، مقدار  $L_b$  به ازای  $M_n = M_r = 0.7F_y S_x$  تعیین شود،
- ظرفیت لنگر خمشی مقطع در ناحیه II (ناحیه کمانش غیرالاستیک) یعنی وقتی  $L_p \leq L_b \leq L_r$  است روی خط مستقیمی که بین  $M_p$  در  $L_r$  و  $M_r$  در  $L_p$  واقع شده است قرار می گیرد.

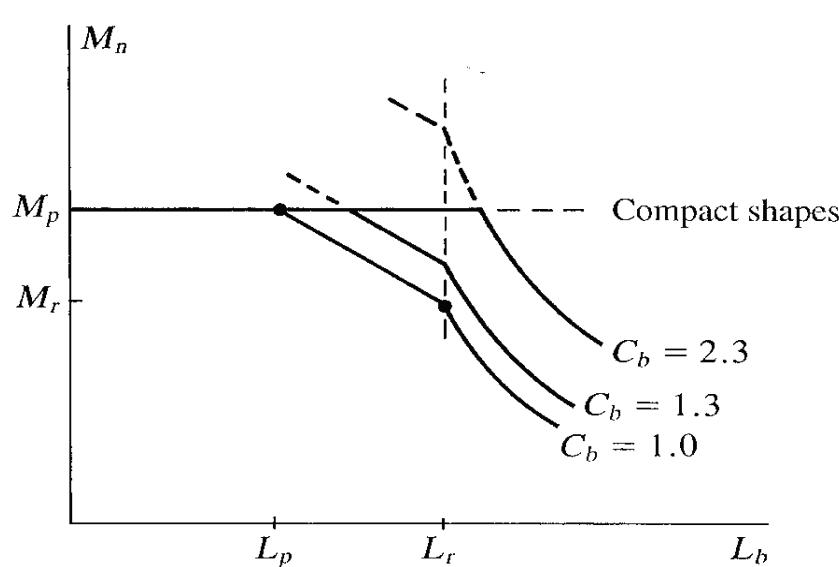
## ب- اثر تغییرات لنگر $C_b$

### Effect of Moment Gradient

اثر تغییرات لنگر به سادگی با ضرب کردن ضریب اصلاحی لنگر  $C_b$  به مقاومت خمشی اسمی  $M_n$ ، اعمال می شود.

مقاومت خمشی حاصل هیچگاه نباید بیشتر از  $M_p$  شود.

$$M_n = \text{Min} \left\{ C_b \times (\text{LTB حاصل از تحلیل } M_n), M_p \right\} .$$



# روابط آیین نامه AISC برای طراحی مقاطع فشرده I و U شکل

ضوابط مربوط به طراحی مقاطع فشرده I و U شکل در AISC05 F2 p.16.1-47 قید شده است:

- a) When  $L_b \leq L_p$ , No LTB (Zone I)

$$M_n = M_p = F_y Z_x \quad (\text{F2-1})$$

- b) When  $L_p < L_b \leq L_r$ , Inelastic LTB (Zone II)

$$M_n = C_b \left[ M_p - (M_p - 0.7F_y S_x) \left( \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad (\text{F2-2})$$

- c) When  $L_r < L_b$ , Elastic LTB (Zone III)

$$M_n = F_{cr} S_x \leq M_p \quad (\text{F2-3})$$

$$F_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E}{\left( \frac{L_b}{r_{ts}} \right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{J_c}{S_x h_o} \left( \frac{L_b}{r_{ts}} \right)^2} \quad (\text{F2-4})$$

این رابطه عیناً متناظر با معادله تئوریک کمانش جانبی-پیچشی الاستیک ذکر شده در قسمت قبل است.

# روابط آیین نامه AISC برای طراحی مقاطع فشرده I و U شکل

طولهای محدود کننده  $L_p$  و  $L_r$  از روابط زیر تعیین می شود:

$$L_p = 1.76r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad (\text{F2-5})$$

$$L_r = 1.95r_{ts} \frac{E}{0.7F_y} \sqrt{\frac{J_c}{S_x h_o}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 6.76 \left( \frac{0.7F_y}{E} \frac{S_x h_o}{J_c} \right)^2}} \quad (\text{F2-6})$$

قسمت رادیکالی معادله (F2-4) می تواند بطور خیلی محافظه کارانه معادل با 1.0 درنظر گرفته شود. در این صورت معادله (F2-6) تبدیل می شود به:

$$L_r = \pi r_{ts} \sqrt{\frac{E}{0.7F_y}}$$

در روابط فوق عبارتست از:

$$r_{ts}^2 = \frac{\sqrt{I_y C_w}}{S_x} \quad (\text{F2-7})$$

# روابط آیین نامه AISC برای طراحی مقاطع فشرده I و U شکل

برای مقاطع شکل I دارای تقارن دوگانه با بالهای مستطیل شکل، داریم:

$$C_w = \frac{I_y h_o^2}{4}$$

$$r_{ts}^2 = \frac{I_y h_o}{2 S_x}$$

لذا معادله (F2-7) به معادله زیر تبدیل می شود:

$$d - t_f = h_0$$

$r_{ts}$  را می توان بدقت و بطور محافظه کارانه به عنوان شعاع ژیراسیون بال فشاری به علاوه

$$r_{ts} = \frac{b_f}{\sqrt{12 \left( 1 + \frac{1}{6} \frac{ht_w}{b_f t_f} \right)}}$$

یک ششم جان تقریب زد در این صورت:

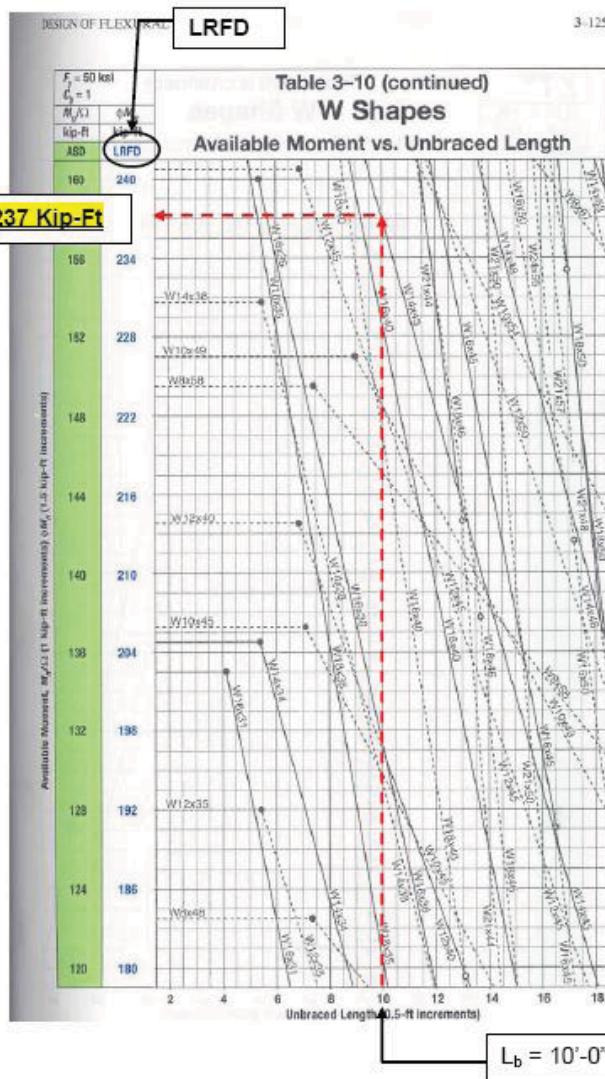
ضریب  $c$  در این روابط عبارتست از:

For a doubly symmetric I-shape:  $c = 1$  (F2-8a)

For a channel:  $c = \frac{h_o}{2} \sqrt{\frac{I_y}{C_w}}$  (F2-8b)

# Design Charts

# نمودارهای طراحی تیر



لنگر خمی طراحی برای انواع مقاطع امریکایی به ازای طولهای مهارنشده مختلف، تعیین شده و نمودارهای مربوطه که نمودارهای طراحی تیر نامیده می‌شود در Manual of Steel Construction آورده شده است.

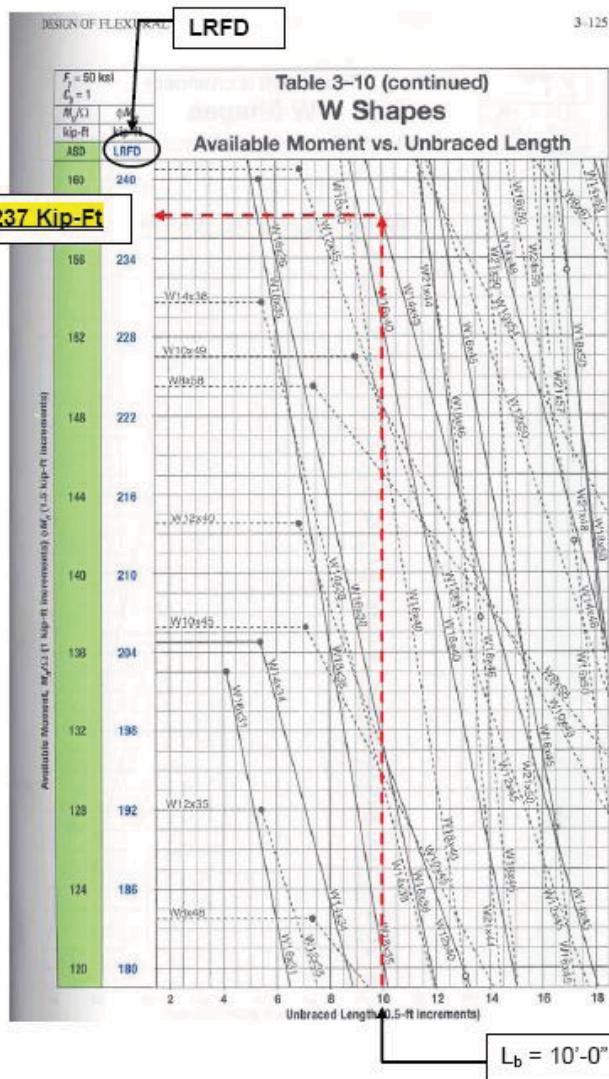
در این نمودارها نقطه متناظر با طول مهارنشده  $L_b$  به صورت دایره توپر ● و نقطه متناظر با  $L_r$  با نماد دایره توخالی O نشان داده شده است.

این نمودارها فقط برای طراحی تحت خمش بوده و بدون توجه به مواردی همچون خیز و برش و... که در بعضی موارد می‌توانند حاکم بر طراحی باشند استخراج شده اند.

این نمودارها بر مبنای  $C_b = 1.0$  طراحی شده اند اگر  $C_b > 1.0$  باشد مقدار بدست آمده از نمودار برای لنگر خمی طراحی عضو، باید با ضرب نمودن در  $C_b$  تصحیح شود، البته مقدار حاصل نباید بیش از  $Z_b F_y \phi$  منظور شود.

# نمودارهای طراحی تیر

## Design Charts



برای انتخاب یک مقطع مناسب توسط نمودارهای طراحی کافیست با داشتن  $L_b$  و  $M_u$  (البته در صورتی که  $C_b \neq 1.0$ ) نقطه متناظر بر روی نمودار مناسب باشد با  $M_u/C_b$  نقطه متناظر بر روی نمودار مناسب تعیین می شود. هر مقطعی که در سمت راست و بالای نقطه مزبور (↗) قرار گیرد قابل قبول خواهد بود.

خطوط مقطع (---) در محدوده غیراقتصادی بوده و با حرکت بیشتر به بالا و راست، اولین خط پر (—) معرف سبکترین مقطع قابل قبول خواهد بود.

# جداول طراحی تیر

Table 3-2 (continued)  
**W Shapes**  
 Selection by  $Z_x$

Shape	$Z_x$	$M_{px}/\Omega_b$		$\phi_b M_{px}$		$M_{rx}/\Omega_b$		$\phi_b M_{rx}$		BF		$L_p$	$L_r$	$I_x$	$V_{nx}/\Omega_v$		$\phi_v V_{nx}$	
		kip-ft	kip-ft	kip-ft	kip-ft	kip-ft	kip-ft	kip-ft	kip-ft	kips	kips				kips	kips	kips	
		in. <sup>3</sup>	ASD	LRFD	ASD	LRFD	ASD	LRFD	ft	ft	in. <sup>4</sup>				ASD	LRFD		
<b>W21x55</b>	<b>126</b>	<b>314</b>	<b>473</b>	<b>192</b>	<b>289</b>	<b>10.8</b>	<b>16.3</b>	<b>6.11</b>	<b>17.4</b>	<b>1140</b>	<b>156</b>	<b>234</b>						
W14x74	126	314	473	196	294	5.34	8.03	8.76	31.0	795	128	191						
W18x60	123	307	461	189	284	9.64	14.5	5.93	18.2	984	151	227						
W12x79	119	297	446	187	281	3.77	5.67	10.8	39.9	662	116	175						
W14x68	115	287	431	180	270	5.20	7.81	8.69	29.3	722	117	175						
W10x88	113	282	424	172	259	2.63	3.95	9.29	51.1	534	131	197						
<b>W18x55</b>	<b>112</b>	<b>279</b>	<b>420</b>	<b>172</b>	<b>258</b>	<b>9.26</b>	<b>13.9</b>	<b>5.90</b>	<b>17.5</b>	<b>890</b>	<b>141</b>	<b>212</b>						
<b>W21x50</b>	<b>110</b>	<b>274</b>	<b>413</b>	<b>165</b>	<b>248</b>	<b>12.2</b>	<b>18.3</b>	<b>4.59</b>	<b>13.6</b>	<b>984</b>	<b>158</b>	<b>237</b>						
W12x72	108	269	405	170	256	3.72	5.59	10.7	37.4	597	105	158						
<b>W21x48<sup>f</sup></b>	<b>107</b>	<b>265</b>	<b>398</b>	<b>162</b>	<b>244</b>	<b>9.78</b>	<b>14.7</b>	<b>6.09</b>	<b>16.6</b>	<b>959</b>	<b>144</b>	<b>217</b>						
W16x57	105	262	394	161	242	7.98	12.0	5.65	18.3	758	141	212						
W14x61	102	254	383	161	242	4.96	7.46	8.65	27.5	640	104	156						
W18x50	101	252	379	155	233	8.69	13.1	5.83	17.0	800	128	192						
W10x77	97.6	244	366	150	225	2.59	3.90	9.18	45.2	455	112	169						
W12x65 <sup>f</sup>	96.8	237	356	154	231	3.60	5.41	11.9	35.1	533	94.5	142						
<b>W21x44</b>	<b>95.4</b>	<b>238</b>	<b>358</b>	<b>143</b>	<b>214</b>	<b>11.2</b>	<b>16.8</b>	<b>4.45</b>	<b>13.0</b>	<b>843</b>	<b>145</b>	<b>217</b>						
W16x50	92.0	230	345	141	213	7.59	11.4	5.62	17.2	659	124	185						
W18x46	90.7	226	340	138	207	9.71	14.6	4.56	13.7	712	130	195						
W14x53	87.1	217	327	136	204	5.27	7.93	6.78	22.2	541	103	155						
W12x58	86.4	216	324	136	205	3.76	5.66	8.87	29.9	475	87.8	132						
W10x68	85.3	213	320	132	199	2.57	3.86	9.15	40.6	394	97.8	147						
W16x45	82.3	205	309	127	191	7.16	10.8	5.55	16.5	586	111	167						
<b>W18x40</b>	<b>78.4</b>	<b>196</b>	<b>294</b>	<b>119</b>	<b>180</b>	<b>8.86</b>	<b>13.3</b>	<b>4.49</b>	<b>13.1</b>	<b>612</b>	<b>113</b>	<b>169</b>						
W14x48	78.4	196	294	123	184	5.10	7.66	6.75	21.1	484	93.8	141						
W12x53	77.9	194	292	123	185	3.65	5.48	8.76	28.2	425	83.2	125						
W10x60	74.6	186	280	116	175	2.53	3.80	9.08	36.6	341	85.8	129						
<b>W16x40</b>	<b>73.0</b>	<b>182</b>	<b>274</b>	<b>113</b>	<b>170</b>	<b>6.69</b>	<b>10.1</b>	<b>5.55</b>	<b>15.9</b>	<b>518</b>	<b>97.7</b>	<b>146</b>						
W12x50	71.9	179	270	112	169	3.97	5.97	6.92	23.9	391	90.2	135						
W8x67	70.1	175	263	105	159	1.73	2.60	7.49	47.7	272	103	154						
W14x43	69.6	174	261	109	164	4.82	7.24	6.68	20.0	428	83.3	125						
W10x54	66.6	166	250	105	158	2.49	3.74	9.04	33.7	303	74.7	112						
	<b>ASD</b>	<b>LRFD</b>	<sup>f</sup> Shape exceeds compact limit for flexure with $F_y = 50$ ksi.															
	$\Omega_b = 1.67$	$\phi_b = 0.90$																
	$\Omega_v = 1.50$	$\phi_v = 1.00$																

# جداول طراحی تیر برای مقاطع IPE متداول در ایران

IPE	$Z_x$ $cm^3$	$\phi_b = 0.9$ $F_y = 2333 \frac{kg}{cm^2}$					$\phi_b = 0.9$ $F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$					$\phi_b = 0.9$ $F_y = 3000 \frac{kg}{cm^2}$				
		$\phi_b M_p$ $t.m$	$\phi_b M_r$ $t.m$	$L_p$ $m$	$L_r$ $m$	$BF$ $t$	$\phi_b M_p$ $t.m$	$\phi_b M_r$ $t.m$	$L_p$ $m$	$L_r$ $m$	$BF$ $t$	$\phi_b M_p$ $t.m$	$\phi_b M_r$ $t.m$	$L_p$ $m$	$L_r$ $m$	$BF$ $t$
80	23.2	0.487	0.294	0.54	2.98	0.079	0.501	0.302	0.53	2.90	0.084	0.626	0.378	0.48	2.35	0.133
100	39.4	0.827	0.503	0.64	3.05	0.134	0.851	0.517	0.63	2.97	0.143	1.064	0.646	0.56	2.42	0.225
120	60.8	1.277	0.779	0.75	3.28	0.197	1.313	0.801	0.74	3.20	0.208	1.642	1.002	0.66	2.63	0.325
140	88.4	1.856	1.136	0.85	3.54	0.268	1.909	1.169	0.84	3.45	0.284	2.387	1.461	0.75	2.85	0.441
160	123.8	2.599	1.602	0.95	3.73	0.359	2.674	1.648	0.93	3.64	0.379	3.343	2.060	0.84	3.02	0.589
180	166.4	3.494	2.146	1.06	4.05	0.451	3.594	2.208	1.04	3.96	0.475	4.493	2.759	0.93	3.30	0.732
200	220	4.619	2.851	1.15	4.24	0.572	4.752	2.933	1.14	4.14	0.606	5.940	3.667	1.02	3.47	0.928
220	286	6.005	3.704	1.28	4.62	0.689	6.178	3.810	1.26	4.52	0.726	7.722	4.763	1.13	3.80	1.108
240	366	7.685	4.762	1.39	4.90	0.833	7.906	4.899	1.37	4.79	0.879	9.882	6.124	1.22	4.03	1.337
270	478	10.037	6.305	1.56	5.28	1.003	10.325	6.486	1.53	5.16	1.058	12.906	8.108	1.37	4.38	1.594
300	628	13.186	8.187	1.73	5.71	1.256	13.565	8.422	1.70	5.60	1.319	16.956	10.527	1.52	4.76	1.984
330	804	16.882	10.480	1.83	5.95	1.554	17.366	10.781	1.80	5.83	1.634	21.708	13.476	1.61	4.97	2.450
360	1020	21.417	13.287	1.95	6.38	1.835	22.032	13.668	1.93	6.25	1.936	27.540	17.086	1.72	5.33	2.896
400	1308	27.464	17.050	2.04	6.53	2.319	28.253	17.539	2.01	6.39	2.446	35.316	21.924	1.79	5.47	3.639
450	1698	35.653	22.047	2.12	6.78	2.920	36.677	22.680	2.09	6.64	3.076	45.846	28.350	1.87	5.70	4.568
500	2200	46.193	28.367	2.22	7.08	3.668	47.520	29.182	2.19	6.94	3.861	59.400	36.477	1.96	5.96	5.731
550	2780	58.372	35.863	2.29	7.31	4.484	60.048	36.893	2.26	7.16	4.726	75.060	46.116	2.02	6.16	6.991
600	3520	73.909	45.123	2.40	7.71	5.421	76.032	46.418	2.37	7.56	5.706	95.040	58.023	2.12	6.49	8.471

According to LRFD 2005

If  $L_p < L_b < L_r$

$$\phi_b M_n = C_b \left[ \phi_b M_p - (\phi_b M_p - \phi_b M_r) \left( \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq \phi_b M_p$$

Or

$$\phi_b M_n = C_b \left[ \phi_b M_p - BF(L_b - L_p) \right] \leq \phi_b M_p$$

# جداول طراحی تیر برای مقاطع IPB متداول در ایران

IPB	$Z_x$ $cm^3$	$\phi_b = 0.9 \quad F_y = 2333 \frac{kg}{cm^2}$					$\phi_b = 0.9 \quad F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$					$\phi_b = 0.9 \quad F_y = 3000 \frac{kg}{cm^2}$				
		$\phi_b M_p$	$\phi_b M_r$	$L_p$	$L_r$	$BF$	$\phi_b M_p$	$\phi_b M_r$	$L_p$	$L_r$	$BF$	$\phi_b M_p$	$\phi_b M_r$	$L_p$	$L_r$	$BF$
		$t.m$	$t.m$	$m$	$m$	$t$	$t.m$	$t.m$	$m$	$m$	$t$	$t.m$	$t.m$	$m$	$m$	$t$
100	104.2	2.188	1.323	1.30	10.36	0.095	2.251	1.361	1.29	10.08	0.101	2.813	1.701	1.15	8.08	0.160
120	165.2	3.469	2.116	1.58	11.30	0.139	3.568	2.177	1.55	10.99	0.147	4.460	2.722	1.39	8.82	0.234
140	246	5.165	3.175	1.84	12.19	0.192	5.314	3.266	1.82	11.86	0.204	6.642	4.082	1.63	9.53	0.324
160	354	7.433	4.571	2.09	13.12	0.259	7.646	4.702	2.06	12.77	0.275	9.558	5.878	1.84	10.28	0.436
180	482	10.121	6.261	2.35	14.08	0.329	10.411	6.441	2.32	13.69	0.349	13.014	8.051	2.08	11.04	0.554
200	642	13.480	8.378	2.61	14.92	0.414	13.867	8.618	2.58	14.52	0.440	17.334	10.773	2.30	11.72	0.696
220	828	17.386	10.818	2.88	15.92	0.504	17.885	11.128	2.84	15.49	0.534	22.356	13.910	2.54	12.52	0.846
240	1054	22.131	13.787	3.13	16.84	0.609	22.766	14.183	3.09	16.38	0.646	28.458	17.728	2.76	13.25	1.023
260	1282	26.918	16.903	3.39	17.08	0.732	27.691	17.388	3.34	16.63	0.775	34.614	21.735	2.99	13.48	1.228
280	1534	32.209	20.283	3.65	17.62	0.854	33.134	20.866	3.60	17.16	0.905	41.418	26.082	3.22	13.95	1.429
300	1868	39.222	24.692	3.91	18.53	0.994	40.349	25.402	3.85	18.05	1.053	50.436	31.752	3.44	14.68	1.662
320	2140	44.934	28.367	3.90	18.72	1.118	46.224	29.182	3.85	18.23	1.185	57.780	36.477	3.44	14.82	1.872
340	2400	50.393	31.747	3.88	18.48	1.277	51.840	32.659	3.83	18.00	1.354	64.800	40.824	3.42	14.64	2.137
360	2680	56.272	35.275	3.86	18.26	1.458	57.888	36.288	3.81	17.78	1.546	72.360	45.360	3.40	14.48	2.437
400	3240	68.030	42.330	3.81	17.54	1.872	69.984	43.546	3.76	17.09	1.983	87.480	54.432	3.36	13.94	3.124
450	3980	83.568	52.178	3.78	16.80	2.411	85.968	53.676	3.72	16.37	2.553	107.460	67.095	3.33	13.40	4.008
500	4820	101.206	63.054	3.75	16.23	3.057	104.112	64.865	3.69	15.82	3.236	130.140	81.081	3.30	12.98	5.068
550	5600	117.583	73.049	3.69	15.31	3.833	120.960	75.146	3.64	14.93	4.058	151.200	93.933	3.26	12.31	6.328
600	6420	134.801	83.778	3.65	14.55	4.681	138.672	86.184	3.60	14.20	4.952	173.340	107.730	3.22	11.75	7.692
650	7320	153.698	95.242	3.60	13.93	5.659	158.112	97.978	3.55	13.60	5.983	197.640	122.472	3.18	11.31	9.246
700	8320	174.695	107.883	3.54	13.41	6.769	179.712	110.981	3.49	13.10	7.152	224.640	138.726	3.12	10.93	11.001
800	10220	214.589	131.987	3.44	12.28	9.344	220.752	135.778	3.39	12.01	9.858	275.940	169.722	3.04	10.12	15.003
900	12580	264.142	161.383	3.36	11.73	12.277	271.728	166.018	3.32	11.48	12.955	339.660	207.522	2.97	9.73	19.547
1000	14860	312.015	189.456	3.29	11.11	15.673	320.976	194.897	3.24	10.88	16.502	401.220	243.621	2.90	9.28	24.702

According to LRFD 2005

If  $L_p < L_b < L_r$

$$\phi_b M_n = C_b \left[ \phi_b M_p - (\phi_b M_p - \phi_b M_r) \left( \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq \phi_b M_p$$

Or

$$\phi_b M_n = C_b \left[ \phi_b M_p - BF(L_b - L_p) \right] \leq \phi_b M_p$$

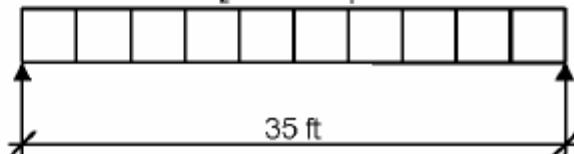
## Example F.1-1a W-Shape Flexural Member Design in Strong-Axis Bending, Continuously Braced.

Given:

Select an ASTM A992 W-shape beam with a simple span of 35 feet. Limit the member to a maximum nominal depth of 18 in. Limit the live load deflection to  $L/360$ . The nominal loads are a uniform dead load of 0.45 kip/ft and a uniform live load of 0.75 kip/ft. Assume the beam is continuously braced.

$$w_D = 0.45 \text{ kip/ft}$$

$$w_L = 0.75 \text{ kip/ft}$$



Beam Loading & Bracing Diagram  
(full lateral support)

Solution:

### Material Properties:

$$\text{ASTM A992} \quad F_y = 50 \text{ ksi} \quad F_u = 65 \text{ ksi}$$

Manual  
Table 2-3

Calculate the required flexural strength

LRFD	ASD
$w_u = 1.2(0.450 \text{ kip/ft}) + 1.6 (0.750 \text{ kip/ft})$ $= 1.74 \text{ kip/ft}$	$w_a = 0.450 \text{ kip/ft} + 0.750 \text{ kip/ft}$ $= 1.20 \text{ kip/ft}$
$M_u = \frac{1.74 \text{ kip/ft}(35.0 \text{ ft})^2}{8} = 266 \text{ kip-ft}$	$M_a = \frac{1.20 \text{ kip/ft}(35.0 \text{ ft})^2}{8} = 184 \text{ kip-ft}$

*Calculate the required moment of inertia for live-load deflection criterion of L/360*

$$\Delta_{max} = \frac{L}{360} = \frac{35.0 \text{ ft}(12 \text{ in./ft})}{360} = 1.17 \text{ in.}$$

$$I_{x(reqd)} = \frac{5wl^4}{384E\Delta_{max}} = \frac{5(0.750 \text{ kip/ft})(35.0 \text{ ft})^4(12 \text{ in./ft})^3}{384 (29,000 \text{ ksi})(1.17 \text{ in.})} = 748 \text{ in.}^4$$

Manual  
Table 3-23  
Diagram 1

*Select a W18×50 from Table 3-2*

Per the User Note in Section F2, the section is compact. Since the beam is continuously braced and compact, only the yielding limit state applies.

LRFD	ASD
$\phi_b M_n = \phi_b M_{px} = 379 \text{ kip-ft} > 266 \text{ kip-ft} \quad \text{o.k.}$	$\frac{M_n}{\Omega_b} = \frac{M_{px}}{\Omega_b} = 252 \text{ kip-ft} > 184 \text{ kip-ft} \quad \text{o.k.}$
$I_x = 800 \text{ in.}^4 > 748 \text{ in.}^4 \quad \text{o.k.}$	

Manual  
Table 3-2  
  
Manual  
Table 3-2

## Example F.1-1b W-Shape Flexural Member Design in Strong-Axis Bending, Continuously Braced.

**Given:**

Example F.1-1a can be easily solved by utilizing the tables of the AISC Steel Construction Manual. Alternatively, this problem can be solved by applying the requirements of the AISC Specification directly.

**Solution:**

Material Properties:

$$\text{ASTM A992} \quad F_y = 50 \text{ ksi} \quad F_u = 65 \text{ ksi}$$

Manual  
Table 2-3

Geometric Properties:

$$\text{W18}\times 50 \quad Z_x = 101 \text{ in.}^3$$

Manual  
Table 1-1

*Required strength from Example F.1-1a*

LRFD	ASD
$M_u = 266 \text{ kip-ft}$	$M_a = 184 \text{ kip-ft}$

*Calculate the nominal flexural strength,  $M_n$*

Per the User Note in Section F2, the section is compact. Since the beam is continuously braced and compact, only the yielding limit state applies.

$$M_n = M_p = F_y Z_x = 50 \text{ ksi}(101 \text{ in.}^3) = 5050 \text{ kip-in. or } 421 \text{ kip-ft}$$

Eqn. F2-1

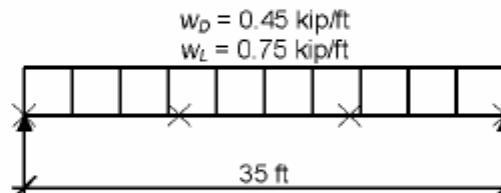
*Calculate the available flexural strength*

LRFD	ASD	Section F1
$\phi_b = 0.90$ $\phi_b M_n = 0.90(421 \text{ kip-ft})$ $= 379 \text{ kip-ft} > 266 \text{ kip-ft} \text{ o.k.}$	$\Omega_b = 1.67$ $M_n / \Omega_b = (421 \text{ kip-ft}) / 1.67$ $= 252 \text{ kip-ft} > 184 \text{ kip-ft} \text{ o.k.}$	

## Example F.1-2a W-Shape Flexural Member Design in Strong-Axis Bending, Braced at Third Points

Given:

Verify the strength of the W18×50 beam selected in Example F.1-1a if the beam is braced at the ends and third points rather than continuously braced.



Beam Loading & Bracing Diagram  
(bracing at ends and third points)

Solution:

Required flexural strength at midspan from Example F.1-1a

LRFD	ASD
$M_u = 266 \text{ kip-ft}$	$M_a = 184 \text{ kip-ft}$

$$L_b = \frac{35.0 \text{ ft}}{3} = 11.7 \text{ ft}$$

By inspection, the middle segment will govern. For a uniformly loaded beam braced at the ends and third points,  $C_b = 1.01$  in the middle segment. Conservatively neglect this small adjustment in this case.

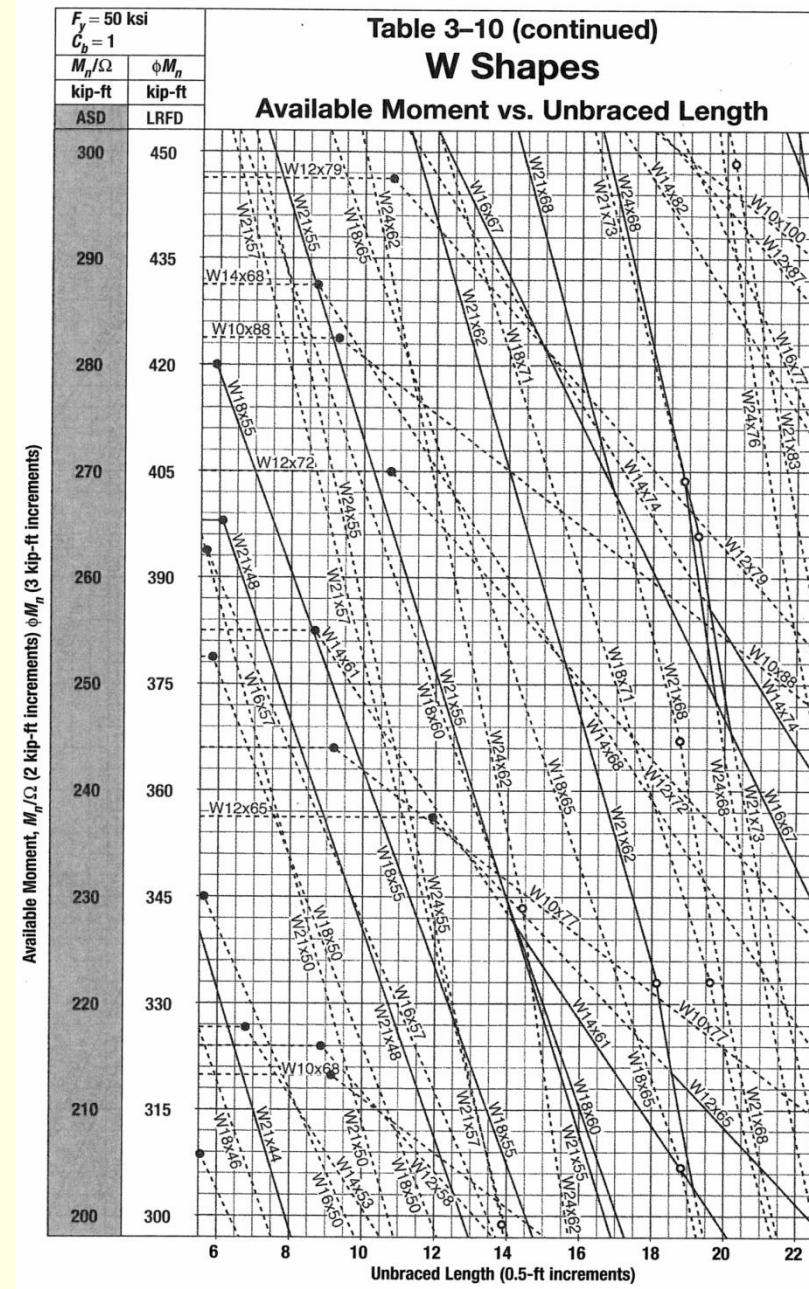
Manual  
Table 3-1

Obtain the available strength from Table 3-10

Enter Table 3-10 and find the intersection of the curve for the W18×50 with an unbraced length of 11.7 ft. Obtain the available strength from the appropriate vertical scale to the left.

LRFD	ASD
$\phi_b M_n \approx 302 \text{ kip-ft} > 266 \text{ kip-ft} \quad \text{o.k.}$	$\frac{M_n}{\Omega_b} \approx 201 \text{ kip-ft} > 184 \text{ kip-ft} \quad \text{o.k.}$

Manual  
Table 3-10



## **Example F.1-2b W-Shape Flexural Member Design in Strong-Axis Bending, Braced at Third Points**

**Given:**

Example F.1-2a was solved by utilizing the tables of the AISC *Steel Construction Manual*. Alternatively, this problem can be solved by applying the requirements of the AISC Specification directly.

**Solution:**

**Material Properties:**

$$\text{ASTM A992} \quad F_y = 50 \text{ ksi} \quad F_u = 65 \text{ ksi}$$

Manual  
Table 2-3

**Geometric Properties:**

$$\text{W18}\times50 \quad S_x = 88.9 \text{ in.}^3$$

Manual  
Table 1-1

*Required strength from Example F.1-2a*

LRFD	ASD
$M_u = 266 \text{ kip-ft}$	$M_a = 184 \text{ kip-ft}$

*Calculate the nominal flexural strength,  $M_n$*

*Calculate  $C_b$*

For the lateral-torsional buckling limit state, the nonuniform moment modification factor can be calculated using Specification Equation F1.1.

$$C_b = \frac{12.5M_{max}}{2.5M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} R_m \leq 3.0 \quad \text{Eqn. F1-1}$$

For the center segment of the beam, the required moments for Equation F1-1 can be calculated as a percentage of the maximum midspan moment as:  $M_{max} = 1.00$ ,  $M_A = 0.972$ ,  $M_B = 1.00$ ,  $M_C = 0.972$ .

$R_m = 1.0$  for doubly-symmetric members

$$C_b = \frac{12.5(1.00)}{2.5(1.00) + 3(0.972) + 4(1.00) + 3(0.972)} (1.0) = 1.01$$

For the end-span beam segments, the required moments for Equation F1-1 can be calculated as a percentage of the maximum midspan moment as:  $M_{max} = 0.889$ ,  $M_A = 0.306$ ,  $M_B = 0.556$ , and  $M_C = 0.750$ .

$$C_b = \frac{12.5(0.889)}{2.5(0.889) + 3(0.306) + 4(0.556) + 3(0.750)} (1.0) = 1.46$$

Thus, the center span, with the higher required strength and lower  $C_b$ , will govern.

$$L_p = 5.83 \text{ ft}$$

$$L_r = 17.0 \text{ ft}$$

Manual  
Table 3-2

Note: The more conservative formula for  $L_r$  given in the User Note in Specification Section F2 can yield very conservative results.

For a compact beam with an unbraced length of  $L_p < L_b \leq L_r$ , the lesser of either the flexural yielding limit-state or the inelastic lateral-torsional buckling limit-state controls the nominal strength.

$$M_p = 5050 \text{ kip-in. (from Example F.1-2a)}$$

$$M_n = C_b \left[ M_p - (M_p - 0.7F_y S_x) \left( \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad \text{Eqn. F2-2}$$

$$M_n = 1.01 \left[ 5050 \text{ kip-in.} - (5050 \text{ kip-in.} - 0.7(50 \text{ ksi})(88.9 \text{ in.}^3)) \left( \frac{11.7 \text{ ft} - 5.83 \text{ ft}}{17.0 \text{ ft} - 5.83 \text{ ft}} \right) \right] \\ \leq 5050 \text{ kip-in.}$$

$$= 4070 \text{ kip-in. or } 339 \text{ kip-ft}$$

*Calculate the available flexural strength*

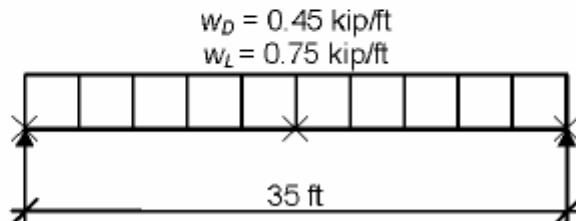
LRFD	ASD
$\phi_b = 0.90$ $\phi_b M_n = 0.90(339 \text{ kip-ft})$ $= 305 \text{ kip-ft} > 266 \text{ kip-ft} \quad \text{o.k.}$	$\Omega_b = 1.67$ $M_n / \Omega_b = (339 \text{ kip-ft}) / 1.67$ $= 203 \text{ kip-ft} > 184 \text{ kip-ft} \quad \text{o.k.}$

Section F1

### Example F.1-3a. W-Shape Flexural Member design in Strong-Axis Bending, Braced at Midspan

**Given:**

Verify the strength of the W18×50 beam selected in Example F.1-1a if the beam is braced at the ends and center point rather than continuously braced.



*Beam Loading & Bracing Diagram  
(bracing at ends & midpoint)*

**Solution:**

*Required flexural strength at midspan from Example F.1-1a*

LRFD	ASD
$M_u = 266 \text{ kip-ft}$	$M_a = 184 \text{ kip-ft}$

$$L_b = \frac{35.0 \text{ ft}}{2} = 17.5 \text{ ft}$$

For a uniformly loaded beam braced at the ends and at the center point,  $C_b = 1.30$ . There are several ways to make adjustments to Table 3-10 to account for  $C_b$  greater than 1.0.

Manual  
Table 3-1

*Procedure A.*

Available moments from the sloped and curved portions of the plots in from Manual Table 3-10 may be multiplied by  $C_b$ , but may not exceed the value of the horizontal portion ( $\phi M_n$  for LRFD,  $M_n/\Omega$  for ASD).

*Obtain the available strength of a W18×50 with an unbraced length of 17.5 ft from Manual Table 3-10*

Enter Table 3-10 and find the intersection of the curve for the W18×50 with an unbraced length of 17.5ft Obtain the available strength from the appropriate vertical scale to the left.

LRFD	ASD
$\phi_b M_n \approx 222 \text{ kip-ft}$	$M_n / \Omega_b \approx 147 \text{ kip-ft}$
$\phi_b M_p \approx 379 \text{ kip-ft}$ (upper limit on $C_b M_n$ )	$M_p / \Omega_b \approx 252 \text{ kip-ft}$ (upper limit on $C_b M_n$ )
<i>Adjust for <math>C_b</math></i>	<i>Adjust for <math>C_b</math></i>
$(1.30)(222 \text{ kip-ft}) = 288 \text{ kip-ft}$	$(1.30)(147 \text{ kip-ft}) = 191 \text{ kip-ft}$

Manual  
Table 3-10

Check Limit	Check Limit
$288 \text{ kip-ft} \leq \phi_b M_p = 379 \text{ kip-ft} \quad \text{o.k.}$	$191 \text{ kip-ft} \leq M_p / \Omega_b = 252 \text{ kip-ft} \quad \text{o.k.}$
<i>Check available versus required strength</i>	<i>Check available versus required strength</i>
$288 \text{ kip-ft} > 266 \text{ kip-ft} \quad \text{o.k.}$	$191 \text{ kip-ft} > 184 \text{ kip-ft} \quad \text{o.k.}$

*Procedure B.*

For preliminary selection, the required strength can be divided by  $C_b$  and directly compared to the strengths in Table 3-10. Members selected in this way must be checked to ensure that the required strength does not exceed the available plastic moment strength of the section.

*Calculate the adjusted required strength*

LRFD	ASD
$M_u' = 266 \text{ kip-ft} / 1.3 = 205 \text{ kip-ft}$	$M_a' = 184 \text{ kip-ft} / 1.3 = 142 \text{ kip-ft}$

*Obtain the available strength for a W18×50 with an unbraced length of 17.5 ft from Manual Table 3-10*

LRFD	ASD	Manual Table 3-10
$\phi_b M_n \approx 222 \text{ kip-ft} > 205 \text{ kip-ft} \quad \text{o.k.}$	$M_n / \Omega_b \approx 147 \text{ kip-ft} > 142 \text{ kip-ft} \quad \text{o.k.}$	
$\phi_b M_p \approx 379 \text{ kip-ft} > 266 \text{ kips} \quad \text{o.k.}$	$M_p / \Omega_b \approx 252 \text{ kip-ft} > 184 \text{ kips} \quad \text{o.k.}$	

### **Example F.1-3b. W-Shape Flexural Member Design in Strong-Axis Bending, Braced at Midspan**

**Given:**

Example F.1-3a was solved by utilizing the tables of the AISC *Steel Construction Manual*. Alternatively, this problem can be solved by applying the requirements of the AISC Specification directly.

**Solution:**

**Geometric Properties:**

$$\text{W18}\times 50 \quad r_{xx} = 1.98 \text{ in.} \quad S_x = 88.9 \text{ in.}^3 \quad J = 1.24 \text{ in.}^4 \quad h_o = 17.4 \text{ in.}$$

*Required strength from Example F.1-3a*

LRFD	ASD
$M_u = 266 \text{ kip-ft}$	$M_a = 184 \text{ kip-ft}$

*Calculate the nominal flexural strength,  $M_n$*

*Calculate  $C_b$*

$$C_b = \frac{12.5M_{max}}{2.5M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} R_m \leq 3.0 \quad \text{Eqn. F1-1}$$

The required moments for Equation F1-1 can be calculated as a percentage of the maximum midspan moment as:  $M_{max} = 1.00$ ,  $M_A = 0.438$ ,  $M_B = 0.750$ , and  $M_C = 0.938$ .

$R_m = 1.0$  for doubly-symmetric members

$$C_b = \frac{12.5(1.00)}{2.5(1.00) + 3(0.438) + 4(0.750) + 3(0.938)} (1.0) = 1.30$$

$$\begin{aligned} L_p &= 5.83 \text{ ft} \\ L_r &= 17.0 \text{ ft} \end{aligned}$$

Manual  
Table 3-6

For a compact beam with an unbraced length  $L_b > L_r$ , the limit state of elastic lateral-torsional buckling applies.

Calculate  $F_{cr}$  with  $L_b = 17.5 \text{ ft}$

$$F_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r_{ix}}\right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{Jc}{S_x h_o} \left(\frac{L_b}{r_{ix}}\right)^2} \quad \text{where } c = 1.0 \text{ for doubly symmetric I-shapes} \quad \text{Eqn. F2-4}$$

$$F_{cr} = \frac{1.30 \pi^2 (29,000 \text{ ksi})}{\left(\frac{17.5 \text{ ft}(12 \text{ in./ft})}{1.98 \text{ in.}}\right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{(1.24 \text{ in.}^4)1.0}{(88.9 \text{ in.}^3)(17.4 \text{ in.})} \left(\frac{17.5 \text{ ft}(12 \text{ in./ft})}{1.98 \text{ in.}}\right)^2} = 43.2 \text{ ksi}$$

$$M_n = F_{cr} S_x \leq M_p \quad \text{Eqn. F2-3}$$

$$M_n = 43.2 \text{ ksi}(88.9 \text{ in.}^3) = 3840 \text{ kip-in.} < 5050 \text{ kip-in.}$$

$$M_n = 3840 \text{ kip-in or } 320 \text{ kip-ft}$$

Calculate the available flexural strength

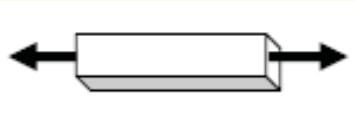
LRFD	ASD	
$\phi_b = 0.90$ $\phi_b M_n = 0.90(320 \text{ kip-ft}) = 288 \text{ kip-ft}$ $288 \text{ kip-ft} > 266 \text{ kip-ft} \quad \text{o.k.}$	$\Omega_b = 1.67$ $\frac{M_n}{\Omega_b} = \frac{320 \text{ kip-ft}}{1.67} = 192 \text{ kip-ft}$ $192 \text{ kip-ft} > 184 \text{ kip-ft} \quad \text{o.k.}$	Section F1

# Tension Members

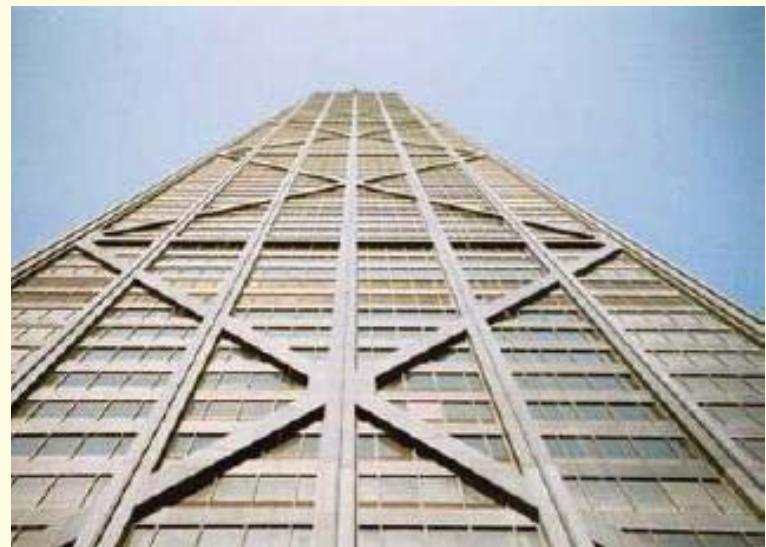
فصل سوم : اعضای کششی

# اعضای کششی

## Tension Members



■ اعضای سازه‌ای که تحت نیروی کششی محوری هستند (اعضای خرپا ، کابلها در پلهای معلق ، مهاربندی ساختمانها ، ... )

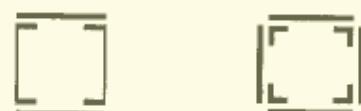
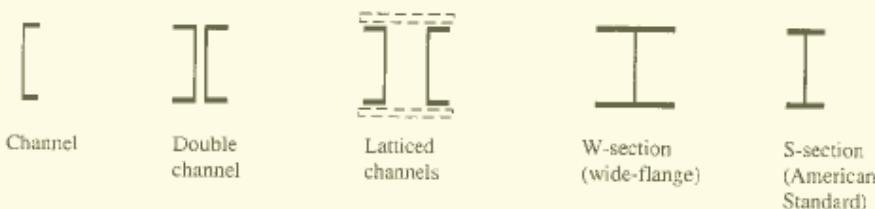


# انواع اعضای کششی

## Types of Tension Members

هر شکل مقطع عرضی ممکن است مورد استفاده قرار گیرد، چون تنها عامل تاثیرگذار در مقاومت عضو، مساحت مقطع است.

استفاده از نیمرخ های نوردشده نبشی شکل و میلگردهای دایره ای بسیار متداول است.

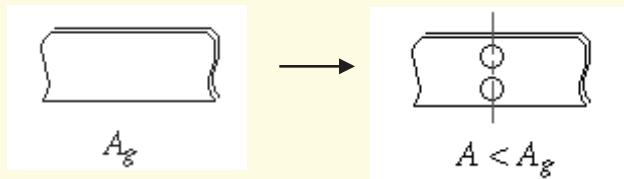


# سوراخ ها در اعضای کششی

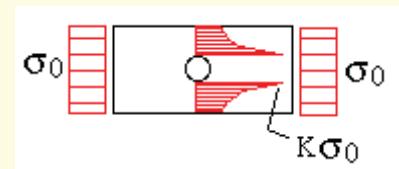
## Holes in Tension Members

سوراخها در اعضای کششی دو اثر مهم دارند :

(area reduction) ۲) کاهش مقطع عرضی



(Stress Concentration) ۱) تمرکز تنش



روش متداول سوراخکاری عبارت است از مته زدن یا پانچ کردن سوراخ های استانداردی با قطری به اندازه 1.5 میلیمتر (1/16 اینچ) بزرگتر از قطر پیچ.

برای به حساب آوردن ناهمواری ها و زبری دور لبه سوراخ ، AISC ملزم می نماید 1.5 میلیمتر (1/16 اینچ) دیگر عملا برای قطر سوراخ در نظر گرفته شود.

بنابراین قطر موثر سوراخ، 3 میلیمتر (8/1 اینچ) بزرگتر از قطر پیچ می باشد.

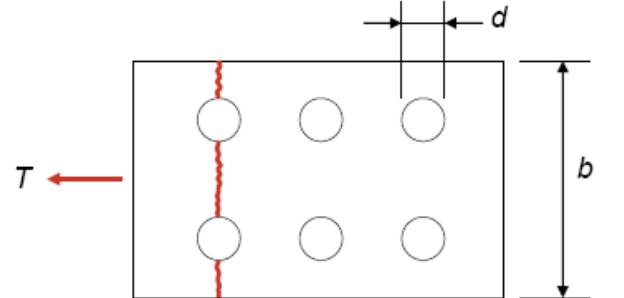
$$\begin{aligned}\text{ØHole} &= \text{Ø bolt} + \text{punched}(1/16" \text{ or } 1.5 \text{ mm}) \\ &\quad + \text{damaged metal }(1/16" \text{ or } 1.5 \text{ mm}) \\ &= \text{Ø bolt} + 3 \text{ mm}\end{aligned}$$

# سطح مقطع کل و سطح مقطع خالص ( $A_g$ , $A_n$ )

## Gross and Net Areas

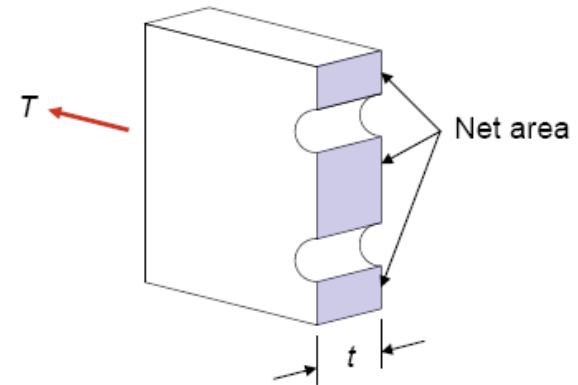
■ سطح مقطع کل ( $A_g$ ) یک عضو برابر است با کل مساحت مقطع عرضی آن.

$$A_g = \text{Gross Area} = \text{سطح مقطع کل}$$



$$A_n = \text{Net Area} = \text{سطح مقطع خالص}$$

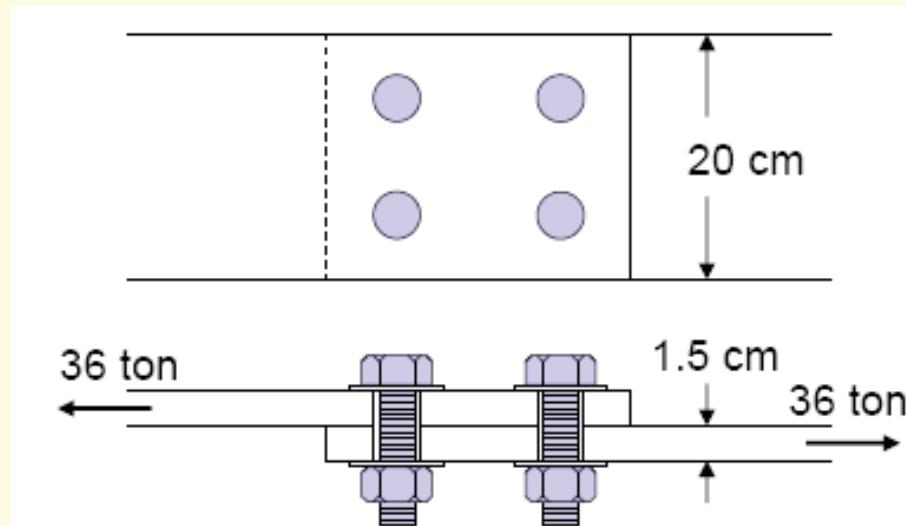
$$A_n = A_g - A_{holes}$$



## مثال :

سطح مقطع کل و خالص ورق  $1.5 \times 20\text{ cm}$  نشان داده شده را تعیین کنید.  
اتصال ورق در انتهای با دو ردیف پیچ 1.9 سانتیمتری انجام شده است.

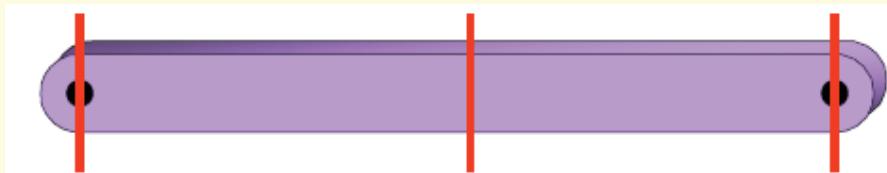
- $A_g = 20 \times 1.5 = 30 \text{ mm}^2$
- $A_n = 30 - 2(1.9 + 0.3)(1.5) = 23.4 \text{ mm}^2$



# مقاومت طراحی اعضای کششی

## Design Strength of Tension Members

- دو مکانیزم خرابی مهم برای اعضای کششی وجود دارد. این حالت های حدی عبارتند از :
  - ۱) تسلیم در مقطع کل (yielding on the gross area)
  - ۲) گسیختگی در مقطع خالص (fracture on the net section)



- برای جلوگیری از تسلیم و تغییر شکل های اضافی ناشی از آن، تنش در مقطع کل ( $A_g$ ) باید کوچکتر از تنش تسلیم ( $F_y$ ) باشد.
- برای جلوگیری از گسیختگی ، تنش در مقطع خالص ( $A_n$ ) باید کمتر از تنش نهایی ( $F_u$ ) باشد.

# مقاومت اسمی

## Nominal Strength

■ مقاومت اسمی در تسلیم ،

$$P_n = F_y A_g$$

■ مقاومت اسمی در گسیختگی ،

$$P_n = F_u A_e$$

قطع موثر خالصی است که فرض می شود در مقطع گذرنده از سوراخ ها در برابر کشش مقاومت می کند.

ممکن است بخاطر عواملی همچون تمرکز تنش و برخی عوامل دیگر ، قدری کمتر از  $A_n$  باشد.

# تسلیم در مقطع کل

## Yielding on Gross Area

= مقاومت کششی طراحی LRFD برای تسلیم مقطع کل در کشش  $\phi_t P_n$

= مقاومت کششی مجاز ASD برای تسلیم مقطع کل در کشش  $P_n / \Omega$

: که

$$\phi_t = 0.90 \text{ (LRFD)}$$

$$\Omega = 1.67 \text{ (ASD)}$$

$$\text{ مقاومت اسمی عضو} = P_n$$

$$= F_y A_g$$

# گسیختگی در مقطع کل

## Fracture on Net Section

$\phi_t P_n$  = مقاومت کششی طراحی LRFD برای گسیختگی مقطع خالص در کشش

$P_n / \Omega$  = مقاومت کششی مجاز ASD برای گسیختگی مقطع خالص در کشش

: که

$$\phi_t = 0.75 \text{ (LRFD)}$$

$$\Omega = 2.00 \text{ (ASD)}$$

$$P_n = \text{مقاومت اسمی عضو}$$

$$= F_u A_e$$

ضریب کاهش مقاومت برای گسیختگی کمتر از تسلیم است. چون رسیدن به حالت حدی گسیختگی بسیار خطرناکتر است.

# مقاومت طراحی (LRFD)

## Design Strength

برای حالت حدی تسلیم در مقطع کل که هدف از اعمال آن جلوگیری از افزایش طول بیش از حد عضو است :

$$P_u \leq \phi_t F_y A_g ; \quad \phi_t = 0.90$$

برای حالت حدی گسیختگی در مقطع خالص در صورتی که سوراخهای پیچ یا پرچ وجود داشته باشد :

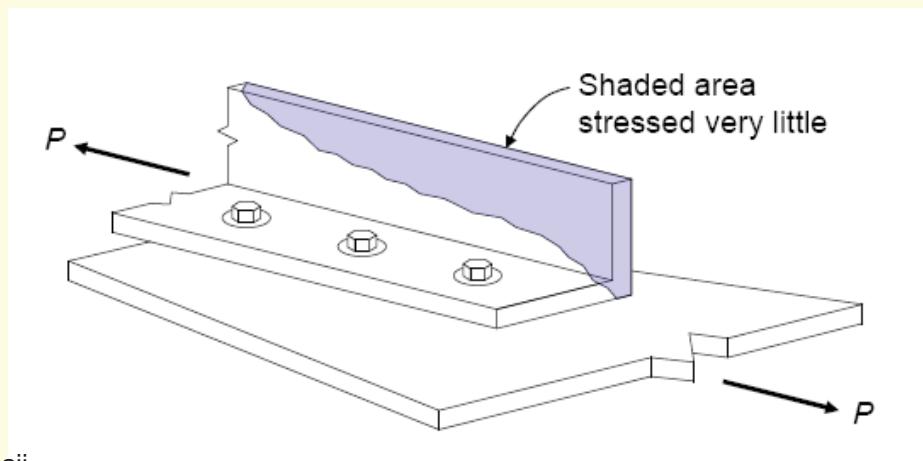
$$P_u \leq \phi_t F_u A_e ; \quad \phi_t = 0.75$$

مقاومت طراحی عضو کمترین مقدار از دو مقدار فوق است.

# سطح مقطع موثر خالص ( $A_e$ )

## Effective Net Area

- هنگامی که همه اجزای مقطع عرضی اتصال نیافته باشند (مثلا : فقط یک پای نبشی به ورق لچکی پیچکاری شود) ، پدیده تاخیر برشی (shear lag) پیش می آید.
- اجزای اتصال یافته تحت بار بیشتری قرار می گیرند و قسمت های اتصال نیافته تحت تنش کامل قرار نمی گیرند (not fully stressed).
- برای به حساب آوردن این پدیده می توان از یک مقطع خالص کاهش یافته ، یا موثر استفاده کرد.



# سطح مقطع موثر خالص ( $A_e$ )

## Effective Net Area

$$A_e = U A_n$$

$A_e$  = effective net area سطح مقطع موثر خالص

$A_n$  = net area (see AISC p. 16.1-14) سطح مقطع خالص

$U$  = reduction factor considering “shear lag”  
(یا جدول ۱۰-۲-۱ ص ۱۶۳ مبحث دهم) یا

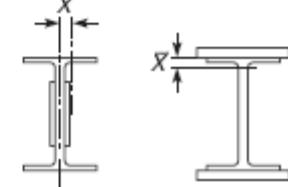
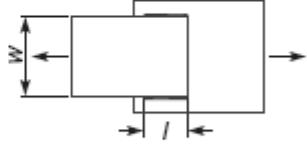
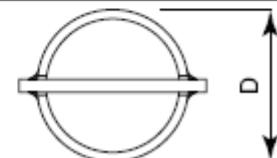
= See AISC Table D3.1 p. 16.1-29  
اگر بار کششی مستقیماً به هر جزء توسط پیچ ها یا جوشها انتقال یابد

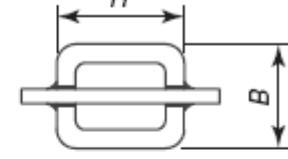
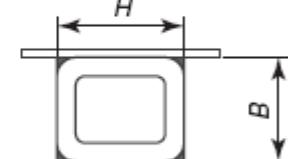
=  $1 - \frac{\bar{x}}{\ell}$   
اگر بار کششی به تعدادی از اجزا (ونه همه آنها) توسط پیچها یا جوشها انتقال یابد

$\bar{x}$  = connection eccentricity برون محوری اتصال

$\ell$  = طول اتصال در راستای بارگذاری

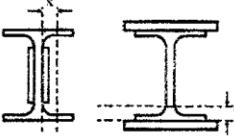
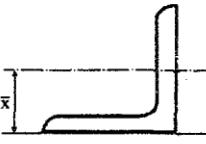
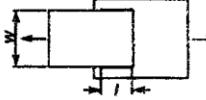
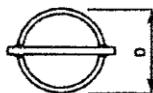
**TABLE D3.1**  
**Shear Lag Factors for Connections**  
**to Tension Members**

Case	Description of Element	Shear Lag Factor, $U$	Example
1	All tension members where the tension load is transmitted directly to each of cross-sectional elements by fasteners or welds. (except as in Cases 3, 4, 5 and 6)	$U = 1.0$	—
2	All tension members, except plates and HSS, where the tension load is transmitted to some but not all of the cross-sectional elements by fasteners or longitudinal welds (Alternatively, for W, M, S and HP, Case 7 may be used.)	$U = 1 - \bar{x}/l$	
3	All tension members where the tension load is transmitted by transverse welds to some but not all of the cross-sectional elements.	$U = 1.0$ and $A_n = \text{area of the directly connected elements}$	—
4	Plates where the tension load is transmitted by longitudinal welds only.	$I \geq 2w \dots U = 1.0$ $2w > I \geq 1.5w \dots U = 0.87$ $1.5w > I \geq w \dots U = 0.75$	
5	Round HSS with a single concentric gusset plate	$I \geq 1.3D \dots U = 1.0$ $D \leq I < 1.3D \dots U = 1 - \bar{x}/l$ $\bar{x} = D/\pi$	

6	Rectangular HSS	with a single concentric gusset plate	$I \geq H \dots U = 1 - \bar{x}/I$ $\bar{x} = \frac{B^2 + 2BH}{4(B + H)}$	
		with two side gusset plates	$I \geq H \dots U = 1 - \bar{x}/I$ $\bar{x} = \frac{B^2}{4(B + H)}$	
7	W, M, S or HP Shapes or Tees cut from these shapes. (If $U$ is calculated per Case 2, the larger value is permitted to be used)	with flange connected with 3 or more fasteners per line in direction of loading	$b_f \geq 2/3d \dots U = 0.90$ $b_f < 2/3d \dots U = 0.85$	—
		with web connected with 4 or more fasteners in the direction of loading	$U = 0.70$	—
8	Single angles (If $U$ is calculated per Case 2, the larger value is permitted to be used)	with 4 or more fasteners per line in direction of loading	$U = 0.80$	—
		with 2 or 3 fasteners per line in the direction of loading	$U = 0.60$	—

$I$  = length of connection, in. (mm);  $w$  = plate width, in. (mm);  $\bar{x}$  = connection eccentricity, in. (mm);  $B$  = overall width of rectangular HSS member, measured 90 degrees to the plane of the connection, in. (mm);  $H$  = overall height of rectangular HSS member, measured in the plane of the connection, in. (mm)

جدول ۱۰ - ۲ - ۳ - ۱ ضریب تأخیر برش (U) برای اتصالات اجزای کششی

حالت	شرح	ضریب تأخیر برش، U	مثال
۱	کلیه اعضای کششی که در آنها باز به وسیله پیچ، برج و یا جوش مستقیماً به کلیه اجزای مقطع منتقل گردد (به غیر از حالت های ۳، ۴، ۵ و ۶)	$U = 1/0$	-
۲	کلیه اعضای کششی (بمعیر از تسمه ها و مقاطع قوطی و لوله ای) که در آنها باز به وسیله پیچ، برج و یا جوش توسط قسمتی از اجزای مقطع (و نه تمام آن) منتقل گردد.	$U = 1 - \frac{\bar{x}}{l}$	  عضو آ شکل مانند دوتا سپری عمل می کند
۳	کلیه اعضای کششی که در آنها باز فقط به وسیله جوش عرضی و توسط قسمتی از اجزای مقطع (و نه تمام آن) منتقل گردد.	$U = 1/0$ در این حالت $A_n$ برابر سطح مقطع جزیی از عضو که به طور مستقیم اتصال یافته می باشد	-
۴	تسمه های کششی که با جوش های طولی در دو لبه موازی (در انتهای قطمه) متصل اند. در این حالت طول جوش ها نباید از فاصله عمودی بین آنها (بهنای تسمه) کمتر باشد مگر از جوش انگشتانه و کام در حدفاصل دو لبه استفاده شده باشد)	$w \leq l < 1/5w \dots U = 0/75$ $1/5w \leq l < 2w \dots U = 0/187$ $l \geq 2w \dots U = 1/0$	 $l > w$
۵	در مقاطع لوله ای با یک ورق اتصال هم محور، که در آن طول جوش ها نباید از قطر لوله کمتر باشد.	$D \leq l < 1/3D \dots U = 1 - \frac{\bar{x}}{l}$ $l \geq 1/3D \dots U = 1/0$ $\bar{x} = \frac{D}{\pi}$	

جدول ۱۰-۲-۳-۱ ضریب تأخیر برش (U) برای اتصالات اجزای کششی (ادامه)

مثال	ضریب تأخیر برش، U	شرح	حالات
	$I \geq H$ $U = 1 - \frac{\bar{x}}{I}$ $\bar{x} = \frac{B^2 + 4BH}{4(B+H)}$	چنانچه اتصال تنها به کمک یک ورق هم محور صورت گیرد که در آن طول جوش‌ها نباید از H کمتر باشد.	در مقاطع قوچی شکل ۶
	$I \geq H$ $U = 1 - \frac{\bar{x}}{I}$ $\bar{x} = \frac{B^2}{4(B+H)}$	چنانچه اتصال به کمک دو ورق اتصال و در دو وجهه صورت گیرد که در آن طول جوش‌ها نباید از H کمتر باشد.	
-	$b_f \geq \frac{2}{3}d$ $U = 0.9$ $b_f < \frac{2}{3}d$ $U = 0.85$	در اتصالات جوشی، پیچی یا پرچی در صورتی که اتصال از طریق بال‌ها برقرار شده و حداقل سه وسیله اتصال در هر ردیف در امتداد تأثیر نیرو موجود باشد.	در نیمرخ‌های ۱ نوردشده و سپری ۲ بریده شده از آنها و همچنین نیمرخ‌های ۷
-	$U = 0.7$	در اتصالات جوشی، پیچی یا پرچی در صورتی که اتصال از طریق جان برقرار شده و حداقل چهار وسیله اتصال در هر ردیف در امتداد تأثیر نیرو موجود باشد.	دیگری نظیر بال‌بهن، استفاده از مقادیر بزرگتر از حالت ۲ جدول مجاز می‌باشد.
-	$U = 0.8$	چنانچه حداقل چهار وسیله اتصال در هر ردیف در امتداد تأثیر نیرو موجود باشد.	در نیمرخ‌های تکنیشی در صورتی که توسط یک بال منفصل شده باشند
-	$U = 0.6$	چنانچه دو یا سه وسیله اتصال در هر ردیف در امتداد تأثیر نیرو موجود باشد.	۸

در این جدول:

= l = طول اتصال مساوی فاصله اولین و آخرین پیچ در اتصال پیچی و طول جوش در اتصال جوشی

= w = پهنه‌ای ورق

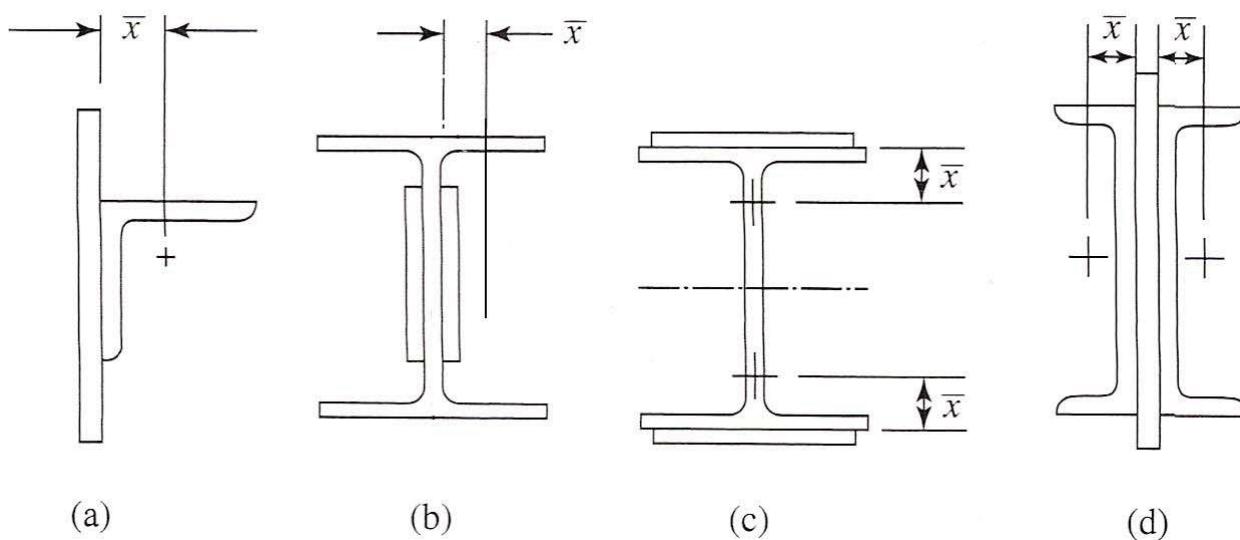
=  $\bar{x}$  = برونو محوری اتصال مطابق شکل‌های ارایه شده

= B = پهنه‌ای کلی مقاطع قوطی شکل (عنود بر صفحه اتصال)

= H = ارتفاع کنی مقاطع قوطی شکل (در صفحه اتصال)

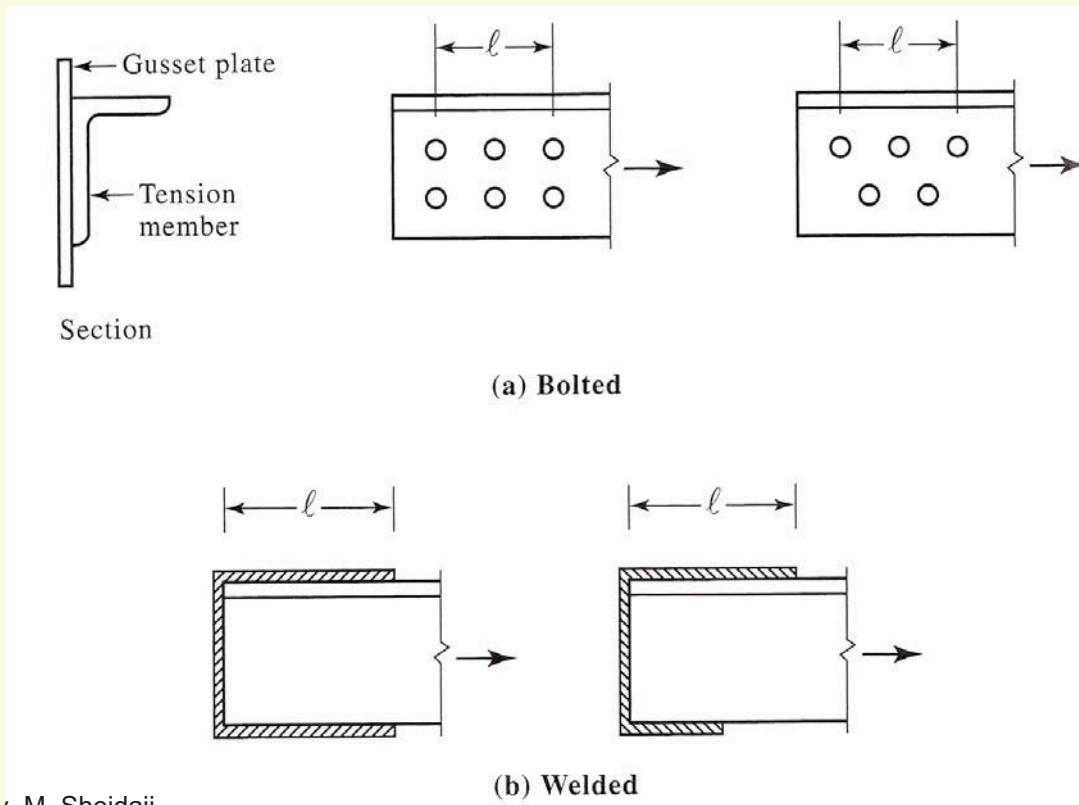
# سطح مقطع موثر خالص

$\bar{X}$  برون محوری اتصال است (فاصله مرکز سطح قطعه اتصال یافته تا صفحه اتصال) اگر عضوی دارای دو صفحه اتصال، که بطور متقارن قرار گرفته‌اند، باشد  $\bar{X}$  از مرکز نزدیکترین نیمه مقطع اندازه گیری می‌شود.



# سطح مقطع موثر خالص

طول اتصال در راستای بارگذاری =  $\ell$



# A<sub>e</sub> برای اتصالات پیچی و پرچی A<sub>e</sub> for Bolted and Riveted Connections

$$A_e = U A_n$$

■ اگر همه اجزای مقطع عرضی متصل شده باشند :  $U=1$

■ در غیر این صورت از مقادیر پیشنهادی ضریب کاهشی  $U$  استفاده شود :

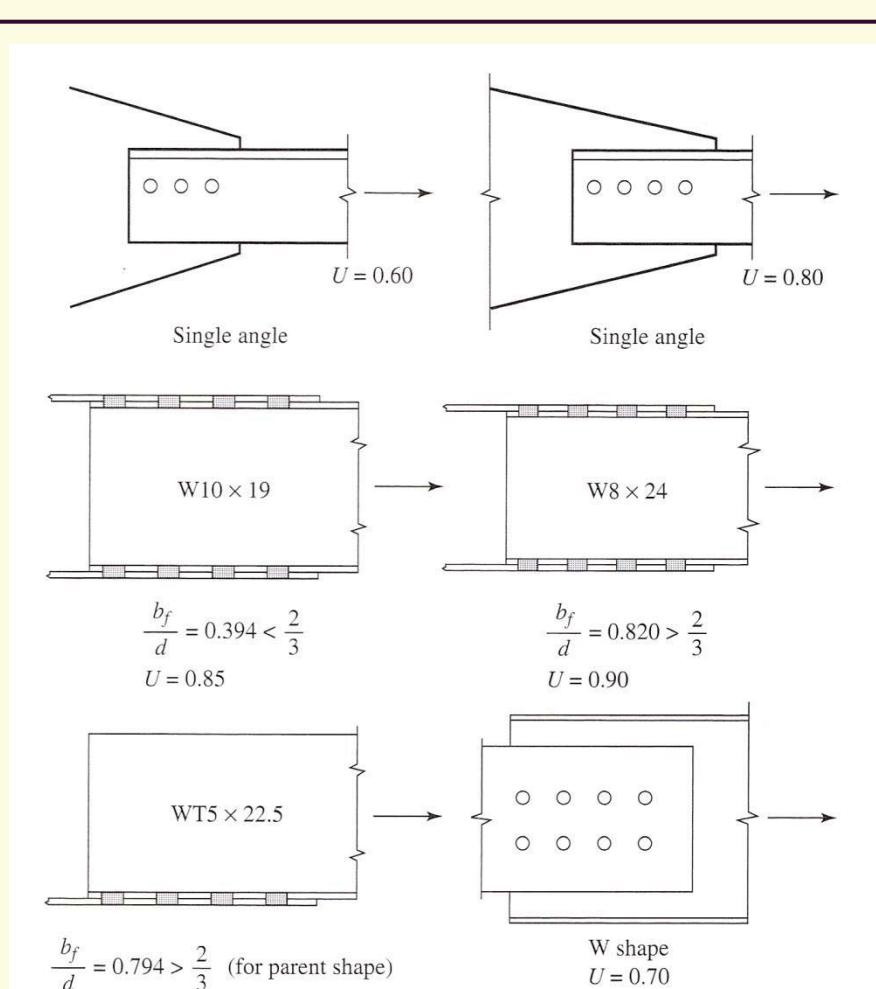
(AISC05 Table D3.1 case 2 or cases 7,8)

■ برای صفحات وصله پیچی در اتصالات :

(AISC05 J4.1 p16.1-112):  $U=1, A_e = A_n \leq 0.85 A_g$

# مقدار پیشنهادی برای U

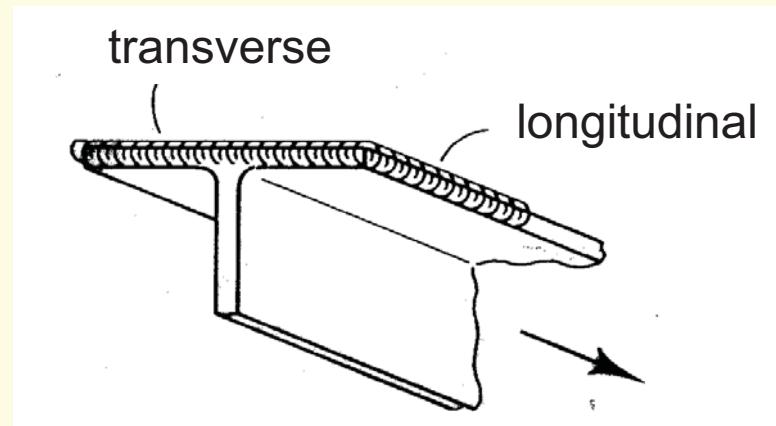
## Recommended Values for U



# برای اتصالات جوشی $A_e$

## $A_e$ for welded connections

$$A_e = \cup A_g$$



۱) برای هر نیمرخ I یا T شکل که فقط با جوش جانبی اتصال یافته باشد :

$$U = 1$$

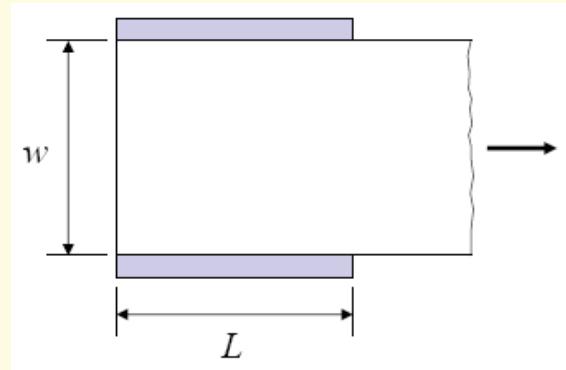
مساحت مقطع اجزایی که مستقیماً اتصال یافته اند  $A_e =$

# $A_e$ برای اتصالات جوشی - ادامه

## $A_e$ for welded connections

۲) برای ورقها یا میله هایی که در انتهایشان با جوشهای طولی اتصال یافته اند :

- $U=1 \quad L \geq 2w$
- $U=0.87 \quad 2w > L \geq 1.5w$
- $U=0.75 \quad 1.5w > L \geq w$

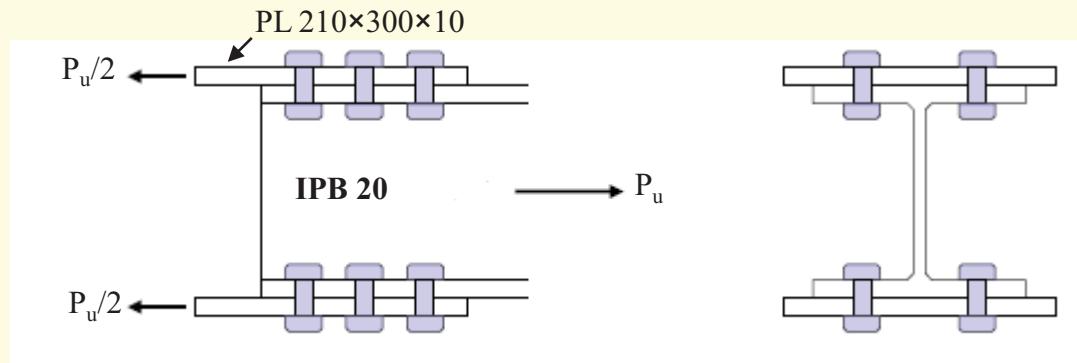


$$L = \text{طول زوج جوشها} \geq w$$

$$w = \text{فاصله بین جوشها}$$

## Example 1:

Determine the tensile design strength of a IPB 20 with two lines of  $\frac{3}{4}$  inch(1.9cm) diameter in each flange using ST37 steel with  $F_y=2333$  kgf/cm $^2$  and  $F_u=3700$  kgf/cm $^2$ . There are assumed at least 3 bolts in each line 4 in on center.



### Solution.

Using an IPB 20 ( $A_g=78.1\text{cm}^2$ ,  $d=20\text{cm}$ ,  $b_f=20\text{cm}$ ,  $t_f=15\text{mm}$ )

(a) Gross section yield

$$P_u \leq \phi_t F_y A_g = (0.9) (2333) (78.1) = 164 \text{ ton}$$

(b) Net section fracture

$$A_n = 78.1 - (4)(1.9 + 0.3)(1.5) = 64.9 \text{ cm}^2$$

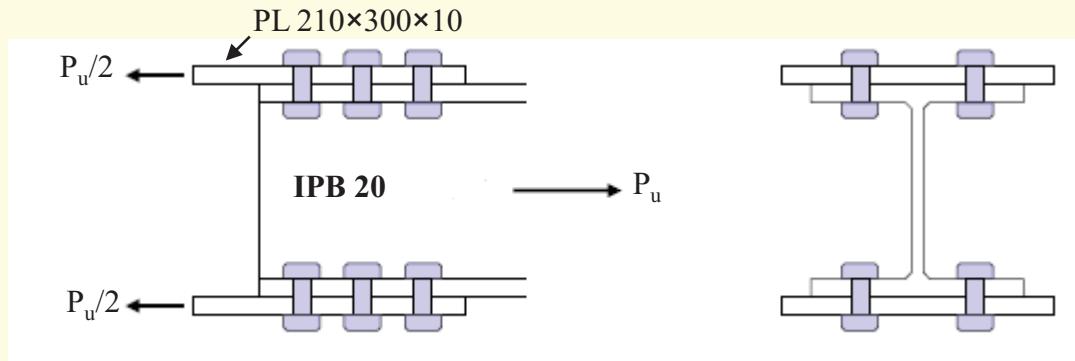
$$b_f > 2d/3 \rightarrow U = 0.9$$

$$A_e = U A_n = 0.9 (64.9) = 58.41 \text{ cm}^2$$

$$P_u \leq \phi_t F_u A_e = (0.75) (3700) (58.41) = 162 \text{ ton} \leftarrow \text{USE}$$

## Example 2:

The tension member of Example 1 is assumed to be connected at its ends with two  $300 \times 10$  mm plates, as shown in Figure. Determine the design tensile force which the plates can transfer.



### Solution.

(a) Gross section yield

$$P_u \leq \phi_t F_y A_g = (0.9) (2333) (2 \times 1 \times 30) = 125982 \text{ kgf} \leftarrow \text{USE}$$

(b) Net section fracture

$$A_n \text{ of 2 plates} = [(1 \times 30) - (2.2 \times 2 \times 1)](2) = 51.2 \text{ cm}^2$$

$$A_n \leq 0.85 A_g = 0.85 (2 \times 1 \times 30) = 51.0 \text{ cm}^2 \rightarrow A_n = 51.0 \text{ cm}^2$$

$$P_u \leq \phi_t F_u A_n = (0.75) (3700) (51.0) = 141525 \text{ kgf}$$

$$P_u \leq 125982 \text{ kgf} \approx 126 \text{ ton}$$

### Example 3-7

The  $1 \times 6$  in plate shown in Fig. 3.13 is connected to a  $1 \times 10$  in plate with longitudinal fillet welds to transfer a tensile load. Determine the design strength  $\phi_t P_n$  of the member if  $F_y = 50$  ksi and  $F_u = 65$  ksi.

**Solution.** Considering the smaller PL

(a) Gross-section yield

$$\phi_t P_n = \phi_t F_y A_g = (0.90)(50)(1 \times 6) = 270 \text{ k}$$

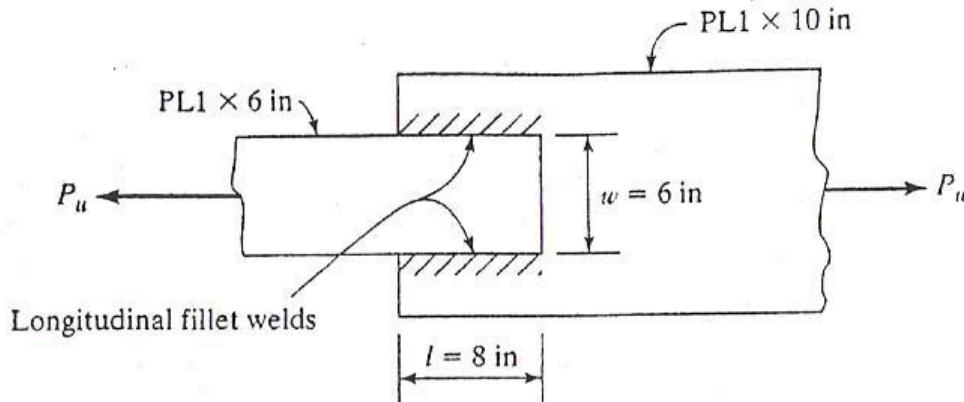


FIGURE 3.13

(b) Net-section fracture

$$A = A_g = 1 \times 6 = 6 \text{ in}^2$$

$$1.5w = 9 \text{ in} > l = 8 \text{ in} > w = 6 \text{ in}$$

$$\therefore U = 0.75$$

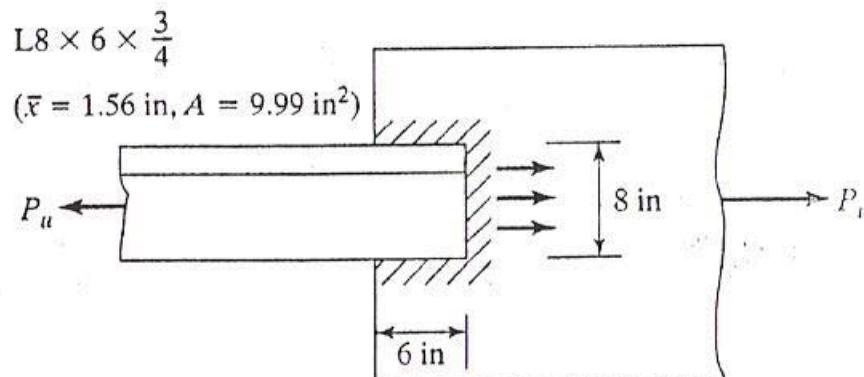
$$A_e = AU = (6.0)(0.75) = 4.50 \text{ in}^2$$

$$\phi_t P_n = \phi_t F_u A_e = (0.75)(65)(4.50) = 219.4 \text{ k} \leftarrow$$

Design strength  $\phi_t P_n = 219.4 \text{ k}$

### Example 3-8

Compute the design strength  $\phi_t P_n$  for the angle shown in Fig. 3.14. It is welded on the ends and sides of the 8 in leg only and  $F_y = 50$  ksi and  $F_u = 70$  ksi.



**Solution.** As only one leg of the angle is connected, a reduced effective area needs to be computed.

$$(a) \quad \phi_t P_n = \phi_t F_y A_g = (0.9)(50)(9.99) = 449.6 \text{ k}$$

$$(b) \quad U = 1 - \frac{\bar{x}}{L} \leq 0.90 = \left(1 - \frac{1.56}{6.00}\right) = 0.74 < 0.90$$

$$A_e = AU = (9.99)(0.74) = 7.39 \text{ in}^2$$

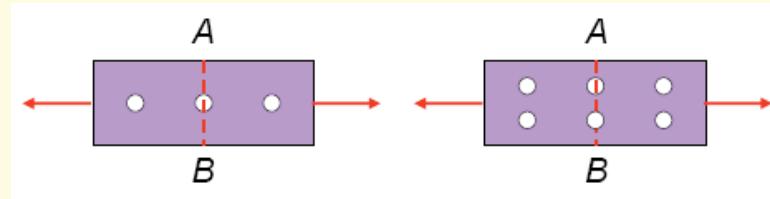
$$\phi_t P_n = \phi_t F_u A_e = (0.75)(70)(7.39) = 388 \text{ k} \leftarrow$$

Design strength  $\phi_t P_n = 388 \text{ k}$

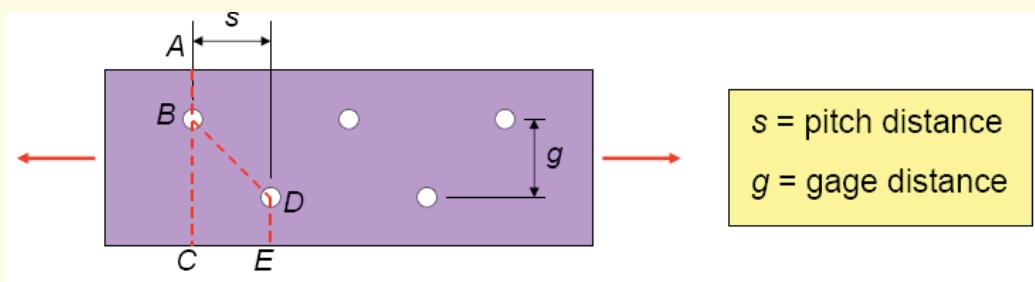
# سوراخهای نامنظم

## Staggered Holes

قطع خالص بیشترین مقدار را خواهد داشت اگر پیچها در یک خط باشند.



اگر بیش از یک خط پیچ ضرورت داشته باشد (طول اتصال محدود) ، ایجاد سوراخ های نامنظم (قطری یا زیگزاگ) باعث به حداقل رسیدن کاهش در سطح قطع می شود.



مسیرهای خرابی ممکن : ABC or ABDE  
قطع خالص حداقل انتخاب شود.

# روش تجربی محاسبه مقطع خالص

$$\text{net width} = \text{gross width} - \sum d + \sum s^2 / 4g$$

عرض خالص                  عرض کل

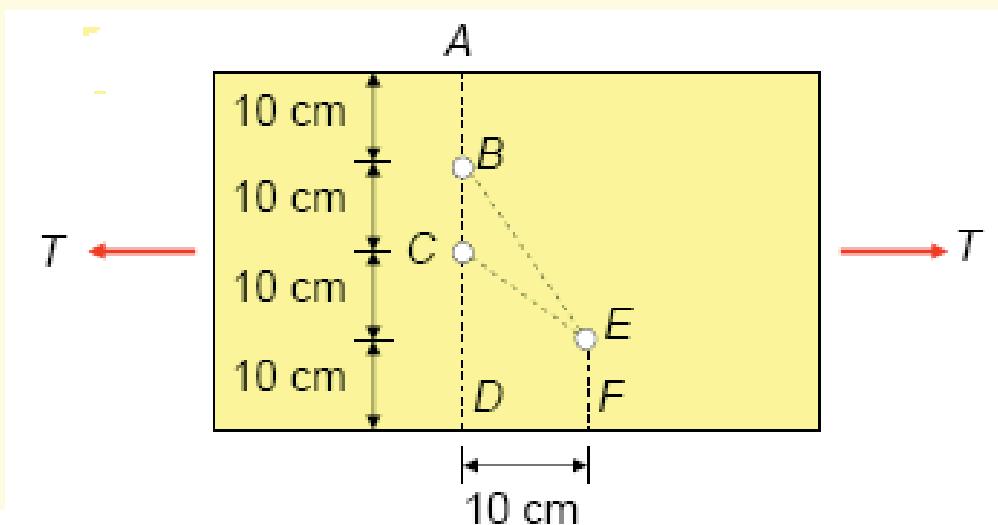
- $d$  قطر سوراخ ( $d_b + 1/8"$  یا  $d_h + 1/16"$ )
- $s^2/4g$  به ازای هر گام عرضی در زنجیره مورد نظر، اضافه می شود.
- $s$  (گام طولی) : فاصله طولی مرکز به مرکز هر دو سوراخ مجاور در راستای بارگذاری
- $g$  (گام عرضی) : فاصله مرکز به مرکز سوراخها عمود بر راستای بارگذاری
- ضخامت ورق  $\times$  عرض خالص =  $(A_n)$  مقطع خالص
- $(A_e) = \sum A_n$  مقطع خالص موثر
- $\phi_t A_e F_u (\phi_t = 0.75)$  مقاومت طراحی گسیختگی مقطع خالص

## Example :

Compute the smallest net area for the plate shown below:

Plate thickness = 12 mm

Bolt diameter = 19 mm



## Solution.

$$ABCD = 40 - 2(2.2) = 35.6 \text{ cm} \quad (\text{control})$$

$$ABCEF = 40 - 3(2.2) + \frac{10^2}{4(10)} = 35.9 \text{ cm}$$

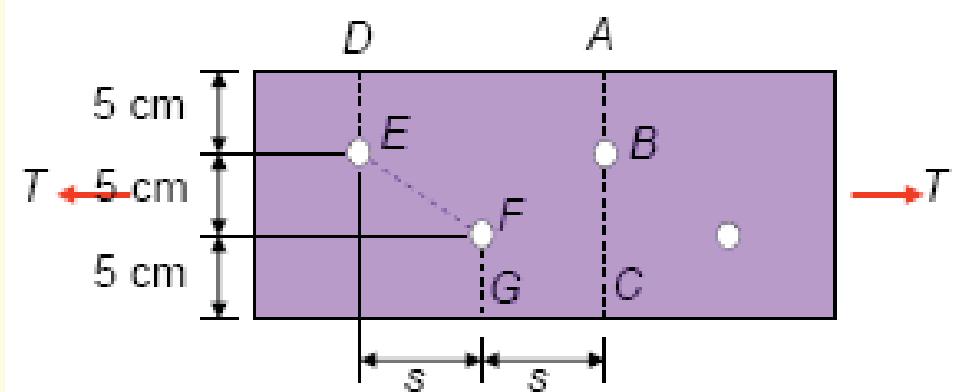
$$ABEF = 40 - 2(2.2) + \frac{10^2}{4(20)} = 36.85 \text{ cm}$$

$$A_n = 35.6(1.2) = 42.7 \text{ cm}^2$$

■

## Example :

Compute the Minimum pitch ( $s_{min}$ ) in the other words determine the pitch will give a net area DEFG equal to the one along ABC.



## Solution.

$$ABC = 15 - (1)(2.2) = 12.8 \text{ cm}$$

$$DEFG = 15 - (2)(2.2) + \frac{s^2}{(4)(5)} = 10.6 + \frac{s^2}{20}$$

$$ABC = DEF G$$

$$12.8 = 10.6 + \frac{s^2}{20}$$

$$s = 6.63 \cdot \text{cm}$$

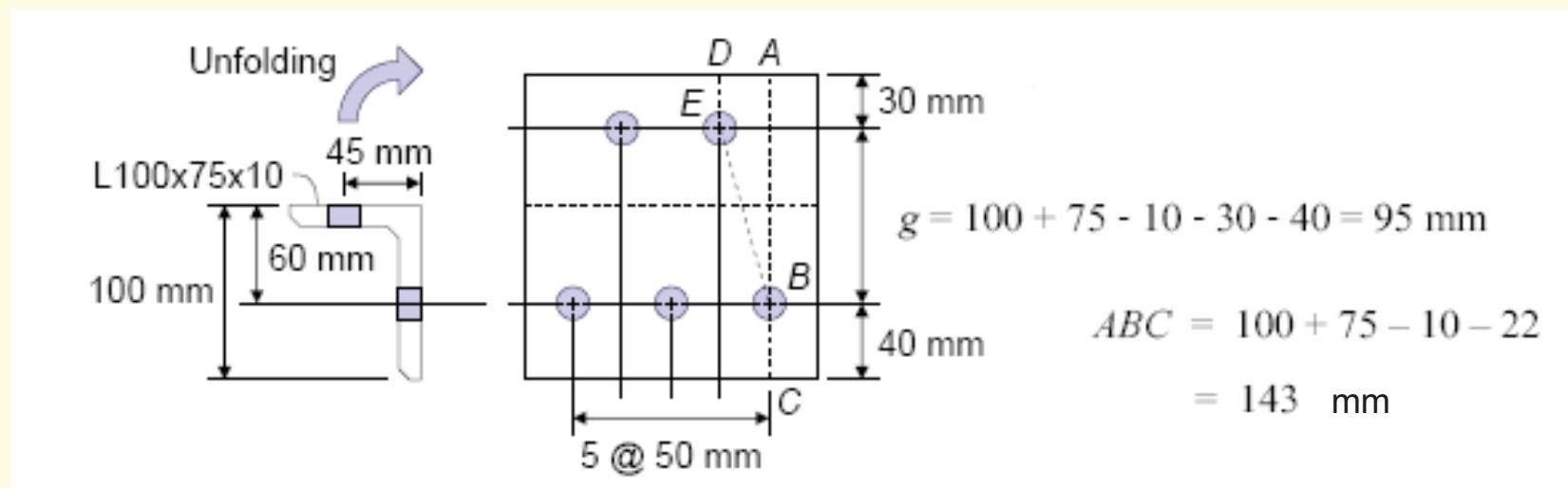
## Example :

Compute the smallest net area for the angle shown below:

Bolt diameter = 19 mm

## Solution.

The unfolding is done at the middle surface to obtain an equivalent plate (with gross width equal to the sum of the leg lengths minus the angle thickness).



$$DEBC = 100 + 75 - 10 - 2(22) + 502/(4 \times 95) = 127.6 \text{ mm}$$

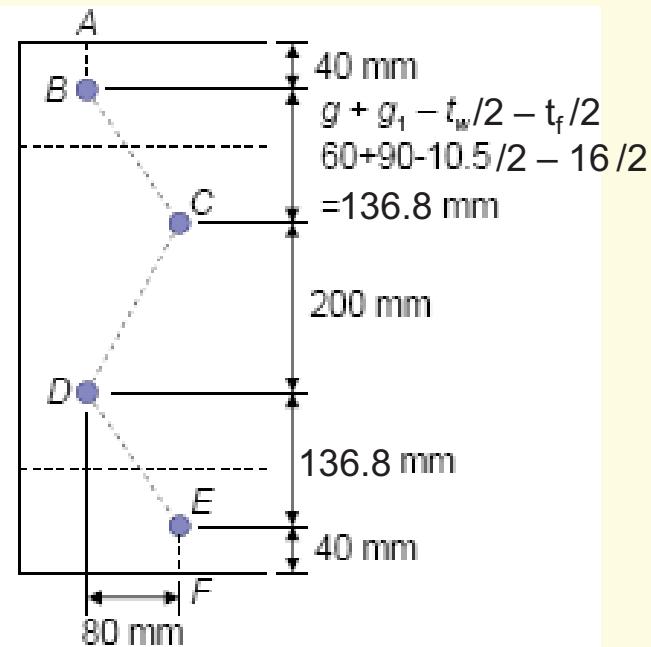
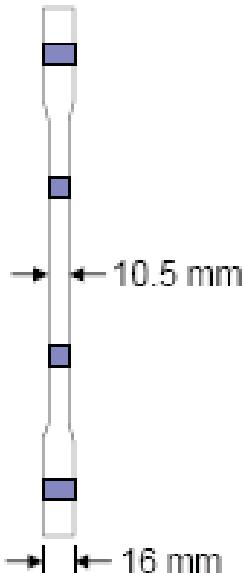
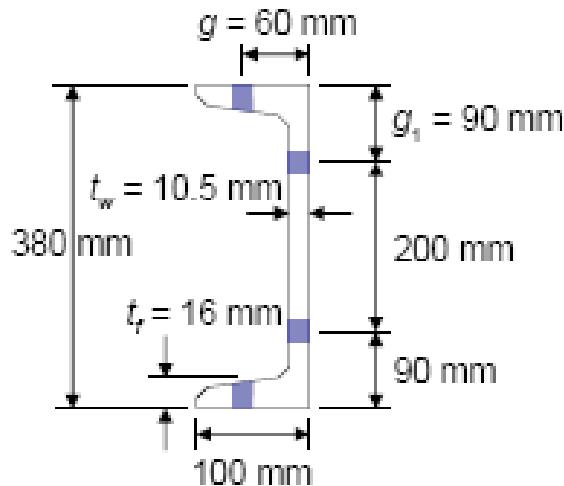
$$A_n = (12.76)(1.0) = 12.76 \text{ cm}^2 \quad \blacksquare$$

## Example :

Determine the net area along route ABCDEF for the C380×100×54.5 ( $A_g = 69.39 \text{ cm}^2$ ). Holes are for 19 mm Bolts.

## Solution.

The unfolding is done at the middle surface to obtain an equivalent plate.

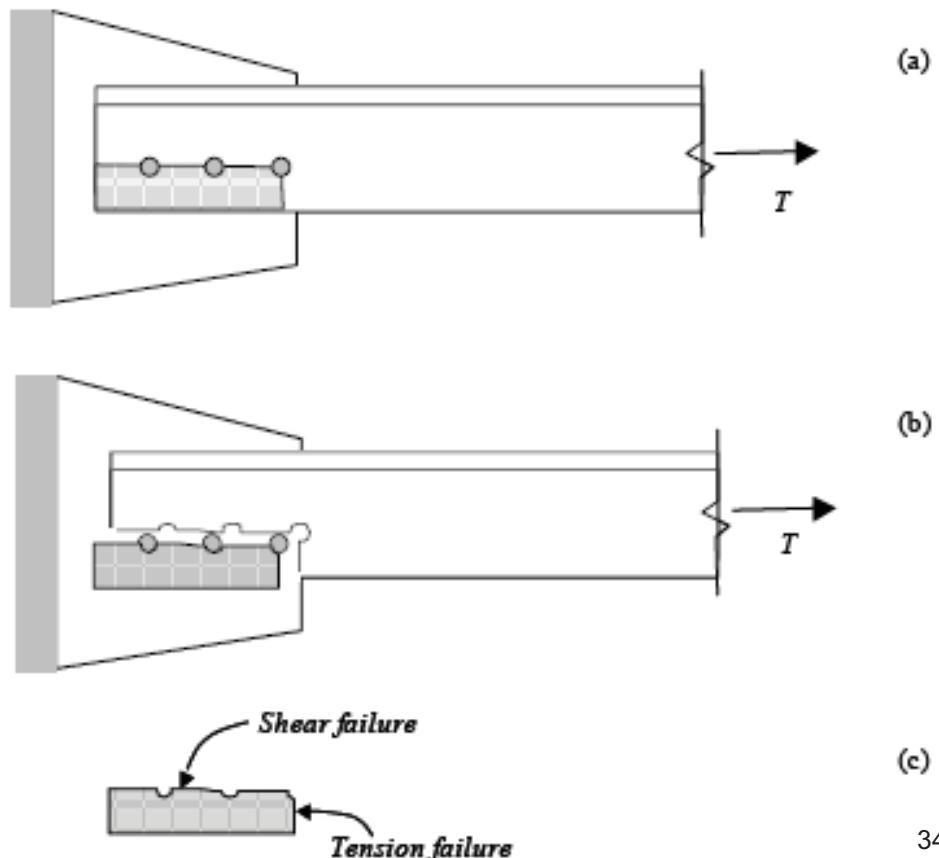


$$\begin{aligned} \text{ABCDEF} &= 69.39 - 2(2.2)(1.6 + 1.05) + \frac{8^2}{4(20)}(1.05) + (2)\frac{8^2}{4(13.68)}\left(\frac{1.6 + 1.05}{2}\right) \\ &= \underline{\underline{61.6 \text{ cm}^2}} \end{aligned}$$

# حوزه برشی - برش قالبی

## BLOCK SHEAR

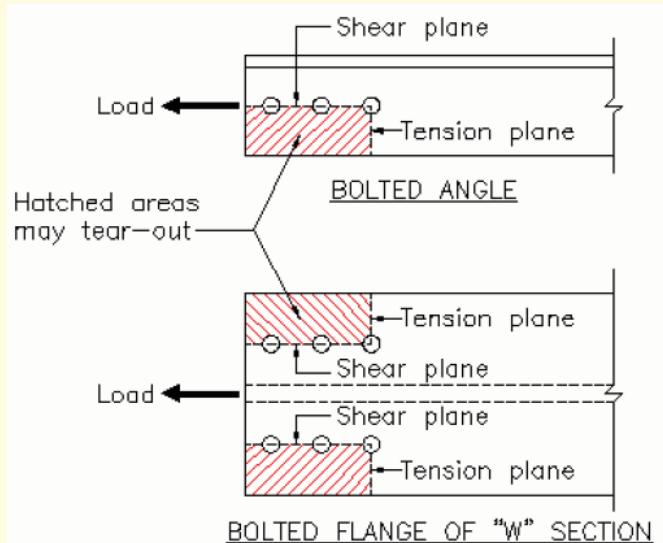
اعضای کششی همچنین ممکن است به علت پارگی (tear-out) مصالح در نواحی مجاور اتصال دچار خرابی شوند. به این پدیده گسیختگی حوزه برشی می‌گویند.



# حوزه برشی - برش قالبی

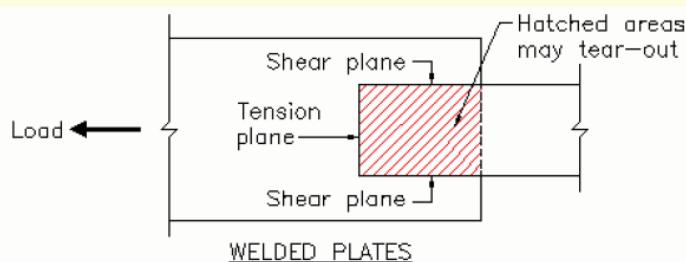
## BLOCK SHEAR

مثال‌های متقابل در شکل‌های مقابل نشان داده شده است :



- خرابی در طول مسیرهای زیر اتفاق می‌افتد:
  - .i. کشش در صفحه ای عمود بر امتداد نیرو
  - .ii. برش در صفحه ای موازی با امتداد نیرو

- مقاومت حوزه برشی برابر است با مجموع:
  - .i. مقاومت برشی در یک مسیر خرابی
  - .ii. مقاومت کششی روی قطعه‌ای عمود بر مسیر خرابی فوق الذکر



# حوزه برشی - برش قالبی

## BLOCK SHEAR

Block Shear Areas

Block shear failure

# مقاومت گسیختگی حوزه برشی - مقاومت برش قالبی

## Block Shear Rupture Strength

مقاومت اسمی برای حالت حدی گسیختگی حوزه برشی ( $R_n$ ) در طول سطح یا سطوح برشی و کششی عمود بر آن از رابطه ذیل تعیین می شود (AISC p. 16.1-112 و یا صفحه ۳۱۸ مبحث دهم)

$$R_n = 0.6F_u A_{nv} + U_{bs} F_u A_{nt} \leq 0.6F_y A_{gv} + U_{bs} F_u A_{nt}$$

و بر این اساس :

LRFD available block shear rupture strength =  $\emptyset R_n$

مقاومت گسیختگی حوزه برشی موجود LRFD

ASD allowable block shear rupture strength =  $R_n / \Omega$

مقاومت گسیختگی حوزه برشی مجاز ASD

: که

$\emptyset = 0.75$  (LRFD)

$\Omega = 2.00$  (ASD)

$A_{nv}$  = net area subjected to shear سطح مقطع خالص تحت برش

$A_{nt}$  = net area subjected to tension سطح مقطع خالص تحت کشش

$A_{gv}$  = gross area subjected to shear سطح مقطع کلی تحت برش

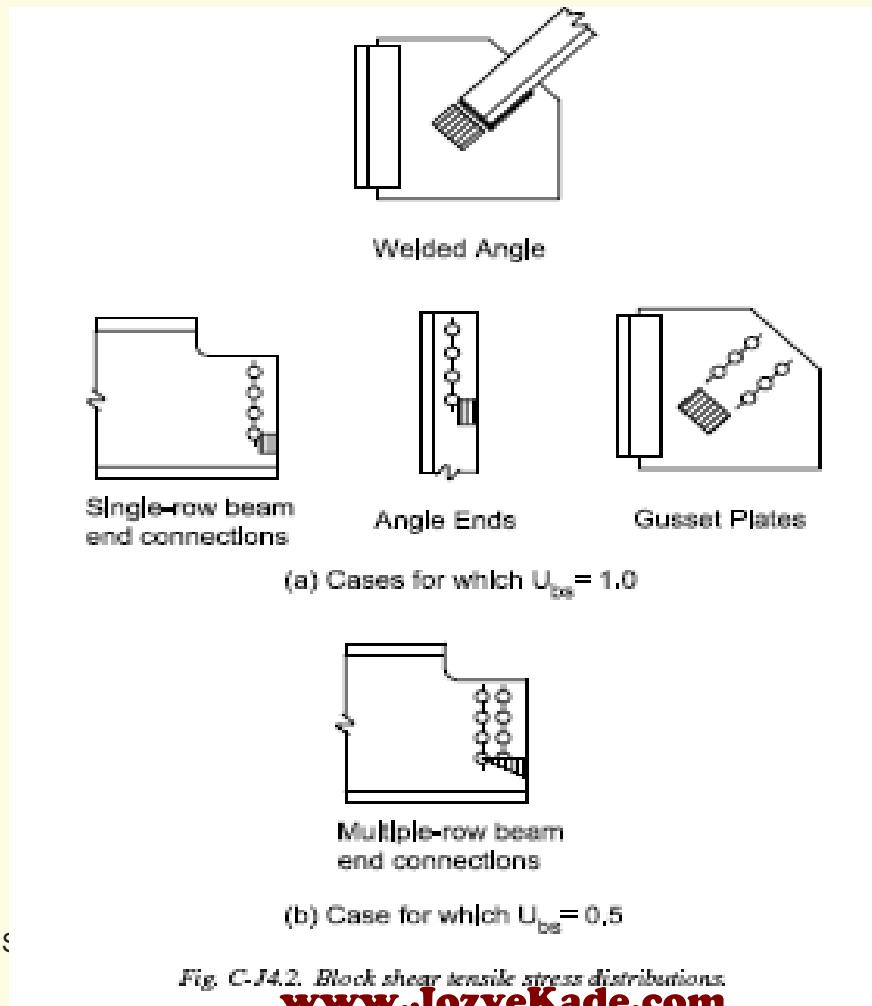
$U_{bs}$  = 1.0 ضریب توزیع برای توزیع یکنواخت تنش کششی در انتهای عضو

برای توزیع غیریکنواخت تنش کششی در انتهای عضو = 0.5

# حوزه برشی - برش قالبی

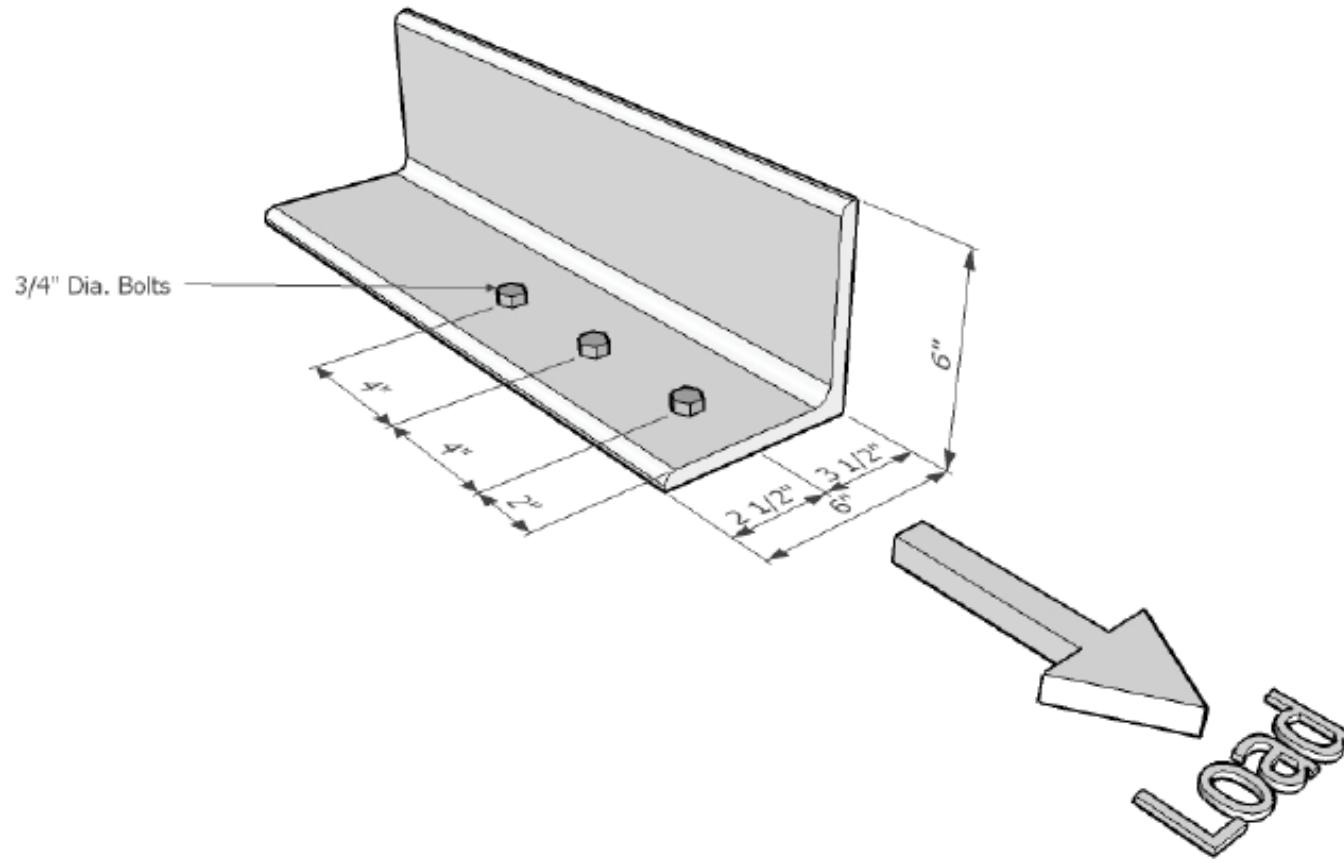
## BLOCK SHEAR

ضریب کاهش  $U_{bs}$  در معادله، برای تقریب سازی توزیع غیر یکنواخت تنش در سطح کششی آورده شده است.



## **Example :**

A steel angle L6x6x $\frac{1}{2}$  using A36 steel is subjected to tensile load. Determine the block shear rupture strength.



## Solution:

$$\begin{aligned}
 A_{nv} &= \text{net area subjected to shear (in}^2\text{)} \\
 &= (\text{Matl. Thickness})[L_v - (\# \text{ bolts})(\text{Bolt dia.} + 1/8")] \\
 &= \frac{1}{2}''[10'' - (2.5 \text{ holes})(\frac{3}{4}'' + 1/8'')] \\
 &= 3.91 \text{ in}^2
 \end{aligned}$$

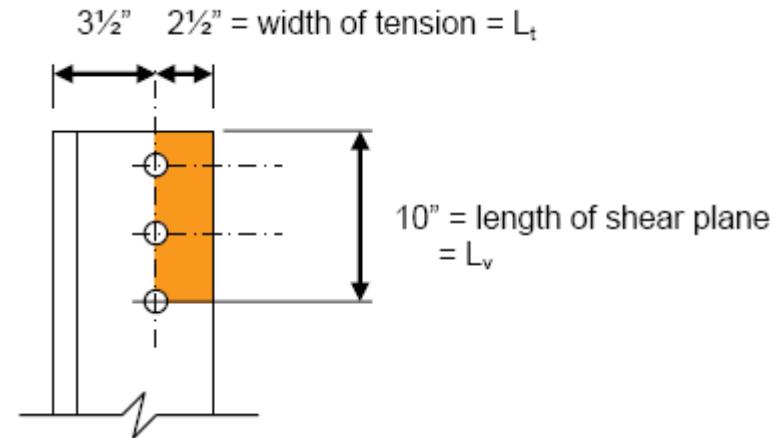
$$\begin{aligned}
 A_{nt} &= \text{net area subjected to tension (in}^2\text{)} \\
 &= (\text{Matl. Thickness})[L_t - (\# \text{ bolts})(\text{Bolt dia.} + 1/8")] \\
 &= \frac{1}{2}''[2\frac{1}{2}'' - (0.5 \text{ holes})(\frac{3}{4}'' + 1/8'')] \\
 &= 1.03 \text{ in}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{gv} &= \text{gross area subjected to shear (in}^2\text{)} \\
 &= (\text{Matl. Thickness})(L_v) \\
 &= (\frac{1}{2}'')(10'') \\
 &= 5.0 \text{ in}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_n &= \text{Available block shear} \\
 &= 0.6F_u A_{nv} + U_{bs} F_u A_{nt} \\
 &= 0.6(58 \text{ KSI})(3.91 \text{ in}^2) + (1.00)(58 \text{ KSI})(1.03 \text{ in}^2) \\
 &= 195.8 \text{ Kips}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Check if } R_n &\leq 0.6F_y A_{gv} + U_{bs} F_u A_{nt} \\
 &\leq 0.6(36 \text{ KSI})(5 \text{ in}^2) + (1.00)(58 \text{ KSI})(1.03 \text{ in}^2) \\
 &\leq 167.7 \text{ Kips}
 \end{aligned}$$

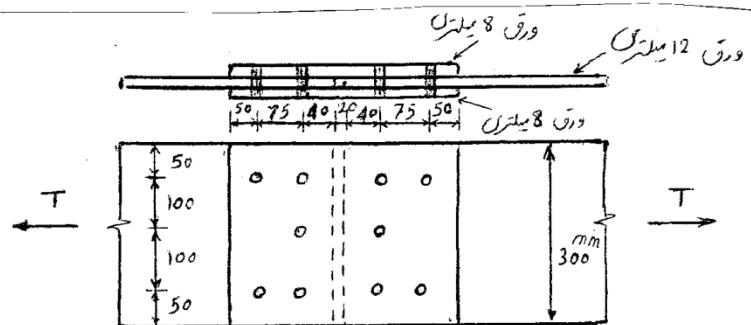
$$P_{bs} = \phi_t R_n = 0.75 (167.7) = 125.8 \text{ Kips}$$



# سخن آخر

## Bottom line:

- هر کدام از سه حالت حدی (تسلیم مقطع کل ، گسیختگی مقطع خالص ، یا خرابی حوزه برشی) می تواند حاکم بر طراحی باشد.
- مقاومت طراحی برای هر سه حالت حدی باید محاسبه شود.
- مقاومت طراحی عضو ( $\sigma_{P_n}/\Omega$  یا  $\sigma_{P_n}$ ) کمترین سه مقدار محاسبه شده فوق خواهد بود.
- مقاومت طراحی عضو باید بزرگتر از مقاومت لازم عضو کششی باشد.



متانت طراحی کشی و مدل نکان دار باشد ایرانی  
ضوابط ASD و LRFD تیپ کند. فولاد معمولی  
از نوع ST37 س باشد. لایه های افقی دارای  
 قطر  $\frac{3}{4}$  in س باشد.

معنی  $ST37$  ( $f_y = 2400 \text{ kgf/cm}^2$ ,  $f_u = 3700 \text{ kgf/cm}^2$ )

$$\text{میلی اینچ} \quad \frac{3}{4} \text{ inch} = 1.90 \text{ cm}$$

- داش دهن سیم، مقطع کل:

$$(12 \text{ mm}) \text{ ورق افقی} \quad A_g = 30 \times 1.2 = 36.0 \text{ cm}^2 \quad \leftarrow$$

$$(8 \text{ mm}) \text{ ورق افقی} \quad A_g = 2 \times 30 \times 0.8 = 2 \times 24.0 = 48.0 \text{ cm}^2$$

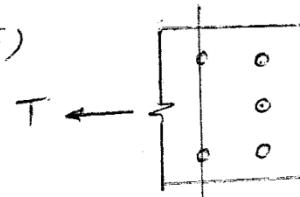
$$P_n = f_y A_g = 2400 \times 36.0 = 86400 \text{ kgf}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{LRFD: } \phi_t P_n = 0.9 \times 86400 = 77760 \text{ kgf} \\ \text{ASD: } P_n / \gamma_1 = 86400 / 1.67 = 51736 \text{ kgf} \end{array} \right.$$

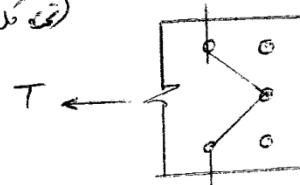
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{LRFD: } \phi_t P_n = 0.9 \times 86400 = 77760 \text{ kgf} \\ \text{ASD: } P_n / \gamma_1 = 86400 / 1.67 = 51736 \text{ kgf} \end{array} \right.$$

- حالت حدس کنینگ مقطع خالص =  
اک تر در حق اصل

$$A_n = 36.0 - 2(1.9 + 0.3) \times 1.2 = 30.72 \text{ cm}^2 \quad (\text{حکم کل})$$

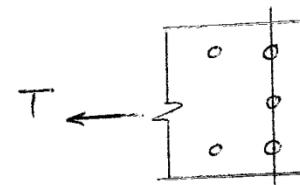


$$A_n = 36.0 - 3(1.9 + 0.3) \times 1.2 + 2\left(\frac{7.5^2}{4 \times 10}\right) \times 1.2 = 31.45 \text{ cm}^2 \quad (\text{حکم کل})$$



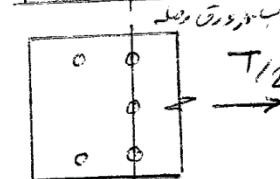
$$A_n = 36.0 - 3(1.9 + 0.3) \times 1.2 = 28.08 \text{ cm}^2 \quad (\text{حکم کل 60})$$

$$\rightarrow A_{n_{جذب}} = 28.08 / 0.6 = 46.80 \text{ cm}^2$$



$$A_n = (24.0 - 3(1.9 + 0.3) \times 0.8) \times 2 = 37.44 \text{ cm}^2$$

یا اس بکسل تایم طرح برئ در ورق و عدیت جوں بوس اس کا طریت پھر فراہم دامت.



بنابرائی مقطع خالص صافی برابر ہے  $A_n = 30.72 \text{ cm}^2$

$$P_n = F_u A_n = 3700 \times 30.72 = 113664$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{LRFD: } \phi_t P_n = 0.75 \times 113664 = 85248 \text{ kgf} \\ \text{ASD: } P_n / M_t = 113664 / 2.00 = 56832 \text{ kgf} \end{array} \right.$$

- حالت حدی تکینگل حرارتی برئ

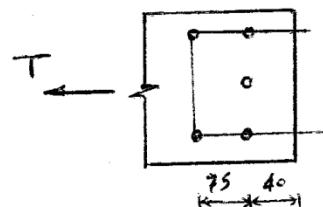
$$R_n = 0.6 F_u A_{nv} + U_{bs} F_u A_{nt} \leq 0.6 F_y A_{gv} + U_{bs} F_u A_{nt}$$

اول - در مرحله اولی

$$A_{nt} = [20 - 2 \times \frac{1}{2} (1.9 + 0.3)] \times 1.2 = 21.36 \text{ cm}^2$$

$$A_{gv} = (11.5 \times 12) \times 2 = 27.6 \text{ cm}^2$$

$$A_{nv} = [11.5 - 1.5 (1.9 + 0.3)] \times 1.2 \times 2 = 19.68 \text{ cm}^2$$



$$R_n = 0.6 \times 3700 \times 19.68 + 1.0 \times 3700 \times 21.36 = 122722 \text{ kgf}$$

$$\leq 0.6 \times 2400 \times 27.6 + 1.0 \times 3700 \times 21.36 = 118776 \text{ kgf}$$

$$R_n = 118776 \text{ kgf}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{LRFD: } \phi R_n = 0.75 \times 118776 = 89082 \text{ kgf} \\ \text{ASD: } R_n/\gamma_2 = 118776/2.0 = 59388 \text{ kgf} \end{array} \right.$$

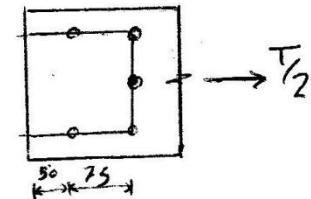
- درود و مبارک

: بار دوست و مدد دار

$$A_{nt} = [20 - 2(1.9 + 0.3)] \times 0.8 = 12.48 \text{ cm}^2$$

$$A_{gv} = (12.5 \times 0.8) \times 2 = 20 \text{ cm}^2$$

$$A_{nv} = [12.5 - 1.5(1.9 + 0.3)] \times 0.8 \times 2 = 14.72 \text{ cm}^2$$



بار دوست و مدد دار  $R_n = 0.6 \times 3700 \times 14.72 + 1.0 \times 3700 \times 12.48 = 78854 \text{ kgf}$

$$< 0.6 \times 2400 \times 20 + 1.0 \times 3700 \times 12.48 = 74976 \text{ kgf}$$

بار دوست و مدد دار  $R_n = 74976 \text{ kgf}$

دارای دوست و مدد دار  $R_n = 2 \times 74976 = 149952 \text{ kgf}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{LRFD: } \phi R_n = 0.75 \times 149952 = 112464 \text{ kgf} \\ \text{ASD: } R_n/\sqrt{2} = 149952 / \sqrt{2} = 74976 \text{ kgf} \end{array} \right.$$

با توجه به این نتایج ممکن است این قاعده را برای این سیستم معتبر ندانید.

# طراحی اعضای کششی

## Design of Tension Members

طرح عضو کششی عبارت است از پیدا کردن سبک‌ترین مقطع فولادی (نبشی، I، ناوданی و ...) با مقاومت طراحی بزرگ‌تر از مقاومت لازم.

$$\varnothing P_n \geq P_u \quad \text{LRFD}$$

$$P_n / \Omega \geq P_a \quad \text{ASD}$$

■  $P_n$  مقاومت اسمی طراحی براساس حالت حدی تسلیم مقطع کل، گسیختگی مقطع خالص و گسیختگی حوزه برشی است.

■  $P_u$  مقاومت نهايی لازم (بار نهايی) که از تحليل سازه تحت ترکيبات بارگذاري ضريبدار (ترکيبات بار LRFD) بدست می آيد.

■  $P_a$  مقاومت لازم (بار بهره برداری) که از تحليل سازه تحت ترکيبات بارگذاري بهره برداری (ترکيبات بار ASD) بدست می آيد.

# طراحی اعضای کششی به روش LRFD

## Design of Tension Members - LRFD method

برای حالت حدی تسلیم مقطع کل ،  $\varnothing P_n = 0.9 A_g F_y$

► بنابراین ،  $0.9 A_g F_y \geq P_u$

► بنابراین برای جلوگیری از تسلیم  $A_g \geq P_u / 0.9 F_y$

برای حالت حدی گسیختگی مقطع خالص ،  $\varnothing P_n = 0.75 A_e F_u$

► بنابراین ،  $0.75 A_e F_u \geq P_u$

► بنابراین برای جلوگیری از گسیختگی ،  $A_e \geq P_u / 0.75 F_u$  یا

$A_n \geq P_u / 0.75 F_u U$

کنترل برای حالت حدی گسیختگی حوزه برشی ،

$$\varnothing R_n = 0.75(0.6F_u A_{nv} + U_{bs} F_u A_{nt}) \leq 0.75(0.6F_y A_{gv} + U_{bs} F_u A_{nt})$$

► بنابراین ،  $\varnothing R_n \geq P_u$

# طراحی اعضای کششی به روش ASD

## Design of Tension Members - ASD method

برای حالت حدی تسلیم مقطع کل ،  $P_n/\Omega = A_g F_y / 1.67 = 0.6 A_g F_y$

بنابراین ،  $0.6 A_g F_y \geq P_a$

بنابراین برای جلوگیری از تسلیم  $A_g \geq P_a / 0.6 F_y$

برای حالت حدی گسیختگی مقطع خالص ،  $P_n/\Omega = A_e F_u / 2.00 = 0.5 A_e F_u$

بنابراین ،  $0.5 A_e F_u \geq P_a$

بنابراین برای جلوگیری از گسیختگی ،  $A_e \geq P_a / 0.5 F_u$

کنترل برای حالت حدی گسیختگی حوزه برشی ،

$$R_n/\Omega = R_n/2.00 = 0.5(0.6F_u A_{nv} + U_{bs} F_u A_{nt}) \leq 0.5(0.6F_y A_{gv} + U_{bs} F_u A_{nt})$$

بنابراین ،  $R_n/\Omega \geq P_a$

# طراحی اعضای کششی- محدودیت های لاغری

## Design of Tension Members - Slenderness Limitations

براساس ضوابط AISC حدی برای لاغری حداکثر در طراحی اعضای کششی وجود ندارد.

اما اگر نیروی محوری در یک عضو کششی لاغر برداشته شده و بارهای جانبی کوچکی اعمال شود ، ارتعاشات و خیزهای نامطلوبی ممکن است پدید آید. لذا AISC پیشنهاد می نماید :

$L/r \geq 300$  ( not for cables or rods)

که  $r$  شعاع ژیراسیون حداقل و  $L$  طول عضو است.

براساس ضوابط آیین نامه فولاد ایران (صفحه ۱۶۰ مبحث دهم) : ضریب لاغری حداکثر اعضای کششی نباید از ۳۰۰ تجاوز کند.

در میل مهارهای کششی که دارای پیش تنیدگی اولیه به مقدار کافی باشند ، رعایت محدودیت های لاغری لازم نیست، لیکن نسبت طول به قطر این اعضا نباید از ۳۰۰ تجاوز کند.

# میلگردهای رزوه شده و کابلها

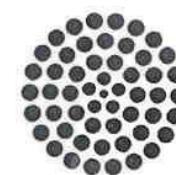
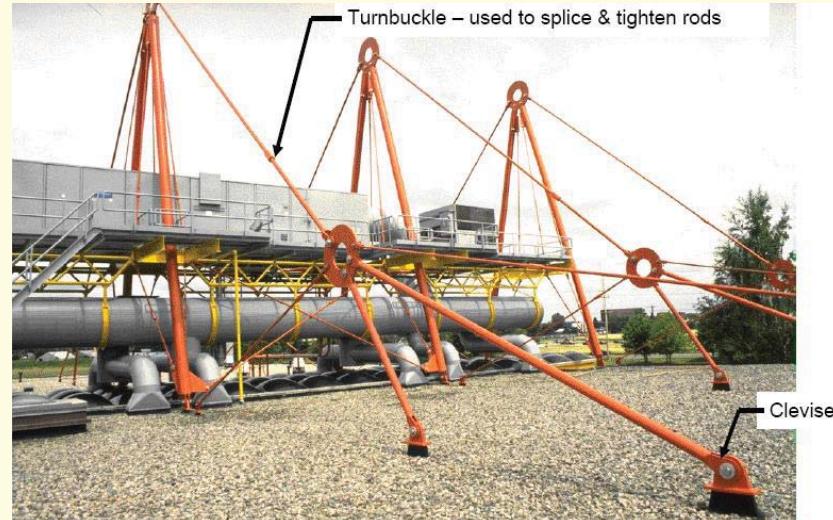
## Threaded Rods and Cables

اگر لاغری عضو مورد توجه قرار نگیرد ، اغلب از میلگردها یا کابلها استفاده می شود. (آویزها ، پلهای معلق)

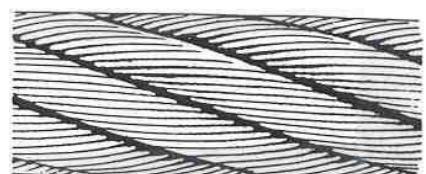
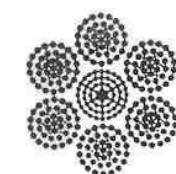
میلگردها عناصری با مقطع توپر بوده و کابلها از رشته های (سیم بافته) جداگانه پیچیده به هم ساخته می شوند.

هر رشته از سیم های جداگانه ای که دور یک هسته مرکزی به صورت مارپیچی پیچیده اند تشکیل می شود.

یک کابل سیمی خود از چندین رشته که دور یک هسته به صورت مارپیچی پیچانده شده اند تشکیل می شود.



رشته

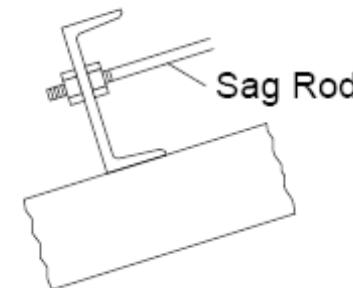
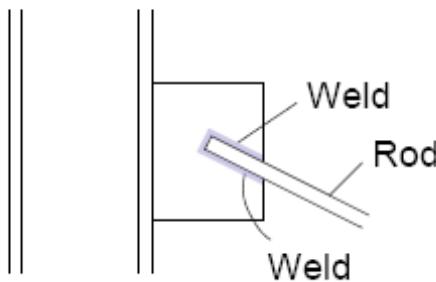
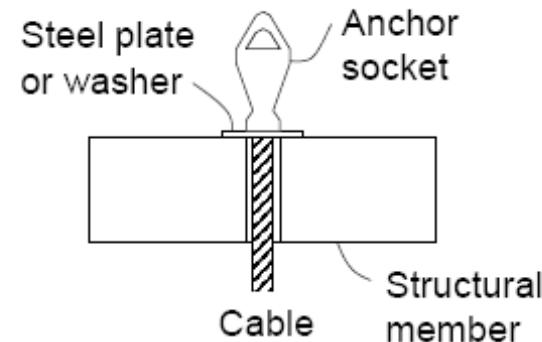
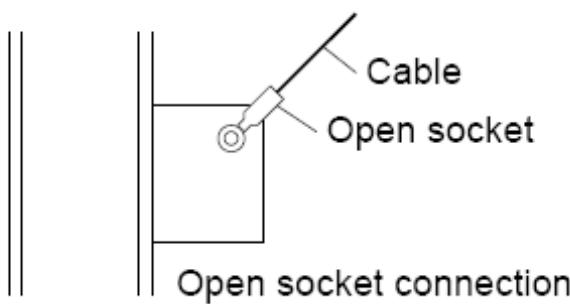


کابل سیمی

# میلگردهای رزوه شده و کابلها

## Threaded Rods and Cables

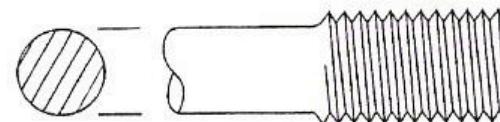
معمولًا این اعضا به سازه به طرق مختلفی همچون جوشکاری یا اتصالات پنجه مفصلی (bolted clevises) و پیچها، وصل می‌شوند.



# میلگردهای رزوه شده و کابلها

## Threaded Rods and Cables

رزوه کردن انتهای عضو باعث کاهش سطح مقطع می شود (قطور کردن انتهای عضو از چنین کاری جلوگیری می کند ، ولی پرهزینه است)



مقاومت طراحی کششی برای یک میلگرد رزوه شده :

$$\phi P_n = 0.75 (0.75 A_D F_u)$$

سطح مقطع رزوه نشده (کل) میلگرد  $A_D =$

$$A_D \geq P_u / \phi 0.75 F_u ; \phi = 0.75$$

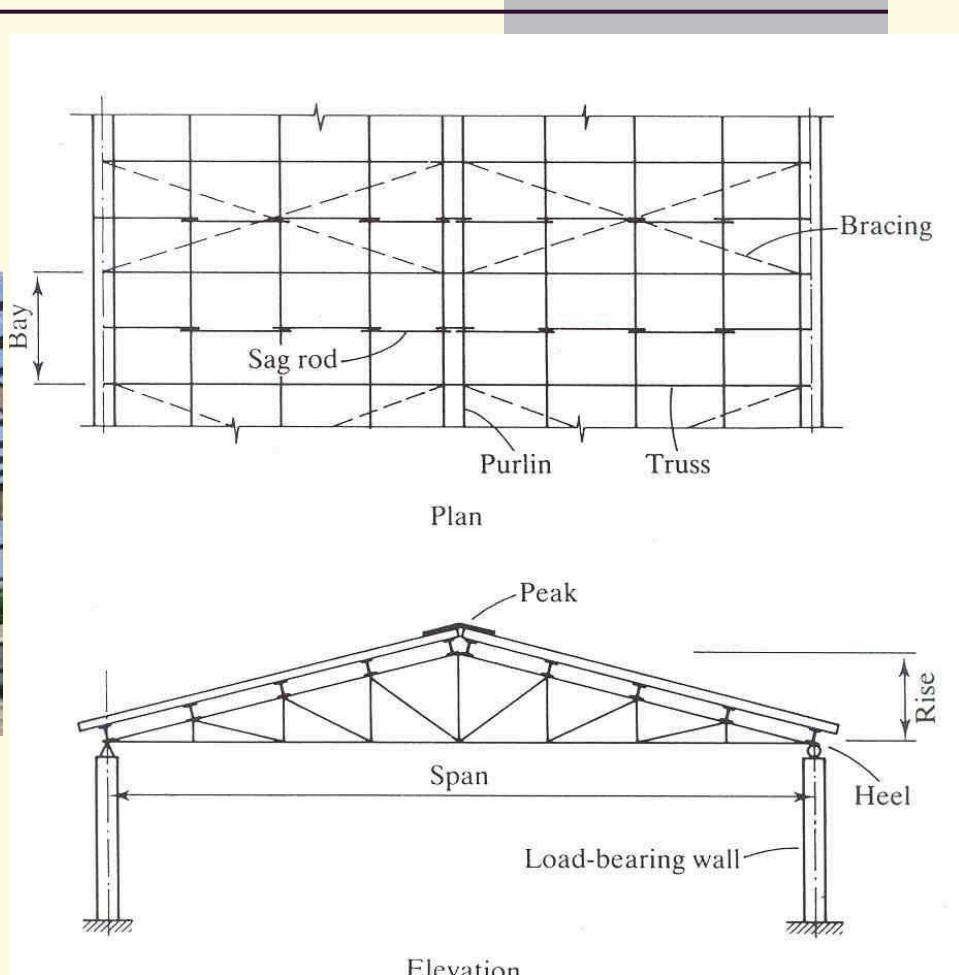
بنابراین به Example 3.14 p.70 Segui مراجعه شود.

# اعضای کششی در سقف خرپایی

## Tension Members in Roof Truss

- خرپاها در مواردی مورد استفاده قرار می‌گیرند که قیمت و وزن تیر گران و بازدارنده باشد. (دهانه های طویل)
- می‌توان خرپا را تیر عمیقی تصور کرد که بخش عمدۀ ای از جان آن برداشته شده است.
- اعضای کششی در سقف‌های خرپایی شامل بعضی از اعضای خرپا و میل مهارها می‌شود.

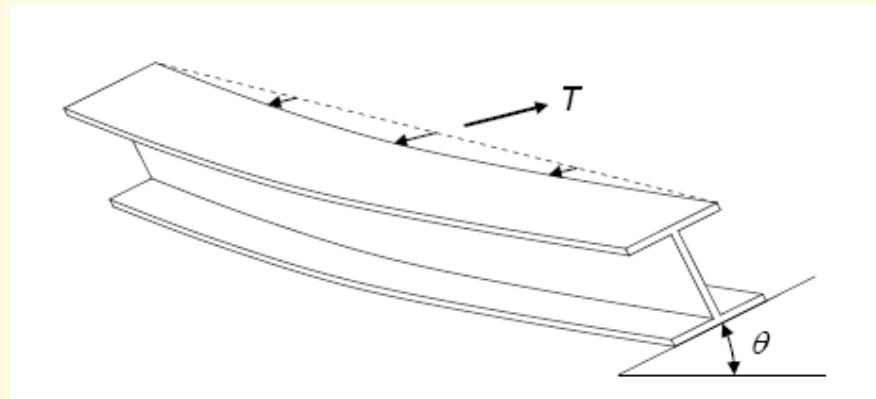
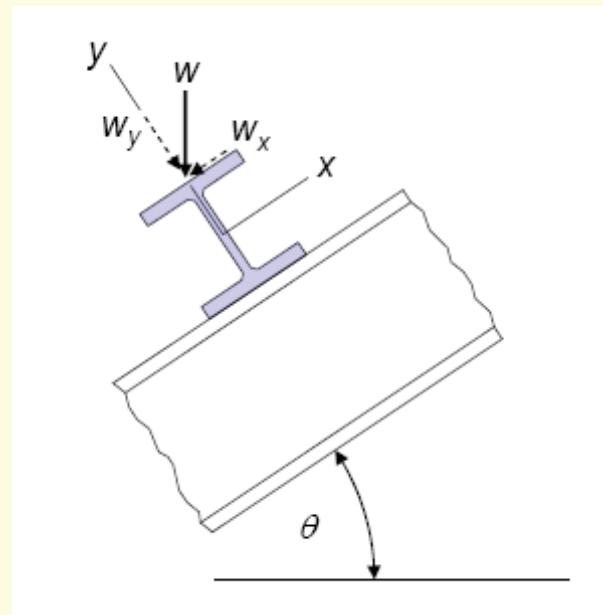
## Sag Rods



# میل مهارها

## Sag Rods

■ میل مهارها برای تامین تکیه‌گاه جانبی برای لایه‌ها بکار می‌روند (برای جلوگیری از شکم دادن لایه در امتداد موازی با شیب بام تحت بارهای قائم وارد)

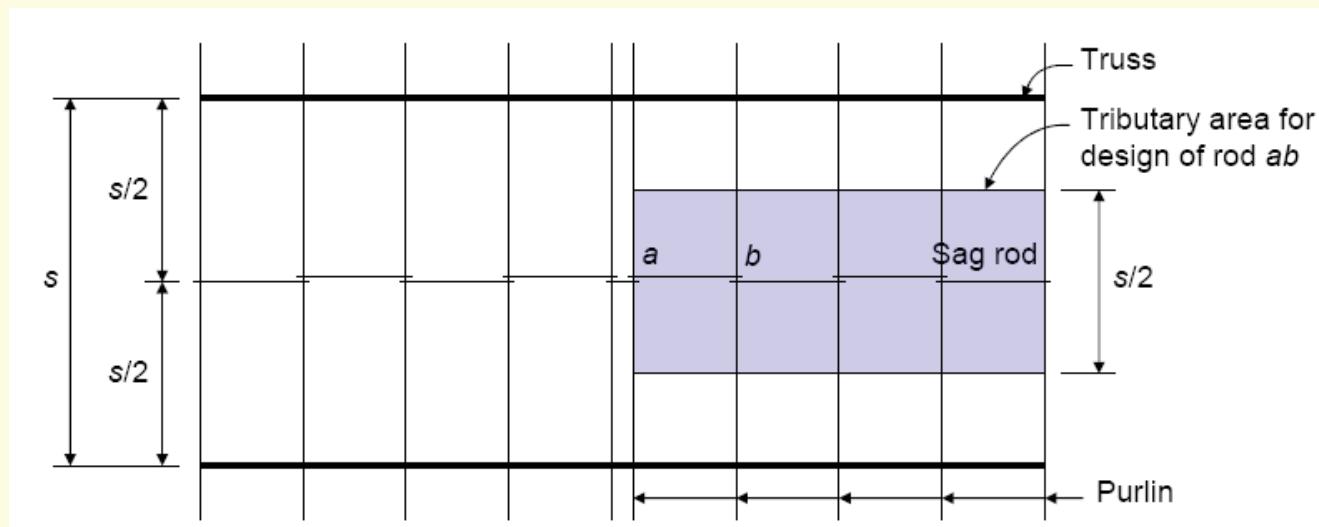
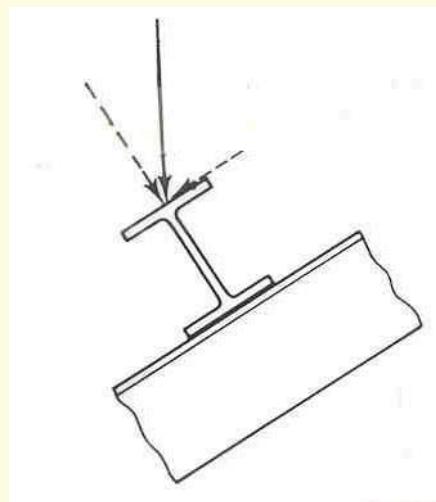


# طراحی میل مهارها

## Design of Sag Rods

میل مهارها برای تحمل بخشی از بارهای بام که به موازات بام عمل می کنند طراحی می شوند.

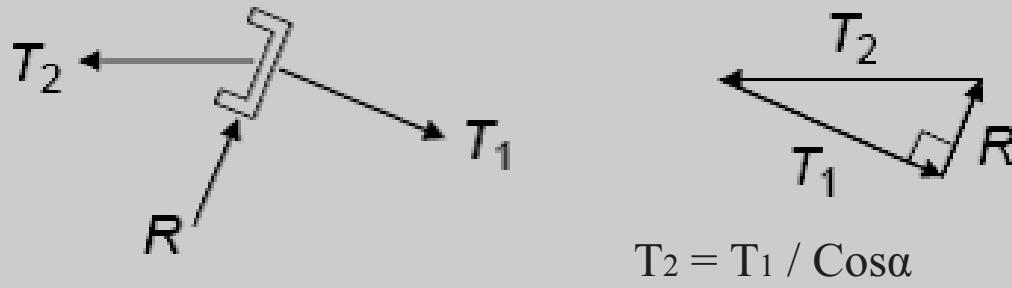
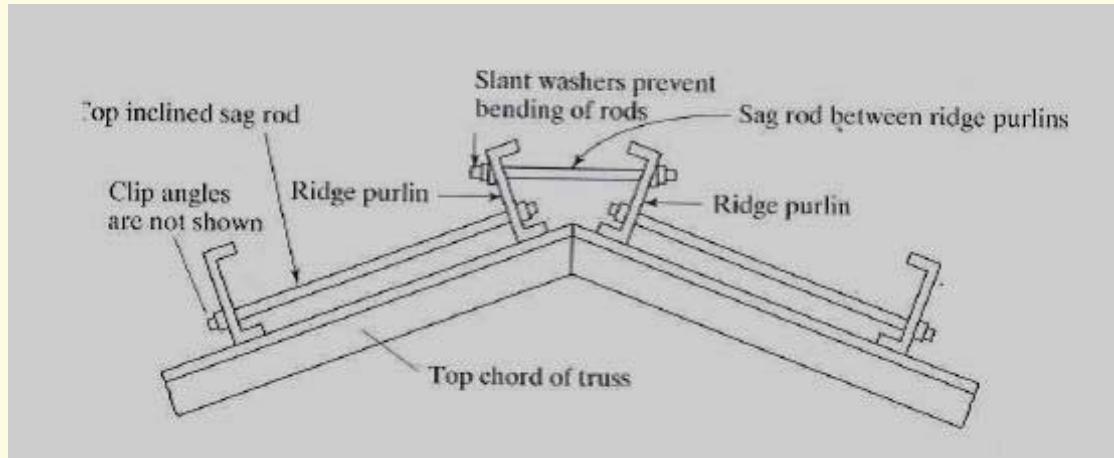
بنا به فرض هر قطعه ای از میل مهار بین لایه ها ، بار تمام قسمت های زیرین را تحمل می کند ؛ لذا میل مهار فوقانی باید برای سطح بارگیر میله که از راس تا پای خرپا است ، طراحی شود.



# طراحی میل مهارها

## Design of Sag Rods

میل مهار واقع در راس خرپا باید باز همه میل مهارهای دیگر در هر دو طرف خرپا را تحمل کند.



مطلوبست طراحی میل مهار سقف برای لامپهای خریای شکل (۳-۴)، این لامپهای دارای میل مهار خواهد بود و قطر حداقل میل مهار  $mm = 12$  است. دهانه لامپها  $6.3\ m$  انتخاب شده است. پوشش سقف از نوع ورقهای سرامیکی با وزن  $kg/m^2 = 77$  و شدت بار برف در منطقه  $kg/m^2 = 100$  است. جزیيات اتصالات میل مهار سقف در شکلها (۳-۴) و (۴-۴) نشان داده شده است. در این شکلها خطوط خط چین روش اجرایی استفاده از قطعات کششی و فشاری را به منظور بالا بردن استحکام بازیری سازه نشان می دهد (حالی که معمولاً هرگاه بار برف در یک سمت ساز به دلیل وزش باد اباشته گردد مورد نیاز خواهد بود).

حل :

بارهای ثقلی وارد بر واحد مترمربع سقف به صورت شیبدار:

$$\text{لامپ} = \frac{7 \times 16}{11.38} = 9.84\ kg/m^2 (\text{daN}/m^2)$$

$$\text{بار برف} = 100 \times \frac{3}{\sqrt{10}} = 94.9\ kg/m^2 (\text{daN}/m^2)$$

$$\text{سرامیک سقف} = 77\ kg/m^2 (\text{daN}/m^2)$$

$$w_u = 1.2(9.84 + 77) + 0.5(94.9) = 151.7\ kg/m^2$$

$$w_u = 1.2(9.84 + 77) + 1.6(94.9) = 256.0\ kg/m^2$$

$$\text{ مؤلفه موازی سقف بار وارد} = \frac{1}{\sqrt{10}}(256) = 80.97\ kg/m^2$$

$$11.38 \left(\frac{6.3}{3}\right)(80.97) = 1935 = 1935\ kg(\text{daN})$$

$$A_O = \frac{1935}{0.75(0.75)(3700)} = 0.93\ cm^2$$

می توان از میلگرد به قطر  $12\ mm$  φ استفاده کرد.

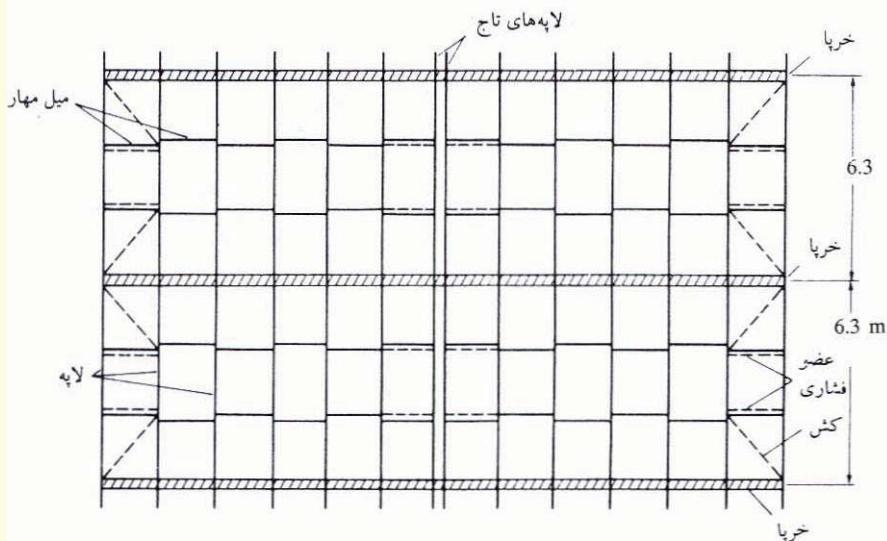
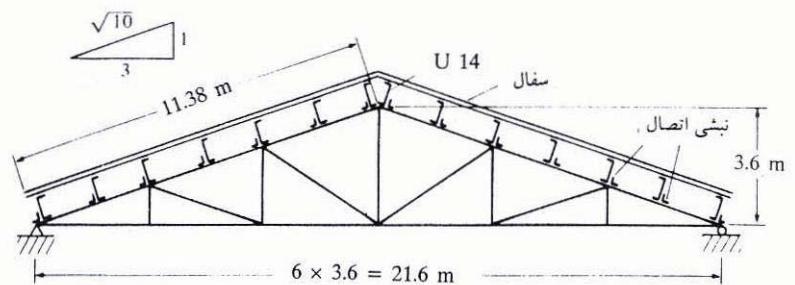
$$A_D = 1.13\ cm^2$$

مقدار نیرو در میل مهار واقع شده در رأس خرپا:

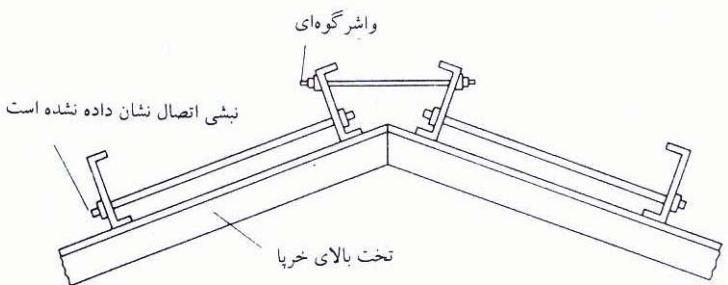
$$T = \frac{\sqrt{10}}{3}(1935) = 2040\ kg$$

$$A_D = \frac{2040}{0.75(0.75)(3700)} = 0.98\ cm^2$$

می توان از میل مهار  $12\ mm$  φ استفاده کرد.



شکل ۳-۴ نقشه تیربریزی لامپها



شکل ۴-۴ جزیيات اجرایی میل مهار

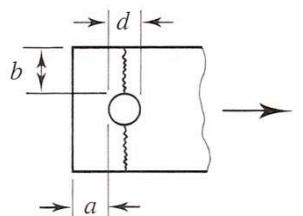
# اعضای کششی با اتصالات لولایی

## PIN-CONNECTED MEMBERS

برای ایجاد یک اتصال عاری از خمش ، سوراخی در عضو و قطعات متصل به آن ایجاد کرده و یک پین از سوراخ گذرانده می شود.

مقاومت کششی طراحی به روش LRFD ، و نیز  $P_n/\Omega$  مقاومت کششی مجاز به روش ASD باید براساس حالات حدی زیر تعیین شود :

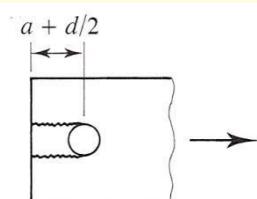
(AISC05 D5.1 p.16.1-28)



(a) Fracture of net section

الف) گسیختگی کششی در سطح مقطع موثر خالص :

$$\phi_t = 0.75, \Omega_t = 2.00, P_n = 2tb_{eff}F_u$$



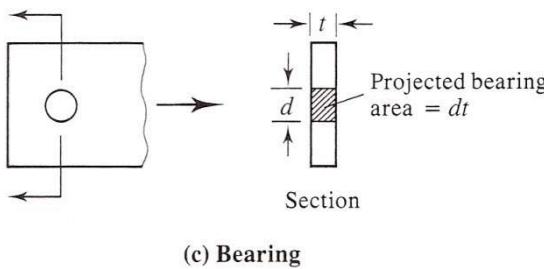
(b) Longitudinal shear

ب) گسیختگی برشی در سطح مقطع موثر :

$$\phi_{sf} = 0.75, \Omega_{sf} = 2.00, P_n = 0.6F_u A_{sf}$$

# اعضای کششی با اتصالات لولایی

## PIN-CONNECTED MEMBERS



پ) مقاومت اتكایی در سطح تصویر شده قلم لولا (پین) :

$$\varnothing = 0.75, \Omega = 2.00, P_n = 1.8F_y A_{pb}$$

ت) تسلیم در سطح مقطع کل :

$$\varnothing_t = 0.75, \Omega_t = 1.67, P_n = F_y A_g$$

که در این روابط :

$t$  = ضخامت ورق

$b_{eff} = 2t + 0.63$ , in. ( $= 2t + 16$ , mm)  $\leq b$

$b$  = فاصله لبه سوراخ تا لبه عضو در راستای عمود بر نیروی وارد

$A_{sf} = 2t(a + d/2)$ ,

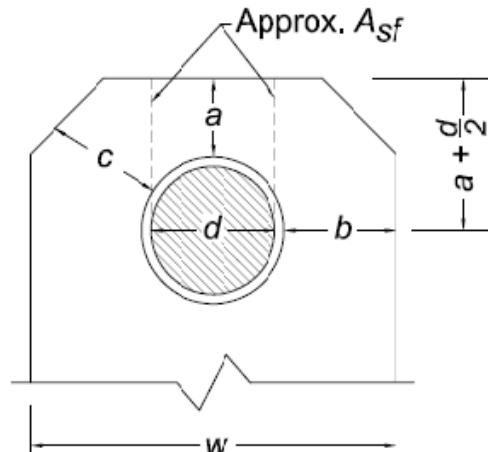
$a$  = کوتاه ترین فاصله لبه سوراخ تا لبه عضو در امتداد نیرو

$d$  = قطر پین

$A_{pb}$  = سطح تصویر شده پین =  $dt$

# اعضای با اتصالات لولایی - محدودیت های ابعادی تسمه های لولا شده

## PIN-CONNECTED MEMBERS - DIMENSIONAL REQUIREMENTS



Dimensional Requirements

1.  $a \geq 4/3 b_{eff}$
2.  $w \geq 2b_{eff} + d$
3.  $c \geq a$

where

$$b_{eff} = 2t + 0.625 \text{ in. (16 mm)} \leq b$$

محدودیت های ابعادی برای اعضای با اتصالات مفصلی طبق AISI05 D5.2 p.16.1-30 دهم صفحه ۱۶۶ در شکل زیر نشان داده شده است :

# تسمه سرپهن

## EYEBARS

- تسمه سرپهن نوع خاصی از عضو با اتصال مفصلی است که در آن قطر انتهای سوراخدار توسعه داده شده است.
- مقاومت کششی موجود تسمه های سرپهن به طریقی مشابه حالت کلی اعضا کششی تعیین می شود. (براساس ضوابط AISC D2)،
- با این تفاوت که،  $A_g$  برابر با سطح مقطع بدنه تسمه درنظر گرفته می شود.
- محدودیت های ابعادی برای تسمه های سرپهن طبق ضوابط 30-16.1-D6.2 AISC05 و نیز مبحث دهم صفحه ۱۷۱ در شکل زیر نشان داده شده است :

### Dimensional Requirements

$t \geq \frac{1}{2}$  in. (13mm) (Exception is provided in D6.2)

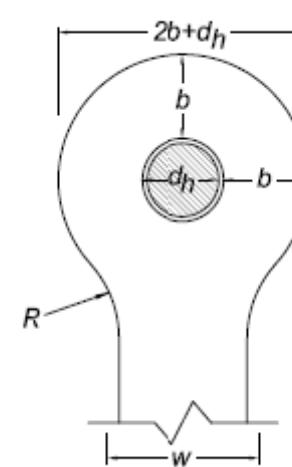
$w \leq 8t$

$d \geq \frac{7}{8}w$

$d_h \leq d + \frac{1}{32}$  in. (1mm)

$R \geq d_h + 2b$

$\frac{2}{3}w \leq b \leq \frac{3}{4}w$  (Upper limit is for calculation purposes only)



# اعضای کششی مركب - برايسس ضوابط AISC

## Built-Up Tension Members-According to AISC D.4 p16.1-28

هرچند اعضای کششی مركب چندان متداول نیستند لیکن ضوابط AISC ساخت اعضای کششی مركب با استفاده از قيدهای (بست ها، صفحات) موازی، مورب و صفحات پوششی سوراخدار را مجاز می داند.

در رابطه با محدودیت های وضع شده در زمینه فاصله طولی ابزار اتصال (connectors) اجزای با اتصال ممتد متشكل از یک ورق و یک نیمرخ، یا دو ورق، به ضوابط AISC J3.5 مراجعه شود.

در وجه باز اعضای کششی مركب استفاده از ورق های پوششی سوراخدار و یا بست های موازی بدون چپ و راست مجاز است.

# اعضای کششی مرکب - براساس ضوابط AISC

## Built-Up Tension Members-According to AISC D.4 p16.1-28

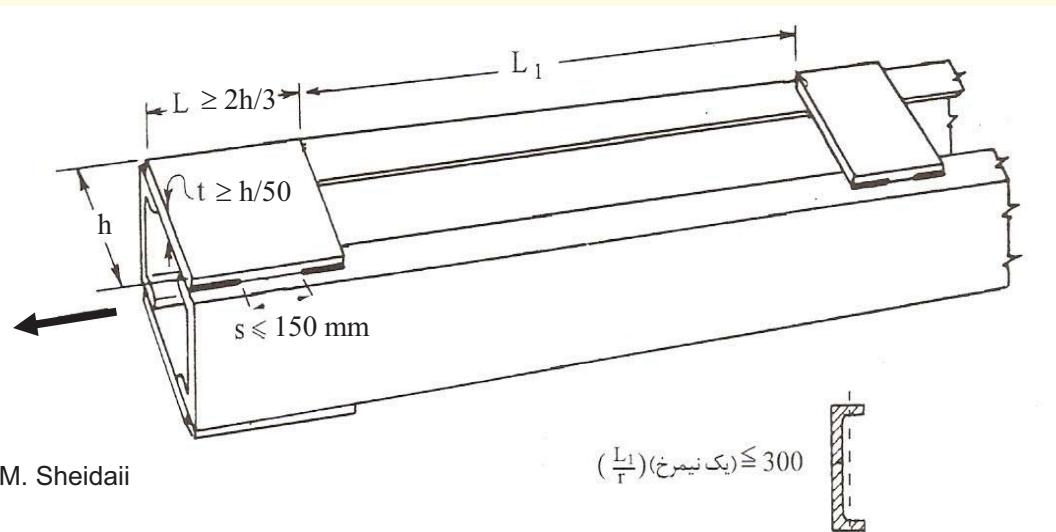
طول صفحات بست نباید کمتر از دو سوم فاصله بین خطوط جوش یا پیچ های اتصال آنها به اجزای عضو مرکب باشد.

ضخامت این صفحات بست نباید کمتر از یک پنجاهم فاصله بین خطوط جوش یا پیچهای اتصال آنها به اجزای عضو مرکب باشد.

فاصله طولی جوش ها یا پیچهای متناوب در صفحات بست نباید بیش از ۱۵۰ میلیمتر (۶ اینچ) باشد.

فاصله بین ابزار اتصال از یکدیگر باید به اندازه ای باشد که ضریب لاغری هریک از اجزای کششی متصل شده بین این اتصالات ترجیحها از ۳۰۰ بیشتر نشود.

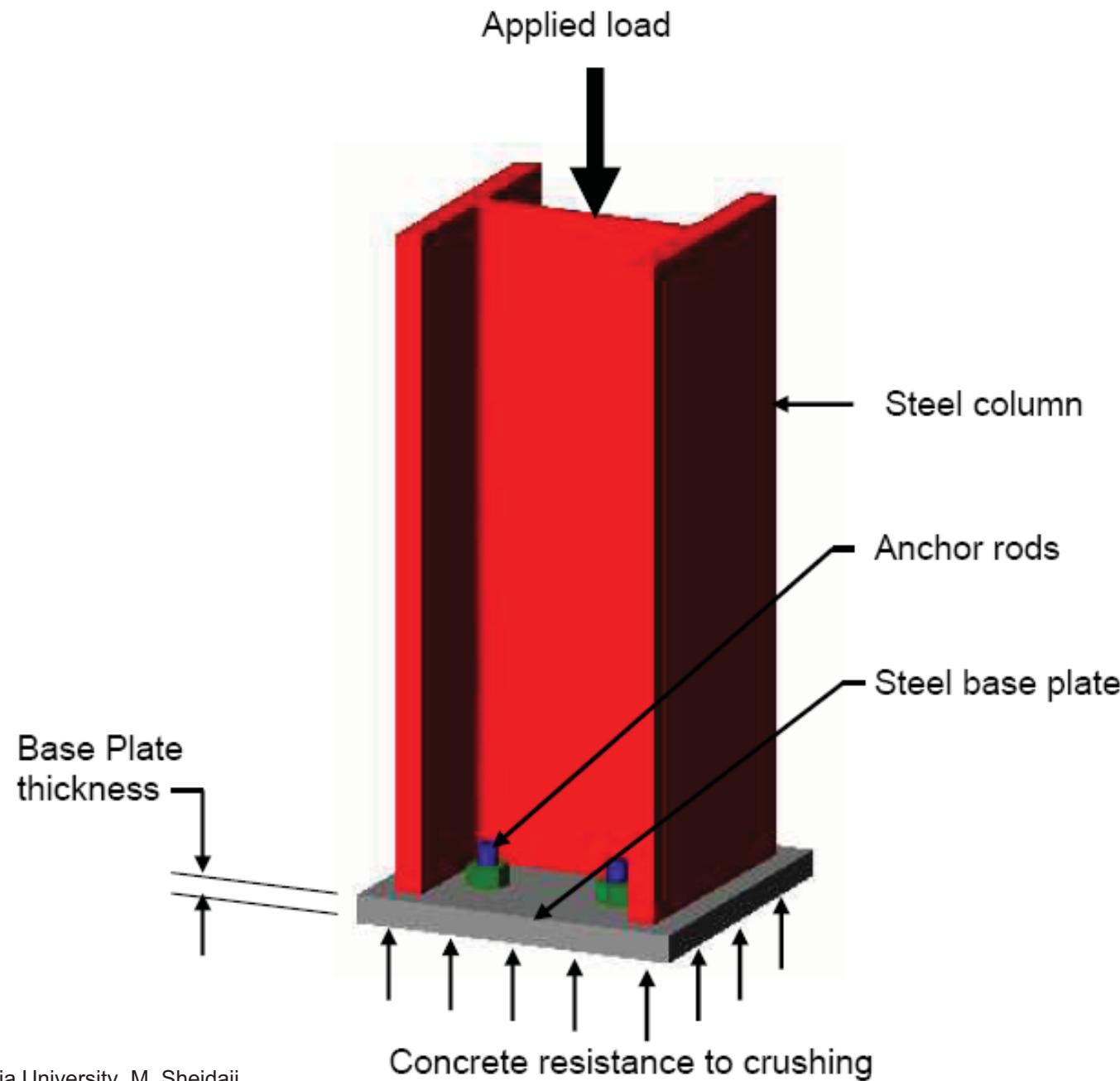
آیین نامه فولاد ایران نیز ضوابط تقریبا مشابهی را در صفحه ۱۶۶ مبحث دهم مطرح نموده است.



# Base Plates for Concentrically Loaded Columns

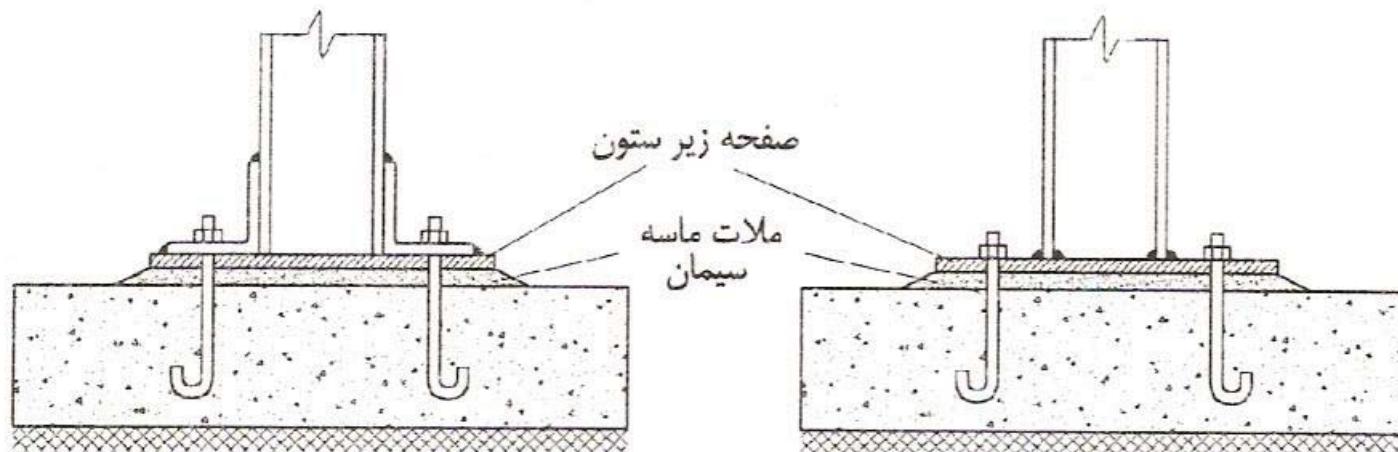
فصل ششم : صفحات زیرستون برای ستونهای  
تحت بار محوری





## مقدمه

- بار ستون باید از طریق شالوده بتنی به پی ساختمان منتقل گردد.
- صفحه زیر ستون بین ستون و شالوده بتنی قرار گرفته و با توزیع بار ستون در سطحی وسیع‌تر باعث می‌شود تنشها در شالوده از حد قابل تحمل توسط مصالح شالوده (حدود  $50$  تا  $150 \text{ kgf/cm}^2$ ) تجاوز ننماید.
- شالوده بتنی نیز به طریقی مشابه، بار را روی پی بنحوی توزیع می‌کند که تنش در خاک زیر پی از حد لازم تجاوز (حدود  $5$  تا  $50 \text{ kgf/cm}^2$ ) نکند.



الف) اتصال مستقیم ستون به صفحه زیرستون توسط نبشی  
ب) اتصال ستون به صفحه زیرستون توسط نبشی

# مقدمه

- اگر محل اتصال ستون کاملا صاف و گونیا باشد ستون را می‌توان مستقیما به صفحه زیرستون جوش کرد در غیراینصورت باید از نبشی‌های اتصال یا ورقهای ذوزنقه‌ای شکل برای انتقال بار ستون به صفحه زیرستون استفاده کرد.
- فاصله بین شالوده و صفحه زیرستون توسط ملات ماسه سیمان بسیار نرم برای صاف کردن سطح تماس و جلوگیری از تمرکز تنش پر می‌شود.
- صفحات زیرستون باید توسط حداقل ۴ میل مهار (anchor) که در بتن پی کار گذاشته شده است در جای خود ثابت و تنظیم گردند.
- در ستونهایی که فقط تحت اثر نیروی محوری خالص قرار دارند، میل مهارها پس از اجرای صفحه زیرستون نقش باربری نداشته، ولی در هنگام اجرا و نصب ستون، برای جلوگیری از افتادن ستون دارای نقش اساسی هستند.
- در ستونهایی که علاوه بر نیروی محوری، لنگر خمشی نیز از طریق صفحه زیرستون به پی منتقل می‌گردد عملکرد میل مهارها در تحمل نیرو دارای اهمیت است.

# طراحی صفحات زیرستون

ضوابط مربوط به طراحی صفحات زیر ستون در AISC J8 p.16.1-70 آمده است.

دو حالت حدی مهم در طراحی صفحات زیر ستون مدنظر قرار می‌گیرد:

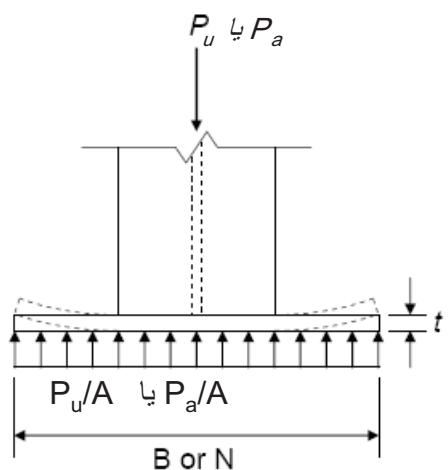
✓ حالت حدی شکست بتن (crushing)

✓ حالت حدی تسلیم خمشی صفحه زیر ستون

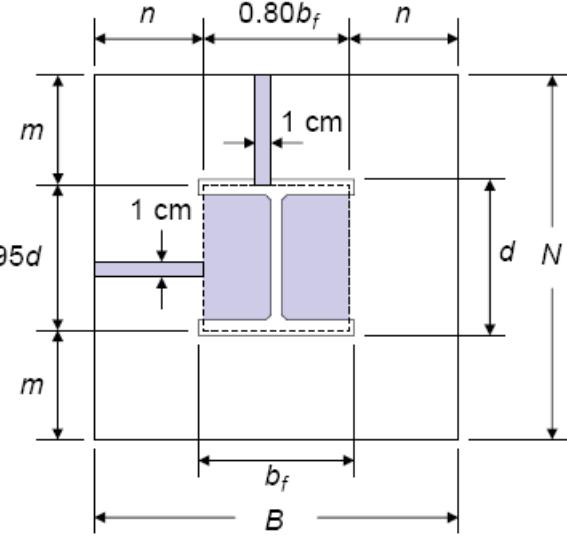
بار وارد برستون  $P_u$  (یا  $P_a$ ) ستون از طریق صفحه زیرستون به شالوده فشاری برابر  $P_u/A$  (یا  $P_a/A$ ) وارد می‌کند ( $=BN=A$  مساحت صفحه زیرستون). عکس العمل شالوده روی صفحه زیرستون فشار رو به بالای  $P_u/A$  (یا  $P_a/A$ ) است که تاثیر آن عبارتست از:

❖ خمیده شدن لبه‌های بیرونی صفحه زیرستون

❖ بالا راندن سطح صفحه زیرستون در ناحیه بین بالهای ستون



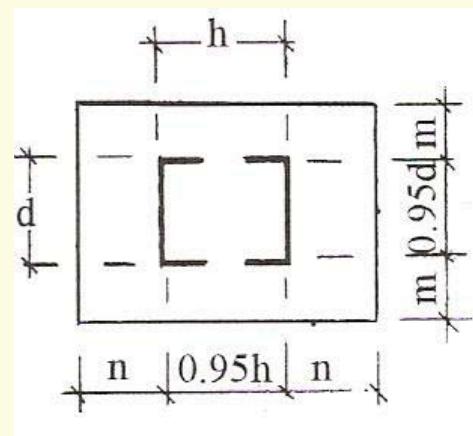
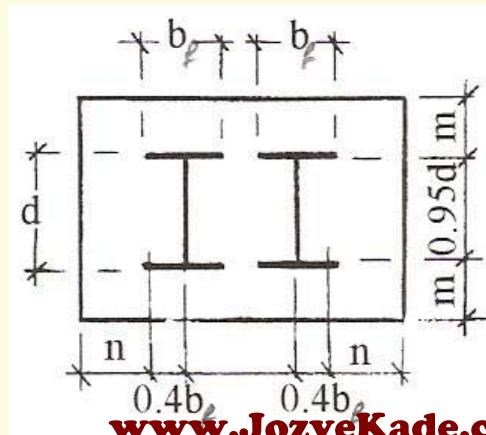
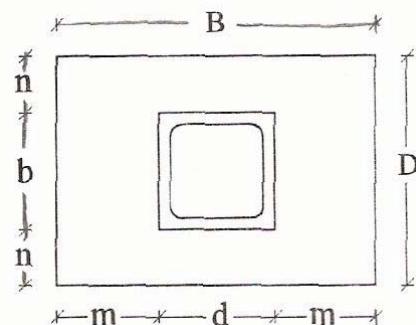
# طراحی صفحات زیرستون



بیشترین تنش در صفحه زیرستون برای ستونهای I شکل، در محدوده تقریبی  $0.95d$ ,  $0.8b_f$  رخ می‌دهد.

لنگر حداکثر در این محدوده در فواصل  $m$  و  $n$  از لبه‌های آزاد صفحه زیرستون تعیین شده، و براساس آن ضخامت صفحه محاسبه می‌شود.

فواصل  $m$  و  $n$  پیشنهادی برای سایر ستونها در شکلهای زیر نشان داده شده است:



# تعیین سطح صفحه زیرستون

سطح صفحه زیرستون براساس حالت حدی شکست بتن تعیین می‌گردد بدین معنی که مقاومت اتكایی طراحی (design bearing strength) بتن زیر کف ستون باید حداقل برابر با بار وارد (بار نهایی ضربیدار  $P_u$  برای LRFD ، یا بار بهره برداری  $P_a$  برای ASD ) باشد.

$$\text{مقاومت اتكایی طراحی به روش LRFD} = \varnothing_c P_p ; \quad \varnothing_c = 0.6$$

$$\text{مقاومت اتكایی طراحی به روش ASD} = P_p / \Omega_c ; \quad \Omega_c = 2.5$$

$P_p$ ، مقاومت اتكایی اسمی است که به صورت زیر تعیین می‌شود:

الف- اگر صفحه زیرستون کل سطح فوقانی شالوده را بپوشاند:

$$P_p = 0.85 f'_c A_1 \quad (\text{J8-1})$$

ب- اگر صفحه زیرستون کل سطح فوقانی شالوده را نپوشاند:

$$P_p = 0.85 f'_c A_1 \sqrt{A_2/A_1} \leq 1.7 f'_c A_1 \quad (\text{J8-2})$$

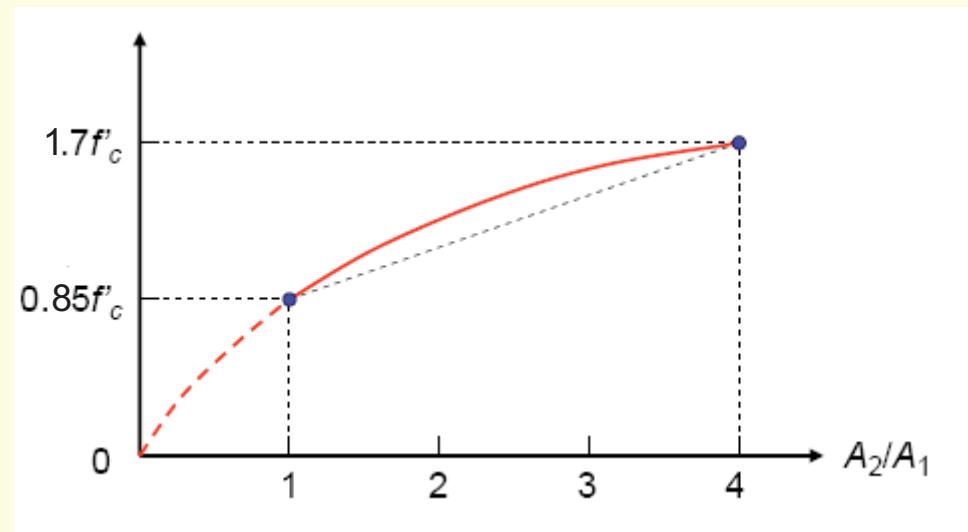
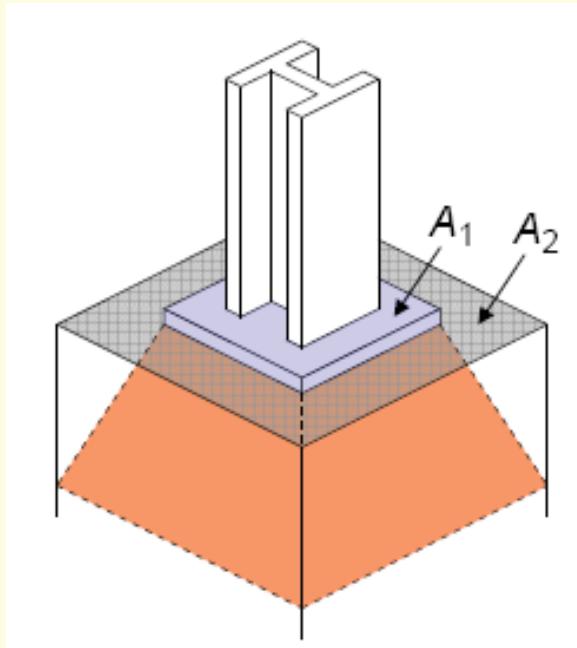
که در این روابط:

$$f'_c = \text{ مقاومت فشاری مشخصه بتن،}$$

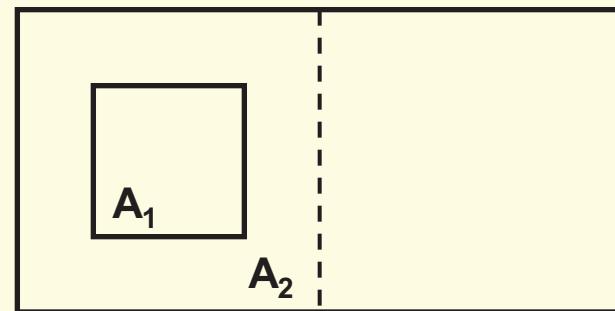
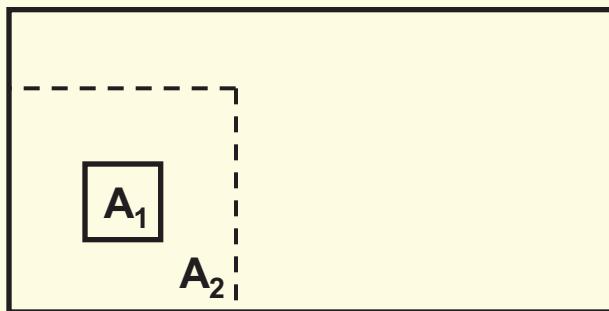
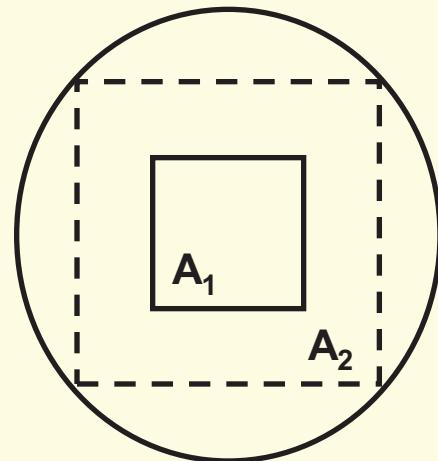
# تعیین سطح صفحه زیرستون

$B \times N = A_1$  مساحت صفحه زیرستون متکی بر شالوده بتنی

$= A_2$  حداقل مساحت ناحیه‌ای از سطح شالوده که از نظر هندسی مشابه و هم مرکز با صفحه زیرستون است.



# تعیین سطح صفحه زیرستون



# روابط تعیین سطح صفحه زیرستون

با توجه به اینکه مقاومت اتکایی طراحی بتن زیر کف ستون باید حداقل برابر با بار ضربیدار وارد می شود:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{LRFD: } P_u \leq \phi_c P_p = \phi_c (0.85 f'_c A_1) \rightarrow A_1 \geq \frac{P_u}{\phi_c (0.85 f'_c)} \\ \text{ASD: } P_a \leq \frac{P_p}{\Omega_c} = \frac{0.85 f'_c A_1}{\Omega_c} \rightarrow A_1 \geq \frac{P_a \Omega_c}{0.85 f'_c} \end{array} \right. \quad \text{و یا}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{LRFD: } P_u \leq \phi_c P_p = \phi_c (0.85 f'_c A_1) \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \rightarrow A_1 \geq \frac{P_u}{\phi_c (0.85 f'_c) \sqrt{\frac{A_2}{A_1}}} ; \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leq 2 \\ \text{ASD: } P_a \leq \frac{P_p}{\Omega_c} = \frac{(0.85 f'_c A_1) \sqrt{\frac{A_2}{A_1}}}{\Omega_c} \rightarrow A_1 \geq \frac{P_a \Omega_c}{(0.85 f'_c) \sqrt{\frac{A_2}{A_1}}} ; \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leq 2 \end{array} \right.$$

همچنین مساحت صفحه زیرستون نباید کمتر از حاصل ضرب عمق ستون در عرض آن باشد:

$$A_1 \geq b_f d$$

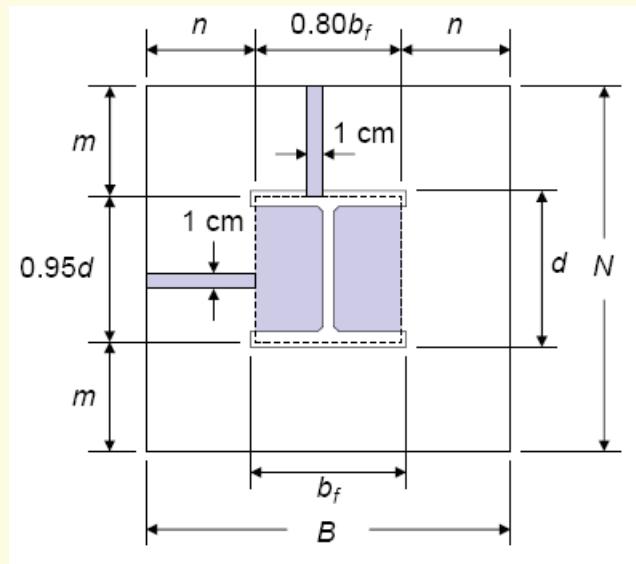
# بهینه سازی ابعاد صفحه زیرستون

برای طرح صفحه زیرستونی با حداقل وزن (حداقل ضخامت) کافیست لنگر خمشی طره‌های فرضی در هر دو امتداد تقریباً برابر باشند بدین منظور باید  $m=n$  باشد تحت چنین شرایطی:

$$N \approx \sqrt{A_1} + \Delta$$

$$\Delta = 0.5(0.95d - 0.8b_f)$$

$$B \approx \frac{A_1}{N}$$



# تعیین ضخامت صفحه زیرستون

ضخامت صفحه زیرستون براساس حالت حدی تسلیم خمشی در انتهای طرهای پیش آمده به طولهای  $m$  و  $n$  در هر دو امتداد محاسبه می‌شود. این مقادیر لنگر برای عرض واحد صفحه عبارتند از ( ASD  $P=P_a$  در روش LRFD ، و  $P=P_u$  در روش ASD ) :

$$\frac{P}{BN}(m)\left(\frac{m}{2}\right) = \frac{Pm^2}{2BN} \quad , \quad \frac{P}{BN}(n)\left(\frac{n}{2}\right) = \frac{Pn^2}{2BN}$$

مقاومت خمشی طراحی موجود برای عرض واحد صفحه زیرستون برابر است با:

$$\begin{cases} \text{LRFD : } \phi_b M_n = \phi_b F_y Z_x = 0.9 F_y t^2 / 4 \\ \text{ASD : } \frac{M_n}{\Omega_b} = \frac{F_y Z_x}{1.67} = 0.6 F_y t^2 / 4 \end{cases}$$

مقاومت خمشی طراحی موجود صفحه زیرستون باید حداقل برابر با بزرگترین مقدار از مقادیر لنگر واردہ مذکور باشد:

$$\begin{cases} \text{LRFD : } 0.9 F_y t^2 / 4 \geq \frac{P_u m^2}{2BN} \rightarrow t \geq m \sqrt{\frac{2P_u}{0.9F_y BN}} ; 0.9 F_y t^2 / 4 \geq \frac{P_u n^2}{2BN} \rightarrow t \geq n \sqrt{\frac{2P_u}{0.9F_y BN}} \\ \text{ASD : } 0.6 F_y t^2 / 4 \geq \frac{P_a m^2}{2BN} \rightarrow t \geq m \sqrt{\frac{2P_a}{0.6F_y BN}} ; 0.6 F_y t^2 / 4 \geq \frac{P_a n^2}{2BN} \rightarrow t \geq n \sqrt{\frac{2P_a}{0.6F_y BN}} \end{cases}$$

# تعیین ضخامت صفحه زیرستون

و بصورت خلاصه می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \text{LRFD : } t_{\min} \geq L \sqrt{\frac{2P_u}{0.9F_y BN}} & , \quad L = \text{Max}(m, n) \\ \text{ASD : } t_{\min} \geq L \sqrt{\frac{2P_a}{0.6F_y BN}} & , \quad L = \text{Max}(m, n) \end{cases}$$

### Example (LRFD)

GIVEN: A W14x82 A992 column has a factored axial load  $P_u = 700$  KIPS. It bears on a steel base plate using A36 steel. The footing has concrete  $f'_c = 3000$  PSI.

REQUIRED: Design the column base plate.

Step 1 – Determine required base plate area,  $A_1$ , to avoid conc. crushing:

$$\begin{aligned}\phi_c P_b &= \text{Design bearing strength of concrete} \\ &= 0.6 P_p \\ &= 0.6(0.85 f'_c A_1)\end{aligned}$$

Re-arranging to solve for  $A_1$ :

$$A_1 = \frac{P_p}{0.6(0.85 f'_c)}$$

$$= \frac{700 \text{ KIPS}}{0.6(0.85(3 \text{ KSI}))}$$

$$A_1 = 457.5 \text{ in}^2$$

## Step 2 – Determine “Optimized” base plate dimensions:

$$\Delta = \frac{0.95d - 0.8b_f}{2}$$

d and  $b_f$  → from properties p. 1-22

$$= \frac{0.95(14.3") - 0.8(10.1")}{2}$$

$$= 2.75"$$

$$N \approx \sqrt{A_1} + \Delta$$

$$\approx \sqrt{457.5 \text{ in}^2} + 2.75"$$

$$\approx 24.14"$$

**TRY N = 24" and B = 20" (Area = 480 in<sup>2</sup> > 457.5 in<sup>2</sup>)**

**Step 3 – Determine "m" and "n":**

$$m = \frac{N - 0.95d}{2}$$
$$= \frac{24'' - 0.95(14.3'')}{2}$$
$$= 5.2''$$

$$n = \frac{B - 0.80\delta_f}{2}$$
$$= \frac{20'' - 0.80(10.1'')}{2}$$
$$= 5.96''$$

Step 4 – Determine minimum base plate thickness,  $t_{min}$ :

$$t_{min} = L \sqrt{\frac{2f_y}{0.9F_y}}$$

where:  $P_u$  = factored axial load, kips  
= 700 Kips

$$f_y = \frac{P_u}{BN}$$

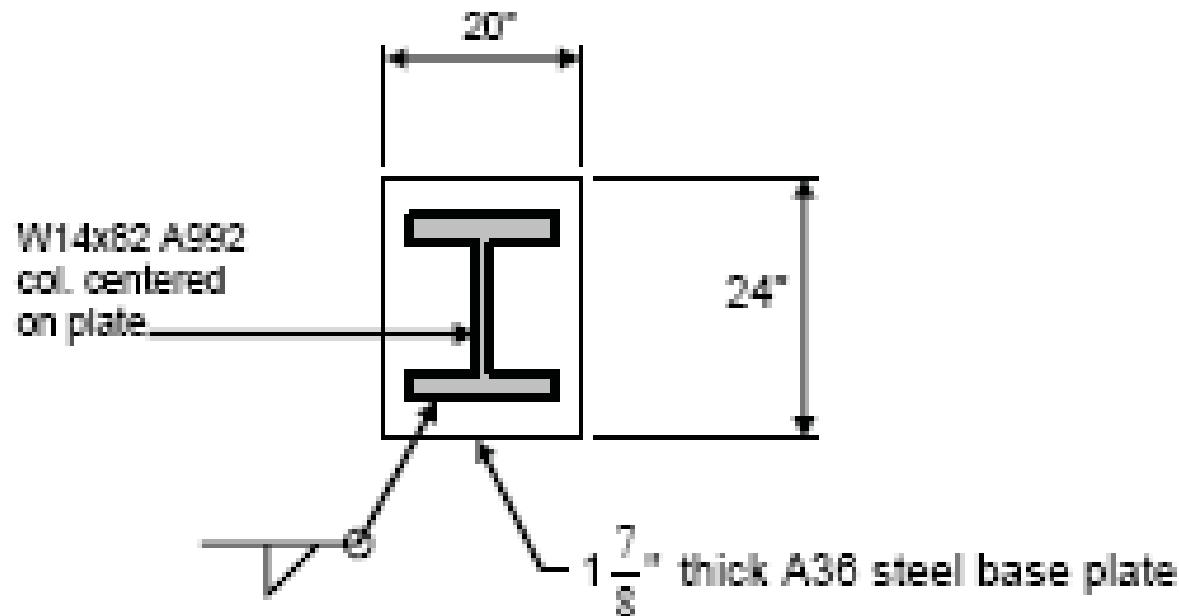
$$= \frac{700 \text{ Kips}}{(20\text{")})(24\text{"})} = 1.46 \text{ KSI}$$

$$L = \text{larger of } \begin{cases} m = 5.2" \\ n = 5.96" \leftarrow \text{use} \end{cases}$$

$$t_{min} = 5.96" \sqrt{\frac{2(1.46 \text{ KSI})}{0.9(36 \text{ KSI})}} \leftarrow \text{Base plate yield stress}$$

$$= \underline{\underline{1.79" \rightarrow \text{use } 1\frac{3}{8}" \text{ thick plate}}}$$

**Step 5 – Draw “Summary Sketch”:**



# روش پیشنهادی Thornton برای تعیین ضخامت صفحه زیرستون

- اگر ستون داری کمی باشد مساحت محاسبه شده به روش قبل برای صفحه زیرستون نسبتاً کوچک خواهد بود. طول قسمت پیش آمده از لبه‌های ستون خیلی کوچک و لنگرهای محاسبه شده و ضخامت ورق لازم بسیار کوچک خواهد گردید.
- در چنین مواردی می‌توان از روش پیشنهادی Thornton استفاده کرد.
- Thornton با ترکب سه روش، طریق واحدی را برای محاسبه صفحات زیرستون تحت بارهای سبک و سنگین ارائه نموده است.

# روش پیشنهادی Thornton برای تعیین ضخامت صفحه زیرستون

در روش پیشنهادی Thornton ضخامت صفحه زیرستون براساس بزرگترین مقدار از مقادیر  $m$ ,  $n$ ,  $\lambda n'$  که  $\ell$  نامیده می‌شود تعیین می‌گردد:

$$\ell = \text{Max} (m, n, \lambda n')$$

بر اساس روابط ذیل تعیین می‌شود:

$$\lambda n' = \frac{\lambda \sqrt{d b_f}}{4}$$

$$\lambda = \frac{2\sqrt{X}}{1 + \sqrt{1 - X}} \leq 1$$

البته می‌توان مقدار  $\lambda$  را بطور محافظه‌کارانه برای همه حالت‌ها برابر با 1 در نظر گرفت.

$$X = \begin{cases} \left[ \frac{4 d b_f}{(d + b_f)^2} \right] \frac{P_u}{\phi_c P_p} & (\text{LRFD Method with } \phi_c = 0.6) \\ \left[ \frac{4 d b_f}{(d + b_f)^2} \right] \frac{\Omega_c P_a}{P_p} & (\text{ASD Method with } \Omega_c = 2.5) \end{cases}$$

or

# روش پیشنهادی Thornton برای تعیین ضخامت صفحه زیرستون

$$P_p = \begin{cases} 0.85f'_c A_1 \\ (0.85f'_c A_1) \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \end{cases} ; \quad \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leq 2$$

(اگر صفحه زیرستون کل سطح فوقانی شالوده را بپوشاند)

(اگر صفحه زیرستون کل سطح فوقانی شالوده را نپوشاند)

در نهایت پس از محاسبه  $\ell$  ، می‌توان ضخامت صفحه زیرستون را از هر یک از روابط زیر تعیین نمود:

$$t = \ell \sqrt{\frac{2 P_u}{0.9 F_y B N}} \quad (\text{LRFD Method}) ;$$

$$t = \ell \sqrt{\frac{2 P_a}{0.6 F_y B N}} \quad (\text{ASD Method})$$

### Example 7-5

Design a base plate of A36 steel ( $F_y = 36$  ksi) for a W12 × 65 column ( $F_y = 50$  ksi) that supports the loads  $P_D = 200$  k and  $P_L = 300$  k. The concrete has a compressive strength  $f'_c = 3$  ksi, and the footing has the dimensions 9 ft × 9 ft.

**Solution.** Using a W12 × 65 column ( $d = 12.1$  in,  $b_f = 12.0$  in)

LRFD	ASD
$P_u = (1.2)(200) + (1.6)(300) = 720$ k	$P = 200 + 300 = 500$ k
$A_2 = \text{footing area} = (12 \times 9)(12 \times 9) = 11,664 \text{ in}^2$	$A_2 = 11,664 \text{ in}^2$

Determine required base plate area  $A_1 = BN$ . Note that the area of the supporting concrete is four times greater than the base plate area, such that  $\sqrt{\frac{A_2}{A_1}} > 2.0$ .

LRFD $\phi_c = 0.6$	ASD $\Omega_c = 2.50$
$A_1 = \frac{P_u}{\phi_c(0.85f'_c)\sqrt{\frac{A_2}{A_1}}}$ $= \frac{720}{(0.6)(0.85)(3)(2)} = 235.3 \text{ in}^2$	$A_1 = \frac{P_u\Omega_c}{0.85f'_c\sqrt{\frac{A_2}{A_1}}} = \frac{(500)(2.50)}{(0.85)(3)(2)}$ $= 245 \text{ in}^2$

The base plate must be at least as large as the column  $b_f d = (12.0)(12.1) = 145.2 \text{ in}^2 < 235.3 \text{ in}^2$  and 245 in<sup>2</sup> optimize base plate dimensions to make  $m$  and  $n$  approximately equal. Refer to Fig. 7.15.

LRFD	ASD
$\Delta = \frac{0.95d - 0.8b_f}{2}$ $= \frac{(0.95)(12.1) - (0.8)(12.0)}{2} = 0.947 \text{ in}$	$\Delta = 0.947 \text{ in}$
$N = \sqrt{A_1} + \Delta = \sqrt{235.3} + 0.947 = 16.3 \text{ in}$ Say 16 in	$N = \sqrt{245} + 0.947 = 16.6 \text{ in}$ Say 17 in
$B = \frac{A_1}{N} = \frac{235.3}{16} = 14.71 \text{ in}$	$B = \frac{245}{17} = 14.41$

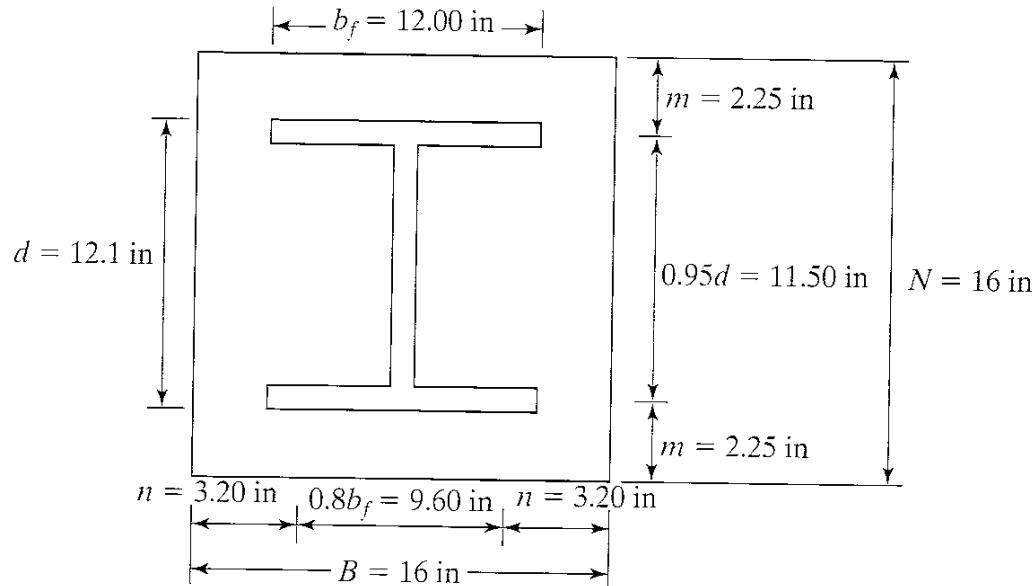


FIGURE 7.15

As previously mentioned, we might very well simplify the plates by making them square—say, 16 in  $\times$  16 in.

### Check the bearing strength of the concrete.

LRFD $\phi_c = 0.60$	ASD $\Omega_c = 2.50$
$\begin{aligned}\phi_c P_p &= \phi_c 0.85 f'_c A_1 \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \\ &= (0.6)(0.85)(3)(16 \times 16)(2) \\ &= 783.4 \text{ k} > 720 \text{ k } \textbf{OK}\end{aligned}$	$\begin{aligned}\frac{P_p}{\Omega_c} &= \frac{0.85 f'_c A_1}{\Omega_c} \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \\ &= \frac{(0.85)(3)(16 \times 16)(2)}{2.50} = 522.2 \text{ k} > 500 \text{ k } \textbf{OK}\end{aligned}$

### Computing required base plate thickness

$$m = \frac{N - 0.95d}{2} = \frac{16 - (0.95)(12.1)}{2} = 2.25 \text{ in}$$

$$n = \frac{B - 0.8b_f}{2} = \frac{16 - (0.8)(12.0)}{2} = 3.20 \text{ in}$$

$$n' = \frac{\sqrt{db_f}}{4} = \frac{\sqrt{(12.1)(12.0)}}{4} = 3.01 \text{ in}$$

$\ell$  = largest of  $m, n$ , or  $n' = 3.20$  in

LRFD	ASD
$\begin{aligned}t_{\text{reqd}} &= \ell \sqrt{\frac{2P_u}{0.9F_y BN}} \\ &= 3.20 \sqrt{\frac{(2)(720)}{(0.9)(36)(16 \times 16)}} = 1.33 \text{ in}\end{aligned}$ <p>Use PL <math>1\frac{1}{2} \times 16 \times 1</math> ft 4 in A36.</p>	$\begin{aligned}t_{\text{reqd}} &= \ell \sqrt{\frac{3.33 P_a}{F_y BN}} \\ &= 3.20 \sqrt{\frac{(3.33)(500)}{(36)(16)(16)}} = 1.36 \text{ in}\end{aligned}$ <p>Use PL <math>1\frac{1}{2} \times 16 \times 1</math> ft 4 in A36.</p>

### Example 7-6

A base plate is to be designed for a W12 × 152 column ( $F_y = 50$  ksi) that supports the loads  $P_D = 200$  k and  $P_L = 450$  k. Select an A36 plate ( $F_y = 36$  ksi) to cover the entire area of the 3 ksi concrete pedestal underneath.

**Solution.** Using a W12 × 152 column ( $d = 13.7$  in,  $b_f = 12.5$  in)

LRFD	ASD
$P_u = (1.2)(200) + (1.6)(450) = 960$ k	$P_a = 200 + 450 = 650$ k

Determine the required base plate area, noting that the term  $\sqrt{\frac{A_2}{A}}$  is equal to 1.1 since  $A_1 = A_2$ .

LRFD $\phi_c = 0.6$	ASD $\Omega_c = 2.50$
$A_1 = \frac{P_u}{\phi_c(0.85f'_c)\sqrt{\frac{A_2}{A_1}}}$ $= \frac{960}{(0.6)(0.85)(3)(1)}$ $= 627.5 \text{ in}^2 \leftarrow$ $A_1 \min = db_f = (13.7)(12.5)$ $= 171.2 \text{ in}^2$	$A_1 = \frac{P_a\Omega_c}{0.85f'_c\sqrt{\frac{A_2}{A_1}}}$ $= \frac{(650)(2.5)}{(0.85)(3)(1)}$ $= 637.3 \text{ in}^2 \leftarrow$ $A_1 \min = db_f = (13.7)(12.5)$ $= 171.2 \text{ in}^2$

## Optimizing base plate dimensions $n \sim m$

LRFD	ASD
$\Delta = \frac{0.95d - 0.8b_f}{2}$ $= \frac{(0.95)(13.7) - (0.8)(12.5)}{2} = 1.51 \text{ in}$ $N = \sqrt{A_1} + \Delta = \sqrt{627.5} + 1.51$ $= 26.56 \text{ in} \quad \text{Say 27 in}$ $B = \frac{A_1}{N} = \frac{627.5}{27} = 23.24 \text{ in}$ $\text{Say 24 in}$	$\Delta = 1.51 \text{ in}$ $N = \sqrt{637.3} + 1.51$ $= 26.75 \text{ in.} \quad \text{Say 27 in}$ $B = \frac{637.3}{27} = 23.60 \text{ in}$ $\text{Say 24 in}$

**Check the bearing strength of the concrete.**

LRFD $\phi_c = 0.60$	ASD $\Omega_c = 2.50$
$\phi_c P_p = \phi_c 0.85 f'_c A_1 \sqrt{\frac{A_2}{A_1}}$ $= (0.6)(0.85)(3)(24 \times 27)(1)$ $= 991.4 \text{ k} > 960 \text{ k} \quad \text{OK}$	$\frac{P_p}{\Omega_c} = \frac{0.85 f'_c A_1}{\Omega_c} \sqrt{\frac{A_2}{A_1}}$ $= \frac{(0.85)(3)(24 \times 27)}{2.50}(1.0)$ $= 661 \text{ k} > 650 \text{ k} \quad \text{OK}$

## Computing required base plate thickness

$$m = \frac{N - 0.95d}{2} = \frac{27 - (0.95)(13.7)}{2} = 6.99 \text{ in}$$

$$n = \frac{B - 0.8b_f}{2} = \frac{24 - (0.8)(12.5)}{2} = 7.00 \text{ in}$$

$$n' = \frac{\sqrt{db_f}}{4} = \frac{\sqrt{(13.7)(12.5)}}{4} = 3.27 \text{ in}$$

$\ell$  = maximum of  $m, n$  or  $n' = 7.00$  in

LRFD	ASD
$t_{\text{reqd}} = \ell \sqrt{\frac{2P_u}{0.9F_yBN}}$ $= 7.00 \sqrt{\frac{(2)(960)}{(0.9)(36)(27 \times 24)}}$ $= 2.12 \text{ in}$	$t_{\text{reqd}} = \ell \sqrt{\frac{3.33P_a}{F_yBN}}$ $= 7.00 \sqrt{\frac{(3.33)(650)}{(36)(24 \times 27)}}$ $= 2.13 \text{ in}$

Use  $2\frac{1}{4} \times 24 \times 2$  ft 3 in A36 base plate with  $24 \times 27$  concrete pedestal ( $f_c = 3$  ksi).